Н.В. Турчина

ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ

для поступающих в вузы

Москва
ОНИКС
Мир и Образование

УДК 53(076.2)
ББК 22.3я72
Т86

Турчина Н. В.

Т86 Физика в задачах для поступающих в вузы / Н. В. Турчина. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. — 768 с.: ил.

ISBN 978-5-488-01495-4 (ООО «Издательство Оникс»)
ISBN 978-5-94666-452-3 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

Сборник содержит 2500 задач, охватывающих основные разделы школьного курса физики. Задачи расположены по темам программы и в порядке возрастания трудности, с постепенным введением новых понятий, усложнением приемов и алгоритмов решения. Большая часть задач имеет решения. К задачам даны ответы, как в общем виде, так и в числовом выражении, что способствует закреплению материала и обеспечивает качественный самоконтроль. В приложении приведены таблицы данных, необходимых для решения задач, основные физические постоянные, единицы физических величин.

Пособие поможет при подготовке к выпускным экзаменам в средней школе, сдаче ЕГЭ и вступительным экзаменам в вуз. Книга адресована школьникам старших классов, абитуриентам и преподавателям.

УДК 53(076.2)
ББК 22.3я72

ISBN 978-5-488-01495-4 (ООО «Издательство Оникс»)
ISBN 978-5-94666-452-3 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник состоит из пяти частей «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электромагнетизм», «Оптика», «Атомная и ядерная физика» и охватывает материал по всем разделам курса физики для общеобразовательных учреждений. В пособии представлены преимущественно задачи, предлагавшиеся на вступительных экзаменах Московского авиационного института.

Каждая из пяти частей включает в себя ряд глав. Задачи в главе расположены по темам и в порядке возрастания трудности, с постепенным введением новых понятий, усложнением приемов и алгоритмов решения.

Большая часть задач имеет решения; в условии они отмечены точкой, стоящей перед номером. К задачам даны ответы, как в общем виде, так и в числовом выражении, что способствует закреплению материала, обеспечивает качественный самоконтроль и облегчает поиск ошибок, допускаемых при решении.

В приложении, помещенном в конце книги, приведены таблицы данных, необходимых для решения задач, основные физические постоянные, единицы физических величин, которые рассматриваются в задачах, математические формулы, используемые при их решении, а также Периодическая система химических элементов Д. И. Менделеева.

Пособие предназначено учащимся для подготовки к сдаче выпускных экзаменов в средней школе и ЕГЭ, а также вступительных экзаменов в высшее учебное заведение. Оно может быть полезным учащимся и преподавателям физико-математических школ и лицеев, слушателям подготовительных отделений и курсов, а также тем, кто желает самостоятельно повысить уровень знаний по физике.

* * *

Автор приносит благодарность сотрудникам кафедры физики МАИ за участие в подготовке Сборника, а также Е. С. Гридасовой за большой и кропотливый труд при редактировании.

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

При решении задач рекомендуется следующий порядок действий:

1. Прочитать внимательно условие задачи. Ввести буквенные обозначения величин (если их нет в условии) и сделать краткую запись условия.

2. Выразить все заданные величины в единицах СИ.

3. Проанализировать условие задачи; учесть при этом, что в нем нет лишних слов и что вся информация должна быть использована. Установить, какие физические явления и законы лежат в основе содержания данной задачи.

4. Сделать рисунок (схему), поясняющий содержание задачи, с обозначением на нем данных величин.

5. Решить задачу в общем виде, т. е. получить расчетную формулу в виде уравнения или системы уравнений, включающих в себя как заданные, так и искомые величины. Заметим, что часть величин может отсутствовать в условии — это либо табличные величины, либо величины, которые в процессе решения задачи сокращаются.

После составления системы уравнений задачу можно считать физически решенной.

6. Записав общее решение, подставить в окончательную формулу числовые значения величин и вычислить искомую физическую величину.

7. Проверить правильность размерности найденной физической величины и понимание реальности полученного ответа.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Часть 1
МЕХАНИКА

Глава 1. КИНЕМАТИКА

1.1. Средняя скорость

1.1.1. Скорость распространения сигнала по нервным волокнам $v = 50$ м/с. Вообразим, что рука человека стала настолько длинной, что он сумел дотянуться до Солнца. Через какое время он почувствует боль от ожога? Расстояние от Земли до Солнца $l =$ $=150$ млн. км.

1.1.2. В подрывной технике используют сгорающий с постоянной скоростью $v_1 = 0{,}6$ см/с бикфордов шнур. На какое расстояние успеет отбежать человек, поджигающий шнур, пока пламя достигнет взрывчатого вещества? Длина бикфордова шнура $l_1 = 30$ см. Скорость бега человека $v = 5$ м/с.

1.1.3. Поезд от Москвы до Арзамаса ($l = 408$ км) едет в течение $t = 7{,}5$ ч. Средняя скорость движения поезда $v = 68$ км/ч. Какое время занимают остановки?

1.1.4. Какой объем нефти пройдет по трубопроводу сечением $S = 0{,}03$ м^2 за время $t = 8$ мин 20 с, если скорость ее течения $v =$ $= 0{,}5$ м/с?

• **1.1.5.** При входе поезда на участок пути загорается красный свет семафора, а при выходе — желтый. Какова скорость поезда, если красный свет сменился желтым спустя $t = 2{,}5$ мин? На участке уложено $n = 120$ рельсовых звеньев длиной $l = 12{,}5$ м каждое, длина поезда $L = 600$ м.

• **1.1.6.** Два автомобиля выехали одновременно из Москвы в Нижний Новгород. Один автомобиль в течение первой половины времени двигался со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, а в течение второй половины — со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Другой автомобиль первую половину пути двигался со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, а вторую — со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Какой автомобиль приедет в Нижний Новгород раньше?

1.1.7. Мотоциклист едет по шоссе из одного города в другой. Первые $t_1 = 2$ ч он движется со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, а оставшиеся $s = 160$ км — со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста.

1.1.8. Средняя скорость движения пешехода на всем пути $v = 4$ км/ч. Первую половину пути он шел равномерно со скоростью $v_1 = 3$ км/ч. Найдите скорость равномерного движения пешехода на второй половине пути.

• **1.1.9.** Автомобиль проехал расстояние $s = 30$ км со скоростью $v_1 = 10$ м/с, затем разгрузился и вернулся в начальный пункт со средней путевой скоростью $v_2 = 20$ м/с. Определите время разгрузки, если средняя путевая скорость на всем пути была равна $v = 8$ м/с.

1.1.10. Самолет пролетел расстояние между городами A и B со скоростью $v_1 = 800$ км/ч, а обратно — первую половину пути со скоростью $v_2 = 900$ км/ч, а вторую половину — со скоростью $v_3 = 700$ км/ч. Найдите среднюю скорость за все время полета.

1.1.11. Три четверти своего пути автомобиль ехал со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, а остальную часть пути — со скоростью $v = 100$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля.

1.1.12. Велосипедист часть пути проехал со скоростью $v_1 = 8$ км/ч, затратив на это $n = \frac{2}{3}$ времени своего движения. За оставшееся время он проехал остальной путь со скоростью $v_2 = 11$ км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста.

• **1.1.13.** Дорогу от Кубинки до Москвы водитель обычно проезжает за $t = 40$ мин. Однако в часы «пик», чтобы ехать с привычной скоростью, ему приходится двигаться по другому маршруту. Этот путь длиннее на $\eta = 20\%$, и $\Delta t = 12$ мин занимают остановки, но все равно он приезжает на $\tau = 15$ мин раньше. Во сколько раз его скорость в часы «пик» меньше его обычной скорости?

1.2. Относительность движения

1.2.1. По двум параллельным маршрутам летят два самолета: истребитель со скоростью $v_1 = 600$ м/с и пассажирский. Их относительная скорость, если они летят в одном направлении, $v = 1560$ км/ч. Найдите скорость пассажирского самолета и их относительную скорость, если бы они летели в противоположных направлениях.

1.2.2. По двум параллельным путям движутся навстречу друг другу два поезда: пассажирский длиной $l_1 = 120$ м со скоростью $v_1 = 90$ км/ч, и товарный длиной $l_2 = 640$ м со скоростью $v_2 = 15$ м/с. В течение какого времени один поезд проходит мимо другого?

1.2.3. Два самолета летят навстречу друг другу параллельными курсами. Скорость первого самолета $v_1 = 200$ км/ч, а второго — $v_2 = 540$ км/ч. Из пулемета, расположенного на первом самолете, обстреливают второй, перпендикулярно курсу. На каком расстоянии друг от друга будут находиться отверстия в борту самолета, если пулемет делает $n = 3000$ выстрелов в минуту?

1.2.4. По дороге, параллельной железнодорожному пути, движется мотоциклист со скоростью $v_1 = 108$ км/ч. В некоторый момент времени он догоняет поезд длиной $l = 120$ м и обгоняет его за время $t = 10$ с. Найдите скорость поезда.

1.2.5. Из Москвы в сторону Владивостока с интервалом времени $t_1 = 30$ мин вышли два электропоезда со скоростью $v_1 = 54$ км/ч каждый. Найдите скорость встречного поезда, если он повстречал эти поезда через $t_2 = 15$ мин один после другого.

1.2.6. Моторная лодка проходит расстояние AB по течению реки за время $t_1 = 3$ ч, а плот — за время $t_2 = 12$ ч. За какое время моторная лодка совершит обратный путь?

1.2.7. Эскалатор поднимает неподвижно стоящего на нем человека в течение $t_1 = 2$ мин. По неподвижному эскалатору он мог бы подняться за $t_2 = 8$ мин. За какое время пассажир мог бы подняться по движущемуся эскалатору?

1.2.8. Эскалатор опускает стоящего на нем человека за $t_1 = 2$ мин, а идущего по нему — за $t_2 = 1$ мин. Сколько времени он будет опускать человека, идущего по нему со скоростью вдвое быстрее?

• **1.2.9.** Человек бежит по эскалатору. В первый раз он насчитал $n_1 = 50$ ступенек. Второй раз, двигаясь в ту же сторону со скоростью втрое большей, он насчитал $n_2 = 75$ ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы на неподвижном эскалаторе?

• **1.2.10.** Теплоход, длина которого $l = 32$ м, движется вниз по реке с постоянной скоростью. Скутер со скоростью $v_к = 10$ м/с относительно воды проходит от кормы до носа теплохода и обратно в течение $t = 10$ с. Найдите скорость теплохода относительно воды.

1.2.11. Лодка, идущая против течения реки, встречает плоты, сплавляемые по реке. Через $t = 10$ мин после встречи лодка поворачивает обратно. За какое время после поворота лодка догонит плоты? Скорость лодки относительно воды постоянна. На каком расстоянии от места первой встречи произойдет вторая встреча, если скорость течения воды $v = 2$ м/с?

1.2.12. Рыболов, двигаясь на лодке против течения реки, уронил удочку. Спустя $t = 10$ мин он заметил потерю, сразу же повернул обратно и нашел ее на расстоянии $l = 1$ км от того места, где ее потерял. Найдите скорость течения реки.

1.2.13. Колонна войск, двигаясь по шоссе со скоростью $v_1 = 2{,}5$ м/с, растянулась в длину на $l_1 = 2$ км. Командир, находящийся в голове колонны, посылает мотоциклиста в хвост колонны с приказом. Мотоциклист на ходу передает приказ и возвращается обратно. Определите время, за которое мотоциклист выполнил задание. Считать, что скорость мотоциклиста постоянна и равна $v_2 = 72$ км/ч.

1.2.14. Лодочник для определения скорости течения воды в реке произвел такой опыт. Он опустил в воду ковш, а сам начал грести вниз по течению. Через $t_1 = 40$ мин он достиг пункта A, находящегося на расстоянии $l = 1$ км ниже места отправления, и повернул лодку обратно. Поймав ковш, он снова повернул лодку по течению и через $t_2 = 24$ мин достиг пункта A. Найдите скорость течения реки. Скорость лодки относительно воды считать постоянной; временем на повороты и поиски ковша пренебречь.

1.2.15. Катер, идущий против течения реки, встречает плот, плывущий по реке. Через $t_1 = 20$ мин после встречи катер причалил к берегу и простоял $t_2 = 1$ ч. После этого он поплыл обратно и за $t_3 = 40$ мин догнал плот на расстоянии $l = 5$ км от места их первой встречи. Определите скорость катера относительно воды, считая ее постоянной.

1.2.16. Тело одновременно участвует в двух равномерных движениях, направленных под углом $\alpha = 60°$ друг к другу. Скорость тела в первом движении $v_1 = 4$ м/с, во втором — $v_2 = 3$ м/с. Найдите скорость результирующего движения и ее направление.

1.2.17. Через реку переправляется лодка. Скорость лодки относительно воды $v_1 = 1{,}5$ м/с, скорость течения реки $v_2 = 0{,}6$ м/с, ширина реки $h = 300$ м.

1. Под каким углом к направлению течения должна двигаться лодка, чтобы переправиться за наименьшее время, и чему оно равно?

2. Какой путь проплывает при этом лодка?

3. За какое время переправится лодка, если она будет двигаться по кратчайшему пути?

• **1.2.18.** Лодка движется относительно воды со скоростью, в $n = 2$ раза большей скорости течения реки, и держит курс к противоположному берегу под углом $\alpha = 120°$ к направлению течения реки. На какое расстояние снесет лодку по течению относительно пункта отплытия, если ширина реки $h = 50$ м?

1.2.19. Два катера вышли одновременно из пунктов A и B, находящихся на противоположных берегах реки (рис. 1.2.1), и двигались по прямой AB, длина которой $l = 1$ км. Прямая AB образует угол $\alpha = 60°$ с направлением скорости течения, равной $v_1 = 1$ м/с. Скорости движения катеров относительно воды одинаковы и равны $v_2 = 3$ м/с. В какой момент времени и на каком расстоянии от пункта A они встретились?

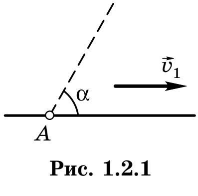


Рис. 1.2.1

1.2.20. Самолет летит из одного города в другой и без посадки возвращается обратно. Один раз он совершает такой рейс при ветре, который дует вдоль трассы, а другой — при ветре, дующем перпендикулярно трассе. В каком случае самолет совершает рейс быстрее и во сколько раз? Скорость ветра равна 0,3 скорости самолета.

1.2.21. С какой скоростью v_1 и под каким углом β к меридиану должен лететь самолет, чтобы за время $t = 2$ ч пролететь точно на север $l = 300$ км, если во время полета дует северо-западный ветер под углом $\alpha = 30°$ к меридиану со скоростью $v = 36$ км/ч?

1.2.22. Трактор движется со скоростью $v = 5{,}18$ км/ч. С какой скоростью относительно земли движется: а) нижняя часть гусеницы; б) верхняя часть гусеницы; в) часть гусеницы, которая в данный момент времени перпендикулярна земле?

1.2.23. Капли дождя на окнах неподвижного автобуса оставляют полосы, наклоненные под углом $\alpha = 60°$ к вертикали. При движении автобуса со скоростью $v = 20$ м/с полосы от дождя вертикальны. Найдите скорость капель дождя: а) в безветренную погоду; б) при данном ветре.

• **1.2.24.** С какой наибольшей скоростью может идти человек под дождем, чтобы капли дождя не падали на ноги, если он держит зонт на высоте $h = 2$ м и край зонта выступает вперед на $a = 0{,}3$ м? Ветра нет; скорость капель $v = 8$ м/с.

• **1.2.25.** Поезд движется на юг со скоростью $v = 80$ км/ч. Пассажиру вертолета, пролетающего над поездом, кажется, что поезд движется на восток со скоростью $v_1 = 60$ км/ч. Найдите скорость вертолета и направление его полета.

1.2.26. Шофер движущегося со скоростью $v \geqslant 30$ км/ч легкового автомобиля заметил, что капли дождя не оставляют следов на заднем стекле, наклоненном под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найдите скорость капель дождя в безветренную погоду.

1.2.27. Корабль идет на запад со скоростью $v_1 = 54$ км/ч. Известно, что ветер точно дует с юго-запада. Скорость ветра, измеренная на палубе корабля, $v_2 = 20$ м/с. Чему равна скорость ветра $v_в$?

1.2.28. В установке, изображенной на рисунке 1.2.2, нить тянут с постоянной скоростью $v = 1$ м/с. Будет ли брусок двигаться с постоянной скоростью? Найдите скорость бруска в момент времени, когда нить составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$.

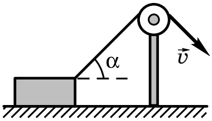


Рис. 1.2.2

1.2.29. В установке, изображенной на рисунке 1.2.3, груз тянут за нити. Скорость первой нити $v_1 = 1$ м/с; второй $v_2 = 2$ м/с. Будет ли груз двигаться с постоянной скоростью? Найдите скорость груза в момент времени, когда угол между нитями $\alpha = 60°$.

1.2.30. Стержень AB длиной $l = 0{,}5$ м опирается концами о пол и стену (рис. 1.2.4). Конец A стержня перемещают по полу равномерно со скоростью $v = 0{,}4$ м/с. Будет ли при этом движение конца B равномерным? Найдите его скорость в момент времени, когда конец A будет находиться на расстоянии $d = 0{,}3$ м от стены.

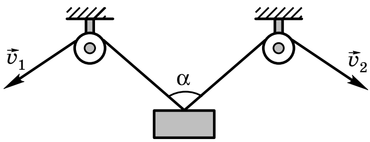


Рис. 1.2.3

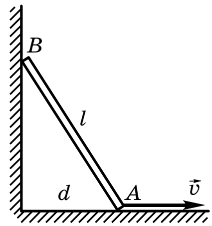


Рис. 1.2.4

1.3. Прямолинейное равномерное движение

1.3.1. Закон движения материальной точки имеет вид: $x = 10 - t$[1].

1. Нарисуйте траекторию движения точки.
2. Постройте график зависимости координаты от времени.
3. Постройте график зависимости пути от времени.

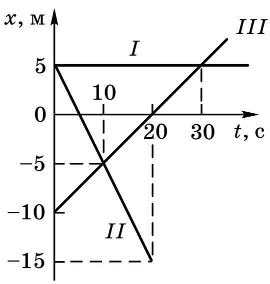


Рис. 1.3.1

1.3.2. По заданным графикам движения тел I, II и III (рис. 1.3.1) запишите закон движения каждого тела.

• **1.3.3.** Материальная точка движется равномерно вдоль оси X так, что в момент времени $t_1 = 1$ с ее координата $x_1 = 6$ м, а к моменту $t_2 = 5$ с ее координата $x_2 = -4$ м.

1. Найдите проекцию скорости точки на ось X.

2. В каком направлении движется точка?

[1] В подобных записях, если нет других указаний, числовым и буквенным коэффициентам следует приписывать такие размерности, чтобы при подстановке времени в секундах значение координаты получалось в метрах (СИ).

3. Найдите модуль скорости точки.

4. Запишите закон движения точки в координатной форме.

5. Найдите зависимость пути от времени.

6. Нарисуйте траекторию движения точки.

7. Постройте графики зависимостей: $v_x(t)$, $x(t)$.

8. Найдите перемещение и путь, пройденные точкой за любые $\Delta t = 2$ с движения.

1.3.4. Координата тела, движущегося вдоль оси X, изменяется со временем так, как показано на рисунке 1.3.2. Найдите:

а) перемещение и путь за первые $t_1 = 30$ с движения тела;

б) проекцию средней скорости v_x и среднюю путевую скорость за первые $t_2 = 40$ с движения.

1.3.5. График зависимости координаты материальной точки от времени имеет вид, показанный на рисунке 1.3.3. Постройте графики зависимостей скорости и пройденного пути от времени.

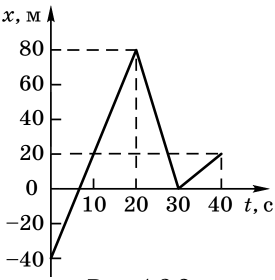


Рис. 1.3.2

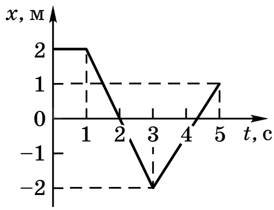


Рис. 1.3.3

• **1.3.6.** График зависимости координаты материальной точки от времени имеет вид, представленный на рисунке 1.3.4. Запишите закон движения точки и определите среднюю скорость за первые $\tau = 5$ с движения. Постройте график зависимости скорости точки от времени.

1.3.7. Материальная точка движется вдоль оси X так, что проекция скорости точки изменяется со временем, как показано на рисунке 1.3.5. В момент времени $t_1 = 1$ с координата точки $x_1 = 20$ м.

1. Запишите закон движения точки.

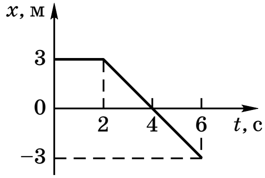


Рис. 1.3.4

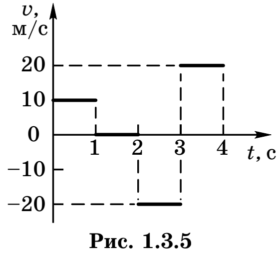


Рис. 1.3.5

2. Постройте график зависимости координаты от времени.

3. Постройте график зависимости пути от времени.

4. Найдите перемещение и путь точки за первые $t_1 = 3$ с движения.

5. Найдите проекцию средней скорости v_x и среднюю путевую скорость v за все время движения.

1.3.8. По прямому шоссе в одном направлении движутся два мотоциклиста. Скорость первого мотоциклиста $v_1 = 10$ м/с. Второй догоняет первого со скоростью $v_2 = 20$ м/с. Расстояние между мотоциклистами в начальный момент времени ($t_0 = 0$) $l = 200$ м. Напишите законы движения мотоциклистов в системе отсчета, связанной с землей, приняв за начало отсчета место нахождения второго мотоциклиста в начальный момент времени и выбрав направление оси OX вдоль направления движения мотоциклистов. Найдите время и место их встречи.

• **1.3.9.** Закон движения точки K имеет вид: $x_K = 19 - 3t$, закон движения точки M: $x_M = 3 + 5t$. Встретятся ли эти точки? Если встретятся, то в какой момент времени и на каком расстоянии от начала координат? Задачу решите аналитически и графически.

1.3.10. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист со скоростью $v_1 = 15$ км/ч. Спустя $\Delta t = 20$ мин из пункта B в пункт A выехал автомобиль со скоростью $v_2 = 65$ км/ч. Через $t = 2$ ч после выезда автомобиля они встретились. Найдите:

а) расстояние между пунктами A и B;

б) расстояние от пункта A, на котором они встретятся.

1.4. Прямолинейное равнопеременное движение

1.4.1. Подъезжая к светофору со скоростью $v = 10$ м/с, автомобиль тормозит и останавливается в течение $t = 4$ с. Считая движение автомобиля равноускоренным, найдите его ускорение.

1.4.2. Найдите скорость ракеты спустя $t = 7$ мин после старта, если ракета движется с ускорением $a = 17$ м/с^2. На старте, вследствие вращения Земли, у ракеты полезная начальная скорость $v_0 = 0{,}3$ км/с.

1.4.3. При посадочной скорости $v_0 = 270$ км/ч длина пробега самолета $s = 1$ км. Определите ускорение и время пробега самолета, считая его движение равнозамедленным и конечную скорость $v = 0$.

1.4.4. С каким ускорением должен двигаться автомобиль, чтобы на пути $s = 20$ м он увеличил скорость от $v_1 = 18$ км/ч до $v_2 = 36$ км/ч?

• **1.4.5.** При прямолинейном равноускоренном движении тела его скорость в течение первых двух секунд движения ($t_1 = 2$ с) увеличилась в $n = 5$ раз. Во сколько раз увеличится скорость тела за первые $t_2 = 6$ с движения?

1.4.6. Пуля, летевшая со скоростью $v = 400$ м/с, попала в земляной вал и проникла на глубину $s = 40$ см. Определите:

а) скорость пули на глубине $s_1 = 20$ см;

б) глубину, на которой скорость пули уменьшилась в $n = 2$ раза;

в) скорость пули к моменту, когда она прошла $\eta = 40\%$ тормозного пути. Движение пули считать равнозамедленным.

1.4.7. Известно, что автомобиль за $t = 10$ с прошел путь $s = 250$ м, причем его скорость увеличилась в $n = 5$ раз. Определите:

а) ускорение автомобиля, считая его постоянным;

б) его начальную скорость.

1.4.8. Мотоциклист тормозит с постоянным ускорением $a = 1$ м/с^2. Мимо поста ДПС он проезжает со скоростью $v = 36$ км/ч. На каком расстоянии от поста он находился $t = 10$ с назад? Какой была его начальная скорость?

1.4.9. Автомобиль, движущийся равноускоренно с начальной скоростью $v_0 = 36$ км/ч, пройдя некоторый путь, приобретает скорость $v = 108$ км/ч. Какова была скорость автомобиля в тот момент времени, когда он прошел половину пути?

1.4.10. Мотоциклист стартует с постоянным ускорением $a = 2$ м/с^2. Какой путь он пройдет за первую, вторую, седьмую секунды движения?

• **1.4.11.** Как относятся пути, проходимые телом за $\Delta t = 1$ с при равноускоренном движении, если начальная скорость равна нулю?

• **1.4.12.** Двигаясь равноускоренно, тело проходит путь $s_1 = 2$ м за первые $t_1 = 4$ с, а следующий участок длиной $s_2 = 4$ м — за $t_2 = 5$ с. Определите ускорение тела.

• **1.4.13.** Первую часть пути $l_1 = 20$ м материальная точка прошла за время $t_1 = 20$ с. Последнюю часть пути $l_2 = 20$ м точка прошла за время $t_2 = 5$ с. Считая, что в момент времени $t_0 = 0$ скорость точки $v_0 = 0$, найдите весь путь точки, если ее движение было равноускоренным.

• **1.4.14.** Пассажир стоит на платформе около передней площадки второго вагона электрички и замечает, что этот вагон, тронувшись с места, проходит мимо него в течение $t_1 = 5$ с. За какое время мимо пассажира пройдет шестой вагон?

• **1.4.15.** Время отправления электрички по расписанию 12^{00}. У человека, стоящего на перроне, на часах 12^{00}, но мимо него уже начинает проезжать предпоследний вагон электрички, который движется мимо него в течение $t_1 = 10$ с. Последний вагон проходит мимо человека на перроне за $t_2 = 8$ с. Полагая, что электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно, определите, на сколько отстают его часы.

• **1.4.16.** Кабина лифта начинает подниматься равноускоренно и за первые $t_1 = 4$ с движения достигает скорости $v = 4$ м/с. С этой скоростью лифт движется в течение $t_2 = 8$ с, а за последние $t_3 = 3$ с лифт тормозит и останавливается.

1. Определите высоту подъема лифта и среднюю скорость его движения.

2. Постройте графики ускорения, скорости и перемещения.

1.4.17. Начальная скорость автомобиля $v_0 = 36$ км/ч, конечная — $v = 108$ км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля, если известно, что первую половину пути он двигался равномерно, а вторую — равноускоренно.

• **1.4.18.** Какое минимальное ускорение должны обеспечить двигатели звездолета, чтобы полет к ближайшей звезде α-Центавра и обратно уложился в $t = 60$ лет? Считать, что длина траектории в один конец составит $s = 4{,}73 \cdot 10^{16}$ м, а весь полет будет состоять из двукратного разгона и двукратного торможения. Парадокс времени («сжимаемость» времени при больших скоростях) не учитывать.

• **1.4.19.** Закон движения тела имеет вид: $x = 15t + 0{,}4t^2$. Определите: а) начальную координату и начальную скорость тела; б) координату и скорость тела в момент времени $t = 5$ с; в) среднюю скорость и путь, пройденный телом за первые $t = 5$ с движения.

• **1.4.20.** Закон движения материальной точки имеет вид: $x = 5 + 4 - 2t^2$. Найдите путь, пройденный точкой, к моменту времени $t_1 = 3$ с.

1.4.21. Материальная точка движется по закону $x = 2 - 4t + t^2$ и к некоторому моменту времени проходит путь $s = 11$ м. Какое время двигалась точка и какой была ее максимальная скорость за время движения, если она начала двигаться в момент времени $t_1 = 1$ с?

1.4.22. Материальная точка движется вдоль оси X согласно графику, изображенному на рисунке 1.4.1. Найдите: а) перемещение; б) путь; в) среднюю скорость перемещения точки за время от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с. Запишите закон движения этой точки.

1.4.23. Две машины в момент времени $t = 0$ выехали из пункта A в одном направлении по одной дороге. По графикам зависимости скоростей машин от времени (рис. 1.4.2) определите время и путь, пройденный каждой машиной до их встречи.

1.4.24. Зависимость ускорения тела от времени приведена на рисунке 1.4.3. Начертите графики зависимостей скорости, перемещения, координаты тела от времени. В момент времени $t = 0$ скорость тела $v_0 = 4$ м/с, координата $x_0 = 0$. Найдите среднюю скорость перемещения и среднюю путевую скорость за первые $\Delta t = 6$ с движения.

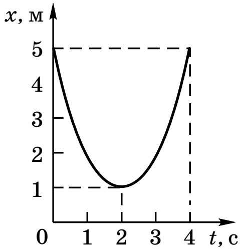


Рис. 1.4.1

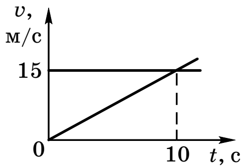


Рис. 1.4.2

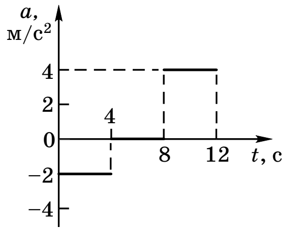


Рис. 1.4.3

1.4.25. Два тела, расстояние между которыми $l = 60$ м, начинают двигаться одновременно в одном направлении. Первое тело движется равномерно со скоростью $v = 4$ м/с, а второе, догоняющее первое, — с ускорением $a = 2$ м/с^2. Через какое время они встретятся?

1.4.26. Два тела, расстояние между которыми $l =$ 128 м, начинают одновременно двигаться навстречу друг другу: первое — из состояния покоя с ускорением $a_1 = 2$ м/с^2, второе — с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с равнозамедленно с ускорением $a_2 = 1$ м/с^2. Через какое время они встретятся?

1.4.27. Два автомобиля начинают одновременно двигаться с одинаковой скоростью из пункта A в пункт B. Первый движется равномерно по прямой дороге AB, второй — по объездной дороге ACB (рис. 1.4.4). Скорость второго к концу пути AC увеличивается вдвое, а при подходе к пункту B скорость его уменьшается до первоначального значения. Какой из автомобилей приедет в пункт B раньше и во сколько раз? Считать треугольник дорог (ACB) равносторонним.

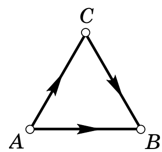


Рис. 1.4.4

1.4.28. Законы движения двух автомобилей имеют соответственно вид: $x_1 = 3t + 0{,}4t^2$ и $x_2 = 80 - 20t$. Найдите время и место их встречи. Где будет находиться первый автомобиль, когда координата второго $x_2 = 0$?

1.4.29. Два мотоциклиста движутся так, что их координаты изменяются по законам: $x_1 = 10 + 0{,}5t^2$ и $x_2 = 10t$. Определите их относительную скорость в момент встречи.

1.4.30. Два мотоциклиста одновременно выезжают навстречу друг другу из пунктов A и B, находящихся на склоне горы. Расстояние между пунктами $l = 300$ м. Первый мотоциклист поднимается в гору равнозамедленно с начальной скоростью $v_1 = 30$ м/с, второй спускается с горы равноускоренно с начальной скоростью $v_2 = 10$ м/с.

Модули ускорений одинаковы и равны $a = 2$ м/с^2. Найдите время и пути, пройденные каждым до встречи.

1.4.31. В момент, когда тронулся поезд, провожающий начал равномерно бежать по ходу поезда со скоростью $v_0 = 3{,}5$ м/с. Считая движение поезда равноускоренным, найдите его скорость в тот момент, когда провожающий поравняется с отъезжающим.

1.5. Движение тела, брошенного вертикально[1)]

1.5.1. Спортсмен прыгает с вышки в воду. На сколько сопротивление воздуха увеличивает время падения, если высота вышки $h = 10$ м, а время падения $t = 1{,}8$ с?

1.5.2. Какое время и с какой высоты падало тело, если последние $\Delta h = 60$ м пути оно прошло за время $\Delta t = 2$ с?

1.5.3. Камень, свободно падая с некоторой высоты, перед ударом о землю достиг скорости $v = 14$ м/с. В какой момент времени после начала падения он находился на половине от первоначальной высоты?

1.5.4. Тело свободно падает с высоты $h = 196$ м. Найдите среднюю скорость падения на второй половине пути.

1.5.5. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время $t_1 = 4$ с, а такой же последний — за время $t_2 = 2$ с. Найдите высоту и время падения тела.

1.5.6. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, за время $t = 2$ с после начала движения проходит путь в $n = 4$ раза меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите высоту и время падения тела.

1.5.7. Тело брошено вертикально вниз с высоты $h = 20$ м со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Найдите скорость тела к моменту его падения на землю.

1.5.8. С какой начальной скоростью нужно бросить вертикально вниз тело с высоты $h = 39{,}2$ м, чтобы оно упало на $\Delta t = 2$ с быстрее тела, свободно падающего с этой высоты?

• **1.5.9.** С крыши дома оторвалась маленькая сосулька и пролетела мимо окна, высота которого $h = 1{,}5$ м, за время $t = 0{,}2$ с. С какой высоты H относительно верхнего края окна она оторвалась?

1.5.10. Мяч бросают вертикально вверх со скоростью $v = 9{,}8$ м/с. Найдите максимальную высоту подъема мяча. Во сколько раз надо увеличить скорость мяча, чтобы увеличить высоту его наибольшего подъема в 9 раз?

• **1.5.11.** Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с. Сколько времени оно будет находиться на высоте, большей $h = 14{,}7$ м?

[1)] В задачах данного раздела сопротивление воздуха не учитывать.

• **1.5.12.** Мяч брошен вертикально вверх. На высоте $h = 10$ м он побывал дважды с интервалом времени $\Delta t = 2$ с. Определите начальную скорость мяча и его максимальную высоту подъема.

• **1.5.13.** Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с. В какой момент времени модуль скорости станет в $n = 2$ раза меньшим?

1.5.14. Тело, брошенное вертикально вверх, проходит за первую секунду ($t_1 = 1$ с) половину высоты подъема. Найдите: а) время полета тела; б) путь, пройденный телом за последнюю секунду падения.

1.5.15. Какова максимальная высота, на которую поднимается камень, брошенный вертикально вверх, если через $\Delta t = 1{,}5$ с скорость его уменьшилась в $n = 2$ раза?

1.5.16. Человек, находящийся в лифте, который поднимается равномерно, с высоты $h = 0{,}98$ м от пола роняет мяч. Определите промежуток времени между двумя последовательными ударами о пол лифта, считая их абсолютно упругими.

• **1.5.17.** Два шарика падают с одинаковой высоты на землю. Первый шарик падает свободно. Второй, пролетев половину своего пути, пробивает тонкую пластинку, теряя половину скорости. Во сколько раз скорость падения на землю первого шарика больше скорости падения второго?

• **1.5.18.** С вертолета, находящегося на высоте $h = 300$ м, сброшен груз. Спустя какое время груз достигнет земли, если вертолет: а) неподвижен; б) опускается со скоростью $v = 5$ м/с; в) поднимается со скоростью $v = 5$ м/с?

1.5.19. Звук выстрела и пуля одновременно достигли высоты $h = 990$ м. Выстрел произведен вертикально вверх. Какова начальная скорость пули? Скорость звука в воздухе $v = 330$ м/с.

1.5.20. Камень падает в ущелье. Через $\Delta t = 6$ с слышен звук удара камня о дно ущелья. Определите время падения камня. Скорость звука $v = 330$ м/с.

1.5.21. Два тела, расположенные на одной вертикали на расстоянии $l = 19{,}6$ м друг от друга, начинают одновременно свободно падать вниз. Найдите расстояние между телами через $\Delta t = 2$ с после начала их падения.

1.5.22. Два тела, расположенные на одной высоте, начинают свободно падать с интервалом времени $\Delta t_1 = 2$ с. Каким будет расстояние между ними через $\Delta t_2 = 4$ с после начала падения первого тела?

• **1.5.23.** С крыши дома через каждые $\tau = 0{,}2$ с падают капли воды. На каком расстоянии друг от друга будут находиться первая и четвертая капли в момент отрыва десятой капли? С какой скоростью первая капля движется относительно четвертой?

1.5.24. Два парашютиста сделали затяжной прыжок с одной и той же высоты, один вслед за другим через $t = 6$ с. В какой момент времени, считая от прыжка первого парашютиста, расстояние между ними по вертикали будет $h = 294$ м?

1.5.25. Одно тело свободно падает с высоты $h = 392$ м. Одновременно другое тело брошено с земли вертикально вверх со скоростью $v = 78{,}4$ м/с. Когда и на какой высоте тела встретятся?

1.5.26. С высоты $H = 10$ м над землей свободно начинает падать мяч. Одновременно с земли бросают вертикально вверх камень, и они сталкиваются на высоте $h = 1$ м. С какой скоростью был брошен камень?

• **1.5.27.** С воздушного шара, опускающегося с постоянной скоростью $v = 4$ м/с, бросили вертикально вверх груз со скоростью $u = 20$ м/с относительно шара. Определите расстояние между грузом и шаром в тот момент, когда груз достигает высшей точки подъема. Спустя какое время после броска груз пролетит мимо шара?

1.5.28. Аэростат стартует с поверхности земли с ускорением $a = 2$ м/с^2. Через $\Delta t = 5$ с после старта с него сброшен балласт без начальной скорости относительно аэростата. Какое время балласт будет падать на землю? Какова его скорость в момент соприкосновения с землей?

1.5.29. Парашютист, спускающийся равномерно со скоростью $v = 4{,}9$ м/с, бросает вертикально вверх небольшое тело со скоростью v_0 относительно себя.

1. Через какое время после броска тело и парашютист окажутся на одной высоте?

2. На какой высоте относительно точки броска это произойдет?

3. Чему равно максимальное расстояние между телом и парашютистом?

1.5.30. Парашютист, спускающийся равномерно со скоростью $v = 4{,}9$ м/с, в момент, когда он находился на высоте $h = 98$ м над поверхностью земли, бросил вертикально вниз небольшое тело со скоростью $v_0 = 9{,}8$ м/с относительно себя. Какой промежуток времени разделяет моменты приземления тела и парашютиста?

1.5.31. Жонглер через равные промежутки времени бросает вертикально вверх с одинаковой начальной скоростью шары. Известно, что в тот момент, когда он бросает пятый шар, первый находится от пятого на расстоянии $h = 3$ м. Какой должна быть минимальная начальная скорость шара, чтобы можно было жонглировать при таком условии пятью ($n = 5$) шарами?

1.6. Вращательное движение

1.6.1. Корабль-спутник «Восток-5» с космонавтом Николаевым на борту совершил $N = 64$ оборота вокруг Земли за $t = 95$ ч. Определите период обращения спутника и угловую скорость его движения.

1.6.2. Частота вращения воздушного винта самолета $n = 1500$ об/мин. Сколько оборотов сделает винт на пути $l = 90$ км при скорости полета $v = 180$ км/ч?

1.6.3. Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l = 0{,}6$ м друг от друга, вращается с частотой $n = 1500$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси (рис. 1.6.1), пробивает оба диска; при этом отверстие во втором диске смещено относительно отверстия в первом на угол $\varphi = 6{,}28°$. Найдите скорость пули.

1.6.4. Две точки M и K движутся по окружности (рис. 1.6.2) с постоянными угловыми скоростями $\omega_M = 0{,}4$ рад/с, $\omega_K = 0{,}1$ рад/с. В начальный момент времени угол между радиусами точек $\varphi = \pi/2$. В какие моменты времени точки будут встречаться?

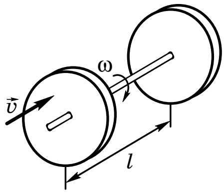


Рис. 1.6.1

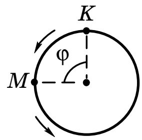


Рис. 1.6.2

1.6.5. Две точки равномерно движутся по окружности. Первая точка движется по часовой стрелке, делая один оборот за $T = 5$ с, вторая движется против часовой стрелки и частота ее обращения $n = 0{,}6$ об/с. Сколько раз они встретятся за $t = 20$ с движения?

1.6.6. Сколько раз за сутки встречаются часовая и минутная стрелки часов? Период вращения часовой стрелки $T_ч = 12$ ч, минутной стрелки $T_м = 1$ ч.

1.6.7. При увеличении в $n = 4$ раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника планеты период его обращения увеличивается в $k = 8$ раз. Во сколько раз и как изменяется скорость движения спутника по орбите?

1.6.8. Первая в мире орбитальная космическая станция, образованная в результате стыковки космических кораблей «Союз-4» и «Союз-5», имела период обращения $T = 88{,}85$ мин и среднюю высоту над поверхностью Земли $h = 230$ км (считаем орбиту круговой). Найдите среднюю скорость движения станции.

1.6.9. Малый шкив ременной передачи имеет радиус $R_1 = 12$ см и вращается с частотой $n_1 = 320$ об/мин. Найдите частоту вращения большого шкива, радиус которого $R_2 = 24$ см, а также линейную скорость точек ремня шкива, который движется без проскальзывания.

1.6.10. Диск равномерно вращается относительно оси, проходящей через его центр и ему перпендикулярной. Линейная скорость края диска $v_1 = 40$ м/с. У точек, расположенных на расстоянии $l = 10$ см ближе к оси, скорость $v_2 = 30$ см/с. Найдите радиус диска.

• **1.6.11.** Найдите частоту равномерного вращения колеса, если линейная скорость точки, лежащей на его ободе, $v_1 = 4$ м/с и в $k = 2$ раза больше скорости точки, лежащей на $d = 10$ см ближе к оси колеса.

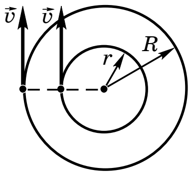


Рис. 1.6.3

1.6.12. Две материальные точки одновременно начали движение с одинаковой постоянной скоростью $v = 5$ см/с: одна — по окружности радиусом $r = 50$ см, другая — по окружности радиусом $R = 1$ м (рис.1.6.3). Найдите угол между направлениями ускорений через время $t = 31{,}4$ с после начала движения.

• **1.6.13.** Однородный диск радиусом $R = 0{,}4$ м катится без проскальзывания со скоростью $v = 4$ м/с (рис. 1.6.4). Найдите скорости точек диска A, B, C, D (точка D лежит посередине радиуса). Угол $\alpha = 60°$.

• **1.6.14.** Колесо радиусом $R = 0{,}3$ м, пробуксовывая, катится по ровной горизонтальной дороге. Найдите угловую скорость вращения колеса (рис. 1.6.5), если скорость его нижней точки $v_1 = 3$ м/с, а верхней $v_2 = 9$ м/с.

• **1.6.15.** Колесо, проскальзывая, катится по горизонтальной поверхности (рис. 1.6.6). В некоторый момент времени скорость самой верхней точки колеса $v_1 = 8$ м/с, центра колеса — $v = 6$ м/с. С какой скоростью и в каком направлении движется нижняя точка колеса?

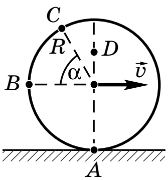


Рис. 1.6.4

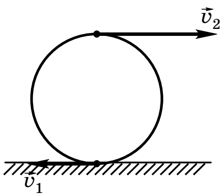


Рис. 1.6.5

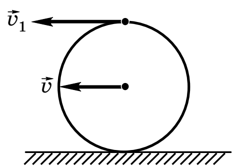


Рис. 1.6.6

1.6.16. Цилиндр радиусом $R = 10$ см зажат между параллельными рейками, движущимися со скоростями $v_1 = 5$ м/с и $v_2 = 3$ м/с (рис. 1.6.7). Найдите скорость поступательного движения цилиндра и его угловую скорость вращения.

• **1.6.17.** Шар радиусом $R = 30$ см катится без проскальзывания по двум параллельным доскам, расстояние между которыми $d = 36$ см (рис. 1.6.8). В некоторый момент времени скорость центра шара $v = 2$ м/с. Определите скорости верхней и нижней точек шара в этот же момент времени.

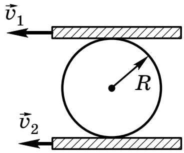


Рис. 1.6.7

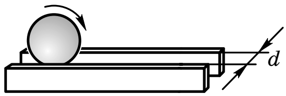


Рис. 1.6.8

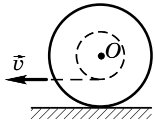


Рис. 1.6.9

• **1.6.18.** Катушка с намотанной на ней нитью лежит на горизонтальной поверхности и может катиться по ней без скольжения (рис. 1.6.9). Внешний радиус катушки $R = 1$ см, внутренний — $r = 0,6$ см.

1. С какой скоростью и в каком направлении будет перемещаться ось катушки O, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью $v = 4$ см/с?

2. Чему равна угловая скорость вращения катушки?

1.6.19. На катушку, изображенную на рисунке 1.6.10, намотаны две нити: конец одной закреплен, к концу второй привязан груз. Отношение внешнего радиуса к внутреннему $R/r = 2$. Найдите отношение скоростей, с которыми опускаются груз и ось катушки.

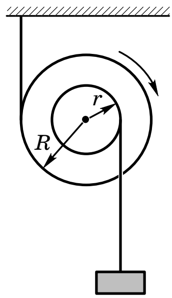


Рис. 1.6.10

1.6.20. На катушку, изображенную на рисунке 1.6.11, намотаны две нити: один конец закреплен, к концу второй привязан груз. Внешний радиус катушки $R = 3$ см, внутренний — $r = 2$ см. В некоторый момент времени скорость оси катушки $v_0 = 0,5$ м/с. Чему равна в этот момент скорость груза и куда она направлена?

• **1.6.21.** Определите вызванные суточным вращением Земли линейную скорость и центростремительное ускорение точек земной поверхности: на экваторе, на широте $\varphi = 45°$ и на полюсе.

1.6.22. Точка движется по окружности радиусом $R = 0,5$ м. Определите ее перемещение за время, в течение которого она совершит: а) 1 оборот; б) $\frac{1}{2}$ оборота; в) $\frac{1}{4}$ оборота; г) $\frac{1}{6}$ оборота.

1.6.23. Автомобиль движется по закругленному шоссе, имеющему радиус кривизны $R = 40$ м. Закон движения автомобиля имеет вид $s = 4 + 12t - 0,5t^2$. Найдите: скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения в момент времени $t = 2$ с.

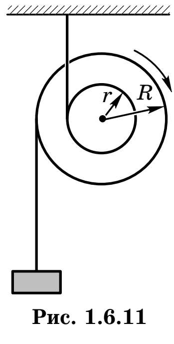


Рис. 1.6.11

1.6.24. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1$ м. Пройденный путь зависит от времени по закону $s = 2t$. Найдите: а) линейную и угловую скорости точки; б) нормальное ускорение точки; в) число оборотов, которые она сделает за любые $\Delta t = 10$ с движения.

1.6.25. По окружности радиусом $R = 10$ м одновременно движутся две точки так, что законы их движения имеют вид: $\varphi_1 = -2 + 2t$ и $\varphi_2 = 3 - 4t$.

1. Определите их относительную скорость в момент времени $t_1 = 2$ с.

2. Найдите время между двумя последовательными встречами точек.

• **1.6.26.** Вал радиусом $R = 5$ см начинает равноускоренно вращаться и за первые $t = 10$ с совершает $N = 50$ оборотов. Определите угловое ускорение, конечную скорость вала, тангенциальное ускорение, конечные нормальное ускорение и линейную скорость наиболее удаленной точки вала от оси вращения.

• **1.6.27.** Колесо вращается по закону: $\varphi = 40 + 50t - 25t^2$. Найдите число оборотов, которые сделает колесо до полной остановки, и путь, пройденный за это же время точкой колеса, лежащей на его ободе. Радиус колеса $R = 0{,}5$ м.

• **1.6.28.** Точка начинает движение ($v_0 = 0$) по окружности радиусом $R = 40$ см с постоянным касательным ускорением $a_\tau = 10$ см/с^2. Спустя какое время после начала движения центростремительное ускорение будет в $k = 4$ раза больше касательного? Каков будет угол между скоростью и полным ускорением в этот момент времени? Сколько оборотов сделает точка по окружности за это время?

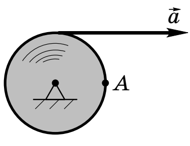


Рис. 1.6.12

1.6.29. Шкив радиусом $R = 0{,}2$ м приводится во вращение с помощью веревки, намотанной на него (рис. 1.6.12). Конец веревки тянут с ускорением $a = 1$ см/с^2. Найдите: а) угловое ускорение шкива; б) угловую скорость шкива спустя $\Delta t_1 = 10$ с после начала вращения; в) тангенциальное ускорение точки A. На какой угол повернется шкив спустя $\Delta t_2 = 4$ с после начала вращения?

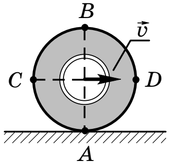


Рис. 1.6.13

1.6.30. Скорость поступательного движения колеса, катящегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности (рис. 1.6.13), изменяется со временем по закону $v = 4 + 2t$. Радиус колеса $R = 0{,}5$ м.

1. Найдите скорости точек колеса A, B, C, D, лежащих на концах взаимно перпендикулярных диаметров, один из которых горизонтален, в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с.

2. Найдите угловую скорость вращения колеса в момент времени $t_2 = 1$ с.

1.7. Движение тела, брошенного горизонтально[1)]

1.7.1. Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 1080$ км/ч. Установленный на самолете пулемет делает $n = 1200$ выстрелов в минуту. На каких расстояниях друг от друга будут ложиться пули на поверхности Земли?

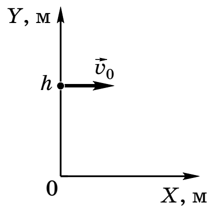


Рис. 1.7.1

• **1.7.2.** Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью $v = 10$ м/с, равна высоте бросания. С какой высоты брошено тело?

1.7.3. Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 25$ м/с с высоты $h = 25$ м (рис. 1.7.1).

1. Напишите закон движения тела в координатной форме.

2. Найдите уравнение траектории тела.

3. Определите время и дальность полета тела.

1.7.4. С самолета, летящего горизонтально на высоте $h = 500$ м с постоянной скоростью $v = 180$ км/ч, сбросили груз. На какой высоте скорость груза будет составлять угол $\alpha = 30°$ с горизонтом?

1.7.5. С крыши дома высотой $h = 20$ м горизонтально бросают мяч со скоростью $v = 30$ м/с. Определите перемещение мяча за время полета.

1.7.6. Камень бросают горизонтально со скоростью $v = 19{,}8$ м/с. За какое время полета скорость камня удвоится? Какой угол с горизонтом она будет составлять в этот момент времени?

• **1.7.7.** Самолет летит горизонтально с постоянной скоростью $v = 100$ м/с на высоте $h = 500$ м. С самолета нужно сбросить груз на корабль, движущийся встречным курсом со скоростью $u = 10$ м/с. На каком расстоянии от корабля по горизонтали летчик должен сбросить груз?

1.7.8. Мяч брошен горизонтально со скоростью $v = 20$ м/с со склона горы, образующей с горизонтом угол $\alpha = 45°$ (см. рис. 1.7.2). На каком расстоянии s от точки бросания он упал?

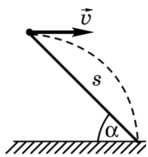


Рис. 1.7.2

1.7.9. Мяч бросают горизонтально с наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30°$ (см. рис. 1.7.2). Какой угол с горизонтом составит вектор скорости мяча в момент его падения на плоскость?

1.7.10. Два камня брошены горизонтально с одной высоты со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 20$ м/с соответственно (рис. 1.7.3). Найдите расстояние между камнями через $t = 0{,}1$ с. Первоначальное расстояние между камнями не учитывать.

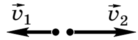


Рис. 1.7.3

[1)] Во всех задачах данного и следующего разделов предполагается в рамках выбранной модели решения сопротивление воздуха не учитывать.

• **1.7.11.** Шарик, катившийся по горизонтальному столу со скоростью $v = 3{,}5$ м/с, попадает в пространство между двумя вертикальными стенками, расстояние между которыми $l = 20$ см (рис. 1.7.4). Сколько раз шарик ударится о стенки до падения на пол? Высота стола $h = 90$ см, радиус шарика $R = 2$ см. Вектор начальной скорости шарика перпендикулярен стенкам; удары шарика считать упругими.

1.7.12. Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 20$ м/с с некоторой высоты. Найдите модуль перемещения и угол, который перемещение составляет с горизонтом, через $\Delta t = 2$ с после начала движения.

1.7.13. Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Найдите его нормальное и тангенциальное ускорения через $t = 0{,}2$ с после начала движения.

1.7.14. По столу без проскальзывания движется цилиндр радиусом $R = 0{,}2$ м (рис. 1.7.5). При какой скорости центра цилиндра он не ударится о край стола, слетев с него?

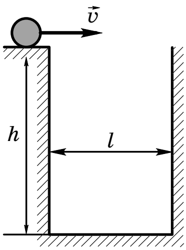


Рис. 1.7.4

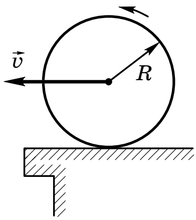


Рис. 1.7.5

1.8. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

• **1.8.1.** Струя воды из шланга вылетает со скоростью $v = 50$ м/с под углом $\alpha = 35°$ к горизонту. Найдите дальность полета и наибольшую высоту подъема струи.

• **1.8.2.** Под каким углом к горизонту следует бросить тело, чтобы максимальная высота его подъема была равна дальности бросания?

1.8.3. Футболист забивает штрафной гол с расстояния $l = 11$ м точно под перекладину ворот, высота которых $h = 2{,}5$ м. Какую скорость v и под каким углом α к горизонту сообщил мячу футболист?

1.8.4. Два тела брошены с земли под углами $\alpha = 30°$ и $\beta = 60°$ к горизонту из одной точки. Каково отношение максимальных высот подъема этих тел, если они упали на землю также в одной точке?

1.8.5. Два камня бросают с равными начальными скоростями под углами α и 2α к горизонту. Определите значение угла α, если дальность полета первого камня в 3 раза больше дальности полета второго.

1.8.6. Какой должна быть минимальная скорость у мальчика, чтобы он смог перепрыгнуть канаву шириной $s = 3$ м?

1.8.7. Двое играют в мяч, бросая его друг другу. Какой максимальной высоты достигает мяч во время игры, если от одного игрока к другому он летит $t = 2$ с?

1.8.8. Из шланга, установленного на земле, бьет струя воды со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найдите максимальную площадь s, которую можно полить из этого шланга, если его можно располагать под любым углом к земле.

1.8.9. Мяч брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Пролетев по горизонтали расстояние $l_1 = 6$ м, он идеально упруго ударяется о стенку и падает на расстоянии $l_2 = 10$ м от нее. Найдите начальную скорость мяча.

1.8.10. Из отверстия шланга, прикрытого пальцем, бьют две струи под углами $\alpha = 30°$ и $\beta = 45°$ к горизонту с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с. На каком расстоянии по горизонтали от отверстия шланга они пересекаются?

1.8.11. В цилиндрической лунке прыгает шарик (рис. 1.8.1), упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Время, в течение которого шарик движется слева направо, $t_1 = 0{,}3$ с, а при движении справа налево — $t_2 = 0{,}4$ с. Определите радиус лунки.

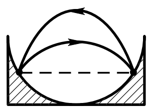


Рис. 1.8.1

1.8.12. Тело брошено со скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определите перемещение тела за $t = 1$ с движения. Под каким углом β к горизонту в этот момент времени будет находиться тело, если смотреть на него из точки бросания?

1.8.13. Для тела, брошенного с земли с начальной скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, постройте график зависимости проекции v_y скорости от координаты x.

1.8.14. Тело брошено с поверхности земли с начальной скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найдите перемещение тела от начальной точки бросания до ближайшей точки, в которой нормальное ускорение тела $a_n = 8$ м/с^2.

1.8.15. Тело брошено со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найдите радиусы кривизны траектории тела: а) в начальный момент движения; б) спустя время $t = 0{,}5$ с после начала движения; в) в точке наивысшего подъема тела над поверхностью земли.

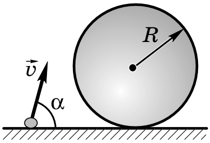


Рис. 1.8.2

1.8.16. Мяч радиусом $R = 0{,}2$ м лежит на поверхности стола (рис. 1.8.2.). С какой наименьшей скоростью нужно бросить монетку с поверхности стола, чтобы она перелетела через мяч?

• **1.8.17.** С вершины горы под углом наклона $\alpha = 30°$ бросают камень с начальной скоростью $v = 6$ м/с перпендикулярно склону горы. На каком расстоянии от точки бросания упадет камень?

• **1.8.18.** Лучник находится на крепостной стене. Стрела, выпущенная из лука со скоростью $v_0 = 40$ м/с под некоторым углом к горизонту, побывала дважды на высоте $h = 30$ м над землей в моменты времени $t_1 = 1$ с и $t_2 = 3$ с после выстрела. Найдите время полета стрелы до падения на землю.

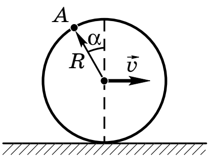


Рис. 1.8.3

1.8.19. С колеса автомобиля, движущегося со скоростью $v = 120$ км/ч, слетают комки грязи. На какую максимальную высоту над поверхностью дороги будет подбрасываться грязь, оторвавшаяся от точки A колеса, указанной на рисунке 1.8.3? Радиус колеса $R = 60$ см, угол $\alpha = 30°$. Колеса на поверхности дороги не пробуксовывают.

• **1.8.20.** Мальчик находится на расстоянии $s = 5$ м от забора высотой $H = 2{,}5$ м. С какой минимальной скоростью мальчик должен бросить маленький мяч, чтобы тот перелетел через забор? Бросок произведен с высоты $h = 1{,}5$ м от поверхности земли.

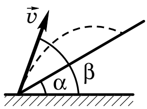


Рис. 1.8.4

1.8.21. Из минометa ведут стрельбу по объектам, расположенным на склоне горы (рис. 1.8.4). Под каким углом β к горизонту должен стрелять миномет, чтобы расстояние от него до точки падения было наибольшим? Склон горы составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$.

1.8.22. Маленький шарик роняют с высоты $h = 50$ см на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

1.8.23. Шарик свободно падает с высоты h на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (рис. 1.8.5). Найдите отношение расстояний между точками, в которых шарик ударяется о наклонную плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

• **1.8.24.** Тело свободно падает с высоты $H = 4$ м. На высоте $h = 2$ м оно упруго ударяется о небольшую площадку, закрепленную под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 1.8.6). Найдите время движения тела и его дальность полета.

1.8.25. С балкона, с высоты $H_0 = 7$ м упал камешек и на высоте $h_0 = 5$ м ударился о козырек подъезда, расположенный под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Считая удар абсолютно упругим, определите, упадет ли камешек на крышу микроавтобуса высотой $L = 2$ м, припаркованного у подъезда, как показано на рисунке 1.8.7 ($s_1 = 4$ м; $s_2 = 7$ м).

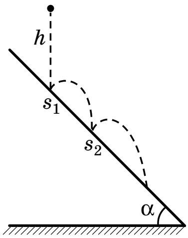


Рис. 1.8.5

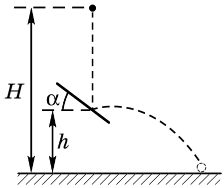


Рис. 1.8.6

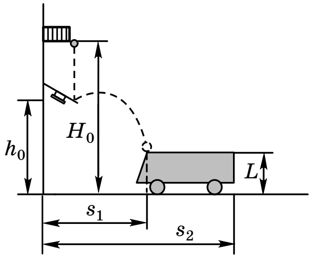


Рис. 1.8.7

1.8.26. Бомбардировщик пикирует на цель под углом $\alpha = 60°$ к горизонту со скоростью $v_0 = 100$ м/с и сбрасывает бомбу на высоте $h = 600$ м. На каком расстоянии по горизонтали от цели надо освободить бомбу, чтобы она попала в цель? Рассмотрите случаи: а) цель неподвижна; б) цель приближается по курсу самолета со скоростью $v = 20$ м/с.

1.8.27. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0 = 300$ м/с каждый: первый — под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, второй — под углом $\beta = 30°$ (азимут один и тот же). Найдите интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.8.28. Модель самолета летит горизонтально на высоте $h = 9{,}8$ м со скоростью $v = 9{,}8$ м/с. Под каким углом к горизонту мальчик должен бросить камень со скоростью $v_0 = 19{,}6$ м/с, чтобы он попал в самолет? В момент броска модель самолета была над мальчиком. В какой момент времени камень попадет в цель?

• **1.8.29.** Два мальчика стоят на расстоянии $s = 4{,}8$ м друг от друга. Один мальчик бросает вертикально вверх спичечный коробок со скоростью $v = 6$ м/с. Второй мальчик стреляет из рогатки камешком так, что камешек попадает в коробок, находящийся в верхней точке своей траектории. С какой скоростью камешек вылетел из рогатки?

• **1.8.30.** Со стола высотой $h = 1{,}2$ м сбрасывают шарик, сообщая ему горизонтальную скорость $v_1 = 1$ м/с. В момент, когда шарик в третий раз ударяется о пол, с того же стола сбрасывают другой шарик, сообщая ему такую скорость, чтобы он столкнулся с первым шариком. На какой высоте $h_{ст}$ произойдет столкновение шариков? Найдите начальную скорость второго шарика. Удар о пол можно считать идеально упругим.

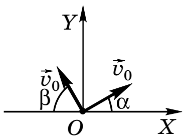


Рис. 1.8.8

1.8.31. Из точки $x_0 = y_0 = 0$ в момент времени $t_0 = 0$ одновременно брошены два тела с начальной скоростью $v_0 = 15$ м/с каждое под разными углами $\alpha = 30°$ и $\beta = 60°$ к горизонту соответственно (рис. 1.8.8). Найдите скорость движения тел друг относительно друга и расстояние между телами в момент времени $t = 3$ с.

1.9. Движение материальной точки в плоскости *X*,*Y*

1.9.1. Материальная точка переместилась из точки с координатами $x_1 = 2$ м и $y_1 = -5$ м в точку с координатами $x_2 = -2$ м и $y_2 = 1$ м. Найдите проекции перемещения на оси X и Y. Найдите перемещение $\Delta\vec{r}$ и его модуль Δr.

1.9.2. Тело перемещается последовательно из точки $A(2, 2, 0)$ в точку $B(1, 1, 0)$ со скоростью $v_1 = 2$ м/с, затем из точки B в точку $C(5, 5, 0)$ со скоростью $v_2 = 4$ м/с. Найдите модуль средней скорости $\langle v \rangle$ и среднюю путевую скорость v_s.

1.9.3. Тело совершило два последовательных одинаковых по модулю перемещения со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 30$ м/с под углами $\alpha_1 = 30°$ и $\alpha_2 = 150°$ к оси OX соответственно. Найдите среднюю путевую скорость v_s и модуль средней скорости перемещения.

1.9.4. Тело совершило два последовательных перемещения за равные промежутки времени со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 30$ м/с под углами $\alpha_1 = 30°$ и $\alpha_2 = 150°$ к оси OX соответственно. Найдите среднюю путевую скорость v_s и модуль средней скорости перемещения.

1.9.5. По прямому шоссе со скоростью $v_1 = 54$ км/ч движется автобус. Человек находится на расстоянии $a = 60$ м от шоссе и на расстоянии $b = 400$ м от автобуса. В каком направлении должен бежать человек со скоростью $v_2 = 5$ м/с, чтобы добежать до автобуса в наикратчайшее время?

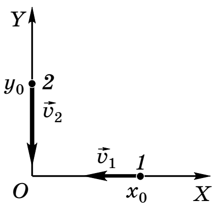


Рис. 1.9.1

• **1.9.6.** Точки *1* и *2* движутся по осям OX и OY соответственно (рис. 1.9.1). В момент времени $t_0 = 0$ точка *1* находится на расстоянии $x_0 = 10$ см от начала координат и движется со скоростью $v_1 = 2$ см/с. У точки *2* в этот же момент времени $y_0 = 5$ см и $v_2 = 4$ см/с. Встретятся ли эти точки? Если нет, то найдите минимальное расстояние между ними.

1.9.7. Две частицы движутся прямолинейно и равномерно в одной плоскости со скоростями $v_1 = 0{,}4$ м/с и $v_2 = 0{,}7$ м/с так, что угол между направлениями их движений $\alpha = 60°$. С какой скоростью одна частица удаляется от другой?

1.9.8. Две точки движутся по прямолинейным траекториям, которые пересекаются под углом $\alpha = 60°$ друг к другу (рис. 1.9.2). В момент времени $t_0 = 0$ точка *1* находилась на расстоянии $l_1 = 10$ см, а точка *2* — на расстоянии $l_2 = 5$ см от точки пересечения траекторий. Первая точка движется со скоростью $v_1 = 2$ см/с, вторая — со скоростью $v_2 = 4$ см/с. Найдите наименьшее расстояние между точками. В какой момент времени расстояние между ними минимально?

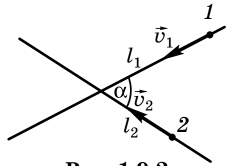


Рис. 1.9.2

• **1.9.9.** Самолет, летящий горизонтально с некоторой скоростью v_0, начинает подниматься вверх, описывая окружность, лежащую в вертикальной плоскости. Скорость самолета при этом изменяется с высотой h над первоначальным уровнем движения по закону: $v^2 = v_0^2 - 2a_0h$, где $a_0 = 1$ м/с^2. В верхней точке траектории скорость самолета оказалась равной $v_1 = \frac{1}{2}v_0$. Определите ускорение самолета в тот момент времени, когда его скорость была направлена вертикально вверх.

1.9.10. Тело, движущееся равнопеременно, за время $\Delta t = 5$ с увеличило свою скорость в $n = 2$ раза. Найдите ускорение тела, если начальная скорость тела $v_0 = 10$ м/с, а направление его движения изменилось на угол $\alpha = 60°$.

1.9.11. Закон движения материальной точки имеет вид: $\vec{r} = (3 - 4t)\vec{i}$. Найдите перемещение и модуль перемещения точки за промежуток времени движения от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 5$ с.

1.9.12. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону: $\vec{r} = 4t\vec{i} - (10t^2 - 4)\vec{j}$. Найдите уравнение траектории движения точки.

1.9.13. Закон движения материальной точки имеет вид: $\vec{r} = 3t\vec{i} + (3 + 2t^2)\vec{j}$. Найдите: а) радиус-вектор и его модуль в моменты времени $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с; б) перемещение и модуль перемещения за две секунды движения ($\Delta\vec{r}$ и Δr) и за вторую секунду движения.

1.9.14. Закон движения материальной точки имеет вид: $\vec{r} = 20t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$. Найдите уравнение траектории.

1.9.15. В момент времени $t_0 = 0$ материальная точка начинает свое движение из начала координат так, что ее скорость зависит от времени по закону: $\vec{v} = 3\vec{i} + 18(1 - t)\vec{j}$. Определите положение точки через $\Delta t = 10$ с после начала движения. Найдите уравнение траектории материальной точки.

1.9.16. Материальная точка движется с постоянным ускорением $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Определите скорость точки и ее положение в момент времени $t = 1$ с, если в момент времени $t_0 = 0$ ее координаты: $x_0 = 2$ м, $y_0 = -3$ м, а скорость $\vec{v}_0 = 4\vec{i} - 5\vec{j}$.

1.9.17. Закон движения материальной точки имеет вид:

$$x = 2 + 3t - t^2,\ y = -1 + 3t.$$

Найдите ускорение точки и угол между скоростью и ускорением в момент времени $t = 1$ с.

1.9.18. Материальная точка движется так, что ее скорость изменяется по закону $\vec{v} = (2 - t)\vec{i} + 2\vec{j}$. Найдите нормальное и тангенциальное ускорения точки и радиус кривизны ее траектории в момент времени $t = 2$ с.

1.9.19. Частица движется в плоскости XO — вдоль оси OX равномерно со скоростью $v_x = 5$ см/с, а вдоль оси OY так, что уравнение траектории имеет вид:

$$y = 5 + 10x + 5x^2.$$

Найдите зависимость скорости движения частицы вдоль оси OX от времени, полагая, что при $t = 0$ координаты частицы $x_0 = 0$, $y_0 = 5$ м.

1.9.20. Закон движения материальной точки имеет вид:

$$\vec{r} = (0{,}5\sin 2t)\,\vec{i} + (0{,}5\cos 2t)\vec{j}.$$

1. Найдите уравнение траектории точки.
2. Где находилась точка в начальный момент времени ($t_0 = 0$)?
3. В каком направлении движется точка?
4. Найдите модули скорости и ускорения точки в любой момент времени.

1.9.21. Законы движения точек *1* и *2* имеют вид: $x_1 = 2t$, $y_1 = 5t$ и $x_2 = t + 1$, $y_2 = t^2 + 4$ соответственно. Встретятся ли эти точки? Если точки встретятся, то в какой момент времени?

1.9.22. Закон движения первой точки имеет вид: $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t\vec{j}$. Вторая точка движется по траектории $y = 5x^2$. Возможна ли встреча этих точек? Если да, то в какой момент времени они встретятся и каковы координаты их места встречи?

1.9.23. Две частицы движутся так, что радиус-вектор первой частицы $\vec{r}_1 = (2\cos 2\pi t)\vec{i} + (2\sin 2\pi t)\vec{j}$, а второй $\vec{r}_2 = 4t\vec{i} - (4t^2 - 1)\vec{j}$.

1. Найдите уравнение траектории каждой частицы.
2. Определите расстояние между частицами в момент времени $t = 0{,}5$ с.

1.9.24. С башни горизонтально со скоростью $v_0 = 10$ м/с пустили стрелу. Во время полета стрела сносится порывом горизонтального ветра, направление которого перпендикулярно начальной скорости стрелы. Скорость ветра в момент броска равна нулю и нарастает с ускорением $a = 4$ м/с^2. Найдите скорость стрелы в точке падения, если модуль вектора перемещения стрелы за время полета $\Delta r = 25$ м. Под каким углом к горизонту направлена скорость стрелы в момент падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.9.25. С вышки бросают маленькое тело, скорость которого направлена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (вверх). Во время полета тела дует горизонтальный ветер, скорость которого перпендикулярна начальной скорости тела и равна $v_{\text{в}} = 10$ м/с. Тело ударяется о землю через $\Delta t = 3$ с со скоростью $v = 25$ м/с. С какой начальной скоростью и с какой высоты было брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Глава 2. ДИНАМИКА

2.1. Второй закон Ньютона

2.1.1. Под действием некоторой горизонтальной силы тележка приобретает ускорение $a_1 = 2$ м/с^2. Если на тележку положить груз массой $m = 2$ кг, то под действием той же силы ускорение тележки будет $a_2 = 1$ м/с^2. Найдите массу тележки.

2.1.2. Если тележку тянуть с ускорением $a = 2$ м/с^2, то груз массой $m = 2$ кг будет неподвижным относительно тележки (рис. 2.1.1). Найдите силу трения, действующую на груз.

2.1.3. На рисунке 2.1.2 дан график зависимости скорости тела массой $m = 5$ кг от времени. Найдите проекцию силы на ось X (F_x) в момент времени $t_1 = 10$ с. Постройте график зависимости силы от времени.

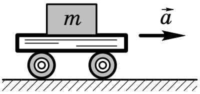


Рис. 2.1.1

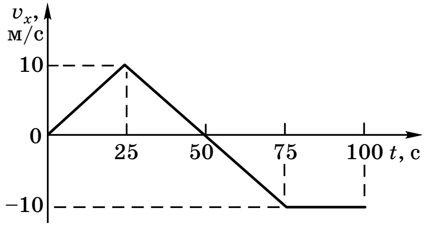


Рис. 2.1.2

2.1.4. Материальная точка массой $m = 0{,}5$ кг движется под действием силы так, что закон движения имеет вид: $x = 5 - 3t + 2t^2$. Найдите силу, действующую на точку.

• **2.1.5.** Электропоезд после прекращения работы электродвигателя останавливается спустя $t = 1$ мин под действием силы сопротивления $F = 98$ кН. С какой скоростью шел поезд? Какой путь он пройдет до остановки? Масса поезда $m = 5 \cdot 10^4$ кг.

• **2.1.6.** Равномерно движущееся тело начинает тормозить и останавливается. Тормозящая сила в момент остановки $F_0 = -24$ Н. Определите тормозящую силу спустя $t_1 = 3$ с после начала торможения, если тормозной путь зависит от времени по закону: $s = 96t - 2t^3$.

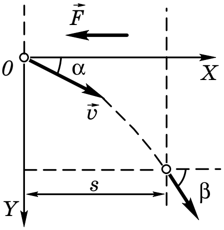


Рис. 2.1.3

• **2.1.7.** Частица массой m влетает со скоростью v в область действия тормозящей силы F под углом α к ней и вылетает под углом β (рис. 2.1.3). Определите ширину s области действия тормозящей силы и найдите уравнение траектории частицы.

2.1.8. На материальную точку, которая движется с постоянной скоростью $v_0 = 10$ м/с, начинает действовать постоянная сила. Спустя промежуток времени $t = 2$ с скорость уменьшается в 2 раза, а спустя еще такой же интервал времени скорость уменьшается еще в 2 раза. Найдите скорость точки спустя $t = 5$ с после начала действия силы и силу, действующую на точку, если ее масса $m = 0{,}2$ кг.

2.2. Прямолинейное движение тел

2.2.1. Двое тянут веревку в противоположные стороны с силой $F = 50$ Н каждый. Разорвется ли веревка, если она выдерживает силу натяжения $T = 60$ Н?

2.2.2. Брусок массой $m = 2$ кг движется под действием горизонтально направленной силы $F = 50$ Н по горизонтальной поверхности. Найдите ускорение бруска, если коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0{,}5$.

2.2.3. За какое время после начала аварийного торможения остановится автомобиль, движущийся со скоростью $v = 12$ м/с, если коэффициент трения при аварийном торможении $\mu = 0{,}6$?

2.2.4. После прекращения действия силы тяги локомотива состав остановился спустя время $t = 1$ мин. Определите расстояние, пройденное составом до полной остановки, если известно, что сила сопротивления не зависит от скорости и составляет $\eta = 2\%$ от веса всего состава.

• **2.2.5.** На высоте $h = 3{,}5$ м горизонтально подвешена труба длиной $l = 50$ см. На полу стоит маленькая катапульта, выбрасывающая шарик так, что он влетает в трубу горизонтально и, скользя по ней, останавливается у края трубы (рис. 2.2.1). Определите расстояние по горизонтали от трубы до катапульты. Коэффициент трения $\mu = 0{,}07$. Сопротивление воздуха не учитывать.

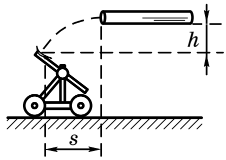


Рис. 2.2.1

2.2.6. На тело, лежащее на горизонтальной поверхности, начинает действовать сила F (рис. 2.2.2). Коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0{,}4$. Масса тела $m = 5$ кг. Определите ускорение тела, если сила равна: а) 10 Н; б) 80 Н. Постройте график зависимости ускорения тела от силы F.

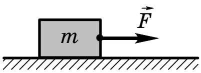


Рис. 2.2.2

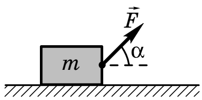


Рис. 2.2.3

2.2.7. Грузовик взял на буксир легковой автомобиль и, двигаясь равноускоренно, за время $t = 10$ с увеличил скорость на $v = 20$ м/с. На сколько при этом удлиняется трос, соединяющий автомобили, если жесткость троса $k = 2 \cdot 10^6$ Н/м? Масса автомобиля $m = 1$ т. Трение не учитывать.

2.2.8. На тело массой $m = 2$ кг начинает действовать сила, модуль которой линейно зависит от времени по закону $F = 0{,}98t$ (см. рис. 2.2.2). Определите момент времени, когда тело сдвинется с места. Постройте график зависимости модуля силы трения от времени, если коэффициент трения $\mu = 0{,}4$.

2.2.9. С какой наименьшей силой, направленной под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, необходимо тянуть брусок, чтобы он двигался прямолинейно и равномерно (рис. 2.2.3)? Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения $\mu = 0{,}3$.

2.2.10. Брусок массой $m = 3$ кг движется под действием силы $F = 6$ Н, направленной под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рис. 2.2.3). Найдите ускорение бруска, если коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0{,}2$.

2.2.11. Если к телу приложить силу $F = 12$ Н под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, то тело будет двигаться равномерно (рис. 2.2.3). С каким ускорением будет двигаться тело, если ту же силу приложить под углом $\beta = 30°$ к горизонту? Масса тела $m = 10$ кг.

2.2.12. На тело массой $m = 2$ кг в момент времени $t_0 = 0$ начала действовать сила $F = 2t$, направленная под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рис. 2.2.3). Найдите зависимость силы трения от времени, если коэффициент трения между телом и столом $\mu = 0{,}4$. В какой момент времени t тело оторвется от поверхности стола? Постройте график зависимости силы трения от времени.

2.2.13. С вершины Пизанской башни высотой $h = 55$ м уронили монету массой $m = 5$ г, которая достигла поверхности Земли со скоростью $v = 10$ м/с. Чему равна средняя сила сопротивления воздуха, действовавшая на монету при ее движении?

2.2.14. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v = 44{,}8$ м/с. Найдите время, в течение которого тело падало на землю, если сила сопротивления не зависела от скорости и в среднем составляла $\eta = 1/7$ часть его силы тяжести.

2.2.15. Бусинка массой $m = 4{,}9$ г соскальзывает по вертикальной нити (рис. 2.2.4). Найдите силу натяжения нити и ускорение бусинки, если сила трения между бусинкой и нитью $F_{тр} = 2{,}5$ мН.

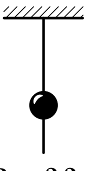


Рис. 2.2.4

2.2.16. Груз массой $m = 1$ кг подвешен к пружине жесткостью $k = 98$ Н/м. Длина недеформированной пружины $l_0 = 0{,}3$ м. Найдите длину пружины, если она с грузом будет находиться в лифте, движущемся с ускорением $a = 4{,}9$ м/с^2, направленным: а) вверх; б) вниз.

2.2.17. Найдите вес летчика-космонавта при старте с поверхности земли вертикально вверх с ускорением $a = 19{,}6$ м/с^2. Масса летчика $m = 75$ кг.

2.2.18. Груз массой $m = 240$ кг лежит на полу лифта. Найдите силу давления груза на пол, если лифт: а) поднимается с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2; б) опускается с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2; в) движется равномерно.

2.2.19. Если динамометр с прикрепленным к нему грузом поднимать замедленно вверх с ускорением $a = 0{,}6$ м/с^2 и опускать замедленно вниз с тем же ускорением, то разность показаний динамометра оказалась $\Delta F = 29{,}4$ Н. Чему равна масса m груза?

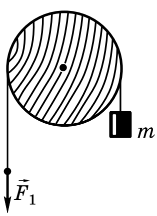


Рис. 2.2.5

2.2.20. Через неподвижное горизонтально расположенное бревно переброшена веревка (рис. 2.2.5). Чтобы удержать груз массой $m = 10$ кг, подвешенный на одном конце веревки, необходимо тянуть второй конец с минимальной силой $F_1 = 60$ Н. С какой силой F_2 нужно тянуть веревку, чтобы груз начал подниматься?

2.2.21. Брусок массой $m = 1$ кг зажат между двумя вертикальными плоскостями с силой $F = 4{,}9$ Н (рис. 2.2.6). Найдите силу трения между бруском и плоскостью при его проскальзывании и его ускорение. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0,5$.

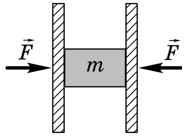


Рис. 2.2.6

2.2.22. Магнит A (рис. 2.2.7) массой $m = 0,5$ кг притягивается к стенке с силой $F_1 = 5$ Н. Если к магниту приложить еще силу $F_2 = 20$ Н, составляющую угол $\alpha = 30°$ со стенкой, то куда и с каким ускорением будет двигаться магнит? Коэффициент трения между стенкой и магнитом $\mu = 0,6$.

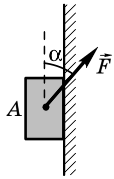


Рис. 2.2.7

2.2.23. При каком ускорении стенки брусок будет неподвижным относительно стенки (рис. 2.2.8)? Коэффициент трения между стенкой и бруском $\mu = 0,2$.

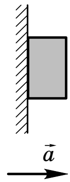


Рис. 2.2.8

2.2.24. Парашютист массой $m_1 = 80$ кг спускается на парашюте с установившейся скоростью $v_1 = 5$ м/с. Какой будет установившаяся скорость спуска на том же парашюте человека, масса которого $m_2 = 100$ кг? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости.

2.2.25. На материальную точку, масса которой $m = 0,2$ кг, действуют силы $F_1 = 0,2$ Н и $F_2 = 0,3$ Н. Угол между силами $\alpha = 60°$ (рис. 2.2.9). Найдите ускорение точки. При каком условии движение точки будет прямолинейным и равноускоренным?

• **2.2.26.** Двигатель запускаемого с земли реактивного снаряда массой m работает в течение времени $\tau = 30$ с, создавая постоянную по модулю и направлению силу тяги $F = 2,5mg$ и обеспечивая прямолинейное движение снаряда под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Определите высоту h, на которой прекращается работа двигателя. Изменением массы снаряда и сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения считать постоянным.

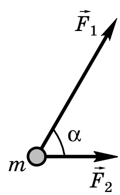


Рис. 2.2.9

2.2.27. Муха может лететь вертикально вверх с максимальной скоростью $v_1 = 1,0$ м/с, а вниз — с максимальной скоростью $v_2 = 3$ м/с. Считая «силу тяги» мухи постоянной, а силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости мухи, определите максимальную скорость мухи при полете под углом $\alpha = 30°$ к горизонту.

2.3. Наклонная плоскость

2.3.1. Брусок скользит по наклонной плоскости длиной $l = 1$ м и высотой $h = 0{,}5$ м. Найдите ускорение бруска.

2.3.2. Маленькая бусинка надета на гладкий стержень длиной $l = 50$ см, образующий угол $\alpha = 60°$ с вертикалью, и отпущена без начальной скорости. За какое время бусинка соскользнет со стержня?

2.3.3. Тело начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45°$. Пройдя путь $s = 36{,}4$ м, тело приобретает скорость $v = 20$ м/с. Найдите коэффициент трения μ.

2.3.4. У бруска одна сторона гладкая, а другая шероховатая. Если брусок положить на наклонную плоскость шероховатой стороной, то он будет лежать на грани соскальзывания. С каким ускорением будет скользить брусок, если его положить на плоскость гладкой стороной? Коэффициент трения между шероховатой стороной и плоскостью $\mu = 0{,}8$.

2.3.5. Брусок лежит на доске. Если поднимать один конец доски, то при угле наклона $\alpha = 30°$ брусок будет находиться на грани соскальзывания. Каким будет ускорение бруска, если угол наклона доски будет $\beta = 45°$?

2.3.6. При каком минимальном коэффициенте трения человек сможет вбежать на горку высотой $h = 10$ м с углом наклона $\alpha = 30°$ за время $t = 10$ с без предварительного разбега?

• **2.3.7.** На плоскости, угол наклона которой к горизонту можно изменять, находится шайба. При некотором угле наклона α шайба соскальзывает с плоскости с ускорением $a = g/2$. С каким ускорением будет соскальзывать эта шайба, если угол наклона плоскости будет $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$? Коэффициент трения шайбы о поверхность плоскости $\mu = 0{,}5$.

• **2.3.8.** Небольшое тело толкнули вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите коэффициент трения, если время подъема оказалось в $n = 2$ раза меньше времени спуска.

2.3.9. На наклонную плоскость с углом при основании $\alpha = 45°$ положили груз массой $m = 50$ кг. Какую минимальную силу, направленную вдоль плоскости, надо приложить, чтобы: а) удержать груз на плоскости? б) втаскивать равномерно вверх? в) втаскивать с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2? Коэффициент трения $\mu = 0{,}2$.

2.3.10. С каким ускорением соскальзывают санки массой $m = 10$ кг с горки с углом наклона $\alpha = 30°$ к горизонту, если их тянут вниз с постоянной горизонтальной силой $F = 50$ Н? Коэффициент трения санок о поверхность горки $\mu = 0{,}2$.

2.3.11. Какую горизонтальную силу необходимо приложить к бруску (рис. 2.3.1), чтобы он равномерно перемещался по наклонной плоскости: а) вниз; б) вверх. Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения $\mu = 0{,}2$. Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 45°$.

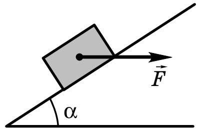


Рис. 2.3.1

• **2.3.12.** Санки можно удержать на ледяной горке с углом наклона $\alpha = 12°$ силой, не меньшей $F = 50$ Н. Чтобы тянуть сани в гору равномерно, силу тяги нужно увеличить на $\Delta F = 10$ Н. С каким ускорением с этой горки будут двигаться санки, если их предоставить самим себе?

2.3.13. Деревянный брусок массой $m = 0{,}5$ кг положили на наклонную плоскость. С какой наименьшей силой, направленной перпендикулярно поверхности плоскости, нужно прижать брусок, чтобы он лежал на грани соскальзывания? Коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0{,}4$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$.

2.3.14. Какую силу необходимо приложить к нити, составляющей угол $\beta = 30°$ с наклонной плоскостью, чтобы за эту нить равномерно тащить брусок массой $m = 0{,}5$ кг (рис. 2.3.2)? Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0{,}4$. Угол между плоскостью и горизонтом $\alpha = 20°$.

2.3.15. Санки равномерно скатываются с горы, угол наклона которой к горизонту $\alpha = 30°$. Каков должен быть наименьший угол β, образуемый веревкой с поверхностью горы, чтобы санки тянуть равномерно в гору? Ответ обоснуйте.

2.3.16. На гладкой наклонной плоскости, движущейся вправо с ускорением $a = 2$ м/с^2, лежит брусок массой $m = 0{,}2$ кг (рис. 2.3.3). Найдите силу натяжения нити и силу давления бруска на плоскость. При каком ускорении a_1 брусок не будет давить на плоскость? Угол между плоскостью и горизонтом $\alpha = 30°$.

2.3.17. По гладкой наклонной плоскости, движущейся с ускорением $a = 4{,}9$ м/с^2, скользит брусок (рис. 2.3.4). Найдите ускорение бруска относительно плоскости. Каким должно быть ускорение плоскости, чтобы брусок оставался в покое относительно нее? Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$.

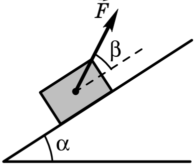


Рис. 2.3.2

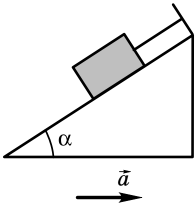


Рис. 2.3.3

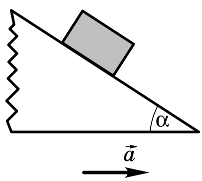


Рис. 2.3.4

• **2.3.18.** На гладком клине, образующем угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, в точке A закреплена нить, к другому концу которой прикреплен кубик массой $m = 0{,}1$ кг (рис. 2.3.5). Найдите ускорение a_1 кубика относительно земли и силу натяжения нити T, если клин будет двигаться вправо с ускорением: 1) $a = 4$ м/с^2; 2) $a = 10$ м/с^2.

2.3.19. Наклонная плоскость с углом α при основании движется с ускорением в сторону, показанную на рис. 2.3.6. Начиная с какого значения ускорения тело, лежащее на наклонной плоскости, начнет подниматься? Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью равен $\mu < \operatorname{ctg} \alpha$.

• **2.3.20.** На наклонной плоскости клина с углом наклона α неподвижно лежит кубик. Коэффициент трения между клином и кубиком равен μ. Клин движется с ускорением a в направлении, показанном на рис. 2.3.7. При каком минимальном значении этого ускорения кубик начнет соскальзывать?

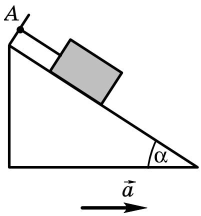


Рис. 2.3.5

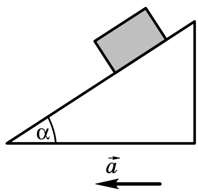


Рис. 2.3.6

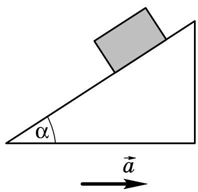


Рис. 2.3.7

2.3.21. На тележке укреплен отвес — шарик массой $m = 50$ г. На какой угол α от вертикали отклонится нить отвеса (рис. 2.3.8), если тележка тормозит с ускорением $a = 2$ м/с^2. Найдите силу натяжения нити.

2.3.22. На тележке укреплен отвес — шарик на нити. На какой угол β от вертикали отклонится нить отвеса (рис. 2.3.9), если тележка будет скатываться по наклонной плоскости? Угол между плоскостью и горизонтом $\alpha = 30°$.

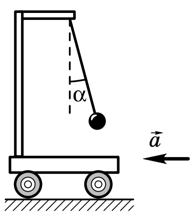


Рис. 2.3.8

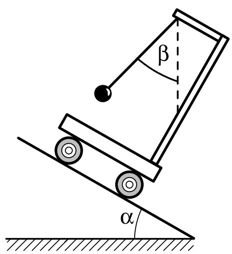


Рис. 2.3.9

2.4. Движение материальной точки по окружности

2.4.1. Шарик массой $m = 0{,}1$ кг, прикрепленный к пружине, движется равномерно по окружности, скользя по гладкой горизонтальной поверхности (рис. 2.4.1). Частота обращения шарика $n = 120$ об/мин. Найдите радиус окружности, по которой движется шарик. Длина недеформированной пружины $l = 0{,}2$ м, ее жесткость $k = 40$ Н/м.

2.4.2. До какой угловой скорости можно раскрутить диск (рис. 2.4.2), чтобы грузик с него не соскальзывал? Грузик находится на расстоянии $R = 0{,}2$ см от оси вращения. Коэффициент трения $\mu = 0{,}8$.

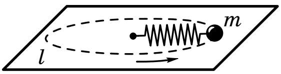


Рис. 2.4.1

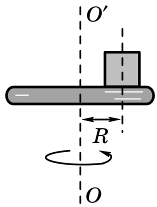


Рис. 2.4.2

2.4.3. С какой наибольшей скоростью может двигаться автомобиль на повороте радиусом $R = 40$ м, чтобы не возникло проскальзывание? Коэффициент сцепления колес автомобиля с дорогой $\mu = 0{,}4$.

2.4.4. На диске, который может вращаться вокруг вертикальной оси, лежит шайба массой $m = 0{,}2$ кг. Шайба прикреплена резиновым шнуром к оси диска. Если частота вращения диска не превышает $n_1 = 180$ об/мин, то шнур не деформирован. Если число оборотов диска $n_2 = 300$ об/мин, то шнур удлиняется в 1,5 раза. Определите жесткость k шнура.

• **2.4.5.** Шарик массой $m = 5$ г, подвешенный на нити длиной $l = 1$ м, движется по окружности в горизонтальной плоскости так, что нить описывает коническую поверхность (конический маятник), образуя в любой момент времени с вертикалью угол $\alpha = 60°$. Определите: а) линейную скорость шарика; б) силу натяжения нити. Сопротивление воздуха не учитывать.

2.4.6. Шарик массой $m = 0{,}1$ кг подвесили к пружине, жесткость которой $k = 40$ Н/м. Затем шарик раскручивают так, что пружина описывает в пространстве конус (рис. 2.4.3). Определите длину пружины. Длина пружины в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см, угловая скорость вращения шарика $\omega = 10$ рад/с.

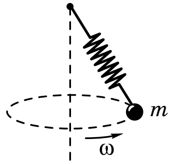


Рис. 2.4.3

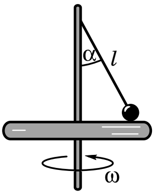


Рис. 2.4.4

2.4.7. Круглая платформа вращается с угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с. На платформе находится шарик массой $m = 0{,}15$ кг, прикрепленный к оси платформы нитью длиной $l = 0{,}3$ м (рис. 2.4.4). Нить составляет с осью платформы угол $\alpha = 30°$. Найдите: а) силу натяжения нити; б) силу давления на платформу. При какой угловой скорости ω_1 шарик не будет давить на платформу? Трение не учитывать.

2.4.8. К краю круглой платформы радиусом $R = 0{,}2$ м прикрепили на нити длиной $l = 0{,}3$ м шарик (рис. 2.4.5). С какой угловой скоростью нужно вращать платформу, чтобы нить с осью платформы составляла угол $\alpha = 30°$?

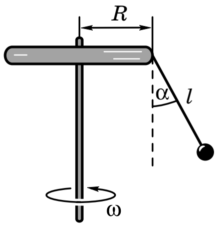


Рис. 2.4.5

• **2.4.9.** Велосипедист движется по горизонтальной плоскости по дуге окружности радиусом $R = 80$ м с максимально возможной скоростью $v = 64$ км/ч. Определите: а) коэффициент трения резины о плоскость; б) угол отклонения велосипедиста от вертикали.

2.4.10. Поезд движется по закруглению радиусом $R = 200$ м со скоростью $v = 36$ км/ч. Расстояние между рельсами $l = 1{,}2$ м (рис. 2.4.6). Насколько следует приподнять наружный рельс по отношению к внутреннему, чтобы давление на рельсы было одинаковым?

2.4.11. Автомобиль массой $m = 1$ т движется по выпуклому мосту со скоростью $v = 36$ км/ч. С какой силой он давит на мост в его середине (рис. 2.4.7). С какой скоростью должен ехать автомобиль, чтобы он не оказывал давления на мост в этой точке? Радиус моста $R = 40$ м.

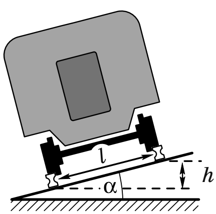


Рис. 2.4.6

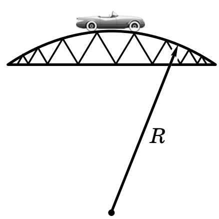


Рис. 2.4.7

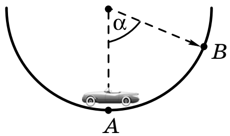


Рис. 2.4.8

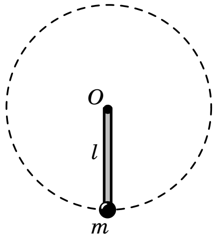


Рис. 2.4.9

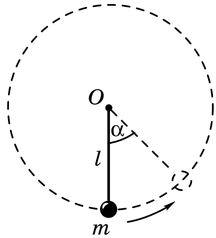


Рис. 2.4.10

2.4.12. Автомобиль массой $m = 2$ т движется по дороге, профиль которой показан на рисунке 2.4.8. Радиус впадины, по которой проходит дорога, $R = 100$ м. С какой силой автомобиль давит на дорогу в точках A и B, если его скорость $v = 72$ км/ч, $\alpha = 30°$?

2.4.13. На конце стержня длиной $l = 0{,}5$ м укреплен грузик массой $m = 0{,}1$ кг. Стержень может вращаться в вертикальной плоскости относительно точки O (рис. 2.4.9). С какой силой груз действует на стержень в верхней и нижней точках своей траектории, если частота вращения стержня будет: а) $n = 0{,}2$ об/с; б) $n = 2$ об/с?

• **2.4.14.** Определите минимальную скорость, с которой может двигаться мотоциклист по вертикальной цилиндрической стене диаметром $d = 20$ м, чтобы не соскользнуть вниз. Коэффициент трения $\mu = 0{,}8$.

• **2.4.15.** Шарик массой $m = 200$ г равномерно вращают на нити длиной $l = 0{,}4$ м с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с (рис. 2.4.10). В начальный момент времени ($t_0 = 0$) шарик занимал наинизшее положение. Найдите зависимость силы натяжения от времени t.

• **2.4.16.** На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ на расстоянии $l = 0{,}5$ м находится маленькая шайба. Плоскость равномерно вращается с угловой скоростью $\omega = 3$ рад/с (рис. 2.4.11). Найдите коэффициент трения, при котором тело удерживается на наклонной плоскости.

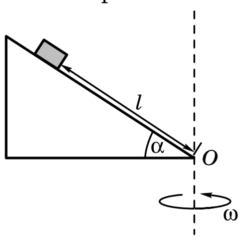


Рис. 2.4.11

2.4.17. В цирковом аттракционе мотоциклист движется по внутренней поверхности сферы радиусом $R = 15$ м. Разогнавшись, он описывает окружность в гори-

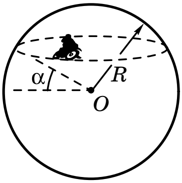


Рис. 2.4.12

зонтальной плоскости (рис. 2.4.12). Определите минимальную скорость, которую должен иметь мотоцикл в этом случае, если коэффициент трения шин о поверхность сферы $\mu = 0,5$, а угол, который составляет с горизонтом радиус, проведенный из центра сферы к мотоциклисту, равен $\alpha = 15°$.

2.4.18. На гладкий горизонтальный стол положили кольцо, вращающееся с угловой скоростью $\omega = 8$ рад/с (рис. 2.4.13). Радиус кольца $R = 0,2$ м, его масса $m = 100$ г. Найдите силу упругости кольца, возникающую из-за его вращения.

• **2.4.19.** По резиновой трубке, свернутой в виде кольца, циркулирует вода со скоростью $v = 2$ м/с (рис. 2.4.14). Кольцо трубки лежит на горизонтальном столе. С какой силой вода растягивает трубку? Диаметр кольца $d = 1$ см. Растяжение резины не учитывать. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

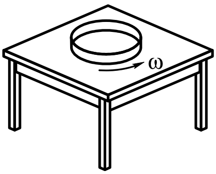


Рис. 2.4.13

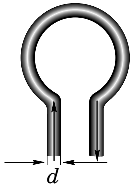


Рис. 2.4.14

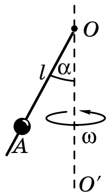


Рис. 2.4.15

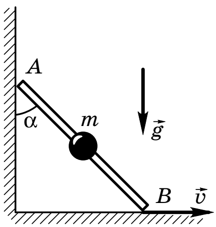


Рис. 2.4.16

• **2.4.20.** Стержень AO вращается с угловой скоростью $\omega = 4$ рад/с относительно оси OO' (рис. 2.4.15). Угол между стержнем и осью OO' $\alpha = 60°$. На каком максимальном расстоянии l от точки O можно расположить бусинку, чтобы она не соскользнула со стержня? Коэффициент трения между бусинкой и стержнем $\mu = 0,8$.

• **2.4.21.** По сторонам прямого угла скользит стержень длиной $2l = 1$ м, посередине которого закреплена бусинка массой $m = 40$ г (рис. 2.4.16). При движении стержня скорость точки B постоянна и равна $v = 2$ м/с. С какой силой $F_д$ действует бусинка на стержень в момент, когда $\alpha = 45°$?

2.4.22. В конусе с углом раствора $2\alpha = 120°$ вращается вокруг вертикальной оси шарик с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с (рис. 2.4.17). Найдите радиус вращения шарика. Трение не учитывать.

2.4.23. Шарик массой $m = 0{,}2$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 0{,}5$ м, описывает в горизонтальной плоскости окружность так, что нить с вертикалью составляет угол $\alpha = 30°$ (рис. 2.4.18). Точка подвеса движется вниз с ускорением $a = 1$ м/с^2. Найдите силу натяжения нити и угловую скорость вращения шарика.

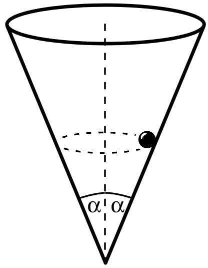


Рис. 2.4.17

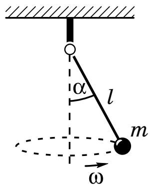


Рис. 2.4.18

2.5. Прямолинейное движение системы тел

2.5.1. Два тела, массы которых $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг, связаны нитью и лежат на гладком столе (рис. 2.5.1). Найдите ускорение тел и силу натяжения нити, если сила $F = 5$ Н приложена к телу: а) массой m_1; б) массой m_2.

2.5.2. К стержню длиной $l = 0{,}5$ м приложена сила $F = 4$ Н, как показано на рисунке 2.5.2. Найдите силу упругости, возникающую в сечении стержня, находящемся на расстоянии $x = 0{,}2$ м от его левого конца.

2.5.3. Два бруска массами $m_1 = 0{,}4$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг, соединенные пружиной, движутся под действием силы $F = 4{,}92$ Н (рис. 2.5.3). Коэффициент трения между каждым бруском и плоскостью $\mu = 0{,}4$. Найдите ускорение брусков и растяжение пружины, если ее коэффициент жесткости $k = 10$ Н/м.

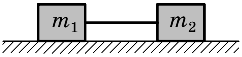


Рис. 2.5.1

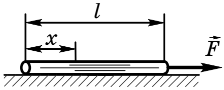


Рис. 2.5.2

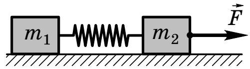


Рис. 2.5.3

2.5.4. Два тела массами $m_1 = 0{,}2$ кг и $m_2 = 0{,}8$ кг связаны нитью, выдерживающей силу натяжения $T = 2$ Н. На тело массой m_2 начинает действовать горизонтальная сила $F = 0{,}5t$, где t — время. В какой момент времени t нить порвется?

2.5.5. На столе лежат два связанных нитью бруска. Масса левого бруска $m_1 = 1$ кг, правого — $m_2 = 3$ кг. Коэффициент трения между каждым столом и бруском $\mu = 0{,}2$ (рис. 2.5.4). Найдите ускорение системы и силу натяжения соединяющей их нити, если к левому бруску приложить силу F_1, а к правому F_2. Задачу решить для случаев: а) $F_1 = 1$ Н; $F_2 = 2$ Н; б) $F_1 = 2$ Н; $F_2 = 16$ Н.

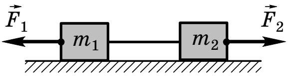


Рис. 2.5.4

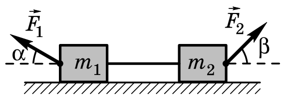


Рис. 2.5.5

• **2.5.6.** Два бруска массами m_1 и m_2, связанные нитью, находятся на шероховатом столе. К ним приложены силы F_1 и F_2, составляющие с горизонтом углы α и β (рис. 2.5.5). Найдите силу натяжения нити и ускорение системы, если коэффициенты трения тел о стол одинаковы и равны μ. Бруски от стола не отрываются и движутся влево.

• **2.5.7.** На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 2$ кг, на котором находится брусок массой $m = 1$ кг (рис. 2.5.6). Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он двигался с постоянным ускорением $a = 5$ м/с^2? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0{,}5$.

2.5.8. С каким ускорением будут двигаться по наклонной плоскости два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, соединенные друг с другом нитью (рис. 2.5.7)? Коэффициенты трения между брусками и поверхностью $\mu_1 = 0{,}1$ и $\mu_2 = 0{,}2$ соответственно. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$. Как изменится ответ, если $\mu_1 > \mu_2$ (т. е. $\mu_1 = 0{,}2$, а $\mu_2 = 0{,}1$)?

• **2.5.9.** Два тела массами m_1 и m_2, соединенные недеформированной пружиной жесткостью k, удерживаются на наклонной плоскости с углом при основании α (рис. 2.5.8). Коэффициенты трения тел о плоскость равны μ_1 и μ_2 соответственно, причем $\mu_1 < \operatorname{tg} \alpha$, $\mu_2 > \operatorname{tg} \alpha$. Найдите установившееся изменение длины Δx пружины, если тела отпустить.

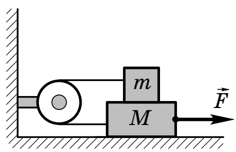


Рис. 2.5.6

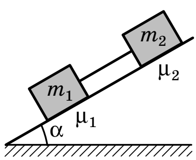


Рис. 2.5.7

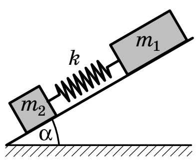


Рис. 2.5.8

2.5.10. Магнит находится на вертикальной стенке. К крючку на магните подвешено тело массой, равной массе магнита (рис. 2.5.9). Сила притяжения магнита стенкой $F = 10$ Н. При движении тел вдоль стенки сила натяжения нити, связывающей тела, $T = 3$ Н. Найдите коэффициент трения между магнитом и стенкой.

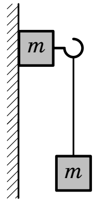


Рис. 2.5.9

2.5.11. К грузу массой $m_1 = 7$ кг подвешен на веревке груз массой $m_2 = 5$ кг. Масса веревки $m = 4$ кг. Найдите силу натяжения веревки в сечениях A, B, C, если всю систему поднимать вертикально силой $F = 196$ Н (рис. 2.5.10).

2.5.12. Через блок перекинута нить, на концах которой укреплены грузы m и $2m$. Найдите ускорение данной системы тел (рис. 2.5.11), силу натяжения нити и силу давления на ось блока, если $m = 0,2$ кг.

• **2.5.13.** На концах веревки длиной $l = 12$ м и массой $m = 6$ кг укреплены два груза, массы которых $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 12$ кг. Веревка переброшена через блок и начинает скользить по нему без трения (рис. 2.5.12). Найдите силу натяжения T середины веревки в тот момент, когда ее длина по одну сторону блока $l = 8$ м. В начальный момент грузы находились на одной высоте.

• **2.5.14.** Два груза, связанные нитью, перекинутой через неподвижный блок, установлены на расстоянии $h = 2$ м друг от друга (рис. 2.5.13). Предоставленные самим себе, грузы, спустя время $t = 2$ с после начала движения, оказались на одной высоте. Масса груза $m_1 = 0,3$ кг. Найдите массу m_2 второго груза, силу натяжения нити и силу давления на ось блока.

• **2.5.15.** Через блок перекинут шнур. На одном конце шнура привязан груз массой m_1, а по другому концу может скользить кольцо массой m_2 (рис. 2.5.14). Найдите ускорение, с которым движется кольцо, если груз массой m_1 неподвижен. Чему равна сила трения кольца о брусок?

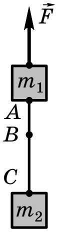


Рис. 2.5.10

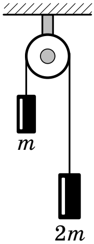


Рис. 2.5.11

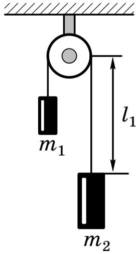


Рис. 2.5.12

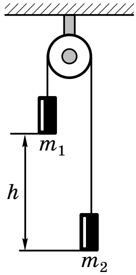


Рис. 2.5.13

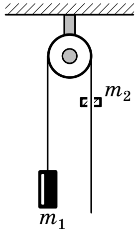


Рис. 2.5.14

2.5.16. Два груза массами m и $2m$ соединены нитью, перекинутой через легкий блок. Вся система находится в лифте, который движется вверх с ускорением a_0. Определите ускорения грузов относительно земли.

2.5.17. Определите ускорение системы тел, изображенной на рисунке 2.5.15, если $m_1/m_2 = 4$ и $\alpha = 45°$. Блок невесом, нить невесома и нерастяжима, трение не учитывать.

2.5.18. Шесть одинаковых грузов, массой $m = 100$ г каждый, связаны нитями и лежат на гладком горизонтальном столе (рис. 2.5.16). К крайнему грузу прикреплена нить, перекинутая через блок, укрепленный на конце стола. Какой массы груз нужно прикрепить к свободному концу нити, чтобы ускорение системы было $a = 3$ м/с^2? Найдите силу натяжения каждой нити.

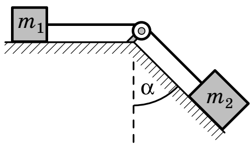


Рис. 2.5.15

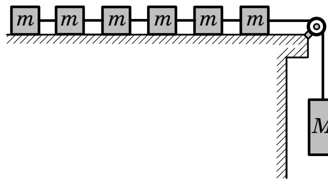


Рис. 2.5.16

2.5.19. Два груза, массы которых $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, соединены нитью, перекинутой через блок (рис. 2.5.17). Коэффициент трения между грузом m_2 и столом $\mu = 0{,}4$. Найдите ускорение системы. При каком отношении масс система будет неподвижна относительно стола?

• **2.5.20.** На столе лежит брусок массой $m = 2$ кг, к которому привязаны нити, перекинутые через блоки, укрепленные на концах стола (рис. 2.5.18). К свободному концу нити подвешены грузы $m_1 = 850$ г и $m_2 = 200$ г, вследствие чего система приходит в равноус-

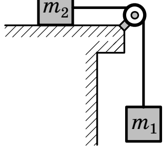


Рис. 2.5.17

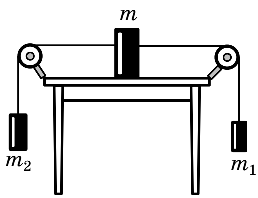


Рис. 2.5.18

коренное движение и в течение $t = 3$ с груз массой m_1 опускается на высоту $h = 0{,}81$ м. Определите: а) коэффициент трения μ между бруском и поверхностью стола; б) силу натяжения T_1 и T_2 каждой нити.

2.5.21. Два одинаковых тела массой $m = 1$ кг каждое связаны нитью, перекинутой через легкий блок, и находятся на поверхности неподвижного клина с углами при основании $\alpha = 60°$ и $\beta = 30°$ (рис. 2.5.19). При движении тел сила натяжения нити $T = 7$ Н. Найдите коэффициент трения между телами и поверхностями клина.

• **2.5.22.** На столе лежит брусок массой $m_1 = 2$ кг, к которому привязана нить, перекинутая через блок, укрепленный на конце стола (рис. 2.5.20). К другому концу нити подвешен груз массой $m_2 = 1$ кг, вследствие чего брусок и груз движутся с ускорением $a = 0{,}6$ м/с^2. Найдите ускорения груза и бруска, если стол: а) поднимать с ускорением $a_1 = 2{,}2$ м/с^2; б) опускать с тем же ускорением.

2.5.23. Два тела массами m_1 и m_2, связанные нитью, переброшенной через невесомый блок, расположены так, как показано на рисунке 2.5.21. Стол движется с ускорением a_0. Коэффициент трения между столом и телами равен μ. Определите ускорение тел относительно стола, если известно, что тело m_2 движется вниз.

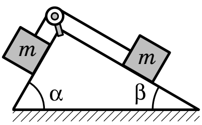


Рис. 2.5.19

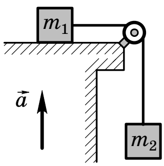


Рис. 2.5.20

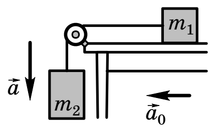


Рис. 2.5.21

• **2.5.24.** На гладком столе лежит доска массой $M = 6$ кг, на которой лежит брусок массой $m = 2$ кг, связанный со стенкой пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м (рис. 2.5.22). Коэффициент трения между доской и бруском $\mu = 0{,}2$. Какое расстояние пройдет доска после того, как на нее начнет действовать горизонтальная сила $F = 10$ Н, прежде чем брусок начнет соскальзывать с доски?

2.5.25. На гладком столе расположена система грузов, изображенная на рис. 2.5.23. Коэффициент трения между грузами M и m равен μ. Найдите ускорения грузов.

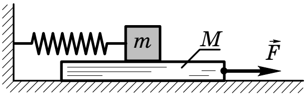


Рис. 2.5.22

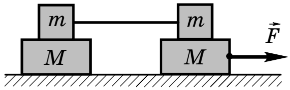


Рис. 2.5.23

2.5.26. На горизонтальной доске лежит кубик. Доске сообщают ускорение $a = 2$ м/с^2 (рис. 2.5.24). С каким ускорением относительно земли и относительно доски будет двигаться кубик? Коэффициент трения между доской и кубиком $\mu = 0{,}1$.

• **2.5.27.** На доске массой $m_1 = 1$ кг, расположенной на горизонтальной поверхности, лежит брусок массой $m_2 = 2$ кг. Коэффициент трения между доской и поверхностью $\mu_1 = 0{,}5$, между бруском и доской $\mu_2 = 0{,}25$ (рис. 2.5.25). Найдите ускорение бруска относительно стола и доски, если к доске приложить силу: а) $F = 10$ Н; б) $F = 19{,}6$ Н; в) $F = 29{,}6$ Н.

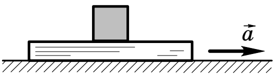


Рис. 2.5.24

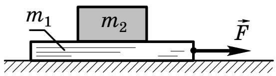


Рис. 2.5.25

• **2.5.28.** На горизонтальной поверхности находится доска длиной $l = 10$ м и массой $M = 2$ кг, на краю которой лежит брусок массой $m = 1$ кг (рис. 2.5.26). К доске прикладывают горизонтальную силу $F = 20$ Н. Через какое время после начала действия силы брусок упадет с доски? Коэффициент трения между доской и горизонтальной поверхностью равен $\mu = 0{,}2$. Трения между поверхностями бруска и доски нет.

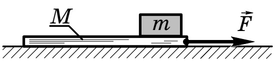


Рис. 2.5.26

2.5.29. На столе лежит доска массой $M = 2$ кг, на которой находится брусок массой $m = 1$ кг. Коэффициенты трения между доской и бруском $\mu_1 = 0{,}4$, между доской и столом $\mu_2 = 0{,}1$. С какими ускорениями a_1 и a_2 будут двигаться брусок и доска, если к бруску приложена горизонтальная сила: а) $F = 3$ Н; б) $F = 10$ Н?

2.5.30. На наклонной плоскости с углом при основании α лежит доска, на которой покоится тело массой m (рис. 2.5.27). Коэффициент трения между доской и плоскостью равен μ и таков, что позволяет доске скользить. При этом тело неподвижно относительно доски. Найдите силу трения, действующую на тело.

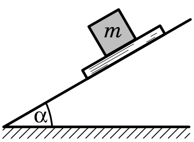


Рис. 2.5.27

2.5.31. На гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$ находится доска массой $m_1 = 10$ кг. Куда и с каким ускорением должен бежать по доске мальчик массой $m_2 = 60$ кг, чтобы доска оставалась на месте?

2.5.32. На наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, лежит доска массой $4m$, а на ней — брусок массой m

(рис. 2.5.28). Коэффициенты трения между доской и бруском и между доской и наклонной плоскостью одинаковы и равны $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$. С какой силой нужно тянуть нить, привязанную к бруску, чтобы система находилась в покое? Нить натянута параллельно наклонной плоскости.

2.5.33. Человек массой m хочет с помощью веревки, перекинутой через блок, въехать, стоя на ящике, вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом (рис. 2.5.29). Коэффициент трения ящика о плоскость $\mu_1 = \frac{\sqrt{3}}{24}$, коэффициент трения между подошвами человека и ящиком $\mu_2 = 12\,\mu_1$. Масса ящика m. С какой силой человек должен тянуть за веревку? Веревка параллельна наклонной плоскости, блок и веревка невесомы.

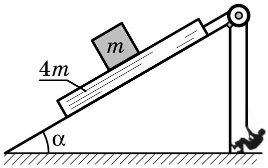


Рис. 2.5.28

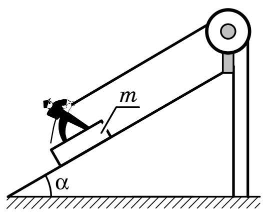


Рис. 2.5.29

• **2.5.34.** Два клина одинаковой массы $m = 1$ кг лежат на гладком горизонтальном столе так, как показано на рисунке 2.5.30. Коэффициент трения между наклонными гранями клиньев равен $\mu = 0{,}4$. С какой максимальной силой $\vec{F}$ можно толкать верхний клин в указанном направлении, чтобы система двигалась как одно целое? Углы при основаниях клиньев равны $\alpha = 30°$.

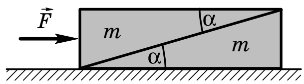


Рис. 2.5.30

• **2.5.35.** Три груза массами m, $2m$ и $2m$ связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных блока, укрепленных на вершинах короба массой $3m$ (рис. 2.5.31). Трения между верхним грузом и поверхностью короба нет. Каким должен быть коэффициент трения между поверхностью короба и столом, чтобы при движении грузов короб оставался неподвижным?

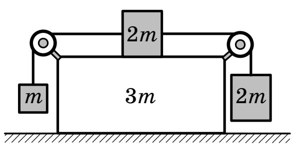


Рис. 2.5.31

2.5.36. На гладком горизонтальном столе лежит доска массой $M = 2$ кг, на которой находится брусок массой $m = 1$ кг. Брусок соединен нитью, перекинутой через блок, с грузом массой $2m$ (рис. 2.5.32). С какими ускорениями будут двигаться тела, предоставленные самим себе, если коэффициент трения между доской и бруском $\mu = 0,5$?

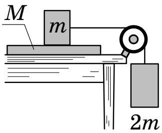


Рис. 2.5.32

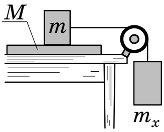


Рис. 2.5.33

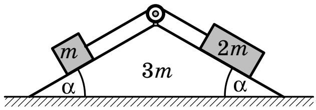


Рис. 2.5.34

• **2.5.37.** Доска массой M может скользить без трения по горизонтальной поверхности. На доске лежит брусок массой m. Коэффициент трения между доской и бруском μ (рис. 2.5.33). Доска соединена с грузом перекинутой через блок нитью. Какой должна быть масса груза m_x, чтобы брусок скользил по доске?

2.5.38. Два груза массами $m = 120$ г и $2m$ связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок, укрепленный на вершине клина массой $3m$ с углами при основании $\alpha = 30°$ (рис. 2.5.34). Трения между поверхностями клина и грузами нет, а трение между клином и столом столь велико, что клин остается в покое. Определите вес клина при движении грузов.

2.5.39. Через неподвижный блок перекинута веревка, концы которой одновременно берут два гимнаста (рис. 2.5.35). Гимнаст массой $m_1 = 60$ кг повис на веревке, а гимнаст массой $m_2 = 70$ кг поднимается по ней вверх. При этом оказывается, что тяжелый гимнаст остается на одной высоте, а другой поднимается вверх. За какое время он достигнет блока, если вначале он находился ниже блока на $h = 4,9$ м? Веревка и блок невесомы. Трения в блоке нет.

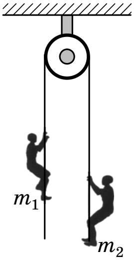


Рис. 2.5.35

2.5.40. Два гимнаста одновременно начинают подниматься с арены по двум концам каната, перекинутого через блок радиусом $R = 1$ м, укрепленный на куполе цирка (см. рис. 2.5.35). Ускорения гимнастов относительно канатов $a_1 = 0,6$ м/с^2 и $a_2 = 0,8$ м/с^2. На какое расстояние один гимнаст обгонит другого, когда касательное ускорение точек обода блока будет равно нормальному? Массы гимнастов $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 75$ кг. Канат и блоки невесомы. Канат по блоку не скользит.

2.5.41. В системе, изображенной на рисунке 2.5.36, $m_1 = 200$ г и $m_2 = 0{,}6$ кг; блоки невесомы, нить невесома и нерастяжима. Найдите ускорение каждого груза.

2.5.42. Нить переброшена через два неподвижных и один подвижный блок. На концах нити висят грузы $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг, а на оси подвешенного блока — груз массой $m_3 = 2$ кг (рис. 2.5.37). Определите ускорения грузов.

• **2.5.43.** Через неподвижный блок переброшена нить, на одном конце которой висит груз $m_1 = 3$ кг, а на другом — блок. Через подвешенный блок переброшены связанные нитью грузы массами $m_2 = 2$ кг и $m_3 = 1$ кг (рис. 2.5.38). Найдите силу натяжения нитей и силу давления на ось каждого блока. Массы блоков и трение в системе не учитывать.

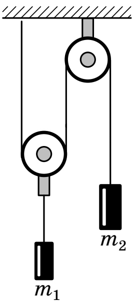


Рис. 2.5.36

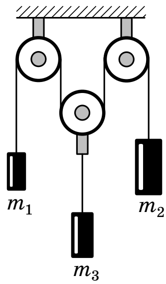


Рис. 2.5.37

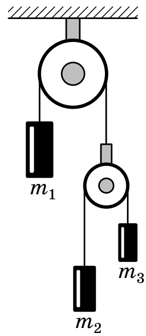


Рис. 2.5.38

2.5.44. В системе, изображенной на рисунке 2.5.39, определите ускорение груза m. Коэффициент трения между столом и каждым грузом одинаков и равен μ. Массы m_1 и m_2 заданы.

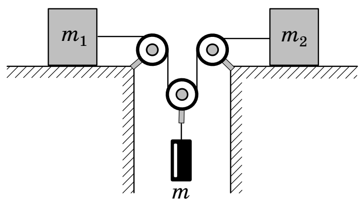


Рис. 2.5.39

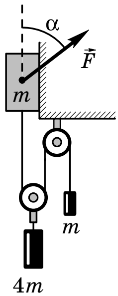


Рис. 2.5.40

• **2.5.45.** В системе, показанной на рисунке 2.5.40, тело массой m движется вверх по вертикальной стенке под действием силы $F = 12mg$, направленной под углом $\alpha = 60°$ к стенке. Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. Определите ускорение тела массой $4m$. Нити невесомы и нерастяжимы. Массой блоков пренебречь.

Глава 3. РАБОТА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

3.1. Импульс тела. Импульс силы. Реактивная сила

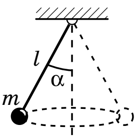


Рис. 3.1.1

3.1.1. Сравните импульс снаряда массой $m_1 = 10$ кг, скорость которого $v_1 = 1000$ м/с, и импульс машины массой $m_2 = 1$ т, скорость которой $v_2 = 36$ км/ч.

3.1.2. Маленький шарик массой $m = 0{,}1$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 30$ см, вращают в горизонтальной плоскости так, что нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 30°$ (рис. 3.1.1). Найдите модуль импульса шарика.

3.1.3. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется по окружности радиусом $R = 1$ м с постоянной угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с. Найдите изменение импульса точки за интервал времени: а) $t_1 = \dfrac{T}{2}$; б) $t_2 = T$; в) $t_3 = \dfrac{T}{4}$, где T — период обращения точки.

3.1.4. В результате упругого столкновения с неподвижной преградой тело массой $m = 1$ кг отклонилось от первоначального направления движения на угол $\alpha = 120°$. Найдите изменение импульса тела, если его скорость до удара $v = 2$ м/с.

3.1.5. Тело массой $m = 0{,}1$ кг свободно падает с высоты $h = 1{,}25$ м на горизонтальную плоскость. Найдите изменение импульса тела, если удар: а) абсолютно упругий; б) абсолютно неупругий.

3.1.6. Тело массой $m = 1$ г брошено горизонтально. Найдите изменение импульса тела за время, в течение которого оно по вертикали опустится на $h = 1{,}8$ м. Сопротивление воздуха не учитывать.

3.1.7. Тело массой $m = 1$ кг брошено со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом к горизонту. Определите дальность полета, если за время полета импульс изменился на $\Delta p = 10$ кг · м/с.

3.1.8. Мяч массой $m = 0{,}15$ кг упруго ударяется о стену под углом $\alpha = 60°$ к ней. Найдите среднюю силу, действующую на мяч со стороны стены, если скорость мяча $v = 10$ м/с, а продолжительность удара $t = 0{,}1$ с.

3.1.9. Мяч массой $m = 0{,}1$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, ударом ракетки отбрасывается в противоположную сторону со скоростью $v_2 = 20$ м/с. Найдите изменение импульса мяча и среднюю силу удара ракетки о мяч, если продолжительность удара $\Delta t = 0{,}01$ с.

3.1.10. Падающий вертикально шарик массой $m = 0{,}2$ кг ударился о пол со скоростью $v = 5$ м/с и подпрыгнул на высоту $h = 0{,}4$ м. Найдите среднюю силу, действующую со стороны пола на шарик, если длительность удара $\tau = 0{,}01$ с.

3.1.11. Паровой молот массой $m = 4{,}9$ т падает с высоты $h = 0{,}4$ м. Определите силу удара молота, если продолжительность удара $t = 0{,}01$ с.

3.1.12. Мяч массой $m = 60$ г падает на пол с высоты $H = 2$ м и подскакивает на высоту $h = 1$ м. Определите продолжительность удара, если среднее значение силы удара мяча о пол $F = 3$ Н.

• **3.1.13.** Мальчик, сидящий на санях, начинает тянуть за веревку другие сани с грузом с силой $F = 10$ H (рис. 3.1.2). Определите скорость мальчика относительно земли и его скорость относительно вторых саней спустя $t = 5$ с после того, как он стал тянуть веревку. Масса мальчика с санями $m_1 = 50$ кг, масса саней с грузом $m_2 = 25$ кг. Трение между полозьями санок и снегом не учитывать.

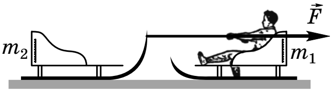


Рис. 3.1.2

3.1.14. Гидрореактивный (водометный) катер всасывает и выбрасывает ежесекундно $m = 500$ кг забортной воды. Скорость выбрасываемой воды относительно катера $v = 20$ м/с. Найдите реактивную силу.

3.1.15. Ракета массой m зависла над поверхностью Земли. Каков расход топлива у ракеты в этот момент времени, если скорость истечения газов равна u? Изменение массы ракеты не учитывать.

3.1.16. Определите силу тяги воздушно-реактивного двигателя самолета, летящего со скоростью v. Расход топлива и поступающего в двигатель воздуха равны μ_1 и μ_2 соответственно. Скорость продуктов сгорания относительно самолета на выходе из сопла двигателя равна u.

3.1.17. Струя воды, вытекающая из трубы диаметром $d = 2$ см со скоростью $v = 0{,}5$ м/с, ударяет в стену и стекает по ней (рис. 3.1.3). Найдите силу давления струи на стену.

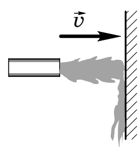


Рис. 3.1.3

3.1.18. Струя воды ударяет в стену под углом $\alpha = 60°$ к ней и отскакивает без потери скорости. Оцените давление воды на стену, если скорость воды в струе $v = 12$ м/с.

3.1.19. Ракета движется со скоростью v в облаке космической пыли плотностью ρ. Пылинки прилипают к ракете. Какое давление на ракету оказывает космическая пыль? Изменение массы ракеты не учитывать.

3.1.20. С какой силой F давит на землю змея, готовясь к прыжку, поднимаясь вертикально вверх с постоянной скоростью v? Масса змеи M, ее длина L.

• **3.1.21.** Огнетушитель массой $m = 2$ кг выбрасывает пену массой $m_1 = 0{,}2$ кг за время $t = 1$ с со скоростью $v = 20$ м/с. С какой силой нужно держать огнетушитель в момент начала его работы? Огнетушитель должен быть неподвижным, а выбрасываемая струя пены направлена под углом $\alpha = 45°$ к горизонту.

• **3.1.22.** На стену налетает поток частиц, движущихся перпендикулярно стене, и упруго отражается от нее. Во сколько раз изменится давление частиц на стену, если их часть, равная $k = 1/3$, вдруг начнет поглощаться стеной?

3.2. Закон сохранения импульса

3.2.1. Два шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг скользят по гладкой горизонтальной поверхности со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 4$ м/с соответственно. Направления движения шаров составляют друг с другом угол: а) $\alpha = 90°$; б) $\alpha = 60°$; в) $\alpha = 120°$. Чему равна сумма импульсов этих шаров для каждого случая?

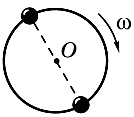


Рис. 3.2.1

3.2.2. На тонком обруче укреплены две бусинки массой m каждая (рис. 3.2.1). Обруч вращается относительно неподвижной оси O с постоянной угловой скоростью ω. Радиус обруча равен R. Найдите импульс каждой бусинки и обеих бусинок в любой момент времени.

3.2.3. В первом случае колесо вращается относительно неподвижной оси. Во втором случае колесо катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью $v = 1$ м/с. Определите импульс колеса в первом и втором случаях. Масса колеса $m = 1$ кг.

3.2.4. С какой горизонтальной скоростью должен лететь снаряд массой $m = 10$ кг, чтобы при ударе о покоящееся судно массой $M = 100$ т последнее получило скорость $v_2 = 0{,}1$ м/с? Удар снаряда о судно неупругий.

3.2.5. Человек массой $m_1 = 60$ кг бежит со скоростью $v_1 = 6$ км/ч. Догнав тележку, скорость которой $v_2 = 2{,}9$ км/ч, он вскакивает на нее.

1. Какой станет скорость тележки с человеком?

2. Какой была бы их скорость, если человек будет бежать навстречу тележке? Масса тележки $m_2 = 80$ кг.

3.2.6. Ракета, имеющая вместе с зарядом массу $m_1 = 0{,}25$ кг, взлетает вертикально вверх и достигает высоты $h = 125$ м. Найдите скорость истечения газов из ракеты, считая, что сгорание происходит мгновенно. Масса заряда $m_2 = 50$ г.

3.2.7. От двухступенчатой ракеты общей массой $M = 10^3$ кг в момент, когда скорость у нее была $v_0 = 170$ м/с, отделилась вторая ступень массой $m = 400$ кг. С какой скоростью стала двигаться первая ступень, если скорость второй увеличилась до $v = 185$ м/с?

3.2.8. Два тела движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. После столкновения они стали двигаться вместе со скоростью $u = 2$ м/с. С какой скоростью тела двигались до удара, если масса одного тела больше другого в $n = 4$ раза?

• **3.2.9.** Шарик, движущийся поступательно, налетает на второй неподвижный шарик. Происходит абсолютно неупругий удар. На сколько процентов при этом изменилась скорость первого шарика, если отношение масс шариков $m_1/m_2 = n = 2$?

3.2.10. Граната, летевшая горизонтально со скоростью $v = 5$ м/с, разорвалась на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет $\eta = 20\%$ от массы гранаты, продолжает движение в том же направлении со скоростью $v_1 = 10$ м/с. Найдите модуль и направление скорости большего осколка.

3.2.11. Человек массой $m = 70$ кг стоит на тележке массой $M = 140$ кг, которая движется с постоянной скоростью $v = 1$ м/с по горизонтальной поверхности. С какой скоростью и в каком направлении должен идти по ней человек, чтобы тележка остановилась?

3.2.12. По горизонтальным прямолинейным рельсам со скоростью $v = 5$ м/с движется платформа массой $M = 200$ кг. На нее вертикально падает камень массой $m = 50$ кг и движется вместе с платформой. Какой станет скорость платформы? Спустя какое-то время в платформе под камнем открыли люк и камень выпал. С какой скоростью станет после этого двигаться платформа?

3.2.13. Из ствола пушки вылетает снаряд со скоростью $v = 800$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Определите скорость отдачи пушки, если масса снаряда $m = 10$ кг, а масса пушки $M = 5$ т.

3.2.14. Тележка с песком массой $M = 10$ кг катится со скоростью $v_1 = 1$ м/с по горизонтальной поверхности. Навстречу тележке летит шар массой $m = 3$ кг со скоростью $v_2 = 8$ м/с, направленной под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Шар застревает в песке. Куда и с какой скоростью покатится тележка после удара шара?

3.2.15. На рельсах стоит платформа с песком массой $M = 10^3$ кг. Снаряд массой $m = 50$ кг, летящий со скоростью $v_0 = 300$ м/с, попадает в песок и застревает в нем. Снаряд летит вдоль рельсов под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Найдите скорость платформы после попадания снаряда и расстояние, пройденное платформой до остановки, если коэффициент трения $\mu = 0{,}2$.

3.2.16. Частица, летевшая со скоростью v, распадается на два равных осколка. Скорость одного из осколков равна v_1 и перпендикулярна первоначальному направлению движения частицы. Найдите скорость второго осколка.

• **3.2.17.** Мальчик массой $m = 50$ кг стоит на тележке массой $M = 10$ кг. С какой скоростью u будет двигаться тележка, если мальчик начнет перемещаться со скоростью $v = 0{,}5$ м/с относительно тележки?

3.2.18. Платформа с установленным на ней орудием движется со скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Из орудия выпущен снаряд массой $m = 10$ кг со скоростью $v_2 = 1000$ м/с относительно платформы. Определите скорость платформы после выстрела, если выстрел произведен: а) по направлению движения; б) против направления движения; в) под углом $\alpha = 30°$ к направлению движения. Масса платформы с орудием $M = 10$ т.

3.2.19. Из реактивной установки общей массой $m_1 = 50$ кг, которая покоится на гладкой горизонтальной поверхности, в горизонтальном направлении выбрасываются последовательно две порции вещества со скоростью $v_1 = 100$ м/с относительно установки. Масса каждой порции $m_2 = 25$ кг. Какой станет скорость установки после выброса первой порции? второй порции? Сравните скорость установки после выброса второй порции со скоростью установки, которая была бы получена, если бы две порции были выброшены одновременно с той же скоростью $v = 100$ м/с.

3.2.20. Между двумя тележками массой m_1 и m_2 помещена пружина, которая сжата нитью, прикрепленной к тележкам. Если нить пережечь, то пружина будет расталкивать тележки. Докажите, что тележки будут двигаться так, что их общий центр масс останется неподвижным.

3.2.21. Человек массой $m = 60$ кг стоит на краю неподвижной тележки массой $M = 120$ кг. С какой скоростью начнет двигаться тележка, если человек по ней побежит со скоростью $v_1 = 3$ м/с. На какое расстояние переместится тележка, если ее длина $l = 2$ м?

3.2.22. Лодка длиной $l = 3$ м и массой $M = 120$ кг неподвижна на поверхности озера. На носу и корме лодки сидят рыболовы массами $m_1 = 90$ кг и $m_2 = 60$ кг. На сколько переместится лодка, если рыболовы поменяются местами? Может ли перемещение лодки быть больше ее длины? Сопротивление воды не учитывать.

3.2.23. Кузнечик массой m сидит на конце соломинки массой M и длиной l, лежащей на гладкой поверхности. Кузнечик прыгает под углом α к горизонту вдоль соломинки. Какой должна быть скорость кузнечика, чтобы он оказался на другом конце соломинки?

3.2.24. На корме лодки длиной $l = 3$ м сидит человек, держа на высоте $h = 1$ м камень массой $m = 0{,}5$ кг. Человек бросает камень горизонтально вдоль лодки. Какую скорость должен сообщить человек камню, чтобы не попасть им в лодку? Масса лодки с человеком $M = 100$ кг. Сопротивление воды не учитывать.

3.2.25. Снаряд в верхней точке траектории полета разрывается на два равных осколка. Один из осколков возвращается к исходной точке вылета снаряда. Сравните расстояние l_2 от исходной точки до места падения второго осколка с дальностью полета l снаряда, если бы он не разорвался.

3.2.26. Через неподвижный блок переброшена веревка длиной l, на концах которой на одной высоте висят два гимнаста массой m каждый. За какое время первый гимнаст достигнет блока, если он полезет вверх со скоростью v_0 относительно веревки? Чему равны ускорение гимнастов и сила натяжения веревки? Массу веревки не учитывать.

• **3.2.27.** Человек, находившийся в неподвижной лодке, прыгает на берег под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $v = 5$ м/с относительно лодки в направлении от кормы к носу. Определите длину прыжка. Масса человека $m = 60$ кг, масса лодки $M = 180$ кг.

3.2.28. Из орудия выстрелили вертикально вверх. Снаряд вылетел со скоростью v_0 и в верхней точке своего полета разорвался на два одинаковых осколка. Первый осколок упал со скоростью v_1. Определите скорость каждого осколка после разрыва (u_1 и u_2) и скорость падения v_2 второго осколка.

3.2.29. При неудачном запуске ракеты под некоторым углом к горизонту она разорвалась на две одинаковые части в верхней точке траектории на высоте $h = 400$ м. Через $t = 2$ с после разрыва одна часть падает на землю точно под тем местом, где произошел взрыв. На каком расстоянии от места старта упадет второй осколок, если первый упал на расстоянии $l_1 = 1$ км от стартовой площадки?

3.2.30. Лыжник массой $M = 70$ кг спускается с горы, длина спуска которой $L = 800$ м, а угол наклона к горизонту $\alpha = 30°$. На половине пути он стреляет из ракетницы вертикально вверх. Ракета массой $m = 0{,}1$ кг вылетает из ракетницы со скоростью $v = 100$ м/с. Определите скорость лыжника в конце спуска. Начальную скорость лыжника считать $v_0 = 0$. Коэффициент трения лыж о снег $\mu = 0{,}1$.

3.2.31. Три лодки *1*, *2*, *3* массой $M = 200$ кг каждая движутся с одинаковыми скоростями $v = 2$ м/с друг за другом. Из средней лодки в крайние одновременно перебрасываются грузы массой $m = 20$ кг каждый со скоростью $u = 8$ м/с относительно лодки. Найдите скорость каждой лодки после перебрасывания грузов.

3.2.32. Метеорит, летевший перпендикулярно курсу космического корабля, попадает в его обшивку и застревает в ней. На какой угол отклонится корабль от своего курса, если его двигатели не произведут коррекции последнего? Масса метеорита составляет $\alpha =$ $= 0{,}001$ массы космического корабля, а скорость метеорита в $\beta = 10$ раз больше скорости корабля.

3.2.33. Две одинаковые лодки двигались со скоростями $v_1 = 2$ м/с и $v_2 = 3$ м/с под углами $\alpha_1 = 10°$ и $\alpha_2 = 20°$ к некоторому направлению. Когда лодки оказались на близком расстоянии, пассажиры лодок одновременно обменялись одинаковыми грузами так аккуратно, что при отделении груза от «своей лодки» скорость лодки и груза не изменилась. Считая массу лодки вместе с пассажиром в $n = 3$ раза больше массы груза, найдите скорости лодок после обмена грузами.

• **3.2.34.** Летевший горизонтально со скоростью $v = 100$ м/с снаряд разорвался на 3 равных осколка. Один осколок после взрыва полетел горизонтально со скоростью $v_1 = 150$ м/с. Найдите скорости двух других осколков и направления этих скоростей.

3.2.35. После взрыва ракеты, летящей горизонтально, образовалось 3 равных осколка, которые упали на землю одновременно. Расстояния от места старта до места падения двух из них $l_1 = 3$ км и $l_2 =$ $= 4$ км соответственно, причем линии, соединяющие места их падения с местом старта, составляют между собой прямой угол. Чему равно расстояние от места падения третьего осколка до места старта?

• **3.2.36.** Через легкий блок перекинута нить, на концах которой привязаны грузы одинаковой массы $M = 1$ кг. Один из концов нити пропущен через кольцо, укрепленное на расстоянии $h = 0{,}5$ м от поверхности груза (рис. 3.2.2). В некоторый момент времени кольцо опускают, и оно падает на груз, прилипая к нему. Определить время, за которое расстояние между грузами станет $l = 2h$. Первоначально грузы находились на одном уровне. Масса кольца $m = 0{,}2$ кг.

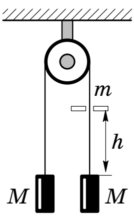


Рис. 3.2.2

• **3.2.37.** Механическая система тел, показанная на рисунке 3.2.3, стоит на гладком горизонтальном полу. Массы тел равны $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $M = 3$ кг соответственно. Тело массой m_2 удерживается на высоте $h = 50$ см над поверхностью пола. После освобождения тела массой m_2, оно движется вниз вдоль гладкого стержня AB, не отклоняясь от тела массой M. На какое расстояние переместится тело массой M к тому моменту, когда тело массой m_2 коснется пола?

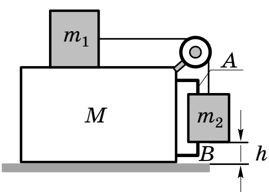


Рис. 3.2.3

3.3. Работа

3.3.1. Шайба массой $m = 200$ г скользит по горизонтальной поверхности. Определите работу силы трения на пути $s = 5$ м, если коэффициент трения шайбы о лед $\mu = 0,1$.

3.3.2. Сани тянут по горизонтальной поверхности с помощью веревки, которая образует с поверхностью угол $\alpha = 30°$. Сила натяжения веревки $F = 20$ H. Определите работу силы натяжения при перемещении саней на расстояние $s = 5$ м.

3.3.3. Тело массой $m = 1$ кг соскальзывает с наклонной плоскости длиной $l = 1$ м, которая образует с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $\mu = 0,2$. Определите работу каждой силы, действующей на тело на всем пути его движения. Найдите работу всех сил, действующих на тело.

3.3.4. Мяч массой $m = 0,2$ кг брошен вертикально вверх и словлен в точке бросания. Максимальная высота подъема мяча $h = 3$ м. Найдите работу силы тяжести при движении мяча: а) вверх; б) вниз; в) на всем пути.

3.3.5. Во сколько раз работа свободно падающего тела за вторую половину времени падения больше, чем за первую?

3.3.6. Первоначально покоящееся тело переместилось на расстояние $s = 0,5$ м под действием двух взаимно перпендикулярных сил $F_1 = 4$ H и $F_2 = 3$ H. Найдите работу каждой силы и работу равнодействующей силы.

3.3.7. Лифт массой $m = 1500$ кг начинает подниматься с ускорением $a = 1$ м/с^2. Определите работу, которую совершает двигатель лифта в течение первых $t = 2$ с подъема.

3.3.8. Груз массой $m = 10$ кг тянут по горизонтальной поверхности: один раз равномерно, второй — равноускоренно с ускорением $a = 1$ м/с^2. На сколько бóльшую работу по перемещению груза совершают во втором случае? Перемещение тела в каждом случае $s = 10$ м.

• **3.3.9.** Лифт массой $m = 1$ т поднимается на высоту $h = 9$ м в течение времени $t = 3$ с. Сравните работу по подъему лифта в двух случаях: а) движение лифта равномерное; б) движение лифта равноускоренное, причем начальная скорость равна нулю.

• **3.3.10.** На тело массой $m = 45$ кг, лежащее на горизонтальной поверхности, начинает действовать сила $F = 300$ Н под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 3.3.1).

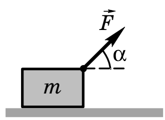


Рис. 3.3.1

1. Найдите работу каждой силы, действующей на тело при его перемещении на расстояние $s = 100$ м. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,1$.

2. Чему равна работа всех сил, действующих на тело?

3.3.11. Диск радиусом $R = 1$ м вращается. К боковой поверхности диска прижали тормозную колодку силой $F = 100$ H. Диск остановился, повернувшись на $N = 2{,}5$ оборота. Найдите работу силы трения, если коэффициент трения $\mu = 0{,}2$.

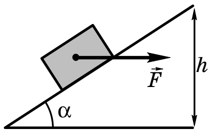


Рис. 3.3.2

3.3.12. Тело поднимают вверх по наклонной плоскости горизонтальной силой $F = 10$ Н на высоту $h = 10$ м. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$ (рис. 3.3.2). Найдите работу этой силы.

3.3.13. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы за время $t = 6$ мин поднять по движущемуся вниз эскалатору метро груз массой $m = 10$ кг? Высота подъема $h = 5$ м, скорость эскалатора $v = 2$ м/с, угол наклона эскалатора к горизонту $\alpha = 30°$.

3.3.14. Одинаковую ли работу совершает человек, поднимаясь по канату, который в первом случае прикреплен к потолку, а во втором перекинут через блок и к его другому концу привязан груз, масса которого равна массе человека? Массу каната не учитывать.

3.3.15. По графику зависимости модуля силы упругости от удлинения пружины (рис. 3.3.3) определите работу, совершаемую при растяжении пружин от $x_1 = 10$ см до $x_2 = 30$ см.

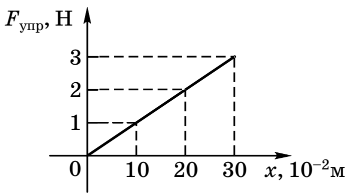


Рис. 3.3.3

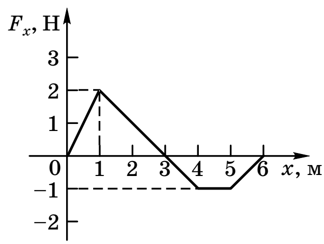


Рис. 3.3.4

3.3.16. Тело движется в положительном направлении оси X. На него действует сила, проекция которой на ось X зависит от координаты x так, как показано на рисунке 3.3.4. Определите работу силы в течение времени, когда тело из начала координат переместится в точку с координатой: а) $x_1 = 1$ м; б) $x_2 = 4$ м; в) $x_3 = 5$ м; г) $x_4 = 6$ м.

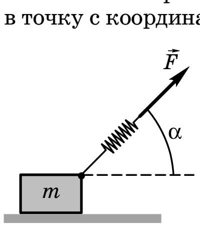


Рис. 3.3.5

3.3.17. Найдите работу, которую необходимо совершить, чтобы сжать пружину на $x = 10$ см, если для ее сжатия на $x_0 = 1$ см требуется сила $F = 100$ H.

3.3.18. На горизонтальной плоскости лежит брусок массой $m = 2$ кг. К бруску прикреплена пружина жесткостью $k = 100$ Н/м. Вначале пружина не деформирована. Затем к свободному концу пружины приложили силу F

(рис. 3.3.5). Какую работу совершит сила к моменту, когда брусок начнет скользить? Сила направлена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту.

3.3.19. На горизонтальной поверхности лежит брусок массой $m = 2$ кг. К бруску прикреплена пружина жесткостью $k = 50$ Н/м. Коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0{,}2$. Вначале пружина не деформирована. Затем, приложив к свободному концу пружины горизонтальную силу F (рис. 3.3.6), брусок медленно переместили на расстояние $s = 40$ см. Какая работа при этом была совершена?

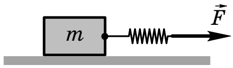


Рис. 3.3.6

3.3.20. Два мальчика, взявшись за разные концы пружины, растягивают ее, прилагая каждый силу $F = 20$ Н. Пружина при этом растянулась на $x = 10$ см. Какую работу совершили мальчики?

3.3.21. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть на $x = 1$ мм медный стержень длиной $l = 0{,}5$ м и сечением $S = 2$ см^2? Модуль Юнга для меди $E = 10^{11}$ Па.

3.3.22. Две пружины, жесткости которых $k_1 = 100$ Н/м и $k_2 = 200$ Н/м соответственно, соединены между собой последовательно. Какую работу необходимо совершить, чтобы растянуть систему на $x = 1$ см?

3.3.23. Две пружины одинаковой длины, жесткости которых $k_1 = 10$ Н/см и $k_2 = 20$ Н/см соответственно, соединены между собой параллельно. Найдите работу, которую надо совершить, чтобы растянуть пружины на $x = 2$ см.

3.3.24. Найдите минимальную работу, которую нужно совершить, чтобы из шахты глубиной $h = 200$ м поднять на канате груз массой $m = 500$ кг. Линейная плотность каната $\mu = 1$ кг/м.

3.3.25. Во сколько раз бóльшую работу нужно совершить, чтобы вытолкнуть пробку, забитую в трубку, как показано на рисунке 3.3.7, вниз, чем вверх? Длина трубки $l = 15$ см, длина пробки $l_0 = 5$ см. Пробка невесома.

3.3.26. На цилиндрическую трубу длиной l плотно надет кусок резинового шланга длиной $l_0 = \frac{l}{2}$ (рис. 3.3.8). Во сколько раз боль-

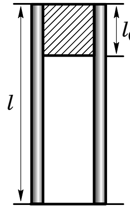


Рис. 3.3.7

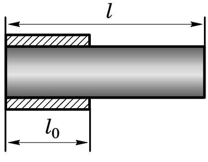


Рис. 3.3.8

шую работу надо совершить, чтобы снять шланг, перемещая его в направлении свободного конца трубы, а не в противоположном?

3.3.27. Цилиндрический стержень забит в доску, толщина которой равна половине длины стержня, на половину своей длины, как показано на рисунке 3.3.9. Во сколько раз бо́льшую работу надо совершить, чтобы протолкнуть стержень сквозь доску, чем вытащить его из доски? Сила трения стержня о доску пропорциональна той части длины стержня, которая находится в доске. Силу тяжести не учитывать.

3.3.28. Резиновый шланг нужно надеть на трубу (рис. 3.3.10). Во сколько раз большую работу нужно совершить, чтобы надеть шланг целиком, чем надеть его с противоположных концов трубы, предварительно разрезав его на две равные части? Сила трения между шлангом и трубой прямо пропорциональна длине надетого куска шланга. Силу тяжести не учитывать.

3.3.29. Какую работу необходимо совершить, чтобы волоком перетащить цепочку массой m и длиной l с одной полуплоскости на другую? Коэффициент трения цепочки о первую полуплоскость равен μ_1, о вторую — μ_2. Цепочка располагалась вначале так, как показано на рисунке 3.3.11.

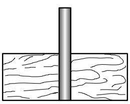


Рис. 3.3.9

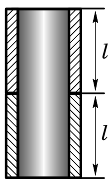


Рис. 3.3.10

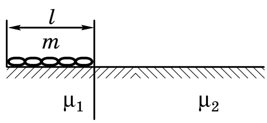


Рис. 3.3.11

3.3.30. Ножом для резки бумаги требуется обрезать стопку бумаги толщиной в $N = 300$ листов. Во сколько раз бо́льшую работу надо совершить, разрезая пачку целиком, чем трижды обрезав по $n = 100$ листов? Сила сопротивления бумаги прямо пропорциональна толщине стопки бумаги.

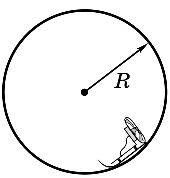


Рис. 3.3.12

• **3.3.31.** Аэросани движутся с постоянной скоростью $v = 20$ м/с по круговой дорожке, расположенной в вертикальной плоскости (рис. 3.3.12). Найдите работу силы трения за один оборот аэросаней. Масса аэросаней $m = 600$ кг, коэффициент трения полозьев саней о поверхность дорожки $\mu = 0{,}02$.

3.3.32. Вычислите работу, совершаемую силой $\vec{F} = 4\vec{i}$ при перемещении частицы из точки A (2, 2, 3) в точку B (2, 4, 6).

3.3.33. Частица совершает перемещение из точки с радиусом-вектором $\vec{r} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ в точку с радиусом-вектором $\vec{r}_2 = \vec{i} + 2\vec{j}$. При этом одна из сил, действующих на частицу, $\vec{F} = 5\vec{i} + \vec{j}$. Найдите работу этой силы.

3.4. Мощность

3.4.1. У дирижабля четыре ($n = 4$) мотора мощностью $N = 75$ кВт каждый. При этом дирижабль развивает скорость $v = 120$ км/ч. Найдите силу сопротивления воздуха.

3.4.2. Два одинаковых автомобиля одновременно трогаются с места и движутся равноускоренно. Во сколько раз средняя мощность первого автомобиля больше средней мощности второго, если за одно и то же время первый автомобиль достиг скорости вдвое большей, чем второй? Трение, препятствующее движению, не учитывать.

3.4.3. Автомобиль массой $m = 800$ кг трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь $l = 20$ м в течение времени $t = 2$ с. Найдите мгновенную мощность автомобиля в конце этого перемещения. Сопротивление движению не учитывать.

3.4.4. Самолет массой $m = 3$ т на взлетной полосе длиной $l = 600$ м приобретает необходимую для взлета скорость $v = 360$ км/ч. Самолет при разгоне движется равноускоренно, а сила сопротивления движению пропорциональна силе нормального давления с коэффициентом пропорциональности $k = 0{,}2$. Какова должна быть минимальная мощность двигателей самолета, необходимая для его взлета?

3.4.5. Поезд, отходя от станции, в течение времени $t = 5$ мин развивает скорость $v = 64{,}8$ км/ч. Масса поезда $M = 600$ т, коэффициент трения $\mu = 0{,}04$. Определите среднюю мощность локомотива на этом участке пути.

3.4.6. Тело массой m лежит на горизонтальной плоскости. Под действием горизонтальной силы тело в первом случае движется равномерно со скоростью v, а во втором случае с постоянным ускорением, равным a. Нарисуйте в обоих случаях график зависимости мгновенной мощности от времени. Коэффициент трения равен μ.

3.4.7. Поезд массой $m = 400$ т движется равномерно в гору. Уклон горы составляет $h = 4$ м на каждый километр пути. Сила сопротивления движению $F = 1$ кН. Тепловоз развивает мощность $N = 3{,}2$ МВт. С какой скоростью движется поезд?

3.4.8. Уклон участка шоссе $k = 0{,}05$. Спускаясь под уклон с выключенным двигателем, автомобиль движется с постоянной скоростью $v = 15$ м/с. Какой должна быть мощность двигателя, чтобы автомобиль мог подниматься на тот же подъем с той же скоростью? Масса автомобиля $m = 10^4$ кг.

3.4.9. Какую мощность развивает человек, везущий по горизонтальной дороге груженые санки общей массой $m = 40$ кг? Коэффициент трения полозьев о дорогу равен $\mu = 0{,}1$. Человек тянет санки с постоянной скоростью $v = 3$ м/с с помощью веревки, наклоненной под углом $\alpha = 30°$ к горизонту.

3.4.10. Тело массой $m = 7$ кг брошено с начальной скоростью $v = 20$ м/с под углом к горизонту $\alpha = 30°$. Определите мощность силы тяжести: а) в начальный момент времени; б) через $t = 1$ с после броска; в) в наивысшей точке траектории движения тела.

3.4.11. Тело массой $m = 2$ кг начинает двигаться вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ под действием силы $F = 20\ H$, составляющей с плоскостью угол $\beta = 30°$. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}2$. Найдите мгновенную мощность N_1 этой силы и мгновенную мощность N_2 силы тяжести спустя $t = 10$ с после начала движения.

3.4.12. Горный ручей с сечением потока S образует водопад высотой h. Скорость течения воды у вершины водопада равна v. Найдите мощность водопада.

• **3.4.13.** Тело массой $m = 2$ кг скользит вверх вдоль наклонной плоскости с постоянной скоростью $v = 0{,}5$ м/с под действием силы, приложенной параллельно плоскости. При каком угле наклона плоскости к горизонту мощность этой силы будет максимальной? Чему она равна? Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 1/\sqrt{3}$.

3.4.14. Электродвигатель мощностью $N = 10$ кВт соединен с насосом, подающим в течение времени $t = 30$ мин $V = 58{,}75$ м^3 воды на высоту $h = 25$ м. Определите коэффициент полезного действия всей установки.

3.4.15. Лифт массой $m = 2000$ кг равномерно поднялся на высоту $h = 10$ м за $\tau = 5$ с. Какова мощность мотора лифта, если его коэффициент полезного действия $\eta = 0{,}8$?

3.4.16. У мотора электровоза при движении со скоростью $v = 72$ км/ч мощность $N = 3,14$ МВт. Найдите силу тяги мотора, если КПД мотора и передающих механизмов $\eta = 80\%$.

3.4.17. Груз массой $m = 100$ кг поднимают на высоту $h = 1$ м по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между грузом и плоскостью $\mu = 0{,}1$. Груз передвигают с ускорением $a = 0{,}1$ м/с^2, а его начальная скорость равна нулю. Найдите работу, совершенную при подъеме груза, среднюю мощность и коэффициент полезного действия подъемника.

3.4.18. Под действием некоторой силы частица массой $m = 10$ г движется со скоростью $\vec{v} = 100\vec{i} + 20t\vec{j}$. Найдите зависимость мощности силы от времени.

3.5. Кинетическая энергия. Теорема о кинетической энергии

3.5.1. Масса трейлера в 10 раз больше массы автомобиля «Жигули», а скорость трейлера в 2 раза меньше скорости легкового автомобиля. Сравните импульсы и кинетические энергии автомобилей.

3.5.2. Импульс тела $p = 10$ кг · м/с, его кинетическая энергия $E = 20$ Дж. Найдите массу и скорость тела.

3.5.3. Мяч, летящий со скоростью $v_1 = 5$ м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположную сторону со скоростью $v_2 = 25$ м/с. Определите изменение энергии мяча, если изменение его импульса $\Delta p = 2$ кг · м/с.

3.5.4. Какой кинетической энергией обладает вишенка массой $m = 10$ г, падающая с дерева, через $t_0 = 0{,}1$ с после начала движения? Сопротивление воздуха не учитывать.

3.5.5. Мяч массой $m = 0{,}1$ кг бросают вертикально вверх. В начальный момент времени энергия мяча $E = 9{,}6$ Дж. Определите время полета мяча. Сопротивление воздуха не учитывать.

3.5.6. Груз массой $m = 0{,}2$ кг вращают на веревке длиной $l = 0{,}5$ м в горизонтальной плоскости так, что сила натяжения веревки $F = 4{,}9$ Н. Найдите кинетическую энергию груза.

3.5.7. На тонком обруче закреплены две бусинки *1* и *2* массой $m = 10$ г каждая (рис. 3.5.1). Обруч катится без проскальзывания со скоростью $v = 2$ м/с по горизонтальной поверхности. Найдите кинетическую энергию каждой бусинки и обеих бусинок в тот момент, когда диаметр, соединяющий бусинки, составляет угол $\alpha = 60°$ с вертикалью.

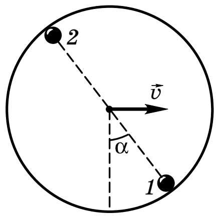


Рис. 3.5.1

3.5.8. На неподвижное тело, лежащее на гладкой горизонтальной поверхности, начинает действовать сила $F = 2$ Н, направленная горизонтально. Найдите кинетическую энергию тела к тому моменту времени, когда оно переместится на расстояние $s = 2$ м.

3.5.9. Тонкий обруч массой $m = 1$ кг и радиус $R = 0{,}5$ м вращается с частотой $\nu = 2$ об/с относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через его центр. Найдите кинетическую энергию обруча.

3.5.10. Велосипедист, начиная движение, разгоняется до скорости $v = 20$ м/с. Сравните работы, которые совершает велосипедист при разгоне до скорости $v_1 = \frac{2}{3}v$ и от скорости v_1 до v. Найдите эти работы, если масса велосипедиста с велосипедом $m = 90$ кг.

3.5.11. Поезд массой $m = 1500$ т движется со скоростью $v = 57{,}6$ км/ч и при торможении останавливается, пройдя путь $l = 200$ м. Найдите силу торможения. Во сколько раз изменится сила торможения, если тормозной путь будет вдвое меньше?

3.5.12. Мальчик подбросил вертикально вверх мячик со скоростью $v_1 = 5$ м/с. Когда он его поймал, скорость мячика была $v_2 = 4{,}5$ м/с. Определите работу силы сопротивления воздуха. Масса мячика $m = 50$ г.

3.5.13. Тело массой $m = 0{,}5$ кг, брошенное под углом к горизонту со скоростью $v_1 = 20$ м/с, упало на землю со скоростью $v_2 = 16$ м/с. Определите работу силы сопротивления.

3.5.14. Каким способом и во сколько раз дальше можно закинуть шайбу, бросая ее под углом к горизонту или так, чтобы она скользила по льду? Коэффициент трения шайбы о лед $\mu = 0{,}05$. Сопротивление воздуха не учитывать.

3.5.15. Пуля подлетает к доске со скоростью $v_0 = 500$ м/с и проникает на глубину $H = 15$ см. С какой минимальной скоростью летит такая пуля, если она пробивает доску из того же материала толщиной $h = 5$ см^2? Считать, что сила сопротивления постоянна и не зависит от скорости.

3.5.16. Бусинка движется в горизонтальной плоскости по окружности радиусом $R = 0{,}5$ м. Кинетическая энергия бусинки постоянна и $E = 0{,}08$ Дж. Найдите результирующую силу, действующую на тело. Чему равна работа этой силы по перемещению бусинки по окружности?

3.5.17. Небольшая шайба массой $m = 0{,}2$ кг может скользить по гладкому проводу, изогнутому в виде четверти дуги окружности радиусом $R = 1$ м, расположенной в горизонтальной плоскости (рис. 3.5.2, вид сверху). В точке A шайбе сообщают горизонтальную скорость $v_A = 8$ м/с и одновременно на нее начинает действовать постоянная по модулю и направлению горизонтальная сила $F = 30$ Н. Найдите скорость шайбы в точке B.

3.5.18. Муфточка массой $m = 0{,}1$ кг движется по окружности радиусом $R = 1$ м. Центростремительное ускорение муфточки зависит от времени по закону $a = 0{,}2\,t^2$. Найдите кинетическую энергию муфточки в момент времени $t = 10$ с.

• **3.5.19.** Доска длиной $l = 2$ м лежит на краю стола (рис. 3.5.3). Какую минимальную горизонтальную скорость нужно сообщить доске, чтобы она упала со стола? Коэффициент трения между доской и поверхностью стола равен $\mu = 0{,}6$.

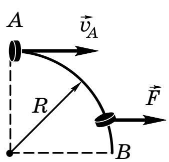


Рис. 3.5.2

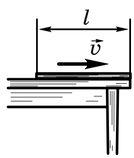


Рис. 3.5.3

3.5.20. Лодка-плоскодонка длиной $l = 2{,}5$ м, двигаясь по инерции, наезжает на отмель и останавливается, когда ее половина оказывается на суше. Коэффициент трения между дном лодки и песчаной отмелью $\mu = 0{,}6$. Определите начальную скорость лодки, считая, что масса ее равномерно распределена по длине. Сопротивление воды не учитывать.

3.5.21. Пуля, летящая с некоторой горизонтальной скоростью, углубляется в стену на расстояние $h = 10$ см. На какое расстояние углубится в ту же стену пуля, которая будет иметь вдвое большую скорость? Считать, что сила сопротивления прямо пропорциональна скорости.

3.5.22. Пуля пробивает доску толщиной $h = 3$ см и продолжает полет со скоростью $v_1 = 0{,}8v$. Какой максимальной толщины доску она может пробить? Считать, что сила сопротивления пропорциональна скорости пули.

3.5.23. Пуля, летящая со скоростью v, пробивает несколько досок, расположенных друг за другом. В какой по счету доске застрянет пуля, если после прохождения первой доски ее скорость $v_1 = 0{,}83v$? Сила сопротивления пропорциональна скорости пули.

3.5.24. Тело движется в положительном направлении оси X под действием силы $F = 0{,}2x$. В момент времени $t = 0$ тело находилось в начале координат и его скорость $v_0 = 0$. Найдите кинетическую энергию тела в тот момент времени, когда координата тела будет $x_1 = 10$ м.

• **3.5.25.** Два небольших шарика массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г укреплены на концах тонкого легкого стержня длиной $l = 1$ м. Стержень приводят во вращение вокруг вертикальной оси, перпендикулярной стержню. На каком расстоянии x от шарика массой m_1 должна проходить ось вращения, чтобы работа, затраченная на достижение угловой скорости $\omega = 10$ рад/с, была минимальна? Чему она равна?

3.6. Потенциальная энергия

3.6.1. Брусок массой $m = 2$ кг, длина ребер которого $a = 10$ см, $b = 20$ см, $c = 30$ см, кладут поочередно на одну из трех граней разной площади. Чему равна потенциальная энергия бруска относительно стола в каждом из этих положений? Какое из положений бруска наиболее устойчивое? Самое неустойчивое?

3.6.2. Тело массой $m = 0{,}2$ кг подняли с высоты $h_1 = 2$ м относительно поверхности земли на высоту $h_2 = 5$ м. Насколько при этом изменилась потенциальная энергия тела?

3.6.3. Карандаш массой $m = 20$ г и длиной $l = 20$ см лежит на столе. На сколько изменится энергия карандаша, если его поставить вертикально?

3.6.4. Потенциальная энергия тела, брошенного под углом к горизонту, увеличилась на $\Delta E = 98$ Дж. Найдите работу силы тяжести на этом участке полета.

3.6.5. Цепь массой $m = 50$ г и длиной $l = 60$ см лежит на горизонтальной плоскости. Найдите минимальную работу по подъему цепи, взятой за один конец, на высоту, при которой нижний конец цепи находится от плоскости на расстоянии $h = l$.

3.6.6. Определите минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы построить куб со стороной $a = 1$ м из материала плотностью $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м^3.

3.6.7. Определите минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы построить правильную усеченную пирамиду высотой $h = 1$ м, если ее нижнее и верхнее основания — квадраты со сторонами $a = 80$ см и $b = 20$ см соответственно. Плотность материала $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3.

3.6.8. У пружины жесткостью $k = 250$ Н/м длина в недеформированном состоянии $l_0 = 60$ см. Пружину сжали на 1/3 часть ее длины. Найдите потенциальную энергию пружины.

3.6.9. Длина пружины в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см, ее жесткость $k = 200$ Н/м. Какой станет длина пружины, если, растягивая ее, сообщить ей энергию $E = 9$ Дж?

3.6.10. Определите отношение потенциальных энергий пружин с коэффициентами жесткости $k_1 = 100$ Н/м и $k_2 = 200$ Н/м в двух случаях: а) пружины соединены последовательно и растянуты; б) пружины одинаковой длины соединены параллельно и растянуты.

3.6.11. Система из двух последовательно соединенных пружин растянута на $x = 3$ см. Жесткость первой пружины $k_1 = 10$ кН/м, второй — $k_2 = 20$ кН/м. Найдите потенциальную энергию первой пружины.

3.7. Закон сохранения механической энергии

3.7.1. В комнате высотой $h = 2,5$ м с потолка на пол упал кусок штукатурки массой $m = 50$ г. Какой импульс был передан полу? Сопротивление воздуха не учитывать.

3.7.2. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с. На какой высоте его кинетическая энергия будет равна потенциальной? Сопротивление воздуха не учитывать.

3.7.3. Шарик, подвешенный на нити длиной $l =$ $= 1$ м, отклоняют на угол $\alpha = 60°$ (рис. 3.7.1) и отпускают. Какой будет максимальная скорость шарика?

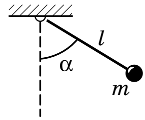


Рис. 3.7.1

3.7.4. Тело массой $m = 0{,}5$ кг брошено под углом $\alpha = 60°$ к горизонту со скоростью $v = 20$ м/с. Определите его кинетическую, потенциальную и полную механические энергии в высшей точке траектории. Какая работа была совершена при бросании тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

3.7.5. Веревка длиной $l = 2$ м и массой $m = 1$ кг переброшена через гвоздь, вбитый в стену. В начальный момент времени веревка висит симметрично и покоится. Затем из-за незначительного толчка веревка начинает скользить по гвоздю. Каким будет импульс веревки, когда она соскользнет с гвоздя?

3.7.6. Небольшое тело начинает скользить с вершины гладкой горки высотой $H = 2$ м (рис. 3.7.2), имеющей горизонтальный участок. При какой высоте h горизонтального участка тело пролетит наибольшее расстояние s и чему оно равно?

• **3.7.7.** Кусок тяжелого каната, подвешенного за один конец, не рвется, если его длина не превышает $l_0 = 5$ м. Кусок такого же каната кладут на гладкий стол так, что его малая часть свешивается. При какой максимальной длине каната он соскользнет со стола, не порвавшись? Какую скорость будет иметь такой канат, соскользнув со стола?

3.7.8. Вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O (рис. 3.7.3), может вращаться легкий стержень, на концах которого укреплены шарики массами $m_1 = 0{,}8$ кг и $m_2 = 0{,}1$ кг. Расстояния от центров шариков до оси вращения равны $l_1 = 20$ см и $l_2 = 40$ см соответственно. Стержень, первоначально удерживаемый в горизонтальном положении, отпускают. Какие линейные скорости будут иметь шарики в тот момент, когда стержень займет вертикальное положение? Трения в системе нет.

3.7.9. На концах и в середине невесомого стержня длиной $l = 0{,}5$ м укреплены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально на гладкую поверхность и отпускают (рис. 3.7.4). Найдите скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную поверхность.

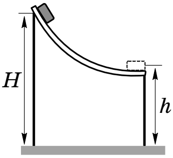


Рис. 3.7.2

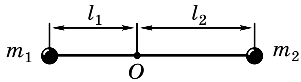


Рис. 3.7.3

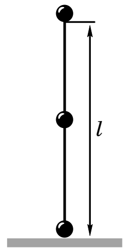


Рис. 3.7.4

3.7.10. Шарик, закрепленный на нити длиной $l = 0{,}5$ м, собираются вращать в вертикальной плоскости. Чему должна быть равна минимальная скорость шарика в нижней точке траектории, чтобы в самой высокой точке окружности нить оставалась натянутой?

3.7.11. Гладкий шар радиусом $R = 0{,}3$ м закреплен на горизонтальной поверхности. С верхней точки шара начинает скользить тело (рис. 3.7.5). На какой высоте h от поверхности тело оторвется от шара?

3.7.12. Маленькое колечко массой $m = 20$ г надето на закрепленное гладкое проволочное кольцо радиусом $R = 0{,}6$ м, расположенное в вертикальной плоскости (рис. 3.7.6). С вершины большого кольца колечко начинает скользить без начальной скорости. Найдите зависимость силы давления F колечка на кольцо от высоты h, на которую опустится колечко. Постройте график зависимости $F(t)$. По графику определите высоту, на которой колечко не давит на кольцо.

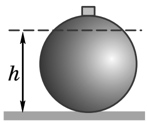


Рис. 3.7.5

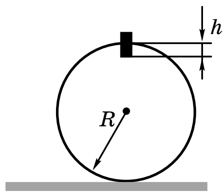


Рис. 3.7.6

3.7.13. Небольшое тело массой $m = 0{,}2$ кг соскальзывает вниз по наклонному скату, переходящему в «мертвую петлю» радиусом $R = 0{,}4$ м (рис. 3.7.7).

1. Найдите наименьшую высоту h ската, при которой тело при движении не выпадает из «петли».

2. Найдите силу, с которой тело давит на поверхность петли в точке A, радиус которой составляет угол $\alpha = 60°$ с вертикалью, если тело скатывается с этой наименьшей высоты.

3.7.14. Небольшое тело массой $m = 1$ кг соскальзывает по наклонному желобу, переходящему в окружность радиусом $R = 0{,}6$ м (рис. 3.7.8). В начальный момент времени тело находилось на высо-

Рис. 3.7.7

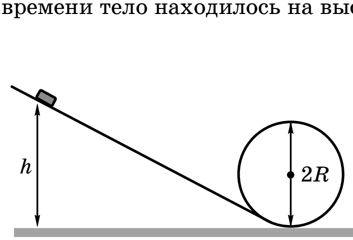


Рис. 3.7.8

те $h = 2R$. 1. На какой высоте тело оторвется от желоба? 2. С какой силой тело будет давить на желоб в тот момент, когда скорость тела направлена вертикально вверх? Трение не учитывать.

3.7.15. Гладкий шар радиусом $R = 0{,}6$ м закреплен на горизонтальной поверхности. Небольшому телу, находящемуся в верхней точке шара, сообщили скорость $v = 1{,}5$ м/с (рис. 3.7.9) и оно стало скользить по шару. На какой высоте от поверхности тело оторвется от шара?

• **3.7.16.** Гладкая проволока AB изогнута по дуге окружности радиусом $R = 0{,}5$ м. На проволоку надета бусинка (рис. 3.7.10). Какую минимальную скорость необходимо сообщить бусинке, чтобы, пройдя часть пути в воздухе, она в точке B вновь попала на проволоку? Известно, что $\alpha = 30°$.

3.7.17. Шарик массой $m = 10$ г, первоначально удерживаемый внутри гладкой сферы на ее горизонтальном диаметре, отпускают. Определите силу давления шарика на поверхность сферы в нижней ее точке. Трения нет.

3.7.18. Шарик подвешен на нити длиной $l = 70$ см. При движении шарика по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, нить рвется, если угловая скорость движения шарика достигает $\omega = 5{,}3$ рад/с. Этот шарик, подвешенный на такой же нити, отклоняют на натянутой нити от положения равновесия и отпускают. На какой наибольший угол можно отклонить нить с шариком, чтобы при движении шарика в вертикальной плоскости нить не оборвалась?

3.7.19. На нити длиной $l = 1$ м подвешен шарик. Нить отводят до горизонтального положения и отпускают. На расстоянии $a = 0{,}4$ м под точкой подвеса вбит гвоздь (рис. 3.7.11). На какую максимальную высоту относительно гвоздя поднимется шарик?

3.7.20. Шарик массой $m = 0{,}1$ кг подвешен на нити длиной $l = 0{,}8$ м. Шарик отклонили на угол $\beta = 90°$ и отпустили, сообщив скорость $v = 1$ м/с, направленную вертикально вниз.

1. Найдите силу натяжения нити в тот момент, когда она образует с горизонтом угол $\alpha = 30°$.

2. При какой начальной скорости шарик сможет совершить полный оборот?

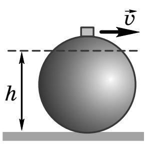


Рис. 3.7.9

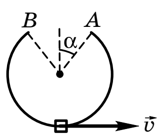


Рис. 3.7.10

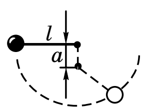


Рис. 3.7.11

3.7.21. Какую скорость необходимо сообщить шарику, подвешенному на нити длиной $l = 1$ м, чтобы в момент отклонения нити на угол $\alpha = 60°$от вертикали ускорение шарика было направленным горизонтально (рис. 3.7.12)?

• **3.7.22.** Шарик подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной $l = 30$ см так, что точка подвеса O находится на высоте $h = 50$ см над столом. Шарик отклоняют на натянутой нити до горизонтального положения и отпускают. При движении шарика нить оборвалась в тот момент, когда угол отклонения от вертикали был равен $\alpha = 60°$. Найдите высоту H, на которую подпрыгнет шарик после абсолютно упругого удара о стол.

• **3.7.23.** На бруске, находящемся на горизонтальной плоскости, вертикально установлен легкий стержень, к которому привязана нить с грузом массой $m = 100$ г на конце (рис. 3.7.13). Нить с грузом отклоняют до горизонтального положения и отпускают. Определите массу M бруска, если он сдвинулся, когда угол между нитью и стержнем был равен $\alpha = 45°$. Коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0{,}8$.

3.7.24. Груз подвешен на легкой пружине. В положении равновесия груза длина пружины $l_1 = 20$ см. Пружину медленно сжали до длины $l_2 = 15$ см и отпустили. Найдите максимальную скорость груза. Длина недеформированной пружины $l_0 = 10$ см.

• **3.7.25.** Груз, висящий на пружине, удлиняет ее на $x = 3$ см (рис. 3.7.14). Какую минимальную работу надо совершить, чтобы увеличить удлинение пружины жесткостью $k = 400$ Н/м в $n = 3$ раза?

3.7.26. Один из концов резинового шнура жесткостью $k = 10$ Н/м и длиной в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см закреплен, а ко второму прикреплен груз массой $m = 100$ г. Шнур отклоняют в вертикальной плоскости на угол $\alpha = 60°$ так, что он остается нерастянутым, и затем отпускают. Определите максимальное удлинение шнура при движении груза.

3.7.27. На гладком горизонтальном столе расположен груз массой $m = 1$ кг. Груз соединен с вертикальной пружиной, верхний конец которой закреплен (рис. 3.7.15). Какую минимальную скорость

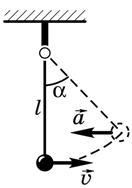


Рис. 3.7.12

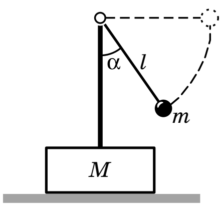


Рис. 3.7.13

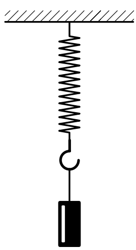


Рис. 3.7.14

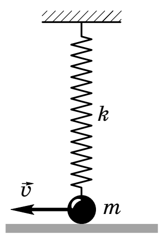


Рис. 3.7.15

в горизонтальном направлении нужно сообщить грузу, чтобы он оторвался от поверхности стола? В исходном состоянии пружина не деформирована и имеет длину $l = 30$ см. Коэффициент жесткости пружины $k = 50$ Н/м.

• **3.7.28.** На подставке лежит тело массой $m = 0{,}5$ кг, подвешенное на пружине жесткостью $k = 40$ Н/м (рис. 3.7.16). В начальный момент пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением $a = 2$ м/с^2. Через какое время подставка оторвется от тела? Каким будет максимальное растяжение пружины?

• **3.7.29.** Легкая пружина установлена вертикально на столе. С высоты $h = 40$ см относительно поверхности стола на нее падает стальной шарик массой $m = 0{,}1$ кг (рис. 3.7.17). Найдите максимальный импульс шарика. Жесткость пружины $k = 19{,}6$ Н/м, ее длина в недеформированном состоянии $l = 20$ см.

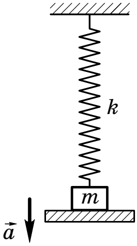


Рис. 3.7.16

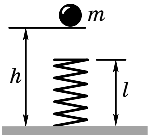


Рис. 3.7.17

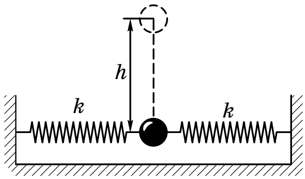


Рис. 3.7.18

3.7.30. Легкая пружина жесткостью $k = 50$ Н/м и длиной в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см установлена вертикально на столе. На нее падает стальной шарик массой $m = 250$ г. Определите высоту относительно поверхности стола, на которой шарик будет иметь максимальную скорость. Чему равно максимальное сжатие пружины, если в начальный момент шарик находился на высоте $h = 40$ см от поверхности стола?

3.7.31. Шарик массой $m = 0{,}1$ кг закреплен на полу двумя одинаковыми пружинами жесткостью $k = 15$ Н/м каждая, как показано на рисунке 3.7.18. В начальном состоянии пружины не деформированы и длина каждой пружины $l = 40$ см. Шарик поднимают на высоту $h = 30$ см и отпускают. Какой импульс передает шарик при абсолютно упругом ударе о поверхность?

• **3.7.32.** Маленький шарик массой $m = 200$ г, находящийся на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплен к вертикальной оси невесомой пружиной длиной $l = 30$ см и жесткостью $k = 100$ Н/м (рис. 3.7.19). Пружину с грузом раскручивают в горизонтальной плоскости до угловой скорости $\omega = 10$ рад/с. Найди-

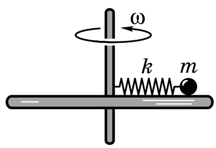


Рис. 3.7.19

те работу, необходимую для раскрутки пружины с грузом. Считать, что пружина не изгибается. В начальном положении пружина не деформирована.

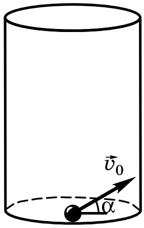


Рис. 3.7.20

• **3.7.33.** Маленькое тело массой m = 20 г движется не отрываясь по внутренней гладкой поверхности вертикального цилиндра (рис. 3.7.20). Начальная скорость тела v_0 составляет угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Чему равна сила, с которой тело давит на поверхность цилиндра в высшей точке траектории, если при подъеме на максимальную высоту тело совершило ровно n = 4 оборота внутри цилиндра?

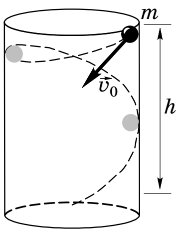


Рис. 3.7.21

• **3.7.34.** Внутри вертикально стоящей цилиндрической трубы радиусом R = 10 см находится шарик массой m = 20 г. Шарику сообщили горизонтальную скорость v_0 = 5 м/с, направленную по касательной к поверхности трубы (рис. 3.7.21). С какой силой шарик действует на поверхность трубы в момент, когда он опустился на расстояние h = 50 см? Сколько полных оборотов за это время сделал шарик? Трения нет.

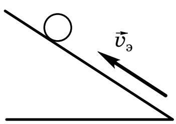


Рис. 3.7.22

• **3.7.35.** Эскалатор, расположенный под углом к горизонту, движется вверх со скоростью $v_э$ = 2 м/с. На поручень вертикально ставят колечко радиусом r = 2 см, которое начинает двигаться вместе с поручнем, а затем колечко отпускают (рис. 3.7.22). Найдите угловую скорость колечка в момент времени, когда его центр масс опустится по вертикали на высоту h = 0,5 м. Масса колечка равномерно распределена по его ободу, проскальзывания нет.

3.8. Закон сохранения энергии

3.8.1. Футбольный мяч массой m = 400 г свободно падает на землю с высоты h_1 = 6 м и отскакивает на высоту h_2 = 2,4 м. Какое количество теплоты выделилось при ударе мяча о землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

3.8.2. Тело массой m = 5 кг падает вертикально вниз с начальной скоростью v_0 = 2 м/с. Найдите работу, совершенную силами сопротивления, если в конце десятой секунды движения (t = 10 с) скорость тела стала v = 50 м/с.

3.8.3. От удара копра массой m = 500 кг свая погрузилась в грунт на глубину s = 0,01 м. Определите среднюю силу сопротивления грунта, если скорость копра перед ударом v = 10 м/с. Масса копра много меньше массы сваи.

3.8.4. С горки высотой $h = 4$ м и основанием $l = 6$ м съезжают сани и останавливаются, пройдя горизонтальный путь $s = 34$ м от основания горки. Найдите коэффициент трения, считая его одинаковым на всем пути.

3.8.5. Найдите минимальную работу, которую нужно совершить, чтобы переместить тело массой $m = 2$ кг вверх по наклонной плоскости из точки *1* в точку *2*, расстояние между которыми по горизонтали $l = 1$ м, а по вертикали $h = 0{,}5$ м. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}6$.

3.8.6. Какую минимальную скорость будет иметь человек, сбежавший с обледеневшей горки высотой $h = 10$ м с углом наклона к горизонту $\alpha = 15°$, если коэффициент трения подошв ботинок о поверхность горки равен $\mu = 0{,}05$?

3.8.7. На какую максимальную высоту может вбежать человек на ледяную горку с углом наклона $\alpha = 30°$? Начальная скорость человека $v = 8$ м/с, коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

3.8.8. При медленном подъеме тела по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ совершена работа $A = 6$ Дж. Коэффициент трения тела о наклонную плоскость $\mu = 0{,}1$. Какое количество теплоты выделилось при этом?

3.8.9. Мальчик съезжает на санках без начальной скорости с ровной горки высотой $h = 5$ м и у подножия горы приобретает скорость $v = 8$ м/с. Найдите минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы втащить сани массой $m = 2$ кг на эту горку, прикладывая силу, направленную вдоль горки.

3.8.10. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 10°$ лежит брусок. Чтобы передвинуть его вниз по наклонной плоскости на некоторое расстояние, надо совершить минимальную работу $A_1 = 10$ Дж. Для перемещения бруска вверх по наклонной плоскости на то же расстояние требуется совершить работу не менее $A_2 = 45$ Дж. В обоих случаях к бруску прикладывают силы, направленные вдоль наклонной плоскости. Найдите по этим данным коэффициент трения скольжения между бруском и плоскостью.

3.8.11. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45°$ находится шайба, прикрепленная к плоскости нитью (рис. 3.8.1). Если шайбу при натянутой нити отклонить на угол $\varphi_1 = 6°$ и отпустить, то максимальный угол отклонения шайбы в противоположную сторону $\varphi_2 = 3°$. Найдите коэффициент трения шайбы о плоскость.

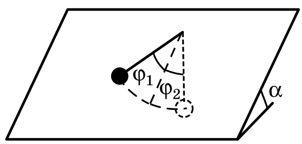


Рис. 3.8.1

3.8.12. Небольшая шайба соскальзывает без начальной скорости с вершины наклонной плоскости с углом при основании $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью изменяется с расстоянием x от вершины по закону $\mu = kx$, где $k = 0{,}1$ м$^{-1}$. На каком расстоянии от вершины надо поставить упор, чтобы после абсолютно упругого соударения и отскока шайба прошла как можно больший путь?

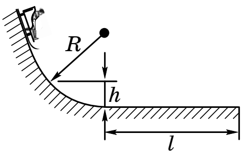


Рис. 3.8.2

• **3.8.13.** Горка, представляющая собой дугу окружности радиусом $R = 4$ м, плавно переходит в горизонтальную плоскость (рис. 3.8.2). Поверхность горки гладкая, а горизонтальная поверхность — шероховатая, с коэффициентом трения $\mu = 0{,}1$. Санки, съехав с горки, остановились на расстоянии $l =$ $= 30$ м от ее конца. На какой высоте h человек в санках испытал двукратную перегрузку (отношение веса человека к силе тяжести)?

3.8.14. Маленькое тело соскальзывает с вершины закрепленной шероховатой сферы и отрывается от ее поверхности на высоте относительно центра сферы, равной половине радиуса. Оцените коэффициент трения тела о поверхность сферы, взяв для оценки среднее арифметическое значение силы трения в процессе скольжения.

• **3.8.15.** Шайба может скользить по желобу, изображенному на рисунке 3.8.3. Если шайбу положить на желоб на высоте $H = 1$ м, то она оторвется от желоба на высоте $h = 0{,}5$ м. Найдите работу силы трения при движении шайбы по желобу. Радиус желоба $R = 0{,}4$ м.

3.8.16. Цепочка массой $m = 0{,}1$ кг и длиной $l = 0{,}8$ м лежит так, что один конец ее свешивается с края стола. Цепочка начинает соскальзывать, когда свешивающаяся часть составляет $\eta = 0{,}25$ ее длины. Найдите импульс цепочки в тот момент, когда она полностью соскользнет со стола.

3.8.17. Тело массой $m = 2$ кг, соединенное с невесомой пружиной жесткостью $k = 500$ Н/м, начинает соскальзывать с наклонной плоскости, у основания которой находится преграда (рис. 3.8.4). Пружина, ударяясь о преграду, сжимается на $\Delta l = 8$ см, и тело останавливается, пройдя до момента остановки путь $l = 1{,}6$ м вдоль наклонной плоскости. Найдите коэффициент трения тела о плоскость, если угол ее наклона к горизонту равен $\alpha = 30°$.

• **3.8.18.** На горизонтальном столе лежат два бруска массами $m_1 =$ $= 2$ кг и $m_2 = 5$ кг соответственно, соединенные недеформированной

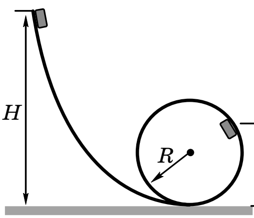


Рис. 3.8.3

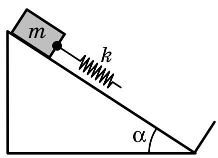


Рис. 3.8.4

пружиной жесткостью k = 10 Н/м. Какую наименьшую скорость нужно сообщить первому бруску, чтобы сдвинуть второй? Коэффициенты трения брусков о плоскость μ_1= 0,5 и μ_2 = 0,3 соответственно.

• **3.8.19.** Какую минимальную постоянную силу F нужно приложить к системе, чтобы сжать ее на x = 4 см (рис. 3.8.5)? Жесткость пружины k = 200 Н/м.

3.8.20. На горизонтальной поверхности лежат два бруска массами m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг, соединенные недеформированной пружиной (рис. 3.8.6). Какую наименьшую горизонтальную силу надо приложить к первому бруску, чтобы сдвинулся второй? Коэффициент трения брусков о поверхность одинаков и равен μ = 0,2.

3.8.21. Два одинаковых кубика соединены между собой легкой пружиной и расположены так, как показано на рисунке 3.8.7. На правый кубик действует постоянная сила F = 20 Н. В некоторый момент действие силы прекращается. Найдите максимальное расстояние между кубиками после прекращения действия силы. Длина недеформированной пружины равна l_0 = 10 см, коэффициент жесткости k = 500 Н/м. Трением пренебречь.

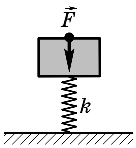


Рис. 3.8.5

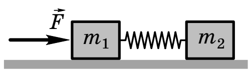


Рис. 3.8.6

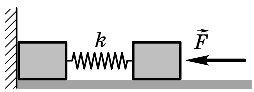


Рис. 3.8.7

3.8.22. Тело массой m = 2,5 кг, лежащее на горизонтальном полу, соединено недеформированной пружиной жесткостью k = 60 Н/м с вертикальной стеной (рис. 3.8.8). Телу сообщают скорость v_0 = 3 м/с, направленную вдоль пружины к стене. Найдите коэффициент трения тела о поверхность стола, если на пути s = 0,5 м скорость тела уменьшилась в 2 раза.

• **3.8.23.** Брусок массой m = 1 кг, лежащий на горизонтальной поверхности, соединен легкой пружиной жесткостью k = 9,8 Н/м с вертикальной стеной. Пружина не деформирована. Пружину растянули на l = 15 см и бруску сообщили некоторую скорость v_0, направленную вдоль пружины к стене (рис. 3.8.9). При каком минимальном значении скорости брусок, двигаясь от стены, достигнет точки начала движения? Коэффициент трения бруска о поверхность μ = 0,1.

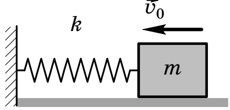


Рис. 3.8.8

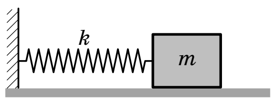


Рис. 3.8.9

• **3.8.24.** Тело массой $m = 100$ г соединено невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий блок, с пружиной жесткостью $k = 10$ Н/м, прикрепленной к полу (рис. 3.8.10). В начальный момент тело удерживают на расстоянии $h = 15$ см от пола так, что нить натянута, а пружина недеформирована. Чему равна максимальная скорость тела при движении? Какое количество теплоты выделится при абсолютно неупругом ударе тела о пол, если тело отпустить?

• **3.8.25.** Механическая система состоит из длинной доски, бруска и груза массами $M = 5$ кг, $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг соответственно. Доска и груз соединены нитью, перекинутой через легкий блок. Вначале тела располагаются так, как показано на рисунке 3.8.11. Коэффициент трения между бруском и доской равен $\mu = 0{,}5$. Бруску сообщают горизонтальную скорость $v_0 = 5$ м/с, направленную вдоль доски. На какую высоту поднимется груз к моменту времени, когда брусок перестанет скользить по доске? Какое количество теплоты выделится к этому моменту времени?

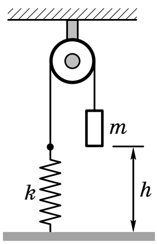


Рис. 3.8.10

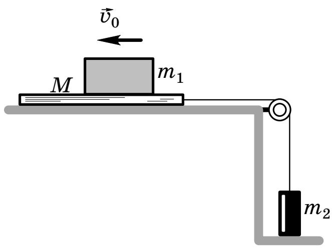


Рис. 3.8.11

3.9. Неупругий удар

3.9.1. Два шара массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся поступательно навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 5$ м/с соответственно. Найдите кинетическую энергию системы после их неупругого лобового столкновения.

• **3.9.2.** Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной поверхности, расталкиваются зажатой между ними легкой пружиной и начинают двигаться так, что в процессе движения их максимальные скорости равны $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 3$ м/с. Какая энергия была запасена в пружине, если общая масса тел $m = 8$ кг?

3.9.3. Из бункера с высоты $h = 1$ м высыпали порцию песка массой $m = 100$ кг в вагонетку массой $M = 2$ т, движущуюся горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с. Найдите количество теплоты, которое выделится в системе.

3.9.4. Два шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся со скоростями $v_1 = 5$ м/с и $v_2 = 4$ м/с во взаимноперпендикулярных направлениях. Определите кинетическую энергию системы после абсолютно неупругого столкновения шаров.

• **3.9.5.** Две одинаковые частицы движутся вдоль двух взаимноперпендикулярных прямых со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 20$ м/с соответственно и сталкиваются. Поэтому первая частица останавливается. Найдите скорость второй частицы после столкновения и количество теплоты, выделяемой при этом.

• **3.9.6.** Два шарика массами $m_1 = 0,07$ кг и $m_2 = 0,06$ кг движутся по поверхности стола во взаимноперпендикулярных направлениях со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 4$ м/с соответственно. Найдите количество теплоты, выделившееся при их неупругом соударении.

3.9.7. Кусок пластилина массой $m = 32$ г со скоростью $v = 7$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту попадает в брусок массой $m_1 = 6m$, движущийся со скоростью $v_1 = v/4$ по гладкой горизонтальной поверхности (рис. 3.9.1). Определите скорость бруска с пластилином после удара. На сколько увеличится внутренняя энергия данной системы тел?

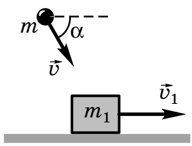


Рис. 3.9.1

3.9.8. По горизонтальной поверхности стола движется брусок массой m и сталкивается неупруго с неподвижным бруском массой $2m$. Перед ударом скорость первого бруска $v = 2$ м/с. Какое расстояние пройдут слипшиеся бруски до остановки? Коэффициент трения между каждым бруском и столом $\mu = 1/18$.

3.9.9. Пуля массой $m = 10$ г со скоростью $v = 100$ м/с попадает в тело массой $M = 1,99$ кг и застревает в нем (рис. 3.9.2). На сколько сжимается пружина, удерживающая тело? Жесткость пружины $k = 200$ Н/м.

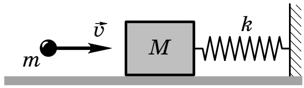


Рис. 3.9.2

3.9.10. Винтовка массой $M = 3$ кг подвешена горизонтально на двух параллельных нитях. При выстреле в результате отдачи она откачнулась на $h = 19,6$ см (рис. 3.9.3). Масса пули $m = 10$ г. Определите скорость, с которой вылетела пуля.

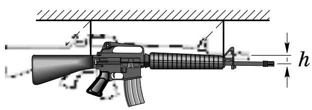


Рис. 3.9.3

3.9.11. Тело массой $m_1 = 1$ кг свободно падает с высоты $h = 39{,}2$ м. На высоте $\frac{h}{2}$ в него попадает пуля массой $m_2 = 20$ г, летевшая горизонтально со скоростью $v_0 = 100$ м/с, и застревает в нем. Найдите горизонтальное перемещение тела к моменту его падения на землю.

3.9.12. Пуля массой $m = 5$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 500$ м/с, попадает в шар, подвешенный на легком стержне, и застревает в нем. Масса шара $M = 0{,}5$ кг (рис. 3.9.4). При какой максимальной длине стержня шар от удара пули может совершить полный оборот?

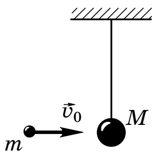


Рис. 3.9.4

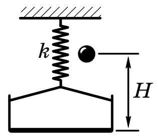


Рис. 3.9.5

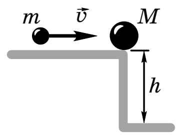


Рис. 3.9.6

• **3.9.13.** На чашку пружинных весов падает с высоты $H = 30$ см кусок пластилина массой $m = 50$ г и прилипает к чашке (рис. 3.9.5). Масса чашки $M = 200$ г, коэффициент жесткости пружины $k = 100$ Н/м. Найдите зависимость скорости системы после соударения от деформации пружины.

3.9.14. Гладкий шар массой $M = 100$ г лежит на краю стола высотой $h = 1{,}225$ м (рис. 3.9.6). В центр шара попадает пуля массой $m = 5$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 100$ м/с, и, пробив его, падает на горизонтальную поверхность на расстоянии $s = 10$ м от стола. На каком расстоянии от стола упадет шар? Временем взаимодействия пули и шара, а также сопротивлением воздуха пренебречь.

3.9.15. Грузу массой $m = 0{,}6$ кг, лежащему на краю длинной доски массой $M = 1$ кг, сообщили скорость $v = 3$ м/с, направленную вдоль доски (рис. 3.9.7). Найдите работу силы трения к моменту времени, когда груз перестает скользить по доске. Трение между доской и поверхностью, на которой находится доска, не учитывать. Поверхность, на которой находится доска, гладкая.

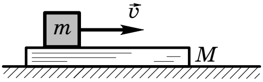


Рис. 3.9.7

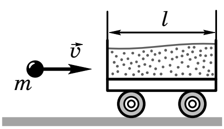


Рис. 3.9.8

3.9.16. Пуля массой $m = 10$ г попадает в стоящую тележку с песком массой $M = 5$ кг. Найдите наименьшую скорость пули, при которой она может вылететь через противоположную стену тележки (рис. 3.9.8). Средняя сила трения пули о песок $F = 100$ Н. Длина тележки $l = 0{,}2$ м.

3.9.17. «Пуля» пробивает закрепленную доску при минимальной скорости $v_0 = 10$ м/с. С какой скоростью должна лететь «пуля» для того, чтобы пробить незакрепленную доску? Масса доски $M = 1$ кг, масса «пули» $m = 200$ г. Силу сопротивления материала доски считать постоянной.

3.9.18. С какой по модулю и направлению скоростью должен прыгнуть человек массой $m = 70$ кг, стоящий на краю неподвижной тележки, чтобы попасть на другой ее конец к моменту остановки тележки? Масса тележки $M = 30$ кг, длина $l = 1$ м. Коэффициент трения тележки о поверхность дороги $\mu = 0{,}5$. Какое расстояние пройдет тележка вместе с человеком после окончания прыжка? Временем взаимодействия человека с тележкой пренебречь по сравнению со временем его полета.

• **3.9.19.** Грузы массами $m = 1$ кг и $M = 4$ кг соединили легкой пружиной. Систему положили на гладкий горизонтальный стол. Пружину немного сжали и с двух сторон поставили упоры, не дающие грузам разъезжаться (рис. 3.9.9). Если убрать один из упоров, то система начнет двигаться. Во сколько раз изменится максимальное удлинение пружины, если убрать не этот, а другой упор?

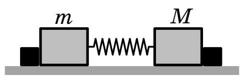


Рис. 3.9.9

3.9.20. Два тела массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}4$ кг связаны пружиной и лежат на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 3.9.10). Какую наименьшую скорость необходимо сообщить телу массой m_1, чтобы пружина сжалась на $x = 5$ см? Коэффициент жесткости пружины $k = 20$ Н/м.

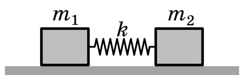


Рис. 3.9.10

3.9.21. При ударе шарика об идеально гладкую горизонтальную плоскость (рис. 3.9.11) он теряет третью часть кинетической энергии. Зная, что угол падения шарика $\alpha = 45°$, найдите угол его отражения.

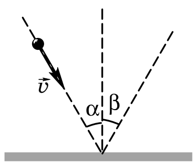


Рис. 3.9.11

3.9.22. Мяч бросают вниз с высоты $h =$ $= 7{,}5$ м. Какую скорость нужно сообщить мячу, чтобы после двух ударов о пол он поднялся до первоначальной высоты? Считать, что при каждом ударе о пол мяч теряет $\eta = 40\%$ механической энергии.

3.9.23. Шарик свободно падает с высоты $h = 2$ м на горизонтальную поверхность и отскакивает с потерей $\eta = 6{,}25\%$ кинетической энергии. Найдите время, которое проходит от начала движения шарика до его второго падения.

3.9.24. Шарик свободно падает с высоты $h = 10$ м. Во сколько раз скорость шарика до удара больше скорости после удара, если с момента падения шарика на пол до его второго удара о пол прошло время $t = 1{,}3$ с?

3.9.25. Пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $v_0 = 150$ м/с, пробивает спичечную коробку и вылетает из нее со скоростью $v = 0{,}6v_0$. Какое количество теплоты выделится при движении пули в коробке? Начальную и конечную скорости пули считать горизонтальными. Масса коробки $M = 50$ г.

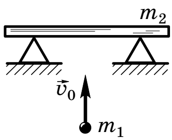


Рис. 3.9.12

3.9.26. Пуля массой $m_1 = 9$ г, летевшая вертикально вверх со скоростью $v_0 = 200$ м/с, пробила (точно в центре) лежавшую на двух опорах доску массой $m_2 = 0{,}27$ кг (рис. 3.9.12). При этом доска подпрыгнула на высоту $h = 0{,}2$ м. Какое количество теплоты выделилось при прохождении пули через доску?

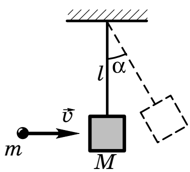


Рис. 3.9.13

3.9.27. Пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 400$ м/с, пробивает подвешенное на нити длиной $l = 0{,}2$ м тело (рис. 3.9.13). Масса тела $M = 2$ кг. После прохождения тела скорость пули стала в $n = 2$ раза меньше. На какой угол α отклонится тело? Какая часть кинетической энергии пули перейдет в теплоту?

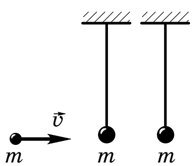


Рис. 3.9.14

3.9.28. Пуля массой $m = 20$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 100$ м/с, пробивает подвешенный на нити груз такой же массы m и застревает во втором таком же грузе (рис. 3.9.14). Найдите количество теплоты, выделившееся при пробивании первого груза, если во втором грузе выделилось количество теплоты $Q = 10$ Дж.

3.9.29. Два шара подвешены рядом на нитях одинаковой длины. Один из шаров отводят на угол α и отпускают. После соударения шаров первый шар останавливается, а второй отклоняет нить от вертикали на угол $\beta = 30°$. На какой угол отклонится нить, на которой подвешен первый шар, после второго соударения? Считать, что при каждом ударе в теплоту переходит одинаковая доля потенциальной энергии деформации шаров.

3.10. Упругий удар

3.10.1. Два шара массами $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 1{,}5$ кг движутся поступательно навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Определите скорости шаров после центрального идеально упругого соударения.

• **3.10.2.** Первое тело, движущееся со скоростью $v_1 = 3$ м/с, нагоняет второе тело, движущееся со скоростью $v_2 = 1$ м/с. При каком отношении масс тел при упругом ударе первое тело остановится?

• **3.10.3.** Тело массой $m_1 = 5$ кг ударяется о неподвижное тело массой $m_2 = 2{,}5$ кг, у которого после удара кинетическая энергия стала $E_2' = 5$ Дж. Считая удар центральным и абсолютно упругим, найдите кинетическую энергию первого тела до и после удара.

3.10.4. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Определите, какую часть энергии первое тело передает второму при упругом центральном ударе. Рассмотрите случаи: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 = 3m_2$; в) $m_1 = \frac{1}{3}m_2$.

3.10.5. Шар массой m_1, движущийся поступательно, ударяется о неподвижный шар массой m_2. Каким должно быть отношение масс $\frac{m_1}{m_2}$, чтобы скорость тела уменьшилась в $n = 1{,}5$ раза?

3.10.6. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро атома углерода. Удар центральный и абсолютно упругий. Во сколько раз уменьшится кинетическая энергия нейтрона при ударе?

• **3.10.7.** На гладком горизонтальном столе вдоль одной прямой лежат, не соприкасаясь, $n = 8$ шаров, радиусы которых одинаковы, а массы равны m, $\frac{1}{2}m$, $\frac{1}{4}m$, $\frac{1}{8}m$, $\frac{1}{16}m$, $\frac{1}{32}m$, $\frac{1}{64}m$ и $\frac{1}{128}m$. На первый шар налетает со скоростью $v = 1$ м/с шар массой $M = 2m$, движущийся вдоль той же прямой. Считая все соударения между шарами абсолютно упругими и центральными, найдите скорость, которую приобретет последний шар.

• **3.10.8.** Внутри гладкой неподвижной трубки, которая представляет собой горизонтально расположенное кольцо, находятся два шарика массами $m_1 = 50$ г и $m_2 = 30$ г (рис. 3.10.1, вид сверху). Шарикам сообщают начальные скорости $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 15$ м/с. Каковы будут скорости шариков после 2006 столкновений? Все столкновения абсолютно упругие и центральные.

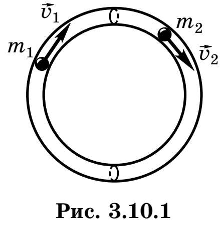


Рис. 3.10.1

• **3.10.9.** Шарик *1* абсолютно упруго сталкивается с другим таким же покоящимся шариком *2*. Происходит нецентральный абсолютно упругий удар. Под каким углом разлетятся шарики?

3.10.10. Шар абсолютно упруго сталкивается с таким же, но покоящимся шаром, который в результате удара начинает двигаться под углом $\alpha = 35°$ к первоначальному направлению движения налетающего шара. На какой угол относительно первоначального направления отклоняется налетающий шар в результате соударения?

3.10.11. Шар массой $m_1 = 100$ г, движущийся со скоростью $v = 5$ м/с, сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 300$ г. Найдите скорость шара массой m_2 сразу после соударения, если при этом он начинает двигаться под углом $\alpha = 30°$ к направлению движения налетающего шара. Удар абсолютно упругий.

3.10.12. Тело массой m движется поступательно со скоростью v и после упругого столкновения с покоящимся телом движется поступательно со скоростью $v/2$ под углом $\alpha = 90°$ к первоначальному направлению движения. Определите массу второго тела.

3.10.13. Две одинаковые частицы движутся со скоростями v_1 и v_2 так, что угол между направлениями их движения равен α (рис. 3.10.2). После абсолютно упругого соударения скорости частиц стали u_1 и u_2. Определите угол разлета частиц.

3.10.14. Два упругих гладких шара одновременно вылетают из точек A и B в направлении к точке C с одинаковыми по модулю скоростями. Точки A, B, C расположены в вершинах равностороннего треугольника (рис. 3.10.3). Масса шара A втрое больше массы шара B, а их размеры одинаковы. Каким будет угол между векторами скоростей шаров после удара?

3.10.15. Пуля массой $m = 5$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 400$ м/с, абсолютно упруго ударяется о шар массой $M = 10$ кг, висящий на нити (рис. 3.10.4). На какую максимальную высоту поднимется шар после удара?

3.10.16. Пуля, летящая горизонтально со скоростью $v = 400$ м/с, попадает в центр шара, подвешенного на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 4$ м, и после абсолютно упругого соударения отскакивает от него. Определите угол, на который отклоняется нить, если масса пули $m = 20$ г, масса шара $M = 5$ кг.

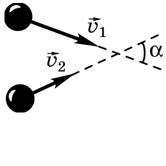


Рис. 3.10.2

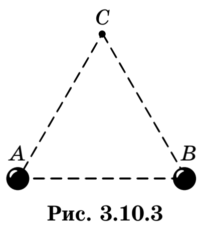


Рис. 3.10.3

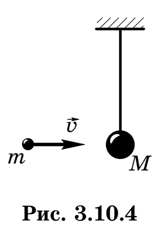


Рис. 3.10.4

3.10.17. Два шарика, массы которых $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г, подвешены в одной точке на одинаковых нитях длиной $l = 0,5$ м каждая. Первый шарик отклонили от положения равновесия на угол $\alpha = 60°$ и отпустили (рис. 3.10.5). На какую высоту поднимется второй шарик после абсолютно упругого удара?

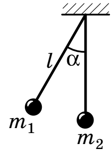


Рис. 3.10.5

3.10.18. Абсолютно упругий шарик, подвешенный на нити длиной $L = 50$ см, отклоняют на угол α и отпускают (рис. 3.10.6). В нижней точке он сталкивается с таким же шариком, висящим на нити длиной $l = 5$ см. При каком минимальном значении угла α второй шарик после удара совершит полный оборот вокруг точки подвеса?

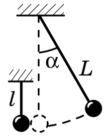


Рис. 3.10.6

3.10.19. Шарик массой $m = 10$ г свободно падает с высоты $h = 2$ м и упруго отражается в горизонтальном направлении от установленного на неподвижном бруске щита (рис. 3.10.7). Пренебрегая трением, найдите скорость бруска со щитом после соударения. Масса бруска со щитом $M = 90$ г.

3.10.20. Шар массой m_2 находится на гладкой горизонтальной поверхности на некотором расстоянии от вертикальной стены. Другой шар массой m_1 движется с некоторой скоростью по направлению к шару массой m_2 (рис. 3.10.8). Между шарами происходит центральный удар, после чего оба шара движутся по направлению к стене. Затем шар массой m_2 ударяется о стену и, отскочив, вновь сталкивается с шаром массой m_1, который после этого останавливается. Считая все соударения абсолютно упругими, найдите, при каком соотношении масс $\frac{m_1}{m_2}$ это возможно.

3.10.21. Шар массой M находится на гладкой горизонтальной поверхности на некотором расстоянии от вертикальной стены. Другой шар массой m движется от стены к первому шару. Между шарами происходит центральный абсолютно упругий удар. При каком соотношении масс $\frac{M}{m}$ между шарами не произойдет второго удара? Удар шара массой m о стену считать абсолютно упругим.

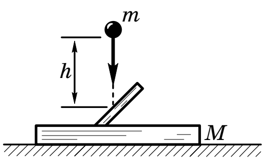


Рис. 3.10.7

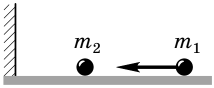


Рис. 3.10.8

3.10.22. По гладкой горизонтальной поверхности в направлении к вертикальной стенке движутся со скоростью $v = 1$ м/с два шара одинакового радиуса, но разных масс. Шары связаны между собой невесомой нерастяжимой нитью (рис. 3.10.9). Определите путь, который пройдет шар массой M спустя время: $\tau_1 = 0{,}2$ с, $\tau_2 = 0{,}5$ с и $\tau_3 = 0{,}8$ с после удара о стенку. Массы шаров $M = 2$ кг и $m = 1$ кг; длина нити $l = 60$ см. Все соударения считать абсолютно упругими.

• **3.10.23.** На гладкой горизонтальной поверхности на расстоянии $l = 3$ м от вертикальной стенки лежит кубик массой M. Другой кубик массой m движется от стенки к первому кубику (рис. 3.10.10). После абсолютно упругого удара кубик m достигает стенки и, упруго отразившись от нее, догоняет кубик M. На каком расстоянии l_1 от стенки произошло второе соударение кубиков, если $\frac{M}{m} = n = 5$?

3.10.24. По гладкой горизонтальной поверхности скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью $u = 1$ м/с и маленькая шайба со скоростью $v = 3$ м/с, которая догоняет брусок. В начальный момент времени ($t_0 = 0$) шайба находилась в точке B, на расстоянии $l = 1$ м от бруска. В какой момент времени шайба вернется в точку B? Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется.

3.10.25. От неподвижного мяча удаляется вниз массивная плита с постоянной скоростью $u = 2$ м/с (рис. 3.10.11). В момент, когда расстояние от плиты до мяча $l = 0{,}3$ м, мяч отпускают. На какое максимальное расстояние удалится мяч от плиты после упругого удара?

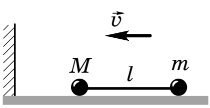


Рис. 3.10.9

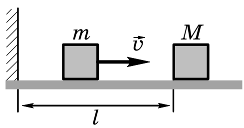


Рис. 3.10.10

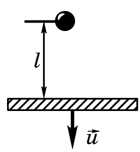


Рис. 3.10.11

3.10.26. Три шарика лежат на горизонтальной поверхности вдоль одной прямой. Первому шарику сообщили скорость $v = 10$ м/с, после чего произошли последовательно два абсолютно упругих центральных удара: первого шарика со вторым и второго с третьим. Массы первого и третьего шариков равны $m_1 = 100$ г и $m_3 = 400$ г соответственно. Какова должна быть масса m_2 второго шарика, чтобы в результате ударов третий шарик получил максимально возможную скорость v_{max}? Найдите эту скорость.

3.10.27. Брусок массой $m = 5$ кг соскальзывает без трения с вершины наклонной плоскости клина массой $M = 20$ кг и углом при основании $\alpha = 30°$ (рис. 3.10.12). Клин может двигаться по горизонтальной поверхности без трения. Найдите скорость бруска в конце спуска, если длина наклонной плоскости клина равна $l = 1$ м, а начальная скорость бруска равна нулю.

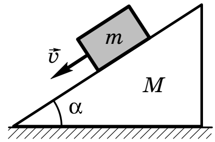


Рис. 3.10.12

3.10.28. На гладкой горизонтальной поверхности находится брусок, на котором укреплен штатив (рис. 3.10.13). К штативу привязан на невесомой нерастяжимой нити шарик массой $m = 200$ г. Сначала нить с шариком удерживают под углом $\alpha = 60°$ к вертикали, потом отпускают. Найдите скорость бруска в тот момент, когда нить впервые составит угол $\beta = 30°$ с вертикалью. Масса бруска со штативом $M = 2$ кг, длина нити $l = 50$ см.

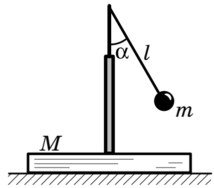


Рис. 3.10.13

• **3.10.29.** На гладкой горизонтальной плоскости находится тело массой M и на нем небольшая шайба массой m (рис. 3.10.14). Шайбе сообщили в горизонтальном направлении скорость v. На какую максимальную высоту h_{max} (по сравнению с первоначальным уровнем) она поднимется после отрыва от тела? Трением пренебречь.

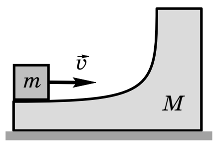


Рис. 3.10.14

3.10.30. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки находится брусок массой $m_1 = 200$ г с углублением полусферической формы радиусом $r = 50$ см. С верхнего края углубления начинает соскальзывать маленькая шайба массой $m_2 = 100$ г (рис. 3.10.15). Найдите максимальную скорость бруска при его последующем движении. Трением пренебречь.

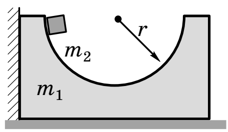


Рис. 3.10.15

• **3.10.31.** Прямоугольный брусок массой $M = 1$ кг с полусферической выемкой радиусом $R = 20$ см стоит вплотную к вертикальной стене (рис. 3.10.16). С какой максимальной высоты h над ближайшей к стене точкой A надо уронить маленький шарик массой $m = 200$ г, чтобы он не поднялся над противоположной точкой B выемки? Трения нет.

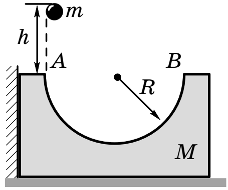


Рис. 3.10.16

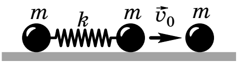


Рис. 3.10.17

• 3.10.32. Два одинаковых шара, соединенных недеформированной пружиной, движутся по гладкой поверхности со скоростью $v_0 = 7$ м/с, направленной вдоль пружины, к такому же покоящемуся шару (рис. 3.10.17). Происходит абсолютно упругий центральный удар. Определите максимальную и минимальную длины пружины при движении шаров после соударения. Длина недеформированной пружины равна $l_0 = 10$ см, коэффициент жесткости $k = 1000$ Н/м. Масса каждого шара $m = 50$ г.

Глава 4. ГРАВИТАЦИЯ

4.1. Закон всемирного тяготения

4.1.1. С какой силой F притягивают друг друга два одинаковых однородных шара массой $m = 1$ кг каждый, если их центры отстоят друг от друга на расстоянии $r = 1$ м?

4.1.2. Во сколько раз изменится сила притяжения двух соприкасающихся одинаковых шариков, если их заменить шариками из того же материала, увеличив в $n = 2$ раза радиусы?

4.1.3. Вычислите силу гравитационного притяжения Земли и Солнца. Какие ускорения имеют Земля и Солнце благодаря этой силе?

Рис. 4.1.1

4.1.4. Ускорение Луны при ее движении вокруг Земли можно найти из кинематических соображений, зная, что средний радиус ее орбиты $R = 385\,000$ км, а период ее обращения вокруг Земли $T = 27{,}3$ суток. Сравните полученное таким образом ускорение с ускорением, создаваемым на лунной орбите земным тяготением.

4.1.5. Отвес, изображенный на рисунке 4.1.1, отклонился от вертикали на угол $\alpha = 1°$. Считая нить отвеса невесомой, а масса шарика отвеса $m = 0{,}2$ кг, оцените силу гравитационного притяжения между шариком и скалой.

4.1.6. Три одинаковых шара массой $m = 10$ кг каждый расположены так, как показано на рисунке 4.1.2. Найдите силу, действующую на шар A со стороны двух других. Расстояние $a = 10$ см.

4.1.7. Три шара массами m, $2m$ и $3m$ расположены на окружности радиусом $R = 10$ м так, как показано на рисунке 4.1.3. Найдите силу, действующую на шар массой m со стороны двух других. Масса $m = 10$ кг.

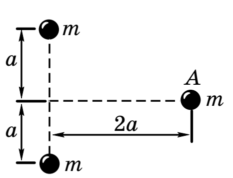


Рис. 4.1.2

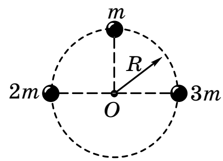


Рис. 4.1.3

4.1.8. На каком расстоянии от Земли тело притягивается к Земле и Солнцу с одинаковой силой?

4.1.9. Два шара, массы которых $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 90$ кг, расположены на расстоянии $R = 10$ м друг от друга. На каком расстоянии от первого шара и какой массы m_3 надо поместить третий шар, чтобы: а) он находился в равновесии; б) вся система находилась в равновесии?

4.1.10. Имеется кольцо радиусом $R = 20$ см из тонкой медной проволоки. Найдите силу, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой $m = 2$ г, находящуюся на оси кольца на расстоянии $d = 10$ см от его центра. Радиус проволоки $r = 1$ мм.

• **4.1.11.** В свинцовом шаре радиусом R сделана сферическая полость, поверхность которой касается поверхности шара и проходит через его центр. Масса шара без полости M. Определите, с какой силой свинцовый шар с полостью будет притягивать маленький шарик массой m, находящийся на расстоянии $d \gg R$ от центра свинцового шара на прямой, соединяющей центры шара и полости (рис. 4.1.4).

4.1.12. С какой силой взаимодействуют шарик массой $m_1 = 10$ кг (рис. 4.1.5) и свинцовый шар, имеющий сферическую полость? Радиус шара $R_1 = 20$ см; радиус полости $R_2 = 10$ см; расстояние $l = 80$ см.

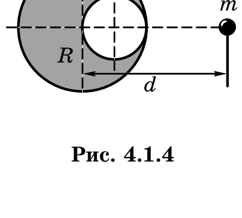


Рис. 4.1.4

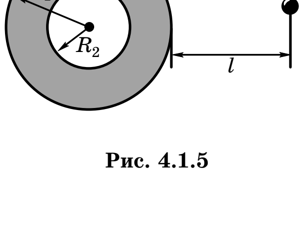


Рис. 4.1.5

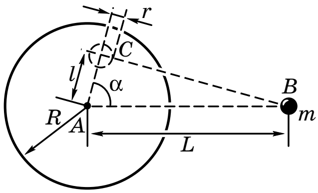


Рис. 4.1.6

• **4.1.13.** Свинцовый шар радиусом R = 50 см имеет внутри сферическую полость радиусом r = 5 см, центр которой находится на расстоянии l = 40 см от центра шара (рис. 4.1.6). С какой силой будет притягиваться к шару материальная точка массой m = 10 г, находящаяся на расстоянии L = 80 см от центра шара, если линия AC, соединяющая центры шара и полости, составляет угол $\alpha = 60°$ с линией AB, соединяющей центр шара с материальной точкой?

• **4.1.14.** Тело, размерами которого можно пренебречь, помещено внутрь тонкой однородной сферы. Докажите, что сила притяжения, действующая со стороны сферы на тело, равна нулю при любом его положении внутри сферы.

4.2. Ускорение свободного падения

4.2.1. Считая планету Марс однородным шаром, определите ускорение свободного падения вблизи его поверхности. Масса Марса $m = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ кг, его радиус $R = 3{,}38 \cdot 10^{6}$ м.

4.2.2. Найдите размерность и значение гравитационной постоянной, зная ускорение свободного падения, средний радиус Земли и ее массу.

• **4.2.3.** Радиус Луны в n = 3,7 раза меньше радиуса Земли, а ее масса в k = 81 раз меньше массы Земли. Определите ускорение свободного падения $g_{Л}$ на поверхности Луны.

4.2.4. Радиус Солнца примерно в 110 раз больше радиуса Земли, а средняя плотность Солнца относится к средней плотности Земли как 1 : 4. Найдите ускорение свободного падения у поверхности Солнца.

4.2.5. Чему равно ускорение свободного падения на высоте, равной трем радиусам Земли?

4.2.6. На какой высоте над поверхностью Земли ускорение свободного падения будет в 2 раза меньше, чем на ее поверхности?

4.2.7. Наибольшее удаление от поверхности Земли космического корабля «Восток», запущенного 12 апреля 1961 г. с первым в мире летчиком-космонавтом Ю. А. Гагариным, было 327 км. На сколько процентов сила тяжести, действовавшая на космонавта на орбите, была меньше силы тяжести, действовавшей на него на Земле? Почему космонавт находился в состоянии невесомости?

4.2.8. Высота подъема стратостата h = 22 км. Определите, во сколько раз изменится при подъеме на такую высоту ускорение. Какой путь пройдет стратостат за первую секунду свободного падения?

4.2.9. На какой высоте над поверхностью Земли тело в первую секунду свободного падения пролетает расстояние $s = 2{,}45$ м?

• **4.2.10.** Вычислите силу тяготения, действующую на материальную точку массой m, находящуюся внутри Земли на расстоянии r от центра. Радиус Земли равен $R_З$. Плотность Земли считать постоянной.

4.2.11. Найдите ускорение свободного падения на дне шахты глубиной $h = 1000$ м.

4.2.12. На какой глубине шахты ускорение свободного падения будет в $n = 2$ раза меньше ускорения свободного падения на поверхности Земли?

• **4.2.13.** Определите ускорение свободного падения на Солнце по следующим данным: расстояние от Земли до Солнца $1{,}496 \cdot 10^{11}$ м; угол, под которым видно Солнце с Земли, равен $32'$; период обращения Земли вокруг Солнца $T_З = 3{,}1557 \cdot 10^7$ с.

4.2.14. Если бы Земля была шаром радиусом, равным среднему радиусу Земли, то на сколько ускорение свободного падения на экваторе отличалось бы от ускорения свободного падения на полюсе?

4.2.15. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Средняя плотность вещества планеты $\rho = 3000$ кг/м^3. Определите период обращения планеты вокруг собственной оси.

4.2.16. Найдите среднюю плотность планеты, сутки на которой равны 24 ч, а тела на экваторе невесомы.

4.2.17. Найдите среднюю плотность планеты, у которой на экваторе пружинные весы показывают вес тела на 10% меньший, чем на полюсе. Сутки на планете составляют $T = 24$ ч.

4.2.18. На какой высоте h над поверхностью планеты вес тела на полюсе равен весу тела на экваторе вблизи поверхности? Планета имеет форму шара радиусом R и плотность ρ. Период вращения вокруг собственной оси равен T.

4.2.19. Определите зависимость ускорения свободного падения от географической широты для Земли.

4.2.20. Оцените относительную ошибку, допущенную при аналитическом определении веса тела на широте $\varphi = 60°$ без учета суточного вращения Земли. Радиус Земли $R_з = 6400$ км.

4.2.21. Два одинаковых автомобиля массой $m = 2$ т каждый движутся по экватору навстречу друг другу со скоростями $v = 30$ м/с относительно Земли. На сколько вес одного автомобиля отличается от веса другого?

• **4.2.22.** Две звезды массами m_1 и m_2 находятся на расстоянии l друг от друга. Найдите модуль и направление ускорения свободного падения $\vec{g}$ в точке, находящейся на расстояниях r_1 и r_2 от первой и второй звезд соответственно.

4.3. Первая космическая скорость

4.3.1. Найдите минимальную скорость, с которой нужно горизонтально бросить камень с вершины горы, чтобы камень, падая, не достиг поверхности Земли (рис. 4.3.1).

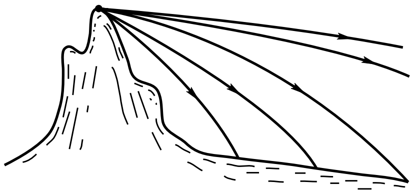


Рис. 4.3.1

4.3.2. Найдите первую космическую скорость вблизи поверхности Луны, если радиус Луны $R_Л = 1780$ км, а ускорение свободного падения у ее поверхности в $n = 6$ раз меньше ускорения свободного падения у поверхности Земли.

4.3.3. Определите первую космическую скорость для планеты радиусом $R = 2500$ км, средняя плотность которой $\rho = 4{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

4.3.4. Искусственный спутник выведен на круговую орбиту на высоте $h = 3200$ км над поверхностью Земли. Определите скорость спутника при движении по такой орбите.

4.3.5. Сравните скорости движения искусственных спутников Земли и Венеры при движении по орбитам, одинаково удаленным от центра планет. Масса Венеры составляет 0,815 массы Земли.

4.3.6. Во сколько раз изменился радиус орбиты спутника Земли, если его скорость на новой орбите в $n = 2$ раза меньше первоначальной?

4.3.7. Круговая орбита спутника Земли лежит в экваториальной плоскости. Спутник все время «висит» над одной и той же точкой поверхности Земли. Найдите радиус орбиты такого спутника.

4.3.8. Спутник движется по круговой орбите вокруг Земли со скоростью $v = 5{,}59$ км/с. Определите ускорение свободного падения на данной орбите. Радиус Земли принять равным $R_З = 6370$ км.

4.3.9. Спутник массой $m = 30$ кг движется по круговой орбите Земли, обладая кинетической энергией $E_к = 0{,}54 \cdot 10^9$ Дж. С какой скоростью и на какой высоте над поверхностью Земли обращается спутник? Радиус Земли $R_З = 6370$ км.

4.3.10. Два одинаковых спутника движутся по круговым орбитам вокруг некоторой планеты. Кинетическая энергия первого спутника в $n = 4$ раза меньше кинетической энергии второго. Найдите отношение радиусов орбит спутников.

4.3.11. Космический корабль, движущийся вокруг Земли по круговой орбите, переходит на новую орбиту, на которой скорость корабля становится в 2 раза меньше. Во сколько раз при этом изменится сила тяжести, действующая на космонавта?

4.3.12. Космонавт массой $M = 100$ кг находится на поверхности астероида, имеющего форму шара радиусом $R = 1$ км, и держит в руках камень массой $m = 1$ кг. С какой максимальной горизонтальной скоростью относительно астероида космонавт может бросить камень, не рискуя, что сам станет спутником астероида? Плотность вещества однородного астероида $\rho = 5$ г/см^3.

4.3.13. Какую горизонтальную скорость относительно Земли надо сообщить спутнику, чтобы он двигался по окружности вдоль экватора вблизи поверхности Земли?

4.4. Движение спутников, планет

4.4.1. Найдите период обращения спутника вблизи поверхности Земли.

• **4.4.2.** Какой период обращения T имел бы искусственный спутник Земли, удаленный от нее на расстояние h? Радиус Земли $R_З$ и ускорение свободного падения на Земле g_0 считать известными.

4.4.3. Венера находится на среднем расстоянии от Солнца $r = 1{,}08 \cdot 10^8$ км. Определите продолжительность венерианского года, учитывая, что Земля удалена от Солнца в среднем на расстояние $R = 1{,}49 \cdot 10^8$ км.

4.4.4. Чему равна продолжительность лунного месяца, если ускорение свободного падения у поверхности Земли равно 9,8 м/с^2 и расстояние от Земли до Луны $3{,}84 \cdot 10^5$ км? Радиус Земли 6370 км.

4.4.5. Считая, что орбита первого спутника Земли представляла собой окружность, найдите число оборотов спутника за сутки. Высота круговой орбиты спутника над поверхностью Земли $h = 970$ км.

4.4.6. Найдите угловую и линейную скорости орбитального движения искусственного спутника Земли (ИЗС), если его период обращения вокруг Земли $T = 4$ ч.

• **4.4.7.** Угловая скорость вращения Земли вокруг Солнца $\omega = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад/сут. Определите массу Солнца.

4.4.8. Спутник Марса Фобос обращается вокруг него по круговой орбите радиусом $R = 94\,000$ км с периодом $T = 7$ ч 39 мин. Во сколько раз масса Марса меньше массы Земли?

4.4.9. Зная радиус земной орбиты и радиус Солнца, найдите среднюю плотность Солнца.

4.4.10. Оцените период обращения T близкого спутника нейтронной звезды (пульсара), плотность которой $\rho \approx 10^{17}$ кг/м^3.

4.4.11. Найдите период обращения $T_{сп}$ искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите, проходящей посередине между Землей и Луной, если период обращения Луны вокруг Земли $T = 27$ сут 7 ч.

• **4.4.12.** Космический корабль движется по круговой орбите вокруг Земли в плоскости орбиты Луны с угловой скоростью, равной угловой скорости обращения Луны вокруг Земли. Во время движения корабль находится между Землей и Луной на прямой, соединяющей их центры. Расстояние от корабля до Земли таково, что силы притяжения, действующие на корабль со стороны Земли и Луны, равны друг другу. Работают ли двигатели корабля? Каков вес космонавта, находящегося на корабле? Принять: масса космонавта 70 кг, период обращения Луны вокруг Земли 27,3 сут. Масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а расстояние от Земли до Луны равно 60 земным радиусам. Радиус Земли принять равным 6370 км.

4.4.13. Две звезды массами m_1 и m_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Найдите радиусы их орбит и период обращения вокруг их общего центра масс.

• **4.4.14.** Как изменилась бы продолжительность земного года, если бы масса Земли была равна массе Солнца, а расстояние между ними осталось прежним?

• **4.4.15.** Две звезды под действием взаимного гравитационного притяжения описывают круговые орбиты вокруг общего (неподвижного) центра масс с периодом T, равным двум земным годам. Сумма масс звезд равна двум солнечным массам. Найдите расстояние x между звездами, зная среднее расстояние от Земли до Солнца.

4.4.16. Две равные по массе звезды находятся на расстоянии $R = 8 \cdot 10^{10}$ м друг от друга и синхронно вращаются относительно точки, расположенной посередине между ними, с частотой $n = 1$ оборот за время $T = 12{,}6$ земного года. Чему равна масса каждой звезды?

4.5. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

4.5.1. Спутник массой $m = 1000$ кг движется по круговой орбите вокруг Земли на высоте $h = 1000$ км от ее поверхности. Каковы его потенциальная, кинетическая и полная энергии?

4.5.2. Спутник Земли движется по круговой орбите, его кинетическая энергия $E_к = 10^9$ Дж. Найдите его потенциальную энергию.

4.5.3. Космический корабль летит от Земли к Луне, все время перемещаясь вдоль прямой, соединяющей центры планеты и спутника. На каком расстоянии h от Земли потенциальная энергия корабля принимает наибольшее значение? Массы Земли и Луны m_1 и m_2 соответственно. Расстояние между центрами Земли и Луны равно R.

4.5.4. По оси вращения земного шара пробуравлена шахта, и в нее падает тело. Определите максимальную скорость тела (сопротивление воздуха не учитывать).

• **4.5.5.** Ракете, находящейся на поверхности Земли, сообщена вертикальная скорость $v_0 = 6$ км/с. Считая, что сопротивление воздуха отсутствует, найдите максимальную высоту подъема ракеты.

4.5.6. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы запустить спутник массой $m = 1$ т по круговой орбите на высоту $h = 3200$ км?

4.5.7. Найдите отношение энергии, необходимой, чтобы поднять спутник на высоту $h = 3200$ км, к энергии, требуемой для его движения по круговой орбите на той же высоте.

• **4.5.8.** Какую работу должен совершить двигатель космического летательного аппарата массой $m = 2000$ кг, чтобы перевести его с орбиты радиусом $r_1 = 2000$ км на орбиту радиусом $r_2 = 1000$ км?

• **4.5.9.** Искусственный спутник Земли массой $m = 100$ кг, движущийся по круговой орбите в высоких слоях атмосферы, испытывает сопротивление разреженного воздуха. Сила сопротивления $F = 5 \cdot 10^{-4}$ Н. Найдите изменение скорости спутника за один оборот вокруг Земли.

• **4.5.10.** Метеорит летит со скоростью $v_0 = 2360$ м/с в сторону Луны, радиус которой $R_Л = 1{,}74 \cdot 10^6$ м (рис. 4.5.1). Определите минимальное прицельное расстояние l_{min}, при котором метеорит не упадет на поверхность Луны. Ускорение свободного падения на Луне $g_Л = 1{,}6$ м/с^2.

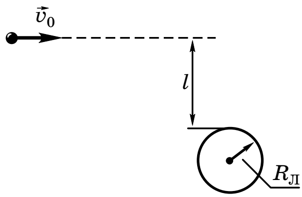


Рис. 4.5.1

• **4.5.11.** Космический корабль двигался вокруг Земли радиусом $R = 6370$ км по круговой орбите на высоте $h_1 = 200$ км от ее поверхности. В результате включения ракетного двигателя на короткое время скорость космического корабля увеличилась на $\Delta v = 10$ м/с, а траектория движения стала эллипсом с минимальным удалением от поверхности Земли h_1 и максимальным удалением от поверхности Земли $h_2 = 234$ км. С какой скоростью v_2 движется космический корабль в точке максимального удаления от поверхности Земли?

• **4.5.12.** Рассчитайте вторую космическую скорость тела, стартующего с поверхности Земли. Сравните ее с первой космической скоростью.

4.5.13. Спутник движется по круговой траектории вблизи поверхности Земли. Какую дополнительную скорость нужно сообщить спутнику, чтобы он смог преодолеть поле притяжения Земли? Дополнительная скорость направлена: а) по направлению движения спутника; б) перпендикулярно его первоначальному направлению.

• **4.5.14.** Космический корабль находится внутри Солнечной системы на том же расстоянии от Солнца, что и Земля (вдали от Земли). Какую минимальную скорость нужно сообщить кораблю, чтобы он покинул Солнечную систему? Расстояние от Земли до Солнца $r = 1{,}5 \cdot 10^8$ км.

• **4.5.15.** Рассчитайте третью космическую скорость, т. е. минимальную скорость, которую надо сообщить космическому кораблю, стартующему с Земли, чтобы он смог покинуть пределы Солнечной системы.

4.6. Законы Кеплера

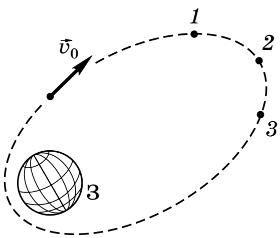


Рис. 4.6.1

4.6.1. Спутник движется вокруг Земли по эллиптической орбите, направление движения показано стрелкой на рис. 4.6.1. Укажите для точек *1*, *2*, *3* направления силы F, действующей на спутник, и направление его ускорения. Что можно сказать о тангенциальном ускорении в этих точках?

• **4.6.2.** Большая полуось R_1 эллиптической орбиты первого в мире искусственного спутника Земли меньше большой полуоси R_2 орбиты второго спутника на $\Delta R = 800$ км. Период обращения вокруг Земли первого спутника в начале его движения был $T_1 = 96{,}2$ мин. Найдите большую полуось R_2 орбиты второго спутника Земли и период T_2 его обращения вокруг Земли. Большая полуось орбиты Луны $R_{\text{Л}} = 384\,400$ км. Период движения Луны вокруг Земли $T_{\text{Л}} = 27{,}3$ суток.

• **4.6.3.** Определите минимальное удаление h от поверхности Земли первого искусственного спутника, запущенного 4 октября 1957 г., если известны следующие данные: максимальное удаление спутника от поверхности Земли $\text{H} = 900$ км; период обращения спутника вокруг Земли $T_1 = 96$ мин; большая полуось лунной орбиты $R = 384\,400$ км; период движения Луны вокруг Земли $T_2 = 27{,}3$ суток.

4.6.4. С Южного и Северного полюсов Земли одновременно стартуют две ракеты с одинаковыми начальными скоростями, направленными горизонтально. Через время $\tau = 3$ ч 20 мин ракеты оказались на максимальном удалении друг от друга. Определите максимальное расстояние между ракетами. Ускорение свободного падения на Земле считать известным. Радиус Земли $R_{\text{З}} = 6400$ км.

• **4.6.5.** Космический корабль движется вокруг Земли по орбите радиусом r_1. В точке A включают тормозные двигатели, и корабль переходит на эллиптическую орбиту (рис. 4.6.2). Определите, через какое время он приземлится.

• **4.6.6.** Сколько времени падало бы на Солнце тело с расстояния, равного радиусу земной орбиты?

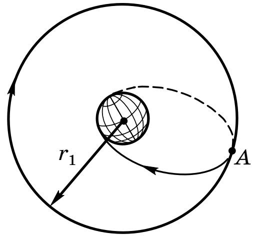


Рис. 4.6.2

Глава 5. СТАТИКА

5.1. Равновесие материальной точки

5.1.1. Три силы по 20 Н каждая действуют на одну точку твердого тела под углом $\alpha = 120°$ друг к другу. Найдите равнодействующую силу.

• **5.1.2.** Тело массой $m = 10$ кг подвешено к середине троса длиной $l = 20$ м. Точки крепления троса находятся на одном горизонтальном уровне. Определите силу натяжения троса, если он провис на $h = 0{,}5$ м.

5.1.3. Фонарь массой $m = 20$ кг подвешен на двух одинаковых тросах, угол между которыми $\alpha = 120°$ (рис. 5.1.1). Определите силу натяжения тросов.

5.1.4. На кронштейне, изображенном на рисунке 5.1.2, висит груз массой $m = 100$ кг. Определите силу натяжения невесомых стержней AB и BC. Угол $\alpha = 60°$.

5.1.5. На кронштейне (см. рис. 5.1.2) подвешен груз массой $m = 40$ кг. Длина стержня CB равна $l_1 = 0{,}6$ м, длина стержня AB — $l_2 = 1$ м. Определите силу, сжимающую стержень AB.

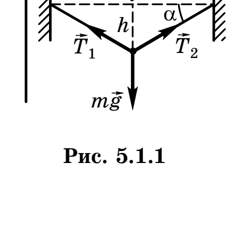


Рис. 5.1.1

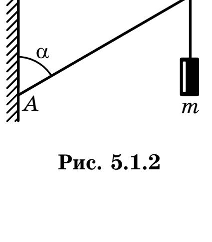


Рис. 5.1.2

5.1.6. Груз весом P удерживают с помощью нитей AB и BC (рис. 5.1.3). Зная угол α, найдите силу натяжения нитей.

5.1.7. На кронштейне, изображенном на рисунке 5.1.4, висит груз массой $m = 2$ кг. Определите силу упругости, возникающую в каждом стержне, если $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$. Стержни невесомы.

• **5.1.8.** Гладкий шарик массой m подвешен на нити длиной l так, что он лежит на поверхности закрепленной сферы радиусом r (рис. 5.1.5). Точка подвеса расположена над верхней точкой сферы на расстоянии d от нее. Найдите силу натяжения нити T и силу реакции сферы N.

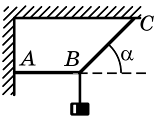


Рис. 5.1.3

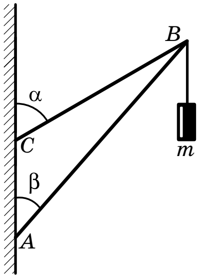


Рис. 5.1.4

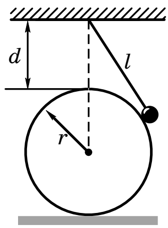


Рис. 5.1.5

5.1.9. На полусфере радиусом $R = 0{,}6$ м находится шайба (рис. 5.1.6). Минимальная высота, на которой может находиться и еще не скользить шайба, $h = 0{,}5$ м. Определите коэффициент трения между шайбой и полусферой.

• **5.1.10.** На круглое бревно надета веревочная петля, за которую тянут силой F. Как зависит сила натяжения от угла α? При каком условии сила натяжения веревки на участке BC (или AC) будет больше (рис. 5.1.7)?

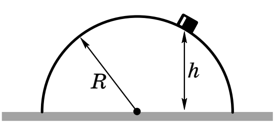


Рис. 5.1.6

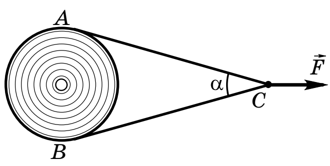


Рис. 5.1.7

5.1.11. Однородная цилиндрическая труба массой m и радиусом r подвешена горизонтально на тросе, охватывающем трубу поперек (рис. 5.1.8). Длина хорды AB, соединяющей крайние точки дуги, по которой трос соприкасается с трубой, равна b. Определите силу T натяжения троса.

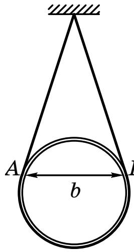


Рис. 5.1.8

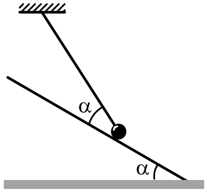


Рис. 5.1.9

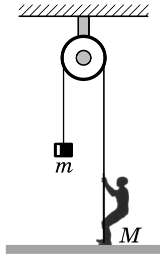


Рис. 5.2.1

5.1.12. При каком угле α в системе, изображенной на рисунке 5.1.9, сила давления шарика будет в $n = 2$ раза меньше его силы тяжести?

5.1.13. К двум одинаковым пружинам, соединенным один раз последовательно, а другой — параллельно, подвешивают один и тот же груз массой m. Найдите удлинения пружин в обоих случаях, если жесткость каждой пружины k. Будет ли одинаковым в обоих случаях расстояние, на которое опустится груз?

5.1.14. К невесомой пружине, первоначальная длина которой равна L, подвешивают груз массой m. При этом длина пружины увеличивается на $0{,}1L$. В какой точке нерастянутой пружины нужно было подвесить груз массой $2m$, чтобы он оказался на одинаковом расстоянии от концов пружины?

5.1.15. Если к нижнему концу висящей пружины прикрепить груз, то ее длина станет равной L_1. Если другой такой же груз прикрепить еще в середине пружины, то ее длина возрастет до величины L_2. Найдите длину пружины L_0 в недеформированном состоянии, предполагая, что ее удлинение прямо пропорционально нагрузке. Весом пружины при расчете пренебречь.

5.2. Блоки

5.2.1. Человек массой $M = 70$ кг удерживает при помощи неподвижного блока груз массой $m = 20$ кг (рис. 5.2.1). С какой силой он давит на землю? С какой силой он тянет веревку? Веревка невесома.

5.2.2. Система, изображенная на рисунке 5.2.2, находится в равновесии. Какова масса груза m_2, если $m_1 = 3$ кг и $m_3 = 4$ кг? Нить, удерживающая груз m_3, от точки A до блока расположена горизонтально.

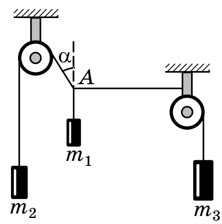


Рис. 5.2.2

5.2.3. Система грузов массами m_1, m_2, m_3 находится в равновесии (рис. 5.2.3). Массы m_1, m_2 и угол α, который составляет наклонная плоскость с горизонтом, известны. Найдите массу m_3 и силу нормального давления N, производимого массой m_1 на наклонную плоскость. Трение не учитывать.

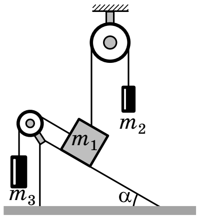


Рис. 5.2.3

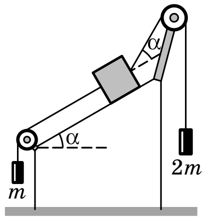


Рис. 5.2.4

5.2.4. Система грузов находится в равновесии (рис. 5.2.4). Найдите массу груза, расположенного на наклонной плоскости, и силу, с которой он давит на плоскость, если массы двух других грузов и угол наклона α плоскости к горизонту известны. Массой нитей и трением пренебречь.

5.2.5. Какой наибольший груз может приподнять мальчик массой $m = 40$ кг, пользуясь системой блоков, изображенных на рисунке 5.2.5?

5.2.6. Какой массы груз надо подвесить, чтобы система блоков находилась в равновесии (рис. 5.2.6)? Трение не учитывать, блоки и нить невесомы.

5.2.7. Груз весом 100 Н поднимают с помощью системы блоков *1*, *2*, *3*, *4* (рис. 5.2.7). Определите: а) какую силу надо приложить к

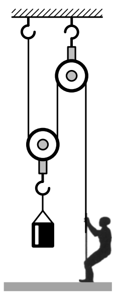


Рис. 5.2.5

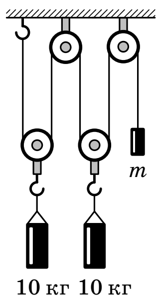


Рис. 5.2.6

концу веревки в точке A, чтобы равномерно поднять груз на некоторую высоту (трение и вес блоков не учитывать); б) какую силу надо приложить в точке A, если сила трения в каждом из блоков одинакова и равна 0,25 Н; в) на какую высоту поднимется груз, если блок *3* поднялся на высоту 1 м; г) какую мощность надо развить силой, действующей в точке A, чтобы поднять груз на высоту 0,25 м в течение 1 с (без учета трения); д) чему равен КПД установки.

• **5.2.8.** С какой силой человек должен тянуть веревку, чтобы равномерно поднимать платформу, на которой он стоит, если масса человека $m = 70$ кг, а масса платформы $M = 50$ кг (рис. 5.2.8)?

5.2.9. Насколько переместится ось блока в системе, изображенной на рисунке 5.2.9, *а*, *б*, если подвесить еще один груз массой $3m$? Жесткость каждой пружины k.

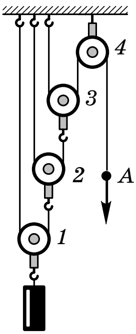


Рис. 5.2.7

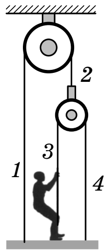


Рис. 5.2.8

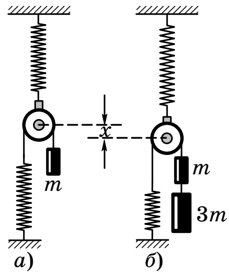


Рис. 5.2.9

5.3. Равновесие тел, для которых линии действия сил пересекаются в одной точке

5.3.1. К вертикальной гладкой стене подвешен однородный шар, масса которого m и радиус R (рис. 5.3.1). Длина нити равна l. Найдите силу натяжения нити и силу давления шара на стену.

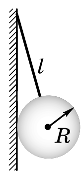


Рис. 5.3.1

• **5.3.2.** Шарик радиусом $r = 15$ см и массой $m = 50$ г удерживает на неподвижном гладком шаре радиусом $R = 25$ см нить длиной $l = 15$ см, закрепленная в верхней

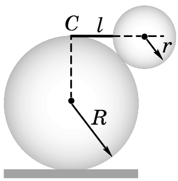


Рис. 5.3.2

точке C шара (рис. 5.3.2). Других соприкосновений между нитью и шаром нет. Найдите силу натяжения нити и силу реакции опоры.

5.3.3. На двух наклонных плоскостях, образующих с горизонтом углы $\alpha = 30°$ и $\alpha_1 = 60°$, лежит шар, касаясь обеих поверхностей. Масса шара $m = 10$ кг. Определите силы давления шара на каждую из плоскостей, если трение отсутствует.

5.3.4. В ящике, длина которого $l = 90$ см, лежит шар массой $m = 9$ кг. С какой силой шар будет давить на стенку $F_{\text{ст}}$ и дно ящика $F_{\text{д}}$, если край ящика приподнять на высоту $h = 20$ см?

5.3.5. Гладкий шар радиусом R и массой m покоится на горизонтальном полу, касаясь вертикальной стены. С какой силой F следует прижать к нему брусок высотой h, чтобы шар приподнялся над полом?

5.4. Момент силы

5.4.1. На меньшее плечо рычага действует сила $F_1 = 300$ Н, на большее — $F_2 = 20$ Н. Длина меньшего плеча $l_2 = 5$ см. Определите длину большего плеча.

5.4.2. Какую силу надо приложить, чтобы приподнять за один конец рельс массой $m = 500$ кг, если другой его конец остается лежать на земле?

5.4.3. Покажите плечо силы относительно точки O в каждом случае, изображенном на рисунке 5.4.1. Плечо силы $F = 100$ Н равно $h = 0{,}2$ м. Найдите момент этой силы.

5.4.4. Как изменится момент силы, если силу уменьшить в 2 раза, а плечо увеличить в 4 раза?

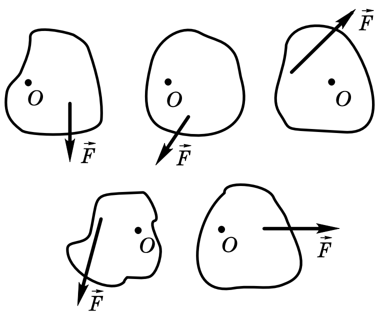


Рис. 5.4.1

5.4.5. Прямой кусок проволоки массой $m = 100$ г подвешен на нити за середину и находится в равновесии. Левый конец куска согнули в средней части так, как показано на рисунке 5.4.2. Какую силу нужно приложить к правому куску проволоки, чтобы восстановить равновесие?

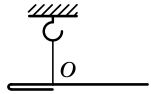


Рис. 5.4.2

5.4.6. При взвешивании на неравноплечих рычажных весах ($l_2 > l_1$) вес тела на одной чаше получился равным P_1, а на другой P_2 (рис. 5.4.3). Определите истинный вес тела P.

5.4.7. Однородная балка длиной $l = 6$ м своими концами опирается на две опоры. К балке на расстоянии l_1 от правого конца подвешен груз массой $M = 750$ кг (рис. 5.4.4). С какой силой балка давит на каждую из опор? Масса балки $m = 120$ кг.

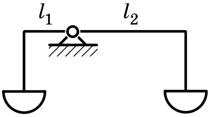


Рис. 5.4.3

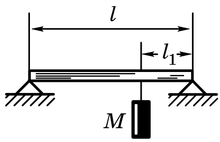


Рис. 5.4.4

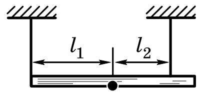


Рис. 5.4.5

5.4.8. Балка массой $m = 140$ кг подвешена на двух канатах (рис. 5.4.5). Центр тяжести балки находится на расстоянии $l_1 = 3$ м от левого каната и на расстоянии $l_2 = 1$ м от правого. Определите силу натяжения каждого каната.

5.4.9. Два человека одинакового роста держат за концы в горизонтальном положении трубу длиной $l = 2$ м и массой $m_1 = 10$ кг (рис. 5.4.6). На расстоянии $d = 0{,}5$ м от первого человека к трубе подвешен груз массой $m_2 = 100$ кг. Определите силы, с которыми труба давит на плечи первого и второго человека.

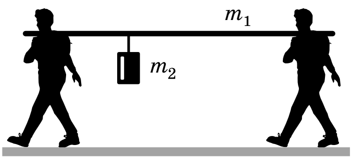


Рис. 5.4.6

5.4.10. К концам однородного стержня длиной $l = 50$ см и весом $P = 10$ Н подвешены две гири весом $P_1 = 10$ Н и $P_2 = 20$ Н. В какой точке следует поставить опору, чтобы стержень находился в равновесии?

5.4.11. Линейка массой $m = 60$ г и длиной $l = 30$ см лежит на двух опорах так, как показано на рисунке 5.4.7. На свободный конец линейки кладут груз. При каком значении массы этого груза возможно равновесие линейки? Расстояние от ближайшей опоры до груза $a = 5$ см.

5.4.12. Однородная балка длиной $L = 6$ м одной частью длиной $l = 1$ м лежит на горизонтальной платформе. Остальная часть балки свешивается с платформы. Балка удерживается в равновесии в горизонтальном положении вертикальной силой F, приложенной к концу свешивающейся части балки (рис. 5.4.8). Найдите отношение максимального значения этой силы к ее минимальному значению, при котором равновесие балки не нарушается.

5.4.13. Однородная балка AB лежит на платформе так, что один конец ее свешивается с платформы (рис. 5.4.9). Длина свешивающегося конца равна 0,25 длины балки. На конец балки в точке B действует сила F. При значении $F = 2{,}94$ кН противоположный конец балки A начинает подниматься. Найдите массу m балки.

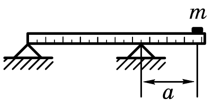


Рис. 5.4.7

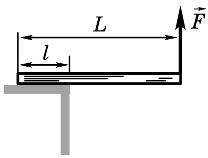


Рис. 5.4.8

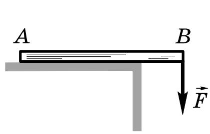


Рис. 5.4.9

5.4.14. На двух параллельных пружинах одинаковой длины висит невесомый стержень длиной $l = 10$ см (рис. 5.4.10). Жесткости пружин $k_1 = 2$ Н/м и $k_2 = 3$ Н/м. В каком месте стержня надо подвесить груз, чтобы стержень оставался горизонтальным?

5.4.15. Однородная балка массой M и длиной l подвешена за концы двух пружин жесткостью k_1 и k_2 соответственно. Обе пружины в ненагруженном состоянии имеют одинаковую длину. На каком расстоянии x от левого конца балки надо подвесить груз массой m, чтобы балка приняла горизонтальное положение (см. рис. 5.4.10)? Найдите силы упругости, возникающие в пружинах.

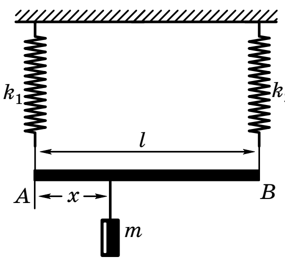


Рис. 5.4.10

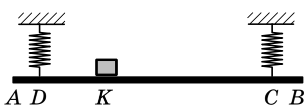


Рис. 5.4.11

5.4.16. Балка AB длиной $l = 2$ м и массой $m = 40$ кг подвешена на двух пружинах (рис. 5.4.11). Пружины в свободном состоянии имеют одинаковые длины; коэффициент упругости левой пружины в 2 раза больше, чем правой. Определите массу груза, который надо положить на балку в точке K, чтобы балка заняла горизонтальное положение, если $AD = BC = 30$ см и $DK = 20$ см.

5.4.17. Однородный стержень OA массой $m_1 = 2$ кг, изображенный на рисунке 5.4.12, находится в равновесии. Определите массу груза m, если масса другого груза $M = 10$ кг, $OA = 4\ OB$.

5.4.18. К стержню длиной $l = 1$ м приложены две параллельные и одинаково направленные силы $F_1 = 30$ Н и $F_2 = 10$ Н (рис. 5.4.13). Найдите равнодействующую этих сил, ее направление и точку приложения.

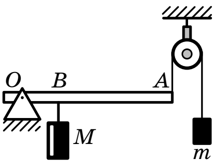


Рис. 5.4.12

Рис. 5.4.13

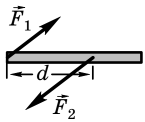


Рис. 5.4.14

5.4.19. На однородный стержень длиной $l = 60$ см действуют две параллельные силы $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 25$ Н, направленные в противоположные стороны под углом к стержню. Найдите точку приложения и модуль силы, уравновешивающей силы F_1 и F_2, если точки приложения сил расположены на расстоянии $d = 0{,}3$ м друг от друга (рис. 5.4.14).

5.5. Центр тяжести

5.5.1. Определите построением центр тяжести пластинки, изображенной на рисунке 5.5.1.

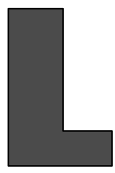


Рис. 5.5.1

• **5.5.2.** Пять шариков, массы которых соответственно равны m, $2m$, $3m$, $4m$, $5m$, расположены на столе вдоль одной прямой. Расстояние между двумя соседними шариками равно a. Определите центр тяжести системы.

5.5.3. Два шара радиусами $R_1 = 15$ см и $R_2 = 20$ см и массами соответственно $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 50$ кг скреплены друг с другом стержнем длиной $l = 1$ м и массой $m = 5$ кг. Определите центр тяжести системы.

5.5.4. Два шара одинаковым радиусом $R = 12$ см (медный и алюминиевый) скреплены в точке касания. Найдите центр тяжести этой системы.

5.5.5. Определите, где находится центр тяжести; а) однородного треугольника; б) проволочного треугольника.

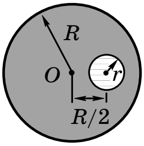


Рис. 5.5.2

5.5.6. Определите положение центра тяжести однородного диска радиусом R, из которого вырезано отверстие радиусом r (рис. 5.5.2), причем центр выреза находится от центра диска на расстоянии $R/2$.

5.5.7. Однородная пластинка имеет форму равностороннего треугольника со стороной 16 см. В пластинке вырезано круглое отверстие радиусом 2 см. Определите положение центра тяжести полученной фигуры при условии, что центр отверстия лежит на отрезке высоты, опущенной из вершины треугольника, а края отверстия касаются сторон треугольника.

5.5.8. В однородной квадратной пластинке со стороной b вырезано круглое отверстие, как показано на рисунке 5.5.3. Найдите положение центра тяжести такой пластинки с вырезом.

5.5.9. Определите положение центра тяжести куба, из которого удален кубик с ребром, равным $0{,}5a$ (рис. 5.5.4).

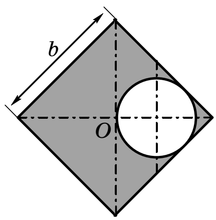


Рис. 5.5.3

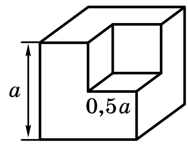


Рис. 5.5.4

5.6. Равновесие тела

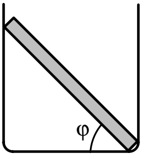


Рис. 5.6.1

• **5.6.1.** В цилиндрическом стакане лежит стержень массой $m = 0{,}1$ кг (рис. 5.6.1). Найдите силу реакции опор, если угол между стержнем и дном стакана $\varphi = 45°$.

5.6.2. Однородный стержень массой $m = 80$ кг шарнирно прикреплен к нижней опоре и может вращаться в вертикальной плоскости. Стержень удерживают в горизонтальном положении тросом, прикрепленным к его верхнему концу (рис. 5.6.2). Найдите силу реакции опоры и силу натяжения троса. Угол наклона стержня к горизонту $\alpha = 45°$.

5.6.3. Откидывающаяся часть окна (фрамуга) может поворачиваться вокруг горизонтальной оси O. Фрамуга приоткрыта и удерживается горизонтально натянутой веревкой (рис. 5.6.3). Угол наклона фрамуги к вертикали равен α. Точка закрепления веревки находится на расстоянии L от оси O, центр тяжести фрамуги на расстоянии L_1, масса фрамуги M. Найдите силу реакции в оси O и направление этой силы.

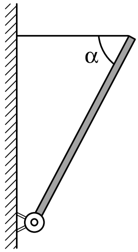


Рис. 5.6.2

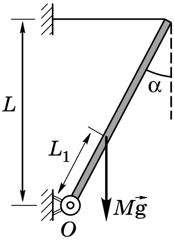


Рис. 5.6.3

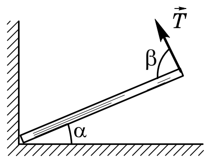


Рис. 5.6.4

5.6.4. Тяжелая однородная доска массой m упирается одним концом в угол между стенкой и полом. К другому концу доски привязан канат. Найдите силу натяжения T каната, если угол между доской и канатом равен $\beta = 90°$ (рис. 5.6.4). Как изменяется сила натяжения каната с увеличением угла α между доской и полом, если угол β остается постоянным?

5.6.5. Кубик стоит у стены так, что одна из его граней образует угол α с полом. При каком значении коэффициента трения кубика о пол это возможно, если трение о стену пренебрежимо мало (рис. 5.6.5)?

5.6.6. Однородная балка опирается о гладкую вертикальную стену и горизонтальный пол (рис. 5.6.6). Коэффициент трения о пол равен μ. Определите, при каком угле α с вертикалью балка находится в равновесии. Найдите давления на опоры в точках A и B при максимальном угле α.

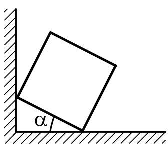


Рис. 5.6.5

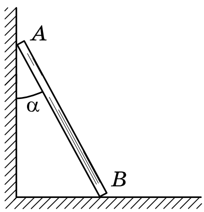


Рис. 5.6.6

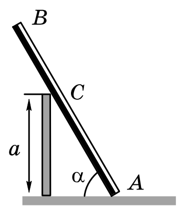


Рис. 5.6.7

5.6.7. Труба AB длиной l опирается концом A на горизонтальную плоскость, а в точке C — на гладкую вертикальную опору высотой $a = l/2$ (рис. 5.6.7). Найдите наименьшее значение коэффициента трения между трубой и плоскостью, при котором возможно равновесие, если угол наклона трубы к горизонту $\alpha = 60°$.

5.6.8. Лестница длиной 4 м приставлена к идеально гладкой стене под углом 60° к горизонту. Коэффициент трения между лестницей и полом 0,33. На какое расстояние вдоль лестницы может подняться человек, прежде чем лестница начнет скользить? Лестница невесома.

• **5.6.9.** Лестница длиной l и массой m прислонена к стене. Чему равен минимальный угол φ между лестницей и полом, при котором лестница еще находится в равновесии, если коэффициент трения между лестницей и стенкой равен μ_1, а между лестницей и полом μ_2? Определите силы реакции опор и силы трения между лестницей, полом и стенкой.

5.6.10. Однородный стержень длиной $2l$ опирается на горизонтальную плоскость и неподвижный полуцилиндр радиусом r (рис. 5.6.8). Коэффициент трения стержня о цилиндр и о плоскость равен μ. Каково наибольшее значение угла φ, при котором стержень находится в равновесии?

5.6.11. На шероховатом полу стоит шкаф размерами $1 \times 1 \times 2{,}5$ м на четырех ножках, закрепленных по углам основания (т.е. в вершинах квадрата со стороной 1 м). Пытаясь сдвинуть шкаф с места, его толкают в горизонтальном направлении силой, приложенной на высоте 1,5 м. При каких значениях коэффициента трения шкаф поедет, а не перевернется?

5.6.12. Толкая шкаф в горизонтальном направлении, человек установил, что шкаф начинает опрокидываться, если усилие приложить выше точки C. Если же приложить усилие ниже этой точки, то шкаф начинает скользить по полу. Определите коэффициент трения между полом и шкафом, зная размеры a и c, указанные на рисунке 5.6.9. Центр тяжести шкафа находится в его геометрическом центре.

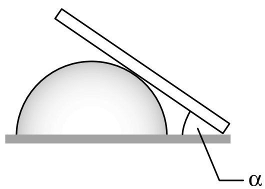


Рис. 5.6.8

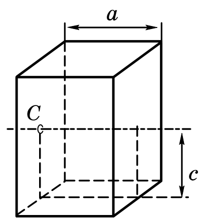


Рис. 5.6.9

5.6.13. На колесе радиусом $R = 3{,}2$ см имеется плоская часть длиной $a = 2$ см (рис. 5.6.10). При каком значении коэффициента трения μ колесо будет скользить, а не катиться по горизонтальной поверхности, если его плавно тянуть за ось вращения?

5.6.14. С какой силой нужно тянуть за веревку, чтобы опрокинуть прямоугольный параллелепипед (рис. 5.6.11) массой m из однородного материала? Величины a, b, α заданы. Чему должен быть равен коэффициент трения μ, чтобы параллелепипед при этом не скользил?

5.6.15. Найдите минимальную силу, необходимую для того, чтобы удерживать шарнирно подвешенный за один конец кусок согнутой посередине под прямым углом проволоки так, чтобы одна половина проволоки занимала вертикальное положение, а вторая горизонтальное. Масса проволоки $m = 140$ г.

5.6.16. С помощью показанной на рисунке 5.6.12 системы невесомых блоков хотят поднять бревно длиной l и массой M. Какую силу нужно приложить к концу каната A? Как нужно прикрепить концы B и C каната, чтобы бревно при подъеме было горизонтально?

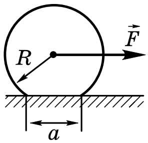


Рис. 5.6.10

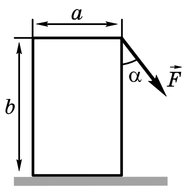


Рис. 5.6.11

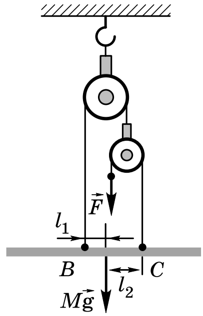


Рис. 5.6.12

5.6.17. Катушка удерживается на наклонной плоскости силой F, приложенной к нити, намотанной на катушку. Сила $\vec{F}$ направлена горизонтально (рис. 5.6.13). Масса катушки $m = 4$ г, радиусы $r = 2$ см, $R = 4$ см, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 60°$. Найдите силу F.

5.6.18. Квадрат из однородной гладкой проволоки, у которого отрезана одна сторона, подвешен на гвоздь (рис. 5.6.14). Какой угол α образует средняя сторона с вертикалью?

5.6.19. Найдите положение центра тяжести игрушки «Ванька-встанька», если она еще находится в равновесии на шероховатой наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$, при этом ось симметрии игрушки составляет угол $\beta = 60°$ с вертикалью. Радиус туловища игрушки $R = 10$ см (рис. 5.6.15).

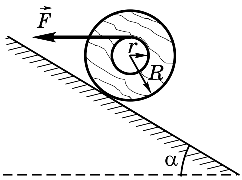


Рис. 5.6.13

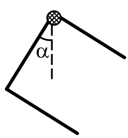


Рис. 5.6.14

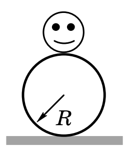


Рис. 5.6.15

5.6.20. На шероховатой доске стоит цилиндр, высота которого $h = 20$ см и радиус основания $R = 2{,}3$ см. При каком максимальном угле наклона плоскости к горизонту цилиндр не будет падать?

5.6.21. В доске длиной $l = 1$ м сделана лунка, в которую вставлен шар. Глубина лунки в 2 раза меньше радиуса шара. На какую максимальную высоту можно поднять один конец доски, чтобы шар не выпадал? Трение не учитывать.

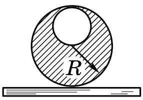


Рис. 5.6.16

• **5.6.22.** Параллельно оси цилиндра радиусом R на расстоянии $R/2$ от его центра просверлено круглое отверстие. Радиус отверстия $R/2$. Цилиндр лежит на доске, которую медленно поднимают за один конец (рис. 5.6.16). Найдите предельный угол α наклона доски, при котором цилиндр еще будет находиться в равновесии. Коэффициент трения цилиндра о доску $\mu = 0{,}2$.

• **5.6.23.** Автомобиль массой $m = 1000$ кг движется прямолинейно и начинает тормозить с ускорением $a = 2$ м/с^2. Расстояние между осями автомобиля равно $L = 2$ м, высота H центра масс над поверхностью земли равна 1 м, жесткость каждой из двух рессор автомобиля $k = 10^4$ Н/м. Найдите деформации рессор. Считать, что центр масс находится посередине автомобиля.

5.7. Равновесие системы тел

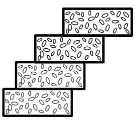


Рис. 5.7.1

5.7.1. Кирпичи укладывают один на другой без связующего вещества так, что часть каждого последующего кирпича выступает над нижележащим (рис. 5.7.1). На какое максимальное расстояние правый край каждого верхнего кирпича может выступать над правым краем соответствующего нижнего кирпича? Длина каждого кирпича равна l.

• **5.7.2.** На земле лежат вплотную два одинаковых бревна цилиндрической формы. Сверху кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения между ними они раскатятся? По земле бревна не скользят.

5.7.3. Катушка подвешена к потолку с помощью невесомой нерастяжимой нити, намотанной по малому радиусу r (рис. 5.7.2). По большому радиусу R также намотана нить, на конце которой подвешен груз. Какой должна быть масса груза m, чтобы система находилась в равновесии? Масса катушки M.

5.7.4. Стержень AB массой $m = 10$ кг прикреплен к неподвижной опоре шарниром A и может вращаться в вертикальной плоскости (рис. 5.7.3). К концу B стержня прикреплена нить. Нить перекинута через блок C и к ней подвешен груз массой $m_1 = 2{,}5$ кг. Оси блока C и шарнира A расположены на одной вертикали, причем $AC = AB$. Найдите, при каком угле α между стержнем и вертикалью система будет в равновесии.

5.7.5. На высоте $h = 40$ см от пола к горизонтальной оси прикреплен стержень длиной $l = 30$ см и массой $m = 0{,}5$ кг. Стержень отклонен от вертикали на угол $\alpha = 30°$ и касается лежащего на полу шара радиусом $R = 10$ см (рис. 5.7.4). Определите силы трения между шаром и полом и между шаром и стержнем, если вся система находится в равновесии.

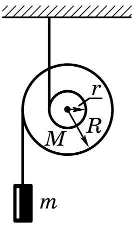


Рис. 5.7.2

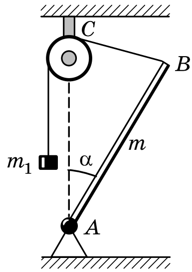


Рис. 5.7.3

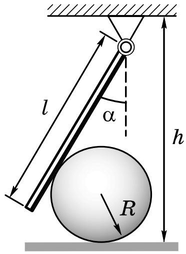


Рис. 5.7.4

5.7.6. Две тонкие и однородные палочки массами m_1 и m_2 образуют систему, изображенную на рисунке 5.7.5. Палочки могут вращаться вокруг осей, проходящих через точки A и B. Верхние концы палочек лежат один на другом под прямым углом. При каком минимальном значении коэффициента трения между палочками правая палочка не упадет? Угол $\alpha = 30°$.

5.7.7. Две одинаковые пластины, шарнирно скрепленные между собой, положены сверху «домиком» на гладкое горизонтальное бревно. В положении равновесия пластины образуют между собой угол $\alpha = 90°$. Радиус бревна R (рис. 5.7.6). Определите длину пластины l.

• **5.7.8.** Лестница-стремянка состоит из двух половин, скрепленных шарнирно (рис. 5.7.7). Масса одной половины равна M_1, другой — M_2.

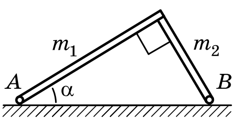


Рис. 5.7.5

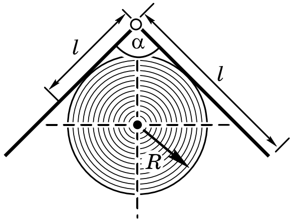


Рис. 5.7.6

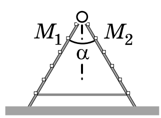


Рис. 5.7.7

Стремянку раскрывают на угол α и ставят на пол, а чтобы она не разъезжалась, связывают веревкой нижние концы лестниц-половинок. Найдите силу натяжения T веревки. Пол гладкий.

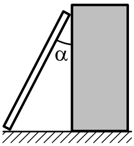


Рис. 5.7.8

• **5.7.9.** На горизонтальной плоскости установлен брусок шириной $a = 20$ см и массой $m = 25$ кг. К нему прислонена плита длиной $l = 0{,}5$ м и массой $M = 20$ кг (рис. 5.7.8). Коэффициент трения между плоскостью и бруском, а также между плоскостью и плитой очень велик, так что скольжение невозможно. Трение между бруском и плитой пренебрежимо мало. При каких углах α между плитой и вертикалью возможно равновесие этой системы?

• **5.7.10.** Из двух одинаковых кусков стальной проволоки свили две пружины. Диаметр витков одной из них d, другой $2d$. Первая пружина под действием силы растянулась на 0,1 своей длины. На какую часть своей длины растянется под действием той же силы вторая пружина? Проволока тонкая.

• **5.7.11.** Имеется подвеска, состоящая из стержней, соединенных шарнирно (рис. 5.7.9). Стержни AD, BC, DE и CH сплошные. Между точками O и M натянута нить. Определите силу натяжения нити $F_{\text{упр}}$, если масса всей системы равна m.

• **5.7.12.** В расположенной на горизонтальной поверхности доске массой $M = 10$ кг сделана сферическая лунка глубиной $h = 15$ см, в которую вставлен шар радиусом $R = 50$ см, равным радиусу лунки, и массой $m = 2$ кг (рис. 5.7.10). Пренебрегая трением между доской и горизонтальной поверхностью, определите максимальное значение силы F, приложенной к доске в горизонтальном направлении, при которой шар не выкатится из лунки. Трение между шаром и доской очень велико.

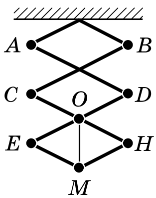


Рис. 5.7.9

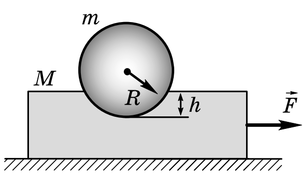


Рис. 5.7.10

• **5.7.13.** На горизонтальном столе лежит тонкий диск массой $M = 500$ г и радиусом $R = 15$ см (рис. 5.7.11). В центре диска укреплен тонкий невесомый вертикальный стержень длиной $l = 40$ см, к верхнему концу которого на невесомой нерастяжимой нити подвешен шарик массой $m = 300$ г. Шарик приводят в движение так, что он описывает окружность в горизонтальной плоскости вокруг стержня. Какой максимальный угол при этом может составлять нить со стержнем, чтобы диск ни одной точкой не оторвался от стола? Считать, что трение столь велико, что диск не может скользить по столу.

• **5.7.14.** На горизонтально расположенной доске находится брусок (рис. 5.7.12). Коэффициент трения между поверхностями доски и бруска столь велик, что скольжение бруска невозможно. Доска с бруском движется по гладкой горизонтальной поверхности с постоянной скоростью $\vec{v}$ и в некоторый момент наезжает на шероховатый участок. Каким должен быть коэффициент трения между доской и этим участком, чтобы брусок покатился по доске? Высота бруска $h = 20$ см, ширина $a = 10$ см.

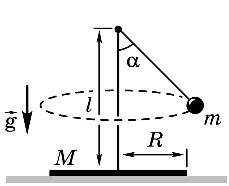


Рис. 5.7.11

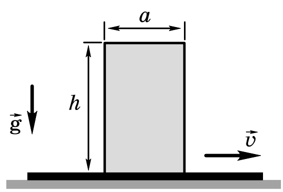


Рис. 5.7.12

Глава 6. ГИДРОСТАТИКА

6.1. Давление. Закон Паскаля. Гидравлический пресс

6.1.1. Во сколько раз давление человека, стоящего на коньках, больше давления человека, стоящего на лыжах? Длина лезвия конька $l_1 = 40$ см, его ширина $h_1 = 0{,}5$ см. Длина лыжи $l_2 = 2$ м, ее ширина $h_2 = 10$ см.

6.1.2. Найдите давление мраморной колонны на ее основание. Высота колонны $h = 5$ м.

6.1.3. Найдите давление стола массой $m = 20$ кг на пол, если площадь каждой ножки стола $S = 10$ см^2. У стола четыре ножки.

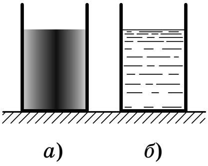


Рис. 6.1.1

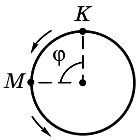


Рис. 6.1.2

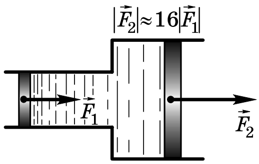


Рис. 6.1.3

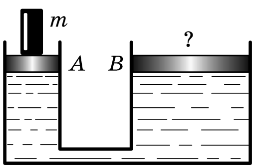


Рис. 6.1.4

6.1.4. В одном цилиндрическом стакане находится металлический цилиндрик, полностью заполняющий его (рис. 6.1.1, *а*), в другом — вода (рис. 6.1.1, *б*). В чем различие передачи давления в случаях, показанных на рисунке *а* и *б*?

6.1.5. Давление в водопроводной трубе $p = 3 \cdot 10^5$ Па. С какой силой давит вода на пробку, закрывающую отверстие трубы? Площадь отверстия $S = 4$ см^2.

6.1.6. Невесомую жидкость сжимают силой $F = 10$ Н, приложенной к невесомому косому поршню (рис. 6.1.2). Площадь дна сосуда $S = 20$ см^2. Определите давление жидкости на боковую поверхность сосуда в любой точке поверхности.

6.1.7. В системе, изображенной на рисунке 6.1.3, если на малый поршень подействовать силой F_1, то больший поршень будет действовать силой $F_2 = 16F_1$. Почему? Во сколько раз площадь большого поршня больше площади малого?

6.1.8. Два сообщающихся сосуда с поперечными сечениями $S_1 = 10$ см^2 и $S_2 = 200$ см^2 наполнены водой (рис. 6.1.4). На поршень *A* поставили гирю массой $m = 1$ кг. Какой массы груз надо положить на поршень *B*, чтобы грузы находились в равновесии? Поршни невесомы.

6.1.9. Малый поршень гидравлического пресса под действием силы $F_1 = 800$ Н опустился на высоту $h_1 = 40$ см. При этом большой поршень поднялся на $h_2 = 2$ мм. С какой силой действует большой поршень гидравлического пресса?

6.1.10. Если к длинному плечу рычага, создающему силу давления на малый поршень гидравлического пресса, приложить силу $F_1 = 10$ Н, то большой поршень гидравлического пресса будет действовать силой $F_2 = 9$ кН. Соотношение плеч рычага $n = 10$, а площади поршней пресса $S_1 = 10$ см^2 и $S_2 = 0{,}1$ м^2 соответственно. Найдите коэффициент полезного действия пресса.

6.1.11. При помощи гидравлического пресса с соотношением площадей поршней $S_1 : S_2 = 200$ поднимают груз массой $m = 10$ т.

Мощность двигателя пресса $N = 500$ Вт, КПД пресса $\eta = 90\%$. Сколько ходов сделает малый поршень в течение времени $t = 30$ с, если за один ход он опускается на высоту $h = 30$ см?

6.2. Давление жидкости[1)]

6.2.1. В боковой поверхности сосуда сделаны на разной высоте по два небольших отверстия (рис. 6.2.1). Почему вода вытекает из отверстий? Из чего следует, что давление на одной глубине одинаковое? что давление увеличивается с глубиной?

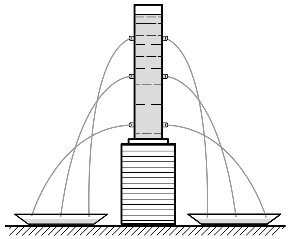


Рис. 6.2.1

6.2.2. Глубина погружения искателя жемчуга $h_1 = 30$ м, рекордное погружение с аквалангом $h_2 = 143$ м, в мягком скафандре $h_3 = 180$ м, в жестком скафандре $h_4 = 250$ м, в батискафе $h_5 = 10\,919$ м. Плотность морской воды $\rho = 1030$ кг/м^3. Найдите давления воды на этих глубинах. Атмосферное давление нормальное.

6.2.3. Какой глубины должно быть ртутное озеро, чтобы давление на дно в нем было такое же, как в самой глубокой морской впадине — Марианской? Глубина морской впадины $h_1 = 11$ км 22 м. Плотность морской воды $\rho = 1030$ кг/м^3.

6.2.4. Определите давление воды на дно водоема глубиной $h = 3$ м.

6.2.5. На какой глубине давление воды в озере больше атмосферного в $n = 2$ раза?

6.2.6. На сколько больше давление воды в трубах водопровода на нижнем этаже здания, чем на этаже, расположенном выше нижнего на $h = 15$ м?

6.2.7. Ведро высотой $h = 40$ см наполнено водой. На сколько давление воды на дно ведра больше атмосферного?

6.2.8. На столе стоит цилиндрический сосуд с водой высотой $h = 1$ м. 1. Постройте графики зависимости: а) гидростатического давления жидкости от глубины; б) давления жидкости от глубины.

2. Как изменятся графики, если: а) в сосуд налита жидкость, плотность которой в $n = 2$ раза больше плотности воды; б) сосуд имеет коническую форму?

6.2.9. На какой глубине давление воды в озере больше атмосферного на $\eta = 25\%$?

---

1) В этом и последующих разделах там, где не оговорено, атмосферное давление считать нормальным и равным $p_0 = 10^5$ Па $= 760$ мм рт. ст.

6.2.10. Давление воды у головы водолаза на $\eta = 33\%$ превышает давление на поверхности водоема $p_0 = 10^5$ Па. На сколько процентов давление у ног водолаза превышает давление p_0? Рост водолаза $h = = 1$ м 74 см. Водолаз стоит в воде вертикально.

6.2.11. Мальчик ростом $h = 1{,}2$ м ныряет в пруд так, что его вытянутое тело входит в воду под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Чему равна разница давлений у макушки головы и у пальцев ног мальчика, когда его тело полностью погрузилось в воду?

6.2.12. В цилиндрический сосуд налиты ртуть и вода одинаковой массой. Общая высота двух слоев жидкости $H = 29{,}2$ см. Найдите давление жидкостей на дно сосуда.

6.2.13. В подводной части судна образовалось отверстие, площадь которого $S = 50$ см^2. Отверстие находится ниже уровня воды на расстоянии $h = 3$ м. Какая минимальная сила F требуется для того, чтобы удержать заплату с внутренней стороны судна?

6.2.14. У основания здания давление в водопроводе $p = 8 \cdot 10^5$ Па. На какой высоте вода будет давить на поршень площадью $S = = 5 \cdot 10^{-5}$ м^2 закрытого крана с силой $F = 30$ Н? Плотность воды $\rho = = 10^3$ кг/м^3.

6.2.15. В одном из опытов Паскаля в крышке прочной деревянной бочки сделали узкое отверстие и в него вставили длинную вертикальную трубку, через которую в бочку стали наливать воду. Когда вода поднялась до высоты $h_1 = 5$ м от дна, то давление воды разорвало бочку. Определите силы, действующие на дно и крышку бочки. Высота бочки $h_2 = 1$ м. Площади дна и крышки одинаковы и равны $S = 0{,}2$ м^2.

6.2.16. Поршень, масса которого $M = 3$ кг, представляет собой круглый диск радиусом $R = 4$ см с отверстием, в которое вставлена тонкостенная трубка радиусом $r = 1$ см. Поршень может плотно и без трения входить в стакан и сначала лежит на дне стакана. На какую высоту поднимется поршень, если в трубку влить $m = 700$ г воды?

6.2.17. В широкий сосуд с водой опущена вертикально трубка (рис. 6.2.2). В трубке с помощью нити удерживают стальной цилиндрик высотой $h = = 5$ см. Трение и зазор между трубкой и цилиндриком отсутствуют. На какой глубине остановится цилиндрик, если нить пережечь?

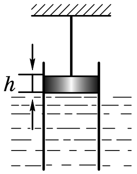


Рис. 6.2.2

6.2.18. Аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, полностью заполнен водой. Найдите силу давления воды на стенку аквариума, если ее длина $l = 1$ м, а высота $h = 0{,}4$ м.

6.2.19. Во сколько раз сила давления воды на нижнюю половину одной из вертикальных стенок полностью заполненного колодца отличается от силы давления воды на верхнюю половину этой стенки, если давление на дно колодца превышает атмосферное в $n = 3$ раза? Сечение колодца представляет собой квадрат.

6.2.20. В вертикальный цилиндрический сосуд сечением $S = 10^{-4}$ м^2 с наклонным дном налита жидкость плотностью $\rho = 10^3$ кг/м^3 так, как показано на рисунке 6.2.3. Угол наклона дна сосуда к горизонту $\alpha = 30°$. Найдите силу давления на дно сосуда.

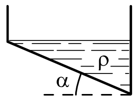


Рис. 6.2.3

6.2.21. Боковая стенка бассейна имеет ширину $b = 2$ м и образует с вертикалью угол $\alpha = 60°$ (рис. 6.2.4). Найдите силу давления воды на боковую стенку, если бассейн заполнен водой до высоты $h = 3$ м. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

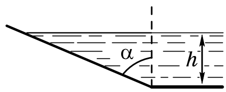


Рис. 6.2.4

6.2.22. На дне водоема на кубической опоре лежит бетонная плита квадратного сечения со стороной $b = 2a$ (рис. 6.2.5). Высота плиты равна a. Верхняя сторона плиты параллельна водной поверхности и находится на глубине $h = 3a$. Сторона кубической опоры $a = 2$ м. Найдите силу давления воды на опору, если вода между плитой и опорой не проникает.

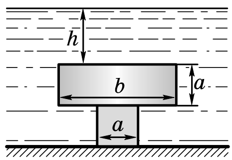


Рис. 6.2.5

• **6.2.23.** Пробка перекрывает два отверстия в U-образной трубе квадратного сечения площадью $S = 100$ см^2, заполненной жидкостью плотностью $\rho = 10^3$ кг/м^3 так, как показано на рисунке 6.2.6. Пробка имеет форму клина с углом при вершине $\alpha = 30°$. Найдите силу, действующую на пробку со стороны жидкости.

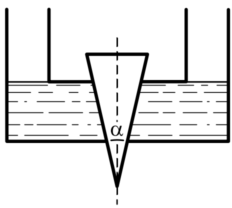


Рис. 6.2.6

6.2.24. В сосуде, наполненном жидкостью плотностью ρ_0, на дне, представляющем наклонную плоскость с углом при основании α, стоит кубик, изготовленный из материала плотностью $\rho > \rho_0$. Верхняя грань кубика находится у поверхности жидкости (рис. 6.2.7). Найдите силу нормального давления кубика на дно сосуда, если жидкость между дном и нижней гранью кубика не проникает. Длина ребра кубика равна a.

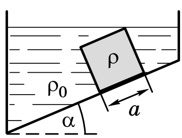


Рис. 6.2.7

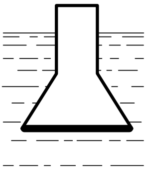


Рис. 6.2.8

6.2.25. К нижней части воронки, помещенной в сосуд с водой, прижата давлением воды пластинка (рис. 6.2.8). Если в воронку насыпать дробь массой $m_1 = 0{,}6$ кг, то пластинка отпадет. Отпадет ли пластинка, если в воронку налить воду массой $m_2 = 0{,}6$ кг? Какой формы должна быть воронка, чтобы при наливании в нее воды пластинка не отпадала?

6.2.26. Трубка радиусом r, закрытая снизу алюминиевой пластинкой, имеющая форму цилиндра радиусом R и высотой h, погружена в воду на глубину H. Расстояние между осями трубки и пластинки равно d. Давление воды прижимает пластинку к трубке (рис. 6.2.9). До какой высоты следует налить воду в трубку, чтобы пластинка отделилась от трубки? Плотность воды ρ_0, алюминия ρ.

6.2.27. Трубка радиусом r, закрытая снизу алюминиевой пластинкой, сечение которой — прямоугольный треугольник с катетами a и b, погружена в воду на глубину H. Верхняя грань пластинки представляет собой квадрат со стороной a, причем ось трубки проходит через середину квадрата (рис. 6.2.10). Давление воды прижимает клин к трубке. До какой высоты следует налить воду в трубку, чтобы клин отделился от нее? Плотность воды ρ_0, плотность алюминия ρ.

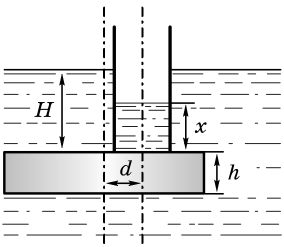


Рис. 6.2.9

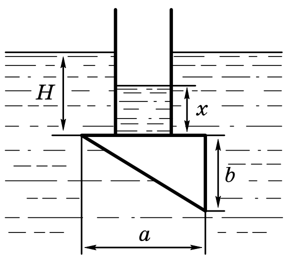


Рис. 6.2.10

6.3. Сообщающиеся сосуды

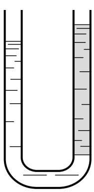


Рис. 6.3.1

6.3.1. В левом колене сообщающихся сосудов налита вода (рис. 6.3.1), в правом — керосин. Высота столба керосина $h_1 = 20$ см. На сколько уровень воды ниже уровня керосина?

6.3.2. В открытой U-образной трубке находится ртуть. Какой высоты столб воды нужно долить в одно из колен трубки, чтобы уровни ртути сместились от начального положения на $\Delta h = 2$ см?

6.3.3. Два одинаковых сообщающихся сосуда заполнены водой и закрыты легкими поршнями. На какую высоту поднимется правый поршень после установления равновесия, если на левый поставить груз массой m = 3 кг? Площадь каждого поршня S = = 200 см^2.

6.3.4. В сообщающихся сосудах налиты ртуть и керосин (рис. 6.3.2). Высота столба керосина h_1 = 85 см. Какой высоты столб воды следует налить в левый сосуд, чтобы ртуть установилась на одинаковом уровне?

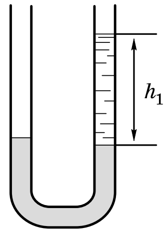


Рис. 6.3.2

6.3.5. В сообщающиеся сосуды налили воду, а поверх нее в один сосуд налили столб масла, а в другой столб керосина, каждый высотой h = 40 см. Определите разность уровней воды в обоих сосудах. Плотность масла $\rho_м$ = 0,9 г/см^3.

6.3.6. В сообщающиеся сосуды налита ртуть. Когда в правую трубку налили слой керосина высотой h_1 = 34 см, то уровень ртути в левой трубке поднялся на Δh = 2 см. Какой высоты слой воды надо налить в левую трубку (рис. 6.3.3), чтобы ртуть в трубках установилась на одном уровне? Найдите плотность керосина.

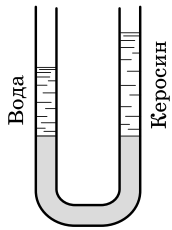


Рис. 6.3.3

6.3.7. В сообщающихся сосудах налиты ртуть, вода и керосин (см. рис. 6.3.3). Какова высота слоя керосина, если высота столба воды h_1 = 20 см и в правом сосуде уровень ртути ниже, чем в левом, на Δh = 0,5 мм?

6.3.8. В двух сообщающихся сосудах налита ртуть, а поверх нее в одно колено налит столб воды высотой h_1 = 0,8 м, а в другое — столб керосина высотой h_2 = 0,2 м (рис. 6.3.4). Определите разность уровней ртути в коленах сосудов.

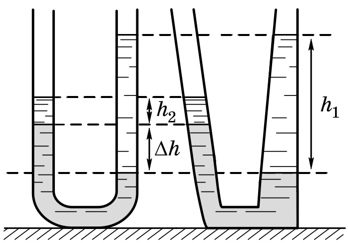


Рис. 6.3.4

6.3.9. В сообщающиеся сосуды, закрытые с обоих концов поршнями массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г, налита вода. На поршне m_1 лежит груз, при этом уровень воды в обоих сосудах одинаков (рис. 6.3.5). На сколько изменится уровень воды в каждом сосуде, если груз переложить на поршень массой m_2? Площади поршней равны $S_1 = 10$ см^2 и $S_2 = 20$ см^2 соответственно.

6.3.10. В сообщающихся цилиндрических сосудах разных диаметров находится ртуть. После того как в узкий сосуд долили столб масла высотой $h_0 = 60$ см, уровень ртути в широком сосуде повысился относительно первоначального положения на $\Delta h = 7$ мм. Определите отношение диаметров сообщающихся сосудов, если плотность масла $\rho_м = 8 \cdot 10^2$ кг/м^3.

6.3.11. Два сообщающихся сосуда одинакового поперечного сечения соединены трубкой, сечение которой в $n = 10$ раз меньше сечения сосудов (рис. 6.3.6). В левый сосуд налита вода, в правый — масло. На какое расстояние ΔL сместится граница раздела жидкостей в трубке, если на поверхность воды налить слой того же масла толщиной $H = 0{,}9$ см?

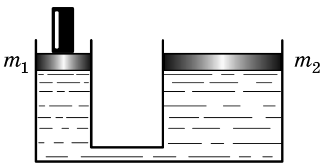


Рис. 6.3.5

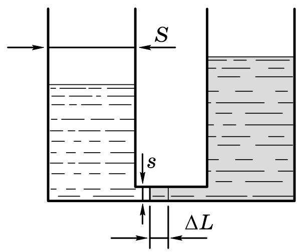


Рис. 6.3.6

6.3.12. Ртуть находится в U-образной трубке. Площадь сечения левого колена трубки в 3 раза меньше площади правого. Уровень ртути в левом колене расположен на расстоянии $h_0 = 30$ см от верхнего конца трубки. Насколько поднимается уровень ртути в правом колене трубки, если левое колено доверху залить водой?

• **6.3.13.** В сообщающихся сосудах находится ртуть. Диаметр одного сосуда в 4 раза больше другого. В узкий сосуд наливают столб воды высотой $h_0 = 70$ см. Насколько поднимется уровень ртути в одном сосуде и опустится в другом?

• **6.3.14.** В воде плавает в вертикальном положении труба. Высота выступающей из воды части трубы равна h. Внутрь трубы наливают масло плотностью $\rho_1 = 0{,}9$ г/см^3. Какой длины должна быть труба, чтобы ее можно было целиком заполнить маслом?

6.4. Атмосферное давление

6.4.1. Определите силу, с которой воздух давит на поверхность журнального столика, если площадь его поверхности $S = 1{,}2$ м^2, а барометр показывают давление $p = 760$ мм рт. ст. Почему столик под действием этой силы не разламывается?

6.4.2. У подножия горы барометр показывает давление $p_0 = 10^5$ Па, а на вершине горы — $p = 0{,}8 \cdot 10^5$ Па. Оцените высоту горы.

6.4.3. Почему вода будет подниматься за поршнем в трубе, показанной на рисунке 6.4.1? До какой максимальной высоты h поднимется вода, если атмосферное давление $p = 10^5$ Па? Как изменится высота подъема, если трубка будет вдвое большего сечения? Найдите силу F, с которой нужно действовать на поршень, чтобы вода в трубке удерживалась на максимальной высоте. Площадь сечения трубки $S = 20$ см^2.

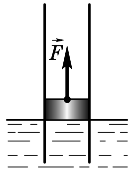


Рис. 6.4.1

6.4.4. Вертикальная труба установлена в колодце с водой так, что ее нижний конец находится в воде (рис. 6.4.2). Труба сначала наполнена воздухом; затем включается установленный наверху колодца насос. Каким может быть максимальное расстояние от насоса до уровня воды в колодце, чтобы насос мог выкачать воду на поверхность? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

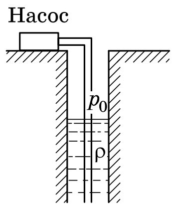


Рис. 6.4.2

6.4.5. Какое минимальное избыточное давление должно быть в водопроводе, подводящем снизу воду к зданию, чтобы вода текла из крана на 12-м этаже на высоте $h = 40$ м? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

6.4.6. Давление в водопроводной системе $p = 4 \cdot 10^5$ Па. На какую максимальную высоту будет бить вода из пожарной трубы, присоединенной к этому водопроводу?

6.4.7. Барометрическая трубка наклонена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Какова длина столбика ртути в ней при атмосферном давлении $p = 10^5$ Па?

6.4.8. Барометрическая трубка сечением $S = 1$ см^2 опущена в чашку со ртутью. На сколько изменится уровень ртути в чашке, если трубку, не вынимая ее конца из ртути, осторожно наклонить под углом $\alpha = 45°$ к вертикали? Диаметр чашки $D = 6$ см. Атмосферное давление нормальное.

6.4.9. Ртутный барометр установлен в ракете и показывает давление $p = 760$ мм рт. ст. Найдите показания барометра во время подъема ракеты вертикально вверх с ускорением $a = 1{,}2$ м/с^2 и во время спуска с тем же ускорением.

6.4.10. В сообщающиеся сосуды площадью сечения $S_1 = 10$ см^2 и $S_2 = 20$ см^2 налита вода. Сосуд большей площадью подключают к насосу и уменьшают давление воздуха на $\Delta p = 2{,}94$ кПа. На сколько изменится уровень воды в сосуде с меньшей площадью?

• **6.4.11.** Невесомая жидкость находится в покое между двумя невесомыми поршнями, связанными между собой тонкой нитью, если на верхний поршень действует сила $F = 20$ Н (рис. 6.4.3). Площади поршней $S_1 = 20$ см^2 и $S_2 = 10$ см^2. Найдите давление жидкости и силу натяжения нити. Трение не учитывать.

• **6.4.12.** В дне цилиндрического сосуда просверлили отверстие площадью S_1 и вставили в него трубку (рис. 6.4.4). Масса сосуда с трубкой равна m, площадь дна сосуда равна S_2. Сосуд стоит на ровном листе резины дном вверх. Сверху в трубку осторожно наливают воду. До какого уровня h можно налить воду, чтобы она не вытекала из-под сосуда?

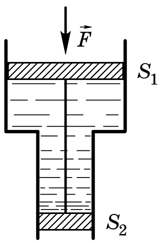


Рис. 6.4.3

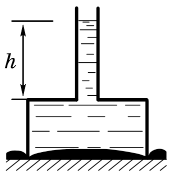


Рис. 6.4.4

6.5. Закон Архимеда

6.5.1. Сила Архимеда, действующая на тело, полностью погруженное в воду, равна $F = 0{,}5$ Н. Найдите объем этого тела.

6.5.2. Плавающий в воде деревянный брусок вытесняет объем воды $V_1 = 0{,}72$ дм^3, а если его погрузить в воду целиком, то он будет вытеснять объем воды $V_2 = 0{,}9$ дм^3. Во сколько раз сила Архимеда, действующая во втором случае, больше, чем в первом? Почему эти силы различны?

6.5.3. Какую минимальную силу нужно приложить к камню, чтобы вытащить его из воды? Масса камня $m = 5{,}4$ кг. Плотность вещества камня $\rho_1 = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.5.4. Найдите вес погруженного в воду куска стекла. Объем куска стекла $V = 10$ см^3.

6.5.5. Масса куска мрамора $m = 70$ г. Вес этого куска в воде $P = 372$ мН. Определите плотность мрамора.

6.5.6. На пружине жесткостью $k = 100$ Н/м висит грузик массой $m = 100$ г. После того как пружину с грузиком опустили в воду, длина пружины изменилась на $l = 4$ мм. Определите плотность материала, из которого сделан грузик.

6.5.7. Цилиндрическую гирю, подвешенную к динамометру, опускают в воду, пока уровень воды в сосуде не изменится на $\Delta h = 5$ см (рис. 6.5.1). Показание динамометра при этом изменилось на $\Delta F = 2$ Н. Определите площадь сечения сосуда (рис. 6.5.1).

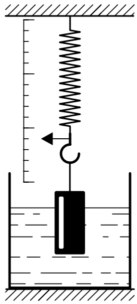


Рис. 6.5.1

6.5.8. Тело массой $m = 100$ г в воде весит $P_1 = 588$ мН, а в спирте — $P_2 = 666$ мН. Найдите плотность спирта.

6.5.9. При двух взвешиваниях тела в воде и в воздухе оказалось, что первый результат в 3 раза меньше второго. Чему равна средняя плотность тела? Плотность воздуха $\rho_1 = 1{,}29$ кг/м^3.

6.5.10. Тело при погружении в воду стало легче на $\Delta P_1 = 50$ мН, а при погружении в керосин — на $\Delta P_2 = 40$ мН. Найдите плотность керосина.

6.5.11. Вес гири в воде $P = 20$ мН. К гире привязали кусок парафина массой $m = 90$ г. Вес парафина вместе с гирей в воде $P_1 = 10$ мН. Определите плотность парафина $\rho_п$.

6.5.12. Кусок металла, представляющий собой сплав золота и серебра, весит в воздухе $P_1 = 0{,}31$ Н. Вес этого сплава в воде $P_2 = 0{,}29$ Н. Определите процентное содержание золота в сплаве. Считать, что объем сплава равен сумме объемов золота и серебра.

6.5.13. Корона массой $m = 14{,}7$ кг имеет вес в воде, равный весу тела массой $m_x = 13{,}4$ кг, взвешенного в воздухе. Золотая ли она? Ответ обоснуйте.

6.5.14. Железный шар, имеющий внутри полость объемом $V = 2{,}1 \cdot 10^{-5}$ м^3, весит в воздухе $P_1 = 2{,}6$ Н. Определите плотность жидкости, в которой вес этого шара, полностью погруженного в жидкость, станет равен $P_2 = 2{,}2$ Н.

6.5.15. Резиновый шар объемом $V = 0{,}2$ м^3 наполнен водородом. Найдите его подъемную силу. Плотность воздуха $\rho_1 = 1{,}29$ кг/м^3, плотность водорода $\rho_2 = 0{,}09$ кг/м^3.

6.5.16. В некоторых мультфильмах человечки, надуваясь, поднимаются вверх, как воздушные шарики. Каким должен быть объем человечка массой $m = 26$ кг, чтобы он смог подняться? Плотность воздуха $\rho = 1{,}29$ кг/м^3.

6.5.17. Объем воздушного шара $V = 1500$ м^3, и он наполнен водородом. Масса оболочки шара и гондолы $M = 250$ кг. Может ли этот шар поднять трех пассажиров массой $m = 65$ кг каждый? Плотность водорода $\rho_1 = 0{,}09$ кг/м^3, плотность воздуха $\rho_2 = 1{,}29$ кг/м^3.

6.5.18. У шара массой $m = 200$ г объем $V = 800$ см^3. Шар рукой погрузили в воду. Останется ли шар под водой, если убрать руку? Чему должна быть равна сила, чтобы удержать его под водой?

6.5.19. Во сколько раз и в каком случае давление мраморного куба со стороной $a = 1$ м на горизонтальное дно озера больше, когда он стоит на глинистом дне или на твердом? Глубина озера $h = 11$ м.

6.5.20. Цилиндр высотой $h = 10$ м и площадью основания $S = 10$ см^2 погружен в воду так, что его верхнее основание находится на глубине $h_1 = 20$ м (рис. 6.5.2). Найдите: а) силу давления воды на верхнее основание цилиндра; б) силу давления воды на нижнее основание; в) разность этих сил давления, т. е. силу Архимеда.

• **6.5.21.** Круглое отверстие в дне сосуда закрыто конической пробкой сечением S у основания (рис. 6.5.3). При какой наибольшей плотности ρ материала пробки можно, доливая воду, добиться всплытия пробки? Площадь отверстия равна S_0, плотность воды ρ_0.

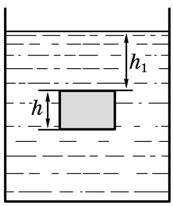


Рис. 6.5.2

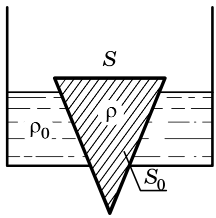


Рис. 6.5.3

6.5.22. Сосуд имеет на дне конический выступ высотой h и сечением S у основания (рис. 6.5.4). В сосуд наливают жидкость плотностью ρ до уровня, при котором площадь сечения выступа на уровне верхнего края жидкости равна S_0. Найдите результирующую силу давления жидкости на выступ.

• **6.5.23.** Конус с основанием в форме части сферы, подвешенный за вершину к веревке, удерживают полностью погруженным в жидкость плотностью $\rho = 103$ кг/м^3 (рис. 6.5.5). Радиус основания конуса $R = 10$ см, высота $H = 30$ см. Вершина конуса находится на глубине $h = 10$ см. Определите результирующую сил давления, действующих на боковую поверхность конуса. Атмосферное давление $\rho_0 = 10^5$ Па.

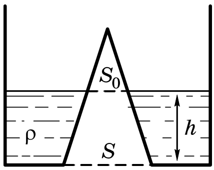


Рис. 6.5.4

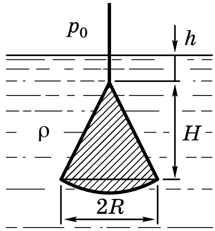


Рис. 6.5.5

6.5.24. Шарик массой $m = 60$ г лежит на дне пустого сосуда. В сосуд наливают жидкость так, что объем погруженной в жидкость части шарика в $k = 6$ раз меньше собственного объема. Найдите силу давления шарика на дно сосуда, если плотность материала шарика в $n = 3$ раза меньше плотности жидкости.

6.5.25. Цилиндрическое тело подвешено в вертикальном положении на пружине и частично находится в воде, заполняющей сосуд сечением $S = 5 \cdot 10^{-3}$ м^2 (рис. 6.5.6). Если поверх воды налить слой масла плотностью $\rho_1 = 800$ кг/м^3, полностью закрывающий тело, то уровень воды в сосуде изменится на $h = 1{,}5$ см, а в масле будет находиться ровно половина объема тела. На сколько изменится при этом сила упругости пружины, если объем тела $V = 10^{-3}$ м^3?

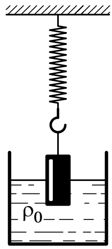


Рис. 6.5.6

6.5.26. Из водоема с помощью веревки медленно вытаскивают алюминиевый цилиндр длиной $l = 60$ см и площадью поперечного сечения $S = 100$ см^2. Когда над поверхностью воды оказалась $n = 1/4$ длины цилиндра, веревка оборвалась. Найдите максимальную силу натяжения, которую выдерживает веревка.

6.5.27. В жидкости с постоянной скоростью медленно опускается шарик радиусом $R = 1$ см и массой $m = 10$ г. Какой массы должен быть второй шарик того же радиуса, чтобы он поднимался с той же скоростью, с которой опускается первый шарик? Плотность жидкости $\rho = 1{,}5$ г/см^3, сила сопротивления жидкости пропорциональна скорости.

• **6.5.28.** На дне цилиндрического стакана с водой лежит кусок льда (рис. 6.5.7). Когда лед растаял, то уровень воды в стакане изменился на $\Delta h = 4$ см. Какова была сила давления льда на дно стакана? Площадь дна стакана $S = 12$ см^2.

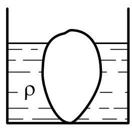


Рис. 6.5.7

6.5.29. В цилиндрическом стакане, заполненном водой, плавает льдинка, привязанная невесомой нерас-

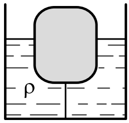


Рис. 6.5.8

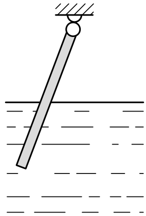


Рис. 6.5.9

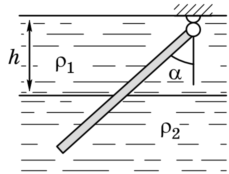


Рис. 6.5.10

тяжимой нитью ко дну (рис. 6.5.8). Когда льдинка растаяла, то уровень воды изменился на $\Delta h = 2$ см. Какова была сила натяжения нити? Площадь дна стакана $S = 100$ см^2, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

6.5.30. Тонкая однородная палочка шарнирно укреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в жидкость (рис. 6.5.9). Равновесие достигается, когда палочка расположена наклонно и погружена в нее на половину своей длины. Плотность материала, из которого сделана палочка, $\rho = 750$ кг/м^3. Найдите плотность жидкости.

• **6.5.31.** Тонкий однородный стержень, закрепленный за верхний конец шарнирно, находится в устойчивом равновесии, когда 3/4 его длины погружены в жидкость. Найдите отношение плотности материала ρ, из которого изготовлен стержень, к плотности жидкости $\rho_ж$.

6.5.32. Стержень длиной $l = 0{,}5$ м, выполненный из материала плотностью $\rho = 800$ кг/м^3, закреплен с помощью шарнира и погружен полностью в жидкости плотностями $\rho_1 = 900$ кг/м^3 и $\rho_2 = 1000$ кг/м^3 (рис. 6.5.10). Угол, который при этом образует с вертикалью стержень, $\alpha = 60°$. Найдите высоту слоя жидкости плотностью ρ_1.

6.5.33. Определите силу натяжения нижней лески у поплавка, если поплавок погружен в воду на 2/3 своей длины (рис. 6.5.11). Масса поплавка $m = 2$ г. Верхняя леска не натянута.

6.5.34. На камень, выступающий над поверхностью воды (рис. 6.5.12), опирается верхним концом тонкая доска длиной l, часть доски длиной $a = 0{,}2$ м находится выше точки опоры. Какая часть доски находится под водой? Плотность древесины $\rho_1 = 0{,}7$ г/см^3, $l = 1$ м.

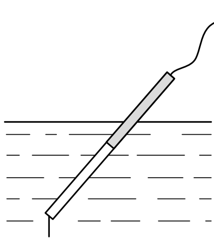


Рис. 6.5.11

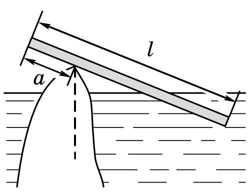


Рис. 6.5.12

6.6. Плавание тел

6.6.1. Подводная лодка, чтобы погрузиться в воду, приняла m = 400 т воды. Найдите объем надводной части лодки.

6.6.2. После разгрузки баржи ее осадка в реке уменьшилась на h = 40 см. Площадь сечения баржи на уровне воды S = 250 м^2. Оцените массу груза, снятого с баржи.

6.6.3. Льдина плавает в море. Объем надводной части льдины V = 150 м^3. Плотность морской воды ρ_1 = 1030 кг/м^3. Найдите массу льдины.

6.6.4. В одном из двух одинаковых сообщающихся сосудов, заполненных водой, плавает шарик массой m = 10 г (рис. 6.6.1). Площадь поперечного сечения каждого сосуда S = 10 см^2. Насколько изменятся уровни воды в сосудах, если шарик вынуть?

6.6.5. В широкий сосуд налита вода до высоты h_0 = 3 см.

1. Будет ли плавать в воде пластмассовый кубик, сторона которого a = 8 см?

2. Будет ли плавать в этой воде пластмассовый брусок той же массы, но высотой h_1 = 3 см? Плотность пластмассы ρ = 0,6 г/см^3.

6.6.6. Кастрюля емкостью V_1 = 2 л доверху наполнена водой. В нее ставят кастрюлю емкостью V_2 = 1,5 л и массой m = 0,6 кг. Сколько воды выльется из большой кастрюли? Высоты кастрюль одинаковы.

6.6.7. Стакан высотой H = 10 см и площадью основания S = = 20 см^2 плавает в воде, погрузившись на глубину h = 4 см (рис. 6.6.2). Найдите наибольшую массу груза, который можно положить в стакан, чтобы он не утонул.

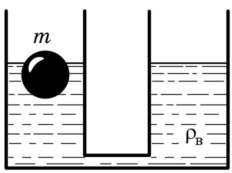


Рис. 6.6.1

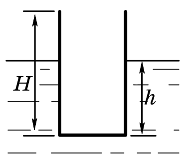


Рис. 6.6.2

6.6.8. Сколько пассажиров средней массой m = 70 кг может выдержать шлюпка не затонув, если при погружении шлюпки в воду до краев ее бортов вытесняется объем воды V = 1,5 м^3, а масса шлюпки равна M = 450 кг?

6.6.9. Бревно длиной $l = 4$ м и диаметром $d = 30$ см плавает в воде. Какова может быть наибольшая масса человека, который сможет стоять на бревне, не замочив ног? Плотность дерева $\rho_д = 700$ кг/м^3.

6.6.10. На поверхности воды плавает деревянный брусок, погруженный на $n = 2/3$ своего объема. Для того чтобы брусок затонул, на него необходимо поставить гирю массой не менее $m = 1$ кг. Определите массу бруска.

6.6.11. Какова толщина льдины, если на ней находятся три человека с санями общей массой $m = 350$ кг и она погружена на $n = 0{,}95$ части своей высоты? Площадь льдины $S = 30$ м^2. Плотность воды $\rho_1 = 10^3$ кг/м^3, льда $\rho_2 = 900$ кг/м^3.

6.6.12. Спасательный круг объемом $V = 21{,}2 \cdot 10^{-3}$ м^3 полностью погружен в морскую воду и поддерживает человека весом $P = 712$ Н так, что над водой находится $\alpha = 0{,}1$ объема его тела. Средняя плотность тела человека $\rho_1 = 1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность морской воды $\rho_2 = 1{,}1 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определите плотность материала, из которого изготовлен спасательный круг.

6.6.13. Железный шарик плавает в ртути. Какая часть объема шарика погружена в ртуть?

6.6.14. В одной жидкости 1 тело плавает, погрузившись в нее на половину, а в другой жидкости 2 — на треть своего объема. Найдите отношение плотностей этих жидкостей.

6.6.15. Полый стальной шар плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите объем внутренней полости шара; масса шара $m = 500$ г.

6.6.16. В сосуд налита ртуть и поверх нее масло. Шар, опущенный в сосуд, плавает так, что он ровно наполовину погружен в ртуть. Найдите плотность материала шара. Плотность масла $\rho_1 = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.6.17. Плавающий в ртути куб погружен в нее на четверть своего объема. Какая часть объема куба будет находиться в ртути, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающей куб?

• **6.6.18.** Пластмассовый кубик плавает в некоторой жидкости, погрузившись в нее на треть своего объема. При замене жидкости на другую объем погруженной части увеличился вдвое. Какая часть кубика будет погружена в жидкость, образованную от смешивания этих двух жидкостей, взятых в объемном отношении $V_1/V_2 = n = 2$ соответственно?

6.6.19. В чистой воде плавает деревянный кружок, погруженный на глубину $h = 2{,}1$ см. На сколько изменится глубина погружения кружка, если в каждом литре воды растворить $m = 50$ г соли? Изменением объема воды при растворении соли пренебречь.

6.6.20. Если однородный куб со стороной $a = 40$ см плавает в керосине, то объем погруженной части составляет $\alpha = 0{,}92$ всего объема тела. Этот куб опускают в воду. Определите силу давления на одну из боковых граней куба, когда он плавает в воде. Плотность керосина $\rho_к = 800$ кг/м^3.

• **6.6.21.** Железный шар с внутренней полостью плавает на поверхности воды так, что половина шара погружена в воду. Какую часть объема полости следует заполнить водой, чтобы шар затонул?

• **6.6.22.** В цилиндрический сосуд с водой опустили кусок льда, в котором находится кусок стекла. При этом лед стал плавать, целиком погрузившись в воду, а уровень воды в сосуде увеличился на $\Delta h = 11$ мм. Насколько понизится уровень воды в сосуде после таяния льда? Плотность стекла $\rho_{ст} = 2 \cdot 10^3$ кг/м^3.

• **6.6.23.** Тонкостенный стакан массой $m = 50$ г плавает в вертикальном положении на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями $\rho_1 = 800$ кг/м^3 и $\rho_2 = 10^3$ кг/м^3 (рис. 6.6.3). Определите глубину погружения H стакана в нижнюю жидкость, если дно стакана имеет толщину $h = 1$ см и площадь $S = 3 \cdot 10^{-3}$ м^2, а сам стакан заполнен жидкостью плотностью ρ_1.

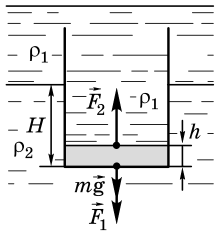


Рис. 6.6.3

6.6.24. Кубик из дерева, имеющий сторону $a = 10$ см, плавает между маслом и водой, находясь ниже уровня поверхности масла на $h_1 = 2{,}5$ см. Нижняя поверхность кубика на $h_2 = 2{,}5$ см ниже поверхности раздела. Чему равна масса m кубика, если плотность масла $\rho_1 = 0{,}8$ г/см^3? Изменится ли глубина погружения кубика в воду при доливании масла?

6.6.25. В сосуд налита ртуть и поверх нее масло. В масло аккуратно опускают брусок прямоугольной формы, который тонет, сохраняя горизонтальное положение своего основания. Частично погрузившись в ртуть, брусок останавливается. Найдите, какая часть бруска погрузилась в ртуть. Плотность масла $\rho_2 = 9 \cdot 10^2$ кг/м^3, материала бруска $\rho_3 = 7{,}25 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.6.26. Кубик плавает в ртути. Поверх ртути наливают воду так, что она покрывает кубик. Длина ребра кубика $a = 10$ см. Определите плотность материала кубика.

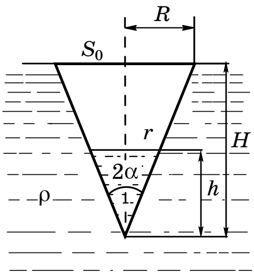


Рис. 6.6.4

6.6.27. На границе раздела двух жидкостей плотностями $\rho_1 = 800$ кг/м^3 и $\rho_2 = 10^3$ кг/м^3 плавает цилиндрическое тело плотностью $\rho = 900$ кг/м^3. Определите глубину погружения цилиндра в нижнюю жидкость, если его высота равна $h = 15$ см. Цилиндр плавает так, что его ось вертикальна.

• **6.6.28.** Конический тонкостенный сосуд с углом при вершине $2\alpha = 60°$ и радиусом основания $R = 15$ см плавает вертикально в жидкости плотностью $\rho = 10^3$ кг/м^3 так, как показано на рисунке 6.6.4. До какой высоты нужно налить такую же жидкость в сосуд, чтобы он утонул, если его масса $m = 1$ кг?

6.6.29. Однородный куб со стороной $a = 30$ см плавает в ртути и погружен в нее на $h = 1/4$ своего объема. Затем поверх ртути наливают слой воды так, чтобы поверхность воды была расположена выше верхней грани куба на $\Delta h = 2$ см. Определите силу давления жидкостей на боковую грань куба.

6.6.30. Определите силу натяжения нити, связывающей два плавающих в воде шарика объемом $V = 20$ см^3 каждый, если верхний плавает, наполовину погрузившись в воду. Нижний шарик в $n = 4$ раза тяжелее верхнего.

6.6.31. Плотность раствора соли изменяется с глубиной по закону $\rho = \rho_0 + Ah$, где $\rho_0 = 1$ г/см^3, $A = 0{,}02$ г/см^4. В раствор опущены два шарика, связанные нитью. Объемы шариков $V_1 = 0{,}1$ см^3 и $V_2 = 0{,}2$ см^3, их массы $m_1 = 0{,}13$ г и $m_2 = 0{,}34$ г. Глубина погружения первого шарика в состоянии равновесия $h_1 = 2$ см. При этом нить натянута. Определите длину нити.

6.6.32. Два шарика одинакового размера, один легкий, а другой тяжелый, прикреплены к тонкому стержню, причем тяжелый — к середине стержня, а легкий — к одному из его концов. При погружении в воду в неглубоком месте свободный конец стержня опирается на дно, стержень располагается наклонно и из воды выступает только часть легкого шара, причем отношение объема выступающей части к объему всего шара равно n. Будет ли эта система плавать или она утонет, если ее опустить в воду на глубоком месте? Массы легкого шара и стержня не учитывать.

6.7. Закон сохранения энергии в гидростатике

6.7.1. Алюминиевый шарик объемом $V = 2$ см^3 равномерно падает в воде. Какое количество теплоты выделится при перемещении шарика на $h = 2$ м?

6.7.2. Стальной шарик радиусом $r = 2$ см лежит на дне реки глубиной $h = 3$ м. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поднять шарик на высоту $H = 2$ м над поверхностью воды?

6.7.3. В бассейн глубиной $h = 2$ м без начальной скорости опускают предмет, имеющий плотность $\rho_2 = 7800$ кг/м^3. Определите, с какой скоростью предмет упадет на дно бассейна. Сопротивление воды не учитывать.

6.7.4. С какой высоты должно падать тело, плотность которого $\rho = 200$ кг/м^3, чтобы оно погрузилось в воду на глубину $h = 30$ см? Сопротивление воздуха не учитывать.

6.7.5. Резиновый мяч массой m и радиусом r погружают под воду на глубину h и отпускают. На какую высоту, считая от поверхности воды, подпрыгнет мяч? Сопротивление воды и воздуха при движении не учитывать.

6.7.6. Пробковый шарик удерживают на глубине $h = 1$ м под поверхностью воды. Когда его отпустили, он вынырнул из воды и поднялся над поверхностью на высоту $h_2 = 0{,}2$ м. Определите среднюю силу сопротивления воды. Масса шарика $m = 200$ г; плотность пробки $\rho = 200$ кг/м^3. Сопротивление воздуха не учитывать.

6.7.7. Бревно удерживают в вертикальном положении погруженным в воду так, что его верхний конец находится на уровне поверхности (рис. 6.7.1). Какая часть бревна выйдет из воды, если его отпустить? Плотность бревна $\rho_1 = 0{,}8\rho_в$, где $\rho_в$ — плотность воды.

6.7.8. Длинный карандаш удерживают вертикально над водой так, что нижний его конец касается поверхности жидкости. На какую глубину погрузится нижний конец карандаша, если его отпустить? Масса карандаша $m = 10$ г, площадь поперечного сечения $S = 2 \cdot 10^{-4}$ м^2.

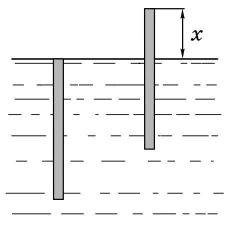


Рис. 6.7.1

6.7.9. Цилиндр высотой h и радиусом основания R плавает в жидкости плотностью ρ_0 (рис. 6.7.2). Какую минимальную работу совершит выталкивающая сила при полном погружении цилиндра в жидкость? Плотность цилиндра равна ρ.

6.7.10. Деревянный кубик плотностью $\rho_1 = 600$ кг/м^3 плавает в воде. Сторона кубика $a = 10$ см. Определите минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы: а) утопить кубик; б) вытащить его из воды.

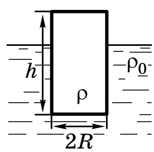


Рис. 6.7.2

• **6.7.11.** Однородный куб с длиной ребра $a = 20$ см, изготовленный из материала плотностью $\rho = 600$ кг/м^3, плавает в воде (рис. 6.7.3). Какую минимальную постоянную силу нужно приложить к кубу, чтобы он затонул?

6.7.12. Брусок квадратного сечения $d \times d = 2 \times 2$ см^2 плавает в сосуде с жидкостью так, как показано на рисунке 6.7.4. При этом в жидкости находится половина бруска. Какое минимальное количество теплоты выделится, если брусок повернуть на $90°$ вокруг оси, проходящей через центр масс? Масса бруска $m = 100$ г, длина $l = 20$ см.

• **6.7.13.** В водоеме с глубины $h = 10$ м всплывает деревянный цилиндр радиусом $R = 1$ м и высотой $H = 0{,}8$ м. Какое количество теплоты выделится к моменту окончания движения цилиндра и воды? Плотность древесины $\rho_д = 800$ кг/м^3. Ось цилиндра все время остается перпендикулярной поверхности воды.

• **6.7.14.** В цилиндрическом сосуде радиусом $R = 40$ см, частично наполненном жидкостью плотностью $\rho = 10^3$ кг/м^3, в боковой стенке имеется отверстие, заткнутое пробкой (рис. 6.7.5). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вдвинуть пробку на длину $l = 10$ см? Пробка имеет цилиндрическую форму радиусом $r = 3$ см. Центр отверстия находится на глубине $h = 30$ см. Трение не учитывать.

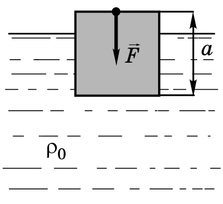


Рис. 6.7.3

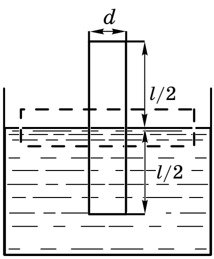


Рис. 6.7.4

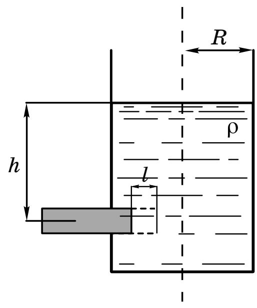


Рис. 6.7.5

6.7.15. В сосуде, в который налиты две жидкости — вода и керосин, плавает пластиковый кубик, при этом две грани кубика горизонтальны. Кубик полностью погружен в жидкость. Плотность пластика $\rho_п = 0{,}9$ г/см^3. Для того чтобы погрузить этот кубик полностью в воду так, чтобы верхняя грань оказалась на границе раздела двух жидкостей, необходимо как минимум совершить работу $A = 25$ мДж. Чему равна длина ребра кубика? Силу трения кубика о жидкость не учитывать.

6.8. Движение идеальной жидкости

6.8.1. Определите разность давлений Δp в широком и узком ($d_1 = 9$ см, $d_2 = 6$ см) коленах горизонтальной трубы, если вода в широком колене течет со скоростью $v_1 = 6$ м/с (рис. 6.8.1).

6.8.2. В узкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью $v_1 = 4$ м/с. Определите скорость течения нефти в широкой части трубы, если разность давлений составляет $\Delta p =$ $= 20$ мм рт. ст.

• **6.8.3.** Допустимая скорость течения воды в трубопроводе $v_{max} = 2{,}5$ м/с. Рассчитайте минимальный диаметр трубопровода при расходе $Q = 5600$ м^3 воды в час. Как относятся давления текущей жидкости в участках трубопровода с бо́льшим и меньшим поперечными сечениями?

6.8.4. По горизонтальной трубе переменного сечения течет вода. Площади поперечных сечений трубы в узкой и широкой ее частях соответственно равны $S_1 = 10$ см^2 и $S_2 = 20$ см^2. Разность давлений в указанных сечениях $p_2 - p_1 = \Delta h = 200$ мм водяного столба (рис. 6.8.2). Определите объем воды, проходящей за время $t = 1$ с через произвольное сечение трубы.

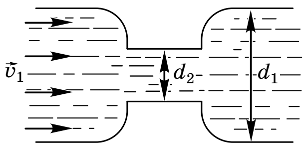


Рис. 6.8.1

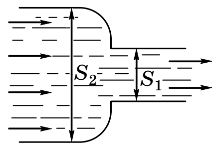


Рис. 6.8.2

6.8.5. На поршень медицинского шприца диаметром $d = 1$ см давят с постоянной силой $F = 0{,}2$ Н. С какой скоростью будет вытекать струя из отверстия, расположенного на оси шприца, в горизонтальном направлении? Считать, что жидкость в шприце несжимаема, а диаметр отверстия много меньше диаметра шприца. Трение не учитывать. Плотность жидкости $\rho = 1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.8.6. С моторной лодки, идущей со скоростью $v = 9$ км/ч, опускают в воду изогнутую под прямым углом трубку так, что опущенный конец трубки горизонтален и обращен отверстием в сторону движения. Другой конец трубки, находящийся в воздухе, вертикален. На какую высоту по отношению к уровню воды поднимется вода в трубке? Трение не учитывать.

6.8.7. На какой высоте площадь поперечного сечения вертикальной струи фонтана в $n = 3$ раза больше выходного отверстия трубки? Скорость воды в выходном отверстии 9 км/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

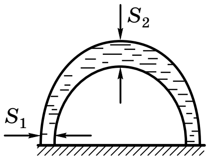


Рис. 6.8.3

6.8.8. Под каким углом к горизонту направлена струя воды и какой наибольшей высоты она достигает, если площадь ее поперечного сечения у земли $S_1 = 1$ см^2, а в высшей точке $S_2 = 2$ см^2 (рис. 6.8.3)? Скорость воды в сечении S_1 равна $v_0 = 10$ м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

6.8.9. На горизонтальной поверхности стоит широкий сосуд с водой. Уровень воды в сосуде h, вес сосуда вместе с водой P. В боковой стенке сосуда у дна имеется закрытое пробкой небольшое отверстие с закругленными краями площадью S. При каком значении коэффициента трения между дном и поверхностью сосуд придет в движение, если вынуть пробку? Плотность воды ρ.

6.8.10. Из брандспойта вертикально вверх бьет струя воды. Расход воды $Q = 60$ л/мин. Найдите площадь S поперечного сечения струи на высоте $h = 2$ м над концом брандспойта, если вблизи него сечение $S_0 = 1{,}5$ см^2.

6.8.11. В дне сосуда проделано отверстие сечением S_1. В сосуд налита вода до высоты h, и уровень ее поддерживают постоянным. Определите площадь поперечного сечения струи, вытекающей из дна сосуда на расстоянии $3h$ от этого дна. Считать, что струя не разбрызгивается, а вода — идеальная несжимаемая жидкость.

6.8.12. В дне плавательного бассейна имеется отверстие для слива воды. Предположим, что скорость, с которой вода вытекает из отверстия, пропорциональна давлению воды на дно. Коэффициент пропорциональности равен k. Бассейн имеет вертикальные стенки и горизонтальное дно, площадь которого S намного больше площади сливного отверстия S_1. Определите, как связана скорость падения уровня воды в бассейне с высотой h уровня над дном бассейна. Плотность воды ρ.

• **6.8.13.** Из широкого сосуда через узкую трубку вытекает жидкость (рис. 6.8.4). Как распределены по вертикали давление и скорость жидкости в сосуде и трубке? Величины h, H заданы.

6.8.14. В боковой стенке сосуда с водой просверлены одно над другим два отверстия площадью $S = 0{,}2$ см^2 каждое. Расстояние между отверстиями $H = 50$ см. В сосуд ежесекундно вливают $Q = 140$ см^3 воды. Найдите точку пересечения струй, вытекающих из отверстий, если ее положение в пространстве не изменяется.

6.8.15. Цилиндрический бак, имеющий площадь поперечного сечения S, стоит неподвижно на горизонтальной поверхности. В его стенке находится отверстие сечением $S_1 \ll S$, расположенное на расстоянии $h_1 = 0{,}25$ см от поверхности воды в баке. Высота воды в баке $h = 1$ м. Найдите площадь поперечного сечения струи, вытекающей из отверстия, в месте ее падения на горизонтальную поверхность (рис. 6.8.5); $S_1 = 1$ см^2.

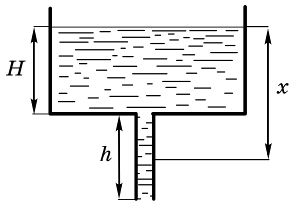


Рис. 6.8.4

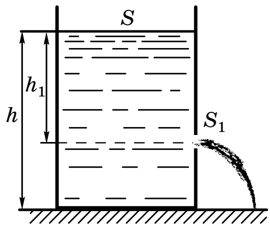


Рис. 6.8.5

6.8.16. С каким ускорением движется автомобиль, если поверхность бензина в его баке составляет с горизонтом угол $\alpha = 7°$?

6.8.17. У сосуда, в который воду налили до высоты $h = 20$ см, в дне имеется маленькое отверстие (рис. 6.8.6). С каким ускорением и в какую сторону должен двигаться сосуд, чтобы вода из отверстия не выливалась? Сосуд цилиндрической формы и его диаметр $d = 40$ см.

6.8.18. В боковой поверхности цилиндрического сосуда есть отверстие, нижний край которого находится на высоте h (рис. 6.8.7). Высота сосуда H, радиус основания R, его масса m. С какой силой F надо тянуть сосуд, чтобы в сосуде было максимальное количество воды? Трение между сосудом и поверхностью стола не учитывать.

6.8.19. Аквариум, имеющий форму куба с ребром L, до половины наполнен водой (рис. 6.8.8) и приведен в движение с горизонтальным ускорением $\vec{a}$ ($a < g$). Считать, что при движении системы «аквариум—вода» вода не расплескалась. Определите форму поверхности воды и давление в точке M.

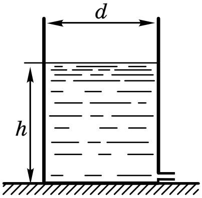


Рис. 6.8.6

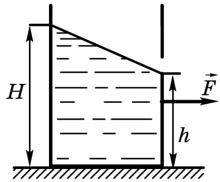


Рис. 6.8.7

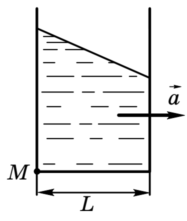


Рис. 6.8.8

6.8.20. С каким ускорением необходимо перемещать сообщающиеся сосуды (рис. 6.8.9), чтобы разность уровней в них была $h = 10$ см? Диаметр каждого сосуда $d = 5$ см, расстояние между сосудами $b = 15$ см.

6.8.21. Сосуд с жидкостью вращают с угловой скоростью $\omega = 4{,}9$ рад/с вокруг вертикальной оси (рис. 6.8.10). Постройте график зависимости высоты уровня жидкости h от расстояния r до оси вращения. Радиус сосуда $R = 20$ см.

6.8.22. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращают с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Определите: а) изменение давления в горизонтальном сечении сосуда; б) изменение высоты уровня жидкости от расстояния до оси вращения.

6.8.23. В вертикальном цилиндрическом сосуде, заполненном водой, находится шарик радиусом $r = 2$ см и массой $m = 20$ г, привязанный к центру дна нитью длиной $l = 40$ см. Сосуд начинают вращать вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 5$ рад/с. Определите угол между нитью и осью сосуда в положении устойчивого равновесия шарика.

• **6.8.24.** Тонкая, запаянная с одного конца трубка заполнена жидкостью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (рис. 6.8.11). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление равно p_0, плотность жидкости ρ. Найдите давление жидкости: а) в месте изгиба трубки; б) у запаянного конца трубки.

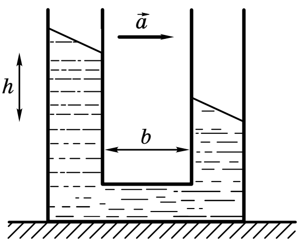


Рис. 6.8.9

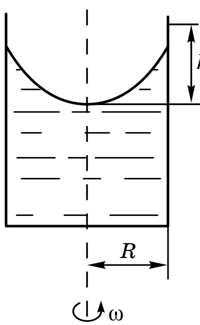


Рис. 6.8.10

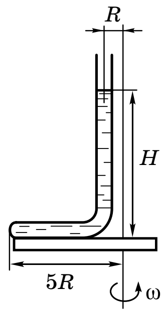


Рис. 6.8.11

Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

7.1. Колебательное движение

7.1.1. Частота колебаний корабля $\nu_1 = 0{,}05$ Гц, частота колебаний стометровых железнодорожных мостов $\nu_2 = 2$ Гц, частота вибрации электродвигателя $\nu_3 = 250$ Гц. Определите периоды этих колебаний.

7.1.2. Период колебаний крыльев пчелы $T = 2{,}5$ мс, а шмель совершает $n = 500$ взмахов в секунду. Какое из насекомых и на сколько большее количество взмахов сделает оно в полете за $t = 1$ мин?

7.1.3. Крылья пчелы колеблются с частотой $\nu = 300$ Гц, а комар совершает $n = 600$ взмахов крыльями в одну секунду. Какое из насекомых и во сколько раз сделает в полете большее количество взмахов, пролетев одинаковые расстояния? Скорость пчелы $v_1 = 6$ м/с, комара $v_2 = 10$ м/с.

7.1.4. Небольшое тело с высоты $h = 0{,}2$ м начинает скользить по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. У основания наклонной плоскости оно упруго ударяется о преграду, и таким образом возникает периодическое движение (рис. 7.1.1). Определите период колебаний тела.

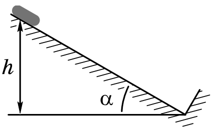


Рис. 7.1.1

7.1.5. Закон движения материальной точки имеет вид: $x = A \sin \omega(t + \tau)$, где $A = 2$ см, $\omega = 2{,}5\pi$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}4$ с. Определите период колебаний, начальную фазу и начальное смещение точки (в момент времени $t_0 = 0$).

7.1.6. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону синуса с начальной фазой $\varphi = 0$, амплитудой $A = 0{,}4$ м и циклической частотой $\omega_0 = 0{,}25\pi$. Чему равно смещение точки из положения равновесия в момент времени $\tau = 2$ с?

7.1.7. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону синуса с начальной фазой $\alpha = \frac{\pi}{2}$, частотой $\nu = 2$ Гц и амплитудой $A = 3$ см. Запишите уравнение колебаний точки.

7.1.8. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону косинуса с начальной фазой $\alpha = -\pi$, амплитудой $A = 6$ см и циклической частотой $\omega_0 = 3\pi$. Чему равно смещение точки из положения равновесия в начальный момент времени? в момент времени $t_1 = 1$ с?

7.1.9. Материальная точка совершает колебания по закону: $x = 0{,}4 \cos \pi\left(2t + \frac{1}{2}\right)$. Постройте график зависимости координаты точки от времени.

7.1.10. Материальная точка совершает колебания по закону: $x = 0{,}4 \sin \pi\left(2t - \frac{1}{2}\right)$. Найдите зависимость скорости точки от времени и скорость точки в момент времени $t_1 = 2$ с.

7.1.11. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определите начальную фазу φ, если:

1) $x(0) = 2$ см и $v(0) < 0$;
2) $x(0) = 2\sqrt{3}$ см и $v(0) > 0$;
3) $x(0) = -2\sqrt{2}$ см и $v(0) < 0$;
4) $x(0) = -2\sqrt{3}$ см и $v(0) > 0$.

7.1.12. Точка совершает колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Напишите уравнение этих колебаний, считая, что в момент $t = 0$ смещения $x(0) = 0$ и $v(0) < 0$. Определите фазу $(\omega t + \varphi)$ для двух моментов времени: а) когда смещение $x = 1$ см и $v = 0$; б) когда скорость $v = -6$ см/с и $x < 0$.

7.1.13. Максимальная скорость $v_{\max}$ точки, совершающей гармонические колебания по закону косинуса, равна 10 см/с, максимальное ускорение $a_{\max} = 100$ см/с^2. Найдите циклическую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A. Напишите уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

7.1.14. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin \omega t$. В некоторый момент времени смещение x_1 точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение x_2 стало равным 8 см. Найдите амплитуду A колебаний.

7.1.15. Колебания точки происходят по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. В некоторый момент времени смещение x точки равно 5 см, ее скорость $v = 20$ см/с и ускорение $a = -80$ см/с^2. Найдите амплитуду A, циклическую частоту ω, период T колебаний и фазу $(\omega t + \varphi)$ в рассматриваемый момент времени.

• **7.1.16.** Период колебаний материальной точки $T = 2$ с, амплитуда колебаний $A = 5$ см. Определите скорость точки в тот момент времени, когда ее смещение относительно положения равновесия $x = 3$ см.

7.1.17. Во сколько раз время прохождения колеблющейся точкой первой половины амплитуды меньше, чем время прохождения второй половины? Начало колебаний считать в положении равновесия.

7.1.18. Частица колеблется вдоль оси OX по закону $x = 0{,}1 \sin(2\pi t)$. Найдите среднюю путевую скорость частицы: а) за половину периода; б) за первую 1/8 часть периода; в) за вторую 1/8 часть периода.

7.1.19. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом $T = 6$ с. Диаметр d окружности равен 20 см. Напишите уравнение движения проекции точки на ось X, проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось X равна нулю. Найдите смещение x, скорость v и ускорение a точки в момент $t = 1$ с.

7.1.20. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1$ с$^{-1}$. Определите амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ. Найдите уравнение этого движения.

7.1.21. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями:

1) $x = A \cos \omega t$ и $y = A \cos \omega t$;
2) $x = A \cos \omega t$ и $y = A_1 \cos \omega t$;
3) $x = A \cos \omega t$ и $y = A \cos (\omega t + \varphi_1)$;
4) $x = A_2 \cos \omega t$ и $y = A \cos (\omega t + \varphi_2)$;
5) $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$;
6) $x = A \cos \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$;
7) $x = A_2 \sin \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$.

Напишите для каждого случая уравнение траектории точки, постройте ее с соблюдением масштаба и укажите направление движения. Считать, что $A = 2$ см, $A_1 = 3$ см, $A_3 = 1$ см; $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = \pi$.

7.2. Динамика гармонического колебательного движения

7.2.1. Колебания материальной точки массой $m = 0{,}1$ г происходят по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 20$ с$^{-1}$. Определите максимальные значения возвращающей силы F_{max} и кинетической энергии E_{max}.

7.2.2. Найдите возвращающую силу F в момент $t = 1$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 20$ см, $\omega = \frac{2\pi}{3}$ с$^{-1}$. Масса материальной точки равна $m = 10$ г.

7.2.3. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 8$ см, $\omega = \frac{\pi}{6}$ с$^{-1}$. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения 5 мН, потенциальная энергия точки стала равной 100 мкДж. Найдите этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt.

7.2.4. Груз массой $m = 1$ кг, находившийся в покое на гладкой горизонтальной поверхности, начинает двигаться под действием горизонтальной силы так, что импульс груза изменяется по закону $p = \frac{2}{\pi} \sin (2\pi t)$. Найдите скорость груза через $\tau = 0{,}25$ с после начала движения. В какие моменты времени направление скорости груза изменяется?

• **7.2.5.** Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. В какой момент времени ее кинетическая энергия равна потенциальной?

7.2.6. Материальная точка массой $m = 1$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}1\sin \pi t$. Найдите максимальные значения кинетической и потенциальной энергий точки. Определите значения кинетической и потенциальной энергий через $\tau = 0{,}1$ с после начала движения.

7.2.7. Точка совершает гармонические колебания по закону $x = 5\sin 2t$. В момент времени, когда возвращающая сила впервые достигла значения $F = 5 \cdot 10^{-3}$ Н, потенциальная энергия стала равной $U = 6 \cdot 10^{-5}$ Дж. Определите этот момент времени.

7.2.8. Тело совершает гармонические колебания с циклической частотой $\omega = 2\pi$ так, что в начальный момент времени смещение тела из положения равновесия равно половине максимального. Через какое наименьшее время от начала колебаний потенциальная энергия колебаний станет равной $n = \frac{3}{4}$ от полной?

7.2.9. Частица совершает гармонические колебания по закону $x = 4\sin\left(\pi t - \frac{1}{6}\pi\right)$. Через какой промежуток времени после начала движения кинетическая энергия частицы во второй раз достигнет максимального значения?

7.2.10. Тело массой $m = 100$ г совершает гармонические колебания. На расстояниях $x_1 = 40$ см и $x_2 = 0{,}4\sqrt{2}$ м от положения равновесия скорости тела равны $v_1 = 3\sqrt{3}$ м/с и $v_2 = 3\sqrt{2}$ м/с соответственно. Найдите полную энергию тела.

7.3. Пружинный маятник

7.3.1. Груз массой $m = 0{,}1$ кг, подвешенный на пружине, совершает $N = 20$ колебаний за время $t = 12{,}6$ с. Найдите жесткость пружины.

7.3.2. Если к пружине подвесить груз массой $m_1 = 400$ г, то частота его колебаний будет $\nu_1 = 1$ Гц. Какой будет частота колебаний груза массой $m_2 = 100$ г, если его подвесить к той же пружине?

7.3.3. Если к некоторому грузу, колеблющемуся на пружине, подвесить гирю массой $m_2 = 100$ г, то частота колебаний уменьшится в $n = 1{,}41$ раза. Какой массы груз был первоначально подвешен к пружине?

7.3.4. Во сколько раз изменится период колебаний груза, подвешенного на резиновом жгуте, если отрезать $n = \frac{1}{4}$ его длины и подвесить на оставшуюся часть тот же груз?

7.3.5. К легкой пружине подвешиваются поочередно два различных грузика. Период колебаний первого грузика $T_1 = 4$ с, второго $T_2 = 3$ с. Чему будет равен период колебаний, если к этой пружине подвесить сразу два грузика?

7.3.6. Если к пружине подвесить поочередно два различных грузика, то пружина удлиняется на $\Delta x_1 = 2$ см и $\Delta x_2 = 4$ см соответственно. Определите частоту колебаний, когда к пружине подвешены оба грузика.

7.3.7. Частота колебаний чашечки с грузиком $\nu_1 = 2$ Гц. Если на чашечку положить дополнительный грузик, то частота колебаний станет $\nu_2 = 1$ Гц. Насколько изменилось положение равновесия у этой системы?

• **7.3.8.** Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

7.3.9. Пружинный маятник массой $m = 200$ г находится на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент жесткости пружины $k = 3{,}2$ Н/м. Грузик маятника отклоняют от положения равновесия на расстояние $A = 3$ см и отпускают в момент времени $t_0 = 0$. Напишите закон движения маятника. Найдите его смещение и скорость в момент времени $t = 2$ с.

7.3.10. Какова масса груза, колеблющегося на пружине жесткостью $k = 0{,}5$ кН/м, если при амплитуде колебаний $A = 6$ см он имеет максимальную скорость $v = 3$ м/с?

7.3.11. Первый шар колеблется на пружине, имеющей жесткость в 4 раза бóльшую, чем жесткость пружины, на которой колеблется второй шар такой же массы. Какой из шаров и во сколько раз дальше надо отвести от положения равновесия, чтобы их максимальные скорости были одинаковы?

7.3.12. Телу массой m, подвешенному на пружине жесткостью k, в положении равновесия сообщают скорость v, направленную вертикально вниз. Определите путь, пройденный телом, за вторую одну восьмую часть периода колебаний, считая их гармоническими.

7.3.13. Тело, составленное из двух одинаковых частей массой m каждая, подвешено на пружине жесткостью k. В некоторый момент времени одна из частей «отваливается». Определите путь, пройденный оставшейся частью тела, за вторую одну восьмую часть периода колебаний, считая их гармоническими.

7.3.14. Пружина жесткостью k прикреплена к потолку и бруску массой m, лежащему на подставке так, что ось пружины вертикальна (рис. 7.3.1). Пружина сжата на величину L. Найдите амплитуду колебаний бруска, если подставку быстро убрать.

7.3.15. Груз массой m привязан нитью, перекинутой через блок, к другому грузу, который удерживается на гладком горизонтальном столе пружиной, прикрепленной к стене (рис. 7.3.2). Нить пережигают, и груз на столе начинает колебаться с амплитудой A. Найдите жесткость пружины.

• **7.3.16.** Чашка с гирями пружинных весов покоится. На чашку поставили еще одну гирю массой m (рис. 7.3.3). Найдите амплитуду колебаний A чашки. Жесткость пружины k.

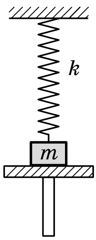


Рис. 7.3.1

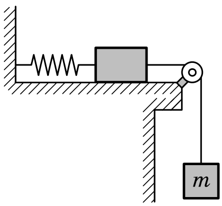


Рис. 7.3.2

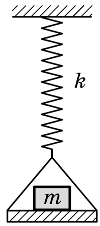


Рис. 7.3.3

7.3.17. Груз массой $m = 100$ г колеблется на пружине жесткостью $k = 50$ Н/м с амплитудой $A = 4$ см. Найдите: а) полную механическую энергию колебания; б) потенциальную энергию колебания в точке с координатой $x = 2$ см; в) кинетическую энергию в этой же точке; г) скорость прохождения грузом этой точки.

7.3.18. При подвешивании к двум разным легким вертикальным пружинам грузов, отношение масс которых равно $\frac{m_1}{m_2} = 2$, пружины получают одинаковое удлинение. Определите отношение энергий этих систем, если они совершают колебания с одинаковыми амплитудами.

7.3.19. К двум разным пружинам подвешены равные грузы, при этом отношение удлинений пружин $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 2$. Определите отношение энергий колебаний этих грузов, если они совершают колебания с амплитудами, отношение которых $\frac{A_2}{A_1} = 2$.

7.3.20. К грузику массой $m = 200$ г прикреплена пружина жесткостью $k = 20$ Н/м, другой конец которой прикреплен к стене (рис. 7.3.4). Груз отвели от положения равновесия на расстояние $x_0 = 10$ см и сообщили скорость $v_0 = 1$ м/с. Определите амплитуду колебания груза и полную энергию колебания. Трения нет.

7.3.21. Шарик, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 1$ см (рис. 7.3.5). На каком расстоянии l от положения равновесия шарика нужно закрепить плиту, чтобы период колебаний шарика уменьшился на четверть? Удары шарика о плиту абсолютно упругие.

7.3.22. На чашку пружинных весов с высоты $h = 0{,}8$ м падает груз массой $m = 50$ г и прилипает к ней. Определите амплитуду возникающих при этом колебаний чашки. Чашка невесома. Жесткость пружины $k = 100$ Н/м.

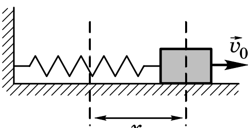


Рис. 7.3.4

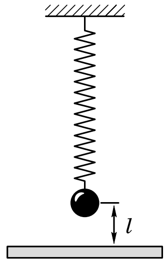


Рис. 7.3.5

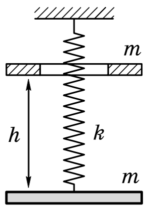


Рис. 7.3.6

7.3.23. На пружине жесткостью $k = 200$ Н/м висит диск массой $m = 200$ г. На него с некоторой высоты h падает шайба такой же массы, что и диск (рис. 7.3.6). После неупругого удара шайбы о диск возникают колебания с амплитудой $A = 2$ см. Определите высоту h. Сопротивление воздуха не учитывать.

7.3.24. На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой M, прикрепленный к стене пружиной жесткостью k. Пуля массой m, летящая со скоростью v, попадает в брусок и застревает в нем (рис. 7.3.7). Определите амплитуду возникающих колебаний бруска.

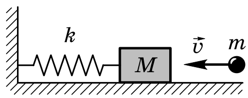


Рис. 7.3.7

7.4. Математический маятник

7.4.1. Маятник длиной 0,99 м совершает 50 полных колебаний за 1 мин 40 с. Определите ускорение свободного падения для этого места. Принять $\pi^2 \approx 9{,}86$.

7.4.2. Отношение длин маятников $\frac{l_1}{l_2} = \frac{9}{4}$. Первый маятник совершил 20 колебаний. Сколько колебаний за это же время совершит второй маятник?

7.4.3. Из двух маятников в одном и том же месте один за некоторое время совершил 40 колебаний, другой за то же время — 10 колебаний; разница в их длине равна 90 см. Найдите длину каждого.

7.4.4. Один математический маятник имеет период колебаний $T_1 = 5$ с, а другой — $T_2 = 3$ с. Каков период колебания математического маятника, длина которого равна разности длин данных маятников?

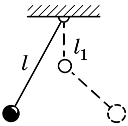


Рис. 7.4.1

7.4.5. Математический маятник длиной l совершает колебания вблизи вертикальной стенки (рис. 7.4.1). Под точкой подвеса маятника на расстоянии $l_1 = \frac{l}{2}$ от нее в стенку забит гвоздь. Найдите период T колебаний маятника.

7.4.6. Математический маятник длиной $l = 0{,}49$ м и пружинный маятник совершают колебания с одинаковым периодом. Определите массу груза пружинного маятника, если коэффициент жесткости пружины $k = 10$ Н/м.

7.4.7. В подвале главного здания МГУ в свое время были установлены точные маятниковые астрономические часы. Определите, насколько будут отставать эти часы за сутки, если их перенести на крышу здания высотой $H = 200$ м. Глубину подвала можно не учитывать.

7.4.8. На какую высоту над поверхностью земли нужно поднять математический маятник, чтобы период его колебаний изменился в $n = 2$ раза?

7.4.9. Найдите период колебаний математического маятника длиной $l = 1$ м на планете, плотность которой равна плотности Земли, а радиус в $n = 3$ раза больше.

7.4.10. Грузику, подвешенному на нити длиной $l = 1$ м, сообщают горизонтальную скорость, в результате чего он начинает совершать гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Найдите начальную скорость грузика.

7.4.11. Математический маятник длиной $l = 1$ м совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Найдите ускорение маятника в тот момент, когда его смещение равно половине максимального.

7.4.12. Математический маятник длиной $l = 1{,}5$ м отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha_0 = 5°$ и в момент времени $t_0 = 0$ отпускают. В какой момент времени угол между нитью и вертикалью уменьшится в $n = 3$ раза?

• **7.4.13.** Маленький шарик подвесили на нити длиной $l = 50$ см в точке O стенки, составляющей небольшой угол α с вертикалью (рис. 7.4.2). Затем нить с шариком отклонили на угол 2α и отпустили. Считая удары шарика о стенку абсолютно упругими, найдите период колебаний такого маятника.

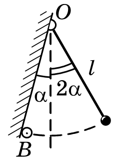


Рис. 7.4.2

7.4.14. Математический маятник прикреплен к потолку лифта. Длина маятника $l = 0{,}81$ м. Чему равен период колебаний маятника, если он движется ускоренно: а) вверх; б) вниз? Ускорение лифта $a = 2{,}2$ м/с^2.

7.4.15. Математический маятник длиной $l = 0{,}5$ м колеблется в кабине самолета. Найдите период его колебаний, если: а) самолет движется равномерно; б) самолет движется горизонтально с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2; в) самолет движется вверх под углом к горизонту $\alpha = 15°$ с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2; г) самолет планирует вниз под углом $\alpha = 15°$ к горизонту.

• **7.4.16.** Стальной шарик массой $m = 1$ г подвешен на нити. Период малых колебаний такого маятника $T_1 = 1$ с. Если снизу к шарику поднести магнит, то период колебаний станет $T_2 = 0{,}5$ с. Найдите силу, действующую на шарик со стороны магнита.

7.4.17. Стальной шарик массой $m = 2$ г подвешен на нити длиной $l = 1$ м. Маятник поместили между полюсами магнита так, что на него стала действовать горизонтальная магнитная сила в плоскости колебаний маятника. Найдите эту силу, если период колебаний маятника после создания поля стал $T = 1{,}6$ с.

7.4.18. Два небольших шарика массами m и M, подвешенные на невесомых нерастяжимых нитях длиной l каждая, отведены от положения равновесия на одинаковые углы α (рис. 7.4.3) и отпущены без начальной скорости. Найдите амплитуду возникших в результате соударения шариков колебаний, считая их гармоническими. Соударение между шариками абсолютно неупругое.

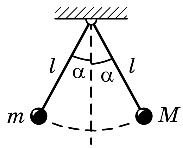


Рис. 7.4.3

7.4.19. Два математических маятника, один длиной $l_1 = 20$ см, а другой длиной $l_2 = 40$ см, совершают колебания с одинаковыми угловыми амплитудами. Определите отношение периодов колебаний маятников и отношение их энергий. Массы маятников одинаковы.

7.4.20. Математический маятник длиной $l = 0{,}5$ м отклоняют на малый угол и отпускают в момент времени $t_0 = 0$. Сколько раз кинетическая энергия маятника достигнет максимального значения к моменту времени $t = 7$ с?

7.5. Колебательные системы

7.5.1. Пружина жесткостью k одним концом присоединена к оси колеса массой m, которое может катиться без проскальзывания, а другим прикреплена к стене (рис. 7.5.1). Определите частоту колебаний системы. Масса колеса равномерно распределена по ободу.

7.5.2. Два одинаковых тела, соединенных легкой пружиной жесткостью $k = 500$ Н/м, лежат на гладком горизонтальном столе. Найдите амплитуды возникающих гармонических колебаний тел, если пружине сообщить энергию $E = 0{,}1$ Дж.

7.5.3. Шарик, подвешенный между двумя невесомыми пружинами жесткостями $k_1 = 20$ Н/м и $k_2 = 10$ Н/м так, как показано на рисунке 7.5.2, имеет частоту колебаний такую же, что и математический маятник длиной $l = 10$ см. Определите массу шарика.

7.5.4. На гладком горизонтальном столе лежит грузик массой m, прикрепленный горизонтальными пружинами к стенкам (рис. 7.5.3). Жесткость одной пружины равна k, а другой в 2 раза больше. Если грузик несколько сместить вдоль линии пружин, он начнет колебаться. Найдите период этих колебаний.

7.5.5. Шарик массой $m = 0{,}5$ кг закреплен двумя недеформированными одинаковыми пружинами жесткостью $k = 500$ Н/м между вертикальными стойками на доске массой $M = 2$ кг, лежащей на гладком столе (рис. 7.5.4). Удерживая доску на месте, шарик смещают вдоль линии пружин из положения равновесия на $x_0 = 2$ см и отпускают. Определите частоту колебаний шарика и амплитуду относительно стола, считая их гармоническими.

7.5.6. На идеально гладкой горизонтальной плоскости расположен брусок массой $M = 1$ кг, скрепленный с пружинами, жесткость каждой из которых $k = 30$ Н/м (рис. 7.5.5). На бруске лежит шайба массой $m = 0{,}5$ кг. Система брусок—шайба приводится в колебательное движение. Определите максимальную амплитуду колебаний, при которой система будет двигаться как единое целое, т. е. без проскальзывания шайбы по бруску. Коэффициент трения скольжения между бруском и шайбой $\mu = 0{,}4$.

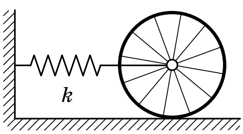


Рис. 7.5.1

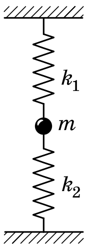


Рис. 7.5.2

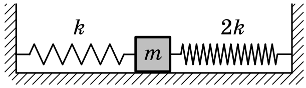


Рис. 7.5.3

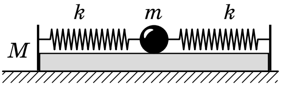


Рис. 7.5.4

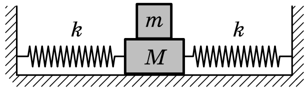


Рис. 7.5.5

7.5.7. Брусок за края подвешен к потолку на двух одинаковых пружинах жесткостью k каждая и притянут к полу прикрепленной к его центру пружиной жесткостью $2k$ (рис. 7.5.6). Выведенный из положения равновесия, он начинает совершать колебания в вертикальной плоскости с периодом T. Чему равна масса бруска?

• **7.5.8.** Грузы массами m и $3m$ висят на нити, перекинутой через неподвижный блок, причем каждый из них присоединен к полу с помощью вертикальной пружины жесткостью k (рис. 7.5.7). В положении равновесия обе пружины растянуты. Систему вывели из положения равновесия, сообщив грузу m направленную вниз вертикальную скорость v_0. Найдите амплитуду и период возникших колебаний грузов.

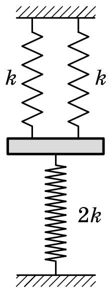


Рис. 7.5.6

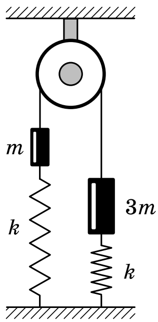


Рис. 7.5.7

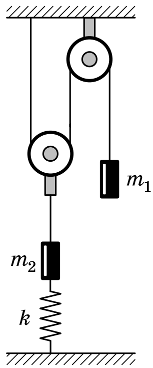


Рис. 7.5.8

• **7.5.9.** Груз массой m_1 подвешен к потолку с помощью нити, перекинутой через неподвижный и подвижный блоки. Груз массой m_2 соединен нитью с подвижным блоком и пружиной жесткостью k с землей (рис. 7.5.8). В положении равновесия пружина растянута. Груз m_1 смещают из положения равновесия вниз на расстояние A и отпускают. Найдите период возникающих колебаний и максимальную скорость колеблющихся грузов.

7.5.10. К оси подвижного легкого блока, подвешенного на нити AB, соединенной с двумя пружинами жесткостями $k_1 = 10$ Н/м и

$k_2 = 20$ Н/м, прикреплено тело массой $m = 100$ г так, как показано на рисунке 7.5.9. Блок может свободно скользить по нити. Пренебрегая трением в оси блока, определите период малых колебаний тела.

• **7.5.11.** Тело массой $m = 1$ кг и тело массой $M = 4$ кг соединены между собой пружиной, как показано на рисунке 7.5.10. Тело массой m совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 1{,}6$ см и циклической частотой $\omega = 25$ рад/с. Пренебрегая массой пружины, найдите отношение наибольшей и наименьшей сил давления этой системы на плоскость стола. При каком значении амплитуды колебаний тело массой M оторвется от стола?

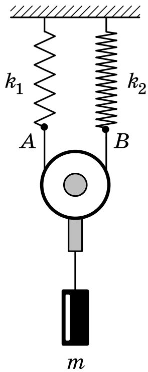


Рис. 7.5.9

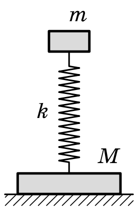


Рис. 7.5.10

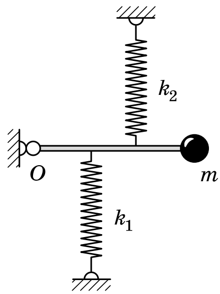


Рис. 7.5.11

• **7.5.12.** Жестко соединенная конструкция из легкого стержня и небольшого по размерам шарика массой m может совершать колебания под действием двух пружин жесткостями k_1 и k_2 каждая вокруг вертикальной оси O по гладкой поверхности стола (рис. 7.5.11). Пружины легкие, точки крепления их к стержню делят его на три равные части. В положении равновесия оси пружин перпендикулярны стержню, и пружина жесткостью k_1 растянута на величину l_1. Найдите:

1) деформацию второй пружины в положении равновесия;

2) период малых колебаний системы.

• **7.5.13.** Внутри гладкой сферической поверхности радиусом $R = 10$ см находится небольшой шарик массой m =10 г (рис. 7.5.12), который совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение шарика из положения равновесия, измеренное вдоль поверхности сферы, равно $s_{\max} = 5$ мм. Чему равна полная энергия E колебаний шарика?

7.5.14. С края гладкой полусферы соскальзывает небольшое тело массой $m_1 = 50$ г и абсолютно неупруго ударяет тело массой $m_2 = 200$ г, лежащее на дне полусферы (рис. 7.5.13). Найдите угловую амплитуду колебаний тел после соударения.

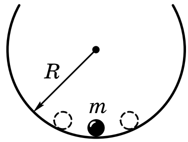


Рис. 7.5.12

7.5.15. Предположим, что по одному из диаметров Земли просверлили канал. Принимая Землю за однородный шар плотностью $\rho = 5{,}5 \times$ $\times\, 10^3$ кг/м^3, найдите время движения тела от поверхности Земли до ее центра.

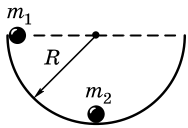


Рис. 7.5.13

7.5.16. В пустом пространстве вдоль одной прямой на расстоянии a друг от друга расположены три материальные точки. Массы крайних точек равны M (каждая) и намного превышают массу средней точки. Центральную точку смещают на расстояние, много меньшее a, в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей крайние точки, после чего она начинает колебаться. Найдите период этих колебаний.

• **7.5.17.** На бруске массой $M = 100$ г, находящемся на гладкой горизонтальной плоскости, вертикально установлен легкий стержень, к которому привязана нить длиной $l = 25$ см с грузом массой $m = 50$ г (рис. 7.5.14). Нить с грузом отклоняют на небольшой угол от вертикали и отпускают. Определите период возникающих колебаний груза, считая их гармоническими.

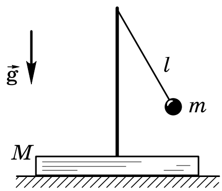


Рис. 7.5.14

7.5.18. Посередине натянутой струны закреплен небольшой грузик массой $m = 0{,}1$ кг. Длина струны $l = 2$ м. Частота малых колебаний грузика $\nu = 10$ Гц. Найдите силу натяжения струны. Силу тяжести не учитывать.

7.5.19. Однородный стержень положили на два быстро вращающихся блока, как показано на рисунке 7.5.15. Расстояние между осями блоков $l = 20$ см, коэффициент трения между стержнем и блоками $\mu = 0{,}18$. Покажите, что стержень будет совершать продольные гармонические колебания, и найдите их период.

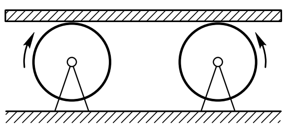


Рис. 7.5.15

• **7.5.20.** Ареометр массой $m = 0{,}2$ кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом $T = 3{,}4$ с. Считая колебания незатухающими, найдите плотность ρ жидкости, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d = 1$ см.

7.5.21. Набухшее бревно, сечение которого постоянно по всей длине, плавает вертикально в воде так, что над водой находится лишь малая по сравнению с длиной часть бревна. Период малых вертикальных колебаний бревна $T = 2$ с. Определите длину l бревна. Сопротивление среды не учитывать.

7.5.22. Определите период малых колебаний ртути массой $m =$ $= 121$ г, находящейся в V-образной трубке. Площадь сечения канала трубки $S = 0{,}3$ см^2.

• **7.5.23.** В воде плавает льдина, имеющая форму куба со стороной $a = 50$ см. Льдину погружают на небольшую глубину (не потопляя ее полностью) и отпускают, в результате чего она начинает совершать гармонические колебания с амплитудой $A = 5$ см. Определите полную энергию колебаний льдины. Плотность воды $\rho =$ $= 10^3$ кг/м^3. Трение льдины о воду не учитывать.

7.6. Вынужденные колебания

• **7.6.1.** По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на $x_0 = 2$ см под действием груза массой $m_0 = 1$ кг. С какой скоростью v катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M = 10$ кг.

7.6.2. Через ручей переброшена длинная узкая доска. Когда мальчик стоит на ней неподвижно, она прогибается на $\Delta x = 10$ см. Когда же мальчик идет по доске со скоростью $v = 3{,}6$ км/ч, то она начинает раскачиваться так, что он падает в воду. Какова длина шага мальчика?

7.6.3. Автомобиль с двухколесным автоприцепом движется по дороге, выложенной из бетонных неплотно пригнанных плит длиной $l = 10$ м каждая. Оцените, при какой скорости автомобиля прицеп будет «подпрыгивать» на стыках наиболее сильно, если масса прицепа $m = 100$ кг, а жесткость пружин амортизаторов каждого из его колес $k = 5 \cdot 10^3$ Н/м.

• **7.6.4.** Грузовые весы массой $m = 3$ т, установленные на 4-х одинаковых пружинах жесткостью $k = 10^6$ Н/м каждая, предназначены для взвешивания больших грузов, например автомобилей до и после загрузки. Оцените количество взвешиваний в течение часа, при котором весы давали бы особенно неверные показания. Оценку произвести в предположении, что интенсивность движения автомобилей через весы равномерная.

7.6.5. На чашку массой $m = 50$ г пружинных весов с жесткостью пружины $k = 10$ Н/м роняют с некоторой высоты маленький шарик. Оцените высоту, с которой должен падать шарик, чтобы возникающие в системе колебания происходили с наибольшей амплитудой. Сопротивление воздуха не учитывать, соударения шарика с чашкой весов считать абсолютно упругими. Оценку произвести в предположении, что после каждого отскока модуль скорости шарика фактически равен модулю его скорости до соударения.

7.6.6. В горизонтальной плоскости расположена доска. На доске лежит шайба. Доска колеблется гармонически в горизонтальной плоскости с периодом $T = 4$ с. Когда амплитуда колебаний становится равной $A = 0{,}4$ м, шайба начинает проскальзывать по доске. Найдите коэффициент трения μ между шайбой и доской.

• **7.6.7.** Горизонтальная доска совершает гармонические колебания в вертикальной плоскости с частотой $\nu = 2$ Гц. Может ли небольшое тело, находящееся на этой доске, не отрываться от ее поверхности в процессе колебаний, если амплитуда колебаний доски $A = 10$ см? Ответ обосновать.

7.6.8. Груз массой $m = 150$ г, подвешенный на нити длиной $l = 0{,}2$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости, при которых угол отклонения груза от положения равновесия изменяется по закону $\varphi = 0{,}05 \sin 20t$. Найдите зависимости силы натяжения нити и скорости груза от времени t.

7.7. Механические волны

7.7.1. Мальчик заметил, что за время $t = 20$ с бакен совершил на волнах $N = 40$ колебаний, а расстояние между соседними гребнями волн $\lambda = 1{,}4$ м. Какова скорость распространения волн?

7.7.2. Человек, стоящий на берегу озера, определил, что расстояние между соседними гребнями волн $\lambda = 3{,}2$ м. Кроме того, он подсчитал, что за время $t = 22$ с мимо него прошло $n = 12$ гребней волн. Определите скорость распространения волн.

7.7.3. В безветренную погоду мальчик, стоящий на берегу озера, бросил камень в воду и заметил, что волна, вызванная камнем, дошла до него спустя $t_1 = 5$ с. Расстояние между соседними гребнями волн $\lambda = 0{,}5$ м и за $t_2 = 2$ с было $N = 7$ всплесков о берег. Как далеко мальчик бросил камень?

7.7.4. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с, амплитуда $A = 2$ см. Определите: а) длину волны; б) фазу колебаний; в) смещение, скорость и ускорение точки шнура, находящейся на расстоянии $x = 45$ см от источника волн в момент времени $t = 4$ с.

7.7.5. Плоская волна распространяется по закону $y(x, t) = 0{,}5 \cos (200\pi t - 2x)$ см. Определите: а) частоту колебаний и длину волны; б) скорость распространения волны; в) максимальную скорость и максимальное ускорение частиц среды.

7.7.6. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний $A = 0{,}1$ м. Найдите смещение точки, удаленной от источника на расстояние $x = \frac{3}{4}\lambda$, в момент времени $t = 0{,}9T$ от начала колебания, где λ — длина волны, T — период колебаний.

7.7.7. Волны распространяются вдоль резинового шнура со скоростью $v = 3$ м/с и частотой $\nu = 2$ Гц. Какова разность фаз колебаний двух точек шнура, отстоящих друг от друга на расстоянии $l = 75$ см?

7.7.8. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = 4$ см, в момент времени $t = T/6$ равно половине амплитуды. Найдите длину λ бегущей волны.

7.7.9. На резиновом жгуте длиной $l = 1{,}5$ м, один конец которого привязан к стене, возбуждают стоячие волны с частотой $\nu = 3$ Гц. При этом на жгуте образуется $n = 4$ узла. Найдите скорость распространения волн в жгуте.

7.7.10. Найдите длину волны λ распространяющихся колебаний, если расстояние между первой и пятой пучностями стоячей волны равно $l = 16$ см.

7.7.11. При какой скорости волны рыбак особенно плохо будет наблюдать клев, если расстояние между двумя соседними гребнями волны равно λ? Масса поплавка вместе с грузилом m, сечение одинаково по всей длине и равно S. Плотность воды ρ.

7.8. Звук

7.8.1. Звук от выстрела дошел до наблюдателя через 30 с после того, как была замечена вспышка. Расстояние до наблюдателя равно 10 км. Определите скорость звука в воздухе.

7.8.2. Частотный диапазон рояля от 90 до 9000 Гц. Найдите диапазон длин звуковых волн в воздухе.

7.8.3. Ультразвуковой эхолот работает на частоте 40 кГц. Чему равна длина ультразвуковой волны в воде? Какова глубина моря, если в данном месте ультразвуковой импульс возвратился через 4 с после посылки? Скорость ультразвука в воде равна 1450 м/с.

7.8.4. Звуковые колебания частотой ν имеют в первой среде длину волны λ_1, а во второй среде — длину волны λ_2. Во сколько раз скорость распространения этих колебаний изменяется при переходе из первой среды во вторую, если $\lambda_1 = 2\lambda_2$?

7.8.5. Звуковые колебания распространяются в воде со скоростью $v_1 = 1480$ м/с, а в воздухе — со скоростью $v_2 = 340$ м/с. Во сколько раз изменится длина звуковой волны при переходе звука из воздуха в воду?

7.8.6. Звуковая волна распространяется в среде со скоростью v = 150 м/с. Определите частоту ν колебаний, если минимальное расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, Δx = 0,75 м.

7.8.7. Из пункта A в пункт B был послан звуковой сигнал частотой ν = 50 Гц, распространяющийся со скоростью v = 340 м/с. При этом на расстоянии от A до B укладывалось целое число длин волн. Опыт повторили, когда температура была на $\Delta\theta$ = 20 К выше, чем в первом случае. При этом число длин волн, укладывающихся на расстоянии от A до B, уменьшилось на Δn = 2. Найдите расстояние между пунктами A и B, если при повышении температуры на ΔT = 1 К скорость звука увеличивается на Δv = 0,5 м/с.

7.8.8. Узлы стоячей волны, создаваемой камертоном в воздухе, отстоят друг от друга на расстоянии l = 40 см. Найдите частоту ν колебаний камертона. Скорость звука в воздухе v = 340 м/с.

7.8.9. Определите первую резонансную частоту ν колебаний воздуха между двумя параллельными зданиями, находящимися на расстоянии l = 20 м друг от друга. Высота зданий заметно больше этого расстояния. Скорость звука в воздухе v = 330 м/с.

7.8.10. Поезд проходит мимо станции со скоростью u = 40 м/с. Частота ν_0 тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определите кажущуюся частоту ν тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.

7.8.11. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой ν_0 = 300 Гц, проезжает поезд со скоростью u = 40 м/с. Найдите кажущуюся частоту ν тона для пассажира в двух случаях: 1) поезд приближается к электровозу; 2) поезд удаляется от него.

7.8.12. Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд. Наблюдатель, стоящий на платформе, слышит звук сирены поезда. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука ν_1 = = 1100 Гц; когда удаляется, кажущаяся частота ν_2 = 900 Гц. Найдите скорость u электровоза и частоту ν_0 звука, издаваемого сиреной.

7.8.13. Резонатор и источник звука частотой ν_0 = 8 кГц расположены на одной прямой. Резонатор настроен на длину волны λ = = 4,2 см и установлен неподвижно. Источник звука может перемещаться по направляющим вдоль прямой. С какой скоростью u и в каком направлении должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора?

7.8.14. На шоссе сближаются две автомашины со скоростями u_1 = 30 м/с и u_2 = 20 м/с. Первая из них подает звуковой сигнал частотой ν_1 = 600 Гц. Найдите кажущуюся частоту ν_2 звука, воспринимаемого водителем второй автомашины, в двух случаях: 1) до встречи; 2) после встречи. Изменится ли ответ (если изменится, то как) в случае подачи сигнала второй машиной?

7.8.15. Узкий пучок ультразвуковых волн частотой $\nu_0 = 50$ кГц направлен от неподвижного локатора к приближающейся подводной лодке. Определите скорость u подводной лодки, если частота ν_1 биений (разность частот колебаний источника и сигнала, отраженного от лодки) равна 250 Гц. Скорость ультразвука в морской воде принять $\upsilon = 1{,}5$ км/с.

7.8.16. Два дельфина плывут навстречу друг другу. Один из них издает звуковые импульсы с частотой ν. С какой частотой ν_1 приходят эти импульсы к другому дельфину, если скорость дельфинов относительно воды равна υ? Скорость звука в воде равна u.

Часть 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Глава 8. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

8.1. Дискретное строение вещества. Количество вещества

8.1.1. Капля масла объемом $V = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ см^3 растеклась по поверхности воды, образовав пленку площадью $S = 0{,}6$ дм^2. Оцените диаметр молекулы масла, считая толщину слоя равной диаметру молекулы.

8.1.2. Сравните массы и объемы двух тел, сделанных соответственно из олова и свинца, если в них содержатся равные количества вещества.

8.1.3. Сколько молекул содержится в капле ртути массой $m = 0{,}01$ г?

8.1.4. Сколько молекул содержится в капле воды диаметром $d = 0{,}1$ мм?

8.1.5. Зная постоянную Авогадро N_A, плотность ρ данного вещества и его молярную массу M, выведите формулы для расчета числа молекул: а) в единице массы данного вещества; б) в единице объема; в) в теле массой m; г) в теле объемом V.

8.1.6. Предельно допустимая концентрация молекул паров ртути (Hg) в воздухе $n_1 = 3 \cdot 10^{16}$ м$^{-3}$, а ядовитого газа хлора (Cl_2) — $n_2 = 8{,}5 \cdot 10^{18}$ м$^{-3}$. Найдите массу каждого из веществ в одном кубическом метре воздуха.

8.1.7. На изделие, поверхность которого $S = 20$ см^2, нанесен слой серебра толщиной $h = 1$ мкм. Сколько атомов серебра содержится в покрытии?

• **8.1.8.** За 10 суток полностью испарилось из стакана 100 г воды. Сколько в среднем вылетало молекул с поверхности воды за 1 с?

8.1.9. За какое время на поверхность стекла можно нанести слой серебра толщиной $d = 5$ мкм, используя для этого атомарный пучок с концентрацией атомов серебра $n = 10^{18}$ м$^{-3}$, движущихся со скоростью $v = 0{,}39$ км/с?

8.1.10. В озеро средней глубиной $H = 100$ м и площадью $S = 10$ км^2 бросили соль (NaCl) массой $m = 0{,}01$ г. Сколько ионов хлора окажется в наперстке воды объемом $V = 2$ см^3, если считать, что соль, растворившись, равномерно распределилась в озере?

8.1.11. Кубическая кристаллическая решетка железа содержит один ион железа на элементарный куб, повторяя который можно получить всю решетку кристалла. Определите расстояние между ближайшими ионами железа.

8.1.12. Считая, что диаметр молекул водорода составляет около $d = 3 \cdot 10^{-10}$ м, найдите, какой длины получилась бы нить, если бы все молекулы, содержащиеся в массе $m = 1$ мг этого газа, были расположены в один ряд вплотную друг к другу. Сравните длину этой нити со средним расстоянием от Земли до Луны.

8.1.13. В объеме $V = 1$ л находится кислород массой $m = 1$ мг. Определите, какую часть объема занимают молекулы. Диаметр молекулы принять равным $d = 10^{-8}$ см.

8.2. Энергия теплового движения молекулы газа. Скорости молекулы

8.2.1. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа $E = 8{,}31 \cdot 10^{-21}$ Дж?

8.2.2. На сколько изменилась температура аргона, если средняя кинетическая энергия его атома уменьшилась в $n = 1{,}2$ раза? Начальная температура аргона $T_0 = 400$ К.

8.2.3. Определите количество молей одноатомного идеального газа, если средняя кинетическая энергия всех атомов при температуре $T = 500$ К равна $E = 800$ Дж.

8.2.4. В закрытом сосуде находится азот. Насколько изменится средняя квадратичная скорость молекулы азота, если температуру в сосуде повысить от $t_1 = 17$ °С до $t_2 = 47$ °С?

8.2.5. Температуру газа, находящегося в сосуде, увеличили на $\eta = 21\%$. На сколько процентов увеличилась средняя квадратичная скорость его молекул?

8.2.6. Найдите среднюю квадратичную скорость капельки воды массой $m = 4 \cdot 10^{-21}$ кг, взвешенной во влажном воздухе. Температура воздуха $T = 300$ К.

8.2.7. Найдите, во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки массой $m = 1{,}74 \cdot 10^{-12}$ кг, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости движения молекул водорода.

8.2.8. Температура поверхности Солнца (фотосфера) около $T = 6000$ К. Почему с поверхности Солнца не улетают атомы водорода, из которых в основном состоит фотосфера? Радиус и масса Солнца известны.

8.2.9. При некоторой температуре молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость $v_1 = 460$ м/с. Какова при этой температуре средняя квадратичная скорость v_2 молекул азота?

8.2.10. Молекула углекислого газа, движущаяся со скоростью $v = 600$ м/с, упруго ударяется о стенку. Найдите максимальный импульс силы, полученной стенкой.

8.2.11. На пути молекулярного пучка стоит «зеркальная» стенка. Скорость молекул в пучке $v = 200$ м/с, концентрация $n = 4 \cdot 10^{17}$ м$^{-3}$, масса молекулы $m = 3{,}32 \cdot 10^{-27}$ кг. Стенка расположена перпендикулярно плоскости пучка. Определите число молекул, падающих на поверхность площадью $S = 1$ см^2 за время $t = 1$ с, и импульс, который они передают стенке.

8.2.12. На пути молекулярного пучка стоит «зеркальная» стенка. Найдите давление, испытываемое этой стенкой, если скорость молекул в пучке $v = 103$ м/с, концентрация $n = 5 \cdot 10^{17}$ м$^{-3}$, масса молекулы $m = 3{,}32 \cdot 10^{-27}$ кг. Стенка расположена перпендикулярно плоскости пучка и неподвижна.

8.2.13. Решите предыдущую задачу при условии, что пучок движется по направлению, составляющему со стенкой угол $\alpha = 45°$.

8.2.14. Найдите наиболее вероятную и среднюю арифметическую скорость молекулы водорода при температуре $t = 127$ °С.

8.2.15. Определите температуру азота, при которой средняя квадратичная скорость молекул азота больше средней арифметической на $\Delta v = 20$ м/с. Найдите наиболее вероятную скорость молекул азота при этой температуре.

8.3. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

8.3.1. В сосуде объемом $V = 1$ л находится водород массой $m = 2$ г. Определите давление водорода, если средняя квадратичная скорость его молекул $v = 400$ м/с.

8.3.2. Плотность водорода при некоторых условиях равна $\rho_1 = 0{,}09$ кг/м^3. Определите молярную массу метана, если его плотность при тех же условиях $\rho_2 = 0{,}72$ кг/м^3.

8.3.3. Найдите давление газа, если концентрация молекул газа $n = 2 \cdot 10^{25}$ см$^{-3}$, а средняя квадратичная скорость его молекул $v = 600$ м/с. Масса молекулы $m = 4 \cdot 10^{-26}$ кг.

8.3.4. Давление идеального газа в закрытом сосуде увеличилось в $n = 25$ раз. Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость его молекул?

8.3.5. В закрытом сосуде находится идеальный газ. Давление в нем уменьшили на $\eta = 19\%$. На сколько процентов изменится средняя квадратичная скорость его молекул?

8.3.6. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы идеального газа, если при давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Па концентрация молекул газа $n = 5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

8.3.7. Чему равна средняя кинетическая энергия поступательного движения атома аргона, если $\nu = 2$ моля этого газа в баллоне объемом $V = 10$ л создают давление $p = 10^6$ Па?

8.3.8. Под каким давлением находится в баллоне кислород, если емкость баллона $V = 5$ л, а средняя кинетическая энергия поступательного движения всех молекул кислорода $\overline{E}_к = 6$ кДж?

8.3.9. Во сколько раз изменится давление газа, если его объем уменьшить в $n = 4$ раза, а температуру увеличить в $k = 2$ раза?

8.3.10. Газ плотностью $\rho = 3{,}3$ кг/м^3 находится при температуре $t = 17$ °С. Найдите давление газа, если масса молекулы $m_0 = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг. Какой это газ?

8.3.11. Определите температуру $N = 2 \cdot 10^{22}$ молекул идеального газа, находящегося в сосуде емкостью $V = 13{,}8$ л при давлении $p = 100$ кПа.

• **8.3.12.** Найдите концентрацию молекул идеального газа, если при температуре $T = 300$ К плотность газа $\rho = 1{,}2$ кг/м^3, а средняя квадратичная скорость молекул $v = 500$ м/с.

8.3.13. Баллон массой $m = 0{,}5$ кг и объемом $V = 2$ л заполнен кислородом так, что при температуре $t = 27$ °С давление в нем $p = 10^5$ Па. С какой скоростью стал бы перемещаться баллон, если бы все молекулы кислорода двигались в одну сторону?

8.4. Изотермический процесс

8.4.1. В цилиндре под поршнем находится воздух при температуре $t_1 = 27$ °С и давлении $p_1 = 180$ кПа. Воздух изотермически нагревают так, что его объем увеличивается до $V_2 = 3$ л. Каким будет давление воздуха в цилиндре, если его начальный объем $V_1 = 1{,}5$ л? Постройте графики этого процесса в координатах p–V, p–T, V–T.

8.4.2. Идеальный газ сжимают изотермически из состояния с объемом $V_1 = 6$ л так, что давление газа изменяется в $n = 3$ раза. На сколько при этом изменяется объем, занимаемый газом?

8.4.3. Идеальный газ расширяют изотермически так, что его объем изменяется в $n = 1{,}4$ раза, а давление — на $\Delta p = 2$ атм. Найдите начальное давление газа.

8.4.4. На Памире давление воздуха на вершине пика Ленина (высота 7134 м) $p_1 = 288$ мм рт. ст. Определите плотность воздуха на вершине пика при 0 °C, зная, что плотность воздуха при нормальных условиях $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м^3.

8.4.5. В закрытом сосуде, объем которого можно изменять, находится не проницаемый для воздуха предмет. При объеме сосуда (вместе с находящимся в нем предметом) $V_1 = 2$ л давление воздуха в нем $p_1 = 10^5$ Па, а при объеме $V_2 = 1$ л давление $p_2 = 3 \cdot 10^5$ Па. Температура остается постоянной. Найдите объем предмета.

8.4.6. В цилиндрический сосуд, лежащий на горизонтальной поверхности, начинают медленно вдвигать с открытого конца гладкий поршень (рис. 8.4.1). Найдите давление воздуха в сосуде в тот момент, когда сосуд сдвинется с места. Масса сосуда вместе с поршнем $m = 2$ кг, площадь поршня $S = 2$ см^2, атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа, коэффициент трения между горизонтальной поверхностью и сосудом $\mu = 0{,}3$.

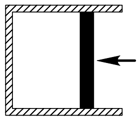


Рис. 8.4.1

8.4.7. В цилиндре под поршнем находится воздух. Поршень имеет клиновидную форму и скользит без трения (рис. 8.4.2). Какой груз надо положить на поршень, чтобы уменьшить начальный объем воздуха в 2 раза? Поршень имеет массу $M = 6$ кг. Площадь поперечного сечения цилиндра $S = 20$ см^2. Процесс изотермический. Атмосферное давление p_0.

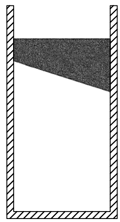


Рис. 8.4.2

8.4.8. Вертикальный цилиндр высотой $2l$ разделен посередине подвижным невесомым поршнем. В поршне имеется отверстие, закрытое пробкой, по обе стороны поршня находится одинаковое количество воздуха при давлении p. На какое расстояние нужно сдвинуть поршень, чтобы вылетела пробка, если она вылетает при избыточном давлении Δp?

8.4.9. В вертикально стоящем цилиндрическом сосуде, заполненном воздухом, находятся в равновесии два тонких одинаковых тяжелых поршня. Расстояние между поршнями и расстояние от нижнего поршня до дна сосуда одинаковы и равны $l = 10$ см, давление между поршнями равно удвоенному нормальному атмосферному давлению p_0. На верхний поршень давят таким образом, что он перемещается на место нижнего. На каком расстоянии от дна будет находиться нижний поршень? Температуру воздуха считать постоянной. Трение не учитывать.

8.4.10. В горизонтально закрепленной и открытой с торцов трубе сечением S находятся два поршня (рис. 8.4.3). В исходном состоянии левый поршень соединен недеформированной пружиной жесткостью k со стенкой, давление p_0 газа между поршнями равно атмосферному, расстояние l от правого поршня до края трубы равно расстоянию между поршнями. Правый поршень медленно вытянули до края трубы. Какую силу надо приложить к поршню, чтобы удерживать его в этом положении? Температуру газа считать постоянной. Трение не учитывать.

8.4.11. Два расположенных горизонтально цилиндрических сосуда, соединенных герметически, перекрыты поршнями, соединенными несжимаемым стержнем. Между поршнями и вне их находится воздух при атмосферном давлении p_0. Площади поршней равны S_1 и S_2. Первоначальный объем воздуха между поршнями равен V_0 (рис. 8.4.4). На сколько сместятся поршни, если давление в камере A повысить до значения p? Температуру воздуха считать постоянной. Трение не учитывать.

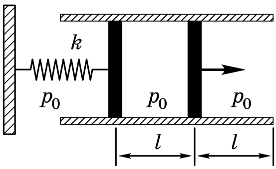


Рис. 8.4.3

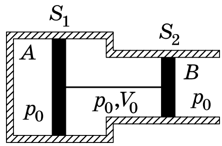


Рис. 8.4.4

8.4.12. Воздух находится в сосуде под поршнем массой $m = 20$ кг и сечением $S = 20$ см^2 (рис. 8.4.5). После того как сосуд стали двигать вверх с ускорением $a = 5$ м/с^2, высота столба воздуха в сосуде уменьшилась на $\eta = 20\%$. Считая температуру воздуха внутри сосуда постоянной, найдите атмосферное давление p. Трение между поршнем и стенками сосуда не учитывать.

8.4.13. В закрепленном под углом $\alpha = 30°$ к горизонту цилиндре (рис. 8.4.6) может без трения двигаться поршень массой $m = 1$ кг площадью поперечного сечения $S = 10$ см^2, герметично прилегая к стенкам цилиндра. Под поршнем находится воздух. В начальный момент поршень находится в равновесии. Поршень выдвинули настолько, чтобы объем воздуха, находящегося в цилиндре, увеличился вдвое, и отпустили. Определите ускорение поршня в этот момент. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Температуру считать постоянной.

8.4.14. Внутри трубы, наполненной воздухом и закрытой с обоих концов, может скользить поршень массой $m = 4$ кг, герметично прилегающий к внутренним стенкам трубы (рис. 8.4.7). В горизонтальном положении трубы поршень занимает среднее положение, а давление воздуха в трубе $p = 1{,}25$ кПа. Площадь поршня $S = 200$ см^2. Определите отношение объемов воздуха $\dfrac{V_1}{V_2}$ по обе стороны поршня в трубе, соскальзывающей с наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 60°$ с горизонтом. Коэффициент трения между трубой и наклонной плоскостью $\mu = 0{,}25$, температура воздуха в трубе постоянна.

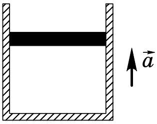


Рис. 8.4.5

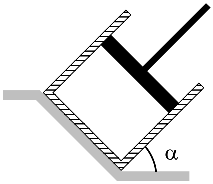


Рис. 8.4.6

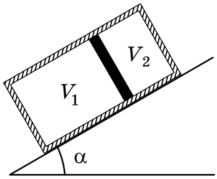


Рис. 8.4.7

8.4.15. В закрытом цилиндре объемом $V = 1{,}2$ л находится воздух при давлении $p_0 = 100$ кПа, который разделен на две одинаковые половины тонким поршнем массой $m = 100$ г. Длина цилиндра $2l = 0{,}4$ л. Цилиндр привели во вращение вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину (рис. 8.4.8). Найдите угловую скорость вращения цилиндра, если поршень оказался на расстоянии $r = 0{,}1$ м от оси вращения. Трение не учитывать, температуру воздуха считать постоянной.

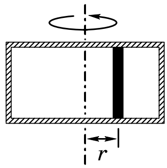


Рис. 8.4.8

• **8.4.16.** Найдите период малых колебаний поршня массой $m = 50$ г, разделяющего закрытый горизонтальный цилиндрический сосуд сечением $S = 100$ см^2 на две равные части длиной $l = 20$ см каждая (рис. 8.4.9). По обе стороны от поршня находится воздух при давлении $p_0 = 100$ Па. Трение не учитывать. Температуру считать постоянной.

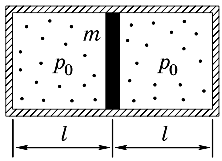


Рис. 8.4.9

8.5. Изобарный процесс

8.5.1. Газ занимал объем $V_1 = 100$ см^3 при температуре $t_1 = 0$ °C. Его нагревают изобарно до температуры $t_2 = 100$ °C. Постройте графики этого процесса в координатах p–V, p–T, V–T. Каким будет конечный объем газа? Давление газа $p = 1$ атм.

8.5.2. При температуре $t_1 = 0$ °C газ занимает объем $V_1 = 30$ л. При какой температуре объем газа станет $V_2 = 10$ л при том же давлении? Решите задачу аналитически и графически.

8.5.3. Газы, выходящие из топки в трубу, охлаждаются от температуры $t_1 = 1000$ °C до $t_2 = 150$ °C. Во сколько раз уменьшится их объем, если давление остается практически неизменным?

8.5.4. В топку котла поступает воздух при температуре $t_1 = 17$ °C и нагревается в ней до $t_2 = 1277$ °C. Во сколько раз увеличивается объем воздуха в топке, если изменением давления пренебречь?

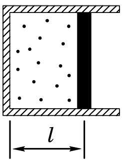


Рис. 8.5.1

8.5.5. В цилиндре под поршнем находится воздух. Расстояние от поршня до дна цилиндра $l = 10$ см (рис. 8.5.1). Насколько переместится поршень при нагревании воздуха в цилиндре на $\Delta t = 30$ °C, если давление его при этом не изменяется? Начальная температура $t = 27$ °C. Трение не учитывать.

8.5.6. Чему равна начальная температура воздуха, если при его изобарном нагревании на $\Delta T = 10$ К объем увеличился на $\eta = 3\%$ от первоначального?

• **8.5.7.** Газ занимает объем $V_1 = 0{,}008$ м^3 при температуре $T_1 = 300$ К. Определите массу газа, если после изобарного нагревания до температуры $T_2 = 900$ К его плотность $\rho_2 = 0{,}6$ кг/м^3.

8.5.8. Найдите зависимость между плотностью газа и абсолютной температурой при изобарном процессе.

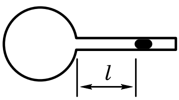


Рис. 8.5.2

8.5.9. Газовый термометр состоит из шара объемом $V = 0{,}1$ л и припаянной к нему стеклянной горизонтальной трубки (рис. 8.5.2). Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем воздуха в шаре от внешнего пространства. При температуре $t_1 = 0$ °C капелька находится на расстоянии $l_1 = 10$ см от поверхности шара. Найдите площадь поперечного сечения трубки, если при температуре $t_2 = 40$ °C капелька ртути находится на расстоянии $l_2 = 50$ см от поверхности шара. Найдите зависимость расстояния l от температуры T.

8.6. Изохорный процесс

8.6.1. При температуре $t_1 = 27$ °C давление газа в закрытом сосуде $p_1 = 100$ кПа. Объем сосуда $V = 1$ л. Каким будет давление в сосуде при температуре $t_2 = 100$ °C? Постройте графики этого процесса в координатах p—V, p—T, V—T.

8.6.2. При изготовлении электрической лампы ее баллон наполнили инертным газом при температуре $t_1 = 20$ °C и давлении $p_1 = 0{,}6$ атм с расчетом, чтобы при горении лампы давление в ней было $p_2 = 1$ атм. Чему равна температура газа в горящей электрической лампе?

8.6.3. При некоторой температуре газ находится под давлением $p_1 = 6$ атм. На сколько градусов повысилась температура газа при неизменном объеме, если давление газа стало $p_2 = 8$ атм?

8.6.4. Газ нагревается изохорно от температуры $t_1 = 17$ °C до $t_2 = 18$ °C. Определите относительное увеличение давления.

8.6.5. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 3$ К при постоянном объеме его давление увеличилось на $\alpha = 0{,}01$ от первоначального давления. Определите начальную температуру газа.

8.6.6. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре $T = 280$ К было $p = 100$ кПа. Насколько нужно нагреть бутылку, чтобы из нее вылетела пробка, если известно, что из холодной бутылки без нагревания пробку можно вынуть силой $F = 10$ Н? Сечение пробки $S = 4$ см^2.

8.6.7. Газ, находящийся в цилиндре под поршнем, нагрели при постоянном давлении так, что его объем увеличился в 1,5 раза. Затем поршень закрепили и нагрели газ так, что его давление возросло в 2 раза. Чему равно отношение конечной температуры (термодинамической) газа к его начальной температуре?

8.7. Объединенный газовый закон

8.7.1. При сгорании бензина в двигателе легкового автомобиля образуется сильно нагретый газ. Объем камеры сгорания $V_1 = 0{,}2$ л, а температура газа $t_1 = 1527$ °C. Газ расширяется до объема $V_2 = 1{,}4$ л и давления $p_2 = 2{,}5$ атм, а температура газа понижается до $t_2 = 627$ °C. Определите начальное давление газа.

8.7.2. Если температуру газа увеличить на $\eta_1 = 10\%$, а давление увеличить на $\eta_2 = 20\%$, то объем газа уменьшится на $\Delta V = 1$ л. Найдите начальный объем газа.

8.7.3. Если давление газа увеличить на $\eta_1 = 20\%$, а объем уменьшить на $\eta_2 = 10\%$, то температура газа изменится на $\Delta T = 24$ К. Найдите начальную и конечную температуры газа.

8.7.4. Сколько баллонов водорода емкостью $V_0 = 50$ л при давлении $p_0 = 40{,}5$ МПа и температуре $T_0 = 300$ К потребуется для наполнения аэростата объемом $V = 1000$ м^3, если давление в нем при температуре $T = 280$ К должно быть $p = 98$ кПа? Изменится ли ответ, если водород выпускать не сразу из всех баллонов, а поочередно — сначала из одного баллона, потом из другого и т. д.?

8.7.5. Тонкая горизонтальная трубка с воздухом запаяна с обоих концов. В трубке находится капелька ртути, делящая объем трубки на равные части. 1. Во сколько раз нужно увеличить температуру воздуха в одной части трубки, чтобы отношение объемов частей стало равным двум? 2. Во сколько раз при этом изменится давление воздуха?

8.7.6. Два одинаковых баллона, содержащих газ при температуре $t = 0$ °C, соединены узкой горизонтальной трубкой диаметром $d = 5$ мм, посередине которой находится капелька ртути. Капелька делит весь сосуд на два объема по $V = 200$ см^3. На какое расстояние переместится капелька, если один баллон нагреть на $\Delta t = 2$ °C, а другой на столько же охладить?

8.7.7. Посередине закрытой с обоих концов трубки длиной $l = 1$ м, расположенной горизонтально, находится в равновесии капелька ртути. Слева от нее температура газа $t_1 = 100$ °C, справа — температура того же газа $t_2 = 0$ °C. На каком расстоянии от левого конца трубки установится капелька, когда температура в обеих частях трубки станет одинаковой?

• **8.7.8.** На гладком столе лежит прямоугольный сосуд длиной $l = 1$ м. Внутри сосуда находится тонкий поршень, делящий объем сосуда на равные части (рис. 8.7.1), в каждой из которых содержится воздух при температуре $t = 27$ °C. Насколько переместится сосуд, если воздух в одной части сосуда нагреть на $\Delta T = 60$ К, а в другой охладить на $\Delta T = 60$ К? Трения между поршнем и сосудом нет. Массами сосуда и поршня пренебречь.

8.7.9. Открытый с одного торца сосуд прямоугольного сечения лежит на горизонтальном столе. Площадь поперечного сечения сосуда $S = 100$ см^2, коэффициент трения между сосудом и столом $\mu = 0{,}6$. Внутри сосуда находится поршень, расположенный на расстоянии $l = 30$ см от закрытого торца. Поршень отделяет от внешнего пространства воздух при температуре $T_0 = 250$ К и атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ Па. К поршню прикреплена пружина жесткостью $k = 100$ Н/м, другой конец которой соединен с вертикальной стенкой (рис. 8.7.2). До какой минимальной температуры нужно нагреть воздух слева от поршня, чтобы сосуд начал двигаться? Масса сосуда с поршнем $m = 10$ кг, трения между поршнем и стенками сосуда нет.

8.7.10. В середине смежных баллонов, размеры которых указаны на рисунке 8.7.3, находятся поршни, соединенные легким стержнем. Между вертикальными стенками баллонов и поршнями находится воздух при атмосферном давлении и температуре T, пространство между поршнями сообщается с атмосферой. Определите расстояние, на которое сместятся поршни, если воздух за большим поршнем нагреть на ΔT, а за меньшим на столько же охладить.

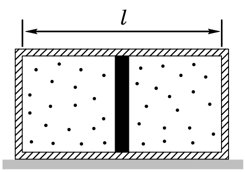


Рис. 8.7.1

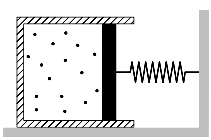


Рис. 8.7.2

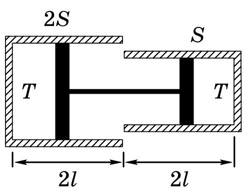


Рис. 8.7.3

8.8. Уравнение Клапейрона—Менделеева

8.8.1. Емкость камеры для шины легкового автомобиля «Москвич» $V = 12$ л. Какая масса воздуха нужна для заполнения этой камеры до давления $p = 2$ атм? Температура воздуха в камере $t = 20$ °C.

8.8.2. В одинаковых баллонах объемом $V = 100$ л каждый при равных температурах $t = 0$ °C и равных давлениях $p = 40$ атм содержат (для автогенной сварки) водород и кислород соответственно. Определите массы газов в баллонах. Во сколько раз масса кислорода больше массы водорода?

8.8.3. Вода при температуре $t = 27$ °C заполняет сосуд на одну треть. Каким стало бы давление внутри сосуда, если бы исчезли силы взаимодействия между молекулами воды? В закрытом сосуде, кроме воды, ничего нет.

8.8.4. При температуре $t = 27$ °C и давлении $p = 2{,}08 \cdot 10^5$ Па плотность газа $\rho = 1{,}42$ кг/м^3. Известно, что молекулы этого газа представляют собой соединение азота $^{14}_{7}\mathrm{N}$ и водорода $^{1}_{1}\mathrm{H}$. Определите молекулярную формулу этого соединения.

8.8.5. У газа объемом $V = 25$ л масса $m = 65$ г. Температура газа $t = 27$ °C, давление $p = 0{,}1$ МПа. Молекула газа состоит из иона серы (S) и ионов кислорода (O). Найдите число ионов кислорода в этой молекуле. Какой это газ?

8.8.6. По закону Авогадро один моль газообразного вещества при нормальных условиях занимает объем $V_0 = 22{,}4$ л. Какой объем будет занимать то же количество вещества на поверхности Венеры, если температура ее поверхности $t = 500$ °C, а давление атмосферы $p = 100p_0$, где p_0 — нормальное атмосферное давление вблизи поверхности Земли?

8.8.7. Горелка потребляет $m = 10$ г водорода в час. На сколько времени хватит водорода, находящегося в баллоне емкостью $V = 10$ л, если давление в баллоне $p = 20$ МПа, а температура $T = 300$ К?

8.8.8. В баллоне объемом $V = 10$ л содержится водород при давлении $p = 10^6$ Па и температуре $t = 20$ °C. Какая масса водорода Δm была выпущена из баллона, если при полном сгорании оставшегося водорода образовалось $m = 50$ г воды?

8.8.9. В стальном резервуаре находится сжатый воздух при температуре $t_1 = -23$ °C. На резервуаре имеется предохранительный клапан. Клапан открывается, если давление в резервуаре увеличивается на $\Delta p = 2$ атм. При нагревании резервуара до $t_2 =$ $= 27$ °C из него вышло $\eta = 10\%$ массы газа. Какое давление было первоначально в резервуаре?

8.8.10. В комнате объемом $V = 60$ м^3 воздух нагрелся от температуры $t_1 = 15$ °C до $t_2 = 22$ °C. Считая атмосферное давление нормальным, найдите массу Δm воздуха, выпущенного из комнаты вследствие повышения температуры.

8.8.11. В баллоне емкостью $V = 10$ л находится газ при температуре $t = 27$ °С. Вследствие утечки газа давление в баллоне снизилось на $\Delta p = 4{,}2$ кПа. Сколько молекул содержится в газе, выпущенном из баллона? Температуру считать неизменной.

8.8.12. В баллоне находится газ при температуре $t_0 = 15$ °С. Во сколько раз уменьшится давление газа, если $\eta = 40\%$ его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на $\Delta t = 8$ °С?

8.8.13. Свисток тепловоза выпускает пар со скоростью $v = 5$ м/с. Температура пара $t = 227$ °С. Определите массу пара, выпускаемого в атмосферу за время $t = 30$ с, если поперечное сечение отверстия свистка $S = 1$ см^2, а давление пара $p = 3$ атм.

8.8.14. По трубе сечением $S = 10$ см^2 течет углекислый газ под давлением $p = 3{,}92$ атм при температуре $t = 27$ °С. Найдите среднюю скорость течения газа по трубе, если за время $t = 5$ мин через поперечное сечение проходит газ массой $m = 15$ кг.

8.8.15. В вертикальном открытом сверху цилиндрическом сосуде, имеющем площадь поперечного сечения S, на высоте h от дна находится поршень массой m, поддерживаемый сжатым идеальным газом с молярной массой M. Температура газа T, атмосферное давление p_0. Пренебрегая трением, определите массу газа в сосуде.

• **8.8.16.** В вертикальном сосуде под поршнем находится $m = 1$ г азота. Площадь поршня $S = 10$ см^2, масса $M = 1$ кг. Азот нагревают на $\Delta T = 10$ К. На сколько при этом поднимется поршень? Давление над поршнем нормальное. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Трением пренебречь.

8.8.17. Состояние массы m идеального газа меняется со временем по закону $\frac{p^2}{T} = a$, где $a = \text{const}$. Определите зависимость давления газа от его объема. Молярная масса газа μ.

8.8.18. Идеальный газ в количестве $\nu = 1$ моль бесконечно медленно переводят из состояния *1* в состояние *2* по закону $p = -\alpha V^2 + \beta$, где α и β — некоторые известные положительные константы. Какой наибольшей температуры может достичь газ в таком процессе?

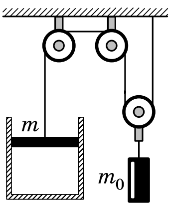


Рис. 8.8.1

8.8.19. В вертикальном цилиндре, закрытом поршнем, находится воздух. К поршню через систему невесомых блоков подвешен груз массой $m_0 = 112$ кг (рис. 8.8.1). Цилиндр нагревают на $\Delta T = 20$ К. При этом груз опускается на $\Delta l = 0{,}2$ м. Какова масса воздуха, находящегося в цилиндре? Масса поршня $m = 6$ кг, площадь поперечного сечения цилиндра $S = 10^{-2}$ м^2. Атмосферное давление $p_0 = 10$ Па. Трение не учитывать.

8.8.20. Цилиндрический горизонтальный сосуд длиной $l = 80$ см делится на две части подвижным поршнем. Каково будет положение поршня, если в одну часть сосуда поместить некоторое количество водорода, а в другую — такое же (по массе) количество кислорода при равных температурах? Молярная масса водорода $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, кислорода $\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

• **8.8.21.** В вертикальном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ, разделенный на две части тяжелым поршнем. Под поршнем масса газа в $n = 3$ раза больше, чем над поршнем. При одинаковой во всем объеме цилиндра температуре объемы газа над поршнем и под ним одинаковы. Чему будет равно отношение объемов газа над и под поршнем V_2/V_1, если температуру во всем объеме цилиндра увеличить в $k = 2$ раза? Трение не учитывать.

8.9. Графические задачи

8.9.1. На рисунке 8.9.1, *а—д* точки *1* и *2* соответствуют термодинамическим состояниям одной и той же массы газа. Каково отношение давлений, объемов и температур в этих состояниях?

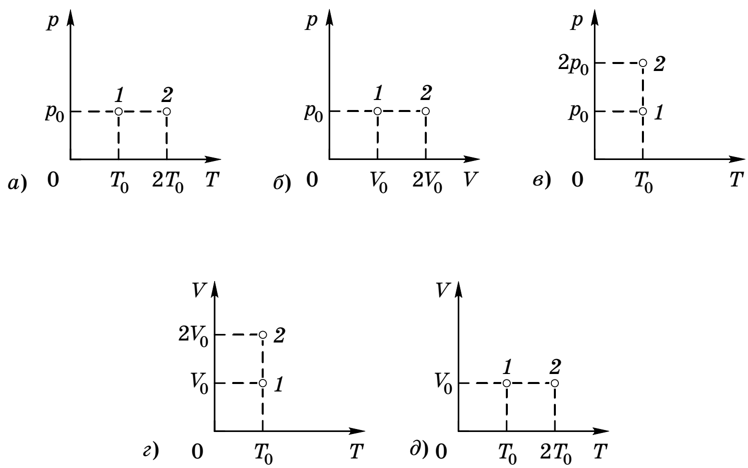


Рис. 8.9.1

8.9.2. Изобразите на p–T- и V–T-диаграммах процесс, проводимый с идеальным газом (рис. 8.9.2). Во сколько раз температура газа в состоянии *4* больше температуры в состоянии *1*?

8.9.3. Изобразите на p–V- и V–T-диаграммах процесс, проводимый с идеальным газом (рис. 8.9.3). Найдите температуру газа в состоянии *4*. В каком состоянии, *2* или *4*, объем больше и во сколько раз?

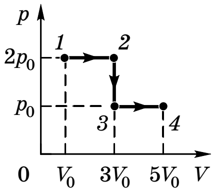


Рис. 8.9.2

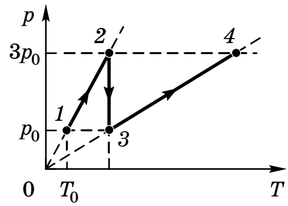


Рис. 8.9.3

8.9.4. С идеальным газом осуществляют цикл, приведенный на рисунке 8.9.4. Изобразите этот цикл в координатах p–V, p–T.

8.9.5. На рисунке 8.9.5 дана диаграмма цикла, совершаемого идеальным газом, в координатах p–V. Изобразите диаграмму цикла в координатах p–T и V–T.

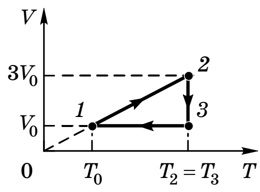


Рис. 8.9.4

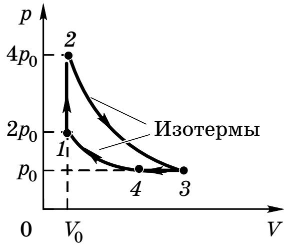


Рис. 8.9.5

8.9.6. На рисунке 8.9.6 дана диаграмма цикла, совершаемого идеальным газом, в координатах V–T. Изобразите диаграмму этого цикла в координатах p–V. Найдите отношение наибольшего объема газа в этом цикле к наименьшему.

8.9.7. На рисунке 8.9.7 дана диаграмма цикла, совершаемого идеальным газом, в координатах p–T. Изобразите диаграмму этого цикла в координатах p–V. Найдите отношение наибольшего объема газа в этом цикле к наименьшему.

8.9.8. Один моль идеального газа расширяется так, что его давление изменяется по закону $p = \alpha V$, где $\alpha = 2 \cdot 10^7$ Па/м^3. Изобразите на p–V-, p–T- и V–T-диаграммах этот процесс, если температура газа изменилась от $T_1 = 200$ К до $T_2 = 500$ К.

8.9.9. Один моль идеального газа расширяется так, что его давление изменяется по закону $p = \dfrac{\alpha}{T}$, где $\alpha = 10^7$ Па · К. Постройте графики этого процесса на p–V-, p–T- и V–T-диаграммах, если объем газа изменяется от $V_1 = 10$ л до $V_2 = 40$ л.

8.9.10. Два моля идеального газа сжимают так, что объем газа изменяется по закону $V = \alpha T^2$, где $\alpha = 2 \cdot 10^{-7}$ м^3/К^2. Изобразите этот процесс на p–V-, p–T- и V–T-диаграммах, если давление газа изменяется от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 400$ кПа.

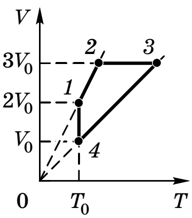


Рис. 8.9.6

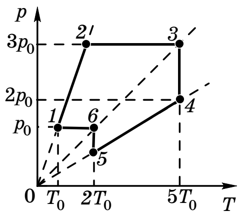


Рис. 8.9.7

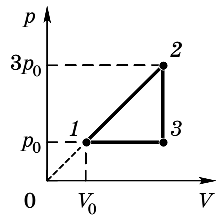


Рис. 8.9.8

8.9.11. Идеальный газ совершает цикл, график которого показан на рисунке 8.9.8. Постройте график этого процесса в координатах p–T. Определите отношение наибольшей и наименьшей температур в этом процессе.

8.9.12. Идеальный газ совершает цикл, график которого показан на рисунке 8.9.9. Найдите температуру газа в состоянии T_3. Постройте график этого процесса в координатах p–V.

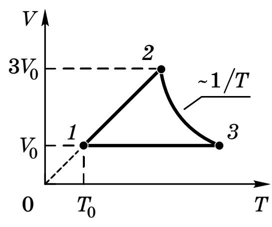


Рис. 8.9.9

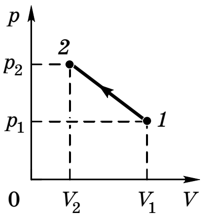


Рис. 8.9.10

8.9.13. Гелий массой $m = 20$ г бесконечно медленно переводят из состояния *1* (объем $V_1 = 32$ л и давление $p_1 = 4{,}1 \cdot 10^5$ Па) в состояние *2* ($V_2 = 9$ л и $p_2 = 15{,}5 \cdot 10^5$ Па). Какой наибольшей температуры достигнет газ в этом процессе, если зависимость давления от объема линейная (рис. 8.9.10)?

8.9.14. Идеальный газ совершает циклический процесс *1–2–3*, представленный на рисунке 8.9.11. Температуры газа в состояниях *1* и *3* равны соответственно $T_1 = 300$ К и $T_3 = 400$ К. Чему равна температура газа в состоянии *2*?

• **8.9.15.** Один моль газа участвует в процессе, график которого изображен на p–V-диаграмме (рис. 8.9.12). Участки *4–1* и *2–3* — изотермы. Найдите объем V_3, если известны объемы $V_1 = 2$ л, $V_2 = V_4 = 3$ л.

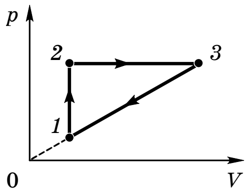


Рис. 8.9.11

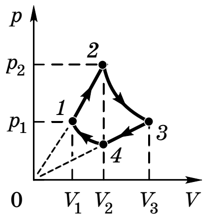


Рис. 8.9.12

8.10. Закон Дальтона

8.10.1. В закрытом сосуде объемом $V = 12$ л содержится кислород массой $m_1 = 6{,}4$ г и гелий массой $m_2 = 5{,}6$ г. Определите температуру смеси газов, если давление $p = 10^5$ Па.

8.10.2. В закрытом сосуде объемом $V = 100$ л при температуре $T = 300$ К находится водород массой $m_1 = 4$ г и гелий массой $m_2 = 4$ г. Найдите давление в сосуде, после того как в него добавили $\nu = 0{,}5$ моля азота.

• **8.10.3.** Определите плотность смеси, содержащей $m_1 = 14$ г азота и $m_2 = 32$ г кислорода при температуре $t = 7$ °С и общем давлении $p = 10$ Па.

8.10.4. Концентрация атомов гелия в смеси гелия и азота при нормальных условиях $n = 1{,}6 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Определите плотность смеси.

8.10.5. Полагая, что воздух в основном состоит из азота ($\eta_1 = 80\%$) и кислорода ($\eta_2 = 20\%$), определите парциальное давление кислорода, если воздух находится при нормальных условиях.

8.10.6. В баллон, содержащий $m = 1$ кг водорода, добавили $\Delta N = 10^{26}$ молекул водорода. При этом давление в баллоне возросло в $k = 2$ раза. Определите, во сколько раз изменили абсолютную температуру газа.

• **8.10.7.** Два баллона с объемами $V_1 = 3$ л и $V_2 = 8$ л соединены короткой трубкой с краном. При закрытом кране баллоны заполняют газом до давлений $p_1 = 750$ мм рт. ст. и $p_2 = 300$ мм рт. ст. Определите установившееся давление газа в баллонах при открытии крана, если температура газов не изменилась.

8.10.8. В двух сосудах находится одинаковый идеальный газ. Сосуды соединены трубкой с краном. В первом сосуде масса газа $m_1 = 1$ кг при давлении $p_1 = 105$ Па, во втором — $m_2 = 2$ кг при давлении $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па. Какое давление установится в сосудах, если открыть кран? Температуру считать постоянной.

8.10.9. Лазерные трубки объемом $V_0 = 60$ см^3 заполняют смесью гелия и неона в молярном отношении 5 : 1 при давлении $p_0 = 5$ мм рт. ст. Имеется по одному баллону этих газов. Объем каждого баллона $V = 2$ л. Давление в баллоне с гелием $p_1 = 50$ мм рт. ст., с неоном $p_2 = 20$ мм рт. ст. Какое количество трубок можно заполнить?

8.10.10. Тонкостенный цилиндр, наполненный газом, лежит на гладкой горизонтальной поверхности. Внутри цилиндра находится перегородка, отделяющая такой же газ, но при давлении большем, чем в остальной части цилиндра. Длина цилиндра $l = 1$ м, перегородка находится на расстоянии $\frac{1}{4} l$ от одного из его торцов (рис. 8.10.1). В результате повреждения перегородка лопнула. Определите, во сколько раз изменилось давление внутри цилиндра, если он сместился на расстояние $b = 0{,}3$ м. Массами цилиндра и перегородки пренебречь. Температуру газа считать постоянной.

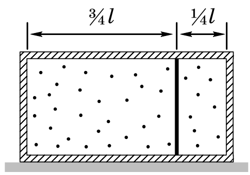


Рис. 8.10.1

8.10.11. В сосуде объемом $V = 1$ дм^3 находится $m = 0{,}28$ г азота. Газ нагревают до температуры $t = 1500$ °C, при которой $\eta = 30\%$ молекул азота диссоциируют. Определите давление в сосуде.

8.10.12. В сосуде емкостью $V = 0{,}5$ л находится $m = 1$ г паров иода I_2. При температуре $T = 300$ К давление паров $p = 200$ мм рт. ст. Найдите долю диссоциированных молекул.

8.10.13. В закрытом сосуде объемом $V = 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3 при нормальных условиях находится кислород и $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг углерода. После того как часть углерода сгорела с образованием углекислого газа CO_2, температура в сосуде повысилась на $\Delta T = 100$ К. Определите конечное давление в сосуде.

• **8.10.14.** Сосуд емкостью V разделен пополам полупроницаемой перегородкой. В одну половину сосуда введен водород массой m_1 и азот массой m_2, а в другой половине вакуум. Через перегородку может диффундировать только водород. Какое давление установится в каждой части сосуда? Температуру газов считать постоянной и равной T. Молярная масса водорода равна μ_1, азота — μ_2.

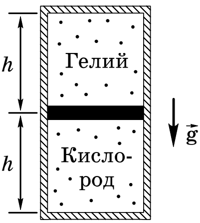


Рис. 8.10.2

• **8.10.15.** В закрытом вертикальном цилиндрическом сосуде высотой $2h = 60$ см и сечением площадью $S = 10^{-2}$ м^2 находится в равновесии тонкий поршень массой $m = 0{,}3$ кг, делящий объем сосуда на равные части (рис. 8.10.2). Над поршнем находится гелий при давлении $p = 100$ Па, а под поршнем — кислород. В некоторый момент поршень становится проницаем для гелия, но непроницаем для кислорода и через большой промежуток времени занимает новое равновесное положение. Найдите смещение x поршня. Каким стало давление гелия под поршнем? Трения нет. Температуру считать постоянной.

8.11. Насосы

8.11.1. Давление воздуха в резервуаре компрессора равно нормальному атмосферному давлению. Объем цилиндра компрессора в $k = 40$ раз меньше объема резервуара. Во сколько раз увеличится давление в резервуаре, если поршень компрессора сделает $N = 120$ качаний? Температуру считать постоянной.

8.11.2. Камеры автомобильных шин накачивают с помощью насоса, присоединенного к двигателю. Какое время требуется для того, чтобы камеру емкостью $V = 16$ л накачать до давления $p = 5$ атм, если при каждом ходе насос захватывает из атмосферы воздух объемом $V_0 = 0{,}6$ л и период одного качания $t_0 = 1{,}5$ с? Начальное давление в камере $p_0 = 1$ атм.

• **8.11.3.** При каждом ходе поршневой компрессор захватывает $V_0 = 10$ дм^3 воздуха из атмосферы при нормальных условиях и нагнетает его в резервуар объемом $V = 10$ м^3. Температура воздуха в резервуаре поддерживается постоянной и равной $T = 323$ К.

Сколько ходов должен сделать поршень компрессора, чтобы повысить давление в резервуаре до $p = 10p_0$, где p_0 — атмосферное давление? Начальное давление в резервуаре равно p_0.

8.11.4. После одного хода откачивающего поршневого насоса с объемом рабочей камеры в $k = 3$ раза меньшей объема сосуда, из которого откачивается воздух, давление в сосуде упало до $p = 21$ кПа. Определите начальное давление газа в сосуде. Температуру считать постоянной.

8.11.5. Давление воздуха в сосуде $p_0 = 10^5$ Па. Объем сосуда $V = 400$ см^3, объем цилиндра насоса $V_0 = 100$ см^3. На сколько уменьшится давление в сосуде после трех ходов поршня?

8.11.6. Сосуд с воздухом, давление которого $p_1 = 97$ кПа, соединен с поршневым откачивающим устройством. После пяти ходов поршня давление воздуха в сосуде стало $p_2 = 29$ кПа. Определите отношение объемов сосуда и цилиндра откачивающего устройства.

8.11.7. В баллоне объемом $V = 1{,}5$ л находится воздух. За сколько взмахов насоса, имеющего объем цилиндра $V_0 = 100$ см^3, можно понизить давление в баллоне в $k = 120$ раз?

8.12. Газовые законы и гидростатика

8.12.1. Баллон емкостью $V = 20$ л наполнен сжатым воздухом. При $T_1 = 293$ К манометр показывает давление $p_1 = 11{,}8$ МПа. Какой объем воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если впуск воздуха в цистерну производится на глубине $H = 30$ м при температуре $T_2 = 288$ К?

• **8.12.2.** На какой глубине водоема радиус пузырька воздуха вдвое меньше, чем у поверхности воды?

8.12.3. Пузырек воздуха поднимается со дна водоема глубиной H. Найдите зависимость радиуса пузырька r от глубины h, если на дне он имел объем V_0. Поверхностное натяжение не учитывать. Атмосферное давление p_0.

8.12.4. На сколько градусов надо нагреть воздух внутри сообщающегося с атмосферой воздушного шара, сферическая оболочка которого имеет диаметр $D = 10$ м и массу $m = 10$ кг, для того, чтобы шар взлетел? Атмосферное давление $p_0 = 735$ мм рт. ст., температура воздуха вне оболочки $T_0 = 27$ °С.

8.12.5. В легкой герметичной оболочке воздушного шара находится водород. Определите подъемную силу шара. Считать, что оболочка сделана из неупругого материала и может свободно растягиваться. Масса водорода равна m.

8.12.6. В озере на глубине $H = 100$ м при температуре $t_0 = 8$ °C находится в равновесии шарик, наполненный воздухом. Масса шарика (вместе с воздухом) $m = 40$ г. Найдите массу воздуха $m_в$ внутри шарика, если атмосферное давление $p_0 = 99{,}7$ кПа. Шарик считать тонкостенным, изготовленным из резины.

• **8.12.7.** Воздушный шар радиусом $R_ш = 1$ м с отверстием внизу наполняют горячим воздухом. Масса оболочки шара с грузом $m = 1$ кг. Какой должна быть температура горячего воздуха, чтобы шар начал подниматься? На какой максимальной высоте окажется шар, если часть груза массой $\Delta m = 0{,}1$ кг снять? Температура горячего воздуха падает на $\Delta T = 1$ К при подъеме на каждые $\Delta h = 10$ м. Атмосферные условия нормальные.

8.12.8. Расположенная горизонтально запаянная с обоих концов стеклянная трубка разделена столбиком ртути на две равные части. Длина каждого столбика воздуха $l = 20$ см, давление $p_0 = 750$ мм рт. ст. Если трубку повернуть вертикально, то ртуть опускается на $\Delta l = 2$ см. Определите длину столбика ртути.

8.12.9. В запаянной с одного конца стеклянной трубке длиной $l = 90$ см находится столбик воздуха, запертый сверху столбиком ртути высотой $h = 30$ см; столбик ртути доходит до верхнего конца трубки. Трубку осторожно переворачивают открытым концом вниз, причем часть ртути выливается. Чему равна высота оставшегося в трубке столбика ртути?

8.12.10. Тонкая горизонтальная трубка запаяна с одного конца. В трубке находится капелька ртути на расстоянии $l_0 = 10$ см от ее запаянного конца. Если трубку перевернуть открытым концом вниз, то капелька сместится на $\Delta l_0 = 1$ см. На каком расстоянии от запаянного конца окажется капелька, если трубку перевернуть открытым концом вверх?

8.12.11. Открытую стеклянную трубку длиной $l = 1$ м наполовину погружают в ртуть. Затем трубку закрывают пальцем и вынимают. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление равно $p_0 = 750$ мм рт. ст.

8.12.12. В сосуд с ртутью опускают открытую стеклянную трубку, оставляя над поверхностью конец длиной $l = 60$ см. Затем трубку закрывают и погружают еще на $h = 30$ см. Определите высоту столба воздуха в трубке. Атмосферное давление равно $p_0 = 760$ мм рт. ст.

8.12.13. Цилиндрический стакан массой m, высотой H и площадью основания S плавает в перевернутом виде в воде плотностью ρ. При температуре T_1 глубина погружения стакана равна h_1. До какого значения нужно уменьшить температуру, чтобы глубина погружения оказалась равной h_2? Атмосферное давление постоянно, давление насыщенных паров воды не учитывать.

8.12.14. Цилиндрический стакан плавает в воде так, что его края находятся у поверхности, когда он наполовину заполнен водой. Вынув стакан и вылив из него воду, его хотят погрузить вверх дном на такую глубину h, где он будет находиться в равновесии. Определите глубину h, отсчитывая ее от верхнего уровня воды, вошедшей в стакан. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Толщину дна и стенок стакана не учитывать. Температуру считать постоянной.

8.12.15. Цилиндрический стакан высотой $H = 10$ см свободно плавает вверх дном в воде так, что его дно находится у поверхности, когда он наполовину заполнен водой (рис. 8.12.1). На какую глубину h, отсчитывая ее от нового верхнего уровня воды в стакане, нужно погрузить стакан, чтобы он стал заполнен водой на три четверти объема? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Толщину стенок и дна стакана не учитывать. Температуру считать постоянной.

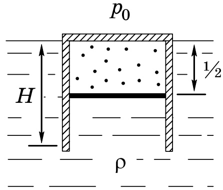


Рис. 8.12.1

8.12.16. Вследствие того что в барометрическую трубку попал воздух при температуре $T_1 = 253$ К и давлении $p_1 = 770$ мм рт. ст., барометр показывает давление $p_2 = 765$ мм рт. ст. Какое давление покажет барометр при нормальных условиях? Длина трубки $l = 1$ м. Тепловое расширение ртути не учитывать.

8.12.17. Тонкая вертикальная трубка длиной $l = 50$ см запаяна с верхнего конца, а нижним концом касается поверхности ртути плотностью $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3. Во сколько раз нужно изменить температуру воздуха в трубке, чтобы ртуть поднялась в ней на высоту $l/2$? Начальное давление воздуха в трубке равно давлению окружающего воздуха $p_0 = 10^5$ Па.

8.12.18. Пробирка длиной $l = 1$ м, содержащая некоторое количество газа при температуре $T_1 = 300$ К, полностью погружена в воду. Жидкость внутри трубки доходит до ее середины (рис. 8.12.2). Пробирку вынимают из жидкости так, что она едва касается поверхности открытым концом. Как надо изменить температуру газа в пробирке, чтобы его объем остался прежним? Внешнее давление нормальное.

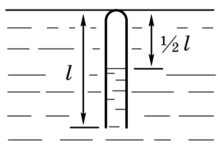


Рис. 8.12.2

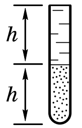


Рис. 8.12.3

• **8.12.19.** В вертикальной запаянной снизу тонкой трубке длиной $2h$ в верхней половине находится столбик ртути, а в нижней — воздух при температуре $T_0 = 280$ К (рис. 8.12.3). До какой минимальной температуры нужно нагреть воздух, чтобы он вытеснил всю ртуть? Внешнее давление равно h мм рт. ст.

• **8.12.20.** Закрытый сосуд в виде тонкостенной трубы с площадью основания $S = 0{,}02$ м^2 и высотой $h = 2$ м до половины залит маслом плотностью $\rho_м = 800$ кг/м^3 при атмосферном давлении. Сосуд вертикально плавает в воде так, что уровень масла совпадает с уровнем воды (рис. 8.12.4). В дне сосуда образовалось небольшое отверстие. Какая масса воды войдет в сосуд? Атмосферное давление нормальное. Температура воды постоянна.

8.12.21. В U-образный монометр налита ртуть (рис. 8.12.5). В открытом колене монометра ртуть находится на высоте $\Delta h = 10$ см выше, чем в закрытом при нормальном атмосферном давлении. При этом свободная от ртути часть закрытого колена имеет длину $l_0 = 20$ см. Когда открытое колено подсоединили к баллону с воздухом, разность уровней увеличилась и достигла значения $\Delta h_1 = 26$ см. Найдите давление воздуха в баллоне.

8.12.22. В цилиндрический сосуд высотой H через крышку вертикально вставлена немного не доходящая до дна сосуда тонкостенная трубка длиной l (рис. 8.12.6). Соединение крышки с сосудом и трубкой герметично. В сосуд через трубку наливают жидкость. Найдите высоту уровня жидкости в сосуде, когда трубка целиком заполнится жидкостью. Атмосферное давление p_0, плотность жидкости ρ.

8.12.23. В двух закрытых сообщающихся сосудах над поверхностью ртути находится воздух при температуре T и давлении p. Уровни ртути в сосудах расположены на расстоянии H от крышек.

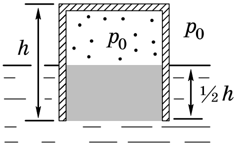


Рис. 8.12.4

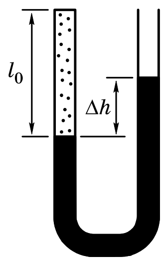


Рис. 8.12.5

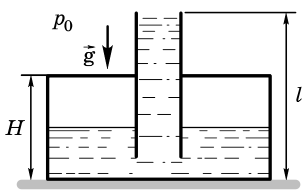


Рис. 8.12.6

Площадь поперечного сечения первого сосуда вдвое больше, чем второго (рис. 8.12.7). При нагревании воздуха во втором сосуде давление воздуха в первом сосуде возрастает в 2 раза. До какой температуры нагревался воздух во втором сосуде? Температура воздуха в первом сосуде остается постоянной, плотность ртути ρ, давление паров ртути не учитывать.

8.12.24. Запаянная с обоих торцов тонкая трубка расположена горизонтально и откачана до давления p = 700 мм рт. ст. В трубке на расстояниях l_1 = 50 мм и l_2 = 100 мм от ее торцов находится столбик ртути длиной l_0 = 200 мм (рис. 8.12.8). Трубку приводят в движение с ускорением a = 14,7 м/с^2, направленным влево. На какое расстояние x сместится столбик ртути в трубке? Температуру считать постоянной.

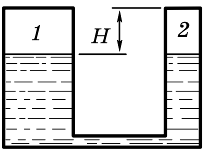


Рис. 8.12.7

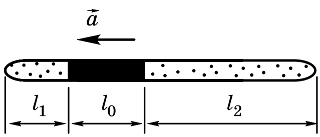


Рис. 8.12.8

8.12.25. Трубка длиной l и сечением S запаяна с одного конца и подвешена к динамометру открытым концом вниз. В трубке находится воздух, запертый столбиком ртути, доходящим до открытого конца трубки. Динамометр показывает силу F. С каким ускорением a нужно поднимать систему, чтобы показания динамометра возросли вдвое? Атмосферное давление p_0. Сопротивлением воздуха и массой трубки пренебречь.

Глава 9. ТЕРМОДИНАМИКА

9.1. Нагревание и охлаждение твердых тел и жидкостей

9.1.1. Шары, изготовленные из латуни и стали, массой $m = 1$ кг каждый, нагревают на $\Delta t = 1$ °С. На сколько изменится внутренняя энергия каждого шара?

9.1.2. При охлаждении куска льда массой $m = 0{,}5$ кг от температуры $t_1 = 0$ °С до $t_2 = -40$ °С его внутренняя энергия уменьшается на $\Delta W = 42$ кДж. Найдите теплоемкость куска льда и удельную теплоемкость льда.

9.1.3. Найдите количество теплоты, необходимое для нагревания песка, объем которого $V = 1$ м^3, от температуры $t_1 = 20$ °С до $t_2 = 80$ °С. Плотность песка $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость $c = 840$ Дж/(кг · К).

9.1.4. Алюминиевая кастрюля массой $m_1 = 300$ г вмещает $V = 1$ л воды. Какое количество теплоты необходимо, чтобы нагреть в этой кастрюле воду от температуры $t_1 = 15$ °С до $t_2 = 100$ °С?

9.1.5. При охлаждении куска латуни массой $m = 400$ г до температуры $t_2 = 30$ °С выделилось количество теплоты $Q = 2$ кДж. Найдите температуру латуни до охлаждения.

9.1.6. Кусочек меди массой $m = 200$ г нагревают от температуры $t_1 = 20$ °С до $t_2 = 120$ °С. Постройте график зависимости температуры меди от полученного количества теплоты.

9.1.7. С какой высоты должен упасть кусочек пластилина, чтобы при ударе о землю он нагрелся на $\Delta t = 1$ °С? Удельная теплоемкость пластилина $c = 2{,}5$ кДж/(кг · К).

9.1.8. На какую высоту можно было бы поднять груз массой $m_1 = 10$ кг, если бы полностью удалось использовать энергию, выделяющуюся при остывании капли воды массой $m_2 = 1$ г от температуры $t_1 = 100$ °С до $t_2 = 0$ °С?

9.1.9. Бензовоз, двигавшийся со скоростью $v = 54$ км/ч, резко затормозил и остановился. На сколько градусов поднялась температура перевозимого в цистерне бензина? Удельная теплоемкость бензина $c = 2200$ Дж/(кг · К).

9.1.10. Свинцовая дробинка, летящая со скоростью $v = 100$ м/с, попадает в стену и застревает в ней. На сколько градусов изменится температура дробинки, если $\eta = 52\%$ выделившегося при ударе количества теплоты пошло на ее нагревание?

9.1.11. Стальной шарик падает свободно с высоты $h_1 = 10$ м на горизонтальную поверхность и подпрыгивает на $h_2 = 1$ м. На сколько поднимется температура шарика после удара, если $\eta = 60\%$ количества теплоты, выделившегося при ударе, получает шарик?

9.1.12. У молотка массой $M = 0{,}5$ кг перед ударом по гвоздю скорость $v = 5$ м/с. Оцените повышение температуры железного гвоздя массой $m = 15$ г после десяти таких ударов. Считать, что гвоздь полностью поглощает всю выделившуюся теплоту.

9.1.13. Свинцовая пуля, летящая горизонтально со скоротью $v = 100$ м/с, пробила брусок, который лежит на гладком горизонтальном столе, и вылетела из него, потеряв половину своей скорости. На сколько изменилась температура пули? При ударе на нагревание пули пошло $\eta = 26\%$ выделившегося количества теплоты. Масса буска в $n = 10$ раз больше массы пули.

9.1.14. Из винтовки произведен выстрел вертикально вверх. Свинцовая пуля вылетает со скоростью $v_1 = 300$ м/с и на высоте $h = 500$ м попадает в такую же пулю, летящую горизонтально со скоростью $v_2 = 284$ м/с. Насколько нагреются пули после абсолютно неупругого удара, если в момент удара их температура была одинаковой? Сопротивление воздуха не учитывать.

9.1.15. В электрическом чайнике мощностью $N = 800$ Вт можно довести до кипения воду объемом $V = 1{,}5$ л, имевшую начальную температуру $t = 20$ °С, за время $\Delta t = 20$ мин. Найдите КПД чайника.

9.1.16. Трансформатор, погруженный в масло, вследствие перегрузок начинает нагреваться. Каков его КПД, если при полной мощности $N = 60$ кВт масло массой $m = 40$ кг за время $\tau = 4$ мин нагрелось на $\Delta t = 20$ °С? Удельная теплоемкость масла $c_м = 2{,}1$ кДж/(кг · К). Количество теплоты, идущее на нагревание металла трансформатора и его обмотки, не учитывать.

9.1.17. Удельная теплоемкость некоторого тела массой m зависит от температуры следующим образом: $c = \alpha T$, где $\alpha = \text{const}$. Чему равно количество теплоты, необходимое для повышения температуры данного тела от T_1 до T_2?

9.1.18. Для некоторого вещества удельная теплоемкость зависит от температуры по закону $c(t) = c_0(1 + \alpha t)$, где $\alpha = \text{const}$ и t — температура по шкале Цельсия. Чему равно среднее значение удельной теплоемкости c в интервале температур от t_1 до t_2?

9.2. Плавление

9.2.1. Во сколько раз больше требуется энергии для плавления льда при температуре 0 °С, чем для нагревания воды той же массы на $\Delta t = 1$ °С?

9.2.2. Масса серебра $m = 10$ г. Найдите энергию, которая выделится при его отвердевании и охлаждении до температуры $t = 60$ °С, если серебро взято при температуре плавления.

9.2.3. Объем формы для пищевого льда $V = 750$ см^3. Форму заливают водой при температуре $t_1 = 12$ °С, из которой получают лед при температуре $t_2 = -5$ °С. На сколько при этом уменьшилась внутренняя энергия воды?

9.2.4. Кусок льда с начальной температурой $t = -20$ °С и массой $m = 0{,}8$ кг растопили на электроплитке мощностью $N = 1$ кВт.

Полученную воду довели до кипения и кипятили до тех пор, пока не испарилась ее четвертая часть. Время всего процесса $\tau = 40$ мин. Определите КПД плитки.

9.2.5. Тигель с оловом нагревают электрическим током. Количество теплоты, ежесекундно подводимое к тиглю, постоянно. За время $\tau_1 = 10$ мин олово нагрелось от температуры $t_1 = 20$ °C до $t_2 = 70$ °C и спустя еще $\tau_2 = 83$ мин полностью расплавилось. Найдите удельную теплоту плавления олова.

9.2.6. Конькобежец массой $m = 55$ кг, имеющий начальную скорость $v = 8{,}5$ м/с, скользит по льду и останавливается. Лед находится при температуре $t = 0$ °C. Какая масса льда растает, если $\eta = 50\%$ количества теплоты, выделенной в результате трения, поглощается льдом?

9.2.7. На сколько энергия молекулы воды при температуре 0 °C больше энергии молекулы льда при температуре 0 °C?

9.2.8. С какой наименьшей высоты должна упасть льдинка, чтобы при ударе о землю она растаяла? Начальная температура льдинки $t = 0$ °C. Сопротивление воздуха не учитывать. Считать, что вся энергия идет на плавление льдинки.

9.2.9. При какой скорости свинцовая пуля, ударившись о преграду, плавится? Температура пули до удара $t = 100$ °C. При ударе $\eta = 60\%$ энергии пули превращается во внутреннюю.

9.2.10. При выстреле вертикально вверх свинцовая пуля ударилась о неупругую преграду и расплавилась. На какой высоте произошло это столкновение, если начальная скорость пули $v_0 = 350$ м/с, а на нагревание и плавление пули ушло $\eta = 50\%$ выделившегося количества теплоты? Температура пули в момент соударения $t_0 = 100$ °C. Сопротивление воздуха не учитывать.

9.2.11. С какой минимальной скоростью относительно поверхности космического корабля должен двигаться небольшой железный метеорит, чтобы расплавиться в результате удара? Считать, что удар абсолютно неупругий и до столкновения температура метеорита $T_0 = 100$ К, а на плавление и нагревание идет $\eta = 25\%$ выделившейся при ударе энергии.

9.2.12. Два одинаковых кусочка льда летят навстречу друг другу с равными скоростями и при ударе обращаются в воду. Оцените минимально возможные скорости льдинок перед ударом, если они имели одинаковую температуру $t_1 = -12$ °C до удара и $t_2 = 80$ °C после удара.

• **9.2.13.** С какой минимальной скоростью свинцовая пуля должна ударить в подвижный экран, чтобы расплавиться? Считать, что удар абсолютно неупругий и на нагрев и плавление пули идет $\eta = 60\%$ энергии неупругой деформации. Масса пули $m = 10$ г. Масса экрана $M = 1$ кг. К моменту удара температура пули $t = 100$ °C.

9.3. Парообразование

9.3.1. Ртуть массой $m = 1$ г при температуре кипения обращают в пар той же температуры. На сколько изменилась внутренняя энергия ртути?

9.3.2. Какое количество теплоты потребуется, чтобы 100 кг воды, взятой при 10 °C, нагреть до 100 °C и обратить в пар?

9.3.3. Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду массой $m = 2$ кг, взятому при температуре $t_1 = -10$ °C, чтобы превратить его в пар при температуре $t_2 = 100$ °C?

• **9.3.4.** В электрический чайник мощностью $N = 1$ кВт наливают $V = 2$ л воды при температуре $t = 18$ °C и включают в сеть. Через какое время вся вода испарится? КПД нагревателя $\eta = 50\%$. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26$ МДж/кг, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

9.3.5. Кусок льда при температуре $t = -10$ °C положили в электрочайник и стали его нагревать. Спустя время $\tau = 30$ мин из чайника испарилась десятая часть воды. Мощность чайника $N = 1$ кВт. КПД плитки $\eta = 40\%$. Найдите массу куска льда.

9.3.6. При нагревании некоторой массы воды от температуры $t_0 = 0$ °C до температуры кипения $t_к = 100$ °C на электрическом нагревателе понадобилось $\tau_1 = 15$ мин. После этого потребовалось $\tau_2 = 80$ мин для превращения этой воды в пар. Определите удельную теплоту парообразования.

9.3.7. Чайник, в который налили воду при температуре $t_0 = 10$ °C, поставили на электроплитку. Через $\tau_1 = 10$ мин вода закипела. Через какое время вода полностью выкипит?

9.3.8. Какое количество теплоты потребуется для сушки свежих фруктов массой $m = 10$ т, если масса готовой продукции составляет $\eta = 20\%$ от массы свежих фруктов, начальная температура фруктов 20 °C, температура в сушилке 80 °C, а удельная теплота парообразования равна $2{,}3 \cdot 10^3$ Дж/кг?

9.3.9. В дьюаровском сосуде хранится жидкий азот при температуре $T_1 = 78$ К объемом $V = 2$ л. За сутки испарилась половина азота. Определите удельную теплоту испарения азота, если известно, что лед массой $m = 40$ г в том же сосуде растает в течение $\tau_2 = 22$ ч 30 мин. Количество теплоты, ежесекундно получаемое сосудом, пропорционально разности температур внутри и снаружи сосуда. Температура окружающего воздуха $T = 293$ К. Плотность жидкого азота при 78 К равна $\rho = 800$ кг/м^3.

9.3.10. На сколько больше энергия молекулы пара воды при температуре 100 °C, чем энергия молекулы воды при той же температуре?

9.3.11. С какой наименьшей высоты должна падать дождевая капля, чтобы при ударе о землю она испарилась? Начальная температура капли $t_0 = 20$ °C. Сопротивление воздуха не учитывать.

9.3.12. С какой минимальной скоростью влетает метеорит в атмосферу Земли, если он при этом нагревается, плавится и превращается в пар? Метеоритное вещество состоит из железа, и его начальная температура $T = 100$ К. Считать, что на нагревание метеорита идет $\eta = 20\%$ от его механической энергии.

9.4. Удельная теплота сгорания топлива

9.4.1. Масса пороха в каждом патроне пулемета $m = 3{,}2$ г. Какое количество теплоты выделится за $N = 10$ выстрелов?

9.4.2. На сколько градусов можно нагреть воду объемом $V = 100$ л при сжигании древесного угля массой $m = 0{,}5$ кг, если бы все количество теплоты, выделяемое при сгорании, пошло на нагревание воды?

9.4.3. Найдите коэффициент полезного действия примуса, в котором при нагревании воды массой $m_1 = 3$ кг от температуры $t_1 = 20$ °C до температуры $t_2 = 80$ °C сгорело $m_2 = 50$ г бензина.

9.4.4. Какую массу меди можно расплавить в плавильной печи с КПД $\eta = 30\%$, сжигая кокс массой $m = 2$ т, если начальная температура меди $t = 20$ °C?

9.4.5. Какую массу керосина нужно сжечь в примусе с КПД $\eta = 40\%$, чтобы расплавить $m = 4$ кг льда, взятого при температуре -10 °C, если удельная теплота сгорания керосина $q = 42\,000$ кДж/кг?

9.4.6. Пуля массой $M = 9$ г вылетает из ствола винтовки со скоростью $v = 900$ м/ с. Определите КПД выстрела, если масса порохового заряда $m = 4$ г.

9.4.7. Заряд 305-миллиметровой пушки содержит $m = 155$ кг пороха. Масса снаряда $M = 446$ кг. Какова максимальная дальность полета снаряда, если КПД орудия $\eta = 28\%$?

9.4.8. При скорости движения $v = 72$ км/ч судно развивает мощность $N = 1500$ кВт. КПД двигателя судна $\eta = 30\%$. Найдите расход топлива на один километр пути при таком движении. Удельная теплота сгорания топлива $q = 50$ МДж/кг.

9.4.9. На сколько километров пути хватит одной заправки автомобиля (объем бака $V = 40$ л) при постоянной скорости движения $v = 60$ км/ч, если КПД двигателя $\eta = 50\%$, а мощность автомобиля $N = 40$ кВт?

9.4.10. Реактивный самолет пролетает с постоянной скоростью $v = 900$ км/ч расстояние $l = 1800$ км. При этом он расходует топливо массой $m = 4$ т. Мощность двигателя самолета $N = 5900$ кВт, КПД двигателя $\eta = 23\%$. Найдите удельную теплоту сгорания топлива, применяемого на самолете.

9.4.11. Какое количество природного газа надо сжечь, чтобы $m = 4$ кг льда, взятого при температуре $t_1 = -20$ °C, превратить в пар с температурой $t_2 = 100$ °C? КПД нагревателя $\eta = 60\%$.

9.4.12. При сгорании $m = 1$ г водорода и превращении его в воду выделяется количество теплоты $Q = 142$ кДж. Какую массу каменного угля надо сжечь для диссоциации $V = 1$ л воды, если из выделяемой углем энергии используется $\eta = 50\%$?

9.4.13. Реактивный самолет имеет четыре двигателя, развивающих силу тяги $F = 20\ 104$ Н каждый. Какую массу керосина израсходует самолет на перелет протяженностью $s = 500$ км? КПД двигателя $\eta = 25\%$.

9.4.14. На сколько увеличится расход бензина на пути $s = 1$ км при движении автомобиля массой $m = 10^3$ кг по дороге с подъемом $h = 3$ м на каждые $l = 100$ м пути по сравнению с расходом бензина по горизонтальной дороге? КПД двигателя $\eta = 30\%$. Скорость в обоих случаях одинакова.

9.5. Уравнение теплового баланса

9.5.1. В чугунный сосуд массой $m_1 = 2$ кг, температура которого $t_1 = 10$ °C, налили воду объемом $V = 5$ л. Найдите установившуюся температуру, если начальная температура воды $t_2 = 100$ °C.

9.5.2. В воду объемом $V_1 = 150$ см^3 при температуре $t_1 = 40$ °C влили воду объемом $V_2 = 250$ см^3 при $t_2 = 20$ °C. Найдите температуру смеси.

9.5.3. В стеклянную чашку массой $m = 300$ г с температурой $t_1 = 25$ °C наливают $V = 200$ см^3 чая, имеющего температуру $t_2 = 95$ °C. Какая температура будет у чашки с чаем после установления теплового равновесия? Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

9.5.4. Смешано $V_1 = 24$ л воды при температуре $t_1 = 12$ °C и $V_2 = 40$ л воды при $t_2 = 80$ °C. Определите установившуюся температуру, если во время смешивания было «потеряно» количество теплоты $Q = 420$ кДж.

9.5.5. В воду массой $m_1 = 5$ кг при температуре $T_1 = 353$ К добавили $m_2 = 2$ кг холодной воды. При этом начальная температура нагретой воды снизилась на $n = 5\%$. Определите начальную температуру холодной воды.

9.5.6. В каком отношении следует смешать две массы воды, взятые при температурах $t_1 = 55$ °C и $t_2 = 0$ °C, чтобы температура смеси стала равной $\theta = 21$ °C?

9.5.7. В калориметр налили $V = 1$ л воды при температуре $t_1 = 27$ °C. Затем в воду опустили металлический брусок массой

$m = 0{,}25$ кг, нагретый до температуры $t_2 = 127$ °С. В результате температура воды поднялась до $t = 34$ °С. Определите удельную теплоемкость металла. Теплоемкость калориметра не учитывать.

9.5.8. Чему будет равна температура в состоянии теплового равновесия, после того как кусок меди массой $m_1 = 200$ г при температуре $t_1 = 210$ °С поместить в алюминиевую чашку калориметра массой $m_2 = 180$ г, содержащую $m_3 = 800$ г воды при температуре $t_2 = 11$ °С?

9.5.9. Некоторое количество вещества массой $m_1 = 220$ г нагревают до температуры $t_1 = 330$ °С и затем помещают в алюминиевую чашку калориметра массой $m_2 = 90$ г, содержащую $m_3 = 150$ г воды при температуре $t_2 = 11{,}5$ °С. Конечная температура, измеренная стеклянным термометром массой $m_4 = 17$ г, равна $t_3 = 33{,}8$ °С. Какова удельная теплоемкость этого вещества? Начальная температура термометра $t_4 = 20$ °С.

9.5.10. В алюминиевом калориметре массой $M = 500$ г находится $m_1 = 250$ г воды при температуре $t_1 = 19$ °С. Если в калориметр опустить металлический цилиндр массой $m_2 = 180$ г, состоящий из двух частей — алюминиевой и медной, то температура воды поднимется до $\theta = 27$ °С. Определите массы алюминия $m_а$ и меди $m_м$ в цилиндре, если его начальная температура $t_2 = 127$ °С.

9.5.11. Образец сплава массой $m_1 = 0{,}150$ кг нагревают до температуры $t_1 = 540$ °С и быстро помещают в воду массой $m_2 = 400$ г с температурой $t_2 = 10$ °С, которая находится в алюминиевой чашке калориметра массой $M = 200$ г. Конечная температура, установившаяся в калориметре, $t_3 = 30{,}5$ °С. Найдите удельную теплоемкость сплава.

9.5.12. Три химически не взаимодействующие жидкости массами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 10$ кг и $m_3 = 5$ кг налили в калориметр. Начальные температуры жидкостей и их удельные теплоемкости равны соответственно $t_1 = 6$ °С, $t_2 = -40$ °С и $t_3 = 60$ °С, $c_1 = 2$ кДж/(кг · К), $c_2 = 4$ кДж/(кг · К) и $c_3 = 2$ кДж/(кг · К). Чему равна установившаяся температура смеси? Фазовое состояние смеси не изменяется.

9.5.13. В двух одинаковых сосудах находится вода: в одном массой $m_1 = 0{,}1$ кг при температуре $t_1 = 45$ °С, в другом — $m_2 = 0{,}5$ кг при $t_2 = 24$ °С. В сосуды наливают одинаковое количество ртути при одной и той же температуре, после чего температуры в сосудах оказываются одинаковыми и равными $t = 17$ °С. Найдите теплоемкость сосуда.

• **9.5.14.** В двух одинаковых сосудах емкостью $V = 1{,}5$ л каждый находится по $V_0 = 1$ л воды: в первом — при температуре $t_1 = 0$ °С, во втором — при температуре $t_2 = 100$ °С. Чтобы выровнять температуру воды в сосудах, горячую воду доливают доверху в сосуд с холодной водой, затем воду уже при установившейся температуре переливают доверху в сосуд с горячей водой и т. д. Через сколько переливаний температуры воды в сосудах будут отличаться не более, чем на $\Delta t = 1$ °C? Теплоемкости сосудов и остывание воды в процессе переливания не учитывать.

9.5.15. В воду массой $m = 480$ г, имеющую температуру $t_1 = 22$ °C, бросили кусок льда с температурой $t_2 = -8$ °C. Сколько бросили льда, если температура смеси установилась равной $\theta = 12$ °C?

9.5.16. Кусок льда массой $m_1 = 0{,}5$ кг с температурой $t_1 = -10$ °C помещен в воду массой $m_2 = 3$ кг при температуре $t_2 = 10$ °C. Чему будет равна температура смеси θ после установления теплового равновесия?

9.5.17. В сосуд, содержащий воду массой $m_1 = 0{,}2$ кг при температуре $t_1 = 8$ °C, опускают лед массой $m_2 = 0{,}3$ кг при температуре $t_2 = -20$ °C. Какую температуру θ будет иметь содержимое сосуда после установления теплового равновесия?

9.5.18. В калориметре находится вода массой $m_1 = 500$ г и лед массой $m_2 = 54$ г при температуре $t_1 = 0$ °C. В калориметр вводят водяной пар массой $m_3 = 10$ г при температуре $t_2 = 100$ °C. Найдите температуру θ в калориметре после установления теплового равновесия. Теплоемкость калориметра не учитывать.

• **9.5.19.** В теплоизолированный сосуд, содержащий $V_1 = 0{,}5$ л воды при температуре $t_1 = 6$ °C, помещают $m_1 = 0{,}9$ кг льда, имеющего температуру $t_л = -25$ °C. После достижения теплового равновесия половину воды из этого сосуда перелили в другой такой же сосуд, содержащий $V_2 = 2$ л воды при температуре $t_2 = 18$ °C, добавив в него $m_2 = 0{,}45$ кг льда при температуре $t'_л = 0$ °C. Найдите температуру θ, которая установится во втором сосуде. Теплоемкости сосудов не учитывать.

• **9.5.20.** В теплоизолированном латунном сосуде массой $m_1 = 200$ г находится $m_2 = 1$ кг льда при температуре $t_1 = -10$ °C. В сосуд впускают $m_3 = 200$ г пара при температуре $t_2 = 110$ °C. Какая температура установится в сосуде? Удельная теплоемкость пара в интервале температур 100 °C – 110 °C равна $c_3 = 1670$ Дж/(кг · К).

• **9.5.21.** В сосуде, из которого быстро выкачивают воздух, находится $m = 20$ г воды при температуре $t = 0$ °C. Из-за интенсивного испарения происходит постепенное замораживание воды. Какая масса воды может быть обращена таким образом в лед?

9.5.22. Вода при соблюдении необходимых условий может быть переохлаждена до температуры $T = 263$ К. Какая масса льда образуется, если в такую воду массой $M = 1$ кг бросить маленький кусочек льда и вызвать этим замерзание? Удельная теплоемкость переохлажденной воды $c = 4{,}18 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

9.5.23. Лед массой $m = 50$ г при температуре 0 °С заключен в теплонепроницаемую оболочку и подвергнут давлению $p = 600$ атм. Сколько льда расплавилось, если при повышении давления на $\Delta p = 138$ атм температура плавления льда понижается на $\Delta T = 1$ К? Считать понижение температуры плавления пропорциональным повышению давления. Удельную теплоту плавления и удельную теплоемкость считать такими же, как и при нормальном давлении.

9.6. Тепловое расширение тел

9.6.1. При температуре $t_1 = 0$ °С медная антенна имеет длину $l_1 = 80$ м. На сколько изменится ее длина при температуре $t_2 = -40$ °С?

9.6.2. При температуре $t_1 = 10$ °С длина газопровода Ставрополь—Москва $l = 1300$ км. Насколько удлинился бы газопровод при изменении температуры воздуха до $t_2 = 40$ °С, если бы стальные трубы газопровода не были вложены в землю?

9.6.3. Колесо локомотива имеет диаметр $d = 1$ м при температуре $t_0 = 0$ °С. Насколько отличаются расстояния, пройденные поездом за $\tau = 1$ ч зимой и летом при температурах соответственно $t_1 = -25$ °С и $t_2 = +25$ °С, если в обоих случаях двигатель делал $n = 480$ об/мин?

9.6.4. При температуре $t_1 = 5$ °С длина железной проволоки $l_1 = 100{,}29$ см, а длина цинковой $l_2 = 100{,}12$ см. До какой температуры надо нагреть проволоки, чтобы их длины стали одинаковы?

9.6.5. При изготовлении некоторого прибора оказалось необходимым обеспечить постоянство разности длин железного и медного цилиндров при любых изменениях температуры. Какую длину должны иметь цилиндры при $t_0 = 0$ °С, чтобы разница их длин при всех температурах была $\Delta l = 10$ см?

9.6.6. Диаметр латунного цилиндра при температуре $t_1 = 20$ °С должен быть $d = 10$ см. Допускаемые отклонения от данного размера не должны превышать $\Delta x = 10$ мкм. При обработке на токарном станке цилиндр нагрелся до температуры $t_2 = 120$ °С. Следует ли учитывать тепловое расширение детали при ее измерении во время обработки?

9.6.7. Стальной стержень, имеющий площадь поперечного сечения $S = 10$ см^2, концами упирается в две жестко закрепленные массивные стальные плиты. С какой силой F стержень будет давить на каждую из плит, если его температура повысится на $\Delta t = 15$ °С? Модуль Юнга для стали $E = 206$ ГПа.

9.6.8. Однородная прямоугольная пластинка длиной a и шириной b имеет коэффициент линейного расширения α. Найдите изменение площади пластинки при повышении температуры на ΔT.

9.6.9. Медный шар радиусом $r = 5$ см нагрели от температуры $t_1 = 20$ °C до $t_2 = 220$ °C. Насколько увеличились площадь поверхности шара и его объем? Коэффициент линейного расширения меди $\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

9.6.10. Железный цилиндрический бак, диаметр основания которого $d = 20$ м, а высота $h = 8$ м, наполнили керосином при температуре $t_1 = 15$ °C. До какого уровня можно наливать керосин, чтобы он не перелился через край при температуре $t_2 = 55$ °C?

9.6.11. Какой будет разница в объеме спирта и ртути при температуре $t_0 = 0$ °C, если при температуре $t_1 = 25$ °C они взяты в одинаковом объеме $V = 100$ см^3?

9.6.12. При температуре t_1 стержни с температурными коэффициентами линейного расширения α_1 и α_2 имеют одинаковую длину, при температуре t_2 одинаковыми оказываются их объемы. При какой температуре будут одинаковыми площади поперечного сечения стержней?

9.6.13. Определите плотность цинка при температуре $t_2 = 150$ °C, если его плотность при $t_1 = 0$ °C равна $\rho_1 = 7$ г/см^3.

9.6.14. Масса куска меди $m = 875$ г. Определите, при какой температуре этот кусок меди будет иметь объем $V = 100$ см^3. При $t_0 = 20$ °C плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

9.6.15. Покажите, что изменение плотности ρ вещества при изменении температуры на ΔT определяется выражением $\Delta\rho = -\beta\rho\Delta T$, где β — коэффициент объемного расширения вещества. Чему равно относительное изменение плотности свинцового шара, температура которого понизилась от $t_1 = 30$ °C до $t_2 = -30$ °C?

9.6.16. Кусок стекла в воздухе имеет вес $P_0 = 75{,}352$ Н, в воде при температуре $t_1 = 4$ °C его вес $P_1 = 49{,}261$ Н, в воде при температуре $t_2 = 20$ °C его вес $P_2 = 49{,}291$ Н. Коэффициент объемного расширения стекла $\beta = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$. Определите среднее значение коэффициента объемного расширения воды в интервале температур от $t_1 = 4$ °C до $t_2 = 20$ °C.

9.7. Внутренняя энергия идеального газа

9.7.1. Определите внутреннюю энергию гелия массой $m = 1$ кг при температуре $T = 300$ К.

9.7.2. В вертикальном цилиндрическом сосуде площадью поперечного сечения $S = 40$ см^2 на высоте $h = 0{,}5$ м от основания находится поршень массой $m = 1$ кг, а под ним — газ аргон. Чему равна внутренняя энергия этого газа?

9.7.3. Идеальный одноатомный газ изотермически сжали из состояния с давлением $p_1 = 10^5$ Па и объемом $V_1 = 2$ л до объема, втрое меньшего первоначального. Найдите внутреннюю энергию газа в конечном состоянии.

9.7.4. Один моль гелия нагрели так, что его внутренняя энергия изменилась на $\Delta U = 600$ Дж. Во сколько раз изменилась температура гелия, если его начальная температура $T = 400$ К?

9.7.5. Газ, находящийся при температуре $t = 27$ °C, нагрет на $\Delta t = 30$ °. На сколько процентов возросла его внутренняя энергия?

9.7.6. В закрытом сосуде находится $\nu = 3$ моль гелия при температуре $t = 27$ °C. На сколько процентов увеличится давление в сосуде, если внутреннюю энергию газа увеличить на $\Delta U = 3$ Дж?

9.7.7. Аргон в количестве $\nu = 5$ моль расширяется изобарно так, что его объем увеличивается в $n = 5$ раз, а внутренняя энергия изменяется на $\Delta U = 60$ кДж. Определите начальную температуру аргона.

9.7.8. Идеальный газ сжимают поршнем и одновременно нагревают. Во сколько раз изменится его внутренняя энергия, если объем газа уменьшить в $n = 4$ раза, а давление увеличить в $k = 3$ раза?

9.7.9. Один моль идеального одноатомного газа при температуре $T_1 = 290$ К расширяется изобарно до тех пор, пока его объем не увеличится в $n = 2$ раза. Затем газ нагревают изохорно так, что его давление увеличивается в $k = 3$ раза. Найдите изменение внутренней энергии газа.

9.7.10. Аргон в количестве $\nu = 1$ кмоль сжимают так, что его объем уменьшается в $n = 2$ раза. Сжатие происходит по закону $pV^2 = \text{const}$. Найдите изменение внутренней энергии газа. Начальная температура газа $T_1 = 200$ К.

9.7.11. Гелий занимает объем $V = 2$ л при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па. Газ расширяется так, что его объем увеличивается в $n = 2$ раза. Расширение происходит по закону $T = \alpha V^2$, где α — положительная постоянная. Найдите изменение внутренней энергии гелия.

• **9.7.12.** Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 2$ моль расширяется так, что его объем увеличивается в $n = 2$ раза, при этом его внутренняя энергия уменьшается на $\Delta U = 3{,}74$ кДж. Расширение происходит по закону $p = \alpha/V^2$, где α — постоянная. Определите начальную температуру газа.

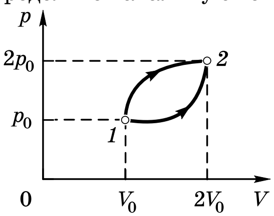


Рис. 9.7.1

9.7.13. Зависит ли изменение внутренней энергии газа от способа его перевода из состояния *1* в состояние *2* (рис. 9.7.1)? Найдите изменение внутренней энергии при переходе из состояния *1* в состояние *2*, если газ одноатомный; $p_0 = 10^5$ Па, $V_0 = 2$ л.

9.7.14. Найдите внутреннюю энергию смеси газов, состоящей из $m_1 = 20$ г гелия и $m_2 = 40$ г аргона при температуре $t = 30$ °C.

9.7.15. В сосуде находится гелий массой $m_1 = 10$ г и криптон массой $m_2 = 84$ г. Найдите изменение внутренней энергии смеси при ее нагревании на $\Delta T = 40$ К.

9.7.16. Сосуд с аргоном движется прямолинейно со скоростью $v = 50$ м/ с. На сколько возрастет температура газа, если сосуд остановить? Сосуд теплоизолирован. Теплоемкость сосуда не учитывать.

9.7.17. Поршень массой $m = 3$ кг закрывает с одного конца сосуд объемом $V_0 = 10$ л, в котором находится идеальный одноатомный газ при температуре $T_0 = 300$ К и давлении $p_0 = 10^5$ Па (рис. 9.7.2). Поршню сообщают скорость $v = 10$ м/с. Найдите температуру газа при его максимальном сжатии. Система теплоизолирована. Теплоемкость поршня и сосуда не учитывать.

• **9.7.18.** Закрытый с торцов горизонтальный теплоизолированный цилиндрический сосуд массой m перегорожен подвижным поршнем массой $M \gg m$. С обеих сторон от поршня находится по одному молю идеального одноатомного газа. Коротким ударом сосуду сообщают скорость v, направленную вдоль оси сосуда. Насколько изменится температура ΔT газа после затухания колебаний поршня? Трение между поршнем и стенками сосуда, а также теплоемкость поршня не учитывать. Масса газа $m_{\text{г}} \ll m$.

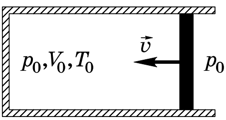


Рис. 9.7.2

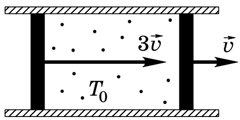


Рис. 9.7.3

9.7.19. В длинной горизонтальной трубе между двумя одинаковыми поршнями массой m каждый находится один моль одноатомного газа (рис. 9.7.3). При температуре газа T_0 скорости поршней направлены в одну сторону и равны v и $3v$. Какова максимальная температура газа? Труба теплоизолирована, массу газа и теплоемкость поршней не учитывать.

9.7.20. В длинной пустой горизонтальной теплоизолированной трубе находятся два поршня, массы которых $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. Между поршнями в объеме $V_0 = 18$ л при давлении $p_0 = 10^4$ Па находится одноатомный газ (рис. 9.7.4). Поршни отпускают. Оцените максимальные скорости поршней. Масса газа много меньше массы поршней.

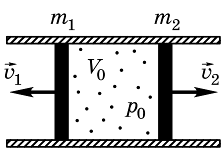


Рис. 9.7.4

9.7.21. В горизонтальном цилиндрическом теплоизолированном сосуде, площадь сечения которого S и длина $2l$, удерживается тонкий поршень, делящий объем сосуда на две равные части. Одну половину занимает одноатомный газ при температуре T_0 и давлении p_0, а в другой половине — вакуум. Поршень соединен с торцом вакуумированной части сосуда пружиной жесткостью k и длиной в недеформированном состоянии $2l$ (рис. 9.7.5). Пренебрегая трением, найдите установившуюся температуру газа после того, как поршень отпустили.

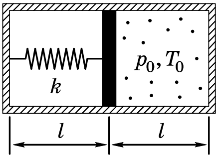


Рис. 9.7.5

• **9.7.22.** В сосуде объемом V_1 находится одноатомный газ при температуре T_1 и давлении p_1, а в сосуде объемом V_2 — такой же газ при температуре T_2 и давлении p_2. Сосуды соединяют. Какое давление и какая температура установятся в сосудах? Теплообмен со стенками сосуда не учитывать.

9.8. Работа идеального газа

9.8.1. Найдите работу, совершаемую одним молем газа при его изобарном нагревании на $\Delta T = 1$ К?

9.8.2. В цилиндре под поршнем находится газ. Температура газа $t_0 = 0$ °C, давление $p = 150$ кПа, объем $V = 0{,}4$ м^3. Насколько следует нагреть газ, чтобы он совершил работу $A = 10$ кДж?

9.8.3. Найдите работу, совершаемую газом при его изобарном нагревании от температуры $t_1 = 17$ °C до $t_2 = 104$ °C. Первоначальный объем газа $V = 10$ л, давление $p = 100$ кПа.

9.8.4. В вертикально расположенном цилиндре, площадь основания которого $S = 100$ см^3, под поршнем, масса которого $m = 20$ кг, находится воздух. При изобарном нагревании поршень поднялся на высоту $h = 50$ см. Найдите работу, совершенную воздухом. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

9.8.5. Кислород массой $m = 160$ г изобарно сжали до объема в $n = 5$ раз меньше первоначального. Определите работу, совершенную над газом. Начальная температура кислорода $t = 27$ °C.

9.8.6. Неон массой $m = 1{,}5$ кг сжимают при постоянном давлении $p = 200$ кПа, совершая над ним работу $A = 100$ кДж. Определите конечный объем газа, если начальная температура неона $T = 300$ К.

9.8.7. Сравните работы, которые совершают гелий и азот при их изобарном нагревании. Массы газов, начальные и конечные температуры одинаковы.

9.8.8. Найдите работу, совершаемую одним молем идеального газа при изобарном расширении, если концентрация молекул в конечном состоянии в $n = 11$ раз меньше, чем в начальном при температуре $t = 27$ °С.

9.8.9. Азот массой $m = 2{,}8$ кг при температуре $T = 400$ К охлаждают изохорно так, что давление падает в $n = 4$ раза. Затем азот изобарно расширяется. Найдите работу, совершаемую газом, если его конечная и начальная температуры одинаковы.

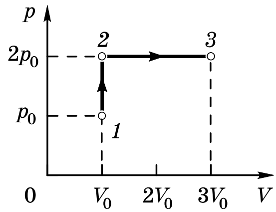


Рис. 9.8.1

• **9.8.10.** Один моль газа, имевший начальную температуру $T = 300$ К, изобарно расширился, совершив работу $A = 12{,}5 \cdot 10^3$ Дж. Во сколько раз при этом увеличился объем газа?

9.8.11. Найдите работу, совершаемую идеальным газом в процессе, график которого показан на рисунке 9.8.1, если $p_0 = 2 \cdot 10^5$ Па, $V_0 = 2$ л.

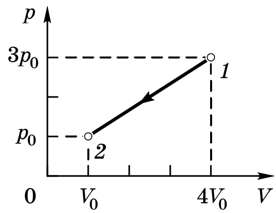


Рис. 9.8.2

9.8.12. Найдите работу, совершаемую над идеальным газом в процессе, график которого показан на рисунке 9.8.2, если $p_0 = 10^5$ Па, $V_0 = 1$ л.

9.8.13. Газ переводят из состояния *1* в состояние *3* (рис. 9.8.3). Найдите работу, совершаемую газом при переходе: а) из состояния *1* в состояние *2*; б) из состояния *2* в состояние *3*; в) из состояния *1* в состояние *3*, если $p_0 = 100$ кПа, $V_0 = 10$ л.

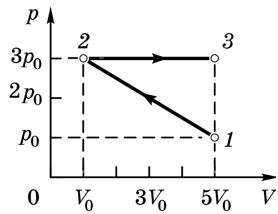


Рис. 9.8.3

9.8.14. Определите работу $\nu = 0{,}4$ моль газа при расширении от объема $V_1 = 40$ л до объема $V_2 = 80$ л, если его температура изменяется по закону $T = \alpha V^2$, где $\alpha = 1{,}25 \cdot 10^5$ К/м^6.

9.8.15. Определите работу, совершаемую одним молем газа при увеличении его давления от $p_1 = 10^5$ Па до $p_2 = 3 \cdot 10^5$ Па, если температура газа изменяется по закону $T = \alpha p^2$, где $\alpha = 10^6$ м$^3 \cdot$ К/(Дж $\cdot$ Па).

9.8.16. Газ сжимают от давления $p_1 = 10$ кПа до давления $p_2 = 20$ кПа по закону $p = \alpha - bV$, где $\alpha = \text{const}$, $b = 6$ Па/м^3. Определите работу, которую нужно совершить над газом при таком сжатии.

9.8.17. Идеальный газ в количестве $\nu = 0{,}2$ моль переводят из состояния *1* в состояние *4* (рис. 9.8.4; $T_1 = 300$ К, $T_2 = 600$ К). Найдите работу, совершенную газом при переходе: а) из состояния *1* в состояние *2*; б) из состояния *2* в состояние *3*; в) из состояния *3* в состояние *4*; г) полную работу, совершенную газом.

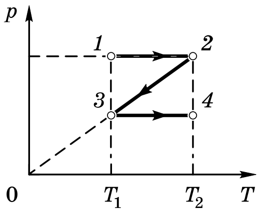


Рис. 9.8.4

9.8.18. Идеальный газ в количестве $\nu = 0{,}4$ моль переводят из состояния *1* в состояние *4* (рис. 9.8.5; $T_1 = 250$ К, $T_2 = 450$ К). Найдите работу, совершенную газом при таком переходе.

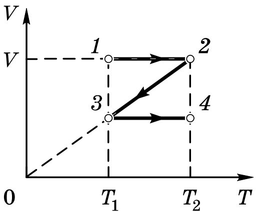


Рис. 9.8.5

9.8.19. Один моль идеального газа, занимающий объем $V_1 = 1$ л при давлении $p_1 = 10$ атм, расширился до давления $p_2 = 5$ атм и объема $V_2 = 2$ л по закону $p = \alpha - \beta V$, где α и β — известные постоянные. Затем при этом объеме давление газа было уменьшено в $n = 2$ раза. В дальнейшем газ расширился при постоянном давлении до объема $V_4 = 4$ л. Начертите график зависимости давления от объема и, используя его, установите, в каком процессе газ совершил наибольшую работу. Определите температуру в конце каждого процесса.

9.8.20. Цикл, в котором рабочим веществом является газ, состоит из двух изохор и двух изобар (рис. 9.8.6). Найдите работу, совершаемую газом на каждом участке цикла и за весь цикл. Известно, что максимальные значения как объема, так и давления газа в $n = 2$ раза больше минимальных значений: $p_0 = 10^5$ Па, $V_0 = 0{,}5$ м^3.

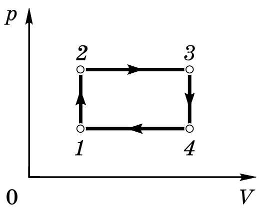


Рис. 9.8.6

9.8.21. С идеальным газом, взятым в количестве ν моль, проводят цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Температуры в точках *1* и *3* равны T_1 и T_3 (рис. 9.8.7). Определите работу, совершенную газом за цикл, если известно, что точки *2* и *4* лежат на одной изотерме.

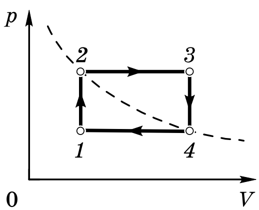


Рис. 9.8.7

9.8.22. Найдите отношение работ, совершаемых идеальным газом в циклических процессах *1—2—3—4—1* и *4—3—5—6—4*, показанных на рисунке 9.8.8.

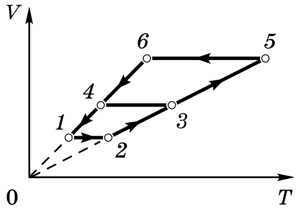


Рис. 9.8.8

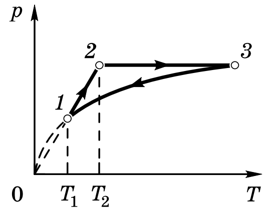


Рис. 9.8.9

Температуры газа в состояниях *2* и *4* одинаковы и в состояниях *3* и *6* тоже одинаковы. Температуры в состояниях *1* и *5* отличаются в $n = 8$ раз.

• **9.8.23.** Идеальный газ совершает циклический процесс *1—2—3—1* (рис. 9.8.9). На участке *3—1* давление изменяется по закону $p = \alpha\sqrt{T}$, где α — положительная постоянная. Температуры газа в состояниях *1* и *2* равны соответственно $T_1 = 400$ К и $T_2 = 500$ К. Найдите работу, совершенную газом за цикл.

9.8.24. Определите работу, которую совершают $\nu = 2$ моль идеального газа в цикле *1—2—3—4—1* (рис. 9.8.10), где $T_0 = 100$ К.

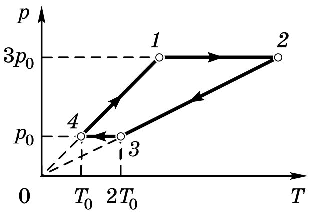


Рис. 9.8.10

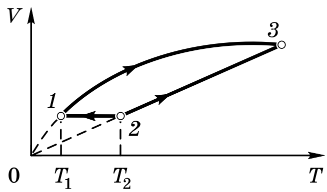


Рис. 9.8.11

9.8.25. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 1$ моль участвует в циклическом процессе *1—2—3—1*, представленном на рисунке 9.8.11. На участке *3—1* объем газа изменяется по закону $V = \alpha\sqrt{T}$, где α — положительная постоянная. Температуры газа в состояниях *1* и *2* равны соответственно $T_1 = 400$ К и $T_2 = 500$ К. Найдите работу, совершенную газом за цикл.

• **9.8.26.** Найдите работу, совершаемую молем идеального газа в цикле, состоящем из двух участков линейной зависимости давления от объема и изохоры (рис. 9.8.12). Точки *1* и *3* лежат на прямой, проходящей через начало координат. Температуры в точках *2* и *3* равны. Считать заданными температуры T_1 и T_2 в точках *1* и *2*.

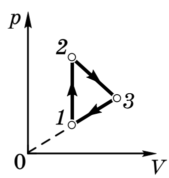


Рис. 9.8.12

9.8.27. Какую работу совершают $\nu = 8$ моль газа O_2, находящегося первоначально при температуре $t = 0$ °С и давлении $p = 1$ атм, если объем его удваивается: а) изотермически; б) при постоянном давлении?

9.8.28. Один моль газа изотермически сжимают от давления $p_1 = 10^5$ Па до $p_2 = 2 \cdot 10^5$ Па. Температура газа $T = 300$ К. Найдите работу, которая была совершена при сжатии газа.

9.8.29. Во сколько раз работа $A_{\theta = 0}$ идеального одноатомного газа при адиабатном расширении больше работы A_p при изобарном расширении, если начальные и конечные температуры газа в обоих процессах одинаковы?

9.9. Первое начало термодинамики

9.9.1. При нагревании газа его внутренняя энергия увеличилась на $\Delta U = 900$ Дж, при этом газ совершил работу $A = 300$ Дж. Какое количество теплоты сообщили газу?

9.9.2. Над идеальным газом совершена работа $A = 100$ Дж, при этом его внутренняя энергия возросла на $\Delta U = 250$ Дж. Какое количество теплоты получил газ в этом процессе?

9.9.3. Газу сообщено количество теплоты $Q = 3 \cdot 10^5$ Дж. Какая часть теплоты пошла на увеличение внутренней энергии газа, если работа расширения газа в этом процессе $A = 10^5$ Дж?

9.9.4. Известно, что $\eta = 20\%$ сообщаемого газу количества теплоты идет на увеличение его внутренней энергии, которое равно $\Delta U = 4$ кДж. Определите работу газа в процессе.

• **9.9.5.** При сообщении идеальному газу количества теплоты Q газ совершает работу A. Какой была внутренняя энергия газа U_1, если его температура возросла в $n = 4$ раза?

9.9.6. В закрытом сосуде находится $\nu = 4$ моль аргона при температуре $T = 300$ К. На сколько процентов увеличится давление в сосуде, если газу сообщить количество теплоты $Q = 900$ Дж?

9.9.7. В баллоне объемом $V = 10$ л находится азот под давлением $p_1 = 10$ МПа при температуре $t_1 = 17$ °С. К газу подводят количество теплоты $Q = 98$ кДж. Определите температуру и давление газа после нагревания.

9.9.8. Баллон содержит $\nu = 10$ моль одноатомного идеального газа при температуре $t = 30$ °С. Газу сообщили количество теплоты $Q = 30{,}2$ кДж. Во сколько раз увеличится средняя квадратичная скорость молекул газа?

9.9.9. Один киломоль гелия расширяется изобарно. Температура газа увеличивается на $\Delta T = 30$ К. Определите изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, полученное газом.

9.9.10. Температуру одноатомного газа в количестве $\nu = 2$ моль повышают на $\Delta T = 20$ К один раз при постоянном давлении, а другой — при постоянном объеме. На сколько больше требуется количество теплоты в первом случае, чем во втором?

9.9.11. При изобарном нагревании газа от температуры $T_1 = 288$ К до $T_2 = 340$ К потребовалось количество теплоты $Q_1 = 5$ кДж, при изохорном — $Q_2 = 3{,}56$ кДж. Какой объем занимает газ при температуре 288 К и давлении $p = 19{,}6$ кПа?

9.9.12. В вертикальном цилиндрическом сосуде под легким поршнем находится гелий. На поршне стоит груз массой $m = 74$ кг. Какое количество теплоты нужно подвести к газу, чтобы груз поднялся на высоту $h = 0{,}6$ м? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, площадь поршня $S = 10$ см^2. Трение не учитывать.

9.9.13. При нагревании газа массой $m = 1$ кг на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении газу сообщают $Q_p = 909$ Дж теплоты, а при нагревании при постоянном объеме — $Q_V = 649$ Дж. Какой это газ?

9.9.14. Гелий находится в цилиндре и заперт поршнем. Цилиндр может занимать положения, показанные на рисунке 9.9.1. Одинаковые ли количества теплоты необходимо сообщить газу в обоих случаях, чтобы нагреть его на $\Delta t = 1$ °С? Трение не учитывать.

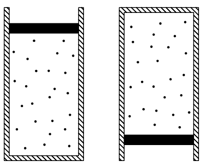


Рис. 9.9.1

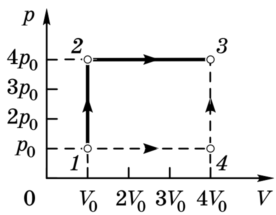


Рис. 9.9.2

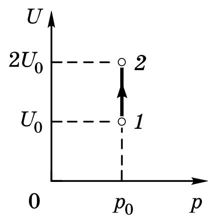


Рис. 9.9.3

9.9.15. Одноатомный газ совершает процесс *1—2—3*, если ему сообщить количество теплоты $Q_1 = 4{,}6$ кДж (рис. 9.9.2). Какое количество теплоты надо передать газу, чтобы он совершил процесс *1—4—3*?

9.9.16. Найдите изменение внутренней энергии, работу и количество теплоты, полученное идеальным одноатомным газом в процессе, график которого показан на рисунке 9.9.3, если $p_0 = 10^5$ Па и $U_0 = 600$ Дж.

9.9.17. Идеальный одноатомный газ совершает процесс, график которого показан на рисунке 9.9.4. Найдите количество теплоты, сообщенное газу, если $p_0 = 10^5$ Па, $V_0 = 4$ л.

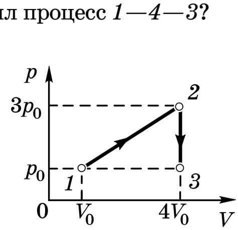


Рис. 9.9.4

9.9.18. При адиабатном расширении газ совершил работу $A = 400$ Дж. Как и насколько изменилась его внутренняя энергия?

9.9.19. При адиабатном сжатии гелия массой $m = 0{,}1$ кг над газом совершают работу $A = 300$ Дж. Насколько изменилась температура газа?

9.9.20. Идеальный одноатомный газ совершает циклический процесс *1—2—3—4—1* (рис. 9.9.5). Определите количества теплоты, полученное Q_1 и отданное Q_2 газом в цикле. Найдите количество теплоты Q, полученное газом за цикл, и сравните с работой, которую совершает газ за один цикл. $p_0 = 10^5$ Па, $V_0 = 2$ л.

• **9.9.21.** Одноатомный газ участвует в циклическом процессе, график которого показан на рисунке 9.9.6. Количество газа $\nu = 2$ моль. Температуры газа в состояниях *1* и *2* равны $T_1 = 300$ К и $T_2 = 400$ К соответственно. Найдите работу, совершенную газом за цикл, если на участке *3 – 4* газу сообщили количество теплоты $Q = 2$ кДж.

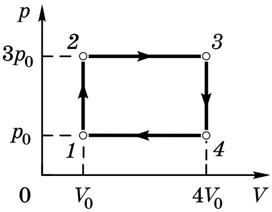


Рис. 9.9.5

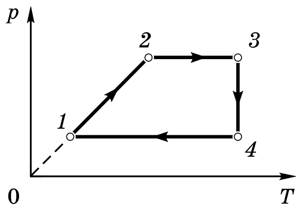


Рис. 9.9.6

9.9.22. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 1{,}5$ моль участвует в циклическом процессе *1—2—3—4*, показанном на рисунке 9.9.7. Температуры газа в состояниях *3* и *4* равны $T_3 = 600$ К и $T_4 = 300$ К соответственно. На участке *1—2* газ отдает количество теплоты $Q = 2740$ Дж. Найдите работу, совершенную газом за цикл.

9.9.23. Один моль идеального одноатомного газа из начального состояния *1* с температурой $T_1 = 100$ К адиабатно переводят в состояние *2*. Затем газ сжимают так, что давление изменяется прямо пропорционально объему, и, наконец, изохорно переводят в начальное состояние *1* (рис. 9.9.8). Найдите работу, совершенную газом при расширении *1—2*, если в процессах *2—3—1* газу было сообщено $Q = 72$ Дж теплоты, а точки *2* и *3* принадлежат одной изотерме.

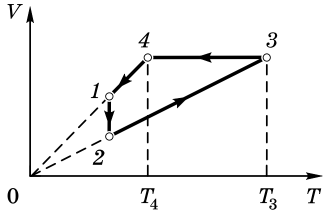


Рис. 9.9.7

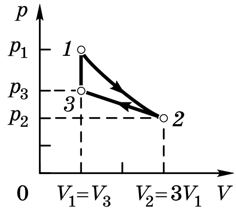


Рис. 9.9.8

9.9.24. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 5$ моль участвует в циклическом процессе *1—2—3—4—1*, представленном на рисунке 9.9.9. Температуры газа в состояниях *1* и *4* равны $T_1 = 300$ К и $T_4 = 450$ К соответственно. Найдите работу, совершенную газом за цикл, если на участке *2—3* газу сообщили $Q = 8000$ Дж теплоты.

9.9.25. В горизонтальном закрытом цилиндрическом сосуде может без трения перемещаться тонкий поршень, соединенный с торцом сосуда пружиной жесткостью $k = 10^3$ Н/м (рис. 9.9.10). Длина недеформированной пружины равна длине сосуда. В левой части сосуда находится один моль идеального одноатомного газа, в правой части — вакуум. В начальный момент поршень расположен на расстоянии $x_0 = 3$ см от левого торца сосуда. Найдите зависимость положения поршня в сосуде от сообщаемого газу количества теплоты. Определите положение поршня, если газу сообщить $Q = 3{,}2$ Дж теплоты.

• **9.9.26.** В цилиндрическом сосуде под легким поршнем находится идеальный одноатомный газ, занимающий объем $V_0 = 10^{-2}$ м^3. Перемещение поршня ограничено сверху упорами (рис. 9.9.11). Газу сообщили $Q_1 = 10$ кДж теплоты. При этом газ, расширяясь, занимает максимально возможный объем, который в $n = 3$ раза больше первоначального. Какое количество теплоты нужно сообщить газу в этом состоянии, чтобы его давление превышало первоначальное в n раз? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

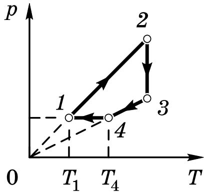


Рис. 9.9.9

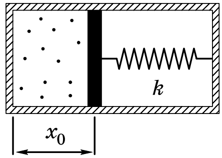


Рис. 9.9.10

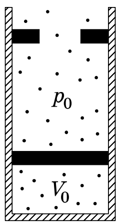


Рис. 9.9.11

9.10. Теплоемкость газа

9.10.1. Найдите молярную теплоемкость одноатомного идеального газа при постоянном объеме.

9.10.2. Найдите удельную теплоемкость гелия при постоянном давлении.

9.10.3. При адиабатном расширении $m = 1$ кг азота газом была совершена работа $A = 800$ Дж. Найдите изменение внутренней энергии и температуры газа. Удельная теплоемкость азота при постоянном объеме $c_V = 745$ Дж/(кг · К).

9.10.4. В процессе изобарного расширения одноатомного идеального газа было затрачено $Q = 100$ Дж теплоты. Определите работу A, совершенную газом, и теплоемкость C_p одного киломоля газа в этом процессе.

9.10.5. Азот массой $m = 280$ г нагревают при постоянном давлении, сообщив газу $Q = 600$ Дж теплоты. Найдите изменение температуры азота, если его удельная теплоемкость при постоянном объеме $c_V = 745$ Дж/(кг · К). Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.10.6. Используя первое начало термодинамики и уравнение состояния идеального одноатомного газа, докажите, что $C_p - C_V = R$, где C_p и C_V — молярные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно.

9.10.7. Для нагревания некоторой массы кислорода при постоянном объеме на $\Delta T_1 = 29$ К требуется количество теплоты $Q_1 = 24{,}93$ кДж. Для нагревания той же массы кислорода при постоянном давлении на $\Delta T_2 = 5$ К требуется количество теплоты $Q_2 = 5{,}73$ кДж. Определите по этим данным отношение теплоемкостей $\dfrac{C_p}{C_V}$.

9.10.8. Сосуд постоянного объема заполнен смесью газов, состоящей из гелия, неона и аргона, входящих в состав смеси в молярных отношениях $x_1 = 20\%$, $x_2 = 30\%$ и $x_3 = 50\%$ соответственно. Определите удельную теплоемкость этой смеси газов. Молярные массы: гелия $\mu_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, неона $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, аргона $\mu_3 = 4 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

9.10.9. Газ находится в вертикально расположенном цилиндре с площадью дна $S = 10$ см^2. Поршень, закрывающий цилиндр, имеет массу $m = 20$ кг и может перемещаться в цилиндре без трения. Начальный объем газа $V_0 = 11{,}2$ л, его температура $t_0 = 0$ °C. Какое количество теплоты Q необходимо для того, чтобы нагреть газ при этих условиях на $\Delta T = 10$ К, если известно, что теплоемкость этой массы газа, измеренная при закрепленном в начальном положении поршне, оказалась $C_V = 20{,}9$ Дж/К? Давление наружного воздуха не учитывать.

9.10.10. Какое количество теплоты нужно сообщить идеальному газу, находящемуся в баллоне объемом $V = 0{,}5$ л, чтобы его давление увеличилось на $\Delta p = 1{,}5$ атм? Удельная теплоемкость газа при постоянном давлении $c_p = 550$ Дж/(кг · К). Молярная масса газа $M = 0{,}06$ кг/моль.

• **9.10.11.** Идеальный газ в количестве $\nu = 5$ моль совершает процесс *1—2—3* (рис. 9.10.1). Какое количество теплоты отдает газ в этом процессе? Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении $C_p = 29$ Дж/(моль · К), $T_0 = 200$ К.

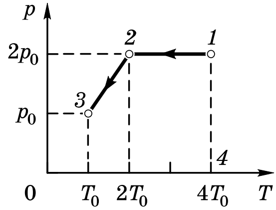


Рис. 9.10.1

• **9.10.12.** Один киломоль идеального газа расширился по закону $p = \dfrac{\alpha}{V^2}$, где $\alpha = 2R$ (R — универсальная газовая постоянная). При этом начальный объем газа $V_1 = 5$ л увеличился в 2 раза. Какую работу совершил газ при расширении, если молярная теплоемкость газа в процессе $C = C_V - R$, где C_V — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме?

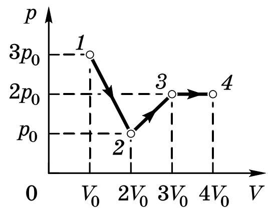


Рис. 9.10.2

9.10.13. Один моль идеального одноатомного газа расширяется согласно графику (рис. 9.10.2). В каком из процессов *1—2*, *2—3* или *3—4* средняя молярная теплоемкость имеет наибольшее и наименьшее значения? Найдите эти величины.

9.10.14. Один моль идеального одноатомного газа совершает последовательно три процесса, показанные на рисунке 9.10.3. Для каждого процесса найдите молярную теплоемкость и определите, в каком из процессов средняя теплоемкость максимальна.

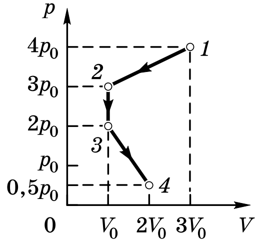


Рис. 9.10.3

9.10.15. Один киломоль идеального газа расширился по закону $p = \alpha V$, где $\alpha = 0{,}1\ R$ (R — универсальная газовая постоянная). При этом начальный объем газа $V_1 = 50$ л увеличился в 3 раза. Какую работу совершил газ при расширении?

9.10.16. Один киломоль идеального газа расширился по закону $p = \alpha V^2$, где $\alpha = \dfrac{R}{9}$ (R — универсальная газовая постоянная). При этом начальный объем газа $V_1 = 30$ л увеличился в 2 раза. Какую работу совершил газ при расширении, если молярная теплоемкость газа в процессе $C = C_V + \frac{1}{3}R$, где C_V — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме?

9.10.17. Один киломоль идеального газа сжимают так, что давление и температура изменяются по закону $p = \alpha T^2$, где $\alpha = \frac{R}{2}$ (R — универсальная газовая постоянная). При этом начальный объем газа $V_1 = 3$ л уменьшается в 2 раза. Какую работу совершил газ при сжатии, если молярная теплоемкость газа в процессе $C = C_V + 2R$, где C_V — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме?

9.10.18. Один киломоль идеального газа расширяется по закону $p = \frac{\alpha}{T}$, где $\alpha = 4R$ (R — универсальная газовая постоянная). При этом начальный объем газа $V_1 = 0{,}5$ л увеличился в 4 раза. Какую работу совершил газ в процессе расширения, если его молярная теплоемкость в процессе $C = C_V + 3R$, где C_V — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме?

• **9.10.19.** Идеальный газ, молярная масса которого $M = 0{,}065$ кг/моль, нагревают так, что его температура изменяется по закону $T = \alpha V^2$ (α — некоторая положительная постоянная). Найдите количество теплоты, необходимое для нагревания газа, если известно, что при нагревании этой же массы газа из того же состояния на ту же разность температур в изохорном процессе требуется количество теплоты $Q_V = 500$ Дж. Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме $c_V = 0{,}4$ кДж/(кг · К).

9.11. Тепловые двигатели

9.11.1. В тепловой машине за счет каждого килоджоуля энергии, получаемой от нагревателя, совершается работа $A = 300$ Дж. Определите КПД машины.

9.11.2. Тепловая машина работает по замкнутому циклу. Подведенное за цикл количество теплоты $Q_1 = 0{,}1$ МДж, отданное холодильнику — $Q_2 = 80$ кДж. Найдите полезную работу за цикл и КПД тепловой машины.

9.11.3. Полезная мощность теплового двигателя $N = 20$ кВт. Какое количество теплоты получит двигатель за время $t = 30$ мин, если КПД двигателя $\eta = 18\%$?

9.11.4. КПД автомобиля $\eta = 22\%$. Какое количество теплоты выделяется в камере сгорания двигателя автомобиля ежесекундно, если двигатель автомобиля развивает мощность $N = 22{,}5$ кВт?

9.11.5. Тепловой двигатель за один цикл совершает работу $A = 160$ Дж. Определите количество теплоты, отданное за цикл холодильнику, если КПД двигателя $\eta = 18\%$.

• **9.11.6.** Идеальный газ совершает цикл *1—2—3—1*, показанный на рисунке 9.11.1. Найдите КПД тепловой машины, работающей по данному циклу, если рабочее вещество — идеальный одноатомный газ.

• **9.11.7.** Тепловая машина совершает циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Отношение давлений на изобарах $\alpha = 2$, а отношение объемов на изохорах $\beta = 3$. Найдите КПД машины. Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

9.11.8. Найдите КПД цикла, если известно, что максимальная и минимальная температуры в цикле отличаются в 3 раза (рис. 9.11.2). Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

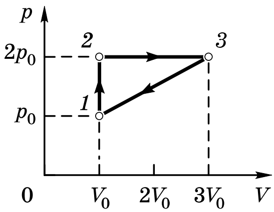


Рис. 9.11.1

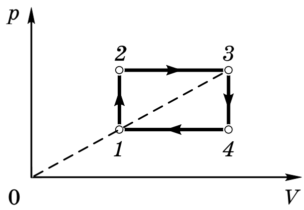


Рис. 9.11.2

9.11.9. Докажите, что КПД цикла, показанного на рисунке 9.11.2, не превышает 40%.

9.11.10. Найдите отношение КПД циклов *1—2—3—4—1* и *1—5—6—7—1*, представленных на p–V-диаграмме (рис. 9.11.3). Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

9.11.11. Найдите КПД тепловой машины, рабочий цикл которой показан на рисунке 9.11.4. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ.

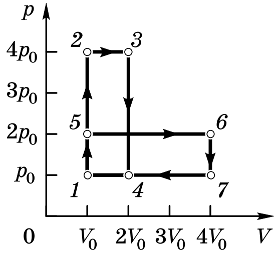


Рис. 9.11.3

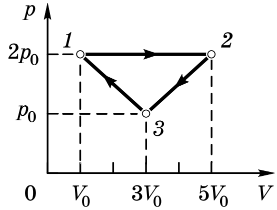


Рис. 9.11.4

• **9.11.12.** С одним молем идеального одноатомного газа совершают цикл *1—2—3—1*, представленный на рисунке 9.11.5. В процессе *1—2* газу сообщили количество теплоты Q_{1-2} = 30 кДж, и его температура увеличилась в $n = 4$ раза. Найдите работу газа за цикл и КПД цикла, если температуры в состояниях *2* и *3* одинаковы.

• **9.11.13.** КПД цикла *1—2—4—1* (рис. 9.11.6) η_1 = 37,5% . Найдите отношение давлений на изобарах *2—3* и *4—1* и КПД цикла *2—3—4—2*, если температура в состоянии *4* больше температуры в состоянии *2*. Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

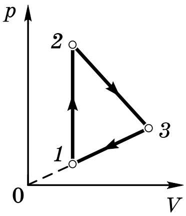


Рис. 9.11.5

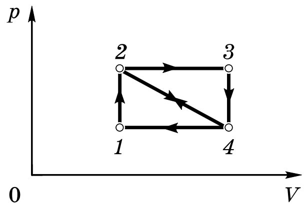


Рис. 9.11.6

• **9.11.14.** КПД тепловой машины, работающей по циклу *1—2—3—1* (рис. 9.11.7) равен η_1. Найдите КПД тепловой машины, работающей по циклу *1—3—4—1*. Рабочее вещество в машинах одинаковое.

9.11.15. На рисунке 9.11.8 показана диаграмма рабочего цикла тепловой машины. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ. Найдите КПД тепловой машины.

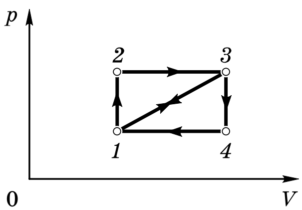


Рис. 9.11.7

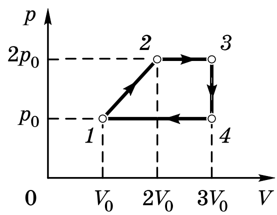


Рис. 9.11.8

9.11.16. На рисунке 9.11.9 на p–V-диаграмме представлены графики циклов *1—2—3—1* и *1—4—2—1*, проводимых с идеальным одноатомным газом. Участок *1—2* соответствует изобарному, а участки *1—3* и *4—2* — изохорным процессам. Отрезки *1—4* и *3—2* принадлежат прямым, проходящим через начало координат. КПД какого из этих циклов больше? Ответ обоснуйте.

9.11.17. КПД цикла *1—2—3—4—1* (рис. 9.11.10) равен $\eta = 1/9$. Определите давление газа в состоянии *4*, если давление газа в состоянии *2* равно $p = 4$ МПа. Известно, что давление газа в состояниях *1* и *3* одинаковы, участки *4—1* и *2—3* соответствуют изохорным процессам, а участки *1—2* и *3—4* принадлежат прямым, проходящим через начало координат. Газ одноатомный. Количество газа $\nu = 1$ моль.

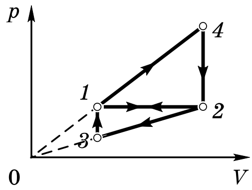


Рис. 9.11.9

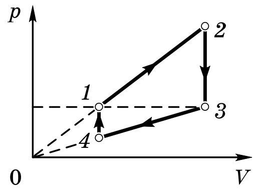


Рис. 9.11.10

9.11.18. Найдите КПД цикла *1—2—3—4—1*, представленного на рисунке 9.11.11. Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

9.11.19. Изобразите приведенный на рисунке 9.11.12 циклический процесс на p–V-диаграмме. Найдите КПД цикла. Рабочее тело — идеальный одноатомный газ.

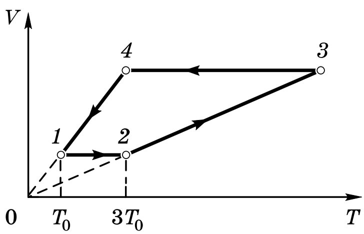


Рис. 9.11.11

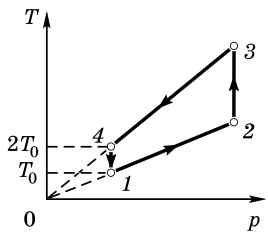


Рис. 9.11.12

9.11.20. На p–U-диаграмме (U — внутренняя энергия газа) представлены циклические процессы *1—2—3—1* и *2—4—3—2*, проводимые с идеальным одноатомным газом (рис. 9.11.13). Внутренняя энергия в состояниях *1* и *4* отличается в $n = 9$ раз. Найдите КПД цикла *1—2—3—1*, если КПД цикла *2—4—3—2* равен η_2.

9.11.21. Один моль идеального одноатомного газа совершает циклический процесс, состоящий из изобарного расширения, изохорного охлаждения и изотермического сжатия. КПД цикла $\eta = 25\%$. Определите количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии, если работа газа за цикл $A = 1000$ Дж.

9.11.22. Цикл, совершаемый одноатомным идеальным газом в количестве $\nu = 1$ кмоль, состоит из изотермы, изобары и изохоры. Изотермический процесс происходит при максимальной температуре

$T = 400$ К. Известно, что в пределах цикла объем газа изменяется в 2 раза, т. е. $\alpha = \frac{V_{max}}{V_{min}} = 2$. Найдите работу газа за цикл и КПД цикла.

• **9.11.23.** КПД тепловой машины, работающей по циклу (рис. 9.11.14), состоящему из изотермы *1—2*, изохоры *2—3* и адиабатного процесса *3—1*, равен $\eta = 20\%$, а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле $\Delta T = 200$ К. Найдите работу, совершенную в изотермическом процессе одноатомным газом.

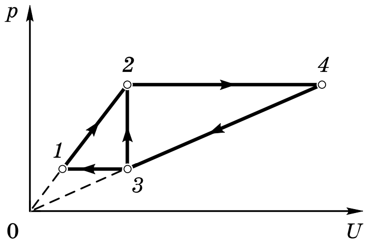


Рис. 9.11.13

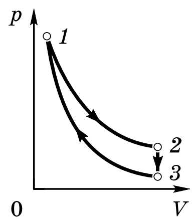


Рис. 9.11.14

9.12. Цикл Карно

9.12.1. Определите КПД идеальной тепловой машины, если температуры нагревателя и холодильника $t_1 = 200$ °С и $t_2 = 17$ °С соответственно. Во сколько раз надо увеличить температуру нагревателя, чтобы КПД цикла увеличить в $n = 2$ раза?

9.12.2. Определите КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, если температура холодильника в $n = 3$ раза меньше температуры нагревателя.

9.12.3. Тепловой двигатель использует нагреватель при температуре $t_1 = 610$ °С и имеет КПД $\eta_1 = 27\%$. Какой должна быть температура нагревания, чтобы КПД повысился до $\eta_2 = 35\%$?

9.12.4. Найдите работу за один цикл тепловой машины Карно, если работа на участке изотермического расширения равна $A_1 = 10$ Дж, а работа на участке изотермического сжатия $A_2 = 3$ Дж.

9.12.5. Найдите работу на участке изотермического расширения рабочего тела теплового двигателя, работающего по циклу Карно, если коэффициент полезного действия равен $\eta = 80\%$, а количество теплоты, отдаваемое за цикл, $Q = 2$ Дж.

9.12.6. Идеальная тепловая машина совершает за один цикл работу $A = 73{,}5$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100$ °С, температура холодильника $t_2 = 0$ °С. Найдите КПД цикла и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

• **9.12.7.** Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 2{,}94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты $Q_2 = 13{,}4$ кДж. Найдите КПД цикла.

9.12.8. Идеальная тепловая машина получает за один цикл от нагревателя $Q_1 = 1$ кДж теплоты. Температура нагревателя $T_1 = 600$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Какую работу совершает машина за один цикл? Какое количество теплоты отдается за цикл холодильнику?

9.12.9. Тепловая машина, которая работает по циклу Карно, имеет полезную мощность $N = 4$ кВт и работает в интервале температур от $T_1 = 400$ К до $T_2 = 300$ К. Определите энергию, получаемую машиной от нагревателя, а также энергию, отдаваемую холодильнику за $\tau = 1$ ч работы.

9.12.10. Рабочее тело идеальной тепловой машины отдает холодильнику $n = 1/4$ часть теплоты, полученной от нагревателя. Определите температуру нагревателя, если температура холодильника $T_2 = 100$ К.

9.12.11. Паровая машина мощностью $N = 14{,}7$ кВт потребляет за $\tau = 1$ ч работы $m = 8{,}1$ кг каменного угля. Температура котла $t_1 = 200$ °С, холодильника $t_2 = 58$ °С. Найдите КПД этой машины и сравните его с КПД идеальной тепловой машины.

9.12.12. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, отнимает у охлаждаемого тела с температурой $t_2 = -10$ °С количество теплоты $Q_2 = 28$ кДж и передает телу с температурой $t_1 = 17$ °С. Определите КПД цикла η, количество теплоты Q_1, переданное за цикл теплому телу, и холодильный коэффициент ε машины.

9.12.13. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 37$ кДж. При этом она отбирает теплоту у тела с температурой $t_2 = -10$ °С и передает ее телу с температурой $t_1 = 17$ °С. Найдите: КПД цикла, количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела за один цикл, и количество теплоты Q_1, переданное более горячему телу за один цикл, а также холодильный коэффициент ε машины.

9.12.14. В холодильнике за сутки из воды массой $m = 2$ кг, взятой при температуре $T_1 = 293$ К, образуется лед при температуре $T_2 = 271$ К. Насколько нагреется воздух в комнате объемом $V = 30$ м^3 за время $\tau = 4$ ч работы холодильника? Удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме $c_V = 700$ Дж/(кг · К). Считать холодильник идеальной тепловой машиной.

• **9.12.15.** Помещение отапливают холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество теплоты Q, получаемое помещением от сгорания дров в печке, меньше количества теплоты Q', переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей ту же массу дров? Тепловой двигатель работает в интервале температур от $t_1 = 100$ °C до $t_2 = 0$ °C. В помещении требуется поддерживать температуру $t'_1 = 16$ °C. Температура окружающего воздуха $t'_2 = -10$ °C.

• **9.12.16.** Циклический процесс *1—2—3—4—5—6—7—1* (рис. 9.12.1) состоит из трех изотерм *1—2*, *3—4*, *5—6—7*, соответствующих температурам $t_1 = 227$ °C, $t_2 = 127$ °C, $t_3 = 27$ °C, и трех адиабат *2—3*, *4—5*, *7—1*. Определите КПД цикла *1—2—3—4—5—6—7—1*, если работа, совершаемая рабочим телом в цикле *1—2—3—6—7—1*, в 2 раза больше работы, совершаемой в цикле *3—4—5—6—3*.

9.12.17. Циклический процесс *1—2—3—4—5—6—7—1* (рис. 9.12.2) состоит из трех изотерм *1—2—3*, *4—5*, *6—7* и трех адиабат *3—4*, *5—6*, *7—1*. Определите КПД цикла *1—2—3—4—5—6—7—1*, если КПД цикла *1—2—6—7—1* равен $\eta_1 = 40\%$, КПД цикла *2—3—4—5—6—2* равен $\eta_2 = 60\%$ и работа, совершаемая над рабочим телом при изотермическом сжатии *6—7*, в 3 раза больше работы, совершаемой над рабочим телом при изотермическом сжатии *4—5*.

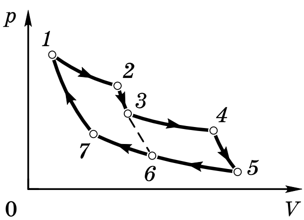


Рис. 9.12.1

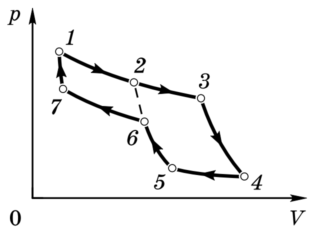


Рис. 9.12.2

9.13. Влажность

9.13.1. Воздух объемом $V = 4$ м^3 содержит $m = 100$ г водяного пара. Какова абсолютная влажность воздуха?

9.13.2. Найдите массу насыщенного водяного пара в помещении размером $10 \times 5 \times 4$ м, если температура воздуха: а) $t = -4$ °C; б) $t = 3$ °C; в) $t = 18$ °C.

9.13.3. Найдите абсолютную влажность воздуха при температуре $t = 50$ °C, если давление водяного пара $p = 8$ кПа.

9.13.4. В закрытом сосуде объемом $V = 1$ м^3 находится влажный воздух с абсолютной влажностью $\rho = 10^{-2}$ кг/м^3. Сколько молекул водяного пара находится в сосуде? Молярная масса воды $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.13.5. Абсолютная влажность воздуха при температуре $T = 300$ К равна $\rho = 12{,}9$ г/м^3. Чему равна относительная влажность воздуха?

9.13.6. Найдите давление паров воды в воздухе с относительной влажностью $\varphi = 80\%$, если упругость насыщенного водяного пара при этой температуре $p_{н} = 12{,}3$ кПа.

9.13.7. Когда и во сколько раз больше абсолютная влажность воздуха: при температуре $t_1 = 0$ °C и относительной влажности $\varphi_1 = 95\%$ или при $t_2 = 35$ °C и влажности $\varphi_2 = 40\%$?

• **9.13.8.** Определите отношение плотности сухого воздуха к плотности влажного воздуха с относительной влажностью $\varphi = 80\%$. Давления и температуры сухого и влажного воздуха одинаковы и равны $p_0 = 10^5$ Па и $t = 20$ °C. Отношение молярных масс водяного пара и сухого воздуха $n = \dfrac{\mu_{п}}{\mu_{в}} = 0{,}6$.

9.13.9. При температуре $t = 30$ °C и давлении $p = 10^4$ Па отношение плотностей сухого и влажного воздуха $\rho_{сух}/\rho_{вл} = 1{,}09$. Найдите относительную влажность воздуха. Отношение молярных масс воды и сухого воздуха $k = \mu_{п}/\mu_{в} = 0{,}6$.

• **9.13.10.** Утром температура воздуха в комнате $t_1 = 20$ °C при относительной влажности $\varphi_1 = 40\%$. Днем воздух нагрелся до температуры $t_2 = 30$ °C, и относительная влажность возросла до $\varphi_2 = 60\%$. Насколько изменилась плотность влажного воздуха в комнате, если его давление оставалось постоянным и равным $p_0 = 10^5$ Па?

9.13.11. Сосуд разделен перегородкой на две части так, что объем первой части больше второй в $n = 3$ раза. В первой части находится воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 20\%$, во второй — с относительной влажностью $\varphi_2 = 80\%$. Какой будет относительная влажность в сосуде, если, не изменяя температуры, убрать перегородку?

9.13.12. В сосуде объемом $V_0 = 1$ м^3 при температуре $t = 20$ °C находится воздух с относительной влажностью $\varphi_0 = 30\%$. Найдите относительную влажность после добавления в сосуд $m = 5$ г воды и полного ее испарения. Температура поддерживается постоянной. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 20$ °C равно $p_{н} = 2{,}3 \cdot 10^3$ Па.

9.13.13. В сосуде объемом $V = 1$ м^3 при температуре $t = 20$ °C находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 30\%$. Чему станет равной относительная влажность воздуха после добавления в сосуд $m = 20$ г воды? Температура поддерживается постоянной. Давление насыщенного водяного пара при $t = 20$ °С равно $p_н = 2{,}2 \cdot 10^3$ Па. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

• **9.13.14.** Чему равна абсолютная влажность воздуха, заполняющего баллон емкостью $V = 700$ л при температуре $t = 24$ °С, если до полного насыщения пара понадобилось испарить в этот объем воду массой $m = 6{,}2$ г?

• **9.13.15.** Сухой воздух заполняет закрытый сосуд объемом $V = 25$ л при давлении $p_1 = 10^5$ Па и температуре $t_1 = -23$ °С. В сосуд кладут кусок льда массой $m = 9$ г и нагревают сосуд до температуры $t_2 = 127$ °С. Определите давление влажного воздуха в сосуде. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 127$ °С равно $p_н = 250$ кПа. Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.13.16. В высоком цилиндрическом сосуде сечением площадью $S = 100$ см^2 под поршнем находится вода массой $m = 1$ г. На какую наименьшую высоту нужно поднять поршень, чтобы вся вода испарилась? Температура в сосуде поддерживается постоянной $t = 27$ °С. Воздуха в сосуде нет.

• **9.13.17.** В теплоизолированном сосуде, разделенном пополам перегородкой, находится насыщенный водяной пар: в левой части — при температуре $t_1 = 20$ °С, а в правой — при $t_2 = 50$ °С. Чему будут равны плотность, температура и давление пара в сосуде, если перегородку убрать? Будет ли этот пар насыщенным?

9.14. Точка росы

9.14.1. Температура воздуха $t_1 = 18$ °С, а точка росы $t_2 = 8$ °С. Какова относительная влажность воздуха?

9.14.2. В герметически закрытом сосуде объемом $V = 10$ л находится влажный воздух при температуре $t_1 = 20$ °С. Какое количество водяного пара содержится в сосуде и чему равно его давление, если точка росы для него $t_2 = 10$ °С?

9.14.3. В сосуде объемом $V = 1$ м^3 находится смесь воздуха с парами эфира при температуре $T = 303$ К и давлении $p = 107$ кПа. Найдите массу воздуха и эфира в сосуде, если конденсация паров эфира начинается при $T_0 = 273$ К. Упругость насыщенных паров эфира при температуре 273 К равна $p_н = 24{,}4$ кПа. Молярная масса эфира $M_{эф} = 74 \cdot 10^3$ кг/моль.

9.14.4. При какой максимальной влажности воздуха в комнате бутылка молока, взятая из холодильника, не будет запотевать? Температура в холодильнике $t_1 = 5$ °С, а в комнате $t_2 = 25$ °С.

• **9.14.5.** В запаянной трубке объемом $V = 0{,}4$ л находится водяной пар при температуре $T_1 = 423$ К и давлении $p = 8{,}5$ кПа. Какое количество Δm росы образуется на стенках трубки при охлаждении ее до $T_2 = 295$ К?

9.14.6. В сосуде объемом $V = 1$ л находится влажный воздух при температуре $t_1 = 20$ °С. В сосуд помещают каплю воды массой $m = 0{,}12$ г, закрывают и начинают нагревать. После испарения всей воды нагревание прекращают, и сосуд медленно остывает. Когда температура воздуха в сосуде становится $t_2 = 60$ °С, на его стенках появляется роса. Найдите относительную влажность воздуха в сосуде перед началом опыта.

9.14.7. В двух одинаковых сосудах объемом $V = 10$ л каждый находится сухой воздух при давлении $p_0 = 1$ атм и температуре $t_0 = 0$ °С. В первый сосуд впрыскивают $m_1 = 3$ г, а во второй — $m_2 = 15$ г воды. Затем оба сосуда нагревают до температуры $t = 100$ °С. Чему равно давление влажного воздуха в каждом из сосудов?

9.14.8. В баллоне емкостью $V = 3$ л находится воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 60\%$ при температуре $t_1 = 17$ °С. Чему будет равна влажность воздуха, если в баллон добавить $m = 1$ г воды, а температуру повысить до $t_2 = 100$ °С?

9.14.9. В герметичный сосуд объемом $V_0 = 0{,}4$ м^3, наполненный влажным воздухом с относительной влажностью $\varphi_1 = 20\%$ при температуре $t_1 = 30$ °С, добавили воду объемом $V_1 = 1{,}5$ см^3, а затем температуру системы понизили до $t_2 = 10$ °С. Какой объем воды останется в сосуде по истечении большого промежутка времени?

9.14.10. В цилиндре под поршнем в пространстве объемом $V_1 = 1{,}5$ л находятся воздух и насыщенный водяной пар при температуре $t_1 = 20$ °С. Какова будет относительная влажность воздуха в цилиндре, если объем уменьшить до $V_2 = 0{,}1$ л, а температуру повысить до $t_2 = 100$ °С? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

9.14.11. В цилиндрическом сосуде под поршнем при температуре $T = 350$ К находится насыщенный водяной пар. При изотермическом вдвигании поршня была совершена работа $A = 2$ кДж. Определите массу сконденсировавшегося при этом пара. Молярная масса воды $M = 0{,}018$ кг/моль.

9.14.12. В цилиндрическом сосуде при температуре $t = 80$ °С находится насыщенный водяной пар. При изотермическом сжатии пара совершают работу $A = 4$ Дж. Какое количество теплоты при этом выделилось? Удельная теплота парообразования воды при 80 °С равна $r = 2{,}2 \cdot 10^6$ Дж/кг. Воздуха в сосуде нет.

9.14.13. В сосуде объемом $V = 3$ м^3 при температуре $t = 30$ °С находится воздух с относительной влажностью $\varphi_0 = 40\%$. В сосуд ввели некоторое количество воды при температуре $t_1 = 0$ °С. Найдите относительную влажность воздуха в сосуде после полного испарения воды, если температуру сосуда поддерживают равной 30 °C, а в процессе установления равновесия сосуду сообщено количество теплоты $Q = 68{,}4 \cdot 10^3$ Дж. Удельная теплота парообразования $\mathbf{r} = 2{,}26$ МДж/кг.

9.14.14. В цилиндрическом сосуде под легким поршнем площадью $S = 5 \cdot 10^{-3}$ м^2 находится $m = 300$ г воды при температуре $t = 20$ °C. Воде сообщили количество теплоты $Q = 101{,}7$ кДж. На какую высоту поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Молярная масса воды $M = 0{,}018$ кг/моль. Воздуха под поршнем нет.

9.14.15. Пробирка погружена вертикально в широкий сосуд с водой запаянным концом вверх так, что расстояние от поверхности воды до запаянного конца $l = 2$ м. При температуре $t_1 = 20$ °C уровень воды в пробирке совпадает с уровнем воды в сосуде. Насколько опустится уровень воды в пробирке, если температуру системы увеличить до $t_2 = 75$ °C? Упругость насыщенного водяного пара при температуре 20 °C не учитывать.

9.14.16. Пробирка погружена вертикально в широкий сосуд с водой запаянным концом вверх так, что расстояние от поверхности воды до запаянного конца $l = 2{,}5$ м. При температуре $t_1 = 100$ °C уровень воды в пробирке на некоторую величину x ниже уровня воды в сосуде. При охлаждении системы до $t_2 = 10$ °C уровень воды в пробирке стал выше уровня воды в сосуде на такую же величину x. Найдите значение x. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Упругостью насыщенного пара при 10 °C пренебречь.

• **9.14.17.** Если влажность воздуха $\varphi = 80\%$ и его температура $t = 50$ °C, то подъемная сила воздушного шара, наполненного гелием, равна нулю. Чему будет равно ускорение шара, если влажность воздуха станет пренебрежимо малой? Температура и давление воздуха не изменится. Давление воздуха $p_0 = 10^5$ Па.

• **9.14.18.** Баллон частично заполняют водой и герметично закрывают плоской крышкой радиусом $r = 3$ см. Начальная температура в баллоне $t_1 = 40$ °C, относительная влажность воздуха $\varphi = 60\%$ и его давление $p_0 = 10^5$ Па. Найдите силу давления на крышку сосуда при его остывании до температуры $t_2 = 10$ °C. Куда эта сила направлена? Давление окружающего воздуха постоянно и равно $p_0 = 10^5$ Па. Изменение объема воды и ее тепловое расширение не учитывать.

• **9.14.19.** В трубке, которая погружена в воду, находится смесь гелия и насыщенного водяного пара (рис. 9.14.1), занимающая объем $V = 30$ см^3 при температуре $t = 17$ °C. При этом уровень воды в трубке ниже уровня воды в сосуде на $x = 10$ см. Найдите массу гелия m_1 и массу водяного пара m_2 в трубке.

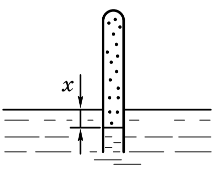


Рис. 9.14.1

9.15. Поверхностное натяжение

9.15.1. Спичка длиной $l = 4$ см плавает на поверхности воды. Если по одну сторону от спички налить касторовое масло, то спичка придет в движение. Определите силу, действующую на спичку, и ее направление. Коэффициенты поверхностного натяжения воды и масла $\sigma_1 = 72$ мН/м и $\sigma_2 = 33$ мН/м соответственно.

9.15.2. Пленки двух жидкостей разделены планкой длиной l (рис. 9.15.1). Коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей равны соответственно σ_1 и σ_2. Какая сила действует на планку со стороны жидкостей?

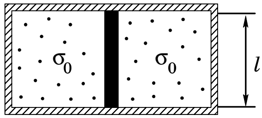


Рис. 9.15.1

9.15.3. Легкая незамкнутая жесткая рамка формой, показанной на рисунке 9.15.2, плавает на поверхности воды. Что будет происходить с рамкой, если внутрь нее капнуть мыльный раствор? Какая сила F и в каком направлении будет действовать на рамку? Коэффициенты поверхностного натяжения воды и мыльного раствора равны σ_1 и σ_2 соответственно.

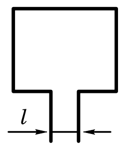


Рис. 9.15.2

9.15.4. Найдите коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если петля из резиновой нити длиной l и жесткостью k, положенная на пленку этой жидкости, растянулась по окружности радиусом R после того, как пленка была проколота внутри петли (рис. 9.15.3).

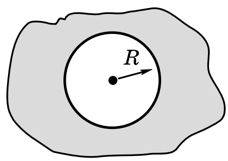


Рис. 9.15.3

9.15.5. Проволочное кольцо радиусом $R = 6$ см приведено в соприкосновение с поверхностью раствора медного купороса. Какую силу нужно приложить, чтобы оторвать кольцо от поверхности раствора? Коэффициент поверхностного натяжения медного купороса $\sigma = 74$ мН/ м.

9.15.6. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения воды, если с помощью пипетки, имеющей кончик диаметром $d = 0{,}4$ мм, можно дозировать воду с точностью до $m = 0{,}01$ г?

9.15.7. Оцените, сколько воды можно унести в решете. Площади дна решета и его ячейки $S_1 = 0{,}1$ м^2 и $S_2 = 1$ мм^2 соответственно. Решето водой не смачивается. Коэффициент поверхностного натяжения σ воды $= 7{,}27 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

9.15.8. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь радиусом $R = 4$ см? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора $\sigma = 40$ Н/м.

• **9.15.9.** Восемь шаровых капель ртути диаметром $d_1 = 1$ мм каждая сливаются в одну каплю тоже шаровой формы. Какое количество теплоты выделится при этом? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0{,}47$ Н/м.

9.15.10. Вычислите давление внутри мыльного пузыря радиусом R. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен σ, атмосферное давление p_0. Температура в пузыре и вне его одинакова.

9.15.11. Внешний радиус мыльного пузыря равен R, толщина его стенки h. Найдите давление воздуха внутри пузыря. Давление воздуха вне пузыря равно p_0, коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен σ.

9.15.12. Два мыльных пузыря радиусами r_1 и r_2 сливаются в один пузырь радиусом r_3. Найдите атмосферное давление, если коэффициент поверхностного натяжения мыльной пленки равен σ.

9.15.13. Кубик с ребром $l = 3$ см и массой $m = 20$ г плавает на поверхности глицерина, который его не смачивает. На каком расстоянии от поверхности воды будет находиться нижняя грань кубика? Решите задачу с учетом и без учета сил поверхностного натяжения.

9.15.14. Определите высоту поднятия жидкости в капилляре радиусом r, если плотность жидкости равна ρ, коэффициент ее поверхностного натяжения σ и краевой угол θ.

9.15.15. Определите разность уровней ртути в двух сообщающихся капиллярах с диаметрами каналов $d_1 = 1$ мм и $d_2 = 2$ мм соответственно.

9.15.16. В двух капиллярных трубках разного диаметра, опущенных в воду, установилась разность уровней $\Delta h_1 = 2{,}6$ см. При опускании этих же трубок в спирт разность уровней оказалась $\Delta h_2 = 1$ см. Найдите коэффициент поверхностного натяжения спирта, если коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/ м.

9.15.17. Капиллярная трубка радиусом $r = 0{,}5$ мм запаяна сверху. Трубка открытым концом вертикально опускается в воду. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 0{,}07$ Н/м, атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст. Какой длины l следовало бы взять такую трубку, чтобы при этих условиях вода в ней поднялась на высоту $h = 1$ см?

9.15.18. В воду опущены две плоские стеклянные пластины, расположенные параллельно на близком расстоянии l друг от друга. Найдите высоту подъема воды между пластинами.

9.15.19. Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке $h_1 = 33$ мм. Высота поднятия той же жидкости в такой же трубке, но запаянной с одного конца, $h = 13$ мм. Длина трубки $l = 513$ мм. Плотность жидкости $\rho = 13 \cdot 10^3$ кг/м^3. Найдите атмосферное давление. Длину погруженной части не учитывать.

Часть 3
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава 10. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

10.1. Электризация тел. Дискретность заряда. Закон сохранения заряда. Закон Кулона

10.1.1. Какой заряд приобрел бы свинцовый шарик радиусом $R = 1$ см, если бы удалось у каждого атома «отнять» по одному электрону и удалить с шарика?

10.1.2. Медная монета массой $m = 5$ г обладает положительным зарядом $q = 0{,}8$ мкКл. Какую долю своих электронов потеряла монета?

10.1.3. Два одинаковых металлических шарика с одноименными зарядами, величины которых относятся как $1 : 3$, привели в соприкосновение. При этом заряд одного из шариков увеличился на $\Delta q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найдите заряд каждого шарика до взаимодействия.

10.1.4. Два одинаковых шарика с разными по величине одноименными зарядами привели в соприкосновение. При этом заряд одного из шариков увеличился на $n = 40\%$. Найдите отношение начальных зарядов шариков.

10.1.5. У металлической сферы диаметром $d = 40$ см поверхностная плотность зарядов $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Определите заряд сферы.

10.1.6. Найдите силу электрического отталкивания двух электронов, находящихся на расстоянии $r = 10^{-10}$ м друг от друга.

10.1.7. Два заряда[1] находятся на расстоянии R друг от друга. Как изменится сила взаимодействия, если: а) увеличить один из зарядов в 2 раза; б) оба заряда уменьшить в 2 раза; в) увеличить расстояние между зарядами в 2 раза?

10.1.8. Два заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии R друг от друга. Если расстояние между ними уменьшается на $\Delta R = 50$ см, то сила взаимодействия увеличивается вдвое. Найдите расстояние R.

10.1.9. Во сколько раз изменится сила, действующая между двумя зарядами, если расстояние между ними уменьшить на $\eta = 20\%$?

---

[1] В задачах этого параграфа под термином «заряд» подразумевают заряженные тела или частицы, которые, если нет специальных оговорок, считают точечными и находящимися в вакууме (воздухе).

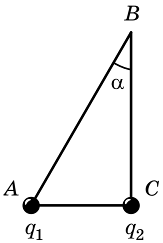


Рис. 10.1.1

10.1.10. Два маленьких шарика с зарядами $q_1 = 0{,}8$ мкКл и $q_2 = -0{,}2$ мкКл закреплены в вершинах A и C прямоугольного треугольника с углом $\alpha = 30°$ и гипотенузой $AB = 6$ см (рис. 10.1.1). На сколько изменится сила, действующая на шарик с зарядом q_1 со стороны заряда q_2, если шарик с зарядом q_2 переместить из вершины C в вершину B?

10.1.11. Две одинаковые частицы с зарядом $q = 6$ мкКл каждая находятся в вакууме. Какой по модулю заряд нужно перенести с одной частицы на другую, чтобы сила их взаимодействия уменьшилась в $n = 4$ раза?

10.1.12. На двух одинаковых капельках воды находится по одному «лишнему» электрону, причем сила электростатического отталкивания капелек уравновешивает силу их гравитационного притяжения. Каковы радиусы капелек? Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

10.1.13. На двух одинаковых каплях масла радиусом $r = 8{,}22 \cdot 10^{-3}$ м находятся одноименные равные заряды. Определите модуль этих зарядов, если сила кулоновского отталкивания уравновешивает силу гравитационного притяжения капель.

10.1.14. С какой силой притягивались бы два одинаковых свинцовых шарика диаметром $d = 1$ см, расположенных на расстоянии $R = 1$ м друг от друга, если у каждого атома первого шарика «отнять» по одному электрону и перенести их на второй шарик?

10.1.15. С какой силой будут взаимодействовать протоны и электроны, содержащиеся в алюминиевом шарике массой $m = 1$ г, если их развести на расстояние $R = 1$ м? Число электронов в атоме алюминия $Z = 13$.

• **10.1.16.** Два заряженных шарика в вакууме на расстоянии $r = 1$ м друг от друга притягиваются с силой $F = 1$ Н. Суммарный заряд шариков $Q = 4 \cdot 10^{-4}$ Кл. Определите заряд каждого шарика.

10.1.17. Два одинаковых металлических шарика с зарядами $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл и $q_2 = -2{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл привели в соприкосновение и вновь развели на прежнее расстояние $R = 30$ см. Определите: а) заряд каждого шарика после соприкосновения; б) силу взаимодействия шариков до и после соприкосновения; в) модуль изменения силы и изменение модуля силы взаимодействия шариков.

10.1.18. Два одинаковых металлических шарика зарядили так, что заряд одного из них в $n = 5$ раз больше другого. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Во сколько раз изменится модуль силы их взаимодействия, если заряды: а) одноименные; б) разноименные?

10.1.19. Докажите, что если два одинаковых металлических шарика, заряженных одноименными неравными зарядами, привести в соприкосновение, а затем раздвинуть на прежнее расстояние, то сила взаимодействия обязательно увеличится.

10.1.20. Одинаковые шарики массой $m = 2$ г каждый подвешены на нитях так, как показано на рисунке 10.1.2. Заряд верхнего шарика $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл, нижнего $q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Найдите силу натяжения T каждой нити, если заряды: а) одноименные; б) разноименные. Расстояние между шариками $R = 30$ см.

10.1.21. Два одинаковых шарика, соединенные непроводящей невесомой пружиной жесткостью k, лежат на гладком горизонтальном столе. При сообщении шарикам одинаковых по модулю зарядов $|q|$ пружина сжалась на Δx. Найдите длину недеформированной пружины.

10.1.22. К нижнему концу невесомой пружины жесткостью k и длиной L, подвешенной к потолку, прикрепили небольшой шарик массой m и зарядом q_1. Какой точечный одноименный заряд необходимо поместить в точку подвеса пружины, чтобы расстояние между зарядами стало равным $2L$?

10.1.23. На двух одинаковых нитях длиной $l = 40$ см, закрепленных в одной точке, подвешены два шарика массой $m = 0{,}9$ г каждый. При сообщении шарикам одинаковых зарядов нити разошлись, образовав угол $\alpha = 60°$. Найдите: а) силу кулоновского взаимодействия зарядов; б) заряд каждого шарика.

10.1.24. Заряженный шарик массой $m = 2$ г подвешен на нити. При приближении к нему заряда $q_2 = 278$ нКл нить отклоняется на угол $\alpha = 45°$, если расстояние между зарядами $R = 6$ см (рис. 10.1.3). Найдите заряд q_1 шарика.

• **10.1.25.** Один шарик закреплен, а второй подвешен на непроводящей нити так, что они находятся в соприкосновении (рис. 10.1.4). Длина нити $l = 0{,}2$ м, масса шарика на нити $m = 15$ г. Шарикам сообщают одинаковые заряды, после чего подвижный шарик отклоняется на угол $\alpha = 60°$. Найдите заряд q каждого шарика.

10.1.26. На двух одинаковых нитях, образующих угол $\alpha = 90°$, подвешен шарик массой $m = 1$ г и зарядом $q = 80$ нКл (рис. 10.1.5). На какое расстояние R нужно поднести к шарику снизу такой же заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась в 2 раза?

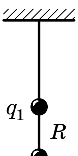


Рис. 10.1.2

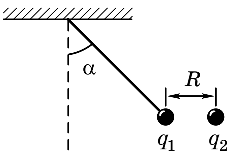


Рис. 10.1.3

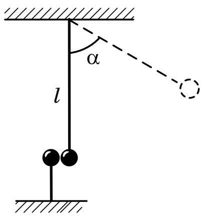


Рис. 10.1.4

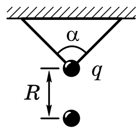


Рис. 10.1.5

10.1.27. У основания гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$ закреплен заряженный шарик. Второй шарик, одноименно заряженный с первым, находится в равновесии на плоскости. Во сколько раз изменится расстояние между шариками, если угол наклона плоскости увеличить в 2 раза?

10.1.28. У шарика массой $m_1 = 20$ г заряд $q_1 = 10$ нКл, у шарика массой $m_2 = 30$ г заряд $q_2 = 20$ нКл. Шарики соединены нитью длиной $l = 20$ см и лежат на гладком горизонтальном столе. Чему равна сила натяжения нити? Какую минимальную силу нужно приложить к шарику массой m_1, чтобы нить не провисала?

10.1.29. Отрицательно заряженная частица движется по окружности радиусом $R = 1$ м со скоростью $v = 100$ м/с вокруг положительно заряженной неподвижной частицы. Модули зарядов частиц одинаковы и равны $q = 100$ мкКл. Найдите массу движущейся частицы.

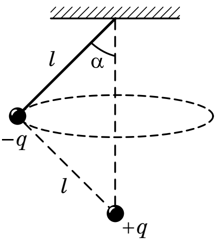


Рис. 10.1.6

10.1.30. Шарик массой m и зарядом $-q$, подвешенный на шелковой нити, вращают вокруг вертикальной оси так, что нить образует с вертикалью угол α. Неподвижный заряд $+q$ находится на оси вращения на расстоянии l от шарика (рис. 10.1.6). Определите силу натяжения нити и период обращения шарика.

10.2. Взаимодействие системы точечных зарядов

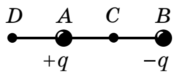


Рис. 10.2.1

10.2.1. Заряды $+q$ и $-q$ расположены на некотором расстоянии друг от друга (рис. 10.2.1). Заряд $\frac{q}{2}$ помещают сначала в точку C, затем в точку D. Сравните силы (по модулю), действующие на этот заряд, если $DA = AC = CB$.

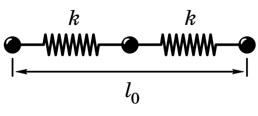


Рис. 10.2.2

• **10.2.2.** Три одинаковых шарика, расположенных на одной горизонтальной прямой, соединены двумя одинаковыми невесомыми и непроводящими пружинами жесткостью k каждая (рис. 10.2.2.) Расстояние между крайними шариками равно l_0. Всем шарикам были сообщены одинаковые по модулю и по знаку заряды, при этом расстояние между крайними шариками стало равно l. Определите заряд каждого шарика.

10.2.3. На расстоянии $r = 3$ м друг от друга расположены два точечных заряда $q_1 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -12 \cdot 10^{-9}$ Кл. Когда в некоторой точке поместили положительный заряд q_0, то все три заряда оказались в равновесии. Определите заряд q_0 и расстояние l между зарядами q_1 и q_0.

10.2.4. Два одинаковых заряда $q = 25$ нКл каждый расположены на расстоянии $l = 24$ см друг от друга. В точке, удаленной на расстояние $R_1 = 15$ см от каждого из зарядов, помещают третий заряд $q_0 = 2$ нКл. Найдите силу, действующую на заряд q_0, если заряды: а) одноименные; б) разноименные.

10.2.5. Одноименные заряды $q_1 = 20$ нКл, $q_2 = 50$ нКл и $q_3 = 40$ нКл расположены в вершинах треугольника (рис. 10.2.3) со сторонами $a = 4$ см, $b = 5$ см и $c = 7$ см. Определите силу, действующую на заряд q_3.

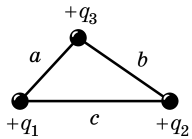


Рис. 10.2.3

10.2.6. Чему равна сила, действующая на заряд $q_0 = 2$ мкКл со стороны зарядов $q_1 = 0,8$ мкКл и $q_2 = -1,8$ мкКл, взаимное расположение которых показано на рисунке 10.2.4? Расстояния $a = 0,3$ м, $b = 0,6$ м.

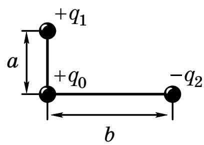


Рис. 10.2.4

10.2.7. По гладкому кольцу радиусом R, расположенному вертикально, могут скользить два одинаковых шарика массой m и зарядом q каждый. Какой заряд нужно сообщить неподвижно закрепленному третьему шарику, чтобы шарики расположились в вершинах равностороннего треугольника? Рассмотрите случаи, когда закрепленный шарик находится: а) на верхнем конце вертикального диаметра кольца; б) на нижнем его конце.

10.2.8. В непроводящей сфере радиусом $R = 20$ см находятся три шарика массой $m = 0,1$ г каждый. Какой заряд нужно сообщить каждому шарику, чтобы в положении равновесия они расположились в углах равностороннего треугольника со стороной $a = 5\sqrt{3}$ см?

10.2.9. Три одинаковых шарика массой $m = 10$ г каждый соединены нитями одинаковой длины $l = 10$ см и лежат на гладком горизонтальном столе. Два шарика имеют заряд $q = 10^{-7}$ Кл каждый, а третий — такой же заряд, но отрицательный. К шарику с отрицательным зарядом приложили силу F, перпендикулярную нити, соединяющей положительные заряды (рис. 10.2.5). Под действием силы система стала двигаться ускоренно, при этом сила натяжения нитей, связывающих положительный и отрицательный заряды, минимальна. Найдите ускорение системы и приложенную силу.

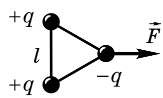


Рис. 10.2.5

10.2.10. В плоскости симметрии двух протонов, расположенных на расстоянии R друг от друга, по круговой орбите радиусом r движется электрон (рис. 10.2.6). Определите угловую скорость его вращения.

10.2.11. Два одинаковых заряда q с массой m каждый движутся по окружности постоянного радиуса R вокруг отрицательного заряда Q так, как показано на рисунке 10.2.7. Найдите угловые скорости вращения зарядов.

• **10.2.12.** Три одинаковых заряда $q = 10^{-6}$ Кл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Где и какой заряд Q нужно поместить, чтобы вся система находилась в равновесии?

10.2.13. Четыре одинаковых маленьких шарика массой $m = 50$ г каждый подвешены в одной точке на одинаковых нитях длиной $l = 50$ см каждая. Какой заряд надо сообщить каждому шарику, чтобы в положении равновесия они расположились в углах квадрата со стороной l?

10.2.14. Каркас в форме квадрата со стороной a составлен из четырех одинаковых невесомых непроводящих пружин жесткостью k каждая. Пружины соединены между собой попарно небольшими шариками, как показано на рисунке 10.2.8. Когда шарикам были сообщены одинаковые заряды, площадь, ограниченная каркасом, увеличилась в 2 раза. Найдите заряд каждого шарика.

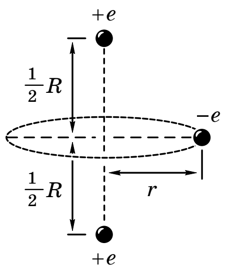


Рис. 10.2.6

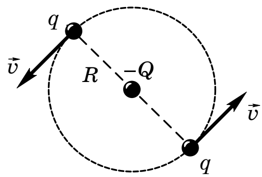


Рис. 10.2.7

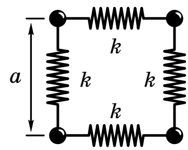


Рис. 10.2.8

10.2.15. В вершинах ромба расположены заряды $q_1 = q_2 = q_3 = 2q$ и $q_4 = -q$. Определите силу, действующую на заряд $q_5 = q$, расположенный в точке пересечения диагоналей ромба. Сторона ромба равна a; заряд q_4 расположен в вершине с углом $\alpha = 120°$.

10.2.16. Тонкому металлическому кольцу радиусом $R = 2$ см сообщен заряд $q = 10^{-8}$ Кл. В центре кольца расположен точечный заряд $q_0 = 10^{-6}$ Кл. Определите силу упругости, возникающую в кольце из-за кулоновского взаимодействия.

10.2.17. Заряд металлического кольца равен q, при этом сила натяжения проволоки, из которой сделано кольцо, равна $F_н$. В центр кольца помещают заряд q_0, в результате сила натяжения проволоки увеличивается вдвое. Найдите радиус кольца.

10.2.18. N одинаковых отрицательно заряженных шариков равномерно нанизаны на тонкое непроводящее кольцо радиусом R. Найдите силу, действующую на электрон, находящийся на оси кольца на расстоянии x от его центра, и направление этой силы. Заряд каждого шарика q. Известно, что $R \gg r$, где r — радиус каждого шарика. Решите задачу для двух случаев: а) $x \gg R$; б) $x = R$.

10.2.19. Заряд $q = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 7$ см. На оси кольца на расстоянии $x = 5$ см от его центра расположен точечный заряд $q_0 = 10^{-8}$ Кл (рис. 10.2.9). Найдите силу взаимодействия кольца и точечного заряда.

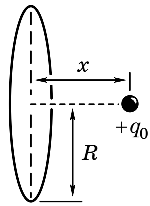


Рис. 10.2.9

10.3. Напряженность электростатического поля точечного заряда

10.3.1. В однородном электрическом поле напряженностью $E = 1$ МВ/м, силовые линии[1] которого направлены вертикально вниз, висит на невесомой непроводящей нити шарик массой $m = 2$ г, обладающий зарядом $q = 10$ нКл. Чему равна сила натяжения нити?

10.3.2. Заряженный шарик, подвешенный на невесомой диэлектрической нити, находится во внешнем электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. При этом нить образует угол $\alpha = 45°$ с вертикалью. На сколько изменится угол отклонения нити при уменьшении заряда шарика на $\eta = 10\%$?

10.3.3. Шарик, несущий положительный заряд q, положили на непроводящую невесомую пластинку, прикрепленную к столу с помощью пружины жесткостью k (рис. 10.3.1). При включении однородного электрического поля, вектор напряженности $\vec{E}$ которого направлен вертикально вниз, длина пружины изменилась на Δx. Определите напряженность электрического поля.

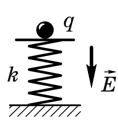


Рис. 10.3.1

10.3.4. Какой заряд приобрел бы шарик объемом $V = 1$ см^3, изготовленный из железа $^{56}_{26}Fe$, если бы удалось убрать $\eta = 1\%$ его

[1] Во многих задачах данного раздела линии напряженности называют силовыми линиями. С помощью таких линий электрическое поле изображают графически. Эти линии проводят так, чтобы касательная в каждой точке пространства совпадала с вектором $\vec{E}$ в той же точке.

электронов? Найдите напряженность электрического поля на расстоянии $R = 1$ м от центра шарика.

10.3.5. Определите напряженность E_1 электрического поля в точке, удаленной на расстояние $R_1 = 0{,}6$ м от точечного заряда, если в точке, удаленной от этого заряда на расстояние $R_2 = 0{,}2$ м, напряженность поля $E_2 = 900$ В/м.

10.3.6. На расстоянии $R = 20$ см от точечного заряда напряженность созданного им электрического поля $E = 900$ В/м. На каком расстоянии от заряда напряженность поля будет на $\Delta E = 500$ В/м: а) меньше; б) больше?

10.3.7. Вследствие стекания заряда с маленького шарика напряженность электрического поля на расстоянии $R = 30$ см от него уменьшилась на $\Delta E = 200$ В/м. На сколько изменился заряд шарика?

10.3.8. Нарисуйте график зависимости напряженности электрического поля точечного заряда $q = 1$ нКл от расстояния R. Рассмотрите случаи, когда заряд: а) положительный; б) отрицательный.

10.3.9. Вследствие стекания заряда с маленького шарика напряженность электрического поля на расстоянии $R = 30$ см от него уменьшилась на $\eta = 36\%$. Как и на сколько следует изменить расстояние от заряда до точки наблюдения, чтобы напряженность в ней была такая же, как и вначале?

10.3.10. Заряд, создающий поле, повысили на $\eta_1 = 20\%$, а расстояние до точки наблюдения увеличили на $\eta_2 = 20\%$. Как и на сколько процентов изменилась напряженность электрического поля?

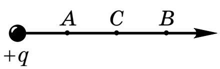


Рис. 10.3.2

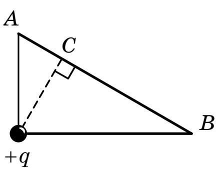


Рис. 10.3.3

10.3.11. В точке A напряженность поля, созданного положительным зарядом, равна $E_A = 36$ В/м, а в точке C она равна $E_C = 16$ В/м (рис. 10.3.2). Найдите напряженность поля в точке B, если $AC = CB$.

10.3.12. Напряженности поля, созданного положительным зарядом, в точках A и C равны $E_A = 400$ В/м, $E_C = 600$ В/м соответственно (рис. 10.3.3). Найдите напряженность поля в точке B.

10.3.13. Заряд $q = 10^{-6}$ Кл расположен в плоскости XOY в точке, определяемой радиусом-вектором $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Найдите вектор напряженности и его модуль в точке с радиусом-вектором $\vec{r} = 1\vec{i} + 2\vec{j}$.

10.3.14. Положительный заряд $q = 130$ нКл расположен в некоторой точке C плоскости XOY. При этом в точке A с координатами (2; −3) напряженность поля $E_A = 32{,}5$ В/м, а в точке B (−3; 2) $E_B = 45$ В/м. Найдите координаты точки C.

10.4. Принцип суперпозиции

10.4.1. Два тонких равномерно заряженных одинаковым зарядом стержня составлены под прямым углом друг к другу (рис. 10.4.1). При этом напряженность электрического поля в точке A равна E_0. Чему станет равной напряженность поля в этой же точке, если один из стержней убрать?

10.4.2. Равномерно заряженный проводник согнут в форме правильного шестиугольника. Если из проводника вырезать и убрать одно звено, то напряженность электрического поля в геометрическом центре (точка O, рис. 10.4.2) будет равна E_0. Чему равна напряженность поля в этой точке, если: а) вырезать и убрать еще одно звено проводника, соседнее с первым вырезанным; б) вырезать и убрать еще два звена, соседние с первым вырезанным? Считать, что удаление части проводника не приводит к перераспределению заряда.

10.4.3. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся посередине между зарядами $q_1 = -4$ нКл и $q_2 = 9$ нКл. Расстояние между зарядами $l = 20$ см. В какой точке на прямой, проходящей через оба заряда, напряженность электрического поля равна нулю?

10.4.4. Два одинаковых заряда $q = 18$ нКл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 2$ см. Определите напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника, если заряды: а) одноименные; б) разноименные.

10.4.5. Диполь образован двумя разноименными зарядами $q = 10^{-9}$ Кл каждый. Расстояние между зарядами $l = 12$ см. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся на перпендикуляре к середине отрезка, соединяющего заряды, на расстоянии $r = 8$ см от него.

10.4.6. Два одинаковых по модулю разноименных заряда расположены на расстоянии l друг от друга. При этом напряженность электрического поля в некоторой точке A на прямой, перпендикулярной линии, соединяющей заряды, равна E_1 (рис. 10.4.3). Если один из зарядов убрать, то в той же точке A напряженность элект-

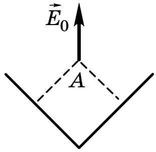


Рис. 10.4.1

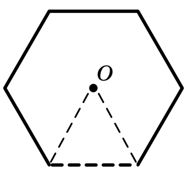


Рис. 10.4.2

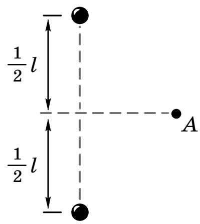


Рис. 10.4.3

рического поля будет равна E_2. Найдите расстояние от точки A до линии, соединяющей заряды.

• **10.4.7.** Два одинаковых точечных заряда q расположены на расстоянии $2a$ друг от друга. Определите максимальное значение напряженности E_{max} электрического поля этой системы зарядов на прямой, перпендикулярной линии, соединяющей заряды, и проходящей через ее середину.

• **10.4.8.** В трех вершинах квадрата со стороной $a = 40$ см находятся одинаковые положительные заряды $q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Найдите напряженность E поля в четвертой вершине.

10.4.9. Три одинаковых заряда $q = 10^{-9}$ Кл каждый расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = 40$ см и $b = 30$ см. Найдите напряженность электрического поля в точке пересечения гипотенузы треугольника с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла.

10.4.10. В трех вершинах правильной треугольной пирамиды находятся заряды q, q и $-q$. Определите напряженность поля в четвертой вершине пирамиды, если длина ребра ее равна a.

10.4.11. Три одинаковых заряда q расположены на окружности радиусом R на равных расстояниях один от другого. Найдите напряженность электрического поля на оси окружности на расстоянии h от ее центра.

10.4.12. В вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см расположены четыре заряда: два — $q = 10^{-9}$ Кл каждый и два — $q_1 = -10^{-9}$ Кл каждый. Определите напряженность электрического поля в точке пересечения диагоналей квадрата.

10.4.13. N точечных зарядов q равномерно распределены по окружности радиусом R. Найдите напряженность электрического поля на оси окружности на расстоянии h от ее центра.

10.4.14. Электрический заряд $q = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 7$ см. Определите максимальное значение напряженности электрического поля на оси кольца.

• **10.4.15.** Тонкий стержень согнут в виде кольца радиусом $R = 0{,}5$ м так, что между его концами остался воздушный зазор шириной $d = 2$ мм (рис. 10.4.4). Стержень равномерно заряжен зарядом $q = 3{,}14 \cdot 10^{-7}$ Кл. Определите модуль и направление вектора напряженности электрического поля в точке A, находящейся на оси кольца на расстоянии $x = 0{,}5$ м от его центра.

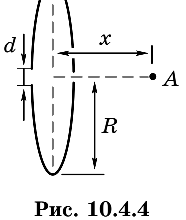


Рис. 10.4.4

10.4.16. Известно, что у поверхности Земли имеется однородное электростатическое поле напряженностью $E = 100$ В/м. Каков полный заряд Земли? Радиус Земли $R_З = 6400$ км.

10.4.17. Пусть в шарике диаметром $d = 1$ см, изготовленном из угля, на каждый миллион атомов приходится один свободный электрон. Какова напряженность электрического поля вблизи поверхности шарика? Плотность угля $\rho = 1{,}7$ г/см^3. Считать, что уголь состоит из углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$. Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

10.4.18. Проводящая сфера радиусом $R = 10$ см равномерно заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2. Определите напряженность электрического поля: а) в центре сферы; б) на расстоянии от центра сферы, равном половине ее радиуса; в) вблизи поверхности сферы; г) на расстоянии от центра сферы, равном удвоенному радиусу. Постройте график зависимости напряженности поля от расстояния.

10.4.19. Поверхность сферы радиусом R равномерно заряжена зарядом Q. В сфере высверлили небольшое отверстие (радиус отверстия много меньше радиуса сферы). Определите напряженность электрического поля в отверстии.

10.4.20. Заряд Q равномерно распределен по объему шара радиусом R из непроводящего материала. Найдите напряженность E электрического поля на расстоянии r от центра шара. Постройте график зависимости E от r. Диэлектрическая проницаемость материала шара $\varepsilon = 1$.

10.4.21. На каком расстоянии r_1 от центра шара радиусом $R = 2$ см, равномерно заряженного по объему, напряженность электрического поля равна напряженности поля вне шара на расстоянии $r = 2R$ от центра шара?

10.4.22. Подсчитайте среднюю плотность электрических зарядов в атмосфере, если известно, что напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли $E_0 = 120$ В/м, а на высоте $h = 1{,}5$ км $E = 25$ В/м. Радиус Земли $R \gg h$.

10.5. Напряженность электростатического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

10.5.1. Напряженность поля вблизи большой заряженной пластины, в ее центре, $E = 10^4$ В/м. Линии напряженности направлены к пластине. Оцените поверхностную плотность зарядов на пластине, если она заряжена равномерно.

10.5.2. На нити висит шарик массой $m = 20$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл. Найдите поверхностную плотность зарядов, появляющихся на пластине (рис. 10.5.1), чтобы сила натяжения нити:

а) уменьшилась вдвое;

б) увеличилась вдвое.

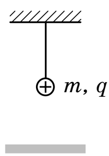


Рис. 10.5.1

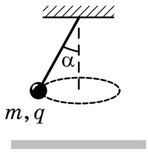


Рис. 10.5.2

10.5.3. Шарик массой $m = 10$ г и зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, подвешенный на шелковой нити длиной $l = 0{,}4$ м, движется в горизонтальной плоскости по окружности так, что нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 60°$. Под шариком расположена равномерно заряженная пластина с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 1{,}77 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2 (рис. 10.5.2). Найдите период обращения шарика.

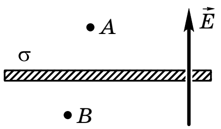


Рис. 10.5.3

10.5.4. Большая пластина с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 1{,}77$ мкКл/м^2 находится в однородном электрическом поле напряженностью $E = 2 \cdot 10^5$ В/м, которое перпендикулярно пластине (рис. 10.5.3). Найдите напряженности поля в точках A и B. Нарисуйте картину результирующего поля.

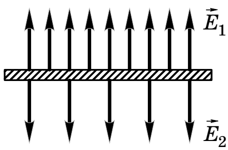


Рис. 10.5.4

10.5.5. Заряд равномерно заряженной пластины $q = 10^{-7}$ Кл. Пластина находится в однородном электрическом поле напряженностью $E = 3 \cdot 10^4$ В/м, которое перпендикулярно пластине. Определите силу, действующую на пластину, и результирующую напряженность поля с обеих сторон пластины. Площадь пластины $S = 1$ м^2.

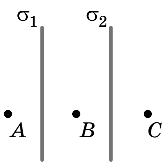


Рис. 10.5.5

10.5.6. Заряд равномерно заряженной пластины $q = 10^{-7}$ Кл. Пластина находится в однородном электрическом поле (рис. 10.5.4). Результирующая напряженность поля над пластиной $E_1 = 5 \cdot 10^5$ В/м, под пластиной $E_2 = 2 \cdot 10^5$ В/м. Определите массу пластины, если она находится в равновесии в электрическом поле и поле силы тяжести.

10.5.7. Две бесконечные параллельные пластины находятся в вакууме на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Поверхностная плотность зарядов на первой пластине $\sigma_1 = 5$ мкКл/м^2, на второй — $\sigma_2 = -1{,}77$ мкКл/м^2 (рис. 10.5.5). Найдите: а) напряженность поля, создаваемого каждой пластиной; б) напряженность результирующего поля в точках A, B, C. Постройте график зависимости напряженности поля от координаты x (начало координат на левой пластине и ось X перпендикулярна пластинам).

10.5.8. Равномерно заряженные тонкие бесконечно большие пластины находятся на небольшом расстоянии друг от друга (рис. 10.5.6). Найдите поверхностные плотности их зарядов σ_1 и σ_2, если напряженность поля в точке A равна $E_1 = 3000$ В/м, а в точке B равна $E_2 = 1000$ В/м.

10.5.9. Две тонкие металлические пластины, имеющие заряды q и $2q$, расположены параллельно друг другу. Сила взаимодействия пластин друг с другом равна F. Найдите напряженности электрического поля в точках A, B и C (рис. 10.5.7). Поле, создаваемое каждой из пластин, считать однородным.

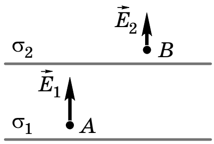


Рис. 10.5.6

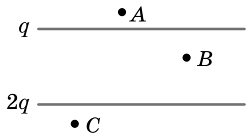


Рис. 10.5.7

10.5.10. Две разноименно заряженные металлические пластины, расположенные параллельно друг другу, взаимодействуют между собой с силой F. Насколько изменится сила, действующая на отрицательно заряженную пластину, если ее поместить между двумя положительно заряженными пластинами с прежними по модулю зарядами? Поле, создаваемое каждой из пластин, считать однородным.

10.5.11. Бесконечные проводящие плоскости *1* и *2* расположены параллельно друг другу и заряжены разноименными зарядами с одинаковой плотностью $\sigma = 10$ нКл/м^2. Найдите силу, действующую на положительный заряд $q = 2$ нКл, помещенный в точку A (рис. 10.5.8), лежащую между плоскостями.

10.5.12. Три тонкие металлические пластины, имеющие заряды q, $2q$ и $3q$, расположены параллельно друг другу так, как показано на рисунке 10.5.9. Площадь каждой пластины S. Найдите силу, действующую на среднюю пластину.

10.5.13. Две равномерно заряженные диэлектрические пластины расположены взаимно перпендикулярно (рис. 10.5.10). Поверхностная плотность зарядов одной пластины $\sigma_1 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2, второй — $\sigma_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2. Определите напряженности поля в точках A, B, C, D и нарисуйте картину линий напряженности поля.

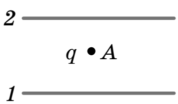


Рис. 10.5.8

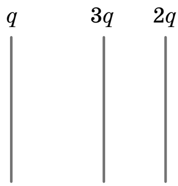


Рис. 10.5.9

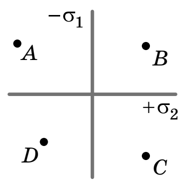


Рис. 10.5.10

10.6. Работа однородного электрического поля. Разность потенциалов

10.6.1. Докажите, что работа силы Кулона при перемещении заряда по замкнутому контуру *1—2—3—1* (рис. 10.6.1) равна нулю.

10.6.2. Какую работу совершает электрическое поле при перемещении заряда q = 3 мкКл: а) из точки с потенциалом φ_1 = 400 В в точку с потенциалом φ_2 = 100 В; б) из точки с потенциалом φ_1 = –400 В в точку с потенциалом φ_2 = 400 В?

10.6.3. В однородном поле напряженностью E = 5 кВ/м переместили заряд q = 4 мкКл на расстояние Δr = 40 см. Вектор перемещения составляет угол $\alpha = 30°$ с направлением линий напряженности. Найдите работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, напряжение между начальной и конечной точками перемещения и разность потенциалов между ними.

• **10.6.4.** Точечный заряд $q = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл расположен вблизи бесконечной равномерно заряженной пластины с поверхностной плотностью заряда σ = –50 нКл/м^2. Заряд перемещают из точки *1* в точку *2* под углом $\alpha = 60°$ к пластине (рис. 10.6.2). Определите минимальную работу, которую необходимо совершить при таком перемещении. Расстояние между точками *1* и *2* равно l = 5 м.

• **10.6.5.** Две одинаковые параллельно расположенные пластины находятся на малом расстоянии друг от друга по сравнению с их линейными размерами. На одной пластине находится заряд q, на другой — заряд $4q$. Определите разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами. Площадь каждой пластины S, расстояние между ними d.

10.6.6. Две параллельные разноименно заряженные металлические пластины находятся друг от друга на расстоянии d = 5 см, много меньшем размеров пластин. Поверхностная плотность зарядов на каждой пластине равна $\sigma = 10^{-10}$ Кл/см^2. Определите разность потенциалов между пластинами.

10.6.7. Найдите разность потенциалов между точками A и B электростатического поля, создаваемого двумя равномерно заряженными плоскостями (рис. 10.6.3). Поверхностные плотности зарядов плоскостей равны $\sigma_1 = -3 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2 и $\sigma_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2

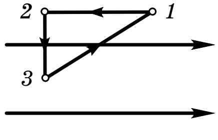


Рис. 10.6.1

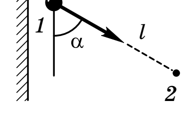


Рис. 10.6.2

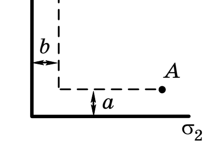


Рис. 10.6.3

соответственно. Плоскости пересекаются под прямым углом. Расстояния $a = 3$ см; $b = 4$ см.

10.6.8. Чему равна разность потенциалов между крайними пластинами в системе, состоящей из трех параллельных бесконечных пластин, заряженных одноименными зарядами с поверхностной плотностью σ_1, σ_2, σ_3? Средняя пластина находится на расстоянии h_1 от первой и на расстоянии h_2 от третьей пластины.

10.6.9. Две параллельные пластины одинаковой площадью $S = 1$ м^2 каждая, расположены на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Поверхностные плотности зарядов пластин $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2 и $\sigma_2 = -4{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами в $n = 3$ раза?

10.6.10. Для того, чтобы сложить вместе две одинаковые пластины с равными зарядами, которые были удалены друг от друга на большое расстояние, необходимо совершить работу A. Какую работу необходимо совершить, чтобы сложить вместе: а) три такие пластины; б) n пластин?

10.7. Потенциальная энергия поля точечного заряда

10.7.1. Точка A находится на расстоянии $R_1 = 1$ м, а точка B — на расстоянии $R_2 = 0{,}5$ м от точечного заряда $q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Чему равна разность потенциалов между точками A и B?

10.7.2. В некоторых точках поля точечного заряда напряженности отличаются в $n = 9$ раз. Во сколько раз отличаются потенциалы поля в этих точках?

10.7.3. Потенциал поля точечного заряда в точке A равен $\varphi_A = 30$ В, в точке C он равен $\varphi_C = 40$ В (рис. 10.7.1). Найдите потенциал поля в точке B, если $AC = CB$.

10.7.4. Заряженное тело AB создает в точке O электростатическое поле, потенциал которого равен φ_0 (рис. 10.7.2). Чему будет равен потенциал в точке O, если в плоскость ABO поместить еще такое же тело с таким же зарядом, причем $AB \perp A'B'$?

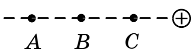


Рис. 10.7.1

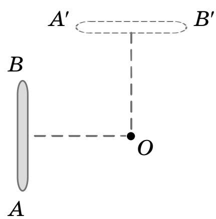


Рис. 10.7.2

10.7.5. Напряженность поля точечного заряда $q = 10^{-5}$ Кл в точке A равна $E_A = 2{,}5$ кВ/м, а в точке B — $E_B = 3{,}6$ кВ/м. Определите работу, необходимую для перемещения заряда $q_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл из точки A в точку B.

10.7.6. Два одноименных точечных заряда $q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $R = 0{,}3$ м друг от друга. Какую работу совершат электрические силы при увеличении расстояния между зарядами в $n = 3$ раза?

10.7.7. Насколько увеличится энергия электрического поля двух точечных зарядов q, первоначально удаленных друг от друга на большое расстояние, при сближении их на расстояние l?

10.7.8. Два шарика с одинаковыми зарядами $q = 10^{-7}$ Кл, лежащие на гладкой горизонтальной плоскости, прикрепили к концам неидеальной пружины длиной в недеформированном состоянии $l_0 = 8$ см и отпустили. Какая энергия перешла во внутреннюю энергию системы при затухании колебаний, если расстояние между шариками после прекращения колебаний стало $l = 10$ см?

10.7.9. Два электрических заряда $q_1 = -q$ и $q_2 = +2q$ расположены на расстоянии $l = 3a$ друг от друга. Найдите геометрическое место всех точек в какой-нибудь плоскости, проходящей через заряды, если потенциал поля в этих точках равен нулю.

• **10.7.10.** Какую минимальную работу нужно совершить для того, чтобы переместить заряд q_0 из точки C в точку B в поле двух точечных зарядов q_1 и q_2 (рис. 10.7.3)? Расстояния a, d, l известны.

10.7.11. Два точечных заряда $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = 5$ мкКл расположены на расстоянии $r = 40$ см друг от друга в точках A и B (рис. 10.7.4). Вдоль прямой CD, параллельной AB и расположенной на расстоянии $l = 30$ см от нее, перемещают точечный заряд $q_0 = 100$ мкКл. Найдите работу по перемещению этого заряда из точки C в точку D.

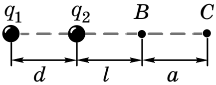


Рис. 10.7.3

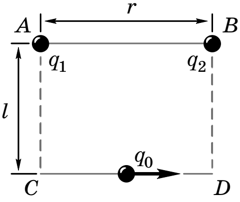


Рис. 10.7.4

10.7.12. Точечные заряды $q_1 = -1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся от точечного заряда $q_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл на расстояниях $l_1 = 2$ см и $l_2 = 5$ см соответственно. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поменять местами заряды q_1 и q_2?

• **10.7.13.** Три заряда q, q, $-q$ находятся в точках с декартовыми координатами $(a, a, 0)$, $(0, a, 0)$ и $(0, a, -a)$ соответственно. Найдите энергию этой системы зарядов.

• **10.7.14.** В вершинах квадрата со стороной l находятся четыре заряда величиной q каждый. Чему равен потенциал φ электрического поля в центре квадрата?

10.7.15. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл первоначально находятся в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Затем заряды располагают вдоль одной прямой на расстояниях a друг от друга. Какую работу совершают при этом силы электрического поля?

10.7.16. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 5$ см закреплены точечные заряды $q_1 = 6{,}6 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определите работу сил электрического поля при перемещении точечного заряда $q_2 = 3{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра шестиугольника в середину одной из его сторон.

10.7.17. До какого потенциала можно зарядить сферу радиусом $R = 1$ м, находящуюся в воздухе, если воздух выдерживает без пробоя напряженность электрического поля $E = 30$ кВ/м? Сколько электронов нужно удалить с поверхности сферы, чтобы создать на ней этот потенциал?

10.7.18. На расстоянии $a = 5$ см от поверхности шара потенциал $\varphi_1 = 1{,}2$ кВ, а на расстоянии $b = 10$ см — $\varphi_2 = 900$ В. Определите радиус шара, его заряд и потенциал на его поверхности.

• **10.7.19.** Сфера равномерно заряжена. Потенциал в центре сферы $\varphi_0 = 100$ В, а на расстоянии $l = 30$ см от ее поверхности — $\varphi = 50$ В. Чему равен радиус R сферы?

10.7.20. Вычислите работу сил электростатического поля при перемещении заряда $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $d = 1$ м от поверхности шара радиусом $r = 1$ см, равномерно заряженного с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-9}$ Кл/см^2.

10.7.21. Заряженную проводящую сферу сжали так, что ее радиус уменьшился в n раз. Во сколько раз увеличилась энергия электрического поля этой сферы?

10.7.22. Металлическому шару радиусом $R = 10$ см был сообщен заряд $q = 10$ мкКл. Какую минимальную энергию надо затратить, чтобы увеличить заряд шара на 10%?

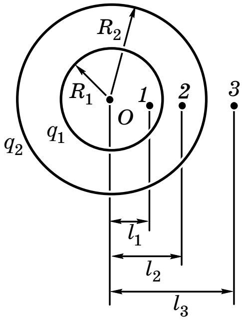


Рис. 10.7.5

• **10.7.23.** Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 15$ см и $R_2 = 30$ см расположены в воздухе (рис. 10.7.5). На внутренней сфере распределен заряд $q_1 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл, а на внешней $q_2 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Вычислите потенциалы электрического поля в точках, удаленных от центра сфер на расстояния $l_1 = 10$ см, $l_2 = 20$ см и $l_3 = 40$ см. Изобразите графически зависимость потенциала от расстояния до центра сфер.

10.7.24. Потенциал внутренней сферы радиусом r равен нулю. Потенциал внешней сферы радиусом $2r$ равен φ. Определите заряды сфер. Центры сфер совпадают.

10.7.25. Проводящий шар радиусом $R_1 = 2$ см и зарядом $q_1 = 1{,}33 \cdot 10^{-8}$ Кл окружен тонкой концентрической оболочкой радиусом $R_2 = 5$ см, заряд которой $q_2 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определите напряженность и потенциал электрического поля на расстояниях $l_1 = 1$ см, $l_2 = 4$ см и $l_3 = 6$ см от центра шара.

10.7.26. Заряд $q = -10^{-6}$ Кл находится в центре металлической сферы радиусом $R = 1$ м. Заряд на поверхности сферы $Q = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определите напряженность электрического поля на расстоянии $r = 1$ м от поверхности сферы и потенциал сферы.

10.7.27. Три проводящие концентрические сферы радиусами r, $2r$ и $3r$ имеют заряды q, $2q$ и $-3q$ соответственно. Определите потенциал каждой сферы.

10.7.28. Два параллельных тонких кольца, радиусы которых одинаковы и равны R, имеют общую ось. Расстояние между их центрами d. На первом кольце равномерно распределен заряд $q_1 < 0$, на втором — $q_2 > 0$. Какую минимальную работу необходимо совершить для перемещения заряда $q > 0$ из центра первого кольца в центр второго?

10.8. Проводники в электростатическом поле

10.8.1. Докажите, что линии напряженности (силовые линии) всегда направлены перпендикулярно поверхности статически заряженного проводника.

10.8.2. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 6$ кВ/м внесли пластину площадью $S = 1$ м^2 (рис. 10.8.1). Оцените напряженности поля внутри пластины, вне пластины и заряд, индуцированный на стороне пластины площадью S.

10.8.3. Две параллельные металлические пластины расположены на небольшом расстоянии друг от друга. Одной из пластин сообщают заряд $q = 4$ нКл (рис. 10.8.2). Какие заряды будут индуцированы на каждой стороне другой пластины? Какова напряженность поля внутри второй пластины?

10.8.4. На расстоянии $R = 1$ м от центра изолированного незаряженного металлического шара поместили точечный заряд $q = 4$ нКл. Определите потенциал шара.

10.8.5. Определите заряд заземленного металлического шара радиусом $r = 2$ см, если на расстоянии $l = 1$ м от его центра находится точечный заряд $q = 5$ мкКл.

10.8.6. Если зарядить два удаленных одинаковых шара, а затем сблизить их до расстояния $l = 0{,}9$ м между их центрами, то потенциал одного из них возрастает на $\Delta\varphi_1 = 1{,}2$ В, а потенциал другого уменьшается на $\Delta\varphi_2 = 2{,}0$ В. Оцените модули зарядов на шарах, считая, что радиусы шаров гораздо меньше расстояния между ними.

10.8.7. Металлический шар радиусом r заряжен до потенциала φ_0 и окружен концентрической сферической оболочкой радиусом $R = 3r$. Чему будет равен потенциал шара, если заземлить внешнюю оболочку?

10.8.8. Металлический шар радиусом $R_1 = R$ помещен в центр металлической оболочки, внутренний и внешний радиусы которой $R_2 = 2R$ и $R_3 = 3R$ соответственно (рис. 10.8.3). Заряд шара q. Запишите аналитические выражения и постройте графики зависимости напряженности поля E и потенциала φ от расстояния r до центра шара.

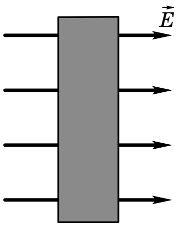


Рис. 10.8.1

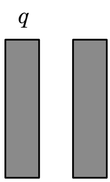


Рис. 10.8.2

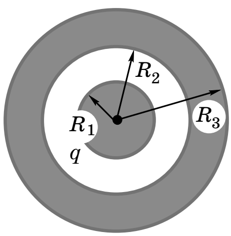


Рис. 10.8.3

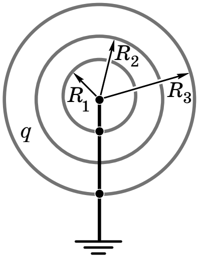


Рис. 10.8.4

• **10.8.9.** Из трех концентрических тонких металлических сфер радиусами $R_1 = R$, $R_2 = 2R$ и $R_3 = 4R$ крайние заземлены, а средней сообщен заряд q (рис. 10.8.4). Найдите зависимость потенциала электрического поля от расстояния до центра сфер.

• **10.8.10.** Две бесконечные параллельные проводящие плиты заряжены так, что поверхностная плотность заряда обеих поверхностей первой плиты равна σ_1, а второй σ_2. Найдите плотности заряда каждой поверхности обеих плит.

10.8.11. Две одинаковые параллельно расположенные и закороченные проводником пластины находятся друг от друга на расстоянии $d = 10$ см, малом по сравнению с их линейными размерами. Такая же пластина с зарядом $Q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл находится между ними на расстоянии $a = 2$ см от одной из них. Какой заряд протечет по закорачивающему проводнику, если заряженную пластину вынуть?

10.8.12. Три одинаковые параллельные друг другу пластины находятся на малых расстояниях одна от другой. Крайние пластины закорочены проводником и на них помещен некоторый заряд. Средней пластине сообщен заряд $q = 4$ нКл. Чему равна разность потенциалов между пластинами A и B (рис. 10.8.5)? Расстояния $a =$ $= 1$ см, $d = 3$ см; площадь каждой пластины $S = 100$ см^2.

10.8.13. Четыре параллельные пластины расположены так, как показано на рисунке 10.8.6. Найдите разность потенциалов между внутренними пластинами. Расстояния a и d много меньше линейных размеров пластин; $a = 6$ см, $d = 10$ см, $\Delta\varphi_1 = 30$ В, $\Delta\varphi_2 = 40$ В.

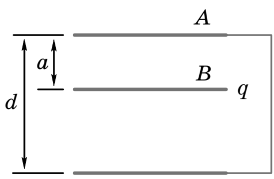


Рис. 10.8.5

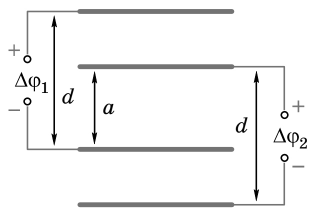


Рис. 10.8.6

10.8.14. Найдите напряженность электрического поля между тремя бесконечно большими параллельными пластинами в случае, если средняя пластина заземлена. Расстояния между средней пластиной и крайними равны a и b. Потенциалы крайних пластин равны φ.

10.8.15. Между двумя заземленными металлическими пластинами находится одинаковая с ними по размерам тонкая пластина с поверхностной плотностью заряда σ. Расстояния от нее до двух других пластин равны a и b и много меньше линейных размеров пластин. Найдите напряженности электрического поля в зазорах между пластинами и поверхностные плотности зарядов, индуцируемых на них.

10.9. Метод зеркальных отображений

• **10.9.1.** Маленький шарик, заряженный до величины $q = 10^{-8}$ Кл, находится на расстоянии $l = 3$ см от большой заземленной металлической пластины. С какой силой они взаимодействуют?

10.9.2. Точечный заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл находится на расстоянии $a = 10$ см от бесконечной металлической незаряженной поверхности. Определите напряженность и потенциал поля в точке, находящейся на расстоянии a от заряда и пластины.

10.9.3. Маленький шарик массой $m = 1$ г подвешен на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 10$ см вблизи большой металлической заземленной пластины (рис. 10.9.1). Точка подвеса находится на расстоянии $a = 10$ см от пластины. При сообщении шарику некоторого заряда нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30°$. Найдите заряд шарика.

10.9.4. Два точечных заряда $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $Q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся вблизи большой заземленной металлической пластины на расстояниях $a = 10$ см и $b = 20$ см от ее поверхности соответственно. Причем оба заряда находятся на одном перпендикуляре к поверхности пластины (рис. 10.9.2). Определите силу, действующую на заряд q.

10.9.5. На расстоянии $l = 10$ см от большой заземленной пластины находится точечный заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Какую работу нужно совершить, чтобы переместить заряд на расстояние $\Delta l = 20$ см? Рассмотрите случаи, когда перемещение заряда: а) параллельно пластине; б) составляет угол $\alpha = 60°$ с плоскостью пластины.

10.9.6. Маленький шарик подвешен на легкой пружине жесткостью k вблизи большой металлической заземленной пластины (рис. 10.9.3). Если шарик не заряжен, то он находится на расстоя-

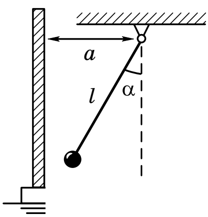


Рис. 10.9.1

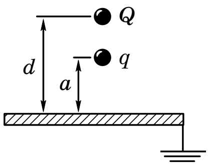


Рис. 10.9.2

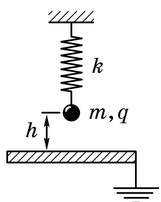


Рис. 10.9.3

нии h от пластины. При сообщении шарику некоторого заряда расстояние уменьшается на величину Δh. Найдите заряд, сообщенный шарику.

10.9.7. Незаряженный металлический цилиндр радиусом $R = 4$ см вращается вокруг своей оси симметрии. Частота вращения цилиндра $n = 480$ об/мин. Найдите напряженность поля в цилиндре на расстоянии $r = 2$ см от его оси. Постройте график зависимости напряженности поля в цилиндре от расстояния до его оси. Найдите разность потенциалов между поверхностью цилиндра и его осью.

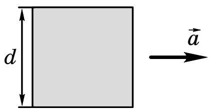


Рис. 10.9.4

10.9.8. Металлический куб с ребром $d = 10$ см движется с ускорением $a = 20$ м/с^2 в направлении, перпендикулярном одной из сторон (рис. 10.9.4). Оцените напряженность электрического поля в кубе, возникающую вследствие его ускоренного движения, и поверхностную плотность зарядов, появляющихся на перпендикулярных ускорению сторонах куба.

10.10. Диэлектрики в электростатическом поле

10.10.1. С какой силой взаимодействуют два точечных заряда $q_1 = 6{,}6$ мкКл и $q_2 = 1{,}2$ мкКл в керосине на расстоянии $R = 10$ см друг от друга? На каком расстоянии их следует поместить в вакууме, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

10.10.2. Около вертикальной равномерно заряженной плоскости на невесомой нерастяжимой нити висит маленький шарик, заряженный с плоскостью одноименно. При заполнении всего окружающего пространства маслом положение шарика относительно плоскости не изменилось. Найдите плотность материала шарика.

10.10.3. Два заряженных шарика с равными радиусами и массами, подвешенные на нитях одинаковой длины, опускают в жидкий диэлектрик. Угол расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике оказался одним и тем же. Зная плотность материала шариков и плотность диэлектрика, определите проницаемость диэлектрика.

10.10.4. Заряженный шарик погрузили в масло. На каком расстоянии от шарика напряженность поля будет такой же, какой была до погружения его в масло на расстоянии $R = 40$ см?

10.10.5. Шарик радиусом r, несущий положительный заряд q, висит на невесомой непроводящей пружине. Если этот шарик поместить в жидкость плотностью ρ и одновременно включить однородное электрическое поле, векторы напряженности которого направлены вертикально вниз, то длина пружины не изменится. Определите напряженность электрического поля.

10.10.6. Шарик радиусом r, несущий положительный заряд q, равномерно опускается в жидкости, где создано однородное электрическое поле, векторы напряженности которого направлены вертикально вверх. Плотности шарика и жидкости равны ρ и ρ_0 соответственно, причем $\rho > \rho_0$. Определите напряженность электрического поля. Трением шарика о жидкость пренебречь.

10.10.7. Два одинаковых проводящих шарика с зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 52 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в воздухе на некотором расстоянии друг от друга. Затем шарики на некоторое время соединили и поместили в среду с диэлектрической проницаемостью ε на прежнем расстоянии друг от друга. Сила взаимодействия между шариками при этом не изменилась. Определите диэлектрическую проницаемость среды.

10.10.8. Две большие пластины расположены горизонтально на небольшом расстоянии друг от друга, причем верхняя пластина заряжена положительно, а на нижней (диэлектрической) находится маленький шарик с зарядом $q = 20$ мкКл. Насколько изменится вес шарика, если пространство между пластинами заполнить жидкостью плотностью $\rho = 800$ кг/м^3 с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$? Объем шарика $V = 1$ см^3, напряженность электрического поля, создаваемого верхней пластиной, $E = 100$ В/м.

10.10.9. Металлической сфере радиусом $R_1 = 20$ см сообщен заряд $q = 2$ мкКл (рис. 10.10.1). Сферу окружили слоем диэлектрика, внутренний радиус которого $R_2 = 2R_1$, а внешний — $R_3 = 3R_1$. Определите напряженность поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 50$ см от центра сферы. Относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$. Постройте график зависимости $E(r)$.

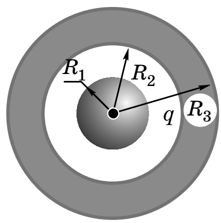


Рис. 10.10.1

10.10.10. Металлический шар с зарядом $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл погружают в керосин. Определите модуль и знак заряда, наведенного на границе металл—диэлектрик.

10.10.11. Пластина из стекла помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E = 1{,}6 \cdot 10^4$ В/м. Определите поверхностную плотность связанных зарядов на поверхностях пластины.

10.10.12. Точечный заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл помещен в керосин. Найдите модуль и знак поляризационного заряда, возникающего вблизи точечного заряда.

10.10.13. Два точечных одинаковых заряда q, находящиеся на некотором расстоянии друг от друга, помещены в однородный безграничный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε. Найдите поляризационные заряды, возникающие вблизи точечных зарядов.

10.11. Электроемкость

10.11.1. Определите емкость[1] уединенного шара, радиус которого равен радиусу $R_З$ Земли.

10.11.2. При сообщении проводящему шару заряда $q = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл его потенциал становится $\varphi = 6 \cdot 10^3$ В. Определите емкость шара и его радиус.

10.11.3. Насколько увеличится потенциал шара, радиус которого $R = 5$ см при сообщении ему заряда $q = 25$ нКл?

10.11.4. Найдите емкость сферического конденсатора, радиусы обкладок которого равны a и b, причем $a < b$, если пространство между обкладками заполнено однородным диэлектриком с проницаемостью ε.

10.11.5. Шар радиусом $R_1 = 0{,}1$ см имеет заряд $q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл, а шар радиусом $R_2 = 0{,}3$ см — $q_2 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Шары соединяют длинной проволокой. Найдите заряд и потенциал каждого шара после их соединения.

10.11.6. Шар, заряженный до потенциала $\varphi = 1000$ В, соединяют с незаряженным шаром длинным проводником. После соединения потенциалы шаров стали одинаковыми и равными $\varphi_0 = 300$ В. Радиус первого шара $R_1 = 20$ см. Каков радиус второго шара?

10.11.7. Имеются два металлических заряженных шара. Докажите, что после соединения их тонкой металлической проволокой поверхностные плотности зарядов на шарах будут обратно пропорциональны их радиусам. Расстояние между шарами много меньше их радиусов.

10.11.8. У шара диаметром $d_1 = 10$ см заряд $q_1 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл, а у другого диаметром $d_2 = 30$ см заряд $q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Шары соединяют длинной тонкой проволокой. Какой заряд переместится по ней?

10.11.9. Две проводящие сферы радиусами $R_1 = 10$ см и $R_2 = 15$ см, находящиеся достаточно далеко друг от друга, заряжены до потенциалов $\varphi_1 = 120$ В и $\varphi_2 = 60$ В соответственно. Каким станет потенциал сфер, если их соединить тонким проводником? Найдите изменение заряда первой сферы.

10.11.10. Двум шарикам, радиусы которых отличаются в $n = 4$ раза, сообщены равные одноименные заряды. Во сколько раз и как изменится потенциал меньшего шара, если их соединить проводником? Расстояние между шарами много больше их радиусов.

10.11.11. В результате слияния $n = 27$ маленьких одинаково заряженных капелек ртути образовалась одна большая капля.

---

[1] В задачах этого раздела вместо термина «электроемкость» используется термин «емкость».

Во сколько раз потенциал и поверхностная плотность заряда большой капли отличается от потенциала и поверхностной плотности заряда каждой малой капли?

10.11.12. Два удаленных друг от друга изолированных металлических шара радиусами R_1 и R_2 были заряжены до потенциалов φ_1 и φ_2 соответственно. Чему будет равно изменение энергии системы, если шары соединить длинным проводником?

10.11.13. Какую минимальную работу против сил электрического поля нужно совершить, чтобы собрать каплю ртути радиусом R и зарядом Q из N одинаковых заряженных капель?

10.12. Плоский конденсатор

10.12.1. Первый конденсатор состоит из стеклянной пластины (обкладки), покрытой с обеих сторон листами станиоля площадью $S_1 = 500$ см^2 каждый. Толщина стекла $d_1 = 4$ мм. Второй конденсатор состоит из парафиновой пластины, на которую с обеих сторон положили по листу станиоля площадью $S_2 = 250$ см^2 каждый. Толщина парафиновой пластины $d_2 = 0{,}4$ мм. Какой из конденсаторов обладает большей емкостью и во сколько раз?

10.12.2. Какой максимальный заряд может находиться на обкладках воздушного конденсатора, если «пробой» воздуха возникает при напряженности электрического поля $E = 30$ кВ/м? Площадь каждой обкладки конденсатора $S = 100$ см^2.

10.12.3. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см, расположенных на расстоянии $d = 2$ мм друг от друга, между которыми находится слой слюды, полностью заполняющий пространство между пластинами. Какой наибольший заряд можно сообщить конденсатору, если допустимое напряжение между пластинами $U = 3$ кВ?

10.12.4. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого $d_1 = 1$ мм, заряжен до напряжения $U_1 = 100$ В и отключен от источника тока. Каким будет напряжение, если пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 1$ см?

10.12.5. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого $d_1 = 0{,}5$ мм, подключен к источнику постоянного напряжения. Во сколько раз и как изменится заряд на пластинах конденсатора, если, не отключая его от источника, раздвинуть пластины до $d_2 = 5$ мм?

• **10.12.6.** Определите силу, с которой притягиваются друг к другу пластины плоского заряженного конденсатора. Разность потенциалов между пластинами $\Delta\varphi = 1$ кВ, площадь каждой пластины $S = 100$ см^2, расстояние между ними $d = 1$ мм.

10.12.7. Конденсатор емкостью $C = 100$ пФ заряжен до напряжения $U = 200$ В. Какое количество теплоты выделится, если пластины конденсатора соединить проводником?

• **10.12.8.** Из заряженного не замкнутого на внешнюю цепь конденсатора вынули диэлектрик проницаемостью ε. 1. Во сколько раз при этом изменилась энергия конденсатора? 2. Какой будет результат, если конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения?

10.12.9. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi$ и отключен от источника напряжения. Определите работу, которую нужно затратить, чтобы раздвинуть пластины на величину Δl.

10.12.10. Расстояние между пластинами плоского конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ увеличивают в $n = 2$ раза, не отключая от источника, поддерживающего между пластинами разность потенциалов $\Delta\varphi = 1000$ В. Какая при этом совершается механическая работа?

10.12.11. Определите объемную плотность энергии электрического поля внутри плоского воздушного конденсатора, полностью погруженного в непроводящую жидкость с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Напряженность электрического поля между пластинами $E = 5 \cdot 10^6$ В/м.

10.12.12. Определите энергию заряженного плоского конденсатора с диэлектриком из слюды по следующим данным: объем диэлектрика $V = 100$ см^3, напряженность поля в диэлектрике $E = 10^6$ В/м.

10.12.13. Плотность энергии заряженного конденсатора $w = 200$ Дж/м^3. С какой силой взаимодействуют обкладки конденсатора, если площадь каждой обкладки $S = 200$ см^2?

10.12.14. Расстояние между пластинами воздушного конденсатора $d = 10$ см, площадь каждой пластины $S = 100$ см^2. Если между пластинами поместить точечный заряд $q = 2$ нКл, то на него будет действовать кулоновская сила $F = 0{,}1$ мН. Определите напряженность поля конденсатора, напряжение на пластинах, силу взаимодействия пластин, энергию электрического поля и объемную плотность энергии.

10.12.15. Два электропроводящих поршня площадью S каждый образуют в непроводящей трубе плоский конденсатор, заполненный воздухом при атмосферном давлении p_0 (рис. 10.12.1). Во сколько раз изменится расстояние между поршнями, если их зарядить разноименными зарядами $\pm q$? Температура воздуха постоянна, трения в системе нет. Начальное расстояние между поршнями много меньше размеров поршней.

10.12.16. Пространство между пластинами плоского конденсатора сплошь заполнено диэлектриком, состоящим из двух половинок равных размеров, но с разными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 2$ и $\varepsilon_2 = 3$ (рис. 10.12.2). Граница раздела перпендикулярна пластинам. Площадь пластин конденсатора $S = 100$ см^2, а расстояние между ними $d = 2$ мм. Найдите емкость конденсатора.

10.12.17. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между пластинами $d = 5$ см до половины погрузили в керосин (рис. 10.12.3). На какое расстояние Δd следует раздвинуть пластины, чтобы емкость конденсатора не изменилась?

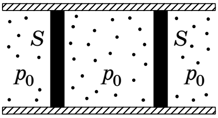


Рис. 10.12.1

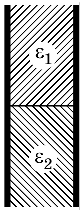


Рис. 10.12.2

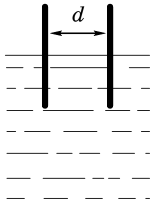


Рис. 10.12.3

• **10.12.18.** Между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно им помещают диэлектрическую пластинку толщиной a и диэлектрической проницаемостью ε. Размеры пластинки совпадают с размерами обкладок, площадь каждой из которых равна S, а расстояние между ними d. Определите емкость получившегося конденсатора.

10.12.19. В плоский воздушный конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d внесена параллельно пластинам проводящая пластинка, размеры которой равны размерам пластины конденсатора, а толщина $d_1 = \dfrac{d}{3}$. Найдите емкость конденсатора с проводящей пластинкой.

10.12.20. Между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно им помещена диэлектрическая пластинка толщиной a с проницаемостью ε. Размеры пластинки совпадают с размерами обкладок, площадь которых равна S, а расстояние между ними d. Докажите, что емкость такого конденсатора не зависит от положения обкладок.

10.12.21. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен двумя плоскими слоями диэлектриков проницаемостями ε_1, ε_2 и толщинами d_1, d_2 соответственно (рис. 10.12.4). Найдите емкость этого конденсатора, если площадь каждой обкладки $S = 100$ см^2.

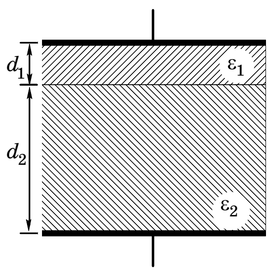


Рис. 10.12.4

10.12.22. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: стеклом толщиной $d_1 = 1$ см и парафином толщиной $d_2 = 2$ см. Разность потенциалов между обкладками $\Delta\varphi = 3000$ В. Определите напряженность электрического поля и падение потенциала в каждом из слоев. Диэлектрическая проницаемость стекла $\varepsilon_1 = 7$, парафина $\varepsilon_2 = 2$.

10.12.23. Пространство между обкладками плоского конденсатора полностью заполнено двумя диэлектрическими слоями проницаемостями ε_1 и ε_2. При каком соотношении между толщинами слоев диэлектриков падение потенциала в каждом слое будет равно половине разности потенциалов, приложенной к конденсатору?

10.12.24. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi_0 = 60$ В и отключен от источника электрических зарядов. После этого внутрь конденсатора параллельно обкладкам вводится плоскопараллельная пластинка из диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 2$. Толщина пластинки в 2 раза меньше зазора между обкладками конденсатора. Чему равна разность потенциалов между обкладками конденсатора после введения диэлектрика?

10.12.25. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, проницаемость которого изменяется в направлении, перпендикулярном обкладкам, по линейному закону от ε_1 до ε_2, причем $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Площадь каждой обкладки S, расстояние между ними d. Найдите емкость конденсатора.

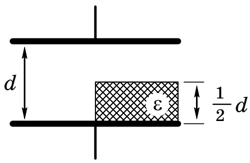


Рис. 10.12.5

10.12.26. В плоский воздушный конденсатор с обкладками площадью S каждая и расстоянием между ними d внесена плоская параллельная им пластина из диэлектрика проницаемостью $\varepsilon = 3$ так, как показано на рисунке 10.12.5. Во сколько раз изменялась емкость конденсатора после внесения пластины? Площадь пластины и ее толщина в 2 раза меньше соответствующих размеров конденсатора.

10.13. Соединение конденсаторов

10.13.1. Какой емкости C_1 конденсатор следует подключить последовательно к конденсатору емкостью $C_2 = 600$ пФ, чтобы емкость батареи была $C = 120$ пФ?

10.13.2. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Внутрь одного из них вносят диэлектрик с проницаемостью ε, который заполняет все пространство между обкладками. Во сколько раз изменится напряженность электрического поля в этом конденсаторе?

10.13.3. Найдите емкость батареи из трех одинаковых воздушных плоских конденсаторов, соединенных параллельно, если площадь каждой пластины равна $S = 314$ см^2, а расстояние между ними $d = 1$ мм. Как изменится емкость этой батареи, если между пластинами одного конденсатора поместить слюду ($\varepsilon_1 = 7$), а другого — парафин ($\varepsilon_2 = 2$)?

10.13.4. Воздушный конденсатор, заряженный до напряжения $U_0 = 800$ В, соединяют параллельно с одинаковым по размерам незаряженным конденсатором, заполненным диэлектриком. При этом напряжение на обкладках конденсатора стало $U_1 = 100$ В. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

10.13.5. Конденсатор емкостью $C_1 = 4$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 10$ В, и конденсатор емкостью $C_2 = 6$ мкФ, заряженный до напряжения $U_2 = 20$ В, соединили параллельно разноименными полюсами. Какой заряд окажется на пластинах первого конденсатора после соединения?

• **10.13.6.** Обкладки конденсатора с неизвестной емкостью C_1, заряженного до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 80$ В, соединяют с обкладками конденсатора емкостью $C_2 = 60$ мкФ, заряженного до разности потенциалов $\Delta\varphi_2 = 16$ В. Определите емкость C_1, если разность потенциалов на конденсаторах после их соединения равна $\Delta\varphi = 20$ В, а конденсаторы соединяются обкладками, имеющими: а) одноименные заряды; б) разноименные заряды.

• **10.13.7.** До замыкания ключа K два конденсатора емкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ были заряжены до напряжений $U_1 = 400$ В и $U_2 = 100$ В соответственно (рис. 10.13.1). Какая энергия Q выделится на резисторе R после замыкания ключа?

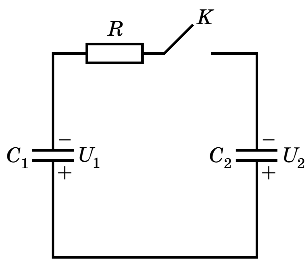


Рис. 10.13.1

10.13.8. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 300$ В, и другой конденсатор емкостью $C_2 = 2$ мкФ, заряженный до $\Delta\varphi_2 = 200$ В, соединили одноименными полюсами. Какое количество теплоты Q выделится при этом?

10.13.9. Пять одинаковых конденсаторов соединены параллельно друг с другом в батарею. Во сколько раз емкость этой батареи превышает емкость отдельного конденсатора?

10.13.10. Четыре одинаковых конденсатора емкостью $C = 800$ мкФ каждый соединяют различными способами (рис. 10.13.2). Определите емкость системы конденсаторов в каждом случае.

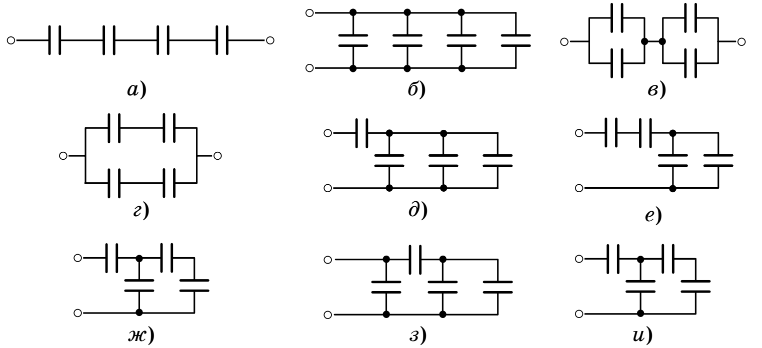


Рис. 10.13.2

10.13.11. Найдите емкость батареи конденсаторов между точками A и B, которая показана на рисунке 10.13.3, если $C = 2$ мкФ.

10.13.12. Найдите емкость батареи конденсаторов, показанной на рисунке 10.13.4, если $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = C_3 = 4$ мкФ.

10.13.13. Найдите емкость батареи конденсаторов между точками A и B, которая показана на рисунке 10.13.5, если $C = 26$ пФ.

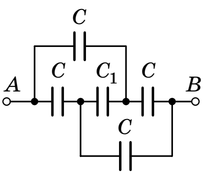


Рис. 10.13.3

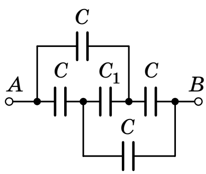


Рис. 10.13.4

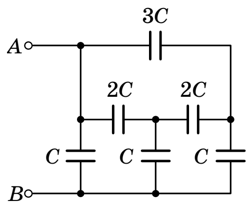


Рис. 10.13.5

10.13.14. Найдите емкость батареи конденсаторов между точками A и B, которая показана на рисунке 10.13.6, если $C = 5$ мкФ.

• **10.13.15.** Определите емкость бесконечно длинной системы одинаковых конденсаторов емкостью C, соединенных друг с другом, как показано на рисунке 10.13.7.

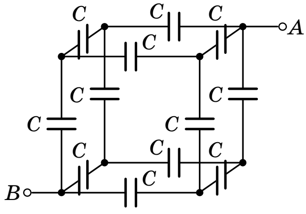


Рис. 10.13.6

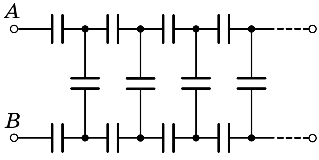


Рис. 10.13.7

10.13.16. Как изменятся заряд и разность потенциалов на обкладках конденсатора C_3 (рис. 10.13.8) при пробое (коротком замыкании) конденсатора C_2? Во сколько раз?

10.13.17. Три источника ЭДС ($\mathscr{E}_1 = 6$ кВ, $\mathscr{E}_2 = 3$ кВ и $\mathscr{E}_3 = 2$ кВ) и три конденсатора ($C_1 = 3$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ и $C_3 = 1$ мкФ) соединяют между собой последовательно в замкнутую цепь, чередуя друг с другом (рис. 10.13.9). Найдите напряжение на каждом конденсаторе.

• **10.13.18.** Определите разность потенциалов между точками A и B в схеме, изображенной на рисунке 10.13.10, если емкости конденсаторов $C_1 = 10$ пФ, $C_2 = 20$ пФ, $C_3 = 30$ пФ, $C_4 = 40$ пФ, а ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 10$ В.

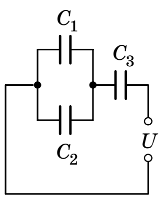


Рис. 10.13.8

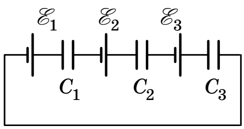


Рис. 10.13.9

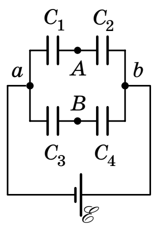


Рис. 10.13.10

10.13.19. Определите разность потенциалов между точками A и B в схеме, изображенной на рисунке 10.13.11. Значения емкостей конденсаторов C_1, C_2 и ЭДС $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$ источников известны.

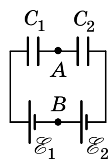


Рис. 10.13.11

10.13.20. Четыре конденсатора соединены по схеме, приведенной на рисунке 10.13.12. Полюсы источника постоянного напряжения можно присоединять либо к точкам A и B, либо к точкам M и N. Емкости конденсаторов $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 5$ мкФ. Найдите емкости конденсаторов C_x и C_y, при которых заряды на обкладках всех конденсаторов по модулю будут равны между собой независимо от того, каким способом будет присоединен источник напряжения.

10.13.21. Когда к батарее конденсаторов (рис. 10.13.13) подвели напряжение U, заряд конденсатора *5* оказался равен нулю. Какова емкость конденсатора *4*?

10.13.22. Найдите заряды конденсаторов в цепи, показанной на рисунке 10.13.14. Значения емкостей конденсаторов C_1, C_2, C_3 и ЭДС $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$ источников известны.

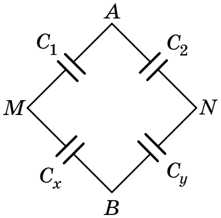


Рис. 10.13.12

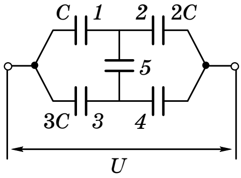


Рис. 10.13.13

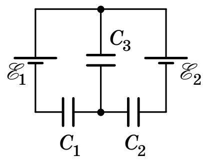


Рис. 10.13.14

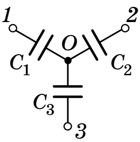


Рис. 10.13.15

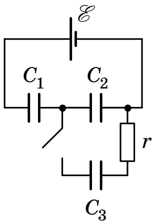


Рис. 10.13.16

• **10.13.23.** В схеме, изображенной на рисунке 10.13.15, известны потенциалы точек *1*, *2* и *3* и емкости конденсаторов C_1, C_2 и C_3. Найдите потенциал точки O. Потенциалы со временем не изменяются, предварительно все конденсаторы были разряжены.

10.13.24. Конденсаторы C_1 и C_2 последовательно подключены к источнику постоянного напряжения (рис. 10.13.16). После зарядки конденсаторов к конденсатору C_2 через резистор r подключают конденсатор C_3. Какое количество теплоты выделится на резисторе в процессе зарядки конденсатора C_3? Емкости всех трех конденсаторов одинаковы и равны C; ЭДС источника $\mathscr{E}$.

• **10.13.25.** В незаряженный плоский воздушный конденсатор параллельно его обкладкам вносят тонкую металлическую пластину с зарядом q. Площади каждой из обкладок конденсатора и внесенной пластины равны S, расстояние между обкладками конденсатора равно d. Как зависит разность потенциалов на обкладках конденсатора от расстояния x между одной из обкладок и металлической пластиной?

10.13.26. Обкладки плоского воздушного конденсатора соединены проводником. Между обкладками находится тонкая пластина такого же размера, что и обкладки конденсатора. Зазор между обкладками d делится пластиной в отношении 1 : 3. Определите разность потенциалов между пластиной и обкладками конденсатора, если на пластину поместить заряд Q. Площадь каждой пластины S.

• **10.13.27.** Между соединенными проводником обкладками плоского незаряженного конденсатора помещена металлическая пластина, делящая расстояние между обкладками в отношении 1 : 3. Какой заряд протечет по проводнику, если на внутреннюю пластину поместить заряд Q?

10.13.28. Расстояние между обкладками плоского закороченного заземленным проводником конденсатора равно d (рис. 10.13.17). Между обкладками находится параллельная им и такая же по размерам пластина с зарядом q. Какой заряд протечет по проводнику, если пластину переместить параллельно самой себе на расстояние Δl?

• **10.13.29.** Расстояние между обкладками плоского закороченного проводником конденсатора равно d. Между обкладками помещают металлическую плоскопараллельную пластину толщиной b и зарядом Q на расстоянии a от одной из обкладок. Определите заряды на каждой из сторон пластины.

10.13.30. В незаряженный плоский конденсатор с площадью пластин S вставляют такой же конденсатор, у которого обкладки соединены между собой проводником. Зазор d между обкладками незаряженного конденсатора при этом делится одной из пластин закороченного конденсатора в отношении 1 : 3 (рис. 10.13.18). Определите разность потенциалов, возникающую между обкладками незаряженного конденсатора, если пластинам закороченного конденсатора сообщен заряд q.

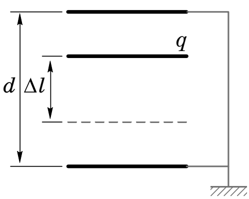


Рис. 10.13.17

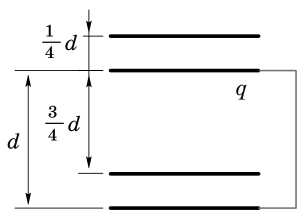


Рис. 10.13.18

10.13.31. Два параллельно соединенных конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ каждый имеют на обкладках общий заряд $q = 10^{-5}$ Кл. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы развести обкладки одного конденсатора на большое расстояние?

10.13.32. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вставить одну систему разноименно заряженных пластин в другую так, как показано на рисунке 10.13.19? Поверхностная плотность зарядов на пластинах равна $\pm\sigma$, площадь каждой пластины S, расстояние d между ними много меньше линейных размеров пластин.

10.13.33. Два плоских воздушных конденсатора с обкладками одинаковой площадью $S = 10$ см ^{2} имеют равные заряды $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл и вставлены друг в друга так, как показано на рисунке 10.13.20. Расстояние между обкладками первого конденсатора $d = 10$ мм вдвое больше, чем у второго. На сколько изменится энергия системы, если обкладки внутреннего конденсатора сложить вместе?

10.13.34. Два плоских воздушных конденсатора с обкладками одинаковой площадью $S = 5$ см^2 имеют равные заряды $q = 10^{-7}$ Кл. Расстояние между обкладками первого конденсатора $d = 4$ мм вдвое больше, чем у второго. Какое минимальное количество теплоты выделится, если вставить второй конденсатор внутрь первого так, как показано на рисунке 10.13.20?

10.13.35. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора с обкладками площадью $S = 15$ см^2 и расстоянием между ними $d = 10$ мм имеют равные заряды $q = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл и вставлены друг в друга так, как показано на рисунке 10.13.21. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вынуть один конденсатор из другого?

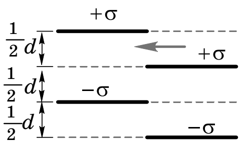


Рис. 10.13.19

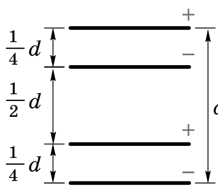


Рис. 10.13.20

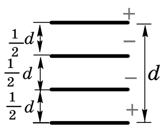


Рис. 10.13.21

10.14. Конденсатор во внешнем поле

10.14.1. Плоский конденсатор находится во внешнем электрическом поле напряженностью $\vec{E}$, перпендикулярном пластинам. Площадь пластин S. Какой заряд окажется на каждой из пластин, если конденсатор замкнуть проводником накоротко?

• **10.14.2.** В однородном электрическом поле напряженностью E_0 перпендикулярно его направлению расположен заряженный плоский конденсатор, напряженность поля между обкладками которого была равна E. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы расположить обкладки конденсатора параллельно внешнему полю? Площадь каждой обкладки конденсатора равна S, расстояние между ними d.

10.14.3. В однородном электрическом поле напряженностью $\vec{E}_0$ перпендикулярно его направлению расположен заряженный плоский конденсатор, напряженность поля между обкладками которого была равна $\vec{E}$ (рис. 10.14.1). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы развернуть конденсатор на 180°? Площадь каждой обкладки конденсатора равна S, расстояние между ними d.

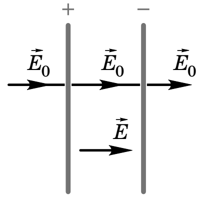


Рис. 10.14.1

10.14.4. Плоский воздушный конденсатор внесли в область однородного электрического поля, направленного перпендикулярно плоскости пластин конденсатора (от положительно заряженной пластины к отрицательной). При этом была совершена работа A_1. Затем конденсатор повернули на угол $\alpha = 45°$, совершив работу A_2. Найдите отношение A_2/A_1.

10.14.5. В однородном электрическом поле напряженностью E_0 перпендикулярно его направлению расположен заряженный плоский конденсатор, напряженность поля между обкладками которого равна E. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы сложить обкладки конденсатора вместе? Площадь каждой обкладки конденсатора равна S, расстояние между ними d.

10.14.6. В однородном электрическом поле напряженностью $\vec{E}_0$ перпендикулярно его направлению расположен заряженный плоский конденсатор, площадь каждой из обкладок которого равна S, а расстояние между ними d. Зазор между обкладками заполнен диэлектриком с проницаемостью ε. До помещения во внешнее поле напряженность электрического поля между обкладками была равна E (рис. 10.14.2). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора?

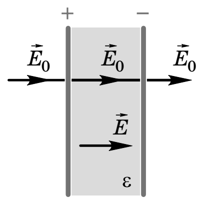


Рис. 10.14.2

10.15. Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле

10.15.1. Пылинка массой $m = 10^{-12}$ кг взвешена между горизонтальными пластинами плоского конденсатора. Пылинка освещается ультрафиолетовым светом и, теряя заряд, она выходит из равновесия. Какой заряд потеряла пылинка, если первоначально между обкладками конденсатора была разность потенциалов $\Delta\varphi = 200$ В, а затем, чтобы опять уравновесить пылинку, ее пришлось увеличить на $\Delta\varphi_0 = 50$ В? Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1{,}6$ см.

10.15.2. Две бесконечные параллельно расположенные горизонтальные пластины равномерно заряжены с поверхностными плотностями зарядов σ_1 и σ_2. Расстояние между пластинами l = = 5 см. Посередине между ними расположен точечный заряд Q. В верхней пластине, непосредственно над точечным зарядом, просверлено отверстие радиусом r = 1 мм (рис. 10.15.1). На сколько процентов должны отличаться поверхностные плотности зарядов на пластинах, чтобы точечный заряд находился в равновесии? Считать $r \ll l$. Силой тяжести пренебречь.

10.15.3. Точечный заряд $q = -7 \cdot 10^{-8}$ Кл расположен между обкладками плоского конденсатора в точке *1* (рис. 10.15.2) вблизи положительно заряженной пластины. Заряд q перемещают из точки *1* в точку *3*, расположенную вблизи другой пластины, по ломаной *1—2—3*. Определите минимальную работу, которую необходимо совершить при таком перемещении. Емкость конденсатора $C = 10^{-10}$ Ф, заряд $Q = 5 \cdot 10^{-4}$ Кл.

10.15.4. На горизонтальной пластине вертикально установлена легкая непроводящая пружина, на верхнем конце которой закреплен шарик массой m = 10 г с зарядом $q = 10^{-6}$ Кл (рис. 10.15.3). С какой поверхностной плотностью нужно зарядить пластину, чтобы энергия пружины увеличилась в n = 2 раза? Электрическое поле пластины считать однородным.

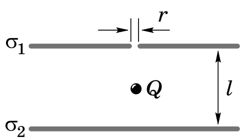


Рис. 10.15.1

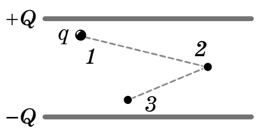


Рис. 10.15.2

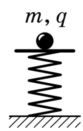


Рис. 10.15.3

10.15.5. Электрон, двигавшийся со скоростью $5 \cdot 10^6$ м/с, влетает в параллельное его движению однородное электрическое поле напряженностью $E = 10^3$ В/м. Какое расстояние пройдет электрон до остановки? Сколько времени ему для этого потребуется? Какую долю своей первоначальной кинетической энергии он потеряет, двигаясь в этом поле, если протяженность поля l = 0,8 см?

• **10.15.6.** Точечный заряд $q = 10^{-7}$ Кл массой $m = 3 \cdot 10^{-6}$ кг удерживают в точке *1* вблизи равномерно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ = = $5 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^2 (рис. 10.15.4). Какова будет скорость заряда в точке *2*, находящейся на расстоянии l = 1 м от точки *1*, если заряд освободить?

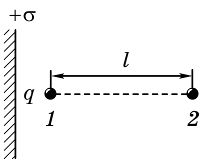


Рис. 10.15.4

10.15.7. С большого расстояния к металлической плоскости движется тело массой m, имеющее заряд q. Определите скорость тела в тот момент, когда оно будет находиться на расстоянии d от плоскости. Начальная скорость тела равна нулю, а его размеры много меньше d.

10.15.8. Электрон влетает в плоский конденсатор через очень малое отверстие в положительно заряженной пластине. Скорость электрона $v = 10^4$ км/с направлена перпендикулярно плоскости пластин. Чему должна быть равна наименьшая разность потенциалов между пластинами, чтобы электрон вылетел обратно из конденсатора? Поле между обкладками конденсатора считать однородным.

10.15.9. Две заряженные частицы находятся в однородном внешнем электрическом поле, напряженность которого E. Частица массой m имеет отрицательный заряд $-q$, частица массой M — положительный заряд Q (рис. 10.15.5). На каком расстоянии друг от друга должны находиться частицы, чтобы при движении их взаимное расположение не изменилось?

10.15.10. Электрон, движущийся с некоторой скоростью вдоль оси OX, влетает в область электрического поля, зависимость потенциала которого от координаты x изображена на рисунке 10.15.6. При какой минимальной скорости $v_{\min}$ электрон сможет пройти эту область?

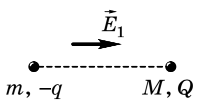


Рис. 10.15.5

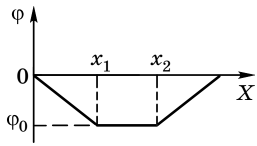


Рис. 10.15.6

10.15.11. Электрон влетает в точке $x = 0$ в тормозящее однородное электрическое поле, направленное вдоль оси OX, и движется вдоль силовых линий поля. Начальная скорость электрона равна $v = 10^4$ м/с. Напряженность поля возрастает пропорционально пройденному электроном расстоянию x, т. е. изменяется по закону $E = \alpha x$, где $\alpha = 9{,}1 \cdot 10^{-3}$ В/м^2. Найдите максимальное расстояние, на которое электрон может проникнуть в поле.

• **10.15.12.** Силовые линии электростатического поля представляют собой параллельные прямые. Вдоль силовых линий напряженность поля возрастает по закону $E = \alpha x$, где $\alpha = 10^5$ В/м^2. Какую энергию W приобретет частица с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-10}$ Кл, пройдя из начала координат вдоль силовой линии расстояние $l = 1$ м?

10.15.13. Частица массой m и зарядом q влетает с горизонтальной скоростью v_0 в однородное электрическое поле напряженностью $\vec{E}$. Линии напряженности электрического поля совпадают с направлением ускорения свободного падения (рис. 10.15.7). Найдите ускорение частицы и ее скорость спустя время t. Запишите закон движения частицы.

• **10.15.14.** Частица, имеющая заряд q и энергию W, влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Заряд конденсатора Q, его емкость C, расстояние между пластинами d. Первоначально частица находится на одинаковом расстоянии от пластин. Какой длины должна быть каждая пластина, чтобы частица не упала на ее поверхность?

• **10.15.15.** Электрон, имеющий кинетическую энергию W, влетает в плоский конденсатор, между пластинами которого поддерживается разность потенциалов $\Delta\varphi$. Расстояние между пластинами d, их длина l. На расстоянии h от конденсатора находится экран (рис. 10.15.8). Начальная скорость электрона направлена параллельно пластинам. Найдите смещение электрона на экране.

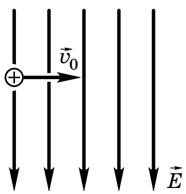


Рис. 10.15.7

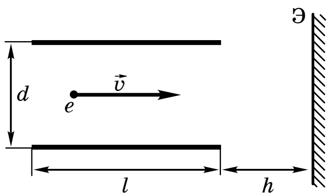


Рис. 10.15.8

10.15.16. Узкий пучок электронов пролетает через плоский конденсатор параллельно его пластинам и вызывает свечение экрана, расположенного на расстоянии $L = 15$ см от края конденсатора. При подаче на конденсатор напряжения $U = 50$ В светящееся пятно на экране смещается на величину $H = 21$ мм. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 18$ мм, длина пластин $l = 6$ см. Определите скорость электронов в пучке.

10.15.17. В плоский конденсатор длиной $l = 5$ см влетает электрон под углом $\alpha = 15°$ к пластинам. Энергия электрона $W =$ $= 1,5$ кэВ. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Определите напряжение на конденсаторе, при котором электрон на выходе будет двигаться параллельно пластинам.

10.15.18. Частица массой $m = 10^{-12}$ кг и зарядом $q = -2 \cdot 10^{-11}$ Кл влетает в вертикальное однородное электростатическое поле напряженностью $E = 40$ В/м под углом $\varphi = 120°$ к силовым линиям со скоростью $v_0 = 220$ м/с (рис. 10.15.9). Через какой промежуток времени частица сместится вдоль силовой линии на расстояние $\Delta h = 3$ м? Чему равна скорость частицы в этот момент времени? Силу тяжести не учитывать.

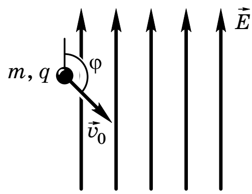


Рис. 10.15.9

10.15.19. Тело массой m с зарядом q ($q > 0$) брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Движение тела происходит одновременно в поле тяготения и однородном электростатическом поле напряженностью E, силовые линии которого направлены вертикально вниз. Определите время полета, дальность полета и максимальную высоту подъема тела над линией горизонта.

10.15.20. Частица массой m и зарядом $q > 0$ влетает в плоский конденсатор, обкладками которого являются металлические сетки (рис. 10.15.10). Напряженность поля в конденсаторе равна E, расстояние между сетками d. Начальная скорость частицы v_0 составляет угол α с плоскостью первой сетки. С какой скоростью и под каким углом к плоскости второй сетки частица вылетит из конденсатора? Силу тяжести не учитывать.

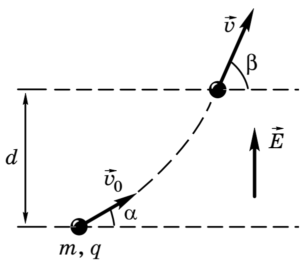


Рис. 10.15.10

10.15.21. Заряженная частица с зарядом q влетает в плоский конденсатор длиной l под углом α к плоскости пластин, а вылетает под углом β. Определите первоначальную кинетическую энергию частицы, если напряженность поля внутри конденсатора равна E. Силу тяжести не учитывать.

10.15.22. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi$, влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно пластинам длиной l и вылетает из него. В тот момент, когда электрон влетает в конденсатор, в последнем возникает электрическое поле, напряженность которого изменяется со временем по закону $E = \alpha t$, где α — положительная постоянная. Вектор $\vec{E}$ перпендикулярен пластинам. Определите скорость электрона, вылетевшего из конденсатора. Заряд электрона $|e|$, масса электрона m_e. Силой тяжести пренебречь.

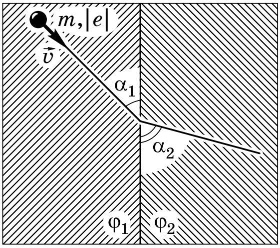


Рис. 10.15.11

10.15.23. Электрон, двигаясь со скоростью v, переходит из области электрического поля с потенциалом φ_1 в область поля с потенциалом φ_2, причем $\varphi_2 > \varphi_1$ (рис. 10.15.11). Под каким углом β к границе раздела областей будет двигаться электрон, если он подлетел к ней под углом α? Масса и заряд электрона равны m_e и $|e|$ соответственно.

10.15.24. Небольшой шарик массой m, подвешенный на легкой непроводящей нити, вращается в вертикальной плоскости. Найдите максимальную разность сил натяжения нити, если шарик движется в однородном электрическом поле напряженностью E, направленном вертикально вниз. Шарику сообщен положительный заряд q.

10.15.25. Небольшой шарик массой $m = 10$ г, имеющий заряд $q = 5$ мкКл, подвешен на непроводящей нити. Шарик отклоняют на натянутой нити от положения равновесия до горизонтального положения и отпускают (рис. 10.15.12). Определите силу натяжения нити в тот момент, когда нить составляет угол $\alpha_0 = 30°$ с вертикалью, если в пространстве создано постоянное однородное электрическое поле напряженностью $E = 2$ кВ/м, направленное вертикально вниз.

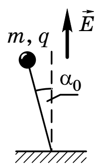


Рис. 10.15.12

• **10.15.26.** В однородном электрическом поле напряженностью $\vec{E}$ на невесомой нерастяжимой нити удерживается шарик массой m и зарядом $q > 0$ (см. рис. 10.15.12). Найдите силу натяжения нити при движении шарика, если первоначально он был отклонен от вертикали на угол α_0. Линии напряженности поля направлены вертикально вверх.

10.16. Движение заряженных частиц

10.16.1. Два электрона находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, причем первый электрон вначале покоится, а второй имеет скорость v_0, направленную к первому. Определите наименьшее расстояние, на которое они сблизятся.

10.16.2. На какое минимальное расстояние смогут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу из бесконечности с относительными скоростями $v_{\text{отн}} = 10^6$ м/с?

10.16.3. Два электрона движутся вдоль одной прямой. На расстоянии a друг от друга их скорости направлены в одну сторону и равны v_1 и v_2, причем $v_1 > v_2$. На какое минимальное расстояние смогут сблизиться электроны?

10.16.4. Электрон находится на расстоянии $R = 5 \cdot 10^{-11}$ м от неподвижного протона. Какой должна быть скорость электрона, чтобы он мог улететь в бесконечность?

10.16.5. Частица массой $m = 1$ г с зарядом $q = 10^{-6}$ Кл движется в электрическом поле одноименного закрепленного заряда $Q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл так, что на расстоянии $l_1 = 5$ см ее скорость $v_0 = 30$ м/с составляет острый угол с линией, соединяющей заряды. Определите скорость частицы, когда она будет на расстоянии $l_2 = 4$ см от заряда Q. Сопротивление воздуха и гравитационное взаимодействие не учитывать.

10.16.6. Скорости двух электронов равны v, лежат в одной плоскости и при расстоянии между электронами d образуют углы α с прямой, соединяющей электроны (рис. 10.16.1). На какое минимальное расстояние смогут сблизиться электроны?

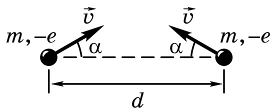


Рис. 10.16.1

10.16.7. На горизонтальной поверхности закреплен заряд q_1. Тело массой m, имеющее заряд q_2 (причем q_1, $q_2 > 0$), может перемещаться по поверхности. На каком расстоянии от заряда q_1 тело остановится, если в начальный момент оно покоилось и находилось на расстоянии l_0 от заряда q_1? Коэффициент трения тела о плоскость равен μ.

• **10.16.8.** На горизонтальной плоскости на расстоянии d друг от друга удерживают два одинаковых тела массой m каждое, имеющие равные заряды q. Какое расстояние пройдет каждое из тел, если их освободить? Какую максимальную скорость $v_{\max}$ приобретут тела в процессе движения? Коэффициент трения тел о плоскость равен μ.

10.16.9. На гладкой горизонтальной поверхности закреплен шарик с зарядом $q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл, к которому прикреплена непроводящая пружина. На другом конце пружины находится шарик массой $m = 10$ г с зарядом $q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл (рис. 10.16.2). Он колеблется так, что минимальное расстояние между шариками равно $l_1 = 20$ см. Какова максимальная скорость движения этого шарика, если длина пружины в недеформированном состоянии $l_0 = 25$ см, а в момент, когда скорость шарика максимальна, ее длина $l_2 = 30$ см?

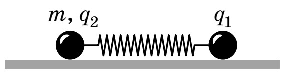


Рис. 10.16.2

10.16.10. По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, с высоты $h = 1$ м соскальзывает небольшое тело массой $m = 10$ г, заряженное отрицательным зарядом $q = -1$ мкКл. В точке пересечения вертикали, проведенной через начальное положение тела, с основанием плоскости закреплен положительный заряд $Q = 2$ мкКл. Найдите скорость, с которой тело достигнет основания плоскости.

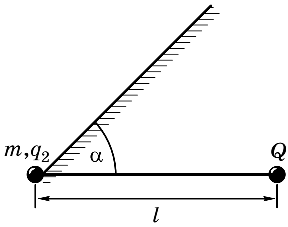


Рис. 10.16.3

10.16.11. Маленькая шайба массой $m = 9$ г с положительным зарядом $q = 9{,}8$ нКл лежит у основания гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом (рис. 10.16.3). Какой минимальный заряд Q следует поместить на расстоянии $l = 10$ см от шайбы, чтобы она начала подниматься вверх вдоль наклонной плоскости? Чему будет равна скорость шайбы в точке, где расстояние между ней и зарядом Q минимально?

10.16.12. Две маленькие бусинки надеты на непроводящий стержень, расположенный вертикально вблизи поверхности земли, причем нижняя из них закреплена. Бусинки раздвинули на расстояние l_0, сообщили каждой одинаковые одноименные заряды q и отпустили. Какую максимальную скорость будет иметь подвижная бусинка, если ее масса равна m? Трением пренебречь.

10.16.13. Два небольших шарика, имеющие одинаковые по модулю разноименные заряды, под действием сил взаимного электрического притяжения движутся по окружностям вокруг неподвижного центра масс. Скорость первого шарика мгновенно увеличивают в n раз, не изменяя ее направления. При каком минимальном значении n шарики разлетятся бесконечно далеко друг от друга? Отношение масс шариков $\frac{m_1}{m_2} = 3$.

10.16.14. Шарик массой $m = 2$ г с зарядом $Q = 10{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл может вращаться в вертикальной плоскости на непроводящей, невесомой и нерастяжимой нити длиной $l = 50$ см. В центре вращения закреплен шарик с таким же зарядом. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарику в нижнем положении, чтобы он мог сделать полный оборот? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Размерами шариков по сравнению с длиной нити пренебречь.

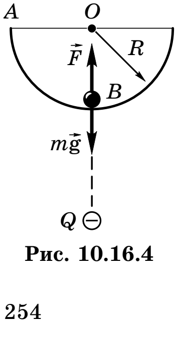


Рис. 10.16.4

10.16.15. Шарик массой $m = 2$ г, имеющий положительный заряд q, начинает скользить из точки A по сферической поверхности радиусом $R = 10$ см (рис. 10.16.4). Потенциальная энергия взаимодействия заряда q и неподвижного отрицательного заряда Q в начальный момент времени $W_A = -2 \cdot 10^{-3}$ Дж. Определите потенциальную энергию взаимодействия зарядов, когда заряд q находится в точке B, если в этом случае результирующая сил реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия, приложенная к шарику, F = 0,1 Н. Трением между шариком и сферической поверхностью пренебречь.

10.16.16. Две одинаковые маленькие бусинки, имеющие одинаковые заряды, могут без трения скользить по непроводящему кольцу радиусом R = 17,3 см, расположенному вертикально в поле тяжести Земли (рис. 10.16.5). Первоначально бусинки удерживают на горизонтальном диаметре кольца. Бусинки отпускают. Найдите их максимальные скорости, если положение равновесия между ними находится на хорде, равной радиусу кольца.

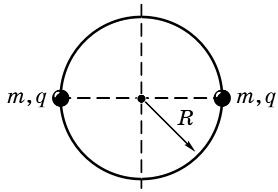


Рис. 10.16.5

10.16.17. Небольшой шарик массой m = 6 г, имеющий заряд q = 1 мкКл, подвешен на непроводящей нити длиной l = 40 см. Над точкой подвеса на расстоянии h = 30 см от нее помещен точечный заряд Q = 2 мкКл (рис. 10.16.6). Шарик отклоняют на натянутой нити от положения равновесия до горизонтального положения и отпускают. Определите скорость шарика в момент прохождения им положения равновесия.

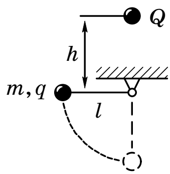


Рис. 10.16.6

10.16.18. Три одинаковых одноименно заряженных маленьких шарика с зарядом q = 2 мкКл и массой m = 6 г каждый соединены невесомыми, нерастяжимыми и непроводящими нитями длиной l = 0,1 м так, что нити образуют равносторонний треугольник. Одну из нитей пережигают. Найдите максимальные скорости каждого шарика. Силу тяжести не учитывать.

10.16.19. Три маленьких одинаковых шарика массой m = 2 г каждый могут скользить по длинному непроводящему горизонтальному стержню. Первоначально шарики находятся на расстояниях l = = 0,1 м друг от друга (рис. 10.16.7). Одновременно каждому шарику сообщают заряд $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл. Какую максимальную скорость будет иметь каждый шарик при движении, если коэффициент трения между шариками и стержнем μ = 0,2?

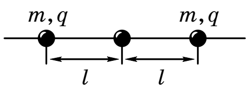


Рис. 10.16.7

10.16.20. Три одинаковых маленьких шарика *1*, *2*, *3* массой m = 9 г и с зарядом q = 2 мкКл каждый удерживают в вершинах правильного треугольника со стороной a = 0,5 м. Шарики отпускают. Какие скорости будут иметь шарики, когда расстояние между ними удвоится?

10.16.21. Расстояние между закрепленными разноименными зарядами q_1 и q_2 равно l. Частица массой m, имеющая заряд q_3 одного знака с q_2, летит по прямой, соединяющей закрепленные заряды. Какую наименьшую скорость должна иметь частица на большом расстоянии от зарядов q_1 и q_2, чтобы достичь заряда q_1?

10.16.22. Четыре одинаковых маленьких шарика массой $m = 1{,}8$ г и зарядом $q = 10^{-7}$ Кл каждый удерживают в вершинах квадрата со стороной $a = 0{,}4$ м. Определите скорость: а) одного шарика, если его отпустить; б) всех шариков, если их одновременно отпустить.

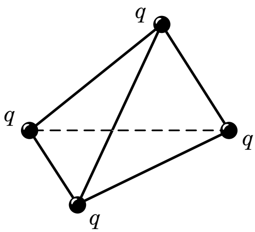


Рис. 10.16.8

10.16.23. Четыре одинаковых маленьких заряженных шарика удерживают в вершинах тетраэдра со стороной $a = 10$ см (рис. 10.16.8). Затем шарики отпускают. Какие скорости будут иметь шарики, когда расстояние между ними увеличится втрое? Масса каждого шарика $m = 9$ г, заряд $q = 10^{-8}$ Кл. Силу тяжести не учитывать.

• **10.16.24.** В вершинах правильного 2008-гранника со стороной $a = 5$ см были закреплены небольшие одинаковые шарики с равными зарядами. В некоторый момент времени один из шариков был освобожден, а через достаточно большой промежуток времени был освобожден шарик, соседний с первым освобожденным. Оказалось, что на большом расстоянии от многогранника кинетические энергии освобожденных шариков различаются на величину $\Delta W = 0{,}01$ Дж. Определите заряд каждого шарика.

10.16.25. На тонкое диэлектрическое кольцо радиусом R надета бусинка массой m, которой сообщен заряд q. Кольцо расположено в вертикальной плоскости, и вся система находится в однородном вертикальном электрическом поле напряженностью E. Какой точечный заряд следует расположить в центре кольца, чтобы бусинка, соскользнувшая с вершины кольца, не давила на него в нижней точке? Трения нет.

10.16.26. Частица массой m, имеющая заряд q, движется по оси заряженного закрепленного кольца, приближаясь к нему. Какую наименьшую скорость должна иметь частица на большом расстоянии от кольца, чтобы пролететь сквозь него? Масса кольца M, радиус R, заряд Q.

• **10.16.27.** Частица массой m, имеющая заряд q, со скоростью v_0 приближается с большого расстояния к заряженному незакрепленному кольцу, двигаясь по его оси. Радиус кольца R, его заряд Q ($Qq > 0$), масса M. Вначале кольцо покоится.

1. Чему будет равна скорость частицы, когда она проходит через центр кольца?

2. Как изменится ответ, если кольцо закрепить?

10.16.28. Две закрепленные сферы радиусом R имеют одинаковые заряды Q, распределенные равномерно по поверхностям сфер. Какую минимальную энергию нужно сообщить электрону на поверхности одной из сфер, чтобы он достиг второй сферы? Расстояние между центрами сфер равно l. Заряд электрона $|e|$.

10.16.29. Закрепленная сфера радиусом R_1, имеющая равномерно распределенный по поверхности положительный заряд q_1, окружена металлической сеткой радиусом R_2, на которую нанесен положительный заряд q_2 (рис. 10.16.9). Протон, находящийся вблизи поверхности сферы, не имея начальной скорости, пролетает через сетку и удаляется в бесконечность. Найдите скорость протона в бесконечности. Отношение заряда q к массе M для протона считать известным.

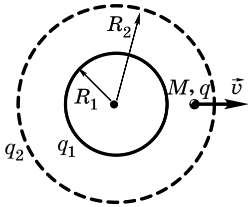


Рис. 10.16.9

10.16.30. В закрепленной металлической сфере радиусом $R = 10^{-2}$ м, имеющей заряд $q = -10^{-8}$ Кл, проделано очень маленькое отверстие (рис. 10.16.10). Точечный заряд $q_0 = 10^{-9}$ Кл массой $m = 10^{-6}$ кг влетает в отверстие по направлению к центру сферы, имея начальную скорость вдали от сферы $v_0 = 1$ м/с. Найдите скорость заряда в центре сферы.

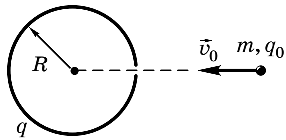


Рис. 10.16.10

10.16.31. В тонкостенной непроводящей равномерно заряженной сфере массой $m_1 = 100$ г и радиусом $R = 20$ см имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия. Заряд сферы $Q = 3$ мкКл. В начальный момент сфера покоится. По прямой, соединяющей отверстия, из бесконечности движется со скоростью $v = 5$ м/с частица массой $m_2 = 40$ г с зарядом $q = 2$ мкКл. Найдите время, в течение которого заряд будет находиться внутри сферы.

10.16.32. В закрепленном шаре радиусом $R = 1$ м, равномерно заряженном с объемной плотностью заряда $\rho = -10^{-12}$ Кл/м^3, просверлен по диаметру узкий канал (рис. 10.16.11). В центре шара находится электрон. С какой скоростью вылетит из шара электрон, если ему сообщить начальную скорость $v_0 = 1$ м/с, направленную по радиусу вдоль канала? Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-3}$ кг.

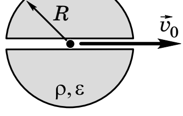


Рис. 10.16.11

10.17. Колебательное движение

10.17.1. Шарик массой $m = 0{,}1$ г закреплен на нити, длина которой $l = 1$ м велика по сравнению с размерами шарика. Шарику сообщают заряд $q = 10$ нКл и помещают в направленное вертикально вверх однородное электрическое поле напряженностью $E = 3 \cdot 10^5$ В/м. С каким периодом будет колебаться шарик?

• **10.17.2.** Между обкладками плоского конденсатора помещен математический маятник, масса которого m, длина нити подвеса l. Пластины конденсатора расположены параллельно поверхности земли. Каким будет период колебаний маятника, если между обкладками конденсатора создать электрическое поле напряженностью E? Нижняя обкладка заряжена положительно, а заряд на маятнике равен q_0.

10.17.3. Положительно заряженный шарик массой $m = 30$ г (математический маятник) совершает гармонические колебания над положительно заряженной бесконечной горизонтальной плоскостью. При этом сила электрического взаимодействия шарика с плоскостью $F = 0{,}1$ Н, а период его колебаний $T_1 = 2$ с. Затем шарик перезарядили так, что его заряд стал отрицательным, но по модулю равным первоначальному. Определите период гармонических колебаний шарика в новом состоянии. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

10.17.4. Вблизи вертикальной стенки, заряженной положительно с поверхностной плотностью заряда σ, подвешено на непроводящей нити длиной l маленькое тело массой m и зарядом $q > 0$. Найдите период колебаний тела, считая их гармоническими.

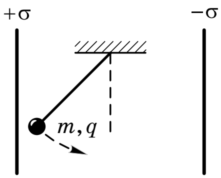


Рис. 10.17.1

10.17.5. Между обкладками плоского конденсатора подвешена на непроводящей нити маленькая бусинка массой $m = 1$ г (рис. 10.17.1). Как изменится период малых колебаний бусинки, если ей сообщить заряд $q = 10^{-3}$ Кл, а пластины зарядить с поверхностной плотностью $\sigma = \pm 15{,}3 \cdot 10^{13}$ Кл/м^2?

10.17.6. Найдите период малых колебаний гантели длиной l с шариками массой m, расположенной вдоль однородного электрического поля напряженностью E. Заряды шариков гантели равны q и $-q$. Силу тяжести не учитывать.

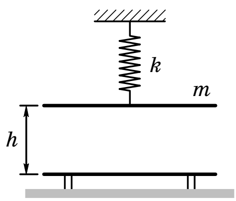


Рис. 10.17.2

• **10.17.7.** Нижняя пластина плоского воздушного конденсатора закреплена в горизонтальной плоскости, а верхняя висит на пружине жесткостью $k = 50$ Н/м (рис. 10.17.2). Расстояние между пластинами $d = 1{,}1$ см. К конденсатору прикладывают постоянное напряжение, и верхняя пластина начинает совершать малые колебания с амплитудой $A = 0{,}1$ см. Найдите период колебаний. Масса верхней пластины $m = 54$ г.

10.17.8. Шарик массой m и с зарядом q подвешен на шелковой нити длиной l. Шарик заряжают положительно, а под ним на расстоянии l закрепляют другой шарик с таким же по модулю, но отрицательным зарядом (рис. 10.17.3). Определите период малых колебаний шарика.

10.17.9. Найдите период малых колебаний тела массой m, заряд которого q, внутри гладкой сферы радиусом R, если в верхней точке сферы закреплен заряд Q ($qQ > 0$) (рис. 10.17.4).

10.17.10. Горизонтальный желоб выгнут по цилиндрической поверхности: слева — по радиусу $R = 20$ см, справа — по радиусу $2R$ (рис. 10.17.5). На дне желоба находится бусинка массой $m = 10$ г и с зарядом $q = 10^{-6}$ Кл, а в точке O — такой же по знаку заряд $Q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл. Во сколько раз при малых колебаниях время движения бусинки по желобу радиусом $2R$ больше времени движения по желобу радиусом R?

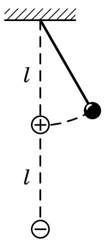


Рис. 10.17.3

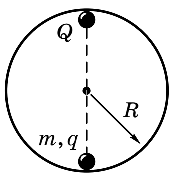


Рис. 10.17.4

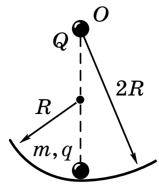


Рис. 10.17.5

• **10.17.11.** Две маленькие бусинки, имеющие одинаковые заряды, надеты на непроводящий стержень, расположенный вертикально вблизи поверхности земли, причем нижняя бусинка закреплена. В положении равновесия расстояние между бусинками равно l_0. Найдите период малых колебаний подвижной бусинки. Трением пренебречь.

10.17.12. На концах тонкого непроводящего горизонтального стержня длиной l закреплены две маленькие бусинки, а третья надета на стержень, по которому она может перемещаться без трения. Всем бусинкам сообщают одинаковые заряды q. Найдите период малых колебаний подвижной бусинки, если ее масса равна m.

10.17.13. Определите период малых колебаний четырех заряженных тел, связанных одинаковыми нитями длиной l и движущихся так, как показано на рисунке 10.17.6. Массы и заряды тел одинаковы и равны m и q соответственно.

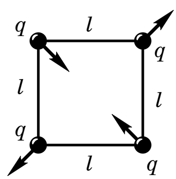


Рис. 10.17.6

10.17.14. Тонкое кольцо радиусом $R = 1$ м равномерно заряжено положительным зарядом $q = 10^{-16}$ Кл. Определите период малых колебаний электрона, находящегося на оси кольца на расстоянии $x \ll R$ от его плоскости. Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Силой тяжести пренебречь.

Глава 11. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

11.1. Сила тока. Плотность тока

11.1.1. Через нить лампочки карманного фонаря за время $t_1 = 2$ мин проходит заряд $q_1 = 20$ Кл. Определите силу тока и время, за которое через нить лампочки пройдет заряд $q_2 = 60$ Кл.

11.1.2. Сила тока в проводнике $I = 10$ А. Найдите массу электронов, проходящих через поперечное сечение проводника за время $t = 1$ год.

11.1.3. Железный провод, соединяющий острие громоотвода с землей, имеет поперечное сечение площадью $S = 1$ см^2. Во время разряда молнии по этому проводу может проходить ток $I = 10^5$ А. Определите плотность тока в проводе.

11.1.4. Конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 300$ В, разряжается за время $\Delta t = 0{,}1$ с. Определите среднее значение силы тока при разряде конденсатора.

11.1.5. Определите заряд, который прошел через поперечное сечение проводника в течение времени $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока в проводнике за это время от $I_0 = 0$ до $I = 3$ А.

11.1.6. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = 0{,}1 + 0{,}2t$. Определите заряд, который пройдет по цепи от момента времени $t_1 = 5$ с до $t_2 = 10$ с.

11.1.7. Сила тока в цепи изменяется по закону, график которого показан на рисунке 11.1.1. Найдите заряд, который пройдет в цепи за время $t = 30$ с, и среднюю силу тока за это время.

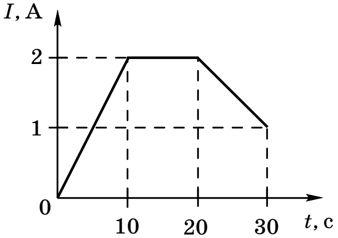


Рис. 11.1.1

• **11.1.8.** На обкладках плоского конденсатора с площадью квадратных пластин $S = 400$ см^2 и расстоянием между ними $d = 2$ см поддерживается напряжение $U = 120$ В. В пространство между обкладками со скоростью $v = 10$ м/с вдвигают диэлектрическую пластинку толщиной d и проницаемостью $\varepsilon = 2$. Определите силу тока в цепи.

11.1.9. В электрической цепи после зарядки конденсатора емкостью $C = 1$ мФ и расстоянием между обкладками $d = 1$ см до напряжения $U = 100$ В начинают сдвигать обкладки конденсатора с постоянной скоростью $v = 10$ м/с. Определите силу тока и направление тока в цепи в начальный момент сдвига обкладок.

11.1.10. Определите силу тока, создаваемого электроном, движущимся в атоме водорода по орбите радиусом $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м.

11.2. Сопротивление проводников

11.2.1. Сопротивление нихромовой проволоки $R = 10$ Ом, ее поперечное сечение $S = 1$ мм^2. Найдите длину проволоки.

11.2.2. Площадь поверхности пластинок аккумулятора равна $S = 300$ см^2, расстояние между ними $d = 2$ см. Удельное сопротивление 20%-ного раствора серной кислоты $\rho = 15{,}3$ Ом $\cdot$ см. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора.

11.2.3. Провода из меди и никелина сечением $S = 1$ мм^2 каждый имеют одинаковое сопротивление $R = 10$ Ом. Длина какого провода больше и на сколько?

11.2.4. Во сколько раз изменится сопротивление проводника, если его длину уменьшить на $n = 20\%$, а площадь поперечного сечения увеличить на $m = 50\%$?

11.2.5. Определите массу медного проводника, площадь поперечного сечения которого $S = 6 \cdot 10^{-3}$ см^2, а сопротивление $R = 3$ Ом.

• **11.2.6.** Два проводника — медный и алюминиевый — имеют одинаковые массы. Во сколько раз отличаются их сопротивления, если длина медной проволоки в 10 раз больше длины алюминиевой? Плотность меди в 3,3 раза больше плотности алюминия, а удельное сопротивление — в 1,65 раза меньше.

11.2.7. У проводника длиной l и площадью поперечного сечения S удельное сопротивление изменяется вдоль него по закону $\rho = \alpha x$, где α — известная постоянная, x — расстояние, отсчитываемое от одного из концов проводника. Определите сопротивление проводника.

11.2.8. Емкость плоского конденсатора C, его сопротивление R, диэлектрическая проницаемость ε. Найдите удельное сопротивление конденсатора.

11.3. Последовательное и параллельное соединения проводников

11.3.1. Какой длины надо взять никелиновые проволоки сечением $S = 2$ мм^2 для каждой спирали в реостате (рис. 11.3.1), рассчитанном на общее сопротивление $R_0 = 10$ Ом, чтобы при переводе

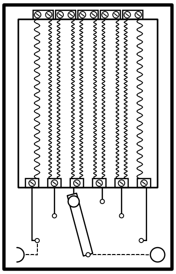


Рис. 11.3.1

ручки реостата с одного контакта на следующий его сопротивление увеличивалось на $\Delta R = 2$ Ом?

11.3.2. Общее сопротивление двух проводников, соединенных последовательно, $R_1 = 6$ Ом, а соединенных параллельно, — $R_2 = 1{,}125$ Ом. Определите сопротивление каждого проводника.

11.3.3. Из куска проволоки сопротивлением $R_0 = 10$ Ом сделано кольцо. Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление кольца $R = 1$ Ом?

• **11.3.4.** Два проводника, соединенные последовательно, имеют сопротивление в $n = 6{,}25$ раза большее, чем при их параллельном соединении. Определите, во сколько раз сопротивление одного проводника больше сопротивления другого.

11.3.5. Как нужно соединить три резистора сопротивлениями соответственно $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом и $R_3 = 6$ Ом, чтобы их общее сопротивление $R_0 = 4$ Ом?

11.3.6. Три резистора одинакового сопротивления были соединены последовательно. Затем вход цепи соединили проводником с точкой, лежащей между вторым и третьим резисторами, а выход — с точкой между первым и вторым резисторами. Начертите схему и определите, как изменилось сопротивление цепи.

11.3.7. Есть четыре резистора одинакового сопротивления $R = 10$ Ом. Сколько существует способов их соединения? Определите эквивалентное сопротивление в каждом случае.

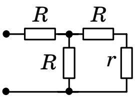
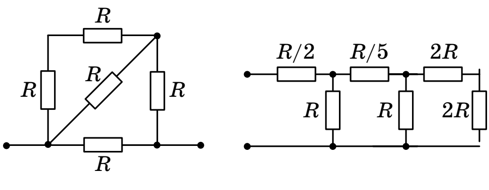


Рис. 11.3.2

11.3.8. Каким должно быть сопротивление r резистора в цепи, изображенной на рисунке 11.3.2, чтобы общее сопротивление цепи было также равно r?

11.3.9. Из одинаковых резисторов сопротивлением по $R = 5$ Ом каждый требуется получить цепь сопротивлением $R_0 = 3$ Ом. Как их следует соединить для того, чтобы обойтись наименьшим числом резисторов?

11.3.10. Найдите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 11.3.3, *а* и *б*, если $R = 4$ Ом.



а) *б*)

Рис. 11.3.3

• **11.3.11.** Найдите общее сопротивление цепи, показанной на рисунке 11.3.4, если $R = 1$ Ом.

11.3.12. Найдите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 11.3.5, если $R = 9$ Ом.

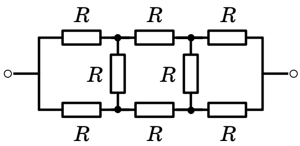


Рис. 11.3.4

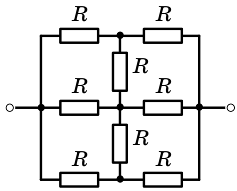


Рис. 11.3.5

11.3.13. Найдите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 11.3.6, если $R = 5$ Ом.

11.3.14. Найдите сопротивление участка цепи между точками A и B (рис. 11.3.7) проволочной пирамиды, если сопротивление каждого ее ребра $R = 10$ Ом.

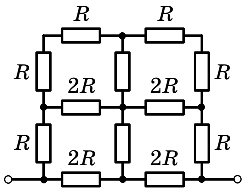


Рис. 11.3.6

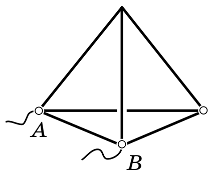
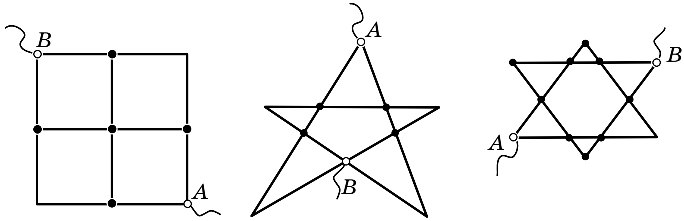


Рис. 11.3.7

11.3.15. Найдите сопротивление участка цепи между точками A и B проволочных плоских фигур, показанных на рисунке 11.3.8, *а—в*, если сопротивление каждого звена $R = 6$ Ом.



а) *б*) *в*)

Рис. 11.3.8

• **11.3.16.** Найдите сопротивление проволочного каркаса, имеющего форму куба (рис. 11.3.9), при включении его в цепь между точками *1*—*7*. Сопротивление каждого ребра каркаса $R = 0{,}3$ Ом.

11.3.17. Определите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 11.3.10. Сопротивление каждого звена $R = 4$ Ом.

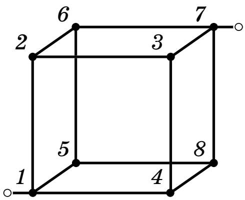


Рис. 11.3.9

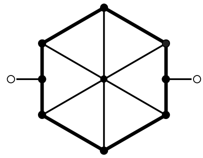


Рис. 11.3.10

11.3.18. Определите общее сопротивление цепи, изображенной на рисунке 11.3.11. Сопротивление каждого звена $R = 7$ Ом.

11.3.19. При каком сопротивлении R_x в цепи, представленной на рисунке 11.3.12, общее сопротивление цепи не зависит от числа ячеек?

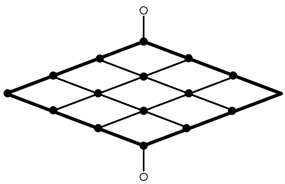


Рис. 11.3.11

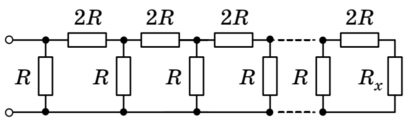


Рис. 11.3.12

11.3.20. На рисунке 11.3.13 показана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена, сопротивления которых $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 3$ Ом. Найдите общее сопротивление цепи.

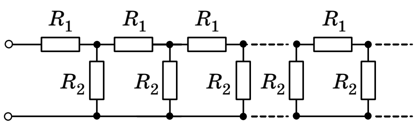


Рис. 11.3.13

• **11.3.21.** Цепь составлена из бесконечного числа ячеек, состоящих из трех одинаковых сопротивлений (рис. 11.3.14). Найдите общее сопротивление цепи, если $R = 1$ Ом.

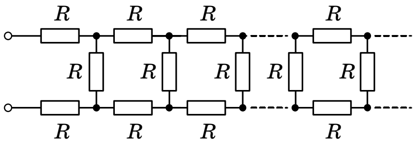


Рис. 11.3.14

11.4. Закон Ома для участка цепи

11.4.1. Для человека смертельным является ток $I \approx 0{,}1$ А при высоком напряжении. Среднее сопротивление человеческого тела $R \approx 50\,000$ Ом. Какое напряжение смертельно для человека?

11.4.2. За время $t = 5$ мин по проводнику прошел заряд $q = 180$ Кл. Определите падение напряжения на проводнике, если его сопротивление $R = 10$ Ом.

• **11.4.3.** Чему равно удельное сопротивление ρ проводника, если при силе тока $I = 1$ А падение напряжения на нем $U = 1{,}2$ В? Диаметр проводника $d = 0{,}5$ мм, длина $l = 47$ мм.

11.4.4. Тостер рассчитан на напряжение $U = 120$ В и силу тока $I = 4$ А. Найдите сопротивление резистора, который следует включить последовательно с прибором, чтобы сила тока не превышала допустимое значение, если напряжение в сети $U_0 = 220$ В.

11.4.5. Напряжение на лампочке в рабочем режиме $U = 210$ В, ее сопротивление $R = 105$ Ом. Найдите сопротивление подводящих проводов, если в сети напряжение $U_0 = 220$ В.

11.4.6. Два резистора одинакового сопротивления подключены последовательно к источнику напряжения. Сопротивление одного из них увеличили в $n = 4$ раза, а другого — во столько же раз уменьшили. Во сколько раз изменилась сила тока в цепи? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

11.4.7. Два проводника одинаковой длины из одного и того же материала, но разного сечения $S_1 = 1$ мм^2 и $S_2 = 2$ мм^2 включены последовательно в цепь. Определите напряжение на каждом проводнике, если на концах цепи напряжение $U = 9$ В.

11.4.8. Электрокофемолку сопротивлением $R = 60$ Ом, рассчитанную на напряжение $U = 120$ В, надо включить в сеть с напряжением $U_0 = 220$ В. Какой длины нихромовый проводник надо включить последовательно с ней? Площадь поперечного сечения проводника $S = 0{,}8$ мм^2.

11.4.9. Падение напряжения на участке цепи, содержащем четыре резистора одинакового сопротивления, соединенных последовательно, равно U. Как нужно изменить напряжение на концах участка, чтобы при параллельном соединении этих резисторов сила тока в неразветвленной части цепи увеличилась в $n = 2$ раза?

• **11.4.10.** По участку цепи, состоящему из четырех одинаковых параллельно соединенных проводников, течет ток $I_0 = 4{,}8$ А. Найдите силу тока, который будет течь по участку, если эти проводники соединить последовательно при том же напряжении на его концах.

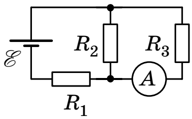


Рис. 11.4.1

11.4.11. Какое показание будет у амперметра в схеме, изображенной на рисунке 11.4.1? Как изменится показание амперметра, если его и источник тока поменять местами? Элементы цепи: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $\mathscr{E} = 5$ В. Внутреннее сопротивление источника тока и сопротивление амперметра не учитывать.

11.4.12. Есть две лампочки, на которых написано: $U_1 = 3{,}5$ В, $I_1 = 0{,}35$ А и $U_2 = 2{,}5$ В, $I_2 = 0{,}5$ А, реостат сопротивлением $R = 30$ Ом и источник напряжением $U = 6$ В. Как собрать цепь, чтобы лампочки горели в нормальном режиме?

11.4.13. Во сколько раз изменится показание амперметра, если вместо цепи, приведенной на рисунке 11.4.2, *а*, его включить в цепь, показанную на рисунке 11.4.2, *б*? Напряжение в обоих случаях неизменно.

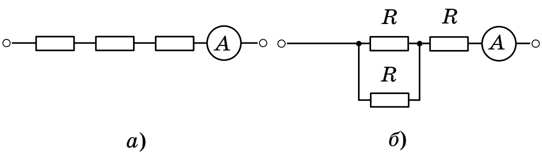


Рис. 11.4.2

• **11.4.14.** Падение напряжения на участке *a—c* цепи, представленной на рисунке 11.4.3, $U = 12$ В. Найдите падение напряжения на резисторе сопротивлением $R_1 = 10$ Ом, если $R_2 = 5$ Ом, $R_3 = 10$ Ом.

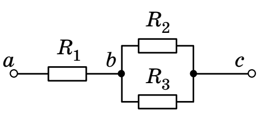


Рис. 11.4.2

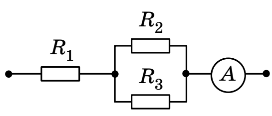


Рис. 11.4.4

• **11.4.15.** Найдите напряжения на резисторах сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом, если амперметр показывает силу тока $I_1 = 3$ А (рис. 11.4.4). Найдите силы токов I_2 и I_3 в резисторах R_2 и R_3.

11.4.16. Найдите силы токов, протекающих через резисторы сопротивлениями $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 3$ Ом (рис. 11.4.5), если потенциалы точек *1*, *2*, *3* равны $\varphi_1 = 10$ В, $\varphi_2 = 9$ В, $\varphi_3 = 6$ В соответственно.

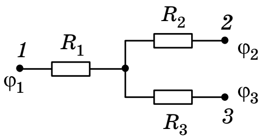


Рис. 11.4.5

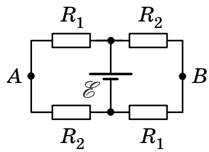


Рис. 11.4.6

11.4.17. Чему равна разность потенциалов между точками A и B в схеме, представленной на рисунке 11.4.6, если ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 80$ В, сопротивления резисторов $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 8$ Ом? Внутреннее сопротивление источника не учитывать.

11.4.18. Для регулирования напряжения собрана схема, представленная на рисунке 11.4.7. Сопротивления нагрузки и регулировочного реостата одинаковы и равны R. Нагрузка подключена к половине реостата. Напряжение на входе цепи неизменно и равно U. Определите, как изменится напряжение на нагрузке, если ее сопротивление увеличить в $n = 3$ раза.

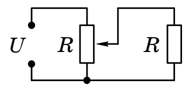


Рис. 11.4.7

11.4.19. Для схемы, изображенной на рисунке 11.4.8, подберите такое сопротивление R_x, чтобы сила тока, текущего через это сопротивление при замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2, была в 3 раза больше силы тока, текущего через это сопротивление при разомкнутом ключе K_1 и замкнутом ключе K_2. Сопротивление источника тока не учитывать.

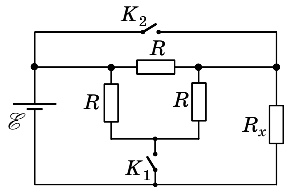


Рис. 11.4.8

11.4.20. Чему равна сила тока, текущего через каждый из резисторов цепи, изображенной на рисунке 11.4.9, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$ Ом, ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 12$ В? Внутреннее сопротивление источника не учитывать.

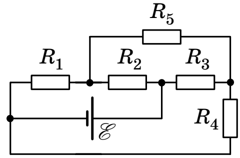


Рис. 11.4.9

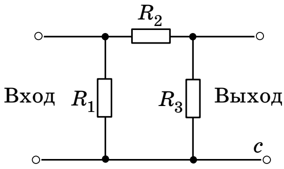


Рис. 11.4.10

11.4.21. Если на вход цепи подано напряжение $U_1 = 100$ В, то на выходе напряжение $U_2 = 40$ В (рис. 11.4.10). При этом через реостат сопротивлением R_2 идет ток $I_2 = 1$ А. Если на выход подать напряжение $U_3 = 60$ В, то напряжение на входе $U_4 = 15$ В. Определите сопротивления реостатов R_1, R_2, R_3.

11.4.22. В коробке с тремя выводами A, B и C находится неизвестная схема, состоящая из набора резисторов. При помощи омметра измерены сопротивления между различными выводами: $R_{AB} = 10$ Ом, $R_{BC} = 20$ Ом, $R_{AC} = 30$ Ом. К точкам A и C подключают батарейку с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}5$ В, а к точкам B и C — амперметр, сопротивление которого $r = 5$ Ом. Что покажет амперметр? Внутреннее сопротивление батарейки не учитывать.

11.5. Работа и мощность тока

11.5.1. Какое количество теплоты выделяет нить электрической лампы в течение времени $t = 1$ ч, если сила тока в лампе $I = 0{,}5$ А, а напряжение $U = 220$ В?

11.5.2. Какое количество теплоты за время $t = 1$ мин выделится в никелиновой проволоке длиной $l = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 0{,}45$ мм^2, если сила тока $I = 4$ А?

11.5.3. В течение какого времени можно нагреть воду объемом $V = 1$ л от температуры $t_1 = 20$ °С до кипения в тефалевом чайнике при напряжении в сети $U = 220$ В, если сила тока $I = 8$ А?

• **11.5.4.** Электроплитка содержит три спирали с сопротивлениями $R = 120$ Ом каждая, соединенные параллельно друг с другом. Плитку включают в сеть последовательно с резистором сопротивлением $r = 50$ Ом. Как изменится время, необходимое для нагревания на этой плитке чайника с водой до кипения, при перегорании одной из спиралей?

11.5.5. На информационной табличке тостера написано: $P = 800$ Вт, $U = 220$ В. Найдите силу тока и сопротивление тостера во время его работы.

11.5.6. Проволочный предохранитель перегорает, если напряжение на нем равно $U_0 = 10$ В. При каком напряжении перегорит предохранитель, изготовленный из того же материала, если его длину увеличить в $n = 2$ раза, полагая, что вся выделившаяся теплота идет на нагревание и плавление проволоки?

11.5.7. Лампочка мощностью $P = 500$ Вт рассчитана на напряжение $U_0 = 110$ В. Определите дополнительное сопротивление, позволяющее включить лампочку в сеть с напряжением $U = 220$ В без изменения ее мощности.

11.5.8. При ремонте электроплитки спираль была укорочена на $\eta = 30\%$ первоначальной длины. Во сколько раз при этом изменилась мощность плитки?

11.5.9. Проводник сопротивлением R присоединен к источнику напряжения с ЭДС $\mathscr{E}$. От проводника отрезали некоторую часть и присоединили параллельно оставшейся части. Какая это должна быть часть длины исходного проводника, чтобы во внешней части образовавшейся цепи выделялась бы в $n = 4$ раза бóльшая мощность, чем в цепи первоначальной? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

11.5.10. Мощность двух электроплиток, включенных параллельно, равна P. Если эти плитки включить последовательно, то мощность одной из них будет P_1. Найдите мощность обеих плиток в этом случае.

• **11.5.11.** Можно ли две лампочки накаливания мощностями $P_1 = 40$ Вт и $P_2 = 60$ Вт каждая, рассчитанные на напряжение $U_0 = 110$ В, подключить к сети с напряжением $U = 220$ В, соединив их последовательно? Ответ обоснуйте.

11.5.12. Электрокипятильник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в сосуде закипает через время $t_1 = 5$ мин, а при включении другой — через $t_2 = 15$ мин. Через какое время закипит вода в том же сосуде, если обе обмотки включить: а) последовательно; б) параллельно?

11.5.13. При замкнутом и разомкнутом ключе K на участке ab цепи, представленной на рисунке 11.5.1, выделяется одинаковая мощность. Найдите сопротивление R_x, если напряжение на зажимах источника тока постоянно, $R = 20$ Ом.

11.5.14. В сеть напряжением $U = 220$ В включен резистор; при этом мощность тока в нем $P = 800$ Вт. На двух таких резисторах за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты при их параллельном и последовательном подключениях. Чему равно сопротивление подводящих проводов?

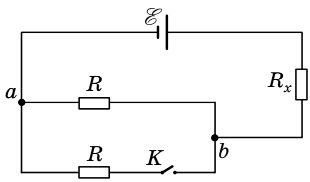


Рис. 11.5.1

11.5.15. В схеме, представленной на рисунке 11.5.2, сопротивления резисторов $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, показание вольтметра $U = 12$ В. Определите мощность, выделяющуюся на резисторе сопротивлением R_2. Внутреннее сопротивление источника тока не учитывать.

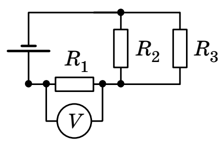


Рис. 11.5.2

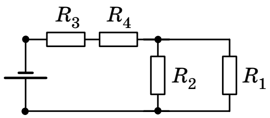


Рис. 11.5.3

11.5.16. Четыре одинаковых резистора сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4 подключены к источнику напряжения так, как показано на рисунке 11.5.3. При этом на резисторе R_1 выделяется мощность $P_1 = 0{,}9$ Вт. Какая мощность будет выделяться на резисторе R_1, если резистор R_2 отключить? Внутреннее сопротивление источника не учитывать.

11.5.17. Потери мощности в линии электропередачи составляют $\alpha_1 = 5\%$ от мощности, получаемой потребителем. Как нужно изменить напряжение на входе линии и сопротивление потребителя для того, чтобы при той же мощности, получаемой потребителем, потери в линии снизились до $\alpha_2 = 1\%$?

11.5.18. В электрическом чайнике мощностью $P = 1$ кВт кипит вода. Определите скорость истечения пара из носика чайника, считая пар идеальным газом. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, площадь поперечного сечения носика чайника $S = 1$ см^2. Считать, что всю энергию нагреватель передает воде.

11.5.19. Нагревательная спираль электрического чайника имеет сопротивление $R = 10$ Ом. Чему равна сила тока, который нужно пропустить через спираль, чтобы испарить воду массой $m = 100$ г, взятую при температуре кипения за время $\tau = 1$ мин, если КПД чайника $\eta = 70\%$?

11.5.20. Какую массу нефти нужно сжечь на тепловой электростанции, чтобы по телевизору, потребляющему ток $I = 1{,}3$ А при напряжении $U = 220$ В, посмотреть фильм продолжительностью $\tau = 1{,}5$ ч? КПД электростанции $\eta = 35\%$.

11.5.21. На изготовление кипятильника израсходована нихромовая проволока объемом $V = 10$ см^3. Какую массу воды можно нагревать ежеминутно этим кипятильником от температуры $t_1 = 10$ °C до $t_2 = 100$ °C при плотности тока в цепи $j = 3$ А/мм^2? КПД кипятильника $\eta = 70\%$.

11.5.22. Из комнаты в течение суток «уходит» $Q = 8{,}7 \cdot 10^7$ Дж теплоты. Какой длины надо взять нихромовую проволоку диаметром $d = 10^{-3}$ м для намотки электрического обогревателя, поддерживающего постоянную температуру в комнате? Напряжение в сети $U = 220$ В.

11.5.23. Троллейбус массой $m = 11$ т движется равномерно со скоростью $v = 36$ км/ч. Найдите силу тока в обмотке двигателя, если рабочее напряжение $U = 550$ В, а КПД двигателя $\eta = 80\%$. Силу сопротивления движению принять равной $\alpha = 0{,}02$ силы тяжести троллейбуса.

11.5.24. Лифт массой $m = 1$ т равноускоренно поднимается на высоту $h = 15$ м за время $t = 30$ с. Напряжение на зажимах электромотора $U = 220$ В, его КПД $\eta = 80\%$. Найдите силу тока в обмотке мотора.

• **11.5.25.** Электродвигатель, приводящий в действие насос, подключен к сети напряжением $U = 220$ В. Насос подает воду объемом $V = 500$ м^3 на высоту $h = 20$ м. Какой минимальный заряд пройдет по обмотке электродвигателя, если КПД установки (двигателя с насосом) $\eta = 44\%$? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

11.6. Электроизмерительные приборы

11.6.1. Источник тока замкнут на резистор сопротивлением $R = 100$ Ом. При включении в цепь амперметра с внутренним сопротивлением $R_A = 1$ Ом последний показал силу тока $I = 10$ А. Определите силу тока в цепи до включения амперметра. Внутреннее сопротивление источника не учитывать.

11.6.2. Для измерения напряжения сети $U_0 = 120$ В последовательно соединили два вольтметра с номинальными напряжениями $U = 100$ В и сопротивлениями $R_1 = 20$ кОм и $R_2 = 15$ кОм. Определите показания каждого вольтметра и наибольшее напряжение, которое можно измерять вольтметрами.

11.6.3. В схеме, изображенной на рисунке 11.6.1, при подключении вольтметра к точкам AB он показывает напряжение $U_1 = 6$ В. Если вольтметр подключить к точкам B и C, то $U_2 = 4$ В, а если к точкам A и C, то $U_3 = 12$ В. Пренебрегая внутренним сопротивлением источника тока, определите действительные значения напряжений между точками.

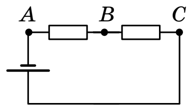


Рис. 11.6.1

11.6.4. Амперметр и вольтметр подключили последовательно к батарее с ЭДС $\mathscr{E} = 6$ В. Если параллельно вольтметру подключить некоторый резистор, то показание вольтметра уменьшается в $n = 2$ раза, а показание амперметра во столько же раз увеличивается. Найдите показание вольтметра после подключения резистора. Внутреннее сопротивление батареи не учитывать.

11.6.5. Для измерения сопротивления резистора с помощью амперметра и вольтметра используют различные схемы включения приборов. На рисунке 11.6.2, *а*, *б* представлены две из них. По какой схеме нужно включить приборы, чтобы измерить сопротивление R более точно? Сопротивления амперметра и вольтметра соответственно равны R_A и R_V.

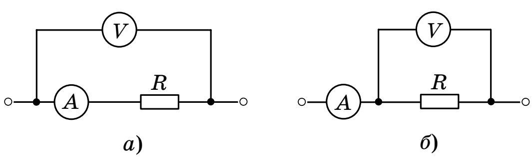


Рис. 11.6.2

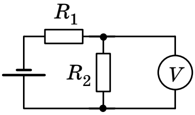


Рис. 11.6.3

11.6.6. В схеме, изображенной на рисунке 11.6.3, вольтметр измеряет напряжение на резисторе сопротивлением R_2 = 300 Ом. Каким должно быть сопротивление вольтметра для того, чтобы его показания отличались не более, чем на $\eta = 2\%$ от действительного значения напряжения на резисторе R_2? Сопротивление R_1 = 100 Ом. Внутреннее сопротивление источника тока не учитывать.

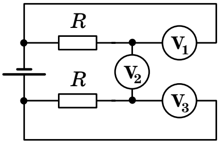


Рис. 11.6.4

11.6.7. В схеме (рис. 11.6.4) все вольтметры одинаковы. ЭДС батареи $\mathscr{E}$ = 9 В, ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Вольтметр V_1 показывает напряжение U_1 = = 2 В. Какие значения напряжений показывают остальные вольтметры?

11.7. Изменение цены деления приборов

11.7.1. К амперметру сопротивлением R_A = 0,16 Ом подсоединен шунт сопротивлением R = 0,04 Ом. Амперметр показывает силу тока I_A = 8 А. Найдите силу тока в цепи.

11.7.2. Шкала амперметра имеет 100 делений с ценой n = 1 А каждого. Какого сопротивления шунт следует подсоединить к прибору для измерения им силы токов до I = 1000 А? Внутреннее сопротивление амперметра R_A = 90 Ом.

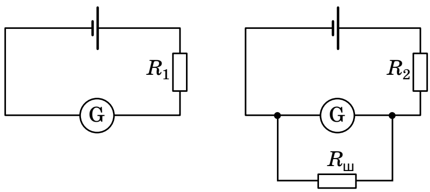
11.7.3. У амперметра, предназначенного для измерения силы тока до I_A = 10 А, сопротивление R_A = 0,18 Ом и шкала разделена на N = 100 делений. Каким должно быть сопротивление шунта и как его надо включить, чтобы этим амперметром можно было измерить силу тока до I = 100 А? Как изменится при этом цена деления амперметра?

11.7.4. Для шунтирования амперметра используют два одинаковых резистора. Если резисторы соединены между собой последовательно, то цена деления увеличивается в n = 10 раз. Во сколько раз изменится цена деления, если резисторы соединить между собой параллельно?

• **11.7.5.** Имеются два резистора. Если амперметр зашунтировать одним из них, то его цена деления увеличится в n_1 раз, если зашунтировать другим, то цена деления увеличится в n_2 раз. Как изменится цена деления амперметра, если для шунта использовать оба резистора, включив их между собой: а) последовательно; б) параллельно?

11.7.6. К гальванометру, сопротивление которого $R_G = 290$ Ом, присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в $n = 10$ раз. Определите сопротивление резистора, который надо включить последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным.

11.7.7. В цепь, состоящую из источника тока, гальванометра и резистора $R_1 = 350$ Ом (рис. 11.7.1, *а*), включили шунт $R_ш = 10$ Ом и вместо резистора R_1 включили резистор $R_2 = 100$ Ом (рис. 11.7.1, *б*). При этом сила тока, проходящего через гальванометр, не изменилась. Определите сопротивление гальванометра. Сопротивление источника не учитывать.



а) *б*)

Рис. 11.7.1

11.7.8. Сопротивление вольтметра $R_V = 2$ кОм. Предел измерения напряжения вольтметром $U_V = 30$ В, его шкала разделена на 150 делений. Какое добавочное сопротивление нужно взять и как его подключить, чтобы им можно было измерять напряжение до $U = 75$ В? Как изменится цена деления прибора?

11.7.9. Вольтметр имеет три предела измерения: $U_1 = 3$ В, $U_2 = 15$ В и $U_3 = 75$ В. Наибольший допустимый ток прибора $I_V = 0{,}3$ мА. Найдите добавочные сопротивления R_1, R_2 и R_3, если внутреннее сопротивление вольтметра $R_V = 10^3$ Ом.

• **11.7.10.** Есть два резистора. Если к вольтметру подключить, как добавочное сопротивление, один из них, то цена его деления увеличится в n_1 раз, а если подключить второй, то она увеличится в n_2 раз. Как изменится цена деления вольтметра, если эти резисторы использовать одновременно, включив между собой: а) последовательно; б) параллельно?

11.7.11. При использовании гальванометра в качестве вольтметра последовательно с прибором включили добавочное сопротивление $R_{доб}$. При дальнейших измерениях оказалось необходимым увеличить предел измерений в $n = 10$ раз. Однако по ошибке добавочное сопротивление, необходимое для этого, припаяли параллельно $R_{доб}$. Во сколько раз изменилось предельное напряжение, измеряемое прибором? Внутреннее сопротивление гальванометра не учитывать.

11.7.12. Гальванометр сопротивлением R_G, шунтированный сопротивлением $R_ш$ и соединенный последовательно с добавочным сопротивлением R_1, использовали в качестве вольтметра. Он дал отклонение стрелки в одно деление на $U_1 = 1$ В. Каким добавочным сопротивлением R_2 следует заменить R_1, чтобы гальванометр давал отклонение в одно деление на $U_2 = 10$ В?

• **11.7.13.** Если к амперметру, рассчитанному на максимальную силу тока $I_A = 2$ А, присоединить шунт сопротивлением $R_ш = 0,5$ Ом, то цена деления шкалы амперметра возрастает в $n = 10$ раз. Определите, какое добавочное сопротивление необходимо присоединить к тому же амперметру, чтобы его можно было использовать как вольтметр, рассчитанный на измерение напряжений до $U = 220$ В.

11.7.14. Сопротивление амперметра $R_A = 5$ Ом, предел измерения силы тока $I_A = 15$ мА. Каким должно быть сопротивление резистора и как его нужно включить, чтобы им можно было измерить: а) силу тока до $I = 150$ мА; б) напряжение до $U = 150$ В?

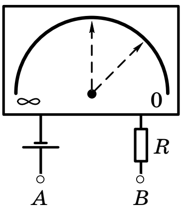


Рис. 11.7.2

11.7.15. В схеме омметра (прибора для измерения сопротивления) есть источник тока и резистор сопротивлением $R = 200$ Ом. Сопротивление источника много меньше сопротивления резистора. Шкала омметра проградуирована от нуля до бесконечности. При коротком замыкании клемм A и B (рис. 11.7.2) стрелка отклоняется на всю шкалу (положение 0). Какому сопротивлению соответствует отклонение стрелки на половину шкалы? на три четверти?

11.8. Электродвижущая сила. Закон Ома для замкнутой цепи

11.8.1. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 3,6$ В. Какой заряд переместился внутри источника от одного полюса к другому, если сторонние силы совершили работу $A = 72$ Дж?

11.8.2. При питании плеера от элемента с ЭДС $\mathscr{E} = 3$ В сила тока в цепи $I = 0,1$ А. Найдите работу сторонних сил в элементе за время $t = 10$ мин.

11.8.3. ЭДС батарейки $\mathscr{E} = 4,5$ В, внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Батарейка замкнута на резистор сопротивлением $R = 7$ Ом. Найдите силу тока в цепи и напряжение на зажимах батарейки.

11.8.4. В проводнике сопротивлением $R = 2$ Ом, подключенном к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}1$ В, сила тока $I = 0{,}5$ А. Определите силу тока при коротком замыкании источника.

11.8.5. Во сколько раз напряжение на зажимах источника тока отличается от его ЭДС, если внутреннее сопротивление источника в $n = 3$ раза меньше сопротивления внешней цепи?

• **11.8.6.** Какую допускают относительную ошибку в измерении ЭДС $\mathscr{E}$ источника тока, если показания вольтметра, присоединенного к его полюсам, принимают за ЭДС? Сопротивление источника тока $r = 0{,}5$ Ом, сопротивление вольтметра $R = 200$ Ом.

• **11.8.7.** В схеме на рисунке 11.8.1 ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 5$ В, внутреннее сопротивление $r = 0{,}1$ Ом. Найдите силы токов I_1 и I_2, текущих через резисторы сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 6$ Ом.

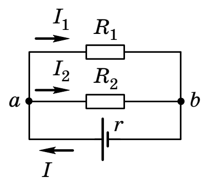


Рис. 11.8.1

11.8.8. Кусок проволоки сопротивлением $R = 10$ Ом свернули в кольцо и подключили к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 1$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом в двух точках, лежащих на противоположных сторонах диаметра кольца. Определите силу тока через источник.

11.8.9. Для измерения падения напряжения на резисторе сопротивлением R, подключенном к батарее с внутренним сопротивлением r, использовали вольтметр. Оказалось, что падение напряжения на резисторе R (до подключения вольтметра) больше показания прибора в n раз. Определите сопротивление вольтметра.

11.8.10. Цепь состоит из аккумулятора с внутренним сопротивлением r и нагрузки сопротивлением R. Вольтметр, подключенный последовательно, а затем параллельно к нагрузке, показывает одно и то же напряжение. Определите сопротивление вольтметра.

11.8.11. Сила тока в цепи, содержащей источник тока и сопротивление $R_1 = 4$ Ом, равна $I_1 = 0{,}2$ А. Если же внешнее сопротивление $R_2 = 7$ Ом, то сила тока в цепи $I_2 = 0{,}14$ А. Чему будет равна сила тока в цепи, если источник замкнуть накоротко?

11.8.12. При силе тока $I_1 = 1{,}5$ А напряжение на участке цепи $U_1 = 20$ В, а при силе тока $I_2 = 0{,}5$ А напряжение на том же участке $U_2 = 8$ В. Чему равна ЭДС, действующая на этом участке?

11.8.13. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора, если известно, что при замыкании его на внешнее сопротивление $R_1 = 1$ Ом напряжение на зажимах аккумулятора равно $U_1 = 2$ В, а при замыкании на внешнее сопротивление $R_2 = 2$ Ом напряжение на зажимах $U_2 = 2{,}4$ В.

11.8.14. Когда внешнее сопротивление цепи уменьшили на 32%, сила тока стала на 20% больше. На сколько процентов увеличилась бы сила тока, если бы внешнее сопротивление уменьшилось на 60%?

11.8.15. При включении плеера напряжение на зажимах источника тока $U = 2{,}8$ В. ЭДС батареи элементов $\mathscr{E} = 3$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Найдите силу тока. Какую работу совершают сторонние силы источника за время $t = 5$ мин? Какова работа тока во внешней и внутренней частях цепи?

11.8.16. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 2$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Определите силу тока, если во внешней цепи выделяется мощность $P = 0{,}75$ Вт. Почему получилось два ответа?

11.8.17. У аккумулятора с внутренним сопротивлением $r = 0{,}08$ Ом при силе тока $I_1 = 4$ А мощность во внешней цепи $P_1 = 8$ Вт. Какой будет мощность во внешней цепи при силе тока $I_2 = 6$ А?

11.8.18. При каком внешнем сопротивлении от источника тока, ЭДС которого $\mathscr{E} = 3$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, можно получить максимальную полезную мощность? Постройте график зависимости полезной мощности от внешнего сопротивления.

11.8.19. Какую наибольшую полезную мощность P_{max} можно получить от источника тока с ЭДС $\mathscr{E} = 100$ В и внутренним сопротивлением $r = 20$ Ом? Какую наибольшую мощность $P_{к.з.}$ можно получить, если максимально допустимый ток через источник составляет $\eta = 0{,}1$ от тока короткого замыкания?

11.8.20. Источник тока с ЭДС $\mathscr{E} = 2{,}2$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут медной проволокой, масса которой $m = 30{,}3$ г. Сопротивление проволоки подобрано таким образом, что на ней выделяется максимальная мощность. Насколько нагреется проволока за время $t = 5$ мин?

• **11.8.21.** Источник постоянного тока замыкают на резистор: один раз — сопротивлением $R_1 = 4$ Ом, другой раз — сопротивлением $R_2 = 9$ Ом. В обоих случаях количество теплоты, выделяющееся на резисторах за одно и то же время, одинаково. Определите внутреннее сопротивление источника.

11.8.22. Сопротивление внешней цепи увеличили в $n = 2{,}25$ раза. При этом мощность, выделяющаяся на нем, осталась прежней. Найдите, во сколько раз внутреннее сопротивление r источника отличается от первоначального сопротивления R внешней цепи.

11.8.23. Определите силу тока короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при силе тока $I_1 = 5$ А она отдает во внешнюю цепь мощность $P_1 = 9{,}5$ Вт, а при $I_2 = 8$ А — $P_2 = 14{,}4$ Вт.

11.8.24. Какой силы ток пойдет по подводящим проводам при коротком замыкании источника напряжения, если на двух резисторах сопротивлениями $R_1 = 200$ Ом и $R_2 = 500$ Ом выделяется при поочередном включении одинаковая мощность $P = 200$ Вт?

11.8.25. К аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом подключили резистор сопротивлением $R = 8$ Ом. Затем параллельно с первым подключили второй такой же резистор. Найдите отношение мощностей, выделяющихся во внешней цепи в первом и втором случаях.

11.8.26. Замкнутая цепь состоит из источника тока с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом и реостата, максимальное сопротивление которого $R_0 = 30$ Ом. При изменении сопротивления реостата изменяется сила тока в цепи. Выразите мощность, выделяемую на нагрузке, как функцию силы тока. При какой силе тока I_0 мощность, выделяемая на нагрузке, будет максимальной? Постройте график зависимости полезной мощности от силы тока в цепи.

11.9. КПД источника тока

11.9.1. ЭДС источника тока в диктофоне $\mathscr{E} = 3$ В. При его включении напряжение на зажимах источника тока $U = 2{,}5$ В. Найдите КПД источника тока.

11.9.2. Во сколько раз сопротивление внешней цепи больше внутреннего сопротивления источника, если КПД источника равен $\eta = 80\%$?

11.9.3. Аккумулятор, замкнутый на внешнее сопротивление $R = 5$ Ом, имеет КПД $\eta = 50\%$. Каким станет КПД аккумулятора, если его замкнуть на внешнее сопротивление $2R$?

11.9.4. К источнику с ЭДС $\mathscr{E} = 20$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}25$ Ом подключили резистор. Определите КПД источника, если сила тока в цепи $I = 8$ А.

11.9.5. КПД источника тока с ЭДС $\mathscr{E} = 100$ В, к которому подключили внешнее сопротивление $R = 10$ Ом, равен $\eta = 25\%$. Определите мощность, выделяющуюся на внешнем сопротивлении.

11.9.6. При подключении резистора сопротивлением R к источнику тока КПД последнего $\eta = 20\%$. Сколько таких резисторов нужно взять и как их надо соединить, чтобы мощность, выделяющаяся на этом соединении, была максимальной?

• **11.9.7.** Определите КПД источника тока при силе тока в цепи $I = 0{,}8$ А, если сила тока короткого замыкания $I_{\text{к.з.}} = 2$ А.

11.9.8. Электромотор питается от батареи с ЭДС $\mathscr{E} = 12$ В. Какую механическую работу совершает мотор за время $\tau = 1$ с при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при остановке якоря мотора по цепи протекает ток $I_0 = 3$ А?

11.9.9. Замкнутая цепь состоит из источника тока с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом и нагрузки (реостата). При изменении сопротивления реостата изменяется КПД источника тока. Найдите зависимость КПД источника тока от внешнего сопротивления. Постройте график этой функции.

11.9.10. Замкнутая цепь состоит из источника тока с ЭДС $\mathscr{E} = 4{,}5$ В и внутренним сопротивлением $r = 1{,}5$ Ом и нагрузки (реостата). При изменении сопротивления реостата изменяются сила тока в цепи и КПД источника тока. Определите зависимость КПД источника тока от силы тока в цепи. Постройте график этой функции.

11.10. Соединение источников тока

11.10.1. Два гальванических элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 12$ В и $\mathscr{E}_2 = 6$ В и одинаковым внутренним сопротивлением $r = 10$ Ом соединены последовательно и замкнуты на внешнее сопротивление $R = 10$ Ом. Определите силу тока в цепи и напряжение на внешнем сопротивлении.

11.10.2. Имеется два последовательно соединенных гальванических элемента с одинаковыми ЭДС, но разными внутренними сопротивлениями r_1 и r_2. При каком внешнем сопротивлении R разность потенциалов на зажимах одного из элементов равна нулю и на каком элементе?

11.10.3. Батарейка для карманного фонаря имеет ЭДС $\mathscr{E} = 1,5$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Сколько таких батареек надо соединить последовательно, чтобы питать лампу мощностью $P = 6$ Вт, рассчитанную на напряжение $U = 12$ В?

11.10.4. Два источника тока соединили последовательно и замкнули на внешнее сопротивление $R = 4$ Ом. При этом сила тока в цепи $I_1 = 1,83$ А. Затем один из источников перевернули, включив навстречу другому источнику. Сила тока в цепи стала $I_2 = 0,34$ А. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление каждого источника, если при замыкании каждого на внешнее сопротивление R через него текут токи $I_3 = 1$ и $I_4 = 1,3$ А соответственно.

• **11.10.5.** Батарея аккумуляторов состоит из $n = 8$ элементов, соединенных последовательно. ЭДС каждого элемента $\mathscr{E} = 1,5$ В, внутреннее сопротивление $r = 0,25$ Ом. Внешнюю цепь образуют два параллельно соединенных проводника сопротивлениями $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 50$ Ом. Определите напряжение на зажимах батареи.

11.10.6. Чему будет равна разность потенциалов между любыми двумя точками цепи, изображенной на рисунке 11.10.1? ЭДС каждого элемента $\mathscr{E}$, а внутреннее сопротивление r. Сопротивлением проводов пренебречь.

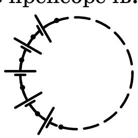


Рис. 11.10.1

• **11.10.7.** Батарея состоит из $n = 5$ последовательно соединенных источников тока с ЭДС $\mathscr{E} = 1,4$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом каждого. При какой силе тока мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P = 8$ Вт? Чему равна наибольшая мощность P_{max} во внешней цепи?

• **11.10.8.** Два источника тока с одинаковыми ЭДС $\mathscr{E} = 120$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}5$ Ом и $r_2 = 0{,}6$ Ом соединены параллельно одинаковыми полюсами и замкнуты на резистор сопротивлением $R = 10$ Ом. Найдите мощность каждого источника и мощность, выделяющуюся на внешнем сопротивлении.

11.10.9. Батарея из N одинаковых аккумуляторов замкнута на внешнее сопротивление R. Чему равно внутреннее сопротивление r одного аккумулятора, если сила тока, текущего по внешнему сопротивлению, одинакова при параллельном и последовательном соединениях аккумуляторов в батарею?

11.10.10. Как при последовательном, так и при параллельном соединениях двух одинаковых батарей на внешнем сопротивлении выделилась мощность $P_0 = 160$ Вт. Какая мощность будет выделяться на внешнем сопротивлении, если замкнуть на него лишь одну батарею?

11.10.11. Из $N = 400$ одинаковых элементов составлена батарея так, что образовано n соединенных последовательно групп, в каждой из которых содержится m элементов, соединенных параллельно. Внутреннее сопротивление одного элемента $r = 1$ Ом; внешнее сопротивление $R = 100$ Ом. При каких значениях n и m сила тока во внешней цепи будет максимальна?

11.10.12. Десять источников тока с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом каждый сначала соединили последовательно и замкнули на внешнее сопротивление R, а затем параллельно и замкнули на то же внешнее сопротивление. Определите сопротивление R, если выделившаяся на нем мощность изменилась в $\eta = 9$ раз.

11.10.13. Два аккумулятора с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}3$ В и $\mathscr{E}_2 = 2$ В и внутренним и сопротивлениями $r_1 = 0{,}1$ Ом и $r_2 = 0{,}25$ Ом соединены параллельно одинаковыми полюсами. Найдите силу тока в цепи и напряжение на зажимах аккумуляторов.

11.10.14. Два гальванических элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}5$ В и $\mathscr{E}_2 = 2$ В соединены параллельно одинаковыми полюсами. Вольтметр, подключенный к клеммам батареи, показал напряжение $U = 1{,}7$ В. Определите отношение внутренних сопротивлений элементов. Током через вольтметр пренебречь.

11.10.15. Два гальванических элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 10$ В и $\mathscr{E}_2 = 6$ В и одинаковыми внутренними сопротивлениями $r = 1$ Ом соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление $R = 0{,}5$ Ом. Найдите количество теплоты, выделяющееся за 1 с в первом элементе.

11.11. Законы Кирхгофа

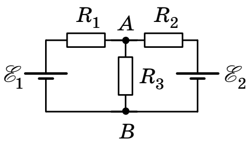


Рис. 11.11.1

• **11.11.1.** Определите силу тока через резистор R_2 (рис. 11.11.1) и напряжение между точками A и B, если ЭДС источников тока $\mathscr{E}_1 = 4$ В и $\mathscr{E}_2 = 3$ В, а сопротивления резисторов $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

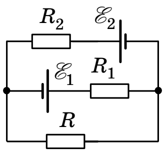


Рис. 11.11.2

11.11.2. Найдите силу тока через резистор R в схеме (рис. 11.11.2) и его направление, если $\mathscr{E}_1 = 1{,}5$ В, $\mathscr{E}_2 = 3{,}7$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R = 5$ Ом. Внутренние сопротивления источников тока не учитывать.

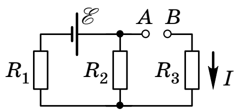


Рис. 11.11.3

11.11.3. Три резистора сопротивлениями $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, а также источник тока с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}4$ В соединены, как показано на рисунке 11.11.3. Определите ЭДС источника тока, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в резисторе R_3 протекал ток $I = 1$ А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивление источника тока не учитывать.

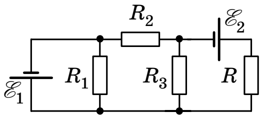


Рис. 11.11.4

11.11.4. Найдите силу тока через резистор R в схеме на рисунке 11.11.4. Значения R, R_1, R_2, R_3, $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$ известны. Внутренние сопротивления источников тока не учитывать.

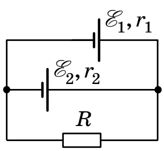


Рис. 11.11.5

11.11.5. Две батареи с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 10$ В и $\mathscr{E}_2 = 8$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом соединены с резистором сопротивлением $R = 6$ Ом так, как показано на рисунке 11.11.5. Найдите силу тока, текущего через резистор.

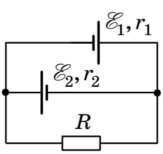


Рис. 11.11.6

11.11.6. Две батареи с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 8$ В и $\mathscr{E}_2 = 6$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 2$ Ом и $r_2 = 1{,}5$ Ом соединены с резистором сопротивлением $R = 10$ Ом так, как показано на рисунке 11.11.6. Найдите силу тока, текущего через резистор.

11.11.7. Два гальванических элемента с равными ЭДС $\mathscr{E} = 2$ В соединены параллельно одинаковыми полюсами и замкнуты на внешнее сопротивление R. Внутренние сопротивления элементов равны соответственно $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом. Чему равно внешнее сопротивление R, если сила тока, текущего через первый элемент, $I_1 = 1$ А? Найдите силу тока I_2, текущего через второй элемент, а также силу тока I_R через внешнее сопротивление.

11.11.8. Три батареи с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}5$ В, $\mathscr{E}_2 = 2$ В, $\mathscr{E}_3 = 2{,}5$ В соединены с резисторами сопротивлениями $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом и $R_3 = 30$ Ом так, как показано на рисунке 11.11.7. Найдите силу тока через резистор R_1. Внутренние сопротивления батарей не учитывать.

11.11.9. В схеме, изображенной на рисунке 11.11.8, найдите силу тока, текущего через гальванометр, если $\mathscr{E}_1 = 1{,}5$ В, $\mathscr{E}_2 = 6$ В, $R_1 = 3$ кОм, $R_2 = 6$ кОм. Внутренние сопротивления источников тока не учитывать.

11.11.10. Найдите силу тока, который протекает через амперметр в схеме, изображенной на рисунке 11.11.9. Значения R_1, R_2, R_3, $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$ известны. Внутренние сопротивления источников тока не учитывать.

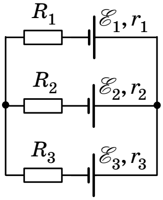


Рис. 11.11.7

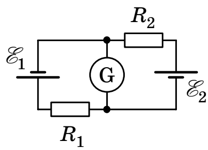


Рис. 11.11.8

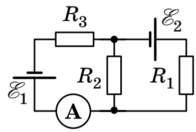


Рис. 11.11.9

11.11.11. Найдите силу тока, который будет течь через амперметр в схеме, изображенной на рисунке 11.11.10. ЭДС $\mathscr{E}$ источника тока и сопротивление R известны, внутреннее сопротивление источника не учитывать.

11.11.12. Найдите силу тока, который будет течь через амперметр в схеме, показанной на рисунке 11.11.11, если $R_1 = 15$ Ом, $R_2 = R_3 = R_4 = 10$ Ом, ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 7{,}5$ В. Внутреннее сопротивление источника тока и сопротивление амперметра не учитывать.

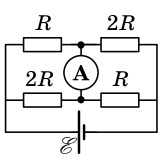


Рис. 11.11.10

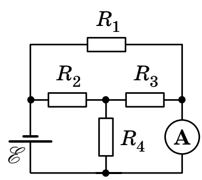


Рис. 11.11.11

11.12. Конденсатор в цепи постоянного тока

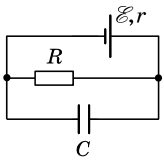


Рис. 11.12.1

11.12.1. В схеме, показанной на рисунке 11.12.1, у источника тока ЭДС $\mathscr{E} = 20$ В и внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Внешнее сопротивление $R = 6$ Ом, емкость конденсатора $C = 10^{-8}$ Ф. Найдите заряд конденсатора.

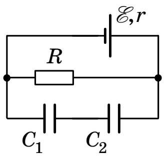


Рис. 11.12.2

11.12.2. Найдите напряжение и заряд каждого конденсатора в схеме, показанной на рисунке 11.12.2. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = = 2$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом. Внешнее сопротивление $R = 4{,}5$ Ом, емкости конденсаторов $C_1 = 2 \cdot 10^{-10}$ Ф и $C_2 = 6 \cdot 10^{-10}$ Ф.

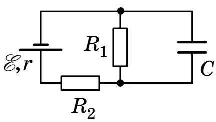


Рис. 11.12.3

11.12.3. Определите заряд конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ в цепи, представленной на рисунке 11.12.3, где R_1 =1 Ом, $R_2 = 4$ Ом, $\mathscr{E} = 6$ В, внутреннее сопротивление источника тока $r = 1$ Ом.

11.12.4. Найдите разность потенциалов между точками A и B в цепи, изображенной на рисунке 11.12.4. Величины R_1, R_2, C_1, C_2, $\mathscr{E}$ известны. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

11.12.5. До какой разности потенциалов зарядится конденсатор, включенный в цепь по схеме, изображенной на рисунке 11.12.5? Какой заряд будет при этом на обкладках конденсатора, если его емкость $C = 2$ мкФ? ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 3{,}6$ В, сопротивления $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 7$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

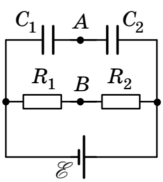


Рис. 11.12.4

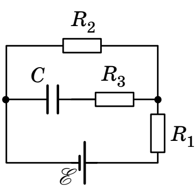


Рис. 11.12.5

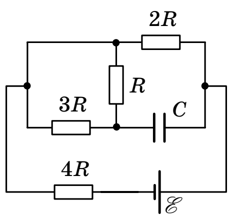


Рис. 11.12.6

11.12.6. Найдите заряд на обкладках конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ в цепи, представленной на рисунке 11.12.6. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 10$ В. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

11.12.7. Найдите заряд на обкладках конденсатора, включенного между точками A и B в цепи, изображенной на рисунке 11.12.7. ЭДС источника тока $\mathscr{E}$ = 10 В, емкость каждого конденсатора C = 1 мкФ. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

11.12.8. Найдите заряд на обкладках конденсатора емкостью C = 1,5 пФ в цепи, изображенной на рисунке 11.12.8. ЭДС источника тока $\mathscr{E}$ = 6 В, внутреннее сопротивление r = 1 Ом, сопротивления R_1 = 8 Ом, R_2 = 2 Ом.

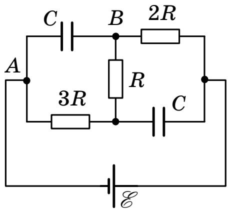


Рис. 11.12.7

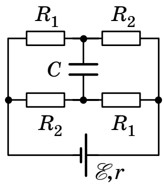


Рис. 11.12.8

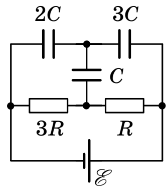


Рис. 11.12.9

11.12.9. Найдите заряд конденсатора (рис. 11.12.9). Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. Величины R, C и $\mathscr{E}$ известны.

11.12.10. Найдите заряды q_1 и q_2 конденсаторов емкостями C_1 и C_2 в цепи, представленной на рисунке 11.12.10. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. Величины R_1, R_2, R_3, R_4, $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ известны.

11.12.11. Найдите напряжение на каждом конденсаторе участка цепи, представленном на рисунке 11.12.11, если C_1 = 1 мкФ, C_2 = = 2 мкФ, $\mathscr{E}$ = 10 В, а разность потенциалов между точками A и B равна $\Delta\varphi$ = 5 В.

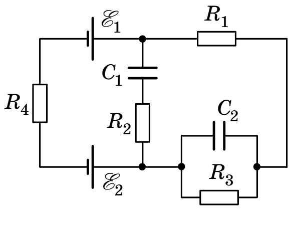


Рис. 11.12.10

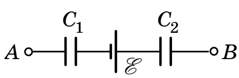


Рис. 11.12.11

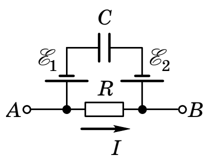


Рис. 11.12.12

11.12.12. Найдите заряд конденсатора на участке цепи, представленном на рисунке 11.12.12, если $\mathscr{E}_1$ = 4 В, $\mathscr{E}_2$ = 2 В, $C = 10^{-6}$ Ф, R = 1 Ом, I = 1 А.

11.12.13. В схеме, изображенной на рисунке 11.12.13, известны величины R_1, R_2, C_1, C_2, U. Какой заряд пройдет через ключ K, если его замкнуть?

11.12.14. Определите заряд, который пройдет через резистор сопротивлением R_1 (рис. 11.12.14) при замыкании ключа K, если $\mathscr{E} = 500$ В, $r = 10$ Ом, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом, $C = 10$ мкФ.

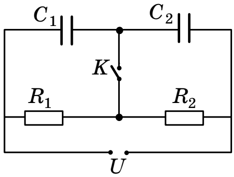


Рис. 11.12.13

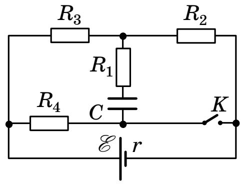


Рис. 11.12.14

11.12.15. Во сколько раз изменится заряд конденсатора в цепи, представленной на рисунке 11.12.15, если ключ K переключить из положения *1* в положение *2*? Все сопротивления одинаковы, внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

11.12.16. Плоский конденсатор с пластинами длиной l и расстоянием между ними d включен в цепь так, как показано на рисунке 11.12.16. В конденсатор параллельно пластинам влетает электрон со скоростью v_0. ЭДС источника тока $\mathscr{E}$, внутреннее сопротивление r. Каким должно быть сопротивление R резистора, чтобы электрон вылетел из конденсатора под углом α к его пластинам?

11.12.17. Плоский конденсатор с пластинами длиной l и расстоянием между ними d включен в цепь так, как показано на рисунке 11.12.17. В конденсатор параллельно пластинам посередине между ними влетает электрон. При каком значении скорости электрона он не упадет на пластину конденсатора? ЭДС $\mathscr{E}$ источника тока, сопротивление R известны. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

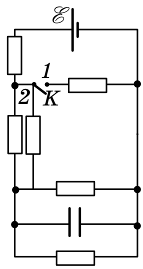


Рис. 11.12.15

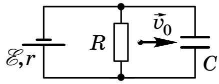


Рис. 11.12.16

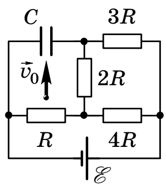


Рис. 11.12.17

11.13. Электрический ток в металлах

11.13.1. В электронно-вычислительной машине импульс тока от одного устройства к другому необходимо передать за время $t = 10^{-9}$ с. Можно ли эти устройства соединить проводником длиной $l = 30$ см?

11.13.2. По проводнику, площадь сечения которого $S = 5$ мм^2, течет ток. Средняя скорость упорядоченного движения электронов $v = 0{,}31$ мм/с, а их концентрация $n = 7{,}6 \cdot 10^{27}$ м$^{-3}$. Какова сила тока в проводнике?

11.13.3. По прямому проводнику длиной $l = 1$ м течет ток $I = 10$ А. Определите средний суммарный импульс электронов в проводнике. Заряд электрона $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

11.13.4. Определите среднюю скорость направленного движения электронов вдоль медного проводника при плотности тока $j = 11$ А/мм^2, если считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

11.13.5. Какова напряженность электрического поля в никелиновом проводнике сечением площадью $S = 1$ мм^2 при силе тока $I = 1$ А?

11.13.6. Какую скорость направленного движения имеют свободные электроны внутри алюминиевого провода длиной $l = 2$ м, к концам которого приложено напряжение $U = 2$ В? Считать, что в проводнике на каждый атом алюминия приходится один свободный электрон.

11.13.7. В медном проводнике плотность тока $j = 0{,}36$ А/мм^2. Какая сила действует на каждый свободный электрон со стороны электрического поля?

11.13.8. По двум проводникам одинакового сечения $S = 5$ мм^2 проходит ток (рис. 11.13.1). Удельное сопротивление первого проводника $\rho_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, второго — $\rho_2 = 110 \times \times 10^{-8}$ Ом · м. Оцените знак и модуль заряда, возникающего на поверхности контакта проводников, а также поверхностную плотность заряда, если сила тока $I = 5$ А.

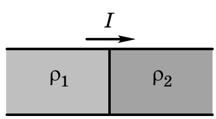


Рис. 11.13.1

11.13.9. Вычислите отношение сопротивлений вольфрамовой проволоки при температурах $t_0 = 0$ °C и $t = 2400$ °C.

• **11.13.10.** Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20$ °C имеет сопротивление $R_1 = 35{,}8$ Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120$ В по нити идет ток $I = 0{,}33$ А?

• **11.13.11.** Нихромовая спираль нагревательного элемента должна иметь сопротивление $R = 30$ Ом при температуре накала

$t = 900$ °C. Какой длины надо взять проволоку поперечным сечением $S = 0{,}6$ мм^2, чтобы сделать эту спираль?

• **11.13.12.** Реостат из железной проволоки, амперметр и генератор включены последовательно. При $t_0 = 0$ °C сопротивление реостата $R_0 = 120$ Ом, сопротивление амперметра $R_{A0} = 20$ Ом. Амперметр показывает силу тока $I_0 = 22$ мА. Какую силу тока I будет показывать амперметр, если реостат нагреется на $\Delta T = 50$ К?

11.13.13. На сколько процентов изменится мощность, потребляемая электромагнитом, обмотка которого выполнена из медной проволоки, при изменении температуры от 0 до 20 °C?

11.13.14. Для определения температурного коэффициента сопротивления алюминия на катушку алюминиевой проволоки подавали одно и то же напряжение. При погружении этой катушки в тающий лед сила тока $I_1 = 29$ мА, а при опускании в кипяток — $I_2 = 20$ мА. Найдите по этим данным температурный коэффициент сопротивления алюминия.

11.13.15. Найдите удельное сопротивление латуни при температуре $t = 50$ °C. Удельное сопротивление латуни при температуре 20 °C взять из таблиц.

11.13.16. При температуре 0 °C сопротивление волоска угольной лампы $R = 480$ Ом. Определите, чему равно сопротивление этого волоска при температуре $t = 1500$ °C, если для угля $\alpha = -0{,}0005$ К$^{-1}$.

11.13.17. Насколько отличаются сопротивления телеграфной линии длиной $l = 100$ км летом и зимой, если она проложена железным проводом поперечного сечения $S = 10$ мм^2? Температуру летом считать равной $t_1 = 25$ °C, зимой $t_2 = -20$ °C.

11.13.18. При нагревании серебряного проводника сечением $S = 5 \cdot 10^{-2}$ мм^2 его сопротивление возрастает на $\Delta R = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Ом, а внутренняя энергия увеличивается на $\Delta U = 1{,}6$ Дж. Найдите температурный коэффициент серебра.

11.14. Электролиз. Законы Фарадея

11.14.1. Сколько выделится серебра при электролизе за время $t = 20$ мин, если сила тока $I = 4$ А?

11.14.2. Две электролитические ванны с растворами $AgNO_3$ и $CuSO_4$ соединены последовательно. Какая масса m_2 меди выделится за время, в течение которого выделилось серебро массой $m_1 = 180$ г?

11.14.3. Сколько атомов двухвалентного цинка можно выделить за время $t = 5$ мин при пропускании тока $I = 2{,}5$ А через раствор сернокислого цинка? Электрохимический эквивалент цинка считать известным.

• **11.14.4.** За какое время при электролизе раствора хлорной меди ($CuCl_2$) на катоде выделится медь массой $m = 4{,}74$ г, если сила тока $I = 2$ А?

• **11.14.5.** Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной с раствором $AgNO_3$, показывает силу тока $I = 0{,}9$ А. Правильны ли показания амперметра, если за время $\tau = 5$ мин прохождения тока выделилось серебро массой $m = 316$ мг?

11.14.6. Две электролитические ванны соединили последовательно. В первой ванне выделился цинк массой $m_1 = 3{,}9$ г, во второй за это же время выделилось $m_2 = 2{,}24$ г железа. Цинк двухвалентен. Какова валентность железа?

• **11.14.7.** При электролизе раствора серной кислоты за время $\tau = 30$ мин выделился водород массой $m = 2 \cdot 10^{-4}$ кг. Определите максимальную силу тока, протекающего через электролит, если сила тока нарастала по линейному закону. Электрохимический эквивалент водорода $k = 10^{-8}$ кг/Кл.

11.14.8. При никелировании изделия сила тока в течение первых $t_1 = 15$ мин равномерно увеличивалась от нуля до $I_{max} = 5$ А, затем в течение времени $t_2 = 1$ ч оставалась постоянной и последние $t_3 = 15$ мин равномерно уменьшалась до нуля. Определите массу выделившегося никеля. Электрохимический эквивалент никеля считать известным.

11.14.9. Электролиз раствора $NiSO_4$ протекал при плотности тока $j = 0{,}15$ А/дм^2. Какое количество атомов никеля выделилось за время $t = 2$ мин на площади $S = 1$ см^2 поверхности катода? Электрохимический эквивалент никеля считать известным.

• **11.14.10.** За какое время при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на $\Delta m = 99$ г? Площадь пластинки $S = 25$ см^2, плотность тока $j = 200$ А/м^2. Найдите толщину образовавшегося на пластинке слоя меди.

• **11.14.11.** Через раствор азотно-кислого серебра проходит ток плотностью $j = 0{,}7$ А/дм^2. В течение какого времени нужно пропускать ток, чтобы на катоде образовался слой серебра толщиной $d = 0{,}05$ мм? Валентность серебра $n = 1$.

11.14.12. При какой плотности тока в растворе $AgNO_3$ толщина выделяющегося серебра растет со скоростью $v = 1$ мм/ч? Электрохимический эквивалент серебра считать известным.

11.14.13. При электролизе воды через ванну прошел заряд $q = 10^3$ Кл. Определите температуру выделившегося кислорода, если в объеме $V = 0{,}25$ л он создает давление $p = 129$ кПа. Валентность кислорода $n = 2$.

11.14.14. Какая мощность расходуется на нагревание раствора азотнокислого серебра, если за время $t = 6$ ч из него выделяется в процессе электролиза серебро массой $m = 120$ г? Сопротивление раствора $R = 1{,}2$ Ом, электрохимический эквивалент серебра считать известным.

11.14.15. При электролизе раствора серной кислоты за время $t = 50$ мин выделился водород массой $m = 3 \cdot 10^{-4}$ кг. Определите количество теплоты, выделившееся при этом в электролите, если его сопротивление $R = 0{,}4$ Ом, а электрохимический эквивалент водорода $k = 10^{-8}$ кг/Кл.

11.14.16. Алюминий добывают из оксида Al_2O_3 с помощью электролиза. Оцените энергию, необходимую для получения металла массой $m = 1$ т, если КПД установки, работающей при напряжении $U = 6$ В, равен $\eta = 70\%$. Валентность алюминия $n = 3$.

11.14.17. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением количества теплоты:

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}57 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Найдите наименьшую разность потенциалов U, при которой будет происходить разложение воды электролизом.

• **11.14.18.** Какое количество электроэнергии нужно затратить для получения из воды водорода объемом $V = 2{,}5$ л при температуре $T = 298$ К и давлении $p = 10^5$ Па, если электролиз ведется при напряжении $U = 5$ В, а КПД установки $\eta = 75\%$? Электрохимический эквивалент водорода $k = 10^{-8}$ кг/Кл.

11.15. Электрический ток в газах

11.15.1. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон, чтобы ионизовать атом гелия, если его энергия ионизации $W = 24{,}5$ В?

11.15.2. Электрический пробой воздуха наступает при напряженности поля $E = 3$ МВ/м. Определите потенциал ионизации воздуха и скорость электронов перед ударом о молекулы, если длина свободного пробега электронов $\lambda = 5$ мкм.

11.15.3. До какого потенциала можно зарядить уединенный шарик радиусом $r = 0{,}5$ м? Какой заряд он будет при этом иметь? Напряженность поля, при которой наступает пробой воздуха, $E = 3$ МВ/м.

11.15.4. Чему равна сила тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор образует ежесекундно $N = 10^9$ пар ионов в одном кубическом сантиметре, площадь каждого из двух плоских параллельных электродов $S = 80$ см^2 и расстояние между ними $d = 10$ см?

11.15.5. Расстояние между электродами в трубке, наполненной парами ртути, 10 см. Чему равна средняя длина свободного пробега электрона, если самостоятельный разряд наступает при напряжении 600 В? Энергия ионизации паров ртути $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ Дж. Поле считать однородным.

11.15.6. Молния представляет собой прерывистый разряд, состоящий из отдельных импульсов длительностью $t \approx 1$ мс. Заряд, проходящий по каналу молнии за один импульс, $q = 20$ Кл, а среднее напряжение на концах канала $U = 2$ ГВ. Чему равны сила тока и мощность одного импульса? Какая энергия выделится при вспышке молнии, если она состоит из $n = 5$ импульсов?

11.15.7. При какой разности потенциалов между электродами зажигается неоновая лампа, если энергия ионизации неона $W = 21{,}5$ эВ, а средняя длина свободного пробега электронов $\lambda = 0{,}4$ нм?

11.15.8. Включение неоновой лампы осуществляют по схеме, показанной на рисунке 11.15.1. После замыкания ключа K конденсатор заряжается. Когда напряжение на конденсаторе достигает некоторого значения $U_з$, лампочка зажигается. Минимальное напряжение, при котором она еще горит, $U = 80$ В, при этом сила тока $I = 1$ МА. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 10$ В. При каком сопротивлении резистора лампочка не будет гаснуть? Внутреннее сопротивление источника не учитывать.

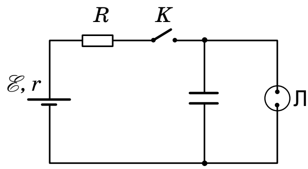


Рис. 11.15.1

11.15.9. При какой температуре T воздух станет полностью ионизованной плазмой? Энергия ионизации молекул азота $W = 2{,}5 \cdot 10^{-18}$ Дж. Энергия ионизации молекул кислорода много меньше.

11.16. Электронные явления в вакууме

11.16.1. Анодное напряжение электронно-лучевой трубки $U = 4$ кВ, анодный ток $I = 3$ мкА. Определите мощность тока в электронном луче.

11.16.2. В ламповом диоде электрон движется к аноду со скоростью $v = 8$ Мм/ с. Найдите анодное напряжение.

11.16.3. В телевизионном кинескопе ускоряющее анодное напряжение $U = 16$ кВ, а расстояние от катода до экрана $l = 30$ см. За какое время электроны пролетают это расстояние?

11.16.4. К горизонтально отклоняющим пластинам электронно-лучевой трубки приложено напряжение $U_1 = 2 \sin 100t$, а к вертикально отклоняющим — $U_2 = 2 \cos 100t$. Какая картина получится на экране трубки?

11.16.5. При плотности тока $j = 10^{-2}$ А/м^2 в пучке электронов средняя скорость их направленного движения равна $\langle v \rangle = 5 \cdot 10^3$ м/с. Определите объемную плотность заряда в пучке.

11.16.6. Катод радиолампы представляет собой раскаленную нить, натянутую вдоль оси цилиндра — анода. Диаметр цилиндра $D = 1$ см, высота нити и цилиндра $h = 4$ см. Между электродами лампы приложено напряжение $U = 220$ В и проходит ток $I = 2$ А. Определите давление электронов на анод, если их начальная скорость у катода равна $v_0 = 3 \cdot 10^6$ м/с. Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = \frac{|e|}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

11.17. Электрические свойства полупроводников

11.17.1. Докажите рассуждением, что соединение InAs (арсенид индия), в котором количества (в молях) индия и мышьяка одинаковы, обладает проводимостью типа собственной проводимости элементов четвертой группы (Ge, Si). Какого типа будет проводимость при увеличении концентрации индия? мышьяка?

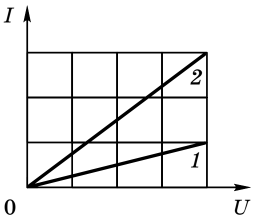


Рис. 11.17.1

11.17.2. На рисунке 11.17.1 приведены графики зависимости силы тока, идущего через фоторезистор, от приложенного напряжения. Какой график относится к освещенному фоторезистору и какой — к находящемуся в темноте? Применим ли закон Ома к данному фоторезистору и при каких условиях? Во сколько раз сопротивление освещенного фоторезистора меньше затемненного?

11.17.3. Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре $n = 3 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Какую часть составляют электроны проводимости от общего числа атомов?

11.17.4. К концам цепи, состоящей из последовательно включенных термистора и резистора сопротивлением $R = 1$ кОм, подано напряжение $U = 30$ В. При комнатной температуре сила тока в цепи $I_1 = 10$ мА. Когда термистор опустили в горячую воду, сила тока в цепи $I_2 = 15$ мА. Во сколько раз изменилось в результате нагрева сопротивление термистора?

11.17.5. Фоторезистор в темноте имеет сопротивление $R_1 = 1 \cdot 10^5$ Ом, а при освещении — $R_2 = 2 \cdot 10^4$ Ом. Найдите силу тока в фоторезисторе в каждом случае, если приложенное напряжение $U = 50$ В.

11.17.6. Фоторезистор, который в темноте имеет сопротивление $R_1 = 20$ кОм, включили последовательно с резистором сопротивлением $R = 5$ кОм. Когда фоторезистор осветили, сила тока в цепи (при том же направлении) увеличилась в $n = 3$ раза. Чему стало равно сопротивление фоторезистора?

11.17.7. Найдите сопротивление полупроводникового диода при прямом и обратном направлениях тока, если при напряжении на диоде 0,5 В сила тока 5 мА, а при напряжении — 10 В сила тока 0,1 мА.

11.17.8. В усилителе, собранном на транзисторе по схеме с общей базой, сила тока в цепи эмиттера равна 12 мА, в цепи базы равна 600 мкА. Найдите силу тока в цепи коллектора.

Глава 12. МАГНЕТИЗМ

12.1. Магнитное поле проводника с током

12.1.1. В прямом бесконечно длинном проводнике сила тока $I = 20$ А. Определите магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние $r = 2$ см от проводника.

12.1.2. Два длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d = 5$ см один от другого. По проводникам текут в противоположных направлениях одинаковые токи $I = 10$ А. Найдите магнитную индукцию в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см от одного и $r_2 = 3$ см — от другого проводника.

12.1.3. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками равно $d = 5$ см. По проводникам в одном направлении текут одинаковые токи $I = 30$ А. Найдите индукцию магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого проводника.

12.1.4. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-4}$ Тл помещен перпендикулярно линиям индукции прямолинейный длинный проводник с силой тока $I = 50$ А. Найдите геометрическое место точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю.

12.1.5. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 12.1.1). Определите магнитную индукцию в точке A, равноудаленной от обоих проводников на расстояние $d = 0,2$ м. Сила тока в первом проводнике $I_1 = 30$ А, во втором — $I_2 = 40$ А.

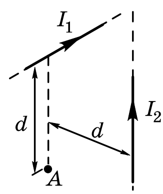


Рис. 12.1.1

12.1.6. В центре кругового тока радиусом $R = 5{,}8$ см индукция магнитного поля $B = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ Тл. Определите силу тока.

12.1.7. Найдите индукцию магнитного поля в точке O, если тонкий проводник с током $I = 10$ А изогнут так, как показано на рисунке 12.1.2. Радиус $R = 50$ см.

12.1.8. Ток $I = 20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1$ мм^2, создает в центре кольца магнитное поле с индукцией $B = 0{,}22$ мТл. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

• **12.1.9.** Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 4$ А. Найдите индукцию магнитного поля в центре одного из витков для двух случаев: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

12.1.10. Два круговых проводника одинакового радиуса с общим центром O расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 12.1.3). Индукция магнитного поля в точке O равна $B_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ Тл. Индукция магнитного поля первого проводника с током $I_1 = 8$ А в этой же точке $B_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Тл. Определите индукцию B_2 магнитного поля второго проводника в точке O и силу тока I_2 в нем.

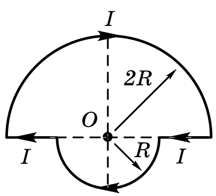


Рис. 12.1.2

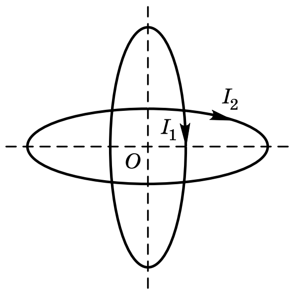


Рис. 12.1.3

• **12.1.11.** Найдите индукцию B магнитного поля в центре петли радиусом $R = 10$ см, образованной бесконечно длинным тонким проводником с током $I = 50$ А (рис. 12.1.4).

12.1.12. Найдите индукцию B магнитного поля в центре петли радиусом $R = 10$ см, образованной бесконечно длинным тонким проводником с силой тока $I = 50$ А (рис. 12.1.5).

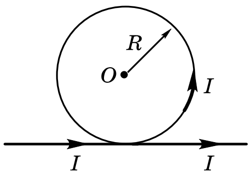


Рис. 12.1.4

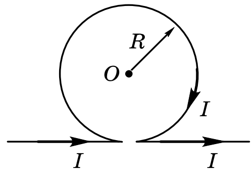


Рис. 12.1.5

12.1.13. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0{,}8$ мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Чему равна магнитная индукция внутри соленоида при силе тока в нем $I = 2$ А? Толщиной изоляции проволоки пренебречь.

12.1.14. Катушка длиной $l = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Найдите индукцию магнитного поля внутри катушки, если сила тока в ней $I = 2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

• **12.1.15.** Из проволоки диаметром $d = 1$ мм надо намотать соленоид, внутри которого индукция магнитного поля должна быть равна $B = 30$ мТл. По проволоке можно пропускать предельный ток $I = 6$ А. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать плотно друг к другу? Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

12.2. Сила Лоренца

12.2.1. Точечный заряд $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл влетает со скоростью $v_0 = 10$ м/с в однородное магнитное поле (рис. 12.2.1) с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Векторы скорости заряда и индукции магнитного поля взаимно перпендикулярны. Найдите модуль и направление силы, действующей на заряд.

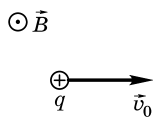


Рис. 12.2.1

12.2.2. Точечный заряд $q = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл влетает со скоростью $v = 8$ м/с в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}25$ Тл. Угол между скоростью и магнитной индукцией $\alpha = 30°$ (рис. 12.2.2). Определите модуль и направление силы, действующей на заряд.

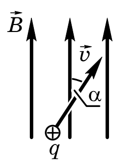


Рис. 12.2.2

12.2.3. Электрон движется по окружности со скоростью $v = 10^6$ м/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Найдите силу, действующую на электрон, и радиус окружности.

12.2.4. Электрон влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 1$ мкТл перпендикулярно линиям магнитной индукции[1]. Определите частоту обращения электрона.

12.2.5. Электрон влетает со скоростью $v = 4 \cdot 10^4$ м/с в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-8}$ Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

12.2.6. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции влетает протон, импульс которого $p = 1{,}67 \cdot 10^{-21}$ (кг · м)/ с. Чему равен радиус кривизны траектории движения протона?

12.2.7. Частица массой $m = 10^{-22}$ кг и зарядом $q = 10^{-16}$ Кл движется по дуге окружности радиусом $R = 1$ см в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Чему равна кинетическая энергия частицы?

12.2.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл по окружности со скоростью $v = 10^4$ м/с движется частица массой $m = 10^{-12}$ кг и зарядом $q = 10^{-10}$ Кл. Какой путь пройдет частица за время, в течение которого направление ее скорости изменится на противоположное?

12.2.9. Протон и электрон влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Сравните радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковы: а) скорости; б) энергии.

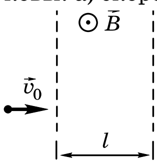


Рис. 12.2.3

12.2.10. Протон и электрон движутся в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько раз различаются их угловые скорости, если у частиц одинаковы: а) линейные скорости; б) энергии?

12.2.11. Электрон влетает в область магнитного поля шириной l. Скорость электрона $\vec{v}$ перпендикулярна как вектору индукции поля $\vec{B}$, так и границам области (рис. 12.2.3). Под каким углом к границе области электрон вылетит из магнитного поля?

12.2.12. Из точечного источника вылетают частицы массой $m = 2 \cdot 10^{-10}$ кг и зарядом $q = 10^{-8}$ Кл с начальной скоростью $v_0 = 10^4$ м/с и движутся в однородном магнитном поле с индукцией $B =$

---

[1] *Линиями магнитной индукции* называют линии, вдоль которых располагаются оси магнитных стрелок.

Во многих задачах данного раздела и последующих линии магнитной индукции называют силовыми (или магнитными) линиями. С помощью таких линий магнитное поле изображают графически. Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке пространства совпадала с вектором $\vec{B}$ в той же точке.

$= 0{,}05$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны скорости $\vec{v}_0$ (рис. 12.2.4). На некотором расстоянии от источника находится мишень радиусом $R = 10$ см, расположенная перпендикулярно скорости $\vec{v}_0$. На каких расстояниях от источника до мишени частицы попадут на ее поверхность? Силу тяжести не учитывать.

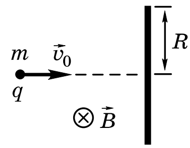


Рис. 12.2.4

12.2.13. Из точечного источника А (рис. 12.2.5) вылетают частицы массой $m = 10^{-20}$ кг и зарядом $q = 10^{-16}$ Кл и движутся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны вектору начальной скорости частиц. На расстоянии $l = 20$ см от источника находится фотопластинка шириной $l_0 = 1$ см. При каких скоростях частиц они смогут попасть на фотопластинку? Силу тяжести не учитывать.

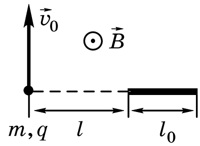


Рис. 12.2.5

12.2.14. По обмотке длинного соленоида радиусом $R = 5$ см протекает постоянный ток, создающий внутри соленоида однородное магнитное поле с индукцией $B = 5 \cdot 10^{-10}$ Тл. Между витками соленоида (перпендикулярно его оси) вдоль радиуса в него влетает электрон со скоростью $v = 10$ м/с (рис. 12.2.6). Определите время движения электрона внутри соленоида.

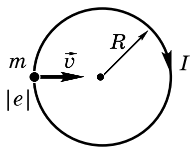


Рис. 12.2.6

12.2.15. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 4$ мТл со скоростью $v = 10^6$ м/с, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля. Найдите модуль перемещения электрона за промежуток времени $\Delta t = 4{,}47 \cdot 10^{-9}$ с.

12.2.16. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл со скоростью $v = 5 \cdot 10^5$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к направлению линий индукции магнитного поля. Определите радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

12.2.17. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл по винтовой линии движется электрон. Определите скорость электрона, если радиус винтовой линии $R = 5$ см, а шаг $h = 20$ см.

12.2.18. Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке A (рис. 12.2.7) скорость электрона равна v и направлена под углом α к линиям индукции магнитного поля. При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке C? Расстояние $AC = l$.

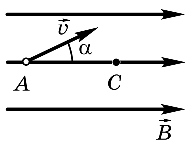


Рис. 12.2.7

12.2.19. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл движется протон по винтовой

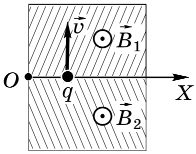


Рис. 12.2.8

линии с шагом $h = 10$ см. Кинетическая энергия протона $W = 4$ МэВ. Определите радиус винтовой линии.

12.2.20. Положительно заряженная частица влетает со скоростью $v = 10^6$ м/с перпендикулярно границе OX раздела двух однородных магнитных полей, индукции которых $B_1 = 2$ Тл и $B_2 = 8$ Тл (рис. 12.2.8). Векторы магнитной индукции полей перпендикулярны вектору скорости частицы. Определите среднюю скорость смещения частицы вдоль границы OX.

12.2.21. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом $R_1 = 3$ см, прошла через свинцовую пластинку, расположенную на ее пути. Из-за этого радиус кривизны траектории движения частицы изменился и стал равным $R_2 = 1{,}5$ см. Определите относительное изменение скорости частицы.

12.2.22. Электрон проходит ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 1$ кВ и влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл под углом $\alpha = 30°$ к силовым линиям. Определите радиус спирали, по которой будет двигаться электрон.

12.2.23. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 1$ кВ, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определите радиус окружности, по которой будет двигаться протон, и его период обращения.

12.2.24. Первоначально покоящийся электрон разгоняется электрическим полем напряженностью $\vec{E}$. Через время $\Delta t = 0{,}01$ с после начала движения электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10$ мкТл, силовые линии которого перпендикулярны вектору напряженности $\vec{E}$. Определите отношение нормального и тангенциального ускорений электрона в этот момент времени.

12.2.25. Первоначально покоящийся электрон разгоняется электрическим полем напряженностью $E = 1{,}6$ кВ/м. Пройдя путь s, электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}03$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны скорости электрона, и далее движется по окружности радиусом $R = 2$ мм. Определите путь, пройденный электроном в электрическом поле.

12.2.26. Для определения отношения заряда $|e|$ электрона к его массе m пучок электронов разгоняют между катодом и анодом электронно-лучевой трубки. При вылете из трубки электроны попадают в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 5 \cdot 10^{-4}$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны скорости пучка. При этом световое пятно на экране, находящемся за анодом, смещается на $\Delta l = 7{,}5$ мм (относительно положения, когда магнитное поле отсутствует). Определите отношение $|e|/m$, если напряжение между анодом и катодом трубки $U = 10$ кВ, а расстояние между анодом и экраном $l = 10$ см.

12.2.27. Электрон влетает в область действия однородного магнитного поля с индукцией $B = 1$ мТл, где движется по дуге окружности радиусом $R = 2$ см. Затем электрон попадает в однородное электрическое поле так, что движется по направлению силовой линии. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость изменилась в $n = 3$ раза?

12.2.28. Перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B = 0{,}1$ Тл возбуждено однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10^3$ В/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определите скорость частицы.

12.2.29. Какой кинетической энергией должна обладать α-частица, которая движется прямолинейно и равномерно во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях с напряженностью $E = 10$ кВ/м и индукцией $B = 0{,}1$ Тл соответственно?

12.2.30. Опишите движение электрона в электрическом и магнитном полях, линии напряженности $\vec{E}$ и индукции $\vec{B}$ которых параллельны. Начальная скорость электрона v и она направлена: а) параллельно полям; б) перпендикулярно полям; в) под углом α к направлению векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

12.2.31. Электрон движется по окружности радиусом $R = 0{,}1$ м в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. В момент времени $t_0 = 0$ включают электрическое поле, линии напряженности которого параллельны линиям магнитной индукции. Через какое время кинетическая энергия электрона возрастет в $n = 2$ раза? Напряженность электрического поля равна $E = 100$ В/м.

• **12.2.32.** Протон влетает в однородные электрическое и магнитное поля, силовые линии которых параллельны друг другу. Вектор начальной скорости протона $\vec{v}_0$ перпендикулярен этим полям. Во сколько раз шаг h_2 второго витка траектории протона больше шага h_1 первого витка?

• **12.2.33.** В пространстве созданы магнитное поле с индукцией $B = 0{,}06$ Тл и электрическое с напряженностью $E = 25$ В/м, причем силовые линии полей параллельны друг другу. В эти поля с начальной скоростью $v_0 = 25$ км/с влетает α-частица под углом $\beta = 60°$ к силовым линиям. Чему равен шаг пятого витка спирали, по которой движется частица? Масса α-частицы приближенно равна $m_\alpha = 4m_p$, заряд $q_\alpha = 2|e|$, где $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона, $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса протона.

12.2.34. По наклонной плоскости с углом при основании $\alpha = 30°$ начинает соскальзывать без начальной скорости небольшое тело массой $m = 10$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл (рис. 12.2.9). Какую максимальную скорость будет иметь тело в процессе движения, если в пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого параллельны наклонной плоскости и перпендикулярны силе тяжести? Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}1$.

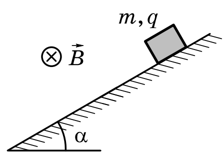


Рис. 12.2.9

• **12.2.35.** Небольшой шарик массой $m = 10$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл вращается в горизонтальной плоскости на невесомой диэлектрической нити длиной $l = 50$ см. В пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого направлены вдоль силы тяжести вниз (рис. 12.2.10). При движении нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30°$. Найдите период обращения шарика.

12.2.36. Шарик массой $m = 10$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл подвешен на невесомой шелковой нити длиной $l = 50$ см и помещен в однородное горизонтальное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Когда шарик находится в положении равновесия, ему сообщают скорость $\vec{v}_0$, направленную перпендикулярно вектору $\vec{B}$ (рис. 12.2.11). При каких значениях скорости v_0 шарик совершит полный оборот вокруг точки подвеса?

12.2.37. Небольшое тело массой $m = 20$ г и зарядом $q = 10^{-6}$ Кл подвешено на невесомой диэлектрической нити длиной $l = 50$ см и помещено в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны силе тяжести. Тело отклонили на натянутой нити от положения равновесия до высоты $h = 10$ см в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{B}$ (рис. 12.2.12), и опустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити при движении тела, когда оно проходит положение равновесия.

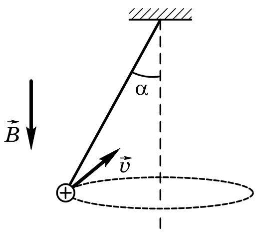


Рис. 12.2.10

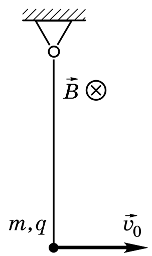


Рис. 12.2.11

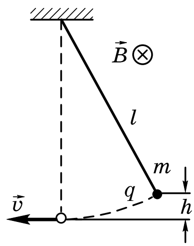


Рис. 12.2.12

12.3. Сила Ампера

12.3.1. Прямолинейный проводник длиной $l = 1$ м, по которому течет ток $I = 1{,}5$ А, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Определите силу, действующую на проводник, если силовые линии магнитного поля параллельны оси проводника.

12.3.2. Какова индукция магнитного поля, в котором на проводник с длиной активной части $l = 5$ см действует сила $F = 50$ мН? Сила тока в проводнике $I = 10$ А. Проводник расположен перпендикулярно вектору индукции магнитного поля.

12.3.3. На прямой проводник длиной $l = 50$ см, по которому течет ток силой $I = 2$ А, в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл действует сила $F = 0{,}05$ Н. Определите угол между проводником и вектором магнитной индукции.

12.3.4. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}4$ м находится в однородном магнитном поле (рис. 12.3.1). На проводник со стороны поля действует сила $F = 0{,}2$ Н. Сила тока в проводнике $I = 2$ А. Найдите модуль и направление вектора индукции магнитного поля, если он составляет угол $\alpha = 30°$ с направлением тока.

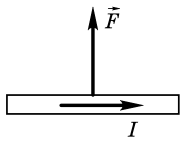


Рис. 12.3.1

12.3.5. В горизонтальном магнитном поле находится прямолинейный проводник, расположенный горизонтально и перпендикулярно линиям магнитной индукции. Какова сила тока, который должен течь в проводнике, чтобы сила натяжения в поддерживающих его проводах стала равной нулю? Магнитная индукция $B = 0{,}01$ Тл. Отношение массы проводника к его длине $\frac{m}{l} = 0{,}1$ кг/м.

12.3.6. Проводник длиной $l = 0{,}2$ м подвешен горизонтально к двум динамометрам и помещен в горизонтальное однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны проводнику. Насколько изменятся показания каждого динамометра при прохождении по проводнику тока $I = 5$ А?

12.3.7. На двух легких проводящих нитях горизонтально висит металлический стержень длиной $l = 0{,}25$ м и массой $m = 0{,}015$ кг. Стержень находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл, силовые линии которого направлены вертикально вниз. Определите угол отклонения нитей, если по стержню пропустить ток $I = 0{,}2$ А.

12.3.8. Проводящий стержень массой $m = 0{,}1$ кг и длиной $l = 0{,}25$ м лежит на горизонтальной поверхности перпендикулярно силовым линиям однородного горизонтального магнитного поля с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Какую горизонтальную силу нужно приложить перпендикулярно оси стержня для его равномерного поступательного движения, если по стержню течет ток $I = 10$ А? Коэффициент трения между стержнем и поверхностью $\mu = 0{,}1$.

12.3.9. Проводник массой $m = 0{,}2$ кг и длиной $l = 0{,}6$ м лежит на горизонтальных рельсах, расположенных в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого горизонтальны и направлены вдоль рельсов (рис. 12.3.2, вид сверху). Если пропустить по проводнику ток $I = 20$ А в указанном на рисунке направлении, то для того, чтобы сдвинуть проводник влево, требуется приложить горизонтальную силу $F = 0{,}5$ Н. Какая минимальная сила потребуется для этого, если направление тока в проводнике изменить на противоположное?

12.3.10. Две параллельные проводящие шины лежат в горизонтальной плоскости и замкнуты с одной стороны на источник тока с ЭДС $\mathscr{E} = 10$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}1$ Ом. На шинах лежит металлический стержень массой $m = 10$ г. Шины находятся в однородном магнитном поле. Определите модуль и направление минимальной магнитной индукции, при которой стержень начнет перемещаться по шинам. Расстояние между шинами $a = 0{,}1$ м, коэффициент трения стержня о шины $\mu = 0{,}6$. Сопротивления шин и стержня не учитывать.

12.3.11. Проводник массой $m = 1$ кг и длиной $l = 0{,}5$ м расположен на непроводящей наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, перпендикулярно к однородному горизонтальному магнитному полю с индукцией $B = 0{,}1$ Тл (рис. 12.3.3). Какую минимальную силу нужно приложить к проводнику параллельно наклонной плоскости для удержания его в состоянии покоя, если сила тока в проводнике $I = 10$ А? Коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

• **12.3.12.** Металлический стержень массой $m = 0{,}5$ кг и длиной $l = 1$ м соскальзывает с наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. В пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого направлены вертикально вниз. Определите ускорение этого стержня, если по нему пропустить ток $I = 5$ А в направлении, показанном на рисунке 12.3.4. Коэффициент трения между стержнем и поверхностью наклонной плоскости $\mu = 0{,}2$.

12.3.13. На непроводящем клине с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$ параллельно ребру клина лежит тонкий проводник массой $m = 5$ г и длиной $l = 10$ см. Концы проводника соединены с неподвижными стойками двумя одинаковыми пружинами жесткостью $k = 0{,}2$ Н/м (рис. 12.3.5). К клеммам стоек подводят постоянное напряжение $U = 4$ В. Определите, на какую максимальную величину Δx изменятся длины пружин, если в пространстве создать однородное

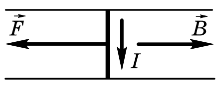


Рис. 12.3.2

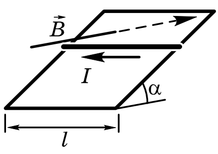


Рис. 12.3.3

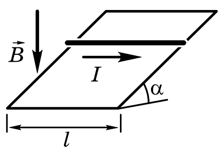


Рис. 12.3.4

магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, направленное вертикально вверх. Коэффициент трения проводника о плоскость клина $\mu = 0{,}1$, его сопротивление $R = 20$ Ом.

12.3.14. Проводник длиной $l = 24$ см и сопротивлением $R = 36$ Ом согнут в форме квадрата и помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны плоскости квадрата. Какая сила будет действовать на проводник, если на соседние вершины образованной фигуры подать напряжение $U = 5{,}4$ В?

12.3.15. Проводящий стержень подвешен горизонтально на двух легких проводах в магнитном поле, силовые линии которого направлены вертикально вниз. К точкам крепления провода можно подключать конденсатор (рис. 12.3.6). Определите емкость C_1 конденсатора, при разрядке которого стержень отклонится от вертикали на угол $\alpha = 5°$, если при разрядке заряженного до такого же напряжения конденсатора емкостью $C_2 = 30$ мкФ угол отклонения $\beta = 3°$. Сопротивления стержня и провода не учитывать.

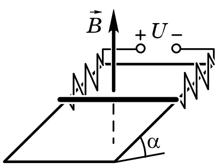


Рис. 12.3.5

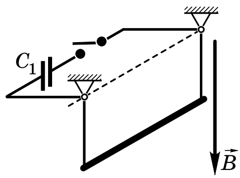


Рис. 12.3.6

12.3.16. Прямой провод, по которому течет ток $I = 100$ А, расположен между полюсами электромагнита перпендикулярно линиям индукции. С какой силой f действует поле на единицу длины провода, если индукция поля электромагнита равна $B = 0{,}1$ Тл?

12.3.17. Шины электростанции представляют собой параллельные медные полосы длиной $l = 2$ м, находящиеся на расстоянии $R = 40$ см друг от друга. При коротком замыкании по ним может пойти ток $I = 5000$ А. С какой силой F взаимодействуют при этом шины?

12.3.18. Два параллельных проводника с одинаковыми токами, находящиеся на расстоянии $r = 8{,}7$ см друг от друга, притягиваются с силой $F = 25$ мН. Определите силу тока в проводниках, если длина каждого из них $l = 320$ см.

12.3.19. Прямой проводник укреплен горизонтально. Параллельно ему в той же вертикальной плоскости ниже расположен другой прямой проводник массой $m = 1$ кг и длиной $l = 9{,}81$ м. По нему пропускают ток $I = 2$ А. Расстояние между проводниками $r = 0{,}1$ м. Чему должна быть равна сила тока в верхнем проводнике, чтобы он уравновешивал вес нижнего проводника?

12.3.20. Проводник длиной $l = 15$ см помещен в магнитное поле с индукцией $B = 2$ Тл. Концы проводника замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0{,}5$ Ом. Какую мощность P необходимо затратить, чтобы двигать проводник перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 10$ м/с?

12.3.21. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}2$ Тл, движется равномерно проводник длиной $l = 30$ см. Сила тока в проводнике $I = 5$ А. Скорость движения проводника $v = 10$ см/с и направлена перпендикулярно направлению магнитного поля. Найдите: 1) работу по перемещению проводника за время $t = 20$ с ; 2) мощность, затраченную на это движение.

12.3.22. Какую работу A совершает однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл при перемещении проводника длиной $l = 0{,}4$ м, по которому течет ток $I = 15$ А, на расстояние $d = 0{,}4$ м, если направление перемещения перпендикулярно направлению поля и направлению тока? Проводник расположен под углом $\alpha = 30°$ к направлению поля.

• **12.3.23.** В прямом проводнике длиной $L = 8$ см сила тока $I = 50$ А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл, причем силовые линии поля перпендикулярны проводнику. Какую работу совершил источник тока, если проводник переместился на расстояние $l = 10$ см перпендикулярно линиям индукции?

12.4. Контур с током в магнитном поле

12.4.1. Максимальный вращающий момент, действующий на рамку площадью $S = 10$ см^2, находящуюся в однородном магнитном поле, $M = 0{,}4$ мН · м. Сила тока в рамке $I = 1$ А. Найдите индукцию магнитного поля.

12.4.2. Рамка площадью $S = 400$ см^2 помещена в однородное магнитное поле так, что нормаль к рамке составляет угол $\alpha = 60°$ с вектором магнитной индукции $B = 0{,}2$ Тл. Сила тока в рамке $I = 4$ А. Найдите вращающий момент, действующий на рамку.

12.4.3. Короткая катушка с поперечным сечением площадью $S = 150$ см^2, содержащая $N = 200$ витков провода, по которому течет ток $I = 4$ А, помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Определите вращающий момент M, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60°$ с силовыми линиями поля.

12.4.4. Рамка гальванометра, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, подвешена на упругой нити. Площадь рамки $S = 1$ см^2. Нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции ($B = 5$ мТл). Когда через гальванометр был пропущен ток $I = 2$ мкА, то рамка повернулась на угол $\alpha = 30°$. Найдите постоянную C кручения нити. (*Постоянной кручения* называют величину, численно равную отношению момента силы, действующей на рамку, к углу закручивания рамки, т. е. $C = M/\varphi$).

12.4.5. По проволочному витку радиусом $R = 50$ см течет ток $I = 50$ А. Определите магнитный момент витка.

• **12.4.6.** Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\beta = 60°$ с направлением поля. Определите магнитный момент витка и механический момент, действующий на виток, если по нему течет ток $I = 5$ А.

• **12.4.7.** Проволочный треугольник, одна из сторон которого вертикальна, находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленном вертикально вниз (рис. 12.4.1). Площадь треугольника равна S, а сила тока, протекающего по его контуру, равна I. Найдите силы, действующие на стороны рамки, и вращающийся момент, действующий на рамку.

• **12.4.8.** Контур, представляющий собой квадрат с перемычкой по диагонали, изготовлен из медной проволоки сечением $S = 1$ мм^2 и подключен к источнику постоянного напряжения $U = 110$ В, как указано на рисунке 12.4.2. Плоскость квадрата параллельна линиям индукции магнитного поля с индукцией $B = 2$ мТл. Найдите модуль и направление силы, действующей на контур со стороны поля. Удельное сопротивление меди $\rho = 0{,}017$ мкОм · м.

12.4.9. Контур, представляющий собой квадрат с перемычкой по диагонали, подключен к источнику тока постоянного напряжения $U = 2$ В в углах, не лежащих на диагонали. Перпендикулярно

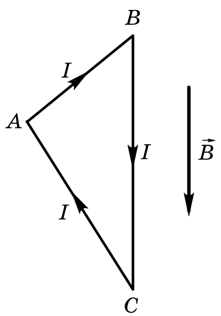


Рис. 12.4.1

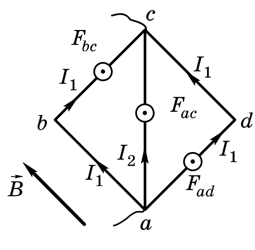


Рис. 12.4.2

плоскости квадрата включено магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл. Определите модуль и направление силы, действующей на контур, если длина стороны квадрата $a = 10$ см и ее сопротивление $R = 1$ Ом.

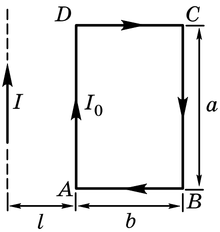


Рис. 12.4.3

12.4.10. Определите силу, с которой действует бесконечно длинный прямой провод на прямоугольный контур, если по контуру течет ток $I_0 = 10$ А, а по проводу — ток $I = 5$ А. Провод расположен в плоскости контура, направления токов указаны на рисунке 12.4.3. Стороны контура $AD = BC = a = 50$ см параллельны проводу. Расстояние от провода до стороны AD равно $l = 20$ см, длины сторон $AB = DC = b = 20$ см.

12.4.11. Проводящее кольцо радиусом $R = 1{,}5$ м поместили в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости кольца. По кольцу пропустили ток $I = 10$ А. При каком значении индукции магнитного поля кольцо разорвется, если проволока, из которой кольцо изготовлено, выдерживает максимальную силу натяжения $T = 2{,}5$ Н? Магнитным полем тока в кольце пренебречь.

• **12.4.12.** По кольцу радиусом $R = 10$ м, сделанному из медной проволоки сечением $S = 1$ мм^2, течет ток $I = 10$ А. Кольцо помещено в однородное магнитное поле так, что его ось совпадает с направлением поля. При каком максимальном значении индукции B магнитного поля кольцо не разорвется? Прочность меди на разрыв $\sigma = 2{,}3 \cdot 10^8$ Н/м^2.

12.5. Магнитный поток

12.5.1. Плоский контур площадью $S = 20$ см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл. Определите магнитный поток, пронизывающий контур, если нормаль к контуру составляет угол $\alpha = 60°$ с вектором индукции магнитного поля.

12.5.2. Проволочное кольцо расположено в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}6$ Тл так, что плоскость кольца составляет с силовыми линиями поля угол $\alpha = 30°$. При этом магнитный поток через кольцо $\Phi = 24$ Вб. Определите радиус кольца.

12.5.3. В магнитном поле, индукция которого $B = 20$ мТл, вращают стержень длиной $l = 0{,}1$ м. Ось вращения проходит через один из концов стержня и параллельна линиям индукции. Найдите магнитный поток, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

12.5.4. На широте Москвы горизонтальная и вертикальная составляющие индукции магнитного поля Земли соответственно равны $B_г = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Тл и $B_в = 4{,}6 \cdot 10^{-5}$ Тл. Под каким углом к горизонту следует расположить плоскую рамку, чтобы поток вектора индукции магнитного поля Земли через нее был максимален? Чему он равен для рамки площадью $S = 30$ см^2?

12.5.5. Проволочное кольцо радиусом $R = 0{,}1$ м находится в однородном магнитном поле так, что линии индукции перпендикулярны его плоскости. Индукция магнитного поля $B = 20$ мТл. Насколько изменится магнитный поток, пронизывающий кольцо, если его повернуть на угол α, равный: а) 180 °; б) 360 °?

12.5.6. Контур в форме квадрата находится в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости контура. Во сколько раз изменится магнитный поток, пронизывающий контур, если, не меняя плоскости расположения, преобразовать его в кольцо?

12.5.7. Проволочный контур в форме равностороннего треугольника со стороной $l = 1$ м расположен в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл так, что силовые линии поля перпендикулярны плоскости контура. Определите изменение магнитного потока через контур, если, не меняя плоскости расположения, преобразовать его в квадрат.

12.5.8. Контур в форме квадрата находится в постоянном магнитном поле. Контур, не перекручивая, превратили в восьмерку, составленную из двух равных колец. Во сколько раз изменился магнитный поток, пронизывающий контур?

12.5.9. Катушка проволоки с числом витков $N = 400$ помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл так, что ось катушки составляет угол $\alpha = 60°$ с линиями индукции поля. Радиус катушки $R = 20$ см. Насколько нужно изменить число витков катушки, чтобы магнитный поток через нее увеличился на $\Delta\Phi = 0{,}4$ Вб?

12.5.10. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Индукция магнитного поля $B = 6{,}28$ мТл. Сила тока в контуре $I = 5$ А. Радиус контура $R = 4$ см. Какую работу надо совершить, чтобы медленно повернуть контур на угол $\alpha = 90°$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

12.5.11. Квадратная рамка (со стороной $a = 20$ см), сила тока в которой $I = 20$ А, свободно установилась в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Определите работу, которую необходимо совершить при медленном повороте рамки вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол $\alpha = \pi/3$.

12.5.12. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет постоянный ток $I = 10$ А. Плоскость квадрата составляет угол $\alpha = 20°$ с линиями индукции магнитного поля ($B =$

= 0,2 Тл). Вычислите работу A, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить провод за пределы поля.

12.5.13. По кольцу, сделанному из гибкого провода радиусом $R = 10$ см, течет ток $I = 10$ А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл, по направлению совпадающей с индукцией B_1 собственного магнитного поля кольца. Определите работу внешних сил, под действием которых на провод он принимает форму квадрата. Сила тока при этом поддерживается неизменной.

12.6. Электромагнитная индукция

12.6.1. Проводящий квадратный контур со стороной $a = 10$ см расположен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл, перпендикулярном плоскости контура. Контур выводят из поля за время $\Delta t = 0,5$ с. Определите среднее значение ЭДС электромагнитной индукции, возникающей в контуре.

12.6.2. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см помещена в однородное магнитное поле так, что нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением магнитного поля. Найдите индукцию магнитного поля, если среднее значение ЭДС индукции, возникающей при включении поля, в течение времени $\Delta t = 0,01$ с, составляет $\mathscr{E}_i = 50$ мВ.

12.6.3. Замкнутая накоротко катушка диаметром $D = 10$ см, содержащая $N = 200$ витков, находится в однородном магнитном поле, индукция которого увеличивается от $B_1 = 2$ Тл до $B_2 = 6$ Тл в течение времени $\Delta t = 0,1$ с. Определите среднее значение ЭДС индукции в катушке, если плоскость витков перпендикулярна силовым линиям поля.

12.6.4. Найдите скорость изменения магнитного потока в соленоиде, состоящем из $N = 400$ витков, при возбуждении в нем ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = 100$ В.

12.6.5. Сколько витков должна содержать катушка с поперечным сечением площадью $S = 10$ см^2, чтобы в ней при изменении магнитной индукции от $B_1 = 2,2$ Тл до $B_2 = 0,2$ Тл в течение времени $t = 10$ мс возбуждалась ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = 80$ В?

12.6.6. Магнитный поток, пронизывающий катушку, изменяется со временем так, как показано на рисунке 12.6.1. Постройте график зависимости ЭДС индукции, наводимой в катушке, от времени. Число витков в катушке $N = 100$.

12.6.7. Проводящий квадратный контур со стороной $b = 80$ см выводят с постоянным ускорением $a = 0,1$ м/с^2 из однородного магнитного поля с индукцией $B = 10$ мТл. Считая, что в начале движе-

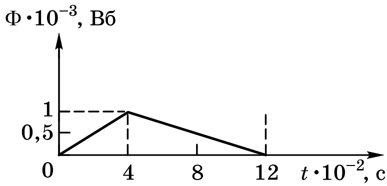


Рис. 12.6.1

ния одна из сторон контура расположена на границе области магнитного поля (рис. 12.6.2), постройте график зависимости ЭДС индукции, наводимой в контуре, как функцию времени. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции магнитного поля.

12.6.8. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см движется со скоростью $v = 100$ м/с в положительном направлении оси X так, что две стороны рамки все время ей перпендикулярны. Силовые линии неоднородного магнитного поля перпендикулярны плоскости рамки. В точке с координатой $x_1 = 0$ индукция магнитного поля равна $B_1 = 0{,}2$ Тл, а в точке с координатой $x_2 = a$ она равна $B_2 = \frac{1}{2}B_1$ (рис. 12.6.3). Считая, что поле изменяется равномерно в направлении оси OX и при $x < 0$ равно нулю, найдите ЭДС, индуцируемую в рамке в момент времени, когда рамка займет положение, показанное на рисунке.

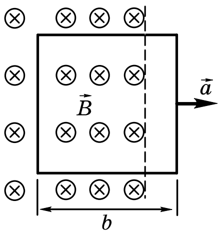


Рис. 12.6.2

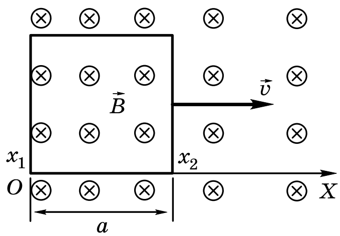


Рис. 12.6.3

12.7. Электрический заряд, проходящий по замкнутому контуру при изменении магнитного поля, пронизывающего контур

12.7.1. Металлическое кольцо, сопротивление которого $R = 2$ Ом, находится в магнитном поле. В результате изменения магнитного поля магнитный поток, пронизывающий контур, уменьшился от $\Phi_1 = 0{,}6$ мВ до $\Phi_2 = 0{,}2$ мВб. Какой электрический заряд прошел по кольцу?

12.7.2. Лежащее на столе металлическое кольцо перевернули. Радиус кольца $r = 10$ см, его сопротивление $R = 2$ Ом. Какой заряд прошел при этом через кольцо, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл?

12.7.3. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл расположен плоский замкнутый контур так, что его плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Контур замкнут на гальванометр. Полный электрический заряд, прошедший через гальванометр при повороте контура, $q = 4 \cdot 10^{-4}$ Кл. На какой угол повернули виток? Площадь контура $S = 200$ см^2, сопротивление $R = 0{,}5$ Ом.

12.7.4. В однородном стационарном магнитном поле располагается проводящая рамка. Ось рамки проходит через середины противоположных сторон и направлена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Сравните заряды, протекающие по рамке при повороте ее на угол $\alpha = 30°$, если угол изменяется: а) от 0 до 30°; б) от 30° до 60°. Первоначально плоскость рамки перпендикулярна линиям индукции магнитного поля.

12.7.5. Медное кольцо радиусом $r = 0{,}1$ м находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол $\alpha = 60°$. Какой электрический заряд пройдет по кольцу, если поле исчезнет? Площадь сечения кольца $S = 1$ мм^2.

12.7.6. Рамка из $N = 100$ витков замкнута на гальванометр сопротивлением $R = 200$ Ом. Площадь каждого витка $S = 10$ см^2. Рамка помещена в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}02$ Тл так, что линии индукции перпендикулярны ее плоскости. Какой электрический заряд пройдет через гальванометр, если направление линий магнитной индукции изменить на обратное?

12.7.7. Замкнутая квадратная рамка из гибкой проволоки расположена в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого направлены перпендикулярно плоскости рамки. Какой электрический заряд протечет по рамке, если, не меняя плоскости расположения, придать ей форму окружности? Длина проволоки $l = 1$ м, ее сопротивление $R = 100$ Ом.

12.7.8. Из провода длиной $l = 1$ м сделан квадрат, который расположен вертикально. Какой электрический заряд пройдет по проводу, если его потянуть за две диагонально противоположные вершины так, чтобы он сложился? Сопротивление провода $R = 0{,}05$ Ом. Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 20$ мкТл.

12.7.9. Из тонкого медного провода массой $m = 3{,}14$ г сделано кольцо. Кольцо помещено в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}17$ Тл так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Какой заряд пройдет по кольцу, если его, потянув за точки, лежащие на одном диаметре, вытянуть в одну линию?

12.7.10. Кольцо радиусом $r = 5$ см из провода сопротивлением $R = 0{,}17$ Ом расположено перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B = 10$ мТл. Кольцо, не перекручивая, превратили в восьмерку, составленную из двух равных колец. Какой электрический заряд пройдет по проводу?

12.7.11. Кольцо радиусом $r = 4$ см из провода сопротивлением $R = 0{,}1$ Ом расположено перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B = 20$ мТл. Кольцо, перекрутив, превратили в восьмерку, составленную из двух равных колец. Какой электрический заряд пройдет по проводу?

12.7.12. Из провода длиной $l = 0{,}8$ м сделали восьмерку, составленную из двух равных колец. Сопротивление провода $R = 1$ Ом. Этот контур расположен перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 31{,}4$ мТл. Какой электрический заряд пойдет по проводу, когда выключат магнитное поле?

12.8. Движение проводников в магнитном поле

12.8.1. Проводник движется в однородном магнитном поле так, как показано на рисунке 12.8.1, со скоростью $v = 2$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 1{,}2$ Тл. Определите напряженность электрического поля в проводнике.

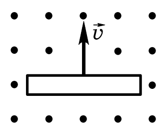


Рис. 12.8.1

12.8.2. Реактивный самолет, имеющий размах крыльев $l = 50$ м, летит горизонтально со скоростью $v = 800$ км/ч. Определите разность потенциалов, возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

12.8.3. Вертолет опускается вертикально с постоянной скоростью $v = 50$ км/ч. Найдите максимальную разность потенциалов между носовой и хвостовой частями корпуса вертолета, если его длина $l = 9$ м, а горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл.

12.8.4. Металлический стержень длиной $l = 1$ м свободно падает с высоты $h = 10$ м, оставаясь все время параллельным поверхности земли. Как зависит разность потенциалов, возникающая на концах стержня, от времени его падения в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ мТл? Линии индукции магнитного поля параллельны поверхности земли и перпендикулярны стержню. Найдите максимальную разность потенциалов.

12.8.5. Найдите ЭДС индукции, возникающую в стержне, который движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 4$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к линиям магнитной индукции. Длина стержня $l = 0{,}4$ м, индукция магнитного поля $B = 10$ мТл.

12.8.6. Два параллельных проводника расположены в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл так, что силовые линии поля перпендикулярны плоскости, в которой лежат проводники. По проводникам перпендикулярно им скользит металлическая перемычка, приближаясь к вольтметру со скоростью $v = 10$ м/с. Расстояние между проводниками $l = 1$ м (рис. 12.8.2). Найдите показания вольтметра.

12.8.7. Металлический брусок размерами $a \times b \times c$ движется горизонтально со скоростью $v = 20$ м/с в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл (рис. 12.8.3). Определите поверхностные плотности зарядов на всех поверхностях бруска. Распределение зарядов по поверхностям бруска считать равномерным.

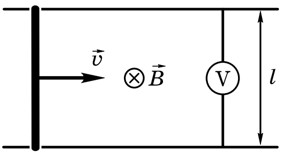


Рис. 12.8.2

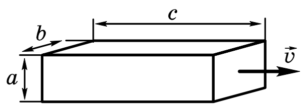


Рис. 12.8.3

12.8.8. Между закороченными пластинами плоского конденсатора с площадью пластин $S = 10^{-2}$ м^2 и расстоянием $d = 0,5$ см между ними движется параллельно пластинам с постоянной скоростью $v = 8$ м/с проводящая лента толщиной $h = 0,2$ см (рис. 12.8.4). Ширина ленты больше размеров конденсатора. Конденсатор находится в магнитном поле с индукцией $B = 0,4$ Тл, направленном вдоль пластин перпендикулярно скорости ленты. Найдите наведенный заряд на пластинах конденсатора.

12.8.9. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл вокруг одного из своих концов вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с стержень длиной $l = 50$ см. Чему равна разность потенциалов между концами стержня? Магнитные силовые линии перпендикулярны плоскости вращения стержня.

12.8.10. На непроводящем диске радиусом $R = 20$ см закреплена на радиусе проволока длиной $R/2$ так, как показано на рисунке 12.8.5. Диск вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с. Перпендикулярно плоскости диска направлено магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Найдите разность потенциалов между концами проволоки.

12.8.11. Металлический стержень длиной $l = 0,4$ м подвесили горизонтально на двух изолирующих нитях длиной $h = 1$ м каждая в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Стержень отклоняют на угол $\alpha = 5°$ от вертикали и отпускают (рис. 12.8.6). Найдите максимальную разность потенциалов, возникающую на концах стержня.

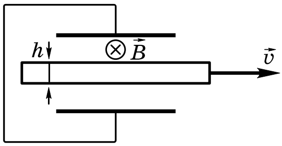


Рис. 12.8.4

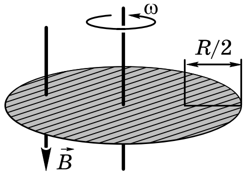


Рис. 12.8.5

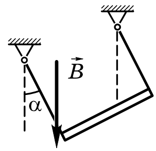


Рис. 12.8.6

12.8.12. Металлический стержень массой $m = 100$ г и длиной $l = 1$ м расположен горизонтально и подвешен за середину к пружине жесткостью $k = 1$ Н/м. Стержень совершает в вертикальной плоскости гармонические колебания с амплитудой $A = 0{,}1$ м. Определите максимальную разность потенциалов, возникающую между концами стержня, если в окружающем пространстве создать однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, силовые линии которого направлены перпендикулярно плоскости колебаний стержня.

12.9. Индукционный ток

12.9.1. Магнитный поток, пронизывающий проводящий контур, равномерно изменяется на $\Delta\Phi = 0{,}6$ Вб так, что ЭДС индукции в контуре равна $\mathscr{E}_1 = 1{,}2$ В. Найдите время изменения магнитного потока и силу индукционного тока в контуре, если его сопротивление $R = 0{,}24$ Ом.

12.9.2. В однородном магнитном поле находится контур площадью $S = 60$ см^2. Силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости контура. Найдите силу индукционного тока в контуре, если скорость изменения магнитной индукции $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}5$ Тл/с. Сопротивление контура $R = 1$ Ом.

12.9.3. Проводящий квадратный контур со стороной $a = 20$ см находится в однородном магнитном поле, силовые линии которого направлены перпендикулярно плоскости контура. Сопротивление контура $R = 0{,}5$ Ом. С какой скоростью $\Delta B/\Delta t$ должна изменяться магнитная индукция, чтобы ток в контуре был равен $I = 40$ мА?

12.9.4. Индукция магнитного поля, перпендикулярного контуру, изменяется по закону $B = 0{,}2t$. Контур состоит из трех резисторов сопротивлениями: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 0{,}5$ Ом, $R_3 = 0{,}2$ Ом (рис. 12.9.1). Площадь контура $S = 270$ см^2. Определите силу тока в контуре.

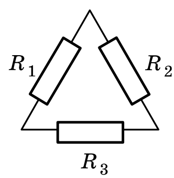


Рис. 12.9.1

12.9.5. Проволочное кольцо радиусом $r = 4$ см и сопротивлением $R = 0{,}2$ Ом помещено в магнитное поле. Индукция магнитного поля изменяется по закону, график которого представлен на рисунке 12.9.2. Постройте график зависимости силы индукционного тока от времени.

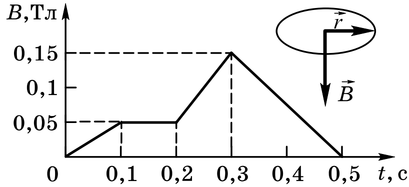


Рис. 12.9.2

12.9.6. Металлический стержень AC и провода, по которым он скользит, находятся в однородном магнитном поле, вектор магнитной индукции которого перпендикулярен плоскости чертежа (рис. 12.9.3). Расстояние между проводами равно a, скорость стержня равна v. Найдите силу тока, индуцированного в цепи. Магнитное поле тока не учитывать.

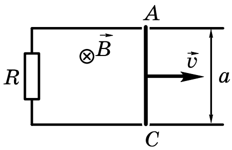


Рис. 12.9.3

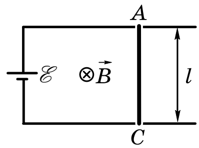


Рис. 12.9.4

12.9.7. Из двух одинаковых проводников изготовлены два контура в виде квадрата и кольца. Оба контура помещены в одной плоскости в однородное, равномерно изменяющееся со временем магнитное поле. Линии магнитной индукции поля перпендикулярны плоскости, в которой лежат контуры. В кольцевом контуре индуцируется ток $I_1 = 4$ А. Найдите силу тока в квадратном контуре.

12.9.8. Проводник AC длиной $l = 0{,}5$ м и сопротивлением $R = 2$ Ом лежит на двух горизонтальных проводящих стержнях, замкнутых источником ЭДС $\mathscr{E} = 1$ В (рис. 12.9.4, вид сверху). Вся система находится в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Определите силу тока в проводнике, если он движется со скоростью $v = 5$ м/с: а) вправо; б) влево. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлениями стержней пренебречь. Проводник перпендикулярен стержням.

12.9.9. Эластичное проводящее кольцо помещено в однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Радиус кольца увеличивается с постоянной скоростью $v = 2$ см/с. Определите силу тока в кольце в момент времени $t = 2$ с, если начальный радиус кольца $r_0 = 16$ см, а его сопротивление $R = 5$ Ом не изменяется при растяжении кольца.

12.9.10. Плоский виток площадью $S = 20$ см^2 расположен перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля. Индукция магнитного поля возрастает по закону $B = 1 - 10^{-4}t^2$. Сопротивление витка $R = 0{,}5$ Ом. Чему будет равна сила тока в витке в момент времени $t = 10$ с?

• **12.9.11.** Из проволоки сопротивлением $R = 20$ Ом и длиной $l = 0{,}5$ м сделали кольцо и поместили в магнитное поле, индукция которого изменяется по закону $B = \alpha t$, где $\alpha = 10^{-4}$ Тл/с, t — время в секундах. Определите, какая мощность выделяется в проволоке, если плоскость кольца перпендикулярна линиям индукции магнитного поля.

12.9.12. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл находится прямоугольная проводящая рамка. Плоскость рамки перпендикулярна линиям индукции. Сопротивление рамки $R = 0{,}25$ Ом. Какая мощность затрачивается при выдвигании рамки из магнитного поля с постоянной скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно направлению поля? Поле имеет резкую границу, а сторона рамки длиной $l = 20$ см параллельна этой границе (рис. 12.9.5).

12.9.13. Квадратный контур со стороной $a = 50$ см, изготовленный из алюминиевой проволоки, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется по закону $B = \alpha t$, где $\alpha = 0{,}02$ Тл/с, t — время в секундах. Определите изменение температуры контура за время $\Delta t = 100$ с, полагая, что выделяющееся в проволоке тепло целиком идет на ее нагрев. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции магнитного поля.

• **12.9.14.** Проводящий квадратный контур со стороной $a = 10$ см вводят с постоянной скоростью $v = 70$ см/с в зазор электромагнита (рис. 12.9.6). Индукция магнитного поля в зазоре $B = 0{,}1$ Тл. Считая поле внутри зазора однородным, а вне зазора равным нулю,

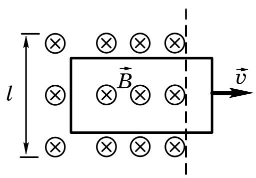


Рис. 12.9.5

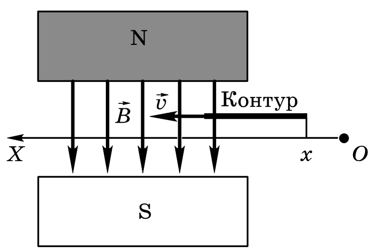


Рис. 12.9.6

определите количество теплоты Q, выделившееся в контуре при полном введении его в зазор, если протяженность зазора $b > a$, а сопротивление контура равно $R = 2$ Ом. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции магнитного поля.

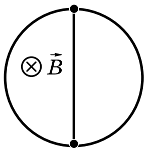


Рис. 12.9.7

12.9.15. Проволоку длиной $l = 1$ м согнули в виде кольца, затем замкнули по диаметру прямым проводником (рис. 12.9.7). Сопротивление проволоки $R = 200$ Ом. Перпендикулярно плоскости кольца создано магнитное поле, индукция которого зависит от времени по закону $B = \alpha t$, где $\alpha = 0{,}02$ Тл/с, t — время в секундах. Найдите тепловую мощность, выделяющуюся в проволоке.

12.9.16. Замкнутая катушка, содержащая $N = 500$ витков изолированного провода, помещена в магнитное поле, направленное вдоль оси катушки. Площадь ее поперечного сечения $S = 5$ см^2, сопротивление $R = 125$ Ом. Найдите мощность потерь на нагревание провода, если скорость изменения магнитной индукции постоянна и равна $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-5}$ Тл/с.

12.9.17. Квадратная рамка, содержащая $N = 10$ витков провода, находится в однородном магнитном поле. Направление вектора магнитной индукции совпадает с осью рамки. За время $\Delta t = 0{,}1$ с магнитная индукция поля равномерно увеличилась на $\Delta B = 0{,}01$ Тл. Определите: а) силу тока, индуцированного в рамке; б) количество теплоты, выделившееся в рамке за это время. Сопротивление рамки $R = 1$ мОм, сторона рамки $a = 5$ см.

12.9.18. Плоская квадратная рамка из медной проволоки со стороной $a = 62{,}8$ см помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл так, что линии индукции перпендикулярны плоскости рамки. Определите количество теплоты, которое выделится в рамке, если ее преобразовать в кольцо. Площадь сечения проволоки $S = 2$ мм^2. Считать, что во время преобразования рамки $\Delta t = 2$ с количество теплоты выделялось равномерно.

12.9.19. Катушка, содержащая $N = 200$ витков изолированного провода, помещена в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси катушки. Индукция магнитного поля изменяется со скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}2$ Тл/с. Концы катушки подсоединяют к резистору сопротивлением $R = 20$ Ом, значительно большим сопротивления катушки. Определите мощность тепловых потерь на резисторе. Радиус витка катушки $r = 5$ см.

12.9.20. Между двумя проводящими параллельными шинами включена лампочка Л сопротивлением $R = 100$ Ом. По шинам скользит проводящая перемычка со скоростью $v = 2$ м/с. Расстояние между шинами $l = 20$ см. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости, в которой лежат шины (рис. 12.9.8). Определите мощность лампочки. Сопротивления остальных элементов цепи не учитывать.

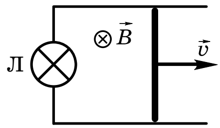


Рис. 12.9.8

12.9.21. Металлический стержень AC, сопротивление единицы длины которого r, движется с постоянной скоростью $\vec{v}$, перпендикулярной AC, замыкая проводники OD и OE, образующие друг с другом угол α. Длина OE равна l, а стержень AC перпендикулярен OE (рис. 12.9.9). Вся система помещена в однородное постоянное магнитное поле с индукцией B, силовые линии которого перпендикулярны плоскости системы. Найдите полное количество теплоты, которое выделится в цепи при движении стержня AC от точки O до точки E. Сопротивлениями проводников OD и OE пренебречь.

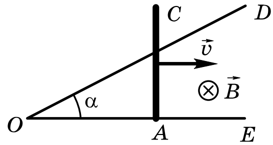


Рис. 12.9.9

12.9.22. Длинный проводник согнут в виде буквы П. На параллельных сторонах проводника лежит проводящая перемычка (рис. 12.9.10). Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, силовые линии которого направлены перпендикулярно плоскости проводника. Длина перемычки равна l, ее сопротивление R. Какую силу $\vec{F}$ нужно приложить к перемычке, чтобы двигать ее с постоянной скоростью $\vec{v}$?

12.9.23. В однородном горизонтальном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0{,}05$ Тл по вертикально расположенным шинам, замкнутым перемычкой сопротивлением $R = 1$ Ом, скользит без нарушения контакта проводник длиной $l = 50$ см и массой $m = 1$ г (рис. 12.9.11). Определите установившуюся скорость проводника. Сопротивления остальных элементов цепи не учитывать.

12.9.24. На двух гладких параллельных проводящих стержнях, образующих угол α с горизонтом, находится горизонтальная проводящая перемычка массой m и длиной l. В верхней части стержни замкнуты резистором сопротивлением R (рис. 12.9.12). Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$,

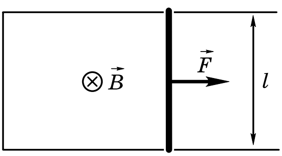


Рис. 12.9.10

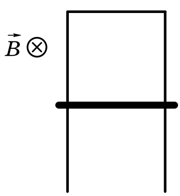


Рис. 12.9.11

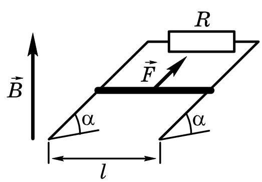


Рис. 12.9.12

силовые линии которого направлены вертикально вверх. Перемычку тянут вдоль стержней вверх с силой $\vec{F}$. Определите максимальную скорость движения перемычки. Сопротивлениями стержней пренебречь.

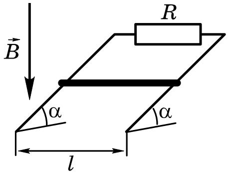


Рис. 12.9.13

• **12.9.25.** По двум параллельным проводящим стержням, образующим угол α с горизонтом, соскальзывает горизонтальная проводящая перемычка массой m и длиной l (рис. 12.9.13). В верхней части стержни замкнуты резистором сопротивлением R. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, силовые линии которого направлены вертикально вниз. Определите максимальную скорость движения перемычки, если коэффициент трения между поверхностями стержней и перемычкой равен μ. Сопротивлениями стержней и перемычки пренебречь.

• **12.9.26.** Длинный провод, расположенный в горизонтальной плоскости, согнут под углом $\alpha = 30°$. В вершине угла расположен металлический стержень, перпендикулярный биссектрисе угла. Стержень может без трения скользить по проводу. Система помещена в вертикальное внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл. К стержню прикладывают горизонтальную силу $F = kx$, направленную вдоль биссектрисы угла, которая растет линейно с расстоянием x, отсчитываемым от вершины угла (рис. 12.9.14, вид сверху). Определите максимальную скорость стержня, если сопротивление единицы его длины равно $\rho = 0{,}2$ Ом/м, а коэффициент пропорциональности $k = 0{,}1$ Н/м. Сопротивлением провода пренебречь.

12.9.27. Медное кольцо радиусом $r = 80$ см соединено проводящими спицами с центром. Через скользящие контакты к кольцу подключен резистор сопротивлением $R = 0{,}2$ Ом так, как показано на рисунке 12.9.15.

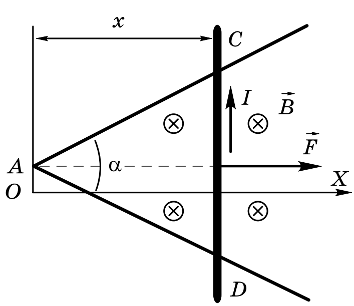


Рис. 12.9.14

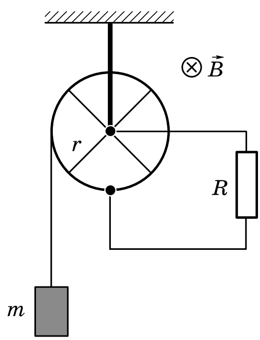


Рис. 12.9.15

На кольцо намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 0{,}15$ кг. Пренебрегая трением, определите установившуюся скорость груза, если поверхность, ограниченную кольцом, пронизывает внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Массами и сопротивлениями кольца и спиц пренебречь.

12.9.28. Стержень OA сопротивлением $R = 4$ Ом и длиной $L = 0{,}5$ м скользит по полукольцу, сопротивление которого ничтожно мало. Между стержнем и полукольцом подключен источник тока с ЭДС $\mathscr{E} = 0{,}3$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл, направление силовых линий которого перпендикулярно плоскости кольца (рис. 12.9.16). Угловая скорость вращения стержня $\omega = 20$ рад/с. Найдите: а) разность потенциалов $\Delta\varphi$ на концах стержня; б) мощность P тепловых потерь.

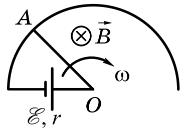


Рис. 12.9.16

12.9.29. Проволочный контур площадью $S = 10$ см^2 подключен к конденсатору емкостью $C = 10^{-6}$ Ф и помещен в однородное магнитное поле, индукция которого изменяется со временем по закону $B = \alpha t$, где $\alpha = 1$ Тл/с, t — время в секундах. Определите заряд конденсатора. Силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости контура.

12.9.30. По двум параллельным проводящим шинам, расположенным в горизонтальной плоскости на расстоянии $l = 60$ см друг от друга, может скользить без трения металлический стержень массой $m = 100$ г. С одного конца шины замкнуты на конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ. Система помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, направленное перпендикулярно плоскости, в которой расположены шины и стержень. В некоторый момент времени на стержень начинает действовать постоянная горизонтальная сила $F = 0{,}5$ Н, направленная перпендикулярно стержню. Определите ускорение стержня и энергию конденсатора к моменту, когда стержень пройдет путь $s = 40$ см. Сопротивлениями шин и стержня пренебречь. Первоначально конденсатор не заряжен.

12.9.31. По двум параллельным проводящим стержням, образующим угол α с горизонтом, соскальзывает горизонтальная проводящая перемычка массой m и длиной l (рис. 12.9.17). В верхней части стержни замкнуты конденсатором емкостью C. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, силовые линии которого направлены перпендикулярно плоскости, в которой движется перемычка. Най-

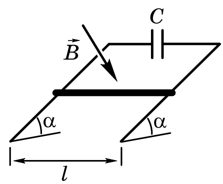


Рис. 12.9.17

дите ускорение перемычки. Сопротивлением стержней и перемычки, а также трением пренебречь.

12.9.32. По двум гладким металлическим стержням, установленным параллельно друг другу на расстоянии $l = 0{,}4$ м и под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, может скользить под действием силы тяжести проводящая перемычка массой $m = 0{,}4$ кг (рис. 12.9.18). Стержни замкнуты конденсатором емкостью $C = 50$ мкФ. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, силовые линии которого вертикальны. Первоначально перемычку удерживают на расстоянии $b = 50$ см от основания стержней. Определите скорость перемычки у основания стержней, если ее отпустить. Сопротивлением стержней и перемычки пренебречь.

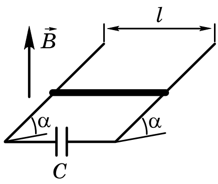


Рис. 12.9.18

12.9.33. В контур, имеющий вид окружности и находящийся в однородном магнитном поле, включены два конденсатора емкости которых равны $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ (рис. 12.9.19). Контур соединяют по диаметру перемычкой с конденсатором емкостью $C_3 = 3$ мкФ. Определите заряд на обкладках конденсатора C_3, если скорость изменения магнитного потока через контур постоянна и равна $\Phi' = 5$ Вб/с.

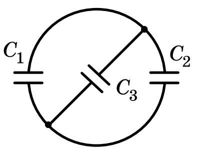


Рис. 12.9.19

12.10. Индуктивность. Самоиндукция

12.10.1. Найдите индуктивность контура, в котором при силе тока $I = 5$ А возникает магнитный поток $\Phi = 25$ мВб.

12.10.2. Индуктивность контура $L = 0{,}04$ Гн. Сила тока в контуре увеличилась на $\Delta I = 0{,}4$ А. Насколько изменился магнитный поток, создаваемый током в контуре?

12.10.3. Индуктивность контура $L = 20$ мГн. Чему равна средняя ЭДС самоиндукции в этом контуре, если за время $\Delta t = 0{,}02$ с сила тока в нем уменьшилась на $\Delta I = 0{,}04$ А?

12.10.4. Определите индуктивность катушки, если при изменении в ней силы тока от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А за время $\Delta t = 0{,}1$ с в катушке возникает ЭДС самоиндукции, равная $\mathscr{E}_s = 10$ В.

• **12.10.5.** По катушке индуктивностью $L = 0{,}03$ Гн течет ток $I = 0{,}6$ А. При размыкании цепи сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t = 10^{-3}$ с. Определите среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке.

12.10.6. Чему должна быть равна скорость изменения силы тока в катушке индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн, чтобы ЭДС самоиндукции, возникающая в ней, была равна $\mathscr{E}_s = 10$ В?

12.10.7. Соленоид, индуктивность которого $L = 6$ мГн, содержит $N = 400$ витков. Сила тока, протекающего по обмотке, $I = 10$ А. Найдите магнитный поток, возникающий в соленоиде.

12.10.8. Катушка, состоящая из $N = 500$ витков, создает магнитный поток $\Phi = 30$ мВб, если сила тока в ней $I = 10$ А. Найдите индуктивность катушки.

• **12.10.9.** Магнитный поток через поперечное сечение катушки, имеющей $N = 100$ витков, изменился на $\Delta\Phi = 2$ мВб в результате изменения силы тока в катушке от $I_1 = 4$ А до $I_2 = 20$ А. Найдите индуктивность L катушки.

• **12.10.10.** Катушка сопротивлением $R = 20$ Ом и индуктивностью $L = 0{,}01$ Гн находится в переменном магнитном поле. Когда создаваемый этим полем магнитный поток увеличился на $\Delta\Phi = 1$ мВб, сила тока в катушке возросла на $\Delta I = 0{,}05$ А. Какой заряд Δq прошел за это время по катушке?

12.10.11. В цепь включены последовательно источник тока с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}2$ В, реостат сопротивлением $R = 1$ Ом и катушка индуктивностью $L = 1$ Гн. В цепи протекал постоянный ток I_0. С некоторого момента сопротивление реостата начинают изменять так, чтобы ток уменьшался с постоянной скоростью $\Delta I/\Delta t = 0{,}2$ А/с. Чему равно сопротивление R_t цепи спустя время $t = 2$ с после начала изменения силы тока?

12.10.12. В электрической цепи, представленной на рисунке 12.10.1, индуктивность катушки $L = 9$ мГн, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 25$ Ом. Первоначально ключ K замкнут, и в цепи течет ток $I = 2$ А. Какой заряд будет индуцирован в катушке после размыкания цепи ключом K? Внутренним сопротивлением источника тока и сопротивлением катушки пренебречь.

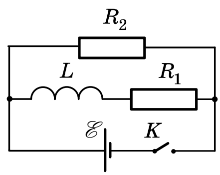


Рис. 12.10.1

12.10.13. В электрической цепи, представленной на рисунке 12.10.1, ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 3$ В, индуктивность катушки $L = 2$ мГн, сопротивления $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом. Первоначально ключ K замкнут. Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания цепи ключом K? Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением катушки пренебречь.

12.10.14. В электрической цепи, представленной на рисунке 12.10.1, ЭДС источника тока равна $\mathscr{E} = 15$ В, индуктивность катушки $L = 10^{-3}$ Гн, сопротивления $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом. Определите максимальное и минимальное значения силы тока через резистор сопротивлением R_1 и катушку после замыкания ключа K. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением катушки пренебречь.

12.10.15. ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке индуктивностью $L = 2$ Гн, изменяется с течением времени по закону $\mathscr{E}_s = 10 + 4t$. По какому закону изменяется сила тока в катушке?

12.10.16. По длинному соленоиду индуктивностью $L = 2$ мГн течет ток $I = 1$ А. Определите энергию магнитного поля внутри соленоида.

12.10.17. По длинному соленоиду течет ток $I = 10$ А, создающий внутри соленоида магнитное поле с энергией $W = 0{,}5$ Дж. Определите магнитный поток, пронизывающий витки соленоида.

12.10.18. Соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн содержит $N = 60$ витков провода. Определите энергию магнитного поля внутри соленоида и магнитный поток, пронизывающий каждый из витков соленоида при силе тока в нем $I = 12$ А.

• **12.10.19.** Определите индуктивность длинного соленоида, в котором при увеличении силы тока от $I_1 = 4$ А до $I_2 = 6$ А энергия магнитного поля увеличивается на $\Delta W = 10^{-2}$ Дж.

Глава 13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

13.1. Свободные колебания в колебательном контуре

13.1.1. Определите период и частоту собственных колебаний в контуре, составленном из конденсатора емкостью $C = 2{,}2$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 0{,}65$ мГн.

13.1.2. Какой индуктивности катушку надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости конденсатора $C = 50$ пФ получить частоту свободных колебаний $\nu = 10$ МГц?

13.1.3. Частота собственных колебаний в колебательном контуре $\nu_1 = 3 \cdot 10^5$ Гц. Чему будет равна частота колебаний, если расстояние между обкладками конденсатора, включенного в контур, увеличить в 2 раза?

13.1.4. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 3$ мГн и плоского конденсатора в виде двух дисков радиусом $r = 1{,}2$ см, расположенных на расстоянии $d = 0{,}3$ мм друг от друга. Найдите период колебаний T контура. Чему будет равен период T_1 колебаний, если конденсатор заполнить веществом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$?

13.1.5. Каков диапазон частот собственных колебаний в контуре, если его индуктивность можно изменять в пределах от $L_1 = 0{,}1$ мкГн до $L_2 = 10$ мкГн, а емкость — в пределах от $C_1 = 250$ пФ до $C_2 = 25\,000$ пФ?

13.1.6. При увеличении емкости конденсатора колебательного контура на $\Delta C = 0{,}16$ мкФ частота собственных колебаний уменьшилась в $n = 3$ раза. Найдите начальную емкость C_0 конденсатора, если индуктивность катушки осталась прежней.

• **13.1.7.** Когда в колебательном контуре был конденсатор *1*, частота колебаний контура $\nu_1 = 12$ кГц, а когда конденсатор *1* заменили конденсатором *2*, частота колебаний контура стала $\nu_2 = 16$ кГц. Чему будет равна частота колебаний при последовательном соединении конденсаторов *1* и *2*?

13.1.8. Идеальный колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, соединенных параллельно. Период собственных колебаний контура $T_1 = 20$ мкс. Чему будет равен период колебаний, если конденсаторы включить последовательно?

13.1.9. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1$ мГн и конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ. Конденсатор заряжен до максимального напряжения $U_\text{m} = 100$ В. Определите максимальный заряд конденсатора и максимальную силу тока в контуре.

13.1.10. При увеличении напряжения на конденсаторе колебательного контура на $\Delta U = 30$ В амплитуда силы тока увеличилась в 3 раза. Найдите начальное напряжение.

13.1.11. В колебательном контуре происходят свободные незатухающие колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора $q_\text{m} = 10^{-6}$ Кл, а максимальная сила тока в катушке индуктивности $I_\text{m} = 3{,}14$ А. Найдите частоту собственных колебаний контура.

13.1.12. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 2$ Гн. Конденсатору сообщили заряд $q_\text{m} = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл. Найдите зависимость от времени: а) заряда на обкладках конденсатора; б) напряжения на обкладках конденсатора; в) силы тока в цепи. Считайте момент сообщения заряда начальным моментом времени. Сопротивления катушки и проводов не учитывать.

13.1.13. Напряжение на конденсаторе в идеальном колебательном контуре изменяется по закону $u = 50\cos 10^5 t$, при этом максимальное значение заряда конденсатора $q_\text{m} = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Найдите индуктивность контура.

13.1.14. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1{,}6$ Гн и конденсатора емкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф. В момент времени, когда мгновенное значение напряжения на конденсаторе $u_1 = 2$ В, мгновенное значение силы тока $i_1 = 0{,}01$ А. Каково амплитудное значение силы тока в контуре?

13.1.15. В колебательном контуре с индуктивностью $L = 10$ мГн и емкостью $C = 100$ мкФ конденсатор заряжен до максимального напряжения $U_m = 100$ В. Чему будет равна сила тока в тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в 2 раза? Колебания считать незатухающими.

13.1.16. Амплитуда напряжения в контуре $U_m = 100$ В, частота собственных колебаний $\nu = 5$ МГц. В начальный момент времени заряд конденсатора максимален. В какой момент времени напряжение на конденсаторе будет $u = 70{,}7$ В?

13.1.17. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0{,}2$ мГн и двух конденсаторов емкостями $C_1 = C_2 = 4$ мкФ, соединенных последовательно. Определите максимальное напряжение на каждом из конденсаторов, если максимальная сила тока в контуре равна $I_m = 0{,}1$ А.

13.1.18. В колебательном контуре емкость конденсатора $C = 1{,}6 \cdot 10^{-11}$ Ф. Амплитуда напряжения на конденсаторе $u_m = 500$ В. В некоторый момент времени напряжение на конденсаторе $u = 400$ В. Найдите: а) полную энергию контура; б) энергию электрического поля; в) энергию магнитного поля в этот момент времени.

13.1.19. В колебательном контуре индуктивность катушки $L = 0{,}3$ Гн, а амплитуда колебаний силы тока $I_m = 30$ мА. Найдите энергию электрического поля конденсатора и энергию магнитного поля катушки в тот момент, когда мгновенное значение силы тока в $n = 3$ раза меньше амплитудного значения.

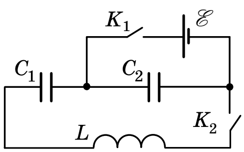


Рис. 13.1.1

13.1.20. В схеме на рисунке 13.1.1 сначала замыкают ключ K_1, и конденсатор емкостью $C_2 = 10$ мкФ полностью заряжается от ЭДС $\mathscr{E} = 12$ В. Затем ключ K_1 размыкают и замыкают ключ K_2. Найдите максимальные значения зарядов на каждом конденсаторе и максимальную силу тока в катушке. Индуктивность катушки $L = 3$ мГн, емкость конденсатора $C_1 = 2$ мкФ.

13.1.21. В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью $L = 5$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 13{,}33$ нФ, максимальное напряжение $U_m = 1{,}2$ В. Сопротивление контура ничтожно мало. Определите: а) действующее значение силы тока в контуре; б) максимальный магнитный поток, если число витков катушки $N = 28$.

13.1.22. В колебательном контуре конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ имеет максимальный заряд $q_m = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл. Какое количество теплоты выделилось в контуре к моменту полного затухания колебаний?

13.1.23. Конденсатор емкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф, заряженный до напряжения $U_0 = 10^3$ В, разряжается через катушку индуктивностью $L = 4 \cdot 10^{-3}$ Гн и обладающую активным сопротивлением. Через некоторое время напряжение на конденсаторе стало $U = 600$ В, а сила тока в катушке достигла значения $I = 20$ А. Какое количество теплоты выделилось к этому моменту в катушке?

13.1.24. Колебательный контур, период собственных колебаний в котором $T = 10^{-6}$ с, имеет индуктивность $L = 0{,}1$ Гн и омическое сопротивление $R = 1$ Ом. На сколько процентов изменится энергия этого контура за период колебаний? Считать, что за время периода амплитуда колебаний силы тока изменяется очень мало.

13.1.25. Контур состоит из катушки индуктивностью $L = 14$ мкГн, резистора сопротивлением $R = 0{,}5$ Ом и конденсатора емкостью 555,5 пФ. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальный заряд на конденсаторе $q_m = 55{,}55 \cdot 10^{-10}$ Кл?

• **13.1.26.** Три конденсатора, емкости которых равны $C_1 = 400$ мкФ, $C_2 = 800$ мкФ и $C_3 = 800$ мкФ соединены последовательно. Эта батарея конденсаторов заряжена до напряжения $U = 10$ В. В момент времени $t_0 = 0$ к ним подключают катушку индуктивностью $L = 200$ мкГн так, что образуется колебательный контур. В момент времени $t_1 = 2\pi \cdot 10^{-4}$ с конденсатор емкостью C_1 пробивается, и сопротивление между его обкладками становится равным нулю. Чему равна амплитуда q_0 колебаний заряда на непробитых конденсаторах?

13.1.27. Два конденсатора одинаковой емкостью $C_1 = C_2 = 200$ мкФ соединены последовательно, а к ним параллельно подключен конденсатор емкостью $C_3 = 100$ мкФ. Эта батарея конденсаторов заряжена до напряжения $U = 10$ В. В начальный момент $t_0 = 0$ к ним подключают катушку индуктивностью $L = 2$ мкГн так, что образуется колебательный контур. Спустя интервал времени $\Delta t = 2\pi \cdot 10^{-5}$ с конденсатор C_1 пробивается, и сопротивление между его обкладками становится равным нулю. Найдите амплитуду колебаний напряжения U_0 на батарее непробитых конденсаторов.

13.2. Вынужденные колебания. Переменный ток

13.2.1. Частота переменного тока $\nu = 50$ Гц. Определите период и циклическую частоту переменного тока.

13.2.2. Сила тока изменяется по закону $i = 8{,}5\sin(314t + 0{,}661)$. Определите амплитудное значение силы тока, его начальную фазу и частоту.

13.2.3. Какая максимальная ЭДС наводится в контуре площадью S, вращающемся в однородном магнитном поле с индукцией B так, что угол φ между нормалью к площади рамки и силовыми линиями магнитного поля изменяется по закону $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$, где φ_0, ω — известные величины, t — время в секундах.

13.2.4. Рамку площадью $S = 200$ см^2 вращают с частотой $\nu = 8$ с$^{-1}$ в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Напишите: а) закон изменения магнитного потока, пронизывающего рамку; б) закон изменения ЭДС индукции, возникающей в рамке. В начальный момент времени рамка перпендикулярна магнитному полю (рис. 13.2.1).

13.2.5. По графику (рис. 13.2.2) найдите амплитудное значение переменной ЭДС, ее период и частоту. Запишите закон изменения ЭДС с течением времени.

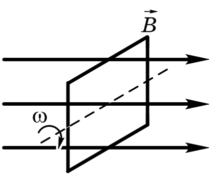


Рис. 13.2.1

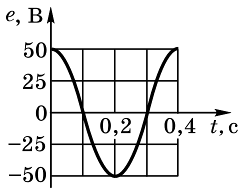


Рис. 13.2.2

13.2.6. Контур сечением $S = 400$ см^2, состоящий из $N = 100$ витков провода, равномерно вращают в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл, силовые линии которого перпендикулярны оси вращения. Определите максимальное значение ЭДС, возникающей в контуре, если угловая скорость контура $\omega = 1$ рад/ с.

13.2.7. Рамка площадью $S = 200$ см^2 имеет $N = 100$ витков и находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 30$ мТл. Рамка расположена в нейтральном положении[1]. В момент времени $t = 0$ рамку начинают вращать вокруг оси, перпендикулярной силовым линиям поля так, что амплитудное значение ЭДС индукции $\mathscr{E}_{\mathrm{m}} = 6$ В. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке, в момент времени $t = 0{,}02$ с.

---

[1] В нейтральном положении нормаль к рамке совпадает с вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

13.2.8. Электромотор постоянного тока, подключенный к источнику поля с ЭДС $\mathscr{E}_0 = 24$ В, делает $n_1 = 600$ об/мин при силе тока в цепи $I = 0{,}2$ А. Полное сопротивление цепи $R = 20$ Ом. Чему будет равна ЭДС этого мотора, если он будет работать как динамо-машина, делая $n_2 = 1400$ об/мин?

13.2.9. Генератор переменного тока имеет на роторе восемь пар полюсов ($k = 8$). Чему должна быть равна частота вращения ротора, чтобы генератор вырабатывал ток стандартной частоты ($\nu = 50$ Гц)?

13.2.10. Напряжение на концах участка цепи, по которому течет переменный ток, изменяется по синусоидальному закону. Начальная фаза $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$, период колебаний $T = 0{,}02$ с. В момент времени $t = \frac{T}{24}$ напряжение $u = 5$ В. Найдите: амплитуду напряжения, циклическую частоту, частоту тока. Запишите закон изменения напряжения с течением времени.

13.2.11. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $i = 4\sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$. Определите: действующее значение силы тока, его начальную фазу и период колебаний тока. Чему будет равна сила тока в моменты времени: $t_1 = 0{,}01$ с, $t_2 = 0{,}04$ с?

13.2.12. Определите эффективные значения силы тока и напряжения, зависимости которых от времени показаны на рисунке 13.2.3.

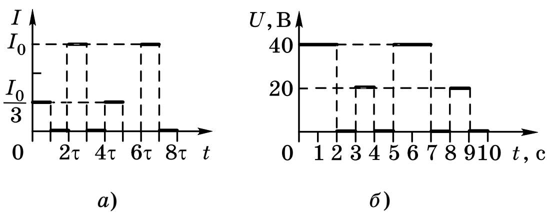


Рис. 13.2.3

13.2.13. Переменный ток в пределах одного периода изменяется по закону $i = I_m\sqrt{\frac{t}{T}}$, где I_m — максимальное значение силы тока, T — период. Определите действующее значение силы тока.

13.2.14. Тепловой амперметр, включенный последовательно в цепь переменного тока, показывает $I = 2$ А. Найдите максимальную силу тока в цепи.

13.2.15. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока с действующим значением напряжения $U_д = 71$ В и периодом $T =$

$= 0{,}02$ с. Найдите промежуток времени, в течение которого горит лампа, и частоту вспышек. Напряжение зажигания и гашения лампы одинаково и составляет $U_1 = 86{,}7$ В.

• **13.2.16.** В сети переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц действующее значение напряжения $U_д = 120$ В. Какое время τ будет гореть неоновая лампочка при включении ее в сеть в течение $\Delta\tau = 1$ мин, если она зажигается и гаснет при напряжении $U_0 = 84$ В?

13.2.17. В сеть переменного тока включен тефалевый чайник сопротивлением $R = 40$ Ом. Найдите количество теплоты, выделяемое за время $t = 3$ мин, если амплитуда напряжения в сети $U_m = 311$ В.

13.2.18. На какое максимальное напряжение рассчитаны изоляторы линии электропередачи, если действующее напряжение $U_д = 230$ кВ?

13.2.19. На участке цепи с активным сопротивлением $R = 4$ Ом сила тока изменяется по закону $i = 6{,}4 \sin 314t$. Определите действующее значение силы тока и активную мощность, выделяющуюся на этом участке.

13.2.20. Определите частоту переменного тока, если конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ представляет для него сопротивление $X_C = 2$ Ом.

13.2.21. Конденсатор включен в цепь переменного тока стандартной частоты ($\nu_{ст} = 50$ Гц). Напряжение в сети $U = 220$ В. Сила тока в цепи $I = 2$А. Какова емкость конденсатора?

13.2.22. В городскую сеть переменного тока с действующим напряжением $U_д = 127$ В включили лампочку от карманного фонаря и конденсатор, соединенные между собой последовательно. Какой должна быть емкость конденсатора, чтобы лампочка горела нормальным накалом? Лампочка рассчитана на постоянное напряжение $U_л = 3{,}5$ В и силу тока $I = 0{,}28$ А.

13.2.23. К городской сети переменного тока с действующим напряжением $U_д = 127$ В присоединена цепь, состоящая из последовательно включенных активного сопротивления $R = 100$ Ом и конденсатора емкостью $C = 40$ мкФ. Определите амплитуду силы тока в цепи.

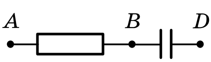


Рис. 13.2.4

13.2.24. По участку ABD (рис. 13.2.4) цепи протекает синусоидальный ток. На участке AB действующее значение напряжения равно $U_{AB} = 20$ В, а на участке BD — $U_{BD} = 10$ В. Определите действующее значение напряжения на участке AD.

13.2.25. Катушку индуктивностью $L = 35$ мГн включают в сеть переменного тока. Определите ее сопротивление при частоте тока $\nu = 50$ Гц.

13.2.26. Действующие значения напряжения и силы тока в катушке равны соответственно $U_д = 127$ В, $I_д = 0{,}5$ А. Определите индуктивность катушки при частоте переменного тока $\nu = 50$ Гц.

13.2.27. Сила тока в катушке индуктивностью $L = 0{,}5$ Гн изменяется по закону $i = 0{,}1 \sin 628t$. Определите зависимость напряжения на катушке от времени и реактивное сопротивление катушки.

13.2.28. Катушка индуктивностью $L = 0{,}02$ Гн присоединена к источнику переменного напряжения частотой $\nu = 50$ Гц. Действующее значение напряжения $U_д = 100$ В. Определите зависимость мгновенного значения силы тока от времени и сдвиг фаз между током и напряжением. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

13.2.29. По участку ABD (рис. 13.2.5) цепи протекает синусоидальный ток. На участке AB действующее значение напряжения $U_{AB} = 30$ В, а на участке BD — $U_{BD} = 40$ В. Определите действующее значение напряжения на участке AD.

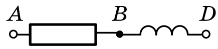


Рис. 13.2.5

13.2.30. На участке AD (см. рис. 13.2.5) сдвиг фаз между током и напряжением $\varphi_1 = 20°$. Как изменится эта величина, если частота тока станет в $n = 3$ раза больше?

13.2.31. Спираль электрического чайника имеет индуктивность L =30 мГн и активное сопротивление $R = 30$ Ом. В каком случае и во сколько раз быстрее закипит вода в чайнике: а) при включении в цепь переменного напряжения $U = 311 \cos \omega t$, где $\omega = 314$ рад/с; б) при включении в цепь постоянного напряжения $U = 311$ В?

13.2.32. Электрический кипятильник со спиралью индуктивностью $L = 30$ мГн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом помещен в ведро с водой и включен в цепь переменного напряжения $u = U_0 \sin \omega t$, где $U_0 = 179$ В, $\omega = 628$ рад/с. При этом вода объемом $V = 10$ л закипает за время $t_1 = 40$ мин. За какое время закипит и полностью испарится вода, если два таких кипятильника соединить последовательно и подключить к источнику постоянного напряжения, величина которого равна действующему значению напряжения в первом случае? Начальная температура воды в обоих случаях одинакова. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, удельная теплота парообразования $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

13.2.33. Для неразветвленной цепи переменного тока (рис. 13.2.6) сопротивления равны: $R = 3$ Ом, $X_L = 6$ Ом, $X_C = 2$ Ом. Определите полное сопротивление цепи и коэффициент мощности.

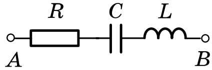


Рис. 13.2.6

• **13.2.34.** Катушка с активным сопротивлением $R = 15$ Ом и индуктивностью $L = 52$ мГн включена в сеть переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц последовательно с конденсатором емкостью $C =$

= 120 мкФ. Действующее значение напряжения в сети $U_д$ = 220 В. Определите амплитудное и действующее значения силы тока в цепи, а также среднюю за период мощность тока.

13.2.35. В цепь переменного тока частотой ν = 400 Гц включена катушка индуктивностью L = 0,1 Гн. Какой емкости конденсатор надо включить в эту цепь, чтобы осуществился резонанс?

13.2.36. Резонансная частота колебательного контура ν = 4,2 кГц. Определите индуктивность катушки, если емкость конденсатора C = 2,2 мкФ. Активным сопротивлением контура пренебречь.

13.2.37. По участку ABD (рис. 13.2.7) цепи протекает синусоидальный ток. Индуктивность катушки L = 0,25 Гн, емкость конденсатора C = 100 мкФ. Пренебрегая активным сопротивлением участка, определите частоту тока, при которой сопротивление участка будет равно нулю.

13.2.38. Для колебательного контура с конденсатором емкостью C = 10 мкФ резонансная частота ν_1 = 4 кГц. Когда параллельно данному конденсатору подключают конденсатор неизвестной емкости C_x, то резонансная частота становится ν_2 = 1 кГц. Определите неизвестную емкость C_x и индуктивность контура. Активным сопротивлением контура пренебречь.

• **13.2.39.** В схеме на рисунке 13.2.8 активное сопротивление R = = 2 Ом, индуктивность катушки L = 50 мГн, емкость конденсатора C = 25 мкФ. Определите полное сопротивление цепи и сдвиг фаз между током и напряжением при частоте переменного тока ν = 50 Гц. При какой частоте сопротивление цепи минимально? Чему оно равно?

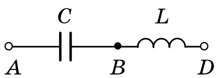


Рис. 13.2.7

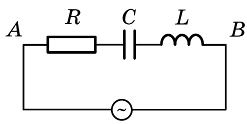


Рис. 13.2.8

13.2.40. Последовательно соединенные элементы R, L, C подключены к источнику переменного напряжения $U = U_0 \cos \omega t$, где U_0 = 179 В. Сила тока в цепи максимальна при частоте ν = 10 кГц. Найдите индуктивность цепи и мощность, выделяющуюся в этом случае на активном сопротивлении, если R = 50 Ом, C = 0,05 мкФ.

13.3. Трансформатор

13.3.1. Первичная обмотка трансформатора содержит N_1 = 1000 витков, а вторичная — N_2 = 100. Напряжение на первичной обмотке трансформатора U_1 = 220 В. Каким будет напряжение на вторичной обмотке при холостом ходе трансформатора? Как изменяет напряжение трансформатор и во сколько раз?

13.3.2. Трансформатор, повышающий напряжение с $U_1 = 100$ В до $U_2 = 3300$ В, имеет замкнутый сердечник в виде кольца. Через кольцо пропущен провод, концы которого присоединены к вольтметру. Вольтметр показывает $U = 0{,}5$ В. Сколько витков имеют обмотки трансформатора?

13.3.3. Коэффициент трансформации повышающего трансформатора $k = 0{,}1$. Напряжение на вторичной обмотке при холостом ходе трансформатора $U_2 = 4{,}4$ кВ. Чему равно напряжение на первичной обмотке?

13.3.4. Коэффициент трансформации повышающего трансформатора $k = 0{,}1$. Напряжение на вторичной обмотке $U_2 = 5{,}6$ кВ. Вольтметр, подключенный к витку провода, надетого на сердечник трансформатора, показал $U_0 = 0{,}4$ В. Сколько витков имеет каждая обмотка трансформатора?

13.3.5. Вторичная обмотка трансформатора, имеющая $N = 200$ витков, пронизывается магнитным потоком, изменяющимся со временем по закону $\Phi = 0{,}02 \cos 100\,\pi t$. Напишите формулу, выражающую зависимость ЭДС во вторичной обмотке от времени, и найдите действующее значение этой ЭДС.

13.3.6. Сила тока и напряжение в первичной обмотке трансформатора соответственно равны $I_1 = 0{,}1$ А и $U_1 = 1{,}1$ кВ, напряжение во вторичной обмотке $U_2 = 220$ В. Найдите силу тока во вторичной обмотке трансформатора. Потери в трансформаторе не учитывать.

13.3.7. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации $k = 20$ включен в сеть с напряжением $U_1 = 220$ В. Чему равно напряжение на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки $r = 0{,}1$ Ом, а сопротивление нагрузки $R = 1$ Ом?

13.3.8. Первичная обмотка понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 8$ включена в сеть с напряжением $U_1 = 220$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 1{,}2$ Ом, сила тока в ней $I = 5$ А. Определите напряжение на зажимах вторичной обмотки и сопротивление нагрузки трансформатора. Потери в первичной обмотке не учитывать.

13.3.9. Мощность, потребляемая трансформатором, $P = 100$ Вт, напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 50$ В. Определите силу тока во вторичной обмотке, если КПД трансформатора $\eta = 0{,}9$.

13.3.10. Мощность потерь в трансформаторе $P = 40$ Вт, напряжение на зажимах вторичной обмотки $U = 50$ В, КПД трансформатора $\eta = 0{,}9$. Найдите силу тока во вторичной обмотке.

13.3.11. Коэффициент трансформации повышающего трансформатора $k = 0{,}5$. Напряжение на нагрузке, включенной в цепь вторичной обмотки, $U_2 = 216$ В. Сопротивление нагрузки $R = 10{,}8$ Ом, сопротивление вторичной обмотки $r = 0{,}2$ Ом. Определите напряжение на первичной обмотке, силу тока в ней и КПД трансформатора.

13.3.12. Для трансляции радиопередач применяют трансформатор, понижающий напряжение с $U_1 = 480$ В до $U_2 = 30$ В. Определите мощность, потребляемую трансформатором, если его КПД $\eta = 95\%$ и к нему подключено $n = 380$ репродукторов. Сила тока в каждом репродукторе $I = 8$ мА.

13.3.13. Первичная обмотка силового трансформатора радиоприемника имеет $N_1 = 2200$ витков. Сколько витков должна содержать вторичная обмотка трансформатора для питания накала кенотрона при напряжении $U_2 = 6{,}3$ В и силе тока $I_2 = 1$ А, если в сети напряжение $U = 220$ В, а сопротивление вторичной обмотки $r = 0{,}2$ Ом?

13.4. Электромагнитные волны

13.4.1. Ретранслятор телевизионной программы «Орбита» установлен на спутнике связи «Радуга», который движется по круговой орбите на высоте $h = 36\,000$ км над поверхностью Земли, занимая постоянное положение относительно Земли. Сколько времени распространяется сигнал от передающей станции до приемного устройства?

13.4.2. Наименьшее расстояние от Земли до Сатурна $s = 1{,}2$ Тм. Через какой минимальный промежуток времени может быть получена ответная информация с космического корабля, находящегося в районе Сатурна, на радиосигнал, посланный с Земли?

13.4.3. Передатчик, установленный на борту космического корабля «Восток», работал на частоте $\nu = 20$ МГц. Определите длину волны и период излучаемых передатчиком радиоволн.

13.4.4. В радиоприемнике один из коротковолновых диапазонов может принимать передачи, длина волны которых $\lambda = 24 \div 26$ м. Найдите частотный диапазон.

13.4.5. На рисунке 13.4.1 дан график распределения напряженности электрического поля электромагнитной волны по заданному направлению (лучу) в данный момент времени. Найдите длину волны и частоту колебаний.

13.4.6. На рисунке 13.4.2 дан график зависимости напряженности электрического поля от времени в данной точке пространства. Найдите период колебаний и длину волны.

13.4.7. Сила тока в открытом колебательном контуре зависит от времени по закону $I = 0{,}1 \cos 6 \cdot 10^5\, \pi t$. Найдите длину излучаемой волны.

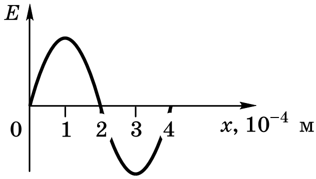


Рис. 13.4.1

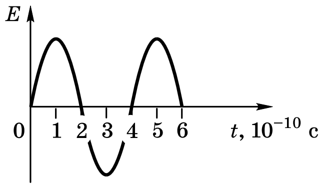


Рис. 13.4.2

13.4.8. Сколько колебаний происходит в электромагнитной волне с частотой $\nu_1 = 10^{10}$ Гц за время, равное периоду звуковых колебаний с частотой $\nu_2 = 2000$ Гц?

13.4.9. Определите частоту, на которую настроен колебательный контур, содержащий катушку индуктивностью $L = 10$ мГн и конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ. Активным сопротивлением контура пренебречь.

13.4.10. Приемный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 2$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 1800$ пФ. На какую длину волны λ рассчитан контур?

13.4.11. Катушка приемного контура радиоприемника имеет индуктивность $L = 1$ мкГн. Какова емкость конденсатора, если идет прием станции, работающей на длине волны $\lambda = 1000$ м?

13.4.12. На какую длину волны настроен колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 2$ мГ и плоского конденсатора? Пространство между пластинами конденсатора заполнено веществом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 11$. Площадь пластин конденсатора $S = 800$ см^2, расстояние между ними $d = 1$ см.

• **13.4.13.** Какой интервал частот может перекрыть один из диапазонов радиоприемника, если индуктивность колебательного контура этого диапазона $L = 1$ мкГн, а его емкость изменяется от $C_1 = 50$ пФ до $C_2 = 100$ пФ?

13.4.14. В контур включены катушка самоиндукции с переменной индуктивностью от $L_1 = 0{,}5$ мкГн до $L_2 = 10$ мкГн и конденсатор переменной емкости от $C_1 = 10$ пФ до $C_2 = 500$ пФ. Какой диапазон частот и длин волн можно охватить настройкой этого контура?

13.4.15. Емкость переменного конденсатора изменяется от $C_1 = 56$ пФ до $C_2 = 667$ пФ. Какой комплект катушек самоиндукции нужно иметь, чтобы колебательный контур можно было настраивать на радиостанции в диапазоне от $\lambda_1 = 40$ м до $\lambda_2 = 2600$ м?

13.4.16. На какую длину волны настроен колебательный контур с индуктивностью $L = 4 \cdot 10^{-2}$ Гн, если максимальная сила тока в контуре $I_m = 10$ А, а максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 50$ В? Активным сопротивлением контура пренебречь.

13.4.17. Конденсатор колебательного контура приемника имеет емкость C. На какую длину волны резонирует контур приемника, если отношение максимального напряжения на конденсаторе к максимальной силе тока в катушке контура при резонансе равно m/n?

13.4.18. В колебательном контуре происходят свободные незатухающие колебания. Найдите длину волны, на которую настроен контур, если максимальный заряд конденсатора $q_{\mathrm{m}} = 10^{-6}$ Кл, а максимальная сила тока в катушке $I_{\mathrm{m}} = 10$ А.

• **13.4.19.** Определите длину волны, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд конденсатора $q_{\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, а максимальная сила тока в контуре $I_{\mathrm{m}} = 1$ А. Какова емкость конденсатора, если индуктивность контура $L = 2 \cdot 10^{-7}$ Гн?

13.4.20. На каком расстоянии от антенны радиолокатора находится объект, если отраженный от него радиосигнал возвратился обратно через время $t = 100$ мкс?

13.4.21. Каким может быть максимальное число импульсов, посылаемых радиолокатором за время $t = 1$ с, при разведывании цели, находящейся на расстоянии $l = 30$ км от него?

13.4.22. Радиолокатор работает на волне $\lambda = 15$ см и дает $N = 4000$ импульсов в течение 1 с. Длительность каждого импульса $\tau = 2$ мкс. Сколько колебаний содержится в каждом импульсе и какова глубина разведки локатора?

13.4.23. Радиолокатор работает в импульсном режиме. Частота повторения импульсов $\nu = 1500$ Гц. Длительность импульсов $\tau = 1{,}2$ мкс. Каковы минимальная и максимальная дальности обнаружения цели?

Часть 4

ОПТИКА

Глава 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

14.1. Прямолинейное распространение света

14.1.1. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 60°$. Какова длина тени от дерева высотой $h = 10$ м?

14.1.2. Источник света S находится над центром круглой непрозрачной пластинки на расстоянии $l_1 = 0{,}5$ м от нее. Радиус пластинки $r = 10$ см. Расстояние от пластинки до экрана Э равно $l_2 = 1$ м (рис. 14.1.1). Найдите площадь тени пластинки на экране.

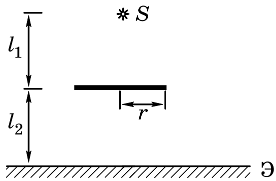


Рис. 14.1.1

14.1.3. Вертикально поставленная палка высотой $h_1 = 1$ м отбрасывает тень длиной $l_1 = 2$ м. В то же время длина тени от заводской трубы $l_2 = 60$ м. Найдите высоту трубы.

14.1.4. На какой высоте находится уличный фонарь, если длина тени от человека высотой $h = 1{,}7$ м оказалась равной $s = 3$ м? Расстояние между человеком и столбом, на котором висит фонарь, $l = 2{,}4$ м.

14.1.5. Карандаш высотой $h = 15$ см, поставленный вертикально вблизи настольной лампы, отбрасывает тень длиной $l_1 = 10$ см. Если его перенести на расстояние $d = 10$ см дальше от лампы (в той же плоскости), то он будет отбрасывать тень длиной $l_2 = 15$ см. На какой высоте находится лампа?

14.1.6. Теплоход очень медленно проходит мимо стоящей на якоре шхуны. В момент наибольшего сближения боцман шхуны вытягивает руку и, глядя только правым глазом, заслоняет поставленным вертикально большим пальцем вытянутой руки нос теплохода. Открыв левый глаз и закрыв правый, он видит, что теперь его палец закрывает корму теплохода. Зная длину теплохода $l = 100$ м, боцман сразу же называет расстояние до него. Определите это расстояние. Расстояние от глаз боцмана до большого пальца вытянутой руки $a = 60$ см, расстояние между зрачками боцмана $b = 65$ мм.

14.1.7. Расстояние от предмета до отверстия камеры-обскуры $l_1 = 3$ м, а расстояние от отверстия до задней стенки камеры $l_2 = 15$ см. Во сколько раз изображение предмета меньше предмета?

14.2. Отражение света. Плоское зеркало

14.2.1. Чему должен быть равен угол падения луча на плоское зеркало, чтобы угол между отраженным и падающим лучами был $\varphi = 80°$?

• **14.2.2.** Постройте изображение точечного источника света S в плоском зеркале (рис. 14.2.1). Какое это будет изображение?

• **14.2.3.** Постройте изображение отрезка AB в плоском зеркале CD и определите область пространства, из которой этот отрезок будет виден целиком (рис. 14.2.2).

14.2.4. Два точечных источника света S_1 и S_2 находятся перед зеркалом CD так, как показано на рисунке 14.2.3. Построением покажите, где должен находиться глаз наблюдателя, который увидит в зеркале изображения этих точек совмещенными.

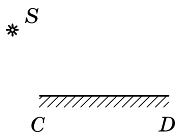


Рис. 14.2.1

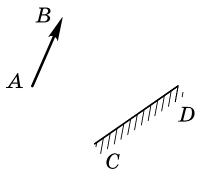


Рис. 14.2.2

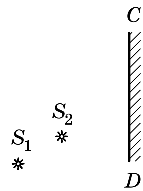


Рис. 14.2.3

• **14.2.5.** Определите построением точку отражения от поверхности воды луча, идущего от лампы A к наблюдателю (в точку B, рис. 14.2.4).

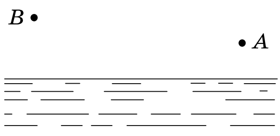


Рис. 14.2.4

14.2.6. Угловая высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30°$. Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы отраженные лучи направить: а) вертикально вверх; б) вертикально вниз?

14.2.7. Пучок параллельных лучей идет от проекционного фонаря в горизонтальном направлении. Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы после отражения от него пучок был направлен: а) вертикально вверх; б) под углом $\varphi = 60°$ к горизонту?

14.2.8. Человек ростом $H = 1{,}8$ м, стоящий на берегу озера, видит Луну в небе в направлении, составляющем угол $\alpha = 60°$ с горизонтом. На каком расстоянии от себя человек видит отражение Луны в озере?

14.2.9. В комнате на стене вертикально висит зеркало, верхний край которого расположен на уровне глаз человека. Рост человека $H = 182$ см. Какой наименьшей высоты должно быть зеркало, чтобы этот человек видел себя в нем во весь рост?

14.2.10. На какой высоте находится аэростат A, если с маяка высотой $H = 34$ м он виден под углом $\alpha = 15{,}6°$ над горизонтом, а его изображение в озере видно под углом $\beta = 17{,}1°$ под горизонтом?

14.2.11. Круглый бассейн радиусом $R = 5$ м залит до краев водой. Над центром бассейна на высоте $h = 3$ м от поверхности воды висит лампа. На какое максимальное расстояние от края бассейна может отойти человек, рост которого $H = 1{,}8$ м, чтобы все еще видеть отражение лампы в воде?

14.2.12. На стене комнаты висит зеркало высотой $h = 1$ м. Человек стоит на расстоянии $l_1 = 2$ м от него. Чему равна высота участка противоположной стены, который может увидеть в зеркале человек, не меняя положения головы? Стена находится на расстоянии $l_2 = 4$ м от зеркала.

14.2.13. В комнате длиной $l = 5$ м и высотой $h = 3$ м висит на стене плоское зеркало. Человек смотрит в него, находясь на расстоянии $a = 2$ м от той стены, на которой оно висит. Чему должна быть равна наименьшая высота зеркала, чтобы человек мог видеть стену, находящуюся у него за спиной, во всю высоту?

• **14.2.14.** На круглом плоском зеркале лежит глобус радиусом $R = 15$ см, касаясь центра зеркала северным полюсом. Каков должен быть минимальный радиус зеркала, чтобы в нем можно было увидеть отражение любой точки северного полушария и части южного полушария для широты $\varphi = 30°$?

14.2.15. Свет от точечного источника, укрепленного на стене, падает на зеркало, которое расположено на расстоянии $l = 2$ м от него параллельно стене. Диаметр зеркала $d = 10$ см. Определите диаметр «зайчика» на стене, если центр зеркала и точечный источник света находятся на одном уровне.

14.2.16. Мяч движется к зеркалу BC со скоростью $v = 1{,}5$ м/с (рис. 14.2.5). С какой скоростью изображение шара приближается к зеркалу? к шару?

14.2.17. Зеркало движется к источнику света S со скоростью $u = 0{,}5$ м/с. С какой скоростью и в каком направлении должен двигаться источник света (рис. 14.2.6), чтобы его изображение оставалось неподвижным?

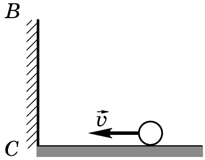


Рис. 14.2.5

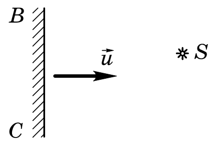


Рис. 14.2.6

14.2.18. Шар по горизонтальному полу движется со скоростью $v = 1{,}5$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к зеркальной стене. С какой скоростью он приближается к своему изображению?

14.2.19. На плоское зеркало нормально падает луч света. На какой угол отклонится отраженный луч, если зеркало повернуть на угол $\alpha = 25°$?

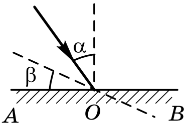


Рис. 14.2.7

14.2.20. Угол падения луча на плоское зеркало AB $\alpha = 10°$ (рис. 14.2.7). Под каким углом отразится луч, если зеркало повернуть вокруг точки O на угол $\beta = 15°$?

14.2.21. Маленькое плоское зеркальце вращают с постоянной частотой $n = 0{,}5$ об/с. С какой скоростью будет перемещаться «зайчик» по сферическому экрану радиусом $R = 10$ м, если зеркальце находится в центре кривизны экрана?

14.2.22. Зеркальный гальванометр расположен на расстоянии $R = 2$ м от шкалы. На какой угол повернулось зеркальце, если «зайчик» сместился от центра шкалы на 50 см?

14.2.23. Плоское круглое зеркальце может вращаться вокруг своего вертикального диаметра. На расстоянии $l = 1{,}2$ м от зеркальца параллельно ему на стене висит плоский экран. Горизонтальный луч света падает в центр зеркальца под углом $\alpha = 12°$ и отражается на экран. Определите, на какое расстояние переместится световой «зайчик» на экране при повороте зеркальца на угол $\beta = 15°$.

14.2.24. Узкий луч света, проходя через маленькое отверстие на экране перпендикулярно поверхности экрана, попадает на вращающееся шестигранное зеркало, ось вращения которого параллельна поверхности экрана и находится напротив отверстия. Какой длины полоску будет прочерчивать на экране отраженный от зеркала луч, если расстояние между зеркалом и экраном $l = 1$ м? Размерами граней зеркала по сравнению с расстоянием l пренебречь.

14.3. Система плоских зеркал

• **14.3.1.** Два плоских зеркала расположены под углом α друг к другу. На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной ребру угла. Определите угол между направлением падающего луча и направлением луча, отраженного от обоих зеркал.

14.3.2. Небольшой предмет расположен между двумя плоскими зеркалами, поставленными под углом $\alpha = 30°$ друг к другу, на расстоянии $r = 10$ см от линии пересечения зеркал ближе к одному из них.

1. На каком расстоянии x друг от друга находятся первые мнимые изображения предмета в зеркалах?

2. Решите задачу в общем виде для любого угла α.

14.3.3. Предмет помещен между двумя взаимно перпендикулярными зеркалами. Сколько получается изображений? Постройте их. Найдите решение для общего случая, когда угол между зеркалами равен α, причем $\frac{360^\circ}{\alpha}$ есть целое четное число.

• **14.3.4.** Сколько изображений N получается от светящейся точки, находящейся на биссектрисе двугранного угла $\alpha = 45^\circ$, образованного двумя плоскими зеркалами? Докажите, что все изображения лежат на одной окружности.

• **14.3.5.** Посередине между двумя плоскими зеркалами, параллельными друг другу, помещен точечный источник света. С какими одинаковыми скоростями должны двигаться оба зеркала, оставаясь параллельными друг другу, чтобы первые мнимые изображения источника в зеркалах сближались со скоростью $v = 5$ м/с?

14.3.6. Светящаяся точка лежит на биссектрисе угла между двумя плоскими зеркалами, поставленными под углом $\alpha = 30^\circ$, на расстоянии $a = 40$ см от линии их пересечения (рис. 14.3.1). Чему равно расстояние между первыми мнимыми изображениями точки?

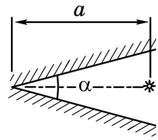


Рис. 14.3.1

14.3.7. Расстояние от точечного источника света до его первого изображения в первом зеркале $l_1 = 30$ см, расстояние от точечного источника до его первого изображения во втором зеркале $l_2 = 40$ см. Расстояние между данными изображениями $l_3 = 50$ см. Построением определите положения зеркал относительно источника и угол между ними.

14.3.8. Два плоских зеркала образуют двугранный угол $\alpha = 40^\circ$. В плоскости, делящей угол пополам, находится точечный источник света (рис. 14.3.2). С какой скоростью будут удаляться друг от друга первые изображения источника, если он будет удаляться от линии пересечения зеркал со скоростью $v = 2$ см/с?

14.3.9. Светящаяся точка A находится между тремя зеркалами *1*, *2*, *3* так, как показано на рисунке 14.3.3, где зеркала *1* и *3* параллельны друг другу, зеркало *2* перпендикулярно им. Постройте луч, который после последовательного отражения в зеркалах вернется в точку A.

14.3.10. Постройте луч, который, выйдя из точки A, находящейся внутри зеркального прямоугольного ящика (рис. 14.3.4), придет вновь в точку A, отразившись по одному разу от всех четырех стенок.

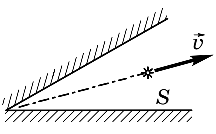


Рис. 14.3.2

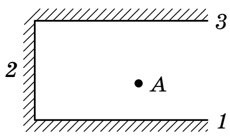


Рис. 14.3.3

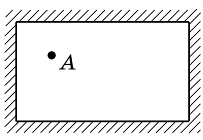


Рис. 14.3.4

14.4. Сферическое зеркало

14.4.1. Имеется вогнутое зеркало с радиусом кривизны $R = 1{,}6$ м. Где относительно зеркала нужно поместить яркий источник света, чтобы получить прожектор?

14.4.2. На расстоянии $d = 2{,}8$ м от вогнутого сферического зеркала с радиусом кривизны $R = 0{,}9$ м на главной оптической оси помещен точечный источник света. Где получится изображение этого источника?

14.4.3. Светящаяся точка находится на главной оптической оси зеркала на расстоянии $f = 30$ см от его полюса. На каком расстоянии от зеркала получится ее изображение? Фокусное расстояние зеркала $F = 20$ см.

14.4.4. Вогнутое сферическое зеркало с радиусом кривизны $R = 80$ см дает действительное изображение предмета на расстоянии $f = 80$ см от зеркала. Определите расстояние между предметом и зеркалом.

14.4.5. Фокусное расстояние вогнутого зеркала $F = 30$ см. Предмет находится на расстоянии $s = 6$ см от фокуса. На каком расстоянии d от зеркала будет находиться изображение предмета?

14.4.6. На вогнутое сферическое зеркало падает сходящийся конический пучок световых лучей. На каком расстоянии от фокуса пересекутся отраженные лучи, если радиус кривизны зеркала $R = 80$ см, а продолжения лучей пересекают главную оптическую ось зеркала на расстоянии $a = 40$ см от зеркала?

14.4.7. Пучок сходящихся лучей падает на выпуклое сферическое зеркало с радиусом кривизны $R = 56$ см так, что отраженные лучи пересекаются на главной оптической оси зеркала. Расстояние от точки пересечения этих лучей до зеркала $f = 20$ см. Определите, где пересекутся лучи, если зеркало убрать.

14.4.8. Определите увеличение, создаваемое вогнутым сферическим зеркалом с радиусом кривизны $R = 64$ см, если предмет помещается на расстоянии $d = 16$ см от зеркала.

14.4.9. Предмет расположен перед вогнутым сферическим зеркалом перпендикулярно его главной оптической оси так, что отношение линейных размеров действительного изображения предмета оказалось $\Gamma_1 = 1{,}5$. После того как предмет отодвинули на $l = 16$ см от зеркала, отношение размеров изображения и предмета стало $\Gamma_2 = 0{,}5$. Найдите радиус кривизны зеркала.

14.4.10. На главной оптической оси вогнутого зеркала на расстоянии $d = 40$ см от него помещен точечный источник света. На каком расстоянии от этого зеркала надо поставить плоское зеркало, чтобы лучи, отраженные сначала от вогнутого зеркала, а затем от плоского, вернулись в точку, в которой находится источник? Радиус кривизны вогнутого зеркала $R = 60$ см.

14.4.11. Два одинаковых вогнутых зеркала поставлены друг против друга так, что их фокусы совпадают. На расстоянии $d = 50$ см от первого зеркала на общей оптической оси помещен точечный источник света. Где будет находиться изображение источника после отражения от обоих зеркал? Радиус кривизны каждого зеркала $R = 80$ см.

14.4.12. В центре кривизны вогнутого сферического зеркала с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см находится выпуклое сферическое зеркало с фокусным расстоянием $F_2 = 25$ см. Главные оптические оси зеркал совпадают. Между фокусом и центром кривизны вогнутого зеркала на расстоянии $d = 28$ см от него расположен предмет высотой $h = 2$ см перпендикулярно главной оптической оси. Определите положение изображения предмета в выпуклом зеркале, даваемого лучами, отраженными от вогнутого зеркала.

14.4.13. Со стороны основания пустотелого конуса высотой $h = 10$ см с малым углом при вершине отрезали небольшое кольцо и поместили в параллельный пучок света широкой частью в сторону пучка. На каком расстоянии от вершины конуса сфокусируется, отразившийся от кольца пучок света?

14.4.14. Внутренняя поверхность конуса, покрытая отражающим слоем, образует коническое зеркало. Вдоль оси конуса внутри него непрерывно расположены точечные источники света. При каком минимальном угле раствора конуса лучи, идущие от источников, будут отражаться от поверхности не более одного раза?

14.5. Преломление света[1)]

• **14.5.1.** В каком направлении пловец, нырнувший в воду, видит заходящее Солнце?

14.5.2. Найдите угол падения луча света на поверхность стекла, если известно, что он больше угла преломления на $\varphi = 17{,}2°$.

14.5.3. Каким должен быть угол падения луча света на стекло, чтобы отраженный луч был перпендикулярен преломленному?

14.5.4. Стержень опущен концом в прозрачную жидкость, показатель преломления которой равен n, и образует с поверхностью жидкости некоторый угол α. Наблюдателю, который смотрит сверху, конец стержня, погруженный в жидкость, кажется смещенным на угол β. При каком угле наклона стержня угол смещения β будет максимальным?

14.5.5. На дне реки лежит монета. Человек хочет толкнуть ее шестом. Прицеливаясь, он держит шест под углом $\varphi = 20°$ к горизонту. На каком расстоянии от монеты воткнется шест в дно реки, если ее глубина $h = 50$ см?

[1)] В задачах этого параграфа используется n — показатель преломления вещества.

14.5.6. На дне водоема глубиной $H = 1$ м лежит камень. Определите, на какой глубине увидит изображение камня человек, если он смотрит на камень под углом $\alpha = 30°$ относительно нормали к поверхности воды (рис. 14.5.1). Расположение глаз принять таким, чтобы соответствующие им лучи зрения лежали в одной вертикальной плоскости.

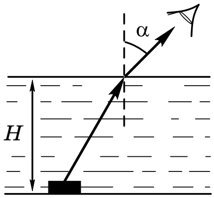


Рис. 14.5.1

14.5.7. Наблюдатель, перемещаясь вертикально, определяет на глаз углы, образованные с вертикалью лучами, идущими от малого объекта, находящегося на дне озера. На высотах $h_1 = 1$ м и $h_2 = 90$ см от уровня воды в озере он определил углы $\alpha_1 = 5°$ и $\alpha_2 = 10°$ соответственно. Чему равна глубина озера?

14.5.8. В дно водоема глубиной $H = 1$ м вбит столб, выступающий из воды на $h = 0{,}1$ м. Найдите длину тени от столба на дне водоема при угле падения лучей $\alpha = 70°$.

14.5.9. Пучок параллельных лучей падает под углом $\alpha = 45°$ из воздуха на поверхность воды, находящейся в сосуде, имеющем форму куба. Сосуд наполовину заполнен водой (рис. 14.5.2). Во сколько раз тень, отбрасываемая боковой стенкой сосуда на его дно, укорачивается по сравнению с тенью, полученной при отсутствии воды в сосуде?

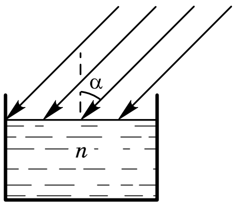


Рис. 14.5.2

14.5.10. Угол падения пучка параллельных лучей на поверхность воды $\alpha = 60°$. Ширина пучка в воздухе $l_1 = 10$ см. Определите ширину пучка в воде.

• **14.5.11.** На поверхности водоема глубиной $h = 2$ м находится круглый плот, радиус которого $R = 3$ м. Определите радиус тени от плота на дне озера при освещении водоема рассеянным светом.

14.5.12. Во сколько раз действительная глубина реки больше, чем нам кажется, когда мы смотрим на ее дно?

14.5.13. На расстоянии $h = 1{,}5$ м от поверхности воды висит лампа. Чему равно кажущееся расстояние от поверхности воды до лампы для человека под водой?

14.5.14. В сосуд налиты две несмешивающиеся жидкости: сверху с показателем преломления $n_1 = 1{,}3$, снизу — $n_2 = 1{,}5$. Наблюдателю, смотрящему вертикально вниз, дно сосуда кажется расположенным на расстоянии $l = 20$ см от поверхности жидкости. Найдите высоту каждого слоя жидкости, если отношение высот $\dfrac{h_1}{h_2} = 2$.

14.5.15. На горизонтальном дне водоема глубиной $h = 1{,}2$ м лежит плоское зеркало. На каком расстоянии от места вхождения луча в воду этот луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Угол падения луча на поверхность воды $\alpha = 30°$.

14.5.16. Луч света от фонарика, лежащего на дне водоема, попадает на зеркало, расположенное над поверхностью воды под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, и дальше распространяется вертикально вверх. Под каким углом к вертикали направлен луч от фонарика в воде?

14.5.17. На дне стеклянной ванночки лежит зеркало, поверх которого налит слой воды высотой $h = 20$ см. На высоте $H = 30$ см над поверхностью воды висит лампа. На каком расстоянии от поверхности зеркала будет изображение лампы в нем?

14.5.18. Человек смотрит на свое изображение в зеркале, положенном на горизонтальное дно сосуда, наполненного водой. На каком расстоянии человек видит свое изображение, если его лицо находится на высоте $h = 10$ см над уровнем воды, а зеркало — на глубине $h_0 = 8$ см под уровнем воды?

14.6. Полное внутреннее отражение

• **14.6.1.** Показатели преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны соответственно $n_{кр} = 1{,}51$ и $n_ф = 1{,}53$. Найдите предельные углы полного внутреннего отражения $\alpha_{кр}$ и $\alpha_ф$ при падении этих лучей на поверхность раздела стекло—воздух.

14.6.2. Каков предельный угол полного внутреннего отражения луча света при падении на границу стекло—вода?

14.6.3. Луч света падает на поверхность раздела двух прозрачных сред под углом $\alpha = 30°$ и преломляется под углом $\beta = 45°$. Чему равен предельный угол полного внутреннего отражения для этих сред?

• **14.6.4.** На дне водоема глубиной $H = 7$ м находится точечный источник света. На поверхности воды плавает тонкий деревянный диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном радиусе диска лучи от источника не будут выходить из воды?

14.6.5. В водоем на некоторую глубину помещают источник белого света. Показатель преломления воды для красных лучей $n_{кр} = 1{,}328$, для фиолетовых лучей — $n_ф = 1{,}335$. Вычислите отношение радиусов кругов, в пределах которых возможен выход красных и фиолетовых лучей в воздух.

14.6.6. В днище судна сделан стеклянный иллюминатор диаметром $d = 40$ см, много большим толщины стекла. Определите площадь обзора у такого иллюминатора. Показатель преломления воды $n = 1{,}4$, расстояние от днища до дна $h = 5$ м.

14.6.7. На какой глубине под водой находится водолаз, если он видит отраженными от поверхности воды те части горизонтального дна, которые расположены от него на расстоянии $s = 15$ м и больше? Рост водолаза $h = 1{,}5$ м.

• **14.6.8.** Водолаз ростом $h = 180$ см стоит на дне озера глубиной $H = 2{,}4$ м. Найдите наименьшее расстояние s от точки, где стоит водолаз, до тех точек дна, которые он может увидеть в результате полного внутреннего отражения от границы раздела «вода—воздух». Дно озера считать горизонтальным.

14.6.9. На дне водоема расположено плоское зеркало так, что луч света, падающий на поверхность зеркала под углом $\alpha = 60°$ к его плоскости, после отражения претерпевает полное внутреннее отражение от поверхности водоема. Найдите угол, который составляет плоскость зеркала с горизонтом.

14.6.10. Луч света падает на горизонтальную водную поверхность под углом α. Под каким минимальным углом к поверхности воды нужно установить в воде зеркало, чтобы луч, отразившись от него, не мог бы выйти из воды в воздух? Показатель преломления воды n.

14.6.11. Световод (длинная тонкая нить) изготовлен из прозрачного материала с показателем преломления $n = 1{,}28$. Определите максимальный угол падения луча на торец световода, при котором луч будет идти внутри световода, не выходя за его пределы.

• **14.6.12.** Перед торцом стеклянного цилиндрического световода, показатель преломления которого равен n, на оси расположен точечный источник света. Найдите угол β между крайними лучами конического светового пучка, выходящего из световода. (Иначе: надо найти угловую апертуру пучка света.)

14.7. Прохождение света через плоскопараллельную пластину

14.7.1. Луч света падает на плоскую стеклянную пластинку толщиной $d = 3$ см под углом $\alpha = 70°$. Определите смещение луча внутри пластинки.

• **14.7.2.** Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом $\alpha = 60°$. Какова толщина пластинки d, если при выходе из нее луч сместился на $l = 20$ мм?

• **14.7.3.** На плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 2$ см падает луч света под углом $\alpha = 45°$. Часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно первому отраженному лучу. Найдите расстояние l между отраженными лучами.

14.7.4. Стеклянная пластинка толщиной $d = 3$ мм имеет на верхней и нижней сторонах царапины. Чему равен показатель преломления пластинки, если при наведении микроскопа с верхней царапины на нижнюю его тубус пришлось опустить на расстояние $l = 2$ мм? Углы отклонения от оси микроскопа лучей, попадающих в объектив, считать малыми.

14.7.5. Точечный источник света находится на расстоянии a от наблюдателя. Перпендикулярно лучу зрения располагают плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной d с показателем преломления n. На каком расстоянии от человека будет находиться изображение источника света?

14.7.6. При отражении от стеклянной пластинки толщиной d получают два изображения светящейся точки S, соответствующие отражениям от двух поверхностей пластинки (рис. 14.7.1). Чему равно расстояние Δx между этими изображениями? Показатель преломления стекла n. Точка S находится в воздухе на расстоянии a от одной из поверхностей пластинки.

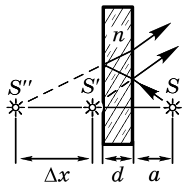


Рис. 14.7.1

• **14.7.7.** На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом α должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела вода—стекло произошло полное внутреннее отражение?

• **14.7.8.** Толстая пластина сделана из прозрачного материала, показатель преломления которого изменяется от значения n_1 на верхней грани до n_x на нижней грани. Луч входит в пластину под углом α. Под каким углом он выйдет из пластины?

14.7.9. Стеклянный куб лежит на листе бумаги, покрывая собой нарисованные на ней звездочки. При этом оказывается, что звездочки нельзя увидеть через боковые поверхности куба. Но если ввести под основание куба капли воды, то звездочки становятся видимыми. Объясните это явление.

• **14.7.10.** Можно ли через боковую грань стеклянного кубика увидеть монету, лежащую под кубиком (рис. 14.7.2)?

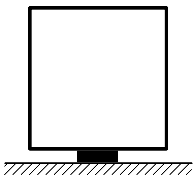


Рис. 14.7.2

14.8. Прохождение света сквозь конус, призму

14.8.1. На прямоугольную призму с острым углом при вершине $\theta = 30°$ перпендикулярно боковой грани падает луч света (рис. 14.8.1). Определите, на какой угол γ отклонится луч после выхода из призмы, если показатель преломления вещества призмы $n = 2$.

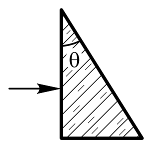


Рис. 14.8.1

14.8.2. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на угол $\delta = 25°$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1{,}7$. Найдите преломляющий угол γ призмы.

14.8.3. Преломляющий угол равнобедренной треугольной призмы $\theta = 10°$. Монохроматический луч падает на ее боковую грань под углом $\alpha_1 = 10°$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1{,}6$. Найдите угол γ отклонения луча от первоначального направления.

• **14.8.4.** Монохроматический луч падает на боковую поверхность прямоугольной равнобедренной призмы. Войдя в призму, луч претерпевает полное внутреннее отражение от основания призмы и выходит через вторую боковую поверхность призмы. Каким должен быть наименьший угол α_1 падения луча на призму, чтобы еще происходило полное внутреннее отражение? Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1{,}5$.

14.8.5. Луч света падает на оптическую призму из кварцевого стекла под углом $\alpha = 36°$. Преломляющий угол призмы $\theta = 40°$. Под каким углом луч выйдет из призмы? Показатель преломления кварцевого стекла $n = 1{,}54$.

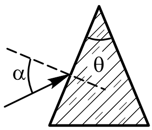


Рис. 14.8.2

14.8.6. Луч света падает под углом α на боковую грань равнобедренной призмы с преломляющим углом θ (рис. 14.8.2). При каком показателе преломления n призмы свет не пройдет через другую боковую грань?

14.8.7. Под каким углом α должен падать луч на поверхность клина с преломляющим углом $\beta = 30°$ (рис. 14.8.3), чтобы при отражении от нижней грани клина стать горизонтальным?

• **14.8.8.** В воду опущен прямоугольный стеклянный клин (рис. 14.8.4). При каких значениях угла β луч света, падающий нормально на грань AB, полностью выйдет из грани AC?

14.8.9. Сечение стеклянной призмы имеет форму равнобедренного треугольника. Одна из равных граней посеребрена. Луч падает нормально на другую не посеребренную грань и после двух отражений выходит через основание призмы перпендикулярно ему. Найдите углы призмы.

14.8.10. В равнобедренной прямоугольной призме (рис. 14.8.5), изготовленной из стекла, основание AC и боковая грань BC прозрачны, а грань AB матовая. Призма основанием стоит на бумаге с печатным текстом, освещенным равномерно рассеянным светом. Человек смотрит на прозрачную грань BC и видит только $\eta = 0{,}895$ часть текста, который находится под основанием AC. Найдите показатель преломления стекла.

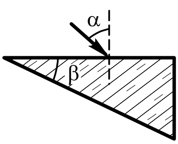


Рис. 14.8.3

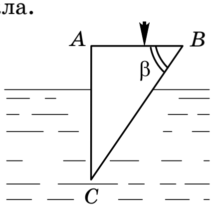


Рис. 14.8.4

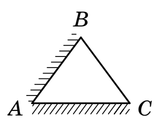


Рис. 14.8.5

• **14.8.11.** Параллельный пучок света падает на основание стеклянного конуса (сечение конуса — равносторонний треугольник) вдоль его оси (рис. 14.8.6). Сечение пучка совпадает с основанием конуса, радиус которого $R = 2$ см. Определите площадь светлого пятна на экране, перпендикулярном оси конуса и расположенном на расстоянии $d = 3$ см от его вершины.

• **14.8.12.** На горизонтальной плоскости лежит монета радиусом R. В центре монеты вертикально установлен стеклянный конус (рис. 14.8.7). Показатель преломления стекла $n = 1{,}8$. Угол раствора конуса равен 2α. Радиус основания конуса равен R. На монету смотрят с большого расстояния вдоль оси конуса. Во сколько раз площадь изображения монеты меньше площади монеты?

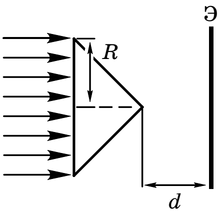


Рис. 14.8.6

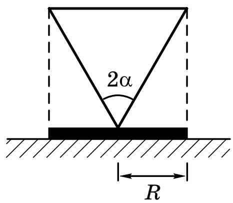


Рис. 14.8.7

14.8.13. Конус с углом между осью и образующей $\alpha = 50°$ погрузили полностью в прозрачную жидкость вершиной вверх. При этом оказалось, что если источник света находится над жидкостью на оси конуса, то боковую поверхность конуса нельзя увидеть ни из одной точки пространства над поверхностью жидкости. Чему должно быть равно минимальное значение показателя преломления жидкости, чтобы выполнить это условие?

14.9. Прохождение света через прозрачный шар, прозрачный цилиндр

14.9.1. На шар диаметром D падают два симметричных относительно его центра параллельных луча (рис. 14.9.1). Расстояние между лучами равно d ($d < D$). Каким должен быть показатель преломления стекла, чтобы эти лучи пересеклись внутри шара?

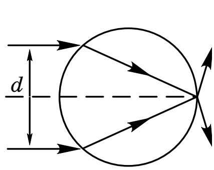


Рис. 14.9.1

14.9.2. Человек смотрит на очень маленькое темное пятно, находящееся на внутренней диаметрально противоположной от него поверхности прозрачного шара радиусом $R = 0{,}5$ м. Показатель преломления материала шара $n = 1{,}33$. Насколько смещено изображение пятна относительно самого пятна?

14.9.3. Параллельный пучок лучей падает на стеклянный шар так, что ось пучка проходит через центр шара. Лучи, дважды испытавшие преломление на границах раздела «стекло—воздух», выходят из шара по направлениям, составляющим с первоначальным угол, не превышающий 90°. Определите показатель преломления стекла.

14.9.4. На каком расстоянии от центра стеклянного шарика диаметром $d = 1{,}24$ см получится изображение Солнца, даваемое этим шариком?

• **14.9.5.** Узкий цилиндрический пучок света падает на сферический пузырек воздуха, находящийся в некоторой жидкости, так, что ось пучка проходит через центр пузырька. Определите показатель преломления жидкости, если известно, что площадь сечения пучка на выходе в 4 раза больше площади его сечения на входе.

14.9.6. В стекле имеется сферическая полость радиусом $R = 3$ см, заполненная водой. На полость падают параллельные лучи света. Определите радиус светового пучка, который проникает в полость.

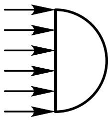


Рис. 14.9.2

14.9.7. Широкий световой пучок падает на основание стеклянного полуцилиндра с показателем преломления $n = 1{,}41$ так, как показано на рисунке 14.9.2. Каков максимальный угол отклонения прошедших через полуцилиндр лучей от их первоначального направления?

14.9.8. На плоскую поверхность половины стеклянного цилиндра нормально падает луч света. Расстояние между лучом и осью OO', проходящей параллельно лучу через центр цилиндра, равно a (рис. 14.9.3). На каком расстоянии от плоской поверхности этот луч, преломившись на цилиндрической поверхности, пересечет ось OO'? Показатель преломления стекла равен n, радиус цилиндра R, причем $R > na$.

14.9.9. Узкий пучок света, проходя через стеклянный полуцилиндр, пересекается в точке O (рис. 14.9.4, *а*). Расстояние $x = 4$ см. Где соберутся лучи, если этот пучок пустить в обратном направлении (рис. 14.9.4, *б*)?

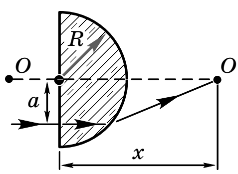


Рис. 14.9.3

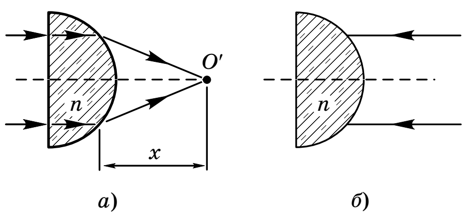


Рис. 14.9.4

14.10. Собирающая линза

14.10.1. На линзу[1] падает луч: а) параллельный главной оптической оси; б) попадающий точно в оптический центр; в) проходящий через один из главных фокусов; г) не параллельный главной оптической оси. Постройте его дальнейший ход.

14.10.2. Постройте изображение точечного источника света S, которое дает собирающая линза. Охарактеризуйте это изображение. Определите область пространства, в которой его можно увидеть (рис. 14.10.1).

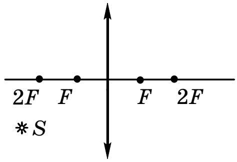


Рис. 14.10.1

14.10.3. Постройте и охарактеризуйте изображение предмета, полученного с помощью линзы, если расстояние d от предмета до линзы: а) $d \to \infty$; б) $\infty > d > 2F$; в) $d = 2F$; г) $2F > d > F$; д) $d = F$.

14.10.4. Постройте изображение точечного источника света S в линзе для случаев, изображенных на рисунке 14.10.2, *а—в*.

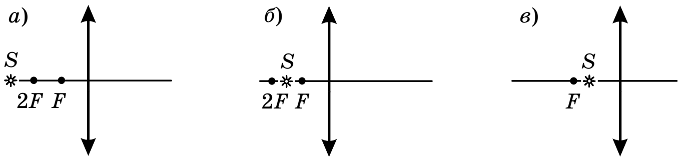


Рис. 14.10.2

14.10.5. Постройте изображение предмета AB, расположенного так, как показано на рисунке 14.10.3.

14.10.6. Постройте изображение предмета AB, расположенного так, как показано на рисунке 14.10.4.

14.10.7. Постройте изображения предметов A_1B_1 и A_2B_2, расположенных так, как показано на рисунке 14.10.5.

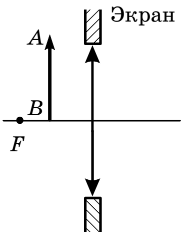


Рис. 14.10.3

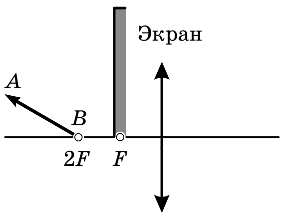


Рис. 14.10.4

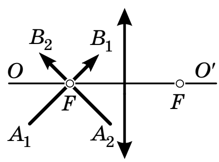


Рис. 14.10.5

[1] В задачах данного раздела линзу считать тонкой и собирающей.

14.10.8. Изображение точечного источника света расположено так, как показано на рисунке 14.10.6, *а—в*. Построением определите положение точечного источника света, если он находится слева от линзы.

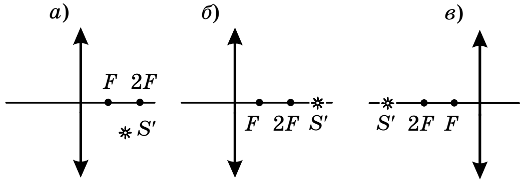


Рис. 14.10.6

14.10.9. На рисунке 14.10.7 показан луч света *1* до и после преломления в линзе. Найдите построением ход луча *2* после прохождения линзы.

14.10.10. На рисунке 14.10.8 изображен ход луча *1* до и после преломления в линзе. Найдите построением ход луча *2* до линзы и ее фокусы, если после линзы луч *2* от того же точечного источника света распространяется параллельно главной оптической оси.

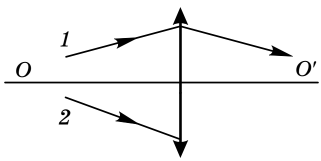


Рис. 14.10.7

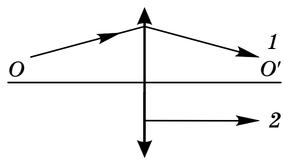


Рис. 14.10.8

14.10.11. По известному положению источника S и его изображения S' (рис. 14.10.9, *а*, *б*) найдите построением оптический центр линзы и положение ее фокусов (OO' — главная оптическая ось линзы).

14.10.12. На рисунке 14.10.10 показаны предмет AB и его изображение $A'B'$. Определите построением расположения линзы, ее фокусов и главной оптической оси.

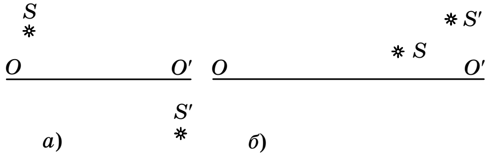


Рис. 14.10.9

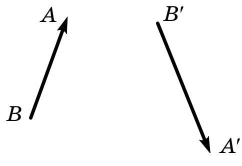


Рис. 14.10.10

14.11. Формула собирающей линзы

14.11.1. Расстояние от предмета до собирающей линзы $d = 40$ см. Фокусное расстояние $F = 30$ см. Найдите расстояние от изображения предмета до линзы. Каким будет изображение предмета?

14.11.2. Предмет располагают на расстоянии $d = 20$ см от тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 4$ см. На каком расстоянии от предмета будет находиться его изображение?

14.11.3. Каким должно быть расстояние между предметом и линзой, чтобы расстояние между предметом и его действительным изображением было минимальным? Фокусное расстояние собирающей линзы $F = 20$ см.

14.11.4. Предмет и его прямое увеличенное изображение, создаваемое линзой, расположены на равных расстояниях от фокуса линзы. Расстояние от предмета до фокуса линзы $l = 4$ см. Найдите фокусное расстояние линзы.

14.11.5. Узкая освещенная щель высотой $h = 5$ см проектируется с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см на экран, отстоящий от линзы на расстояние $f = 12$ см. Найдите высоту изображения щели на экране.

14.11.6. Расстояние от предмета до собирающей линзы $d = 80$ см. Расстояние от действительного изображения предмета до линзы $f = 30$ см. Найдите оптическую силу линзы.

• **14.11.7.** На собирающую линзу падает сходящийся конусом пучок световых лучей. После преломления в линзе лучи пересекаются в точке на главной оптической оси, удаленной от линзы на расстояние $b = 15$ см. Если линзу убрать, точка схождения лучей переместится на расстояние $x = 50$ мм. Найдите фокусное расстояние F линзы.

14.11.8. Насколько сместится изображение предмета в собирающей линзе с фокусным расстоянием $F = 10$ см, если предмет передвинуть из бесконечности на расстояние $a = 20$ см от линзы? Предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси линзы.

14.11.9. Собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 25$ см проектирует изображение предмета на экран, расположенный от линзы на расстоянии $l = 5{,}25$ м. Экран придвинули к линзе на $\Delta l = 25$ см. Насколько следует переместить предмет, чтобы опять получить четкое изображение его на экране?

14.11.10. Источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы. Когда источник света помещался в точке A, его изображение находилось в точке B, а когда источник света поместили в точку B, его изображение оказалось в точке C (рис. 14.11.1). Найдите фокусное расстояние линзы, если $AB = 5$ см, $BC = 15$ см.

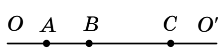


Рис. 14.11.1

14.11.11. Посередине между предметом и экраном, расстояние между которыми равно $2l = 100$ см, расположена собирающая линза. Если линзу сдвинуть влево на расстояние $a = 20$ см, то на экране получается увеличенное изображение предмета. Если же ее сдвинуть вправо от первоначального положения на то же расстояние, то изображение будет уменьшенным. Определите фокусное расстояние линзы и увеличение изображения в обоих случаях.

14.11.12. Высота пламени свечи $h = 5$ см. Линза дает на экране действительное изображение этого пламени высотой $H_1 = 15$ см. Не трогая линзу, свечу отодвинули на расстояние $l = 1{,}5$ см дальше от линзы и, передвинув экран, вновь получили резкое изображение пламени высотой $H_2 = 10$ см. Определите фокусное расстояние линзы.

14.11.13. С помощью собирающей линзы, имеющей диаметр $D = 9$ см и фокусное расстояние $F = 50$ см, изображение Солнца проектируется на экран. Определите диаметр d изображения Солнца, если угловой диаметр Солнца $\alpha = 32'$.

14.11.14. Вершину конуса с углом раствора 2α рассматривают через собирающую линзу, имеющую фокусное расстояние F и расположенную от нее на расстоянии d, причем $d < F$. Найдите видимый через линзу угол раствора конуса. Главная оптическая ось линзы проходит через ось симметрии конуса.

14.11.15. Собирающая линза вставлена в круглое отверстие в непрозрачной ширме. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 10$ см от нее. По другую сторону линзы на таком же расстоянии от нее поставлен перпендикулярно к оси линзы экран. На экране виден светлый круг, диаметр которого в $n = 2$ раза меньше диаметра линзы. Найдите фокусное расстояние линзы.

14.11.16. Два точечных источника света расположены на главной оптической оси линзы на расстоянии $l = 24$ см друг от друга. Где между ними нужно поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 9$ см, чтобы изображения обоих источников оказались в одной и той же точке?

14.12. Увеличение собирающей линзы

14.12.1. Расстояние от предмета до изображения в $n = 5$ раз больше, чем расстояние от предмета до собирающей линзы. Определите увеличение линзы. Рассмотрите возможные варианты решения.

14.12.2. Свечу отодвинули на $l = 2$ м от стены и между ними на расстоянии $d = 40$ см от свечи поместили собирающую линзу. При этом на стене получилось отчетливое изображение свечи. Определите увеличение и оптическую силу линзы.

14.12.3. Линза с фокусным расстоянием $F_1 = 12$ см создает на экране изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = 9$. Другая линза при том же расстоянии между предметом и экраном дает увеличение $\Gamma_2 = 3$. Найдите фокусное расстояние второй линзы.

14.12.4. С помощью собирающей линзы можно получить два изображения одного и того же предмета с одинаковым увеличением. Пусть расстояния от предмета до линзы при получении таких изображений $d_1 = 60$ см и $d_2 = 20$ см. Определите фокусное расстояние такой линзы.

14.12.5. С помощью линзы получают увеличенное в $\Gamma_1 = 2$ раза действительное изображение плоского предмета. Если предмет сместить на $\Delta d = 1$ см в сторону линзы, то изображение будет увеличенным в $\Gamma_2 = 3$ раза. Чему равно фокусное расстояние линзы?

14.12.6. С помощью линзы получают увеличенное в 2 раза действительное изображение плоского предмета. Если предмет сместить на $\Delta d = 1$ см в сторону линзы, то изображение сместится на $\Delta f = 12$ см. Определите фокусное расстояние линзы.

• **14.12.7.** Когда предмет находился в точке A (рис. 14.12.1), то линза давала увеличение $\Gamma_1 = 2$, а когда он был в точке B, то увеличение $\Gamma_2 = 3$. Каким будет увеличение Γ_3, если предмет поместить посередине отрезка AB?

14.12.8. Изображение предмета, помещенного в точку A (рис. 14.12.2), собирающая линза дает с увеличением вдвое, а предмета, помещенного в точку B, — втрое. Во сколько раз длина изображения отрезка AB больше длины этого отрезка?

14.12.9. Квадрат со стороной, равной фокусному расстоянию собирающей линзы, расположен так, как показано на рисунке 14.12.3. Постройте изображение квадрата и найдите отношение его сторон.

14.12.10. Ромб $ABCD$ расположен так, как показано на рисунке 14.12.4. Найдите отношение площадей ромба и его изображения, если фокусное расстояние линзы $F = 5$ см, а одна из диагоналей ромба $2a = 6$ см.

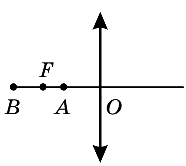


Рис. 14.12.1

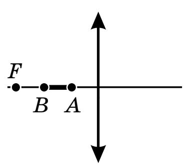


Рис. 14.12.2

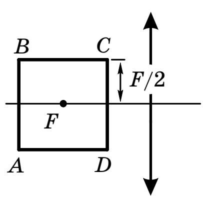


Рис. 14.12.3

• **14.12.11.** Трапеция $ABCD$ расположена так, что ее параллельные стороны перпендикулярны главной оптической оси тонкой линзы. Высота трапеции $h = \frac{F}{4}$, где F — фокусное расстояние линзы (рис. 14.12.5). Линза дает изображение трапеции в виде прямоугольника. Если повернуть трапецию на 180° вокруг стороны AB, то линза дает ее изображение в виде трапеции с теми же самыми углами. Постройте изображения трапеции $ABCD$ и найдите отношение площадей этих изображений.

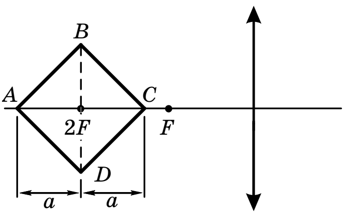


Рис. 14.12.4

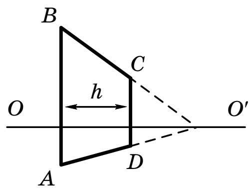


Рис. 14.12.5

14.13. Рассеивающая линза. Построение изображений

14.13.1. Постройте изображение точечного источника света S, которое дает рассеивающая линза (рис. 14.13.1). Охарактеризуйте это изображение. Определите область пространства, в котором его можно увидеть.

14.13.2. Постройте и охарактеризуйте изображение предмета, полученное с помощью рассеивающей линзы, если расстояние d от предмета до линзы: а) $\infty > d > F$; б) $d = F$; в) $F > d > 0$.

• **14.13.3.** Постройте изображение точечного источника света S для случая, показанного на рисунке 14.13.2.

14.13.4. На рисунке 14.13.3 изображен ход луча, падающего на рассеивающую линзу с фокусным расстоянием F. Найдите построением ход луча после преломления в линзе. OO' — главная оптическая ось линзы.

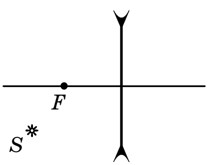


Рис. 14.13.1

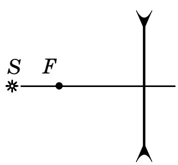


Рис. 14.13.2

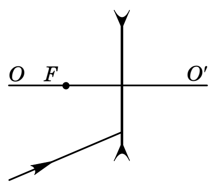


Рис. 14.13.3

14.13.5. Точечный источник света S и его изображение S_1 расположены так, как показано на рисунке 14.13.4. Построением найдите положение рассеивающей линзы и ее фокусов.

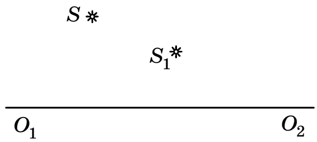


Рис. 14.13.4

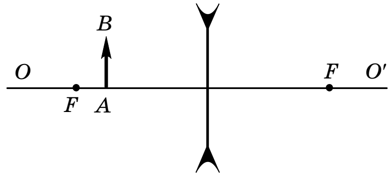


Рис. 14.13.5

14.13.6. Предмет AB расположен так, как показано на рисунке 14.13.5. Построением определите положение его изображения.

14.13.7. Изображения источника света S' показаны на рисунке 14.13.6, *а*, *б*. Построением найдите положения источника света.

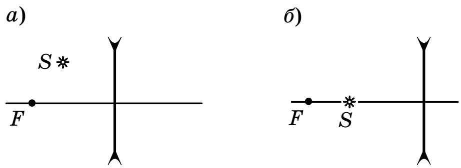


Рис. 14.13.6

• **14.13.8.** На доске остался наполовину стертый чертеж (рис. 14.13.7). Определите положение линзы и ее фокусное расстояние.

14.13.9. На рисунке 14.13.8 изображен ход двух лучей от точечного источника света после их преломления в рассеивающей линзе с фокусным расстоянием F: луч *1* за линзой распространяется в направлении фокуса, расположенного со стороны падения луча, а луч *2* — параллельно главной оптической оси. Найдите построением положение источника света (OO' — главная оптическая ось линзы).

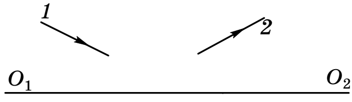


Рис. 14.13.7

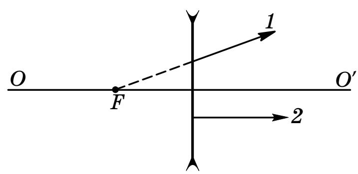


Рис. 14.13.8

14.14. Формула рассеивающей линзы

14.14.1. Фокусное расстояние рассеивающей линзы $F = 12$ см. Изображение предмета находится на расстоянии $f = 9$ см от линзы. На каком расстоянии от линзы находится предмет?

14.14.2. Точечный источник света расположен на главной оптической оси рассеивающей линзы на расстоянии $d = 1$ м от нее, а его изображение находится между фокусом и линзой посередине. Определите оптическую силу линзы.

14.14.3. Расстояние от предмета до рассеивающей линзы в $n = 3$ раза больше фокусного расстояния линзы. Во сколько раз высота изображения меньше высоты предмета?

• **14.14.4.** Предмет находится на расстоянии $d = 12{,}5$ см от рассеивающей линзы с оптической силой $D = -10$ дптр. На каком расстоянии от линзы получится изображение и чему равно увеличение?

14.14.5. Точечный источник света расположен на расстоянии $d_1 = 1{,}2$ м от рассеивающей линзы. Его приближают к линзе до расстояния $d_2 = 0{,}6$ м. При этом изображение источника перемещается вдоль оптической оси на $\Delta l = 10$ см. Найдите фокусное расстояние линзы.

14.14.6. Точка лежит на главной оптической оси рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 25$ см. Расстояние от линзы до изображения этой точки $f = 15$ см. На какое расстояние переместится изображение точки, если линзу передвинуть на расстояние $l = 2$ см в направлении, перпендикулярном главной оптической оси?

14.14.7. Светящаяся точка находится на главной оптической оси рассеивающей линзы на расстоянии $d = 8$ см от ее центра. Луч, падающий на линзу так, что его направление распространения составляет с осью линзы угол $\alpha = 0{,}05$ рад, после преломления в линзе идет под углом $\beta = 0{,}15$ рад к этой оси. Определите фокусное расстояние линзы.

14.14.8. Сходящийся пучок лучей падает на линзу с фокусным расстоянием $F = 40$ см и за линзой идет расходящимся пучком. При этом продолжения лучей сходятся на главной оптической оси на расстоянии $f = 150$ см от линзы. Определите, где соберутся лучи, если линзу убрать.

• **14.14.9.** Сходящийся пучок световых лучей падает на рассеивающую линзу с фокусным расстоянием $F = 9$ см. После линзы пучок сходится в главном фокусе линзы. На каком расстоянии от линзы соберется тот же пучок, если рассеивающую линзу заменить собирающей с тем же фокусным расстоянием?

14.14.10. Предмет находится на расстоянии $d = 10$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см. Во сколько раз изменится величина изображения, если на место собирающей линзы поставить рассеивающую с тем же по модулю фокусным расстоянием?

14.14.11. Тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F = 12$ см расположена между двумя точечными источниками света так, что один из них находится к ней вдвое ближе, чем другой. Источники находятся на главной оптической оси линзы. Расстояния между изображениями источников $l = 7{,}8$ см. Найдите расстояния между источниками.

• **14.14.12.** На оси рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 5$ см и диаметром $D_1 = 2$ см на расстоянии $d = 20$ см от нее находится точечный источник света S. По другую сторону линзы на расстоянии $l = 20$ см от нее расположен экран. Найдите диаметр D_2 светлого пятна на экране.

14.14.13. На рассеивающую тонкую линзу падает цилиндрический пучок света параллельно главной оптической оси. Диаметр пучка $d = 5$ см. За линзой перпендикулярно ее главной оптической оси на расстоянии $l = 20$ см установлен экран. Диаметр пучка на экране $D = 15$ см. Определите фокусное расстояние линзы.

14.14.14. Точечный источник света помещен в фокусе рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 4$ см. На экране, расположенном за линзой на расстоянии $l = 3$ см, получено световое пятно. На какое расстояние по оптической оси надо переместить источник, чтобы диаметр пятна уменьшился на $\eta = 20\%$?

14.14.15. Экран расположен на расстоянии $l = 21$ см от отверстия, в которое вставлена тонкая линза радиусом $R = 5$ см. На линзу падает сходящийся пучок лучей, в результате чего на экране образуется светлое пятно радиусом $r = 3$ см, причем если линзу убрать, то радиус пятна не изменится. Чему равно фокусное расстояние линзы?

14.15. Механика и оптика

14.15.1. Предмет равномерно движется вдоль оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 40$ см. В некоторый момент скорость перемещения предмета относительно своего действительного изображения в $n = 3$ раза превосходит скорость движения предмета. Чему равно расстояние между предметом и линзой в этот момент времени?

• **14.15.2.** Небольшой шарик, подвешенный на нити длиной l, вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса. Под шариком на расстоянии d от плоскости вращения закреплена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием F ($F < d$) так, что ее главная оптическая ось совпадает с осью вращения шарика. Найдите угловую скорость шарика, если его изображение вращается по окружности радиусом R.

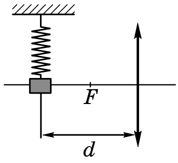


Рис. 14.15.1

14.15.3. Небольшое тело массой $m = 1$ г подвешено на пружине жесткостью $k = 10$ Н/м (рис. 14.15.1). Расстояние от тела до линзы $d = 30$ см. Тело сместили вниз от положения равновесия на расстояние $h_0 = 1$ см и отпустили. С какой скоростью изображение тела пересечет главную оптическую ось собирающей линзы? Фокусное расстояние линзы $F = 20$ см.

14.15.4. Материальная точка массой m находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F на расстоянии a ($a > F$) от линзы. На точку начинает действовать сила P, изменяющаяся со временем по закону $P = P_0 \sin \omega t$ и направленная перпендикулярно главной оптической оси (P_0 и ω — известные положительные постоянные). Найдите максимальное смещение изображения материальной точки от главной оптической оси линзы.

14.15.5. Параллельно главной оптической оси линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см ползет жук. На каком расстоянии от линзы он окажется в момент, когда скорость его действительного изображения в линзе будет в 2 раза больше скорости жука? Расстояние от жука до главной оптической оси линзы $H = 15$ см.

14.15.6. От фокуса к собирающей линзе под углом $\alpha = 45°$ к главной оптической оси летит шмель. На каком расстоянии от линзы находится шмель в тот момент, когда скорость движения шмеля равна скорости его мнимого изображения? Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

14.16. Система линза—пластина

14.16.1. Светящийся предмет находится под водой на глубине $h = 15$ см. С помощью тонкой линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см получают его изображение на экране, расположенном над водой параллельно ее поверхности. Величина изображения равна величине предмета. На каком расстоянии над поверхностью воды находится линза? Показатель преломления воды $n = 1{,}33$. Углы падения и преломления на границе сред считать малыми.

14.16.2. На дне бассейна лежит небольшой предмет. В воздухе на расстоянии $h = 20$ см от поверхности воды над предметом параллельно поверхности воды помещена собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 10$ см. На расстоянии $f = 12{,}5$ см от линзы находится изображение предмета. Определите глубину бассейна, если показатель преломления воды $n = \dfrac{4}{3}$. Углы падения и преломления считать малыми.

14.16.3. Точечный источник света расположен на расстоянии $a = 30$ см от собирающей линзы, оптическая сила которой $D = 5$ дптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если между линзой и источником поместить стеклянную пластинку толщиной $d = 15$ см с показателем преломления $n = 1{,}5$?

14.16.4. Двояковыпуклая тонкая линза дает изображение предмета на экране. Между линзой и экраном помещают плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 6$ см. Насколько надо подвинуть экран, чтобы вновь получить отчетливое изображение предмета? Считать углы падения малыми.

14.16.5. Стеклянный клин с малым преломляющим углом θ расположен на некотором расстоянии от собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Причем оптическая ось перпендикулярна передней грани клина. По другую сторону от линзы в ее фокусе находится точечный источник света. Отраженные от клина лучи дают после преломления в линзе два изображения источника, смещенные друг относительно друга на расстояние d. Найдите показатель преломления клина.

14.16.6. Точечный источник света находится под поверхностью жидкости на глубине $h = 20$ см. С помощью собирающей линзы на экране, отстоящем от поверхности жидкости на расстоянии $l = 10$ см, получают уменьшенное изображение поверхности жидкости. Фокусное расстояние линзы $F = 1{,}6$ см. Определите радиус освещенного пятна на экране. Показатель преломления жидкости $n = 1{,}5$.

14.17. Система линз

14.17.1. Рассеивающая тонкая линза с фокусным расстоянием $F_1 = 6$ см и собирающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 10$ см имеют общую оптическую ось. Определите расстояние между ними, если известно, что параллельный пучок света, падающий сначала на рассеивающую линзу, выходит также параллельным из собирающей.

• **14.17.2.** Докажите, что оптическая сила двух соприкасающихся тонких линз равна сумме их оптических сил. Чему равно фокусное расстояние такой системы?

• **14.17.3.** Рассеивающая линза дает изображение предмета с увеличением 0,2. Если вплотную к ней приставить тонкую собирающую линзу, то при том же расстоянии до предмета эта система создаст прямое изображение с увеличением $\frac{1}{3}$. Определите, с каким увеличением получится изображение предмета от одной собирающей линзы при том же расстоянии от линзы до предмета.

• **14.17.4.** Светящаяся точка находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 3$ см на расстоянии $f = 4$ см от нее. На расстоянии $l = 3$ см от первой линзы находится вторая собирающая линза такой же оптической силы. Оптические оси линз совпадают. На каком расстоянии от второй линзы получится изображение точки?

14.17.5. Оптическая система состоит из двух собирающих линз с фокусными расстояниями $F_1 = 20$ см и $F_2 = 10$ см. Расстояние между линзами $l = 30$ см. Предмет находится на расстоянии $d_1 = 10$ см от первой линзы. На каком расстоянии от второй линзы находится изображение предмета? Оптические оси линз совпадают.

14.17.6. Источник света находится на расстоянии $d_1 = 30$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см. По другую сторону от линзы на расстоянии $l = 40$ см расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 12$ см. Где находится изображение источника? Оптические оси линз совпадают.

14.17.7. В трубку вставлены две собирающие линзы таким образом, что их главные оптические оси совпадают. Расстояние между линзами $l = 16$ см. Главное фокусное расстояние первой линзы $F_1 = 8$ см, второй — $F_2 = 5$ см. Предмет высотой $h = 9$ см помещен на расстоянии $d = 40$ см от первой линзы. На каком расстоянии от второй линзы получилось изображение? Чему равна его высота h'?

14.17.8. Оптическая система дает действительное изображение предмета. Где надо поставить собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 25$ см для того, чтобы изображение стало мнимым и увеличенным в 4 раза?

14.17.9. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 20$ см и $F_2 = 15$ см, сложенные вплотную, дают четкое изображение предмета на экране, если предмет находится на расстоянии $a = 15$ см от первой линзы. Насколько нужно передвинуть экран, чтобы на нем получилось четкое изображение предмета, если вторую линзу отодвинуть от первой на расстояние $l = 5$ см?

14.17.10. Две собирающие линзы с одинаковыми фокусными расстояниями $F_1 = F_2 = 30$ см находятся друг от друга на расстоянии $l = 15$ см. Определите, при каких положениях источника света система дает действительное изображение. Оптические оси линз совпадают.

• **14.17.11.** Оптическая система состоит из двух линз, раздвинутых на расстояние $l = 5$ см. Фокусные расстояния линз равны соответственно $F_1 = -10$ см и $F_2 = 10$ см. При каких положениях предмета (со стороны рассеивающей линзы) эта система будет создавать действительное изображение?

• **14.17.12.** Собирающая линза с фокусным расстоянием $F_1 = 0{,}4$ м находится на расстоянии $l = 0{,}9$ м от рассеивающей линзы с оптической силой $Г_2 = 2$ дптр, при этом оптические оси линз совпадают. Предмет находится на расстоянии $d_1 = 0{,}6$ м от собирающей линзы. Определите положение изображения и увеличение системы.

14.17.13. Две собирающие линзы находятся на расстоянии $d = F_1 + F_2$ друг от друга, где F_1, F_2 — фокусные расстояния линз. Определите увеличение, даваемое такой системой линз. Оптические оси линз совпадают.

14.17.14. Лучи, идущие от предмета, расположенного за фокусами двух тонких линз, проходят через эти линзы. Если оставить лишь первую линзу, то увеличение будет равно $Г_1 = 2$, а если оставить лишь вторую линзу, то — $Г_2 = 3$. Какое увеличение дают эти линзы вместе? Оптические оси линз совпадают.

14.17.15. Три линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 10$ см, $F_2 = -20$ см и $F_3 = 9$ см расположены так, что их оптические оси совпадают, а расстояния между ними соответственно $a = 15$ см и $b = 15$ см. На первую линзу падает параллельный пучок света. Найдите положение точки схождения этого пучка после прохождения системы.

14.18. Зеркало и линза

14.18.1. Светящаяся точка S находится в фокальной плоскости собирающей линзы на некотором расстоянии от главной оптической оси. Сзади линзы поставлено зеркало, расположенное перпендикулярно главной оптической оси. Где будет находиться изображение точки?

14.18.2. Источник света S расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы на ее оси. За линзой перпендикулярно оптической оси помещено плоское зеркало. На каком расстоянии от линзы нужно поместить зеркало, для того чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными?

• **14.18.3.** Предмет расположен на расстоянии $d = 9$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 6$ см. За линзой перпендикулярно оптической оси расположено зеркало на расстоянии $l = 10$ см от нее. На каком расстоянии от линзы будет изображение предмета?

14.18.4. В фокальной плоскости собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположено плоское зеркало. Источник света S находится на оптической оси линзы на расстоянии d, причем $F < d < 2F$. Постройте изображение источника света в данной оптической системе.

14.18.5. Плоское зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии $l = 20$ см от линзы. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см. Источник света расположен на оптической оси линзы на расстоянии $d = 20$ см от линзы. Определите положение изображения источника в данной оптической системе и постройте его.

14.18.6. Вогнутая сторона вогнуто-выпуклой линзы посеребрена. Свет от небольшого источника падает на выпуклую сторону линзы и, отражаясь от посеребренного слоя, дает изображение источника по ту же сторону линзы. На каком расстоянии от линзы нужно поместить источник, чтобы его изображение совпало с самим источником, если фокусное расстояние линзы $F = 18$ см, а радиус вогнутой поверхности $R = 40$ см?

14.18.7. Плоское зеркало расположено на расстоянии $\frac{3}{2}F$ от рассеивающей линзы, где F — ее фокусное расстояние. Поверхность зеркала составляет угол 45° с главной оптической осью линзы (рис. 14.18.1). На зеркало падает луч света, который после отражения распространяется параллельно главной оптической оси линзы и преломляется ею. Зеркало поворачивают на угол $\alpha = 10°$ в направлении, показанном на рисунке. На какой угол при этом поворачивается луч, преломленный линзой?

14.18.8. На оптической оси AB собирающей линзы расположено плоское зеркальце, вращающееся с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через точку A и перпендикулярной плоскости (рис. 14.18.2). На зеркальце падает параллельный пучок лучей, который после отражения фокусируется на экране. Фокусное расстояние линзы F. Найдите скорость светового пятна на экране в момент, когда оно пересекает оптическую ось линзы. Плоскость экрана перпендикулярна оптической оси.

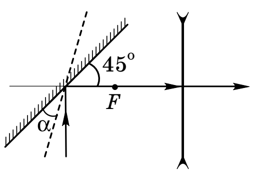


Рис. 14.18.1

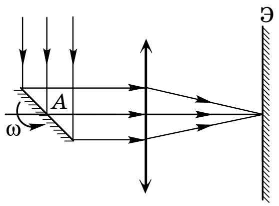


Рис. 14.18.2

14.19. Лупа. Фотоаппарат

• **14.19.1.** Определите увеличение, которое дает лупа с фокусным расстоянием $F = 1{,}25$ см.

14.19.2. Линзу с оптической силой $D = 50$ дптр используют в качестве лупы. Какое линейное увеличение она может дать, если глаз аккомодирован на расстояние наилучшего зрения?

14.19.3. На каком расстоянии от глаза нужно держать маленький предмет при рассмотрении его в лупу с фокусным расстоянием $F = 2$ см? Какое при этом получится увеличение? Лупа находится на расстоянии $l = 5$ см от глаза, изображение — на расстоянии наилучшего зрения.

• **14.19.4.** Лупа дает 8-кратное увеличение при аккомодации глаза на расстоянии наилучшего зрения. Найдите фокусное расстояние лупы и ее оптическую силу.

14.19.5. Обычным фотоаппаратом можно снимать предметы, расположенные не ближе $l = 50$ см от объектива. С какого расстояния можно снимать этим же фотоаппаратом, если на объектив надеть насадочную линзу с оптической силой $D = 2$ дптр?

14.19.6. Диапозитив имеет размер $a \times b = 8 \times 8$ см^2. Определите оптическую силу тонкой собирательной линзы, которая может служить объективом проекционного аппарата, если изображение диапозитива на экране должно иметь размеры $c \times d = 1{,}2 \times 1{,}2$ м^2. Расстояние от объектива до экрана $l = 4$ м.

14.19.7. Нужно изготовить фотографическим путем шкалу, разделенную на десятые доли миллиметра. Фокусное расстояние объектива $F_{\text{об}} = 13{,}5$ см. На каком расстоянии от объектива следует поместить шкалу, чтобы она была уменьшена в $k = 10$ раз?

14.19.8. С помощью фотографического аппарата 9×12 см^2 требуется снять здание длиной $l = 50$ м. На каком расстоянии от здания нужно установить аппарат, чтобы весь фасад здания уместился на пластинке, если главное фокусное расстояние объектива $F = 12$ см?

14.19.9. Фотограф с лодки снимает предмет, лежащий на дне водоема прямо под ним на глубине $h = 2$ м. Во сколько раз изображение на пленке будет меньше предмета, если фокусное расстояние объектива $F = 10$ см, а расстояние от объектива до поверхности воды $l = 50$ см?

14.19.10. Какого минимального размера предмет можно рассмотреть на фотографии, сделанной со спутника вблизи Земли, если разрешающая способность пленки $\Delta x = 0{,}01$ мм? Каким должно быть время экспозиции τ, для того чтобы полностью использовались возможности пленки? Фокусное расстояние объектива используемой фотокамеры $F = 10$ см.

14.19.11. Требуется сфотографировать конькобежца, пробегающего перед аппаратом со скоростью $v = 10$ м/с. Определите максимально допустимую экспозицию при условии, что размытость изображения не должна превышать $\Delta x = 0{,}2$ мм. Главное фокусное расстояние объектива $F = 10$ см и расстояние от конькобежца до аппарата $d = 5$ м. В момент фотографирования оптическая ось объектива аппарата перпендикулярна траектории движения конькобежца.

14.19.12. Фотограф, находящийся на борту судна, снимает катер, идущий встречным курсом. В момент съемки катер находится под углом $\alpha = 45°$ по ходу судна на расстоянии $d = 150$ м от него. Скорость движения судна $v_1 = 18$ км/ч, а катера — $v_2 = 36$ км/ч. Какое максимальное время экспозиции может установить фотограф, чтобы величина размытости изображения на пленке не превышала $\Delta x = 0{,}03$ мм? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата $F = 5$ см.

14.19.13. Объект съемки движется на кинокамеру с постоянной скоростью v. С какой скоростью нужно менять фокусное расстояние объектива и глубину кинокамеры, чтобы размер изображения оставался неизменным? Увеличение, даваемое кинокамерой, равно k.

14.19.14. Фотоаппарат дает изображение приближающегося вдоль оптической оси предмета. Чему должна быть равна минимальная скорость предмета, чтобы размытость изображения не превышала некоторой величины r? Время экспозиции равно τ. Предмет находится на расстоянии d от объектива, фокусное расстояние которого F, а радиус объектива R.

14.19.15. Изображение предмета на матовом стекле фотоаппарата при фотографировании с расстояния $l_1 = 15$ м получилось высотой $h_1 = 30$ мм, а при фотографировании с расстояния $l_2 = 9$ м — высотой $h_2 = 51$ мм. Найдите фокусное расстояние объектива.

14.19.16. В каких пределах должен перемещаться объектив фотоаппарата с фокусным расстоянием $F = 5$ см, чтобы обеспечить наводку на резкость в пределах от $d = 0{,}8$ м до бесконечности? Чему равен ход объектива?

14.20. Зрение. Очки

• **14.20.1.** Как изменится оптическая сила хрусталика глаза при переводе взгляда со звезды на книгу, находящуюся на расстоянии наилучшего зрения ($d_0 = 25$ см)?

• **14.20.2.** Мальчик, сняв очки, читает книгу, держа ее на расстоянии $d = 16$ см от глаз. Какова оптическая сила его очков?

14.20.3. Какой оптической силы очки необходимы человеку, который отчетливо видит мелкие предметы на расстоянии $l = 20$ см?

14.20.4. Какой оптической силы очки нужны человеку, который видит отчетливо текст, расположенный на расстоянии $l = 50$ см?

14.20.5. Пределы аккомодации у близорукого человека лежат между $a_1 = 10$ см и $a_2 = 25$ см. Определите, как изменятся эти пределы, если человек наденет очки с оптической силой $D = -4$ дптр.

14.20.6. Рассматривая свое лицо, человек располагает плоское зеркало на расстоянии $d = 25$ см от глаз. Какой оптической силы очки должен носить этот человек?

14.20.7. Страница текста, напечатанного мелким шрифтом, положена под толстую стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1{,}5$. Чему должна быть равна толщина пластинки, чтобы восполнить недостаток зрения близорукого человека, если он пользуется очками с оптической силой $D = -2$ дптр?

14.20.8. Человек с нормальным зрением начинает смотреть через очки с оптической силой $D = +5$ дптр. На каком расстоянии от человека должен быть расположен рассматриваемый объект, чтобы его было четко видно?

14.20.9. Близорукий человек без очков рассматривает предмет, находящийся на некотором расстоянии под поверхностью воды. Оказалось, что если глаза человека расположены вблизи поверхности воды, то максимальное погружение предмета, при котором человек различает его мелкие детали, $h = 20$ см. Какие очки следует носить этому человеку?

• **14.20.10.** Два человека — дальнозоркий и близорукий, надев очки, могут читать книгу так же, как человек с нормальным зрением. Однажды они случайно поменялись очками. Надев очки близорукого, дальнозоркий обнаружил, что может видеть только бесконечно удаленные предметы. На каком расстоянии d_x сможет читать книгу близорукий человек в очках дальнозоркого?

14.21. Микроскоп. Телескоп

14.21.1. Микроскоп состоит из объектива с фокусным расстоянием $F_1 = 2$ мм и окуляра с фокусным расстоянием $F_2 = 40$ мм. Расстояние между фокусами объектива и окуляра $d = 18$ см. Найдите увеличение, даваемое микроскопом.

14.21.2. Фокусное расстояние объектива микроскопа $F_{об} = 0{,}5$ см, а расстояние между объективом и окуляром микроскопа $a = 16$ см. Увеличение микроскопа $\Gamma = 200$. Найдите увеличение окуляра.

14.21.3. Фокусное расстояние объектива микроскопа $F_{об} = 1{,}25$ мм, окуляра $F_{ок} = 10$ мм. Расстояние между объективом и окуляром $l = 16$ см. Где должен быть помещен рассматриваемый объект и каково увеличение микроскопа для наблюдателя, расстояние наилучшего зрения которого $d_0 = 25$ см?

14.21.4. Фокусное расстояние объектива микроскопа $F_{об} = 0{,}5$ см, расстояние между объективом и окуляром микроскопа $l = 16$ см. Увеличение микроскопа $\Gamma = 200$. Найдите увеличение окуляра.

14.21.5. Определите увеличение зрительной трубы, если главное фокусное расстояние ее объектива $F_1 = 140$ см, а главное фокусное расстояние окуляра $F_2 = 28$ мм.

14.21.6. Зрительная труба с фокусным расстоянием $F = 50$ см установлена на бесконечность. После того как окуляр трубы передвинули на некоторое расстояние, стали ясно видны предметы, удаленные от объектива на расстояние $a = 50$ м. На какое расстояние передвинули окуляр при наводке?

14.21.7. Фокусные расстояния объектива и окуляра трубы Галилея $F_{об} = 45$ см и $F_{ок} = 5$ см соответственно. При замене линз в трубе на две собирающие получилась труба Кеплера с тем же увеличением, что и труба Галилея. Найдите фокусные расстояния собирающих линз.

14.21.8. Фокусное расстояние объектива зрительной трубы $F_{об} = 100$ см, окуляра — $F_{ок} = 8$ см. Под каким углом виден диаметр лунного диска при рассматривании изображения с расстояния наилучшего зрения $d_0 = 25$ см? Кажущийся угловой диаметр Луны $\alpha = 0{,}5°$.

14.21.9. Фокусное расстояние объектива одного из рефракторов в Пулкове $F_{об} = 14{,}1$ м. Определите увеличение этого рефрактора при пользовании окуляром с фокусным расстоянием $F_{ок} = 2{,}5$ см.

14.21.10. Определите увеличение телескопа, у которого объектив имеет фокусное расстояние $F_1 = 20$ м, а окуляр дает пятикратное увеличение.

• **14.21.11.** Телескоп имеет объектив с фокусным расстоянием $F_1 = 150$ см и окуляр с фокусным расстоянием $F_2 = 10$ см. Под каким углом зрения θ видна полная Луна в этот телескоп, если невооруженным глазом она видна под углом $\theta_0 = 31'$?

14.22. Формула линзы

• **14.22.1.** Определите фокусное расстояние плосковыпуклой линзы, изготовленной из стекла с показателем преломления n, если радиус кривизны поверхности линзы R. Линзу считать тонкой.

• **14.22.2.** Докажите, что в двояковыпуклой линзе с равными радиусами кривизны поверхностей и с показателем преломления $n = 1{,}5$ фокусы совпадают с центрами кривизны.

• **14.22.3.** Найдите фокусное расстояние F_1 кварцевой линзы для ультрафиолетовой линии спектра ртути ($\lambda_1 = 259$ нм), если фокусное расстояние для желтой линии натрия ($\lambda_2 = 589$ нм) $F_2 = 16$ см. Показатели преломления кварца для этих длин волн соответственно равны $n_1 = 1{,}504$ и $n_2 = 1{,}458$.

14.22.4. Найдите фокусное расстояние F для следующих стеклянных линз:

а) линза двояковыпуклая: $R_1 = 15$ см и $R_2 = -25$ см;

б) линза плоско-выпуклая: $R_1 = 15$ см и $R_2 = \infty$;

в) линза вогнуто-выпуклая (положительный мениск): $R_1 = 15$ см и $R_2 = 25$ см;

г) линза двояковогнутая: $R_1 = -15$ см и $R_2 = 25$ см;

д) линза плоско-вогнутая: $R_1 = \infty$; $R_2 = -15$ см;

е) линза выпукло-вогнутая (отрицательный мениск): $R_1 = 25$ см, $R_2 = 15$ см.

14.22.5. Из двух стекол с показателями преломления $n_1 = 1{,}5$ и $n_2 = 1{,}7$ сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы. Найдите отношение $\dfrac{F_1}{F_2}$ их фокусных расстояний. Какое действие каждая из этих линз окажет на луч, параллельный ее оптической оси, если погрузить линзы в прозрачную жидкость с показателем преломления $n = 1{,}6$?

14.22.6. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1 = R_2 = 50$ см. Показатель преломления материала линзы $n = 1{,}5$. Найдите оптическую силу D линзы.

Глава 15. ФОТОМЕТРИЯ

15.1. Световой поток. Сила света

15.1.1. Определите силу света точечного источника, полный световой поток которого $\Phi = 628$ лм.

15.1.2. Определите световой поток точечного источника света силой $I = 100$ кд внутрь телесного угла $\omega = 0{,}2$ ср.

15.1.3. В вершине круглого конуса находится источник[1] света, посылающий внутрь конуса световой поток $\Phi = 76$ лм. Сила света источника $I = 120$ кд. Определите телесный угол и угол раствора конуса.

15.1.4. Определите среднюю силу света лампы накаливания мощностью $P = 100$ Вт, если ее световая отдача[2] $\alpha = 12$ лм/Вт.

15.1.5. Сила света лампы $I = 60$ кд. Найдите световой поток, падающий на картину площадью $S = 0{,}4$ м^2, висящую вертикально на стене на расстоянии $r = 2$ м от лампы, если на противоположной стене находится большое зеркало на расстоянии $a = 2$ м от лампы.

15.2. Освещенность

15.2.1. На круглое матовое стекло диаметром $d = 20$ см падает нормально световой поток $\Phi = 10$ лм. Чему равна освещенность стекла?

15.2.2. Лампа, сила света которой $I = 100$ кд, помещена на высоте $h = 1$ м над поверхностью стола. Найдите освещенность стола под лампой.

15.2.3. Большой чертеж фотографируют сначала целиком, затем отдельные его детали в натуральную величину. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции при фотографировании деталей?

---

[1] Если в задаче особо не оговорено, источник света следует считать точечным изотропным.

[2] Отношение светового потока, излучаемого источником, к его мощности.

15.2.4. Между двумя экранами нужно поставить источник света так, чтобы освещенность левого экрана была в $n = 4$ раза меньше освещенности правого. На каком расстоянии от правого экрана нужно поставить источник света, если расстояние между экранами $l = 120$ см?

15.2.5. Предмет при фотографировании освещают лампой, расположенной от него на расстоянии $r_1 = 2$ м. Во сколько раз и как нужно изменить время экспозиции, если лампу отодвинуть на расстояние $r_2 = 3$ м от предмета?

15.2.6. При печатании фотоснимка негатив освещался в течение $t_1 = 3$ с лампочкой силой света $I_1 = 15$ кд с расстояния $r_1 = 50$ см. Сколько времени нужно освещать негатив лампочкой силой света $I_2 = 60$ кд с расстояния $r_2 = 2$ м, чтобы получить отпечаток снимка с той же степенью почернения?

15.2.7. На какой угол нужно повернуть площадку, чтобы ее освещенность уменьшить в $n = 1{,}41$ раза по сравнению с освещенностью, которая была при нормальном падении лучей?

15.2.8. В день весеннего равноденствия на Северной Земле в полдень высота Солнца над горизонтом $\alpha = 10°$. Во сколько раз освещенность E_1 площадки, поставленной вертикально, будет больше освещенности E_2 горизонтальной площадки?

15.2.9. В полдень во время осеннего равноденствия на экваторе Солнце стоит в зените. Во сколько раз в это время освещенность E_1 поверхности земли на экваторе больше освещенности E_2 поверхности земли в С.-Петербурге? Широта С.-Петербурга $\varphi = 60°$.

15.2.10. На высоте $h = 3$ м над землей и на расстоянии $r = 4$ м (по горизонтали) от стены висит лампа силой света $I = 100$ кд. Определите освещенности стены E_1 и горизонтальной поверхности земли E_2 у линии их пересечения.

15.2.11. Свет от электрической лампы с силой света $I = 200$ кд падает под углом $\alpha = 45°$ на рабочее место, создавая освещенность $E = 141$ лк. На каком расстоянии r от рабочего места находится лампа? На какой высоте h над рабочим местом она висит?

• **15.2.12.** В центре квадратной комнаты площадью $S = 25$ м^2 висит лампа. На какой высоте h от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей?

• **15.2.13.** Над центром круглого стола диаметром $D = 2$ м висит лампа с силой света $I = 100$ кд. Найдите изменение освещенности E края стола при постепенном подъеме лампы в интервале $0{,}5 \leqslant h \leqslant 0{,}9$ м через каждые 0,1 м. Постройте график $E = f(h)$.

15.2.14. В центре круглого стола диаметром $D = 1{,}2$ м стоит настольная лампа с одной электрической лампочкой, расположенной на высоте $h_1 = 40$ см от поверхности стола. Над центром стола на высоте $h_2 = 2$ м от его поверхности висит люстра из четырех таких же лампочек. В каком случае и во сколько раз получится бóльшая освещенность на краю стола: когда горит настольная лампа или когда горит люстра?

15.2.15. Круглый зал диаметром $D = 30$ м освещается лампой, укрепленной в центре потолка. Найдите высоту h зала, если известно, что наименьшая освещенность стены зала в 2 раза больше наименьшей освещенности пола.

15.2.16. На высоте $H = 2$ м над серединой круглого стола диаметром $D = 3$ м висит лампа в $I_1 = 100$ свечей. Ее заменили лампой в $I_2 = 25$ свечей, изменив расстояние до стола так, что освещенность середины стола осталась прежней. Как изменится освещенность края стола?

15.2.17. Источник света S силой $I = 100$ кд расположен на высоте $h_1 = 1$ м над столом (рис. 15.2.1). Над источником на высоте $h_2 = 0{,}5$ м находится плоское зеркало З. Найдите освещенность поверхности стола под источником света.

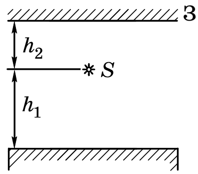


Рис. 15.2.1

15.2.18. Точечный источник света, помещенный на некотором расстоянии от экрана, создает освещенность $E = 9$ лк. Как изменится освещенность, если по другую сторону от источника на таком же расстоянии поместить: а) большое зеркало, параллельное экрану; б) вогнутое зеркало, центр которого совпадает с центром экрана?

15.3. Яркость и светимость

15.3.1. Отверстие в корпусе фонаря закрыто плоским молочным стеклом размером 10×15 см. Сила света фонаря в направлении, составляющем угол $\varphi = 60°$ с нормалью, $I = 15$ кд. Определите яркость B стекла.

15.3.2. Светильник из молочного стекла имеет форму шара диаметром $d = 20$ см. Сила света шара $I = 80$ кд. Определите полный световой поток Φ_0, светимость R и яркость B шара.

15.3.3. Вычислите и сравните между собой силы света раскаленного добела металлического шарика яркостью $B_1 = 3 \cdot 10^6$ кд/м^2 и шарового светильника яркостью $B_2 = 5 \cdot 10^3$ кд/м^2, если диаметр шарика $d_1 = 2$ мм, диаметр шарового светильника $d_2 = 20$ см.

15.3.4. Лампа, в которой светящимся телом служит раскаленный добела металлический шарик диаметром $d = 2$ мм, дает силу света $I = 100$ кд. Найдите яркость лампы, если сферическая колба сделана: а) из прозрачного стекла; б) из матового стекла. Диаметр колбы $D = 10$ см. Какую освещенность в каждом случае дает лампа на расстоянии $r = 5$ м при нормальном падении света?

15.3.5. Солнце, находясь вблизи зенита, создает на горизонтальной поверхности освещенность $E = 10^6$ лк. Диаметр Солнца виден под углом $\alpha = 32'$. Определите по этим данным видимую яркость B Солнца.

15.3.6. На какой высоте нужно повесить лампочку силой света $I = 10$ кд над листом матовой белой бумаги, чтобы яркость бумаги была $B = 1$ кд/м^2, если коэффициент отражения бумаги $\rho = 0{,}8$?

• **15.3.7.** На лист белой бумаги площадью $S = 20 \times 30$ см^2 перпендикулярно поверхности падает световой поток $\Phi = 120$ лм. Найдите освещенность E, светимость R и яркость B бумажного листа, если коэффициент отражения $\rho = 0{,}75$.

15.3.8. Определите освещенность, светимость и яркость киноэкрана, равномерно рассеивающего свет во всех направлениях, если световой поток, падающий на экран из объектива киноаппарата (без киноленты), $\Phi = 1{,}75 \cdot 10^3$ лм. Размер экрана $5 \times 3{,}6$ м, коэффициент отражения $\rho = 0{,}75$.

• **15.3.9.** Лист бумаги площадью $S = 10 \times 30$ см^2 освещается лампой с силой света $I = 100$ кд, причем на него падает $0{,}5\%$ всего посылаемого лампой света. Найдите освещенность листа бумаги.

• **15.3.10.** Электрическая лампа с силой света $I = 100$ кд излучает в единицу времени энергию $W_\tau = 122$ Дж/мин. Найдите механический эквивалент света K и КПД η световой отдачи, если лампа потребляет мощность $P = 100$ Вт.

15.3.11. Освещенность поверхности, покрытой слоем сажи, $E = 150$ лк, яркость $B = 1$ кд/м^2 одинакова во всех направлениях. Определите коэффициент поглощения α сажи.

Глава 16. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

16.1. Скорость света и показатель преломления

16.1.1. От ближайшей звезды (α Центавра) свет доходит до Земли за $t = 4{,}3$ года. Чему равно расстояние s до звезды?

16.1.2. Зная скорость света в вакууме, вычислите скорость света в кварце и алмазе.

16.1.3. Показатель преломления стекла (тяжелый флинт) для красного света $n_1 = 1{,}6444$, а для фиолетового $n_2 = 1{,}6852$. Найдите скорость распространения красного и фиолетового света в стекле.

16.1.4. На сколько скорость света в вакууме больше скорости света в воде?

16.1.5. Луч света переходит из воздуха в кварц. На сколько процентов изменяется скорость света?

16.1.6. При переходе светового луча из воздуха в некоторое вещество скорость света изменяется на $\eta = 40\%$. Определите показатель преломления этого вещества.

16.1.7. За какое время свет пройдет в воде расстояние $s = 1$ км?

16.1.8. Два пучка света падают нормально на пластинки из кварца и стекла. Найдите отношение толщин пластинок, если время прохождения света в них одинаково.

16.1.9. В сосуд налиты вода и масло. Высота слоев жидкостей одинакова. Во сколько раз и в каком веществе время прохождения световых лучей меньше?

16.1.10. Луч света падает нормально на поверхность стеклянной пластинки толщиной $h = 2$ см. На сколько время прохождения светом пластины больше времени прохождения им такого же расстояния в вакууме?

16.1.11. Показатель преломления воды для красного света $n_1 = 1{,}331$, а для фиолетового $n_2 = 1{,}343$. Найдите разность углов преломления, если угол падения луча света $\alpha = 80°$.

16.1.12. Угол падения луча света на поверхность раздела двух сред $\alpha = 40°$. Скорость распространения света в первой среде $v_1 = 2{,}25$ м/с, а абсолютный показатель преломления второй среды $n_2 = 1{,}6$. Определите угол преломления.

16.1.13. Точечный источник света находится на дне водоема глубиной $h = 30$ м. Определите максимальное и минимальное время, за которое свет, идущий от источника, пройдет в воде.

16.1.14. Для полного внутреннего отражения, необходимо чтобы световой луч падал на границу раздела среда — вакуум под углом не менее $\alpha_0 = 44°$. Определите абсолютный показатель преломления среды и скорость света в данной среде.

16.1.15. Найдите угол падения луча на поверхность стекла, если отраженный и преломленный лучи образуют прямой угол. Скорость распространения света в стекле $v = 2 \cdot 10^8$ м/с, скорость света в воздухе $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

16.1.16. Для света с длиной волны в вакууме $\lambda_1 = 0{,}76$ мкм показатель преломления стекла $n_1 = 1{,}6444$, а для света с длиной волны $\lambda_2 = 0{,}4$ мкм $n_2 = 1{,}6852$. Для каких лучей скорость света в стекле больше и на сколько?

16.1.17. Вода освещена желтым светом, для которого длина волны в воздухе $\lambda_0 = 589$ нм. Чему равна длина волны этого света в воде? Какого цвета свет видит человек, открывший глаза под водой?

16.1.18. Определите показатель преломления среды, если известно, что свет с частотой $\nu = 7,5 \cdot 10^{15}$ Гц имеет длину волны в ней $\lambda = 0,3$ мкм.

16.1.19. Показатель преломления воды для фиолетового света $n = 1,343$. На сколько процентов отличается длина волны этих лучей в вакууме от их длины волны в воде?

16.1.20. Сколько длин волн монохроматического излучения уложится на отрезке длиной $l = 3$ мм в: а) вакууме; б) кварце; в) скипидаре? Частота излучения $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц.

16.1.21. Определите длину отрезка l_1, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $l_2 = 1,5$ мм в воде.

• **16.1.22.** При фотографировании спектра звезды Андромеды было найдено, что линия титана ($\lambda = 495,4$ нм) смещена к фиолетовому концу спектра на $\Delta\lambda = 0,17$ нм. Как движется звезда относительно Земли?

16.2. Интерференция света

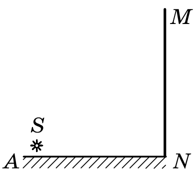


Рис. 16.2.1

16.2.1. Для получения на экране MN (рис. 16.2.1) интерференционной картины источник света S поместили над поверхностью плоского зеркала A на малом расстоянии от него. Объясните причину возникновения системы когерентных световых волн.

16.2.2. Найдите разность фаз $\Delta\varphi$ в двух точках светового луча, если расстояние между ними: а) $\frac{\lambda}{2}$; б) λ; в) $2n\frac{\lambda}{2}$, где n — целое число.

16.2.3. На пути одного из двух параллельных лучей поместили кварцевую пластинку толщиной $h = 0,5$ мм. Луч света падает на пластинку нормально. Какую оптическую разность хода вносит пластинка?

16.2.4. Два параллельных монохроматических луча падают на стеклянную призму и выходят из нее (рис. 16.2.2). Расстояние между падающими лучами $a = 1$ см. Определите разность хода лучей после преломления их призмой. Преломляющий угол призмы $\alpha = 30°$.

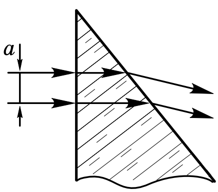


Рис. 16.2.2

16.2.5. Оптическая разность хода двух интерферирующих волн монохроматического света $\Delta d = 0,2\lambda$. Определите разность фаз.

16.2.6. Найдите все длины волн видимого света (от $\lambda_1 = 0,76$ мкм до $\lambda_2 = 0,38$ мкм), которые при оптической разности хода интерферирующих волн $\Delta d = 1{,}8$ мкм будут: а) максимально усилены; б) максимально ослаблены.

16.2.7. От когерентных источников зеленого света получили интерференционную картину. Как изменится картина интерференционных полос, если воспользоваться источниками: а) фиолетового цвета; б) красного цвета?

16.2.8. Две когерентные световые волны приходят в некоторую точку пространства с разностью хода $\Delta d = 2{,}25$ мкм. Каков результат интерференции в этой точке, если свет: а) красный ($\lambda = 750$ нм); б) зеленый ($\lambda = 500$ нм)?

16.2.9. Экран AB освещен когерентными монохроматическими источниками света S_1 и S_2 (рис. 16.2.3). Усиление или ослабление будет на экране в точке O, если: а) от источника S_2 свет приходит позже на 2,5 периода; б) от источника S_2 свет приходит с запозданием по фазе на 3π; в) расстояние S_2O больше расстояния S_1O на 1,5 длины волны?

16.2.10. Расстояние S_2O (см. задачу 16.2.9) больше расстояния S_1O на $\Delta l = 900$ нм. Что будем наблюдать в точке O, если источники света имеют одинаковую интенсивность и излучают свет с частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц?

16.2.11. Два когерентных источника света S_1 и S_2 (см. рис. 16.2.3) испускают монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите, на каком расстоянии от точки O на экране будет наблюдаться первый максимум освещенности, если $OC = 4$ м и $S_1S_2 = 1$ мм.

16.2.12. Экран освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм, распространяющимся от двух когерентных источников S_1 и S_2, расстояние между которыми $d = 200$ мкм. При интерференции волн на расстоянии $x = 15$ мм от центра O экрана (рис. 16.2.4) через точку C проходит центр второй темной интерференционной полосы. Определите расстояние l от источников света до экрана.

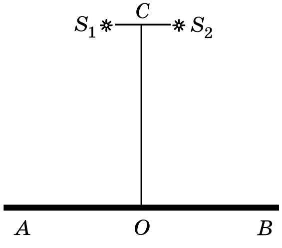


Рис. 16.2.3

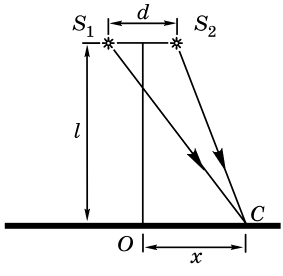


Рис. 16.2.4

16.2.13. Два когерентных источника света, расстояние между которыми $d = 0{,}24$ мм, удалены от экрана на расстояние $l = 2{,}5$ м. При интерференции света на экране наблюдаются чередующиеся темные и светлые полосы, причем на расстоянии в $\Delta x = 5$ см умещаются $N = 10{,}5$ полос. Чему равна длина волны падающего на экран света?

• **16.2.14.** Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ($\lambda_1 = 500$ нм) заменить красным ($\lambda_2 = 650$ нм)?

16.2.15. В опыте Юнга отверстия освещали монохроматическим светом ($\lambda = 600$ нм). Расстояние между отверстиями $d = 1$ мм, расстояние от отверстий до экрана $L = 3$ м. Найдите положения трех первых светлых полос.

16.2.16. При наблюдении интерференции света от двух мнимых источников монохроматического света с длиной волны $\lambda = 520$ нм оказалось, что на экране длиной $\Delta x = 4$ см умещается $N = 8{,}5$ полосы. Определите расстояние между источниками света, если расстояние от них до экрана $l = 2{,}75$ м.

16.2.17. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0{,}5$ мм, расстояние до экрана $L = 5$ м. В зеленом свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $l = 5$ мм друг от друга. Найдите длину волны λ зеленого света.

16.2.18. Два плоских зеркала образуют между собой малый угол α. На биссектрисе угла на равных расстояниях от зеркал расположен точечный монохроматический источник света S (рис. 16.2.5). Определите расстояние между соседними интерференционными полосами на экране, расположенном на расстоянии a от точки пересечения зеркал (ширма препятствует непосредственному падению света на экран). Длина световой волны λ. Расстояние от точки пересечения зеркал до источника b.

16.2.19. На равнобедренную стеклянную призму с малыми углами преломления $\theta = 2 \cdot 10^{-3}$ рад падает свет от точечного монохроматического источника S, расположенного на расстоянии $a = 1$ м от призмы (рис. 16.2.6). Световые лучи, преломленные призмой, дают на экране интерференционную картину. Найдите ширину интерференционных полос, если расстояние от призмы до экрана равно $b = 4$ м. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Длина волны света $\lambda = 600$ нм.

• **16.2.20.** Опыт Ллойда состоит в получении на экране интерференционной картины от точечного монохроматического источника света S и его мнимого изображения в зеркале (рис. 16.2.7). Определите ширину Δx интерференционной полосы на экране, если длина волны света $\lambda = 0{,}7$ мкм, расстояние от источника света до зеркала $h = 1$ мм, до экрана $l = 4$ м.

16.2.21. Собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 10$ см разрезана пополам, и половинки раздвинуты на расстояние $d =$

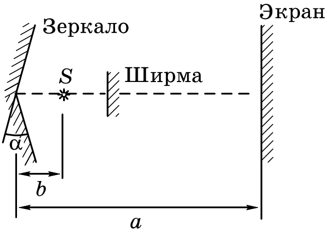


Рис. 16.2.5

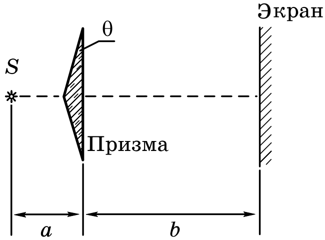


Рис. 16.2.6

$= 0{,}5$ мм (рис. 16.2.8). Оцените число интерференционных полос на экране, расположенном за линзой на расстоянии $b = 60$ см, если перед линзой находится точечный источник монохроматического света ($\lambda = 500$ нм), удаленный от нее на расстояние $a = 0{,}15$ м.

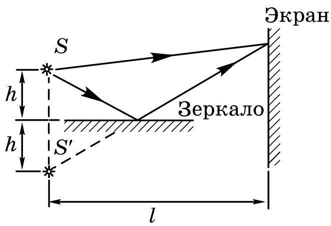


Рис. 16.2.7

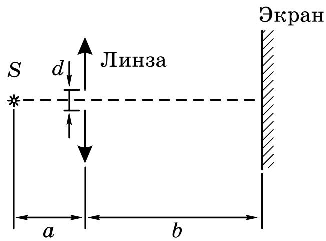


Рис. 16.2.8

16.2.22. Белый свет, падающий нормально на мыльную пленку ($n = 1{,}33$) и отраженный от нее, дает в видимом спектре интерференционный максимум на волне длиной $\lambda_1 = 630$ нм и ближайший к нему минимум на волне $\lambda_2 = 450$ нм. Какова толщина d пленки, если считать ее постоянной?

16.2.23. Какую наименьшую толщину d должна иметь пластинка, изготовленная из материала с показателем преломления $n = 1{,}54$, чтобы при ее освещении красным светом с длиной волны $\lambda = 750$ нм она в отраженном свете казалась: а) красной; б) черной? Свет падает перпендикулярно поверхности пластинки.

16.2.24. Тонкая пленка толщиной $d = 0{,}5$ мкм освещается желтым светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм. Какого цвета будет казаться эта пленка в проходящем свете, если показатель преломления вещества пленки $n = 1{,}48$, а свет падает перпендикулярно к поверхности пленки? Что будет происходить с окраской пленки, если ее наклонять относительно лучей?

16.2.25. Белый свет падает на стеклянную пластинку, толщина которой $d = 0{,}4$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (от $\lambda_1 = 350$ нм до $\lambda_2 = 750$ нм), усиливаются в отраженном пучке? Свет падает перпендикулярно поверхности пластинки.

16.3. Дифракционная решетка

16.3.1. Если смотреть сквозь дифракционную решетку на отдаленную лампочку, то видна дифракционная картина. Объясните явления, которые будут наблюдаться, если, оставляя решетку перед глазами: а) двигать решетку вдоль прямой, соединяющей лампочку с глазом; б) вращать решетку вокруг оси, проходящей сквозь ее середину и перпендикулярной плоскости решетки?

• **16.3.2.** Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546{,}1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19°8'$?

16.3.3. Свет падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 6{,}62 \cdot 10^{-7}$ м. Максимум первого порядка в спектре наблюдается под углом $\varphi = 30°$. Чему равна частота света?

16.3.4. Определите угол, под которым наблюдается максимум третьего порядка в спектре, даваемом при облучении дифракционной решетки светом с длиной волны $\lambda = 589$ нм. На $l = 1$ мм дифракционной решетки приходится $N = 5$ штрихов. Свет падает на решетку нормально.

• **16.3.5.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Для того чтобы увидеть красную линию ($\lambda = 700$ нм) в спектре второго порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом $\varphi = 30°$ к оси коллиматора. Найдите постоянную d дифракционной решетки. Какое число N_0 штрихов нанесено на единицу длины этой решетки?

16.3.6. Свет падает нормально на дифракционную решетку. Максимум второго порядка в спектре наблюдают под углом $\varphi = 11{,}5°$. Под каким углом будут наблюдать максимум того же порядка, если щели решетки перекрыть через одну?

• **16.3.7.** На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $\varphi = 36°48'$ к нормали. Найдите постоянную d решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

• **16.3.8.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия ($\lambda_1 = 589$ нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1 = 17°8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2 = 24°12'$. Найдите длину волны λ_2 этой линии и число штрихов N_0 на единицу длины решетки.

16.3.9. При освещении дифракционной решетки светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм максимум третьего порядка в спектре виден под углом $\varphi = 10°12'$. Определите длину волны, для которой максимум второго порядка в спектре на той же решетке будет виден под углом $\varphi_0 = 6°18'$. Свет падает на решетку нормально.

16.3.10. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте трубы гониометра на угол φ в поле зрения видна линия $\lambda_1 = 440$ нм в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим же углом φ другие спектральные линии, соответствующие длинам волн в пределах видимого спектра?

16.3.11. На дифракционную решетку нормально падает свет, содержащий длины волн $\lambda_1 = 490$ нм и $\lambda_2 = 600$ нм. Первый максимум в спектре для света с длиной волны λ_1 виден под углом $\varphi = 10°$. Определите угловое расстояние между максимумами второго порядка в спектрах этих длин волн.

16.3.12. На решетку с постоянной $d = 0{,}006$ мм нормально падает монохроматический свет. Угол между спектрами первого и второго порядков $\Delta\varphi = 4°36'$. Определите длину световой волны.

16.3.13. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия $\lambda_1 = 670$ нм спектра второго порядка?

• **16.3.14.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi = 41°$ совпадали максимумы линий $\lambda_1 = 656{,}3$ нм и $\lambda_2 = 410{,}2$ нм?

16.3.15. Определите длину волны света, для которого линия, соответствующая максимуму четвертого порядка в дифракционном спектре, совпадает с линией, соответствующей максимуму пятого порядка для света с длиной волны $\lambda = 440$ нм. Свет падает на решетку нормально.

16.3.16. На дифракционную решетку нормально падает свет, длины волн которого лежат в пределах от $\lambda_1 = 490$ нм до $\lambda_2 = 600$ нм. Максимумы каких порядков в спектрах не будут перекрываться?

• **16.3.17.** Найдите наибольший порядок k спектра для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм), если постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм.

16.3.18. Свет с длиной волны $\lambda = 590$ нм падает нормально на дифракционную решетку, имеющую $N = 500$ штрихов на $l = 1$ мм. Определите наибольший порядок спектра, который можно видеть в дифракционном спектре.

16.3.19. Для некоторой длины волны дифракционный максимум первого порядка спектра наблюдается под углом $\varphi_1 = 85°$. Под каким углом φ наблюдается последний максимум? Свет падает на решетку нормально.

16.3.20. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. У максимума третьего порядка угол дифракции $\varphi = 36°48'$. Какое число максимумов (считая центральный) дает дифракционная решетка в этом случае?

16.3.21. Для определения длины световой волны использовали решетку с периодом $d = 0{,}01$ мм. Первое дифракционное изображение на экране получено на расстоянии $x = 11{,}8$ см от центрального максимума и на расстоянии $l = 2$ м от решетки. Найдите длину световой волны.

16.3.22. Чему равна ширина всего спектра первого порядка (длины волн заключены в пределах от 0,38 до 0,76 мкм), полученного на экране, отстоящем на $l = 3$ м от дифракционной решетки с периодом $d = 0{,}01$ мм?

• **16.3.23.** Какое фокусное расстояние F должна иметь линза, проектирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия $\lambda_1 = 404{,}4$ нм и $\lambda_2 = 404{,}7$ нм в спектре первого порядка было $l = 0{,}1$ мм? Постоянная решетки $d = 2$ мкм.

16.3.24. Чему должна быть равна постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 589$ нм и $\lambda_2 = 589{,}6$ нм? Ширина решетки $a = 2{,}5$ см.

16.3.25. Постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей ($\lambda = 600$ нм) в спектре второго порядка? Ширина решетки $a = 2{,}5$ см.

• **16.3.26.** Постоянная дифракционной решетки $d = 2{,}5$ мкм. Найдите угловую дисперсию $\frac{d\varphi}{d\lambda}$ решетки для $\lambda = 589$ нм в спектре первого порядка.

16.3.27. Угловая дисперсия дифракционной решетки для $\lambda = 668$ нм в спектре первого порядка равна $\frac{d\varphi}{d\lambda} = 2{,}02 \cdot 10^5$ рад/м. Найдите период d дифракционной решетки.

Глава 17. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

17.1. Относительность времени и расстояний

17.1.1. Во сколько раз замедляется ход времени при скорости движения $v = 2{,}4 \cdot 10^8$ м/с?

17.1.2. Продолжительность существования μ-мезона $\tau \approx 2$ мкс (по истечении этого времени 90% μ-мезонов претерпевают распад). С какой скоростью должен двигаться μ-мезон, чтобы пролететь, не распадаясь, расстояние $s = 30$ км?

17.1.3. Сколько времени пройдет на Земле, если в космическом корабле, движущемся относительно Земли со скоростью $v = 0{,}99c$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме), пройдет $\Delta t = 20$ лет?

17.1.4. Собственная длина стержня $l_0 = 1$ м. Определите его длину для наблюдателя, относительно которого стержень перемещается со скоростью $v = 0{,}6c$, направленной вдоль стержня.

17.1.5. При какой скорости v движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет $\eta = 10\%$?

• **17.1.6.** Какую скорость v должно иметь движущееся тело, чтобы его предельные размеры уменьшились в 2 раза?

17.1.7. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей $\beta = 95\%$ скорости света. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует $\Delta\tau_0 = 1$ с «собственного времени» мезона?

17.1.8. С какой скоростью v должен двигаться космический корабль, чтобы линейка длиной l_0, лежащая в корабле, при измерении с Земли оказалась бы вдвое короче? Какой промежуток времени $\Delta\tau$ пройдет на корабле за время, равное 25 земным суткам?

17.2. Релятивистское сложение скоростей

17.2.1. Докажите, что формула сложения скоростей релятивистских частиц переходит в соответствующую формулу классической механики при скорости движения, много меньшей скорости света ($v \ll c$).

17.2.2. На фотонной ракете, летящей со скоростью 225 000 км/с относительно Земли, установлен ускоритель, разгоняющий электроны до скорости 240 000 км/с относительно ракеты в направлении ее движения. Какова скорость этих электронов относительно Земли?

17.2.3. Нейтральная частица летит со скоростью $0{,}90c$. За нею вдогонку, на расстоянии 0,01 световой микросекунды, летит другая частица со скоростью $0{,}95c$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме). Через сколько времени произойдет их соударение? Чему равна скорость второй частицы в системе отсчета, связанной с первой частицей?

17.2.4. Два ускорителя выбрасывают частицы навстречу друг другу со скоростями $v = 0{,}95c$. Определите относительную скорость сближения частиц с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с одной из частиц.

17.3. Взаимосвязь массы и энергии

17.3.1. Космический корабль массой $m_0 = 5$ т движется сначала со скоростью $v_1 = 8$ км/с, затем со скоростью $v_2 = 2{,}9 \cdot 10^8$ м/с. Определите релятивистскую массу корабля при каждой скорости полета.

17.3.2. При какой скорости релятивистское увеличение массы тела составит: а) 1% ; б) 50% ?

17.3.3. Найдите отношение $\frac{e}{m}$ заряда электрона к его массе для скоростей: а) $v \ll c$; б) $v = 2 \cdot 10^8$ м/с; в) $v = 2{,}2 \cdot 10^8$ м/с; г) $v = 2{,}4 \cdot 10^8$ м/с; д) $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с; е) $v = 2{,}8 \cdot 10^8$ м/с. Составьте таблицу и постройте графики зависимостей m и $\frac{e}{m}$ от величины $\beta = \frac{v}{c}$ для указанных скоростей.

17.3.4. Масса тела $m = 1$ г. Вычислите полную энергию тела и выразите ее в киловатт-часах.

17.3.5. Какому изменению массы соответствует изменение энергии $\Delta E = 4{,}19$ Дж?

17.3.6. Найдите изменение массы, происходящее при образовании $\nu = 1$ моль воды, если реакция образования воды $2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5$ Дж.

17.3.7. С единицы площади поверхности Солнца ежесекундно испускается энергия $w = 74$ мДж/(м$^2 \cdot$ с). Насколько уменьшится масса Солнца за время $t = 1000$ лет?

17.3.8. Солнце излучает световой поток мощностью $P = 3{,}9 \times 10^{26}$ Вт. За какое время масса Солнца уменьшится в $n = 3$ раза? Излучение Солнца считать постоянным.

17.4. Кинетическая энергия релятивистской частицы

17.4.1. Определите кинетическую энергию электрона, скорость которого $v = 0{,}75c$, по классическим и релятивистским формулам.

17.4.2. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы приобрести скорость $v = 0{,}9c$?

17.4.3. Во сколько раз масса протона больше массы электрона, если обе частицы имеют одинаковую кинетическую энергию $E = 1$ ГэВ?

17.4.4. При какой скорости кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя?

17.4.5. Определите скорость протона, если его кинетическая энергия: а) $E_1 = 1$ МэВ; б) $E_2 = 1$ ГэВ.

17.4.6. При какой скорости масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?

17.4.7. До какой энергии $E_к$ можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы не должно превышать $\eta = 5\%$? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов; в) дейтронов.

17.4.8. Найдите скорость мезона, если его полная энергия в $n = 10$ раз больше его энергии покоя.

• **17.4.9.** Синхрофазотрон дает пучок протонов с кинетической энергией $E_к = 10$ ГэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

• **17.4.10.** Найдите релятивистское сокращение размеров протонов в условиях предыдущей задачи.

17.4.11. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в $n = 3$ раза?

17.5. Импульс. Связь энергии и импульса

17.5.1. Определите импульс электрона, скорость которого $v = 0{,}75c$, по классическим и релятивистским формулам.

17.5.2. Найдите скорость, при которой релятивистский импульс частицы в $n = 3$ раза превышает его импульс, определяемый в классической механике.

17.5.3. Кинетическая энергия электрона $E = 0{,}8$ МэВ. Определите импульс электрона.

17.5.4. Электрон, влетевший в камеру Вильсона, оставил след в виде дуги окружности радиусом $r = 0{,}1$ м. Камера находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл. Определите кинетическую энергию электрона.

17.5.5. Кинетическая энергия α-частицы $E = 500$ МэВ. Частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $r = 0{,}8$ м. Определите индукцию магнитного поля.

Глава 18. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

18.1. Фотоны

18.1.1. Найдите энергию фотона света: а) красных лучей с частотой $\nu_1 = 4{,}17 \cdot 10^{15}$ Гц; б) рентгеновских лучей с частотой $\nu_2 = 10^{17}$ Гц; в) γ-лучей с частотой $\nu_3 = 2{,}4 \cdot 10^{21}$ Гц.

18.1.2. Определите частоту фотона, энергия которого $E_ф = 3{,}2 \cdot 10^{19}$ Дж.

18.1.3. Во сколько раз энергия фотона красных лучей ($\lambda_к = 0{,}76$ мкм) меньше энергии фотона фиолетовых лучей ($\lambda_ф = 0{,}40$ мкм)?

• **18.1.4.** Определите массу, импульс и энергию фотона с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.5. Протон движется со скоростью $v = 10^5$ м/с. Определите длину волны фотона, энергия которого равна энергии данного протона.

• **18.1.6.** С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

18.1.7. Определите длину волны света, кванты которого имеют такую же энергию, которую приобретает электрон, проходя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 3$ В.

18.1.8. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость $v_0 = 10^5$ м/с и ускоренного разностью потенциалов $\Delta\varphi = 8$ В. Определите длину волны фотона.

18.1.9. Во сколько раз энергия фотона с длиной волны $\lambda = 4 \cdot 10^7$ м больше средней энергии атома одноатомного газа при температуре $T = 300$ К?

18.1.10. При какой температуре средняя кинетическая энергия молекулы идеального одноатомного газа равна энергии фотона, соответствующего излучению с длиной волны $\lambda = 800$ нм?

18.1.11. Найдите частоту фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре $t = 127$ °C. Скорость молекулы считать равной среднеквадратичной скорости.

18.1.12. Найдите абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией фотона $E_ф = 3{,}2$ эВ имеет длину волны $\lambda = 2{,}76 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.13. Поток фотонов падает из вакуума на оптически прозрачное вещество с показателем преломления $n = 1{,}8$ для данной длины волны. Определите импульс падающего фотона, если его длина волны в веществе $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м.

• **18.1.14.** Монохроматический пучок фотонов переносит через площадку $S = 2$ см^2 за время $t = 0{,}5$ мин импульс $p = 3 \cdot 10^{-9}$ кг · м/с. Найдите для этого пучка энергию E, падающую на единицу площади за единицу времени.

18.1.15. Монохроматический источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 331$ нм. Сколько фотонов содержится в порции энергии $E = 6 \cdot 10^{-9}$ Дж?

18.1.16. Свет распространяется в воде. Какому числу фотонов с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм соответствует энергия $E = 1$ Дж?

18.1.17. Определите мощность источника света, если за время $t = 1$ мин он испустил $N = 2 \cdot 10^{21}$ фотонов с длиной волны $\lambda = 500$ нм.

18.1.18. Источник мощностью $P = 100$ Вт испускает $n = 5 \cdot 10^{20}$ фотонов за одну секунду. Найдите среднюю длину волны излучения.

18.1.19. Рубиновый лазер непрерывного действия дает монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 694$ нм. Определите концентрацию фотонов в пучке, если мощность лазера $P = 2$ Вт, а площадь сечения пучка $S = 0{,}1$ мм^2.

18.1.20. Сколько фотонов излучает тело за одну минуту, если мощность монохроматического излучения $P = 10^{-12}$ Вт? Длина волны $\lambda = 500$ нм.

18.1.21. Чувствительность сетчатки глаза к красному свету с длиной волны $\lambda = 500$ нм составляет $P = 20{,}8 \cdot 10^{-18}$ Вт. Сколько фотонов ежесекундно должно падать на сетчатку глаза, чтобы свет был воспринят?

18.1.22. Монохроматический излучатель волн мощностью $P = 2 \cdot 10^{-10}$ Вт помещен в воду. Найдите количество квантов, излучаемых им в течение времени $t = 2$ мин, если им соответствует длина волны в воде $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.23. Источник мощностью $P = 100$ Вт испускает свет с длиной волны $\lambda = 579{,}1$ нм. Какое количество фотонов испускается в единицу времени, если $\eta = 50\%$ мощности источника идет на излучение?

18.1.24. Рентгеновская трубка, работающая при напряжении $U = 50$ кВ и потребляющая ток $I = 1$ мА, излучает в секунду $n = 2 \cdot 10^{13}$ фотонов со средней длиной волны $\lambda = 100$ нм. Определите коэффициент полезного действия трубки.

• **18.1.25.** Ртутная дуга имеет мощность $P = 125$ Вт. Какое число фотонов испускается в единицу времени в излучении с длинами волн λ, равными 612,1; 579,1; 546,1; 404,7; 365,5; 253,7 нм? Интенсивности этих линий составляют соответственно 2; 4; 4; 2,9; 2,5; 4% интенсивности ртутной дуги. Считать, что 80% мощности дуги идет на излучение.

• **18.1.26.** Мощность электрической лампы $P = 60$ Вт. Лампа испускает $n = 10^{19}$ фотонов в секунду. На излучение лампы затрачивается $\eta = 7\%$ ее мощности. Найдите длину волны излучения, соответствующей средней энергии фотона. Оцените, насколько уменьшится масса нити накаливания за один час работы.

18.1.27. На каплю воды массой $m = 0{,}4$ г ежесекундно падает $n = 2{,}4 \cdot 10^{18}$ фотонов, которым соответствует длина волны $\lambda = 5{,}5 \times 10^{-7}$ м. На сколько градусов нагреется капля за время $t = 30$ с?

18.1.28. Каплю воды объемом $V = 0{,}4$ мл нагревают монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. Ежесекундно вода поглощает $n = 10^{18}$ фотонов. За какое время вода нагреется на $\Delta T = 10$ К? Считать, что вся полученная энергия идет на нагревание воды.

18.1.29. Точечный источник монохроматического света с длиной волны λ имеет мощность P. Определите количество фотонов, проходящих за одну секунду через единичную поверхность на сфере радиусом R, в центре которой находится источник.

18.1.30. Лампочка карманного фонаря потребляет мощность $P = 1$ Вт. Считая, что эта мощность рассеивается во всех направлениях в виде излучения с длиной волны $\lambda = 1$ мкм, определите число фотонов, попадающих в течение времени $t = 10$ с на площадку площадью $S = 1$ мм^2, расположенную перпендикулярно лучам на расстоянии $l = 10$ км.

18.1.31. Луч лазера имеет вид конуса с углом раствора $\alpha = 2 \times \times 10^{-4}$ рад. Мощность излучения $P = 3{,}5$ МВт, длина волны $\lambda = 540$ нм. На каком максимальном расстоянии наблюдатель может увидеть этот луч, если глаз способен «регистрировать» не менее $n = 100$ фотонов в секунду? Диаметр зрачка считать равным $d = 0{,}4$ см.

18.2. Давление света

18.2.1. Фотон с энергией $E = 4$ эВ падает нормально на поверхность плоского зеркала и отражается им. Найдите изменение импульса фотона и импульс, получаемый зеркалом.

18.2.2. Фотон с длиной волны $\lambda = 300$ нм падает под углом $\alpha = 30°$ на зеркало и отражается от него. Определите импульс, который фотон передаст зеркалу.

18.2.3. Луч лазера мощностью $P = 50$ Вт падает нормально на зеркальную поверхность. Определите силу давления луча на поверхность.

18.2.4. Лазер непрерывного действия создает монохроматическое излучение. Мощность лазера $P = 2$ Вт. Определите давление света на пластинку площадью $S = 1$ см^2, расположенную перпендикулярно лучу, если поверхность пластинки полностью поглощает излучение.

18.2.5. Параллельный пучок квантов с частотой $\nu = 10^{14}$ с$^{-1}$ падает под углом $\alpha = 30°$ на поверхность стенки. Определите давление света на стенку, если через единицу поперечного сечения пучка за секунду проходит $N_0 = 10^{15}$ квантов и стенка полностью поглощает излучение.

18.2.6. Параллельный пучок света с интенсивностью $J = 0{,}2$ Вт/см^2 падает под углом $\alpha = 60°$ на плоское зеркало с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}9$. Определите давление света на поверхность зеркала.

18.2.7. Монохроматический пучок света с длиной волны $\lambda = 660$ нм падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}8$. Определите количество фотонов, ежесекундно поглощаемых $S = 1$ см^2 поверхности, если давление света на поверхность $p = 1$ мкПа.

18.2.8. Луч лазера мощностью $P = 90$ Вт падает нормально на пластинку, которая отражает $k = 60\%$ и пропускает $n = 20\%$ энергии излучения. Остальная энергия поглощается пластинкой. Определите давление луча лазера на эту пластинку.

18.2.9. Определите давление света на стенки электрической лампы мощностью $P = 60$ Вт. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом $R = 5$ см, стенки которого отражают $k = 9\%$ падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность лампы идет на излучение.

18.2.10. Импульс света с энергией $E = 10$ Дж в виде узкого параллельного монохроматического пучка фотонов падает на пластинку под углом $\alpha = 60°$. При этом $k = 30\%$ фотонов поглощаются пластиной, а остальные отражаются. С какой силой импульс света действует на пластинку, если длительность его воздействия $\Delta t = 5 \cdot 10^{-12}$ с?

18.2.11. Давление света от точечного источника света на зеркальную площадку радиусом r, расположенную на расстоянии $R = 2$ м от него и под углом $\alpha = 30°$ к лучам, равно $p = 5 \cdot 10^{-7}$ Па. Определите мощность источника.

18.2.12. Рентгеновская трубка излучает монохроматический пучок параллельных лучей с длиной волны $\lambda = 10^{-10}$ м. Концентрация фотонов в пучке $n = 10^9$ м$^{-3}$. Угол падения лучей на площадку $\alpha = 30°$, при этом $\rho = 20\%$ фотонов отражается, а остальная часть поглощается. Найдите давление излучения на площадку.

18.2.13. Спутник в форме шара движется вокруг Земли на такой высоте, что поглощением солнечного света атмосферой можно пренебречь. Диаметр спутника $d = 40$ м. Оцените силу давления солнечного света на спутник, если солнечная постоянная $C = 1{,}4$ кДж/(м$^2 \cdot$ с). (Это энергия, излучаемая с 1 м^2 поверхности Солнца в 1 с.) Считать, что поверхность спутника полностью отражает свет.

18.2.14. На небольшое тело массой $m = 15$ мг, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити длиной $l = 40$ см, падает короткий импульс света с энергией $E = 90$ Дж. Найдите угол, который составит нить с вертикалью, если свет распространяется горизонтально, а тело поглощает все излучение, падающее на его поверхность.

18.2.15. В научной фантастике описываются космические яхты с солнечным парусом, движущиеся под действием давления солнечных лучей. Через какое время яхта массой 1 т приобрела бы скорость 50 м/с, если площадь паруса 1000 м^2, а среднее давление солнечных лучей 10 мкПа? Какой путь прошла бы яхта за это время? Начальную скорость яхты относительно Солнца считать равной нулю.

18.3. Фотоэффект

18.3.1. При какой минимальной энергии квантов произойдет фотоэффект на цинковой пластине?

18.3.2. В работе А. Г. Столетова «Актинно-электрические исследования» (1888 г.) впервые были установлены законы фотоэффекта. Один из результатов его опыта был сформулирован так: «Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости с длиной волны не менее 295 нм». Найдите работу выхода $A_{вых}$ электрона из металла, с которым работал Столетов.

18.3.3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_0 = 295$ нм. Чему равна масса фотона, вызывающего фотоэффект в этом металле?

18.3.4. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если пластинку из цинка освещать светом с длиной волны: а) $\lambda = 10 \cdot 10^{-7}$ м; б) $\lambda = 3{,}32 \cdot 10^{-7}$ м; в) $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м?

18.3.5. Светом какой частоты требуется облучить поверхность вольфрамовой пластинки, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $v = 3000$ км/с?

18.3.6. Какую максимальную кинетическую энергию имеют электроны, вырванные из оксида бария, при облучении светом с частотой 1 ПГц?

18.3.7. Фотон с длиной волны $\lambda = 0{,}2$ мкм вырывает с поверхности натрия фотоэлектроны с кинетической энергией $E = 2$ эВ. Определите работу выхода электрона из натрия и красную границу фотоэффекта.

18.3.8. Найдите красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм максимальная скорость фотоэлектронов $v = 6{,}5 \cdot 10^5$ м/с.

18.3.9. Фотоны света, которыми облучается поверхность палладия, имеют импульс $p = 5{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с. Найдите максимальную скорость фотоэлектронов. Работа выхода для палладия $A = 5$ эВ.

18.3.10. Фотон с импульсом $p = 2{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с выбивает электрон из металла, работа выхода которого равна $A = 2$ эВ. Во сколько раз импульс вылетевшего электрона больше импульса фотона?

18.3.11. Насколько изменится максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, если освещение фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda_1 = 330$ нм заменить освещением светом с длиной волны $\lambda_2 = 165$ нм?

18.3.12. Если поочередно освещать поверхность металла излучением с длинами волн $\lambda_1 = 150$ нм и $\lambda_2 = 500$ нм, то максимальные скорости фотоэлектронов будут отличаться в $n = 3$ раза. Определите работу выхода электрона из этого металла.

18.3.13. Для некоторого металла красная граница фотоэффекта в $k = 1{,}3$ раза больше длины волны падающего излучения. Определите работу выхода электрона из данного металла, если максимальная скорость фотоэлектронов $v = 4 \cdot 10^5$ м/с.

• **18.3.14.** При фотоэффекте с платиновой поверхности электрода падающие электроны полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 0{,}8$ В. Найдите длину волны λ падающего излучения и предельную длину волны λ_0, при которой еще возможен фотоэффект.

18.3.15. Калиевый фотоэлемент сначала освещают светом с длиной волны $\lambda_1 = 124$ нм, а затем — светом с длиной волны $\lambda_2 =$

$= 414$ нм. Чему равно отношение задерживающих разностей потенциалов в этих двух случаях?

18.3.16. Катод фотоэлемента освещают монохроматическим светом с длиной волны λ. При отрицательном потенциале на аноде $\varphi_1 = 1{,}6$ В ток в цепи прекращается. При изменении длины волны света в полтора раза для прекращения тока потребовалось подать на анод отрицательный потенциал $\varphi_2 = 3$ В. Определите работу выхода электрона из материала катода.

18.3.17. При длине волны $\lambda = 600$ нм фототок в вакуумном фотоэлементе прекращается, если между катодом и анодом подать задерживающую разность потенциалов $U_з$. При увеличении длины волны на $\eta = 25\%$ задерживающая разность потенциалов уменьшается на $\Delta U = 0{,}41$ В. По этим данным определите постоянную Планка.

• **18.3.18.** Найдите постоянную Планка h, если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $\nu_1 = 2{,}2 \times 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6{,}6$ В, а вырываемые светом с частотой $\nu_2 = 4{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц — разностью потенциалов $U_2 = 16{,}5$ В.

18.3.19. При исследовании фотоэффекта обнаружили, что фототок прекращается, если на пути света поставить стекло, пропускающее лучи с длиной волны $\lambda_1 \geqslant 500$ нм, или при освещении светом с длиной волны $\lambda_2 < \lambda_1$ создать задерживающую разность потенциалов $U_2 = 2$ В. По этим данным определите длину волны λ_2 и соответствующую ей скорость фотоэлектронов.

18.3.20. Сила тока насыщения, протекающего через вакуумный фотоэлемент при его освещении, $I_н = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ А. Определите число электронов, испускаемых катодом фотоэлемента в одну секунду, и полный заряд, проходящий через фотоэлемент за одну минуту.

18.3.21. На катод фотоэлемента падает световой поток мощностью $P = 30$ мВт. На каждые $n = 12$ квантов света, упавших на катод, в среднем приходится один выбитый фотоэлектрон. Определите силу тока насыщения фотоэлемента. Частота падающего света $\nu = 2 \cdot 10^{15}$ Гц.

18.3.22. При освещении фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda = 180$ нм получили вольт-амперную характеристику, представленную на рисунке 18.3.1. Пользуясь данной вольт-амперной характеристикой, определите: а) работу выхода электрона из фотокатода; б) число электронов, выбиваемых из фотокатода в единицу времени.

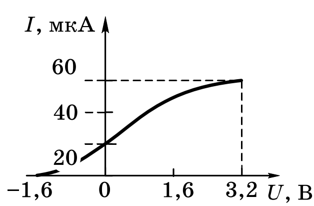


Рис. 18.3.1

18.3.23. Если освещать медный шарик радиусом $r = 0{,}5$ см светом с длиной волны, вдвое меньшей красной границы фотоэффекта, то шар заряжается. Какой заряд приобретает шар?

18.3.24. Уединенный железный шарик облучают светом с длиной волны $\lambda = 200$ нм. До какого максимального потенциала зарядится шарик, теряя фотоэлектроны? Работа выхода электрона из железа $A = 4{,}36$ эВ.

18.3.25. Уединенную металлическую сферу радиусом $R = 1$ см облучают светом, и она испускает фотоэлектроны. Сколько электронов она может испустить, если фотоэффект прекращается при возникновении вблизи поверхности сферы электрического поля напряженностью $E = 40$ В/м? Полем фотоэлектронов пренебречь.

18.3.26. Вакуумный фотоэлемент (рис. 18.3.2) является источником тока. Чему равна ЭДС этого источника (т. е. разность потенциалов на клеммах разомкнутого источника), если на фотоэлемент падает свет с частотой ν? Работа выхода электрона из материала катода равна A.

18.3.27. При освещении вакуумного фотоэлемента (отключенного от электрической цепи) желтым светом длиной волны $\lambda_1 = 600$ нм он заряжается до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 1{,}2$ В. До какой разности потенциалов зарядится этот фотоэлемент при освещении его фиолетовым светом с длиной волны $\lambda_2 = 400$ нм?

18.3.28. В фотоэлементе (рис. 18.3.3) катод, изготовленный из материала с работой выхода $A = 6 \cdot 10^{-19}$ Дж, облучают светом с длиной волны $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м. Чтобы избавиться от объемного заряда, между сеткой С и катодом создана ускоряющая разность потенциалов $\Delta\varphi_1 = 2$ В. Чему должна быть равна разность потенциалов между сеткой С и анодом, чтобы фототок прекратился?

• **18.3.29.** Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода (вольфрамового шарика) и анода (внутренней поверхности посеребренной изнутри колбы). Контактная разность потенциалов между электродами $U_0 = 0{,}6$ В ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещают светом с длиной волны $\lambda = 230$ нм. Какую задерживающую разность потенциалов U надо приложить между электродами, чтобы фототок прекратился? Какая скорость v будет

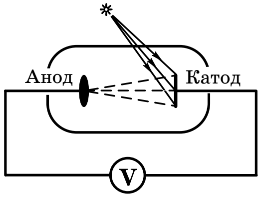


Рис. 18.3.2

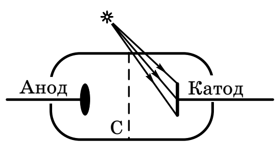


Рис. 18.3.3

у электронов, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом разности потенциалов?

18.3.30. Фотоны с энергией $E = 4{,}9$ эВ выбивают электроны из металла, работа выхода электрона из которого $A = 4{,}5$ эВ. Определите максимальный импульс, передаваемый поверхности металла каждым вылетевшим электроном.

18.3.31. Плоскую алюминиевую пластинку освещают ультрафиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 83$ нм. На какое максимальное расстояние от поверхности пластинки может удалиться фотоэлектрон, если вне пластинки создано перпендикулярное ей задерживающее однородное электрическое поле напряженностью $E = 7{,}5$ В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия $\lambda_0 = 332$ нм.

18.3.32. Плоскую серебряную пластинку освещают светом с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Выбиваемые светом фотоэлектроны попадают в однородное тормозящее электрическое поле, линии напряженности которого перпендикулярны поверхности пластинки. На расстоянии $l = 1$ мм от поверхности пластинки максимальный импульс выбитых электронов, вылетающих перпендикулярно поверхности пластинки, $p_{\max} = 5 \cdot 10^{-25}$ кг · м/с. Найдите напряженность тормозящего поля, если работа выхода электрона из серебра $A = 4{,}74$ эВ.

18.3.33. Плоскую пластинку из калия освещают светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм. Вблизи поверхности пластинки создано однородное электрическое поле напряженностью $E = 50$ В/м. Поле перпендикулярно пластине и направлено к ней. Спустя какое время после вылета из пластинки фотоэлектрон потеряет треть своей начальной скорости? Считать, что электрон вылетает с максимальной скоростью перпендикулярно поверхности пластинки. Красная граница фотоэффекта для калия $\lambda_0 = 577$ нм.

18.3.34. Незаряженный плоский конденсатор с пластинами площадью $S = 6 \cdot 10^{-4}$ м^2 каждая и расстоянием между ними $d = 10$ мм помещен в вакуум. Внутреннюю поверхность одной из пластин равномерно освещают светом с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Вылетающие фотоэлектроны попадают на другую пластину. Оцените, через какое время после начала освещения фототок между пластинами прекратится, если в среднем за время $t = 1$ с вылетает $n = 10^5$ электронов. Работа выхода электрона из вещества пластины $A = 3$ эВ.

18.4. Эффект Комптона

18.4.1. Насколько изменяется длина волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии под углом 60°? (Длина волны Комптона $\lambda_К = 2{,}4263 \cdot 10^{-12}$ м.)

18.4.2. При облучении графита рентгеновскими лучами длина волны излучения, рассеянного под углом 45°, оказалась равной $\lambda' = 10{,}7$ пм. Чему равна длина волны падающих лучей?

18.4.3. Длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния увеличилась на $\Delta\lambda = 3{,}62$ пм. Найдите угол рассеяния.

18.4.4. Длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния увеличилась с $\lambda_1 = 2$ нм до $\lambda_2 = 2{,}4$ пм. Найдите энергию электронов отдачи.

18.4.5. Рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 5$ пм рассеиваются под углом $\theta_1 = 30°$, а электроны отдачи движутся под углом $\theta_2 = 60°$ к направлению падающих лучей. Найдите: а) импульс электронов отдачи; б) импульс фотонов рассеянных лучей.

• **18.4.6.** Фотон с энергией $E = 0{,}75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60°$. Принимая, что до соударения с фотоном скорость электрона была мала, определите: а) энергию рассеянного фотона; б) кинетическую энергию электрона после соударения с фотоном; в) направление движения электрона.

Часть 5

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Глава 19. АТОМНАЯ ФИЗИКА

19.1. Строение атома

19.1.1. Сколько электронов входит в состав атома: кислорода, калия, свинца, актиния?

19.1.2. Радиус первой орбиты электрона в атоме водорода $r_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см, а радиус ядра $r_2 = 5 \cdot 10^{-14}$ см. Во сколько раз радиус атома больше радиуса ядра? Если ядро увеличить до размеров вишни ($r_3 = 1$ см), то каким станет радиус ядра?

19.1.3. Какой процент от массы нейтрального атома радия составляет масса его электронной оболочки?

19.1.4. На какое наименьшее расстояние α-частица, скорость которой $v = 1{,}6 \cdot 10^6$ м/с, может приблизиться к неподвижному ядру цезия, двигаясь по прямой, проходящей через центр ядра?

19.1.5. Вычислите согласно модели Томсона радиус атома водорода, если энергия ионизации атома $E = 13{,}6$ эВ.

• **19.1.6.** Рассчитайте постоянную Ридберга, пользуясь теорией Бора.

19.2. Строение атома водорода согласно теории Бора

• **19.2.1.** Найдите радиусы r_n трех первых боровских электронных орбит в атоме водорода и скорости v_n электрона на них.

19.2.2. На какое расстояние смещается в радиальном направлении электрон, переходя со второй на пятую боровскую орбиту атома водорода?

19.2.3. С какой силой притягивается к ядру атома водорода электрон, находящийся на n-й боровской орбите? Во сколько раз эта сила больше при нахождении электрона на первой орбите, чем на второй?

19.2.4. Найдите напряженность электрического поля ядра атома водорода на n-й боровской орбите. Во сколько раз отличаются напряженности на первой и третьей боровских орбитах атома водорода?

19.2.5. Определите импульс электрона на n-й орбите атома водорода. Во сколько раз и как изменится импульс электрона, если он перейдет со второй орбиты на третью?

19.2.6. Определите частоту обращения электрона в атоме водорода на n-й боровской орбите. Во сколько раз изменится частота обращения электрона при его переходе с первой орбиты на третью?

19.2.7. Рассчитайте согласно теории Бора для любого состояния атома водорода центростремительное ускорение электрона в атоме. Найдите это ускорение электрона на второй боровской орбите.

19.2.8. Определите силу тока, обусловленного движением электрона по второй боровской орбите.

19.2.9. Рассчитайте согласно теории Бора для любого состояния атома водорода потенциальную энергию электрона в атоме. На какой орбите потенциальная энергия электрона в атоме будет минимальной? Чему она равна?

19.2.10. Рассчитайте согласно теории Бора для любого состояния атома водорода кинетическую энергию электрона в атоме. Найдите кинетическую энергию электрона на второй боровской орбите.

19.2.11. Сравните кинетическую энергию электрона в атоме на n-й орбите с модулем потенциальной энергии электрона на той же орбите.

19.2.12. Рассчитайте согласно теории Бора для любого состояния атома водорода полную энергию электрона в атоме. На какой орбите полная энергия электрона в атоме минимальна? Чему она равна?

19.2.13. Сравните кинетическую энергию электрона в атоме водорода на n-й орбите с полной энергией электрона на этой же орбите.

19.2.14. Насколько изменится потенциальная энергия электрона, переходящего в атоме водорода с первой на четвертую боровскую орбиту? Во сколько раз изменится его кинетическая энергия при обратном переходе на первую орбиту?

19.3. Водородоподобные атомы

19.3.1. Найдите радиус n-й боровской орбиты электрона и его скорость на ней для двукратно ионизированного атома лития Li^{2+}.

19.3.2. Определите круговую частоту обращения электрона на n-й орбите водородоподобного иона. Вычислите данную величину для иона лития Li^{2+} при $n = 2$.

19.3.3. Электрон вращается вокруг ядра с зарядом $+Ze$ по круговой орбите. Используя второй закон Ньютона и правило квантования Бора, найдите потенциальную энергию электрона как функцию квантового числа n.

19.3.4. Определите кинетическую энергию электрона на n-й орбите водородоподобного иона. Вычислите данную величину для иона гелия при $n = 2$.

19.3.5. Электрон движется по круговой орбите вокруг ядра с зарядом $+Ze$. Используя второй закон Ньютона и правило квантования Бора, найдите энергию электрона как функцию квантового числа n. Вычислите ее для иона гелия при $n = 3$.

• **19.3.6.** Если в атоме водорода заменить электрон отрицательным μ-мезоном, то образуется система, которую называют мезоатомом. Пользуясь теорией Бора, определите скорость и радиус орбиты μ-мезона в мезоатоме, находящемся в основном состоянии. Масса μ-мезона $m = 1{,}88 \cdot 10^{-28}$ кг, а его заряд равен заряду электрона.

19.3.7. Частица массой m движется по круговой орбите в центрально-симметричном поле, где сила, действующая на частицу, зависит от расстояния до центра поля как $F = -Ar$, где A — постоянная. Используя второй закон Ньютона и правило квантования Бора, найдите: а) возможные радиусы орбит движения частицы; б) линейную скорость движения частицы по данной орбите; в) возможные значения полной энергии частицы в данном поле.

19.4. Спектр атома

19.4.1. В результате поглощения кванта света электрон в атоме водорода перешел с первой боровской орбиты на третью. Определите длину волны, соответствующей этому кванту.

19.4.2. Атом водорода переходит с первого энергетического уровня на четвертый. Сколько линий можно обнаружить в спектре испускания этого атома? Определите длины волн этих линий.

19.4.3. Найдите наибольшую длину волны в ультрафиолетовом спектре водорода.

19.4.4. Определите частоту фотона, соответствующего видимому участку спектра, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с пятой боровской орбиты.

19.4.5. Атом водорода излучил квант света в видимом диапазоне с длиной волны $\lambda = 485$ нм. Во сколько раз при этом изменился радиус орбиты электрона?

19.4.6. В атоме водорода электрон перешел с некоторой боровской орбиты на первую, причем радиус орбиты изменился в $n = 4$ раза. Чему равна частота света, излучаемого при таком переходе?

19.4.7. Найдите длину волны фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

19.4.8. Найдите длину волны, которую испускает ион лития Li^{2+} при переходе с четвертого энергетического уровня на второй.

19.4.9. Частота излучения одной из линий серии Больцмана $\nu = 6{,}17 \cdot 10^{14}$ Гц. Найдите значения ближайших двух частот этой серии.

19.5. Энергия, излучаемая (поглощаемая) атомом

19.5.1. Сколько квантов с различной энергией может испустить атом водорода, если электрон находится на четвертой орбите?

19.5.2. При переходе электрона в атоме водорода с одной орбиты на другую атом испустил фотон с энергией $E = 6{,}79$ эВ. 1. Насколько изменилась энергия атома? 2. Насколько изменились кинетическая, потенциальная и полная энергии электрона в атоме?

19.5.3. При переходе атома водорода из четвертого энергетического состояния во второе излучаются фотоны с энергией $E = 2{,}55$ эВ (зеленая линия водородного спектра). Определите длину волны этой линии спектра. На сколько при этом изменится энергия атома?

19.5.4. Для ионизации атома азота необходима энергия $E = 14{,}53$ эВ. Найдите длину волны излучения, которое вызовет ионизацию.

19.5.5. Для однократной ионизации атомов неона требуется энергия $E_1 = 21{,}6$ эВ, для двукратной — $E_2 = 41$ эВ, для трехкратной — $E_3 = 64$ эВ. Какую степень ионизации можно получить, облучая неон рентгеновскими лучами, наименьшая длина волны которых $\lambda = 25$ нм?

19.5.6. Найдите энергию и потенциал ионизации атома водорода.

19.5.7. Вычислите энергию, необходимую для возбуждения атома водорода, и потенциал первого возбуждения атома водорода.

19.5.8. Определите энергию фотона, соответствующего первой линии серии Бальмера спектра излучения атома водорода.

19.5.9. Вычислите массу и импульс фотона наименьшей энергии, излучаемого атомом водорода в видимой области спектра.

• **19.5.10.** Найдите потенциал ионизации U_i: а) однократно ионизированного гелия; б) двукратно ионизированного лития.

19.5.11. Электрон с энергией $E = 12{,}8$ эВ при соударении с атомом водорода, находящимся в основном состоянии, возбуждает его в некоторое состояние, передавая ему всю свою энергию. На какой энергетический уровень перейдет атом? Какие линии спектра атома водорода (какой длины волны) могут излучаться при переходе атома из этого возбужденного состояния на второй энергетический уровень?

19.5.12. В каких пределах должна лежать энергия фотонов, облучающих водород, чтобы при возбуждении атомов водорода спектр излучения водорода имел только одну спектральную линию?

19.5.13. Чему должна быть равна минимальная энергия фотона, облучающего водород, находящийся в основном состоянии, чтобы при обратном переходе электрона в возбужденном атоме на второй энергетический уровень можно было наблюдать шесть линий спектра?

19.5.14. Электроны, ускоренные разностью потенциалов $U =$ $= 12{,}3$ В, проходят через атомарный невозбужденный водород. Определите длины волн испускаемого излучения, возникающего при переходе атомов из возбужденного состояния в основное.

19.5.15. Атомарный водород облучают параллельным пучком монохроматического света от источника мощностью $N = 1$ Вт. Через единицу площади поперечного сечения пучка за время $t = 1$ с проходит $n = 3{,}8 \cdot 10^{23}$ фотонов. Площадь поперечного сечения пучка $S = 10^{-6}$ м^2. На излучение затрачивается $\eta = 80\%$ мощности источника. Считая, что атомы водорода находятся в основном состоянии, определите максимально возможный номер боровской орбиты, на которую смогут перейти возбужденные электроны в этих атомах.

19.6. Атом и законы сохранения

19.6.1. Атом водорода, находящийся в основном состоянии, поглощает фотон, вследствие чего электрон вылетает из атома со скоростью $v = 4 \cdot 10^6$ м/с. Чему равна частота фотона?

19.6.2. Покоящийся атом водорода в основном состоянии поглотил фотон и перешел в состояние с $n = 3$. Найдите частоту поглощенного фотона и скорость атома.

19.6.3. Фотон с длиной волны $\lambda = 780\,\mathring{A}$ выбивает электрон из атома водорода. Вдали от атома электрон влетает в однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м. Скорость электрона направлена вдоль силовых линий поля. На какое максимальное расстояние от границы поля может удалиться электрон?

19.6.4. Атом водорода испускает квант света с максимальной энергией. Может ли этот квант света вызвать фотоэффект в цезии? Ответ обоснуйте.

19.6.5. Атом водорода испустил фотон при переходе электрона с третьей орбиты на вторую. Испущенный фотон попал на пластинку, покрытую оксидом бария, и выбил из нее фотоэлектрон. Найдите максимальную кинетическую энергию фотоэлектрона.

19.6.6. Протон, летящий горизонтально со скоростью $v_0 =$ $= 4{,}6 \cdot 10^4$ м/с, сталкивается с неподвижным свободным ионом гелия He^+. После удара протон отскакивает в сторону, противоположную первоначальному движению, со скоростью $v = v_0$, а ион переходит в возбужденное состояние. Вычислите длину волны света, который излучает ион гелия, возвращаясь в невозбужденное состояние. Масса протона $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, масса иона гелия $M = 4m$.

• **19.6.7.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $d = 5$ мкм. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая с помощью этой решетки в спектре пятого порядка под углом $\varphi = 41°$?

Глава 20. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

20.1. Строение ядра

20.1.1. Определите количества нуклонов, протонов и нейтронов, входящих в состав следующих ядер: ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$, ${}^{17}_{8}\mathrm{O}$, ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$.

20.1.2. Ядра каких элементов получатся, если в ядрах ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$, ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$, ${}^{13}_{7}\mathrm{N}$ протоны заменить нейтронами, а нейтроны протонами?

20.1.3. Сколько протонов и нейтронов содержится в кусочке золота массой $m = 1$ мг?

20.1.4. Сколько протонов, нейтронов и электронов содержится в сосуде объемом $V = 1$ л, заполненном кислородом при температуре $t = 27$ °C и давлении $p = 1$ атм?

20.1.5. Полагая, что атомные ядра имеют форму сферы, радиус которой определяется формулой $r = r_0\sqrt[3]{A}$, где $r_0 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м, A — массовое число, найдите радиус ядра атома алюминия.

20.1.6. Во сколько раз радиус атома брома ${}^{79}_{35}\mathrm{Br}$ больше радиуса его ядра?

20.1.7. Покажите, что средняя плотность ядерного вещества одинакова для всех ядер, и найдите ее.

20.1.8. Каким был бы радиус Земли, если при той же массе ее плотность была равна средней плотности ядерного вещества $\rho = 1{,}5 \cdot 10^{17}$ кг/м^3?

20.1.9. Какой объем был бы у кубика массой $m = 1000$ т, если бы его плотность была равна средней плотности ядерного вещества $\rho = 1{,}5 \cdot 10^{17}$ кг/м^3? Какое давление оказывал бы такой кубик на поверхность?

20.2. Дефект массы. Энергия связи

20.2.1. Докажите эквивалентность формул для вычисления дефекта массы:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я \text{ и } \Delta m = ZM_{{}^{1}_{1}\mathrm{H}} + (A - Z)m_n - M_а,$$

где $m_я$ — масса ядра, $M_а$ — масса атома.

20.2.2. Найдите дефект массы в атомных единицах массы и килограммах для ядра лития ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$.

20.2.3. Найдите дефект массы и энергию связи для ядра дейтерия $^{2}_{1}\mathrm{H}$.

20.2.4. Вычислите энергию, необходимую для разделения α-частицы на протоны и нейтроны. Масса α-частицы $m_\alpha = 6{,}644 \cdot 10^{-27}$ кг.

20.2.5. Определите энергию, которая может выделиться при образовании из протонов и нейтронов гелия $^{4}_{2}\mathrm{He}$ массой $m = 1$ г.

20.2.6. Энергия связи ядра, состоящего из двух протонов и одного нейтрона, $E = 7{,}72$ МэВ. Определите массу нейтрального атома, имеющего это ядро.

• **20.2.7.** Найдите энергию связи ядер трития $^{3}_{1}\mathrm{H}$ и гелия $^{4}_{2}\mathrm{He}$. Какое из этих ядер более устойчиво?

20.2.8. Энергия связи ядра кислорода $^{18}_{8}\mathrm{O}$ равна $E_1 = 139{,}8$ МэВ, ядра фтора $^{19}_{9}\mathrm{F}$ — $E_2 = 147{,}8$ МэВ. Определите минимальную энергию, необходимую для отрыва одного протона от ядра фтора.

20.2.9. Какую наименьшую энергию нужно затратить, чтобы «оторвать» один нейтрон от ядра азота $^{14}_{7}\mathrm{N}$?

20.2.10. Какую наименьшую энергию нужно затратить, чтобы разделить ядро гелия $^{4}_{2}\mathrm{He}$ на две одинаковые части?

20.2.11. Найдите энергию, необходимую для разделения ядра атома кислорода $^{16}_{8}\mathrm{O}$ на α-частицу и ядро углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$, если известно, что энергия связи ядра кислорода $E_1 = 127{,}62$ МэВ, ядра углерода $E_2 = 92{,}16$ МэВ, α-частицы $E_3 = 28{,}30$ МэВ.

20.2.12. Найдите энергию связи ε, приходящуюся на один нуклон в ядрах: а) $^{7}_{3}\mathrm{Li}$; б) $^{14}_{7}\mathrm{N}$; в) $^{27}_{13}\mathrm{Al}$; г) $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$; д) $^{63}_{29}\mathrm{Cu}$; е) $^{113}_{48}\mathrm{Cd}$; ж) $^{200}_{80}\mathrm{Hg}$; з) $^{238}_{92}\mathrm{U}$. Постройте зависимость $\varepsilon = f(A)$, где A — массовое число.

20.2.13. Энергия связи атомного ядра, состоящего из трех протонов и двух нейтронов, $E_{\text{св}} = 26{,}3$ МэВ. Определите удельную энергию связи и массу ядра.

20.3. Превращение ядер при радиоактивном распаде (правила смещения)

20.3.1. Ядро изотопа кобальта $^{60}_{27}\mathrm{Co}$ выбросило отрицательно заряженную β-частицу. В какое ядро превратилось ядро кобальта? Напишите ядерную реакцию.

20.3.2. В какое ядро превратилось ядро изотопа фосфора $^{30}_{15}\mathrm{P}$, выбросив положительно заряженную β-частицу?

20.3.3. При радиоактивном распаде из ядра $^{238}_{92}\mathrm{U}$ испускается α-частица. Напишите формулу ядерной реакции. В ядро какого элемента превращается в процессе распада ядро атома урана?

20.3.4. Допишите недостающие символы в реакции β-распада $^{64}_{29}\mathrm{Cu} \to {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}_{-1}e + \tilde{\nu}$.

20.3.5. Какой изотоп образуется из тория $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ после четырех α-распадов и двух электронных β-распадов?

• **20.3.6.** Какой изотоп образуется из лития $^{8}_{3}\mathrm{Li}$ после одного электронного β-распада и одного α-распада?

20.3.7. Сколько α- и β-частиц выбрасывается при превращении ядра урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$ в ядро висмута $^{211}_{83}\mathrm{Bi}$?

20.3.8. Какой изотоп тория Th является родоначальником радиоактивного ряда (цепочки последовательных α- и электронных β-распадов, в результате которых из начальных радиоактивных изотопов получаются стабильные ядра), если в результате шести α-распадов и четырех электронных β-распадов из него образуется стабильный изотоп свинца $^{208}_{82}\mathrm{Pb}$?

20.3.9. Покоившееся ядро радона $^{220}_{86}\mathrm{Rn}$ выбросило α-частицу со скоростью $v_1 = 16$ Мм/с. В какое ядро превратилось ядро радона? Какую скорость оно приобрело в результате отдачи?

20.4. Закон радиоактивного распада

20.4.1. Сколько атомов полония распадется за время $\Delta t = 1$ сут? В начальный момент времени число атомов полония $N_0 = 10^6$.

20.4.2. Сколько атомов радона распадется за время $\Delta t = 1$ сут? Начальное число атомов радона $N_0 = 10^6$.

20.4.3. Некоторый радиоактивный изотоп имеет период полураспада T. Какая часть ядер распалась за время $t = 3T$?

20.4.4. Определите период полураспада изотопа, если известно, что за время $t = 100$ ч после начала распада осталось $k = \frac{2}{3}$ первоначального количества вещества.

20.4.5. За один год начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в 3 раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

20.4.6. При распаде полоний $^{210}_{84}Po$ превращается в стабильный свинец $^{207}_{82}Pb$. Какая масса свинца образуется в $m = 1$ мг полония за время $t = 70$ сут в результате распада?

20.4.7. Радиоактивный натрий $^{24}_{11}Na$ распадается, испуская β-частицу. Вычислите количество атомов, распавшихся в $m = 1$ мг данного радиоактивного элемента за время $\Delta t = 1{,}4$ ч. Чему равен суммарный заряд испущенных при этом распаде β-частиц?

• **20.4.8.** Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найдите возраст t урановой руды, если известно, что на массу $m_{ур} = 1$ кг урана $^{238}_{92}U$ в этой руде приходится масса $m_{св} = 320$ г свинца $^{206}_{82}Pb$.

• **20.4.9.** В ампулу помещен радий массой $m_1 = 2$ г. Какая масса радона накопится в этой ампуле по истечении времени $t = \frac{T_1}{2}$, где T_1 — период полураспада радона.

20.4.10. В результате распада полония массой $m = 2$ г в течение времени $t = 1$ год образовался гелий, который при нормальных условиях занимает объем $V = 86$ см^3. Исходя из этих данных, найдите постоянную Авогадро.

20.4.11. Найдите постоянную распада для: а) радона ^{222}Rn; б) углерода ^{14}C.

20.4.12. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ с$^{-1}$. В течение какого времени распадется $\eta = 75\%$ первоначальной массы атомов?

20.4.13. Найдите среднее время жизни: а) натрия ^{24}Na; б) тория ^{232}Th.

• **20.4.14.** Сколько процентов от начального количества радиоактивного химического элемента распадется в течение времени, равного среднему времени жизни этого элемента?

• **20.4.15.** Активность изотопа углерода $^{14}_{6}C$ в древних деревянных предметах составляет 4/5 активности этого изотопа в свежесрубленных деревьях. Определите возраст древних предметов.

20.5. Ядерные реакции

20.5.1. Ядерные реакции под действием α-частиц были первыми реакциями, подтвердившими возможность превращения одних химических элементов в другие. Исторически первой ядерной реакцией была реакция превращения азота в кислород: ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow$ $\rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{A}_{Z}X$. Какая частица получилась в результате реакции?

20.5.2. Впервые нейтрон был получен в реакции превращения бериллия в углерод: ${}^{9}_{4}Be + {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$. Какая частица использовалась в реакции?

20.5.3. При бомбардировке α-частицами (${}^{4}_{2}He$) ядер алюминия (${}^{27}_{13}Al$) образуются новое ядро и нейтрон (${}^{1}_{0}n$). Запишите ядерную реакцию и определите зарядовое и массовое числа образовавшегося ядра.

20.5.4. Если плутоний Pu бомбардировать α-частицами, то получается новое ядро кюрия ${}^{242}_{96}Cm$ и какая-то частица. Запишите ядерную реакцию. Какая частица получается в результате реакции? Порядковый номер плутония в таблице Менделеева 94, его массовое число 239.

20.5.5. В результате захвата нейтрона ядром азота ${}^{14}_{7}N$ образуются неизвестный элемент и α-частица. Запишите реакцию и определите неизвестный элемент.

20.5.6. При захвате нейтрона ядром атома алюминия ${}^{27}_{13}Al$ образуется радиоактивный изотоп ${}^{24}_{11}Na$. Какая еще частица образуется при этом ядерном превращении?

20.5.7. При резонансном захвате нейтрона изотопом урана ${}^{238}_{92}U$ образуется радиоактивный изотоп урана ${}^{239}_{92}U$. Он испытывает β-распад и превращается в изотоп трансуранового элемента нептуния ${}^{239}_{93}Np$. Нептуний является β-радиоактивным и превращается в плутоний ${}^{232}_{94}Pu$, который играет важнейшую роль в получении ядерной энергии. Запишите описанные ядерные реакции.

20.5.8. Большинство ядерных реакций могут идти несколькими способами, получившими название «каналы реакции». Например, при облучении изотопа лития ${}^{7}_{3}Li$ протонами могут регистрироваться: а) два одинаковых ядра; б) ядро изотопа бериллия Be и нейтрон. Напишите реакции указанных «каналов реакции».

20.5.9. Напишите недостающие обозначения в следующих реакциях:

а) ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{1}_{0}n \to {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$; б) ${}^{56}_{25}\mathrm{Mn} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \to {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{1}_{0}n$;

в) ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to {}^{22}_{11}\mathrm{Na} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$; г) ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + \gamma \to {}^{26}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

20.5.10. Элемент резерфордий получили, облучая плутоний ${}^{242}_{94}\mathrm{Pu}$ ядрами неона ${}^{22}_{10}\mathrm{Ne}$. Напишите реакцию, если известно, что кроме него образуются еще четыре нейтрона.

20.6. Энергия ядерной реакции

• **20.6.1.** Определите энергию ядерной реакции ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

20.6.2. Определите тепловые эффекты следующих реакций:

а) ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}p \to {}^{7}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}n$; б) ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}n \to {}^{10}_{4}\mathrm{Be} + \gamma$;

в) ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\alpha \to {}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}n$; г) ${}^{16}_{8}\mathrm{O} + {}^{2}_{1}\mathrm{d} \to {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\alpha$.

20.6.3. Какую минимальную энергию должна иметь α-частица для осуществления ядерной реакции ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \to {}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}n$?

20.6.4. Найдите энергию γ-кванта, излученного при ядерной реакции ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + n \to {}^{3}_{1}\mathrm{H} + \gamma$.

20.6.5. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования атомов гелия ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ из дейтерия ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ и трития ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$. Напишите ядерную реакцию и определите ее энергетический выход.

20.6.6. Определите энергию ядерной реакции ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \to {}^{10}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$. Какая энергия выделится при полной реакции бериллия массой $m = 1$ г?

20.6.7. Термоядерная реакция ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}p$ идет с выделением энергии $E_1 = 18{,}4$ МэВ. Какая энергия выделится в реакции ${}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{1}_{1}p$, если дефект массы ядра ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ на $\Delta m = 0{,}006$ а.е.м. больше, чем у ядра ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$?

20.6.8. Используя определение энергии связи, покажите, что энергию, необходимую для разделения ядра C на ядра A и B, можно представить в виде: $E_{AB} = E_C - (E_A + E_B)$, где E_A, E_B, E_C — энергии связи соответствующих ядер. Определите энергию, необходимую для разделения ядра кислорода ^{16}O на α-частицу и ядро углерода ^{12}C. Энергии связи: $E_{^{16}O} = 127{,}62$ МэВ, $E_\alpha = 28{,}30$ МэВ, $E_{^{12}C} = 92{,}16$ МэВ.

20.6.9. При реакции $^6_3\mathrm{Li} + {}^2_1\mathrm{H} \to {}^7_3\mathrm{Li} + {}^1_1p$ выделяется энергия $Q = 5{,}028$ МэВ. Энергия связи ядра лития $E_1 = 39{,}2$ МэВ, дейтерия $E_2 = 1{,}72$ МэВ. Определите массу ядра лития.

20.6.10. При делении ядер с удельной энергией связи $\varepsilon = 8{,}5$ МэВ/нукл образуются два осколка — один с массовым числом $A_1 = 140$ и удельной энергией связи $\varepsilon_1 = 8{,}3$ МэВ/нукл, другой — с массовым числом $A_2 = 94$ и удельной энергией связи $\varepsilon_2 = 8{,}6$ МэВ. Оцените количество теплоты, которое выделится при делении массы $m = 1$ г исходных ядер. Считать $m_p = m_n = 1{,}6724 \cdot 10^{-27}$ кг.

20.6.11. Считая, что в одном акте деления ядра урана ^{235}U освобождается энергия $E_0 = 200$ МэВ, определите энергию, выделяющуюся при сгорании $m = 1$ кг урана, и массу каменного угля m_1, эквивалентную в тепловом отношении 1 кг урана.

20.6.12. При делении ядра урана ^{235}U выделяется энергия $Q = 200$ МэВ. Какую долю энергии покоя урана составляет выделившаяся энергия?

20.6.13. Определите массовый расход ядерного горючего ^{235}U в ядерном реакторе атомной электростанции. Тепловая мощность электростанции $P = 10$ МВт; ее КПД $\eta = 20\%$. Энергия, выделяющаяся при одном акте деления, $Q = 200$ МэВ.

20.6.14. Найдите мощность атомной станции, расходующей в сутки $m = 220$ г изотопа урана ^{235}U и имеющей КПД $\eta = 25\%$. Считать, что в одном акте деления ^{235}U выделяется энергия $Q = 200$ МэВ.

• **20.6.15.** Для плавления алюминия используется энергия, выделяющаяся при позитронном β-распаде изотопов углерода $^{11}_6C$, причем каждое ядро углерода испускает один позитрон. Продукты распада не радиоактивны. Сколько потребуется углерода $^{11}_6C$ для выполнения плавки $M = 100$ т алюминия за $t = 30$ мин, если начальная температура алюминия $\theta_0 = 20$ °C?

20.6.16. Натрий $^{24}_{11}\mathrm{Na}$ массой $m = 10$ г, испытывающий электронный β-распад, помещают в ампуле в цистерну, содержащую

$M = 1000$ т воды. Продукты распада не радиоактивны. Период полураспада натрия $T = \frac{2}{3}$ суток. На сколько градусов возрастет температура воды за первые сутки от начала распада натрия?

20.6.17. Полоний $^{210}_{84}Po$ распадается с испусканием α-частицы и образованием ядер свинца. Продукты распада не радиоактивны. Период полураспада полония $T = 140$ дней. Какую массу льда, взятого при температуре $\theta = 0$ °C, можно растопить, используя энергию, выделяющуюся при распаде $m = 10$ г полония за время $t = 35$ дней?

20.7. Ядерные реакции и законы сохранения

20.7.1. Покоившееся ядро полония $^{210}_{84}Po$ выбросило α-частицу с кинетической энергией $E_к = 5{,}3$ МэВ. Определите кинетическую энергию ядра отдачи и полную энергию, выделившуюся при α-распаде.

20.7.2. Возбужденное ядро атома массой m и энергией возбуждения ΔE переходит в основное состояние, излучая γ-квант. Определите частоту γ-кванта, если ядро: а) неподвижно; б) движется в результате отдачи при излучении.

20.7.3. Неподвижное ядро изотопа калия $^{40}_{19}K$ испускает γ-квант с энергией $E_\gamma = 9{,}4$ кэВ. Определите кинетическую энергию ядра после испускания γ-кванта.

20.7.4. При бомбардировке покоящегося литиевого ядра $^{7}_{3}Li$ протонами образуются два одинаковых ядра, разлетающихся симметрично по отношению к налетающим протонам. Запишите ядерную реакцию и определите отношение кинетической энергии падающих протонов к суммарной кинетической энергии продуктов реакции, если угол разлета осколков $\theta = 170°$. Масса протона $m_p = 1{,}00783$ а.е.м., масса образовавшегося ядра $m = 4{,}00388$ а.е.м. Скорости ядер и протонов много меньше скорости света.

20.7.5. Протоны, налетающие на неподвижную литиевую мишень $^{7}_{3}Li$, вырывают из нее нейтроны. Запишите ядерную реакцию. При какой кинетической энергии протона возникающий нейтрон может оказаться покоящимся? Скорости ядер и частиц много меньше скорости света.

20.7.6. Покоящееся ядро полония $^{210}_{84}Po$ испустило α-частицу. Ядро какого атома при этом образовалось? Какую долю полной энергии, освобождаемой в данном процессе, составляет кинетическая энергия образовавшегося ядра? Масса образовавшегося ядра $m = 206{,}087$ а.е.м. Скорости ядер и α-частицы много меньше скорости света.

• **20.7.7.** Найдите кинетическую энергию нейтрона, который образуется в результате ядерной реакции $^2_1\mathrm{H} + ^3_1\mathrm{H} \to ^4_2\mathrm{He} + ^1_0 n$. Кинетическую энергию дейтерия и трития не учитывать.

20.7.8. Пороговая (наименьшая) энергия нейтронов, необходимая для возбуждения реакции $^{11}_5\mathrm{B} + ^1_0 n \to ^4_2\mathrm{He} + ^8_3\mathrm{Li}$ на покоящихся ядрах бора, $E_{\text{п}} = 4$ МэВ. Какая энергия выделяется или поглощается в результате реакции? Учесть, что при пороговом значении кинетической энергии бомбардирующей частицы относительная скорость частиц, возникающих в реакции, равна нулю. Скорости ядер и частиц считать много меньше скорости света. Масса ядра бора $m_{^{11}_5\mathrm{B}} = 11{,}0211$ а.е.м.

20.7.9. Ядерная реакция $^{14}_7\mathrm{N} + ^4_2\mathrm{He} \to ^{17}_8\mathrm{O} + ^1_1 p$ может идти, если налетающие на неподвижные ядра азота α-частицы имеют энергию, превышающую пороговую энергию $E_{\text{п}} = 14{,}5$ МэВ. Определите минимальную энергию, поглощаемую в такой реакции.

• **20.7.10.** Реакцию синтеза дейтерия и трития

$$^2_1\mathrm{H} + ^3_1\mathrm{H} \to ^4_2\alpha + ^1_0 n$$

получают, направляя ускоренные до энергии $E_{\text{д}} = 2$ МэВ ионы дейтерия на практически неподвижные атомы трития (тритиевую мишень). Детектор регистрирует нейтроны, вылетающие перпендикулярно направлению потока дейтронов. Определите энергию $E_{\text{п}}$ регистрируемых нейтронов, если в реакции выделяется энергия $\Delta E = 17{,}6$ МэВ.

20.8. Поглощение радиоактивного излучения

20.8.1. Слой воды толщиной $h_0 = 14{,}7$ см снижает интенсивность γ-излучения в 2 раза. Какой толщины должен быть слой, чтобы уменьшить интенсивность излучения в $n = 4$ раза?

20.8.2. Слой воды толщиной $h_0 = 3$ см наполовину ослабляет нейтронное излучение. Во сколько раз ослабит нейтронное излучение слой воды толщиной $h = 12$ см?

20.8.3. Слой бетона толщиной $h_0 = 3{,}85$ см наполовину ослабляет γ-излучение. Какой толщины нужно взять слой бетона, чтобы уменьшить интенсивность излучения в $n = 32$ раза?

20.8.4. Интенсивность γ-излучения при прохождении через слой свинца толщиной $h = 4$ см уменьшилась в $n = 8$ раз. Найдите толщину слоя, ослабляющего излучение вдвое.

20.8.5. Предельно допустимая доза облучения для человека в год равна 50 мГр. Средняя поглощенная доза излучения сотрудником, работающим с рентгеновской установкой, равна 7 мкГр за один час. Сколько дней в году по 6 часов в день может работать сотрудник, не опасаясь за свое здоровье?

20.9. Элементарные частицы

20.9.1. Медленные электроны и позитроны, встречаясь друг с другом, аннигилируют, порождая два фотона: ${}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{+1}e \rightarrow 2\gamma$. Найдите импульс и энергию каждого фотона.

20.9.2. Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии $E = 0{,}24$ МэВ, превратились в два одинаковых фотона. Определите энергию фотона и соответствующую ему длину волны.

20.9.3. Фотон с энергией $E = 3$ МэВ в поле тяжелого ядра превратился в пару электрон–позитрон. Определите кинетическую энергию каждой частицы, считая, что энергии частиц одинаковы.

20.9.4. Свободный нейтрон радиоактивен. Выбрасывая протон и антинейтрино, он превращается в протон. Определите суммарную кинетическую энергию всех частиц, возникающих в этом процессе. Кинетическую энергию нейтрона не учитывать и массу покоя антинейтрино считать равной нулю.

20.9.5. Поглощая фотон γ-излучения ($\lambda = 47$ пм), дейтрон распадается на протон и нейтрон. Определите суммарную кинетическую энергию образовавшихся частиц. Запишите ядерную реакцию.

20.9.6. Фотон с длиной волны $\lambda = 10^{-10}$ м претерпевает упругий удар с первоначально покоившимся электроном и рассеивается назад. Какую скорость приобретает электрон? Считать скорость электрона $v \ll c$.

• **20.9.7.** Нейтрон испытал упругое соударение с первоначально покоившимся дейтроном. Определите долю η кинетической энергии, теряемую нейтроном при любом соударении. Массы покоя нейтрона и дейтрона соответственно равны m_1 и m_2.

РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Часть 1
МЕХАНИКА

Глава 1. КИНЕМАТИКА

1.1.5. Красный свет загорается в момент времени, когда «голова» поезда входит на участок пути, а меняется на желтый в тот момент времени, когда «хвост» поезда уходит с данного участка. Следовательно, путь поезда $s = nl + L$. Средняя скорость поезда по определению: $v = \frac{s}{t}$; $v = \frac{nl + L}{t}$; $v = \frac{120 \cdot 12{,}5 + 600}{150}$ м/с = 14 м/с.

Ответ: $v = 14$ м/с.

1.1.6. Приедет раньше тот автомобиль, у которого средняя скорость движения больше. Время движения первого автомобиля на первом участке пути $t_1 = \frac{t}{2}$, следовательно, первый участок пути: $s_1 = v_1\frac{t}{2}$. Второй участок пути, соответственно, $s_2 = v_2\frac{t}{2}$, а весь путь $s = s_1 + s_2 = (v_1 + v_2)\frac{t}{2}$. Средняя скорость первого автомобиля

$$v_{1ср} = \frac{s}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2};\ v_{1ср} = \frac{40 + 60}{2}\ \text{км/ч} = 50\ \text{км/ч}.$$

На первом участке пути, равном $s_1 = \frac{s}{2}$, время движения второго автомобиля $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{2v_1}$. На втором участке пути, равном $s_2 = \frac{s}{2}$, время движения второго автомобиля $t_2 = \frac{s_1}{v_2} = \frac{s}{2v_2}$. Время движения второго автомобиля на всем пути $t = t_1 + t_2 = \frac{s(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}$. Средняя скорость второго автомобиля

$$v_{2ср} = \frac{s}{t} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2};\ v_{2ср} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{40 + 60}\ \text{км/ч} = 48\ \text{км/ч}.$$

Ответ: раньше приедет первый автомобиль.

1.1.9. Средняя скорость на всем пути $v = \dfrac{2s}{t_1 + t_р + t_2}$, где $t_1 = \dfrac{s}{v_1}$, $t_2 = \dfrac{s}{v_2}$, $t_р$ — время разгрузки. Решив систему приведенных уравнений, получим $t_р = s\left(\dfrac{2}{v} - \dfrac{1}{v_1} - \dfrac{1}{v_2}\right) = 3000$ с.

Ответ: время разгрузки $t_р = 3000$ с.

1.1.13. Обычная скорость

$$v = \frac{s}{t}, \tag{1}$$

скорость в часы «пик»

$$u = \frac{s}{t_0}, \tag{2}$$

где s — путь от Москвы до Кубинки, t_0 — время движения в часы «пик». Разделив выражение (1) на (2), получим, что скорость движения в часы «пик» меньше обычной скорости:

$$\frac{v}{u} = \frac{t_0}{t}. \tag{3}$$

По условию задачи путь по другому маршруту $s_1 = 1{,}2s$. Без остановок время движения по этому маршруту $t_1 = \dfrac{s_1}{v} = 1{,}2t$. Время движения в часы «пик»

$$t_0 = t_1 + \Delta t + \tau = 1{,}2t + \Delta t + \tau. \tag{4}$$

Подставив (4) в (3), получим

$$\frac{v}{u} = \frac{1{,}2t + \Delta t + \tau}{t}; \qquad \frac{v}{u} = \frac{1{,}2 \cdot 40 + 12 + 15}{40} \approx 1{,}9.$$

Ответ: $\dfrac{v}{u} \approx 1{,}9$.

1.2.9. Скорость движения человека v, длина одной ступеньки l, число ступенек на неподвижном эскалаторе n. Если скорость движения эскалатора u, то время пребывания человека на эскалаторе

$$t_1 = \frac{nl}{v + u}, \tag{1}$$

а по эскалатору он проходит путь

$$n_1 l = vt_1. \tag{2}$$

Из выражений (1) и (2) получим

$$n_1 = u\frac{n}{v+u}. \tag{3}$$

Аналогично во втором случае

$$n_2 = 3u\frac{n}{v+3u}. \tag{4}$$

Из (3) и (4) находим $n = \dfrac{2n_1 n_2}{3n_1 - n_2}$; $n = 100$.

О т в е т: $n = 100$.

1.2.10. Относительно теплохода скорость скутера от кормы до носа равна $v_к - v_т$, а обратно $v_к + v_т$, поэтому все время движения $t = \dfrac{l}{v_к - v_т} + \dfrac{l}{v_к + v_т}$. Решив данное уравнение, получим

$$v_т = v_к\sqrt{1 - \frac{2l}{v_к t}};\ v_т = 6 \text{ м/с}.$$

О т в е т: скорость теплохода $v_т = 6$ м/с.

1.2.18. Если v — скорость течения реки, nv — скорость лодки относительно воды, то скорость лодки относительно берега по закону сложения скоростей (рис. 1.2.5) $v_1 = \sqrt{v^2 + (nv)^2 + 2nvv\cos\alpha} = v\sqrt{3}$, и смещение будет равно нулю.

О т в е т: лодку относительно пункта отплытия не снесет.

1.2.24. В неподвижной системе телом отсчета является Земля, а человек является телом отсчета в подвижной системе отсчета, поэтому скорость капель относительно человека $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1$, где $\vec{v}_1$ — скорость человека (рис. 1.2.6). Скорость $\vec{v}_2$ направлена под углом $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{v_1}{v}$ к вертикали, и, если $\alpha \leqslant \beta = \operatorname{arctg}\dfrac{a}{h}$, то капли дождя не будут па-

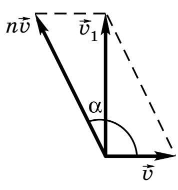


Рис. 1.2.5

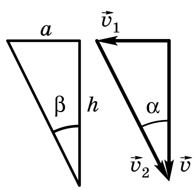


Рис. 1.2.6

дать на ноги человека. Следовательно, $\frac{a}{h} \geqslant \frac{v_1}{v}$, откуда $v_1 \leqslant \frac{av}{h}$; $v_1 \leqslant 1{,}2$ м/с.

Ответ: наибольшая скорость человека $v_1 = 1{,}2$ м/с.

1.2.25. Пусть Земля — неподвижная система отсчета, вертолет — подвижная. Из условия задачи следует: v — скорость поезда (тела) относительно неподвижной системы отсчета (Земли), v_1 — скорость поезда (тела) относительно подвижной системы отсчета (вертолета). По закону сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, где $\vec{v}_2$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной, т. е. скорость вертолета. Следовательно, $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1$

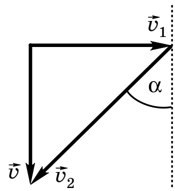


Рис. 1.2.7

(рис. 1.2.7), а модуль скорости $v_2 = \sqrt{v^2 + v_1^2}$; $v_2 = \sqrt{80^2 + 60^2}$ км/ч = = 100 км/ч.

Ответ: $v_2 = 100$ км/ч; вертолет движется на юго-запад под углом $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v_1}{v} \approx 37°$ к меридиану.

1.3.3. По определению проекция скорости на ось X: $v_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$; находим $v_x = \frac{-4-6}{5-1}$ м/с $= -2{,}5$ м/с. Точка движется в направлении, противоположном направлению оси X. Модуль скорости (путевая скорость) $v = |v_x|$; $v = 2{,}5$ м/с. Так как точка движется прямолинейно и равномерно, то закон движения[1)] точки должен иметь вид

$$x = x_0 + v_x t, \qquad (1)$$

где x_0 — начальная координата тела (координата тела в момент времени $t_0 = 0$). Из выражения (1) найдем начальную координату:

$$x_1 = x_0 + v_x t_1 \Rightarrow x_0 = x_1 - v_x t_1;\ x_0 = 8{,}5 \text{ м}. \qquad (2)$$

Подставим значения x_0 и v_x в выражение (1) и получим закон движения материальной точки:

$$x = 8{,}5 - 2{,}5t.$$

Путь зависит от времени по закону $s = vt$; $s = 2{,}5t$.

[1)] Закон движения тела в учебной литературе часто называют уравнением движения.

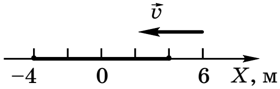


Рис. 1.3.6

Траектория движения тела показана на рис. 1.3.6, а графики $v_x(t)$, $x(t)$ — на рис. 1.3.7.

Перемещение за любые $\Delta t = 2$ с движения равно $\Delta x = v_x \Delta t$; $\Delta x = (-2{,}5 \cdot 2)$ м $= -5$ м. Путь за любые $\Delta t = 2$ с движения $s = v\Delta t$; $s = 2{,}5 \cdot 2$ м $= 5$ м.

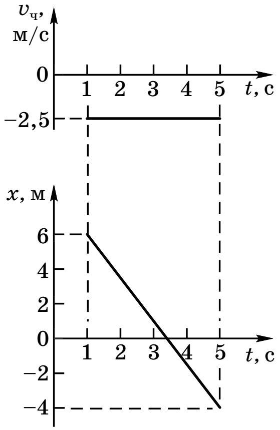


Рис. 1.3.7

О т в е т: 1) $v_x = -2{,}5$ м/с; 2) точка движется в направлении, противоположном оси X; 3) $v = 2{,}5$ м/с; 4) $x = 8{,}5 - 2{,}5t$; 5) $s = 2{,}5t$; 6) рис. 1.3.6; 7) рис. 1.3.7; 8) $\Delta x = -5$ м и $s = 5$ м.

1.3.6. На участке, соответствующем интервалу времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 2$ с, координата точки не изменяется, следовательно, точка покоится, и ее координата $x = 3$ м. На участке, соответствующем интервалу времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с, зависимость координаты от времени линейная, следовательно, точка движется равномерно и прямолинейно, а закон движения должен иметь вид

$$x = x_0 + v_x t,$$

где

$$v_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 3}{6 - 2}\ \text{м/с} = -1{,}5\ \text{м/с},$$

$$x_0 = x_2 - v_x t_2 = (-3 - (-1{,}5) \cdot 6)\ \text{м} = 6\ \text{м}.$$

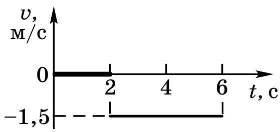


Рис. 1.3.8

Поэтому $x = 6 - 1{,}5t$. Средняя скорость за первые 5 секунд движения $v = \dfrac{x_1 - x}{\tau} = \dfrac{-1,5 - 3}{5}$ м/с $= -0{,}9$ м/с. График зависимости скорости от времени показан на рисунке 1.3.8.

О т в е т: $x = 6 - 1{,}5t$; $v = -0{,}9$ м/с; рис. 1.3.8.

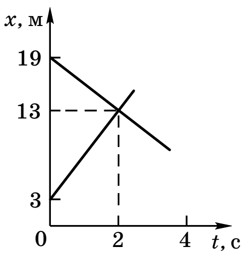


Рис. 1.3.9

1.3.9. В момент встречи точек K и M:

$$x_K = x_M \Rightarrow 19 - 3t_{вс} = 3 + 5t_{вс} \Rightarrow t_{вс} = 2\ \text{с}.$$

В этот момент каждая из них будет находиться на расстоянии $x_{вс} = (3 + 5 \cdot 2)$ м $=$

$= 13$ м от начала координат. Графическое решение задачи см. на рис. 1.3.9.

Ответ: $t_{вс} = 2$ с; $x_{вс} = 13$ м; рис. 1.3.9.

1.4.5. При равноускоренном движении скорость изменяется со временем по закону $v = v_0 + at$. В момент времени $t_1 = 2$ с скорость

$$v_1 = v_0 + at_1, \tag{1}$$

по условию

$$v_1 = nv_0. \tag{2}$$

В момент времени $t_2 = 6$ с скорость

$$v_2 = v_0 + at_2, \tag{3}$$

и, так как необходимо найти, во сколько раз она больше начальной скорости, то

$$v_2 = kv_0. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1)—(4), получим

$$k = 1 + (n-1)\frac{t_2}{t_1}; \; k = 13.$$

Ответ: скорость тела увеличится в $k = 13$ раз.

1.4.11. Путь, проходимый за первую секунду, равен (рис. 1.4.5)

$$\Delta s_1 = \frac{a\Delta t^2}{2} = \frac{a}{2},$$

за вторую секунду:

$$\Delta s_2 = s_2 - s_1 = \frac{a \cdot 4\Delta t^2}{2} - \frac{a\Delta t^2}{2} = \frac{3a}{2},$$

за третью и четвертую секунды:

$$\Delta s_3 = s_3 - s_2 = \frac{a \cdot 9\Delta t^2}{2} - \frac{a \cdot 4\Delta t^2}{2} = \frac{5a}{2},$$

$$\Delta s_4 = s_4 - s_3 = \frac{a \cdot 16\Delta t^2}{2} - \frac{a \cdot 9\Delta t^2}{2} = \frac{7a}{2}.$$

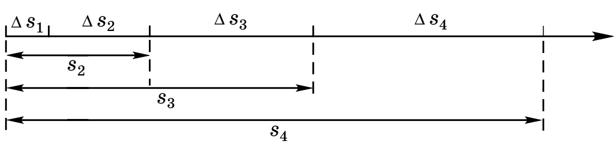


Рис. 1.4.5

Пути, проходимые за $\Delta t = 1$ с при равноускоренном движении, если начальная скорость равна нулю, относятся, как нечетный ряд натуральных чисел: $\Delta s_1 : \Delta s_2 : \Delta s_3 : \Delta s_4 \dots = 1 : 3 : 5 : 7 \dots$.

Ответ: $\Delta s_1 : \Delta s_2 : \Delta s_3 : \Delta s_4 \dots = 1 : 3 : 5 : 7 \dots$.

1.4.12. Путь s_1, проходимый за время t_1:

$$s_1 = v_0 t + \frac{a t_1^2}{2}.$$

Путь $s_1 + s_2$, проходимый за время $t_1 + t_2$:

$$s_1 + s_2 = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$a = \frac{2(s_2 t_1 - s_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = 0{,}07 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 0{,}07$ м/с^2.

1.4.13. Первую часть пути, пройденного точкой, выразим соотношением

$$l_1 = \frac{a t_1^2}{2},$$

где a — ускорение точки, а последнюю часть пути —

$$l_2 = v_1 t_2 + \frac{a t_2^2}{2}.$$

Время, в течение которого точка приобрела скорость v_1:

$$t_3 = \frac{v_1}{a}.$$

Время движения точки на всем пути равно

$$t_0 = t_3 + t_2.$$

Путь, пройденный точкой,

$$s = \frac{a t_0^2}{2}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$s = \frac{l_1}{t_1^2}\left(\frac{l_2 t_1^2 + l_1 t_2^2}{2 l_1 t_2}\right)^2; \; s = 612{,}5 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 612{,}5$ м.

1.4.14. Пусть l — длина одного вагона: $l = \dfrac{at_1^2}{2}$, где a — ускорение электрички. Мимо пассажира пройдут пять вагонов за время t_5, следовательно, можем записать $5l = \dfrac{at_5^2}{2}$, откуда находим $t_5 = t_1\sqrt{5}$.

Четыре вагона пройдут за время

$$t_4 = t_1\sqrt{4} = 2t_1.$$

Шестой вагон (для пассажира — пятый) пройдет за время

$$t_2 = t_5 - t_4 = t_1(\sqrt{5} - 2);\ t_2 \approx 1{,}2 \text{ с}.$$

Ответ: $t_2 \approx 1{,}2$ с.

1.4.15. Пусть l — длина одного вагона, v_0 — скорость электрички к моменту, когда последний вагон начинает проезжать мимо человека на перроне, Δt — время отставания часов.

Путь, пройденный предпоследним вагоном,

$$l = v_0t_1 + \frac{at_1^2}{2},$$

а двумя последними вагонами —

$$2l = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}.$$

Скорость электрички

$$v_0 = a\Delta t.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\Delta t = \frac{t_2^2 + 2t_1t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)};\ \Delta t \approx 31 \text{ с}.$$

Ответ: на $\Delta t \approx 31$ с.

1.4.16. 1. Характер движения лифта менялся дважды, следовательно, движение лифта нужно рассматривать на трех участках.

На первом участке лифт двигался равноускоренно, и высота его поднятия

$$h_1 = <v_1>t_1, \tag{1}$$

где $<v_1>$ — средняя скорость на этом участке.

Так как движение равноускоренное, то $<v_1> = \dfrac{v_{\text{нач}} + v_{\text{кон}}}{2} = \dfrac{0 + v}{2} = \dfrac{v}{2}$. Учитывая это, перепишем уравнение (1): $h_1 = \dfrac{vt_1}{2}$.

На втором участке лифт двигался равномерно, поэтому высота его поднятия $h_2 = vt_2$, а на третьем участке он двигался замедленно до полной остановки; следовательно, можно по аналогии применить формулу $h_3 = \frac{vt_3}{2}$. Поэтому вся высота

$$h = h_1 + h_2 + h_3 = \frac{vt_1}{2} + vt_2 + \frac{vt_3}{2} = v\left(\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}\right);$$

$$h = 4\left(\frac{4}{2} + 8 + \frac{3}{2}\right) \text{ м} = 4(2 + 8 + 1{,}5) \text{ м} = 46 \text{ м}.$$

Средняя скорость движения: $\langle v\rangle = \frac{h}{t_1 + t_2 + t_3}$, $\langle v\rangle = 3$ м/с.

2. Построим графики ускорения, скорости и перемещения лифта, рассматривая каждый участок отдельно. График ускорения показан на рис. 1.4.6, *а*.

В интервале времени $0 < t < 4$ с ускорение $a_1 = 1$ м/с^2; в интервале времени 4 с $< t <$ 12 с ускорение $a_2 = 0$, так как движение равномерное; в интервале времени 12 с $< t <$ 15 с ускорение $a_3 = -1{,}3$ м/с^2.

График скорости показан на рис. 1.4.6, *б*.

В интервале времени $0 < t < 4$ с скорость лифта равномерно растет от 0 до 4 м/с; в интервале времени 4 с $< t <$ 12 с скорость лифта постоянна и равна 4 м/с; в интервале времени 12 с $< t <$ 15 с скорость лифта равномерно уменьшается от 4 м/с до 0.

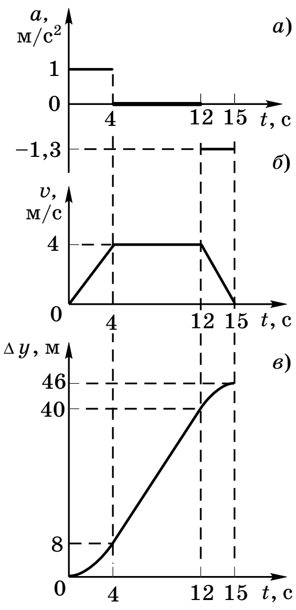


Рис. 1.4.6

График перемещения показан на рис. 1.4.6, *в*.

В интервале времени $0 < t < 4$ с перемещение изменяется по закону $\Delta y_1 = \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{t^2}{2}$.

Перемещение на этом участке движения: $h_1 = 8$ м.

В интервале времени 4 с $< t <$ 12 с перемещение увеличивается линейно:

$$\Delta y_2 = v\,\Delta t = 4(t - 4) = 4t - 16.$$

Перемещение на втором участке: $h_2 = 32$ м.

В интервале времени 12 с $< t <$ 15 с перемещение изменяется по закону:

$$\Delta y_3 = v\Delta t + \frac{a_3 \Delta t^2}{2} = 4(t - 12) - \frac{1{,}3(t - 12)^2}{2} = -\frac{2t^2}{3} + 14t - 140.$$

Перемещение на третьем участке: $h_3 = 6$ м.

Ответ: 1) $h = 46$ м, $\langle v \rangle = 3$ м/с; 2) рис 1.4.6, *а*, 1.4.6, *б*, 1.4.4, *в*.

1.4.18. Расстояние от Земли до звезды:

$$s = 2s_1 + s_2,$$

где s_1 — путь звездолета при разгоне, равный пути торможения; $s_1 = \frac{at_1^2}{2}$ (t_1 — время разгона или торможения); s_2 — путь при равномерном движении:

$$s_2 = v\left(\frac{t}{2} - 2t_1\right),$$

где v — скорость равномерного движения, равная конечной (начальной) скорости разгона (торможения),

$$v_1 = at_1.$$

Решив систему приведенных уравнений, найдем ускорение звездолета:

$$a = \frac{2s}{t_1(t - 2t_1)}.$$

Ускорение будет минимальным, если знаменатель $y = t_1t - 2t_1^2$ будет максимальным. Найдем t_1, при котором знаменатель максимален: $t_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{t}{4}$. Следовательно, минимальное ускорение

$$a_{\min} = \frac{\mathbf{10}s}{t^2} = 0{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_{\min} = 0{,}2$ м/с^2.

1.4.19. 1-й способ. Сравним данное уравнение движения с уравнением движения в общем виде:

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_xt^2}{2}; x = 15t + 0{,}4t^2. \quad (1)$$

Очевидно, что $x_0 = 0$; $v_{x0} = 15$ м/с; $\frac{a_x}{2} = 0{,}4$ м/с^2, откуда $a_x = 0{,}8$ м/с^2.

Координату тела через 5 с найдем из уравнения (1):

$$x = (15 \cdot 5 + 0{,}4 \cdot 5^2) \text{ м} = 85 \text{ м}.$$

Скорость тела в момент времени 5 с определим по формуле: $v_x = v_{x0} + a_x t$; $v_x = 19$ м/с. Средняя скорость за данное время:

$$v = \frac{v_x + v_{x0}}{2}; \; v = 17 \text{ м/с},$$

а путь

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 85 \text{ м}.$$

В данной задаче координата, перемещение и путь одинаковы.

2-й способ. Координату найдем из уравнения (1). По определению, скорость: $v_x = x' = (15t + 0{,}4t^2)' = 15 + 0{,}8t$; $v_x = 19$ м/с.

Ускорение: $a_x = (v_x)' = (15 + 0{,}8t)' = 0{,}8$ м/с^2.

Ответ: а) $x_0 = 0$, $v_{x0} = 15$ м/с; б) $x = 85$ м, $v_x = 19$ м/с; в) $v = 17$ м/с, $s = 85$ м.

1.4.20. Точка начинает движение в момент времени $t_0 = 0$ из координаты $x_0 = 5$ м в положительном направлении оси OX с начальной скоростью $v_{0x} = 4$ м/с и ускорением $a_x = -4$ м/с^2. Определим, существует ли в данном интервале времени движения момент времени, в который изменяется направление движения точки. Для этого найдем момент времени, когда скорость точки равна нулю. Скорость точки изменяется по закону: $v_x = 4 - 4t$, поэтому $0 = 4 - 4t_{\text{поворота}} \Rightarrow t_{\text{поворота}} = 1$ с.[1] Следовательно, в интервале времени $0 \leqslant t \leqslant 1$ с точка движется в положительном направлении оси OX, а в интервале времени 1 с $\leqslant t \leqslant 3$ с возвращается к началу координат. Найдем координату поворота точки:

$$x_{\text{поворота}} = 5 + 4t_{\text{поворота}} - 2t^2_{\text{поворота}} = (5 + 4 - 2) \text{ м} = 7 \text{ м}.$$

Тогда путь, пройденный точкой при движении в положительном направлении оси OX,

$$s_1 = x_{\text{поворота}} - x_0 = (7 - 5) \text{ м} = 2 \text{ м}.$$

Конечная координата движения точки:

$$x = (5 + 4 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2) \text{ м} = -1 \text{ м}.$$

Путь, пройденный точкой при движении к началу координат,

$$s_2 = x_{\text{поворота}} - x_0 = (7 - (-1)) \text{ м} = 8 \text{ м},$$

а весь путь

$$s = s_1 + s_2 = (2 + 8) \text{ м} = 10 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 10$ м.

---

[1] В решениях данного сборника часто используется знак $\Rightarrow$, который заменяет слово «откуда».

1.5.9. В момент отрыва сосульки от крыши ее начальная скорость равна нулю. Когда сосулька подлетела к верхнему краю окна, у нее была скорость v. Данную скорость находим из соотношения

$$h = vt + g\frac{t^2}{2};\ v = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2}. \qquad (1)$$

Высоту относительно верхнего края окна определим из соотношения $H = \frac{v^2}{2g}$, подставив в него выражение (1):

$$H = \frac{1}{2g}\left(\frac{h}{t} - \frac{gt}{2}\right)^2 = 2{,}17\ \text{м}.$$

Ответ: $H = 2{,}17$ м.

1.5.11. Направим ось OY вертикально вверх, совместив начало координат с точкой бросания. Тело на заданной высоте будет находиться дважды: при движении вверх и при движении вниз. Если обозначить данные моменты времени соответственно t_1 и t_2, то тело будет находиться на высоте, большей $h = 14{,}7$ м, в течение времени

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (1)$$

Запишем закон движения тела в выбранной системе отсчета: $y = v_0t - g\frac{t^2}{2}$. В моменты времени t_1 и t_2 координата $y = h$, поэтому $h = v_0t - g\frac{t^2}{2}$ или

$$gt^2 - 2v_0t + 2h = 0. \qquad (2)$$

Корни квадратного уравнения (2) и есть моменты времени t_1 и t_2: $t_{1,2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}$, т. е.

$$t_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}, \qquad (3)$$

$$t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}. \qquad (4)$$

Подставим выражения (3), (4) в (1) и получим $\Delta t = \frac{2\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g} = 2$ с.

Ответ: $\Delta t = 2$ с.

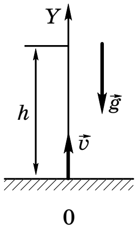


Рис. 1.5.1

1.5.12. Направим ось Y вертикально вверх, начало оси — точку O — поместим на поверхности земли (рис. 1.5.1). Запишем закон движения мяча в выбранной системе отсчета:

$$y = vt - \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

Когда мяч достигает высоты h (это происходит дважды), то уравнение (1) принимает вид

$$h = vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} \qquad (2)$$

и

$$h = vt_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \qquad (3)$$

где по условию

$$t_2 = t_1 + \Delta t. \qquad (4)$$

Решив совместно уравнения (2)—(4), получим

$$v = \frac{\sqrt{2gh + g^2t^2}}{4}; \; v = 20 \text{ м/с}.$$

Максимальная высота подъема $h_{max} = \dfrac{v^2}{2g} = 20$ м.

Ответ: $v = 20$ м/с; $h_{max} = 20$ м.

1.5.13. Направим ось OY вертикально вверх, тогда проекция скорости на ось OY изменяется по закону $v = v_0 - gt$. При движении вверх проекция скорости положительна, поэтому $\dfrac{v_0}{n} = v_0 - gt_1$, откуда находим $t_1 = \dfrac{v_0(n-1)}{ng} = 1$ с. При движении вниз проекция скорости отрицательна, поэтому $\dfrac{v_0}{n} = v_0 - gt_2$ и тогда $t_2 = \dfrac{v_0(n+1)}{ng} =$ $= 3$ с.

(При расчетах принято $g = 9{,}8$ м/с^2, так как число 19,6 кратно 9,8.)

Ответ: $t_1 = 1$ с; $t_2 = 3$ с.

1.5.17. Скорость падения первого шарика на землю найдем из соотношения

$$h = \frac{v^2}{2g}; \; v = \sqrt{2gh}, \qquad (1)$$

а скорость второго шарика перед падением на пластинку — из соотношения

$$\frac{h}{2} = \frac{v_1^2}{2g}; \; v_1 = \sqrt{gh}\,. \qquad (2)$$

После пробивания пластинки скорость шарика станет в 2 раза меньше, т. е.

$$v_{01} = \frac{v_1}{2}, \qquad (3)$$

и он пролетит следующую половину пути: $\frac{h}{2} = \frac{v_2^2 - v_{01}^2}{2g}$, откуда

$$v_2 = \sqrt{v_{01}^2 + 2gh}\,. \qquad (4)$$

Подставим в (4) выражения (2), (3) и получим

$$v_2 = \frac{\sqrt{5gh}}{2}\,. \qquad (5)$$

Разделим выражение (1) на (5) и найдем, что в момент падения на землю скорость первого шарика больше скорости второго в $\frac{v}{v_2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 1{,}26$ раза.

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = 1{,}26$.

1.5.18. Тело отсчета — Земля. Направим ось Y вниз, начало оси поместим в точке сброса груза (рис. 1.5.2).

а) Если вертолет неподвижен, то закон движения груза:

$$y = \frac{gt^2}{2}\,. \qquad (1)$$

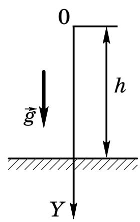


Рис. 1.5.2

Когда груз достигнет земли ($y = h$, $t = t_1$), уравнение (1) примет вид: $h = \frac{gt_1^2}{2}$, откуда время падения груза на землю:

$$t_1 = \sqrt{2h/g}\,; \; t_1 = 7{,}8 \text{ с}.$$

б) Если вертолет опускается со скоростью v, то у груза относительно земли будет начальная скорость v, поэтому закон движения груза:

$$y = vt + \frac{gt^2}{2}\,. \qquad (2)$$

Когда груз достигнет земли ($y = h$, $t = t_2$), уравнение (2) примет вид: $h = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, откуда

$$gt_2^2 + 2vt_2 - 2h = 0.$$

Решив полученное уравнение, находим

$$t_2 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}.$$

Следовательно, $t_2 = 7{,}3$ с (отрицательный корень в данной задаче физического смысла не имеет, так как $t > 0$).

в) Если вертолет поднимается со скоростью v, то у груза относительно земли будет начальная скорость v (направлена вверх), поэтому закон движения груза:

$$y = -vt + \frac{gt^2}{2}. \qquad (3)$$

Когда груз достигнет земли ($y = h$, $t = t_3$), уравнение (3) примет вид: $h = -vt_3 + \frac{gt_3^2}{2}$, откуда

$$gt_3^2 - 2vt_3 - 2h = 0.$$

Решив полученное уравнение, находим

$$t_3 = \frac{v \pm \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}.$$

Следовательно, $t_3 = 8{,}3$ с (отрицательный корень в данной задаче физического смысла не имеет, так как $t > 0$).

Ответ: а) $t_1 = 7{,}8$ с; б) $t_2 = 7{,}3$ с; в) $t_3 = 8{,}3$ с.

1.5.23. В момент отрыва десятой капли первая будет находиться в полете в течение времени $t_1 = 9\tau$ и пролетит расстояние

$$h_1 = g\frac{t_1^2}{2} = g\frac{81\tau^2}{2}, \qquad (1)$$

а четвертая капля будет в полете в течение времени $t_2 = 6\tau$ и пролетит расстояние

$$h_2 = g\frac{t_2^2}{2} = g\frac{36\tau^2}{2}. \qquad (2)$$

Расстояние между первой и четвертой каплями в момент отрыва десятой

$$s = h_1 - h_2. \qquad (3)$$

Подставим в (3) выражения (1) и (2) и получим $s = g\frac{45\tau^2}{2}$; $s = 9$ м.

В момент отрыва десятой капли скорость первой $v_1 = gt_1 = 9g\tau$, четвертой $v_2 = gt_2 = 6g\tau$. Скорость движения первой капли относительно четвертой $v = v_1 - v_2 = 3g\tau$; $v = 6$ м/с.

Ответ: $s = 9$ м; $v = 6$ м/с.

1.5.27. Тело отсчета — Земля. Направим ось Y вертикально вверх, начало оси совместим с точкой O, в которой находится шар в момент времени $t_0 = 0$ — момент бросания груза (рис. 1.5.3). Тогда закон движения шара:

$$y_1 = -vt. \quad (1)$$

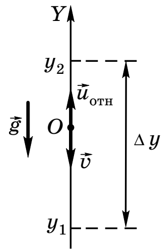


Рис. 1.5.3

По условию задачи скорость груза дана относительно шара. Найдем проекцию начальной скорости груза на данную ось относительно земли: $u_{отн} = u - v$.

Закон движения груза:

$$y_2 = u_{отн}t - \frac{gt^2}{2} = (u - v)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Расстояние между грузом и шаром в любой момент времени равно

$$\Delta y = y_2 - y_1. \quad (3)$$

В наивысшей точке подъема груз будет находиться в момент времени

$$t_1 = \frac{u_{отн}}{g} = \frac{u - v}{g}, \quad (4)$$

это время шар опускался. Решив систему уравнений (1)—(4), найдем расстояние между грузом и шаром в момент t_1:

$$\Delta y_1 = (u - v)t_1 - \frac{gt_1^2}{2} - (-vt_1) = \frac{u^2 - v^2}{2g}; \ \Delta y_1 = 19{,}2 \text{ м}.$$

В момент времени t_2, когда груз будет находиться рядом с шаром, координаты тел будут одинаковы: $y_2 = y_1$, или с учетом уравнений (1) и (2):

$$(u - v)t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = -vt_2,$$

откуда

$$t_2 = \frac{2u}{g} = 4 \text{ с}.$$

Ответ: $\Delta y_1 = 19{,}2$ м; $t_2 = 4$ с.

1.6.11. Так как угловая скорость всех точек твердого тела одинакова, то линейные скорости точек тела соответственно равны $v_1 = \omega R$, $v_2 = \omega(R - d)$. Подставив последнее выражение в условие $v_1 = kv_2$, получим: $\omega R = k\omega(R - d)$, откуда $R = \frac{kd}{k-1}$ — радиус колеса.

Зная радиус, можно найти угловую скорость:

$$\omega = \frac{v_1}{R} = \frac{v_1(k-1)}{kd},$$

а частота вращения колеса равна

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_1(k-1)}{2\pi kd} = 3{,}2 \text{ Гц}.$$

Ответ: $n = 3{,}2$ Гц.

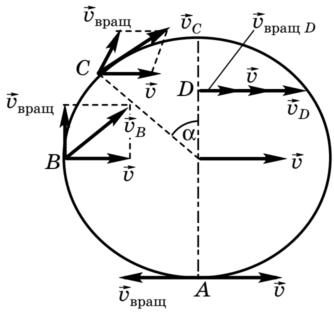


Рис. 1.6.13

1.6.13. Скорость любой точки диска можно найти по закону сложения скоростей: $\vec{v}_{\text{т}} = \vec{v} + \vec{v}_{\text{вращ}}$, где $\vec{v}_{\text{вращ}}$ — линейная скорость точки относительно оси вращения диска. Так как проскальзывания нет, то $v_A = 0$ (рис. 1.6.13), откуда следует, что $v_{\text{вращ}} = v$.

Скорость точки B (рис. 1.6.13):

$$v_B = \sqrt{v^2 + v_{\text{вращ}}^2} = v\sqrt{2v} = 5{,}6 \text{ м/с},$$

скорость точки C (рис. 1.6.13):

$$v_C = \sqrt{v^2 + v_{\text{вращ}}^2 + 2vv_{\text{вращ}}\cos(90° - \alpha)} = v\sqrt{2(1 + \sin\alpha)} = 7{,}7 \text{ м/с}.$$

Так как точка D лежит посередине радиуса, то $v_{\text{вращ}D} = \frac{v_{\text{вращ}}}{2} = \frac{v}{2}$, а скорость точки D

$$v_D = v + v_{\text{вращ}D} = v + \frac{v}{2} = \frac{3v}{2} = 6 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_A = 0$; $v_B = 5{,}6$ м/с; $v_C = 7{,}7$ м/с; $v_D = 6$ м/с.

1.6.14. Так как колесо проскальзывает, то скорость нижней точки колеса $v_1 = v_{\text{вращ}} - v_{\text{ц}}$, а верхней $v_2 = v_{\text{вращ}} + v_{\text{ц}}$, где $v_{\text{вращ}}$ — линейная скорость любой точки обода колеса относительно оси врещения, $v_{\text{ц}}$ — скорость поступательного движения колеса или скорость оси вращения (центра колеса) относительно земли. Сложив приведенные уравнения, получим $v_{\text{вращ}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 6$ м/с. Угловая скорость вращения колеса: $\omega = \frac{v_{\text{вращ}}}{R} = 20$ рад/с.

Ответ: $\omega = 20$ рад/с.

1.6.15. Скорость самой верхней точки колеса $v_1 = v + v_{\text{вращ}}$, отсюда $v_{\text{вращ}} = v_1 - v$. Скорость нижней точки равна

$$v_2 = v - v_{\text{вращ}} = v - (v_1 - v) = 2v - v_1 = 4 \text{ м/с}$$

и направлена в сторону скорости центра колеса.

Ответ: $v_2 = 4$ м/с, совпадает по направлению со скоростью центра колеса.

1.6.17. Так как проскальзывания нет, то скорости точек шара, принадлежащих отрезку AB, равны нулю; AB — мгновенная ось вращения.

Из рисунка 1.6.14, *а* найдем

$$x = \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}; \quad x = \sqrt{30^2 - \left(\frac{36}{2}\right)^2} \text{ см} = 24 \text{ см}.$$

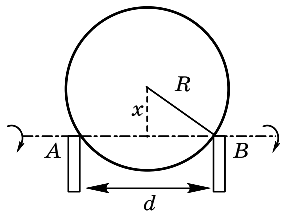
Из рисунка 1.6.14, *б* найдем скорость верхней точки:

$$\frac{v_{\text{в}}}{v} = \frac{R+x}{x}; \; v_{\text{в}} = \frac{v(R+x)}{x}; \; v_{\text{в}} = 4{,}5 \text{ м/с}.$$

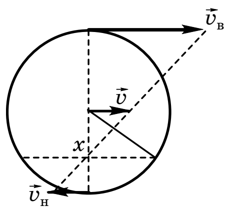
Скорость нижней точки

$$v_{\text{н}} = \frac{v(R-x)}{R}; \; v_{\text{н}} = \frac{2(30-24)}{30} \text{ м/с} = 0{,}4 \text{ м/с}.$$

Ответ: скорость верхней точки $v_{\text{в}} = 4{,}5$ м/с, нижней $v_{\text{н}} = 0{,}4$ м/с.



а)



б)

Рис. 1.6.14

1.6.18. 1. Так как у катушки проскальзывания нет, то у нижней точки A катушки относительно земли скорость равна нулю. Через эту точку проходит мгновенная ось вращения перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 1.6.15).

Построим прямую AB, проходящую через точку A и конец вектора скорости нити $\vec{v}$. Проведем вектор скорости центра катушки $\vec{v}_{\text{ц}}$. Из подобия треугольников запишем: $\frac{v_{\text{ц}}}{v} = \frac{R}{R-r}$, откуда

$$v_{\text{ц}} = \frac{vR}{R-r}; \; v_{\text{ц}} = \frac{4}{1-0{,}6} \text{ см/с} = 10 \text{ см/с}.$$

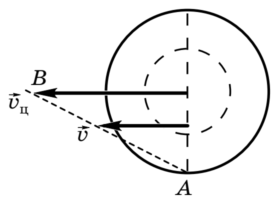


Рис. 1.6.15

2. Скорость $\vec{v}_{\text{ц}}$ центра колеса совпадает по направлению со скоростью $\vec{v}$ нити.

Поскольку проскальзывания нет, то $v_ц = v_{вращ}$ (скорость точки A), поэтому

$$\omega = \frac{v_{вращ}}{R} = \frac{v_ц}{R};\ \omega \approx 1{,}7 \text{ рад/с}.$$

Ответ: 1) $v_ц = 10$ см/с, совпадает по направлению со скоростью нити v; 2) $\omega \approx 1{,}7$ рад/с.

1.6.21. Все точки земной поверхности участвуют во вращении Земли вокруг собственной оси вращения с угловой скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

следовательно, имеют линейную скорость

$$v = \omega r \quad (2)$$

и центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 r, \quad (3)$$

где $T = 24$ ч — период вращения Земли вокруг собственной оси вращения, $r = R \cos\varphi$ — радиус окружности, по которой движется точка, R — радиус Земли, φ — географическая широта. Из уравнений (1) и (2) получаем $v = \frac{2\pi}{T} R \cos\varphi$, откуда скорости точек на экваторе, на широте $\varphi = 45°$ и на полюсе соответственно равны

$$v_{экв} = 465 \text{ м/с};\ v_\varphi = 328 \text{ м/с};\ v_{пол} = 0.$$

Из уравнений (1) и (3) получаем $a = \frac{4\pi^2}{T^2} R \cos\varphi$, откуда ускорения точек на экваторе, на широте $\varphi = 45°$ и на полюсе соответственно равны

$$a_{экв} = 0{,}034 \text{ м/с}^2;\ a_\varphi = 0{,}024 \text{ м/с}^2;\ a_{пол} = 0.$$

Ответ: $v_{экв} = 465$ м/с, $v_\varphi = 328$ м/с, $v_{пол} = 0$; $a_{экв} = 0{,}034$ м/с^2, $a_\varphi = 0{,}024$ м/с^2, $a_{пол} = 0$.

1.6.26. Поскольку начальная угловая скорость равна нулю, то закон движения имеет вид $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$. Так как угловое перемещение за один полный оборот равно 2π, то угловое перемещение вала $\varphi = 2\pi N$. Подставив данное выражение в закон движения, получим $2\pi N = \frac{\varepsilon t^2}{2}$, откуда угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2};\ \varepsilon = 6{,}28 \text{ рад/с}^2.$$

Вычислим конечную угловую скорость вращения:

$$\omega = \varepsilon t = 62{,}8 \text{ рад/с}.$$

Далее находим: тангенциальное ускорение

$$a_\tau = \varepsilon R \approx 0{,}3 \text{ м/с}^2,$$

линейную скорость

$$v = \omega R;\ v = 3{,}14 \text{ м/с},$$

нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R;\ a_n = 197{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $\varepsilon = 6{,}28$ рад/с^2; $\omega = 62{,}8$ рад/с; $a_\tau \approx 0{,}3$ м/с^2; $a_n = 197{,}2$ м/с^2; $v = 3{,}14$ м/с.

1.6.27. Зависимость угловой скорости от времени:

$$\omega = (\varphi)' = 50 - 50t.$$

В момент остановки $\omega = 0$, поэтому $0 = 50 - 50t \Rightarrow t_1 = 1$ с.

Угловая координата в момент остановки:

$$\varphi_1 = 40 + 50t_1 - 25t_1^2;$$

$$\varphi_1 = (40 + 50 \cdot 1 - 25 \cdot 1^2) \text{ рад} = 65 \text{ рад};$$

угол поворота до остановки:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0;\ \Delta\varphi = 25 \text{ рад};$$

число оборотов колеса до полной остановки:

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{25}{2 \cdot 3{,}14} \approx 4;$$

путь, пройденный точкой обода колеса до полной остановки:

$$s = \Delta\varphi R = 12{,}5 \text{ м}.$$

Ответ: $N \approx 4$, $s = 12{,}5$ м.

1.6.28. По определению, $v = a_\tau t$. Подставив это выражение в формулу центростремительного ускорения, получим $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(a_\tau t)^2}{R}$.

По условию задачи $a_n = ka_\tau$, или $\dfrac{(a_\tau t)^2}{R} = ka_\tau$, откуда

$$t = \sqrt{\frac{kR}{a_\tau}} = 4 \text{ с}.$$

Угол между скоростью и полным ускорением найдем из соотношения: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a_n}{a_\tau} = \dfrac{ka_\tau}{a_\tau} = k = 4$, $\alpha = \operatorname{arctg} 4 = 75{,}96° \approx 76°$.

Путь, пройденный точкой за это время, $s = \dfrac{a_\tau t^2}{2} = \dfrac{a_\tau kR}{2a_\tau} = \dfrac{kR}{2}$, $s = 0{,}8$ м. Поэтому число оборотов $N = \dfrac{s}{2\pi R} \approx 0{,}3$ об.

Ответ: $t = 4$ с; $\alpha \approx 76°$; $N = 0{,}3$ об.

1.7.2. Дальность полета тела

$$s = vt. \qquad (1)$$

Высота, с которой брошено тело,

$$h = \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

По условию задачи

$$s = h. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$h = s = vt = v \cdot \frac{2v}{g} = \frac{2v^2}{g};\ h = 19{,}8\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 19{,}8$ м.

1.7.7. Время падения груза найдем из соотношения

$$h = g\frac{t^2}{2};\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Расстояние по горизонтали от корабля до самолета

$$s = (v + u)t = (v + u)\sqrt{\frac{2h}{g}};\ s = 1100\ \text{м}.$$

Ответ: $s = 1100$ м.

1.7.11. Время движения шарика найдем из соотношения

$$h = g\frac{t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (1)$$

До первого удара о стенку шарик летел в течение времени

$$t_1 = \frac{l - R}{v}. \qquad (2)$$

Между последующими ударами время движения одинаково и равно

$$\Delta t = \frac{l - 2R}{v}. \qquad (3)$$

С другой стороны, время движения шарика

$$t = t_1 + n\Delta t, \qquad (4)$$

где n — число ударов шарика о стенки, не считая первого. Все число ударов

$$N = n + 1. \quad (5)$$

Решив систему уравнений (1)—(5), получим

$$N = \frac{v\sqrt{\frac{2h}{g}} - R}{l - 2R}; \; N = 9{,}23.$$

Число ударов может быть только целым числом, следовательно, $N = 9$.

Ответ: $N = 9$.

1.8.1. Выберем систему координат с началом отсчета в точке O вылета струи (рис. 1.8.9) и запишем закон движения капельки воды в струе:

$$x = (v \cos \alpha)t, \quad (1)$$

$$y = (v \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

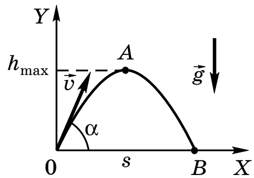


Рис. 1.8.9

Проекция скорости капельки на ось Y изменяется со временем по закону:

$$v_y = v \sin \alpha - gt. \quad (3)$$

Для точки A (вершина параболы) $t = t_1$, $y = h_{max}$, $v_y = 0$. Тогда уравнение (3) примет вид

$$0 = v\sin \alpha - gt_1,$$

откуда

$$t_1 = \frac{v \sin\alpha}{g}. \quad (4)$$

Применяя уравнение (2) для точки A с учетом (4), получаем

$$h_{max} = \frac{v^2 \sin^2\alpha}{2g}; \; h_{max} \approx 41{,}3 \text{ м}.$$

Запишем уравнение (2) для точки B (см. в условии рис. 1.8.5) падения струи на землю ($t = t_2$, $y = 0$, $x = s$):

$$0 = (v \sin \alpha)t_2 - \frac{gt_2^2}{2}.$$

Тогда время движения капельки воды до точки B:

$$t_2 = \frac{2 \sin\alpha}{g}. \quad (5)$$

Запишем уравнение (1) для точки B:

$$s = (v \cos \alpha) t_2. \tag{6}$$

Подставив (5) в (6), получим

$$s = \frac{v \cos\alpha \cdot 2 \sin\alpha}{g} = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}; \ s \approx 240 \text{ м}.$$

Ответ: $h_{max} \approx 41{,}3$ м, $s \approx 240$ м.

1.8.2. Высота подъема тела $h_{max} = \dfrac{v^2 \sin^2\alpha}{2g}$, а дальность полета $s = \dfrac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$. По условию задачи $h_{max} = s$, поэтому $\dfrac{v^2 \sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$, откуда $\operatorname{tg} \alpha = 4$; $\alpha = \operatorname{arctg} 4 \approx 76°$.

Ответ: $\alpha \approx 76°$.

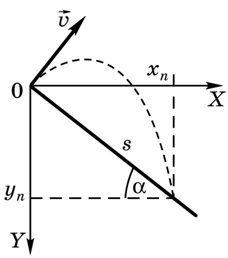


Рис. 1.8.10

1.8.17. Выберем систему координат и построим траекторию движения тела, как показано на рисунке 1.8.10. Закон движения камня в такой системе отчета будет иметь вид

$$x = (v \cos \alpha)t; \ y = (v \sin \alpha)t - g\frac{t^2}{2}.$$

Из рисунка 1.8.10 находим координаты камня в момент падения:

$$x_n = s \cos \alpha; \ y_n = s \sin \alpha.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$s = \frac{2v^2 \operatorname{tg}\alpha}{g \cos\alpha} \approx 2{,}4 \text{ м}.$$

Ответ: $s \approx 2{,}4$ м.

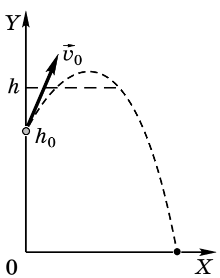


Рис. 1.8.11

1.8.18. Координата стрелы y изменяется со временем по закону (рис. 1.8.11):

$$y = h_0 + (v_0 \sin \alpha)\, t - \frac{gt^2}{2}. \tag{1}$$

Для моментов времени t_1 и t_2 по условию координата $y_1 = y_2 = h$, поэтому

$$h_0 + (v_0 \sin \alpha)t_1 - \frac{gt_1^2}{2} =$$

$$= h_0 + (v_0 \sin \alpha)\, t_2 - \frac{gt_2^2}{2}.$$

Из данного уравнения найдем

$$\sin\alpha = \frac{g(t_1 + t_2)}{2v_0}. \qquad (2)$$

Для момента времени t_1 запишем

$$h = h_0 + (v_0 \sin\alpha)t_1 - \frac{gt_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (2), (3), найдем

$$h_0 = h - \frac{gt_1 t_2}{2}. \qquad (4)$$

В момент падения стрелы на землю $y = 0$, поэтому из выражения (1) получим

$$0 = h_0 + 2(v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (5)$$

Решив систему уравнений (2), (4), (5), найдем время полета стрелы:

$$t = \frac{1}{2}\left(t_1 + t_2 + \sqrt{t_1^2 + t_1 t_2 + \frac{2h}{g}}\right);\ t \approx 4{,}2\ \text{с}.$$

Ответ: $t \approx 4{,}2$ с.

1.8.20. Выберем систему отсчета XOY, как показано на рисунке 1.8.12.

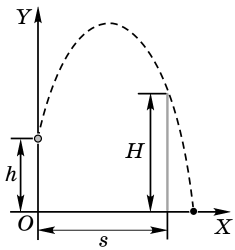


Рис. 1.8.12

Закон движения мяча в данной системе отсчета:

$$x = (v\cos\alpha)t;\ y = h + (v\sin\alpha)t - g\frac{t^2}{2}.$$

Траектория мяча должна проходить через точку A, поэтому

$$x = s;\ y = H.$$

Из системы приведенных уравнений получим

$$H = h + s\,\mathrm{tg}\,\alpha - g\frac{s^2}{2v^2\cos^2\alpha} \qquad (1)$$

и выразим начальную скорость

$$v = \sqrt{\frac{gs^2}{2\cos^2\alpha(s\,\mathrm{tg}\,\alpha + h - H)}}. \qquad (2)$$

Скорость будет минимальна, если знаменатель $z = 2\cos^2\alpha\,(s\ \mathrm{tg}\,\alpha + h - H)$ будет максимален.

Исследуем функцию z на экстремум. Для этого возьмем производную от z по α и приравняем ее к нулю:

$$(z_\alpha)' = (2\cos^2\alpha\,(s\ \mathrm{tg}\,\alpha + h - H))'_\alpha = 0,$$

откуда

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{H - h + \sqrt{(H-h) + s^2}}{s}\right) \approx 50{,}6°,$$

а из (2) находим $v \approx 7{,}7$ м/с.

Ответ: скорость будет минимальна при $\alpha \approx 50{,}6°$ и равна $v \approx 7{,}7$ м/с.

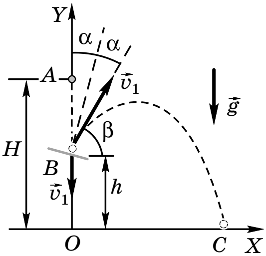


Рис. 1.8.13

1.8.24. Выберем систему координат и построим траекторию движения, как показано на рисунке 1.8.13. Запишем закон движения тела на первом участке AB траектории движения:

$$x = 0;\ y = H - \frac{gt^2}{2}. \tag{1}$$

Проекция скорости движения на ось Y на этом участке:

$$v_y = -gt. \tag{2}$$

Для точки B ($t = t_1$, $y = h$, $v = v_1$) уравнение (1) примет вид: $h = H - \frac{gt_1^2}{2}$, откуда найдем время движения до точки B:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}. \tag{3}$$

Подставив уравнение (3) в (2), найдем проекцию скорости:

$$v_{1y} = -gt_1 = -g\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = -\sqrt{2g(H-h)}$$

и модуль скорости

$$v_1 = \sqrt{2g(H-h)}. \tag{4}$$

Так как в точке B тело ударяется упруго, то модуль скорости после удара не изменяется и угол падения равен углу отражения. Следовательно, после удара скорость тела будет равна v_1 и направлена под углом β ($\beta = 90° - 2\alpha = 90° - 2 \cdot 30° = 30° = \alpha$) к горизонту, поэтому на втором участке траектории BC тело движется по параболе, и закон движения будет иметь вид:

$$x = (v_1\cos\beta)t; \tag{5}$$

$$y = h + (v_1\sin\beta)t - \frac{gt^2}{2}. \tag{6}$$

В точке падения C ($t = t_2$, $y = 0$, $x = s$) уравнение (6) примет вид:

$$0 = h + (v_1 \sin \beta)t_2 - \frac{gt_2^2}{2},$$

откуда

$$t_2 = \frac{v_1 \sin\beta + \sqrt{v_1^2 \sin^2\beta + 2gh}}{g};$$

с учетом (4) и условия $\beta = \alpha$ получим

$$t_2 = \frac{\sqrt{2g(H-h)}\sin\alpha + \sqrt{2g(H-h)\sin^2\alpha + 2gh}}{g} \qquad (7)$$

(отрицательный корень физического смысла не имеет).

Находим время движения тела:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \frac{\sqrt{2g(H-h)}\sin\alpha + \sqrt{2g(H-h)\sin^2\alpha + 2gh}}{g};$$

$$t = \left(\sqrt{\frac{2(4-2)}{9{,}8}} + \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}8(4-2)} \cdot 0,5 + \sqrt{2 \cdot 9{,}8(4-2)0,25 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2}}{9{,}8}\right) \text{ с} \approx$$

$$\approx 10{,}1 \text{ с}.$$

Дальность полета найдем из уравнения (5) с учетом (7):

$$s = \sqrt{2g(H-h)}\ \frac{\sqrt{2g(H-h)}\sin\alpha + \sqrt{2g(H-h)\sin^2\alpha + 2gh}}{g};$$

$$s = \sqrt{2 \cdot 9{,}8(4-2)}\ \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}8(4-2)}0,5 + \sqrt{2 \cdot 9{,}8(4-2)0,5^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2}}{9{,}8} \text{ м} \approx$$

$$\approx 5{,}6 \text{ м}.$$

Ответ: $t \approx 10{,}1$ с, $s \approx 5{,}6$ м.

1.8.29. Мальчики бросают предметы одновременно, поэтому время полета коробка и камешка до столкновения одинаковое. Это время можно найти из соотношения $t = \frac{v}{g}$. Так как предметы сталкиваются в точке наивысшего подъема коробка, то начальная скорость коробка и вертикальная составляющая начальной скорости камешка одинаковы, т. е. $u_{\text{верт}} = v$. В горизонтальном направлении камешек движется равномерно, поэтому горизонтальную составляющую начальной скорости найдем из соотношения

$$s = u_{\text{гор}}t;\ u_{\text{гор}} = \frac{s}{t} = \frac{sg}{v}.$$

Начальная скорость камешка

$$u = \sqrt{u^2_{\text{гор}} + u^2_{\text{верт}}} = v\sqrt{1 + \left(\frac{sg}{v}\right)^2} = 9{,}1 \text{ м/с}.$$

Ответ: $u = 9{,}1$ м/с.

1.8.30. Пусть $t_0 = 0$ — момент третьего удара шарика о пол. Так как удар идеально упругий, то после каждого удара вертикальная составляющая скорости шарика

$$v_y = \sqrt{2gh}\,; \tag{1}$$

высота поднятия первого шарика будет изменяться по закону

$$h_1 = v_y t - \frac{gt^2}{2}, \tag{2}$$

а высота опускания второго шарика

$$h_2 = h - \frac{gt^2}{2}. \tag{3}$$

В момент столкновения шариков

$$h_1 = h_2. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1)—(4), найдем высоту, на которой шарики столкнутся:

$$h_{\text{ст}} = \frac{3}{4}h = 0{,}9 \text{ м}.$$

К моменту столкновения по горизонтали первый шарик переместится на расстояние

$$s_1 = v_1(t_0 + t_1), \tag{5}$$

а второй — на расстояние

$$s_2 = v_2 t_1, \tag{6}$$

где

$$t_1 = \sqrt{\frac{3h}{2g}} \tag{7}$$

— время совместного движения шариков, а $t_0 = 4\sqrt{\frac{2h}{g}}$ — время движения одного первого шарика. В момент столкновения

$$s_1 = s_2. \tag{8}$$

Решив систему уравнений (5)—(8), найдем начальную скорость второго шарика

$$v_2 = 11v_1 = 11 \text{ м/с}.$$

О т в е т: $h_{\text{ст}} = 0{,}9$ м; $v_2 = 11$ м/с.

1.9.6. Встреча точек *1* и *2* может произойти только в начале координат. Время движения точки *1* к началу координат равно $t_1 = \dfrac{x_1}{v_1} = 5$ с. Время движения точки *2* к началу координат $t_2 = \dfrac{y_1}{v_2} = 1{,}25$ с. Так как $t_1 \neq t_2$, то точки не встретятся.

Законы движения точек: $x_1(t) = x_0 - v_1 t$; $y_2(t) = y_0 - v_2 t$. Расстояние между точками

$$s(t) = \sqrt{x_1^2 + y_2^2} = \sqrt{(x_0 - v_1 t)^2 + (y_0 - v_2 t)^2}.$$

Приведем данное выражение к виду:

$$s(t) = \sqrt{(v_1^2 + v_2^2)t^2 - 2(x_0 v_1 + y_0 v_2)t + (x_0^2 + y_0^2)}.$$

Экстремум данной функции совпадает с экстремумом подкоренного выражения. Под корнем стоит квадратный трехчлен вида $y = at^2 + bt + c$. Значение t, при котором достигается экстремальное значение квадратного трехчлена, определяется выражением

$$t_{\max\,(\min)} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2(x_0 v_1 + y_0 v_2)}{2(v_1^2 + v_2^2)} = \frac{x_0 v_1 + y_0 v_2}{v_1^2 + v_2^2}.$$

Если у трехчлена коэффициент $a > 0$, то трехчлен имеет минимум; если $a < 0$, то — максимум. В нашем случае $a = v_1^2 + v_2^2 > 0$, поэтому подкоренное выражение имеет минимум при

$$t_{\min} = \frac{x_0 v_1 + y_0 v_2}{v_1^2 + v_2^2} = \frac{10 \cdot 2 + 5 \cdot 4}{4 + 16} \text{ с} = 2 \text{ с}.$$

Следовательно, минимальное расстояние между точками:

$$s_{\min} = \frac{|x_0 v_2 - y_0 v_1|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{|10 \cdot 4 - 5 \cdot 2|}{\sqrt{20}} \text{ см} = \frac{30}{2\sqrt{5}} \text{ см} = 3\sqrt{5} \text{ см}.$$

О т в е т: точки *1* и *2* не встретятся; $s_{\min} = 3\sqrt{5}$ см.

1.9.9. При $h = 2r$ скорость самолета в точке B (рис. 1.9.1):

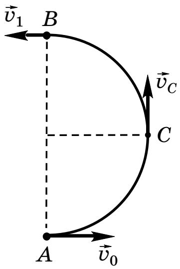


Рис. 1.9.1

$$v_1 = \frac{v_0}{2} \text{ или } \frac{v_0^2}{4} = v_0^2 - 2a_0 \cdot 2r,$$

откуда радиус окружности $r = \frac{3}{16}\,\frac{v_0^3}{a_0}$.

Найдем скорость самолета в точке C:

$$v_C^2 = v_0^2 - 2a_0 r = \frac{5}{8}\,v_0^2.$$

Ускорение в точке C равно

$$a_C = \sqrt{a_n^2 + a_r^2},$$

где

$$a_n = \frac{v_C^2}{r} = \frac{5}{8}\,v_0^2 \cdot \frac{16a_0}{3v_0^2} = \frac{10}{3}\,a_0, \quad a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

Продифференцируем по времени выражение $v^2 = v_0^2 - 2a_0 b$, получим

$$2v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0 - 2a_0\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t} \Rightarrow 2va_\tau = -2av \Rightarrow a_\tau = -\,a_0,$$

$$a_C = \sqrt{\frac{100}{9}a_0^2 + a_0^2} = 3{,}48 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_C = 3{,}48$ м/с^2.

Глава 2. ДИНАМИКА

2.1.5. По второму закону Ньютона $F = ma$, где $a = \frac{v}{t}$ — ускорение поезда. Поэтому $F = m\frac{v}{t}$, откуда

$$v = \frac{Ft}{m} = 11{,}75 \text{ м/с}.$$

Путь, пройденный поездом до остановки, найдем из соотношения $s = a\frac{t^2}{2}$. Подставив в него выражение для ускорения, получим

$$s = \frac{F}{m}\,\frac{t^2}{2} = 352{,}8 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 352{,}8$ м.

2.1.6. Силу, действующую на тело, можно найти из второго закона Ньютона $F_1 = ma_1$, где m — масса тела, a_1 — его ускорение в момент времени $t_1 = 3$ с.

Для того чтобы найти ускорение, определим вначале зависимость скорости от времени, т.е. найдем производную от пути по времени: $v = (s)' = (96t - 2t^3)' = 96 - 6t^2$; а ускорение есть производная от скорости по времени, т.е. $a = (v)' = (96 - 6t^2)' = -12t$. Следовательно,

$$a_1 = -12t;\ a_1 = -36 \text{ м/с}^2.$$

Найдем момент остановки тела из условия

$$v_{\text{ост}} = 0 \Rightarrow 0 = 96 - 6t^2_{\text{ост}} \Rightarrow t_{\text{ост}} = 4 \text{ с}.$$

Ускорение в момент остановки:

$$a_{\text{ост}} = -12t_{\text{ост}};\ a_{\text{ост}} = -48 \text{ м/с}^2,$$

а масса тела

$$m = \frac{F_0}{a_{\text{ост}}};\ m = 0{,}5 \text{ кг}.$$

Следовательно, сила, действующая на тело спустя $t_1 = 3$ с после начала торможения, $F_1 = ma_1$; $F_1 = -18$ Н.

Ответ: $F_1 = -18$ Н.

2.1.7. В данной задаче на частицу (рис. 2.1.4) действует одна сила F. По второму закону Ньютона $F = ma$.

В проекции на ось X:

$$-F = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{F}{m},$$

т. е. движение вдоль оси X равноускоренное, начальная скорость

$$v_{0x} = v\cos\alpha,$$

начальная координата равна нулю, следовательно,

$$x = (v\cos\alpha)t - \frac{Ft^2}{2m}. \qquad (1)$$

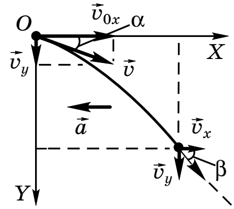


Рис. 2.1.4

В проекции на ось Y: $F_y = 0$, поэтому движение вдоль оси Y равномерное со скоростью $v_y = v\sin\alpha$, начальная координата равна нулю, следовательно,

$$y = (v\sin\alpha)t. \qquad (2)$$

Чтобы найти уравнение траектории, выразим время из уравнения (2): $t = \dfrac{y}{v\sin\alpha}$ и подставим его в (1), тогда получим уравнение траектории

$$x = \frac{(v\cos\alpha)y}{v\sin\alpha} - \frac{Fy^2}{2mv^2\sin^2\alpha} = y\ \mathrm{ctg}\,\alpha - \frac{F}{2mv^2\sin^2\alpha}y^2.$$

Траектория движения частицы — ветвь параболы (см. рис. 2.1.4). Расстояние s найдем из уравнения

$$s = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (3)$$

Проекцию конечной скорости на ось X находим из рис. 2.1.4:

$$v_x = v_y\mathrm{ctg}\,\beta = v\sin\alpha\ \mathrm{ctg}\,\beta. \qquad (4)$$

Подставим v_x, v_{0x}, a_x в уравнение (3) и получим

$$s = \frac{v^2\sin^2\alpha\ \ \mathrm{ctg}^2\beta - v^2\cos^2\alpha}{-\dfrac{2F}{m}} = \frac{mv^2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\ \ \mathrm{ctg}^2\beta)}{2F}.$$

Ответ: $s = \dfrac{mv^2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\,\mathrm{ctg}^2\beta)}{2F}$, $x = y\ \mathrm{ctg}\alpha - \dfrac{F}{2mv^2\sin^2\alpha}y^2$.

2.2.5. Под действием силы трения $F_{\text{тр}} = \mu mg$ шайба тормозит: $\mu mg = ma$. Ускорение шайбы $a = \mu g$. Ее тормозной путь $l = \dfrac{v^2}{2a}$, скорость (по условию задачи она горизонтальна), с которой шайба подлетела к трубе: $v = \sqrt{2\mu gl}$. Максимальная высота подъема шайбы $h = \dfrac{gt_{\text{пол}}^2}{2}$, следовательно, время полета $t_{\text{пол}} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$. Расстояние по горизонтали от катапульты до трубы $s = vt_{\text{пол}} = 2\sqrt{\mu gl} = 0{,}7$ м.

Ответ: $s = 0{,}7$ м.

2.2.26. Равнодействующая сил $\vec{F}_\text{р} = \vec{F} + m\vec{g}$ (рис. 2.2.10). По теореме косинусов запишем:

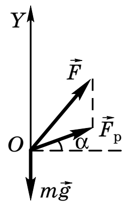


Рис. 2.2.10

$$F_\text{р}^2 + (mg)^2 - 2F_\text{р}mg\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}_{-\sin\alpha} = F^2.$$

Решив данное уравнение, получим

$$F_\text{р} = \sqrt{F^2 - (mg)^2\cos^2\alpha} - mg\sin\alpha. \qquad (1)$$

По второму закону Ньютона $\vec{F}_\text{р} = m\vec{a}$, или в проекции на ось Y:

$$F_\text{р}\sin\alpha = ma_y. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1) и (2), находим

$$a_y = g\sin\alpha\left(\sqrt{\left(\frac{F}{mg}\right)^2 - \cos^2\alpha} - \sin\alpha\right).$$

Высота, на которой прекращается работа двигателя:

$$h = \frac{a_yt^2}{2} = \frac{g\sin\alpha}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{F}{mg}\right)^2 - \cos^2\alpha} - \sin\alpha\right)t^2 = 4068{,}7\ \text{м} \approx 4{,}1\ \text{км}.$$

Ответ: $h \approx 4{,}1$ км.

2.3.7. Зная ускорение шайбы $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, найдем угол наклона α:

$$3\operatorname{tg}\alpha = 4,\ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{3}{5},\ \sin\alpha = \frac{4}{5}.$$

Ускорение во втором случае (учтем, что $\beta = 90^\circ - \alpha$)

$$a_2 = g\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \mu\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] = g(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = 1{,}96\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a_2 = 1{,}96$ м/с^2.

2.3.8. Силы, действующие на тело при подъеме и спуске, показаны на рис. 2.3.10, *а*, *б* соответственно.

В проекциях на направление движения и на перпендикулярное к нему направление запишем второй закон Ньютона:

при подъеме тела

$$mg\sin\alpha + F_\text{тр} = ma_1, \qquad (1)$$

$$N - mg\cos\alpha = 0, \qquad (2)$$

при спуске тела

$$mg\sin\alpha - F_\text{тр} = ma_2, \qquad (3)$$

$$N - mg\cos\alpha = 0, \qquad (4)$$

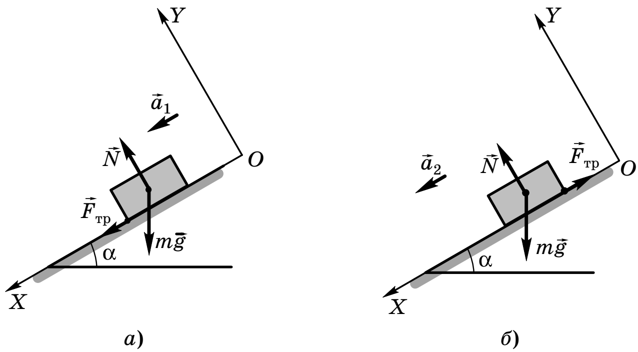


Рис. 2.3.10

где сила трения

$$F_{тр} = \mu N. \tag{5}$$

Из уравнений (1)—(5) находим ускорения тела:

$$a_1 = (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)g, \tag{6}$$

$$a_2 = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)g. \tag{7}$$

Двигаясь вверх равнозамедленно, тело до остановки проходит путь, определяемый из соотношения

$$v_0^2 = 2a_1 s, \tag{8}$$

за время t_1, которое находим из формулы

$$v_0 = a_1 t_1, \tag{9}$$

где v_0 — начальная скорость тела. Из уравнений (8) и (9) получаем

$$s = \frac{a_1 t_1^2}{2}.$$

При спуске тело, начиная движение без начальной скорости, проходит с ускорением a_2 тот же путь за время t_2. Следовательно,

$$a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2 \quad \text{и} \quad \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = n^2 = \frac{a_1}{a_2}. \tag{10}$$

Подставляя в (10) выражения (6) и (7), получаем

$$n^2 = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha},$$

откуда находим о т в е т:

$$\mu = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}2\,\mathrm{tg}\alpha.$$

2.3.12. Если санки удерживать на горке (рис. 2.3.11), то

$$F = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}. \qquad (1)$$

При равномерном движении санок вверх

$$F + \Delta F = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}}. \qquad (2)$$

Если они сами скатываются с горы, то

$$mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим о т в е т:

$$a = \frac{2Fg\sin\alpha}{2F + \Delta F};\ a = 1{,}87\ \text{м/с}^2.$$

2.3.18. Если $a_1 = a$, то по второму закону Ньютона (рис. 2.3.12):

$$mg\sin\alpha - T = ma\cos\alpha.$$

Найдем a_0, при котором $T = 0$:

$$mg\sin\alpha = ma_0\cos\alpha \Rightarrow a_0 = g\,\mathrm{tg}\,\alpha = 5{,}6\ \text{м/с}^2.$$

Если:

1) $a < a_0$, то

$$a_1 = a = 4\ \text{м/с}^2;\ T = m(g\sin\alpha - a\cos\alpha) = 0{,}14\ \text{Н};$$

2) $a > a_0$, $T = 0$, то кубик относительно плоскости будет подниматься вверх (рис. 2.3.13). Ускорение кубика относительно земли:

$$\vec{a}_1 = \vec{a} + \vec{a}_{\text{отн}}.$$

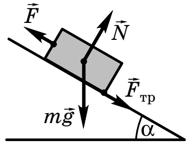


Рис. 2.3.11

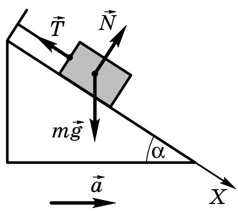


Рис. 2.3.12

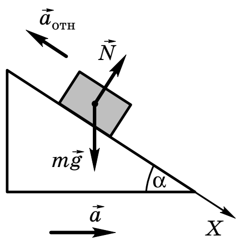


Рис. 2.3.13

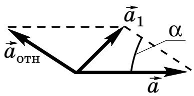


Рис. 2.3.14

По второму закону Ньютона: $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_1$ (рис. 2.3.14) или

$$mg\sin\alpha = m(a\cos\alpha - a_{отн}).$$

Поэтому

$$a_{отн} = a\cos\alpha - g\sin\alpha = 3{,}7\ м/с^2.$$

Ускорение кубика относительно земли

$$a_1 = \sqrt{a_{отн}^2 + a^2 - 2a_{отн}a\cos\alpha} = 7\ м/с^2.$$

Ответ: 1) $a_1 = 4$ м/с^2, $T = 0{,}14$ Н; 2) $a_1 = 7$ м/с^2, $T = 0$.

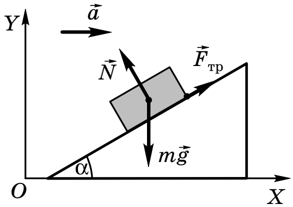


Рис. 2.3.15

2.3.20. Кубик покоится относительно клина (рис. 2.3.15), и сила трения, действующая на него, есть сила трения покоя:

$$F_{тр} < \mu N. \tag{1}$$

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси OX и OY:

$$N\sin\alpha - F_{тр}\cos\alpha = ma; \tag{2}$$

$$N\cos\alpha - mg + F_{тр}\sin\alpha = 0. \tag{3}$$

Из уравнений (2) и (3) сила трения покоя и сила нормального давления соответственно равны:

$$F_{тр} = m(a\cos\alpha + g\sin\alpha); \tag{4}$$

$$N = m(g\cos\alpha - a\sin\alpha). \tag{5}$$

Используя условие (1), получим

$$m(a\cos\alpha + g\sin\alpha) < \mu m(g\cos\alpha - a\sin\alpha),$$

откуда ускорение клина $a < \dfrac{\mu - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\alpha}g$. Следовательно, минимальное ускорение ускорение, при котором кубик будет соскальзывать,

$$a_{\min} = \frac{\mu - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\alpha}g.$$

При этом должно выполняться условие $\mu < \mathrm{tg}\ \alpha$. Если это условие не выполнено, то кубик будет соскальзывать при любом ускорении клина.

Ответ: $a_{\min} = \dfrac{\mu - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\alpha}g$.

2.4.5. Шарик движется равномерно по окружности, следовательно, у него есть нормальное ускорение $a_n = \dfrac{v^2}{r}$, где v — линейная скорость движения шарика по окружности, r — радиус этой окружности, который находим из рисунка 2.4.19: $r = l\sin\alpha$. Поэтому

$$a_n = \frac{v^2}{l\sin\alpha}. \qquad (1)$$

На шарик действуют: $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{T}$ — сила натяжения нити (см. рис. 2.4.19). Их равнодействующая и сообщает шарику нормальное ускорение, поэтому по второму закону Ньютона $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_n$, или в проекциях на оси X и Y:

$$T\sin\alpha = ma_n; \qquad (2)$$

$$T\cos\alpha - mg = 0. \qquad (3)$$

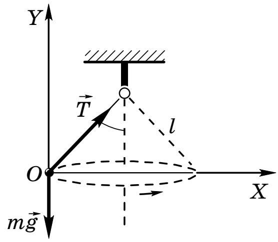


Рис. 2.4.19

а) Разделим уравнение (2) на (3) и получим $g\,\mathrm{tg}\,\alpha = a_n$, или с учетом уравнения (1)

$$g\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{l\sin\alpha} \Rightarrow v = \sqrt{gl\sin\alpha\ \mathrm{tg}\alpha};\ v \approx 3{,}8\ \text{м/с}.$$

б) Находим силу натяжения нити:

$$T = \frac{mg}{\cos\alpha};\ T = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{0{,}5}\ \text{Н} = 24{,}5\ \text{мН}.$$

Ответ: а) $v \approx 3{,}8$ м/с; б) $T = 24{,}5$ мН.

2.4.9. На велосипедиста действуют: $m\vec{g}$ — сила тяжести; $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения покоя, а так как по условию скорость максимально возможная, то сила трения покоя максимальна и равна $\vec{F}_{\text{тр}} = \mu\vec{N}$; $\vec{N}$ — сила реакции опоры (рис. 2.4.20).

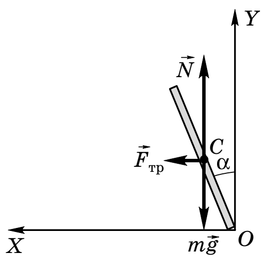


Рис. 2.4.20

При движении велосипедист должен наклониться так, чтобы равнодействующая сил реакции опоры и трения была направлена вдоль прямой, проходящей через его центр тяжести C. Силы, действующие на велосипедиста, перенесем в точку O (см. рис. 2.4.20). Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y:

$$F_{\text{тр}} = ma_n; \qquad (1)$$

$$N - mg = 0. \qquad (2)$$

а) Нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$. В уравнение (1) подставим значения нормального ускорения, силы трения, силы реакции опоры и получим

$$\mu mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{gR};\ \mu = 0{,}4.$$

б) Определим угол отклонения велосипедиста от вертикали:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu = 0{,}4 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\mu = \operatorname{arctg} 0{,}4 = 22^\circ.$$

Ответ: а) $\mu = 0{,}4$; б) $\alpha = 22^\circ$.

2.4.14. Мотоциклист движется равномерно по окружности радиусом

$$R = \frac{d}{2}, \qquad (1)$$

поэтому у него будет нормальное ускорение, которое создадут силы, на него действующие: тяжести mg, реакции N цилиндрической стены, трения (рис. 2.4.21).

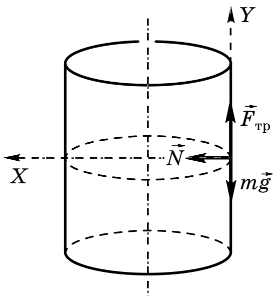


Рис. 2.4.21

Чтобы мотоциклист не соскальзывал вниз, максимальная сила трения покоя $F_{\text{тр}}$ должна быть больше силы тяжести, а при минимальной скорости

$$F_{\text{тр}} = mg. \qquad (2)$$

Введем систему координат, связанную с мотоциклистом, и запишем закон движения в проекции на ось X:

$$N = ma_n, \qquad (3)$$

где

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \qquad (4)$$

По определению,

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \qquad (5)$$

Решив систему уравнений (1)—(5), получим ответ:

$$v = \sqrt{\frac{gd}{2\mu}} \approx 11{,}1 \text{ м/с}.$$

2.4.15. В момент времени t шарик занимает положение, показанное на рисунке 2.4.22, где $a = \omega t$ — угол, который составляет нить с вертикалью. На шарик действуют силы: натяжения нити $\vec{T}$ и тяжести $m\vec{g}$. По второму закону Ньютона: $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$, или в проекции на ось X:

$$T - mg\cos\alpha = ma_n, \qquad (1)$$

где $a_n = \omega^2 l$ — центростремительное ускорение. Подставив его в (1), находим

$$T - mg\cos\alpha = m\omega^2 l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = m(\omega^2 l + g\cos\omega t) = 0{,}2\,(40 + 9{,}8\cos 10t) = 8 + 1{,}96\cos 10t.$$

Ответ: $T = 8 + 1{,}96\cos 10t$.

2.4.16. В данной задаче направление силы трения возможно: 1) вниз или 2) вверх вдоль наклонной плоскости. Рассмотрим одновременно оба случая. На рис. 2.4.23 показаны силы, действующие на шайбу. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y:

$$N\sin\alpha \pm F_{\text{тр}}\cos\alpha = m\omega^2 l\cos\alpha,$$

$$N\cos\alpha \mp F_{\text{тр}}\sin\alpha - mg = 0,$$

где

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Из приведенных уравнений получим

$$\frac{N(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)}{N(\cos\alpha \mp \mu\sin\alpha)} = \frac{\omega^2 l\cos\alpha}{g},$$

откуда найдем коэффициент трения:

$$\mu = \frac{\omega^2 l\cos\alpha - g\sin\alpha}{\pm g + \omega^2 l\sin\alpha}.$$

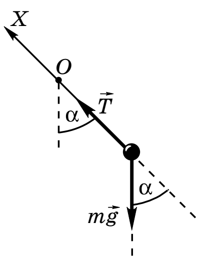


Рис. 2.4.22

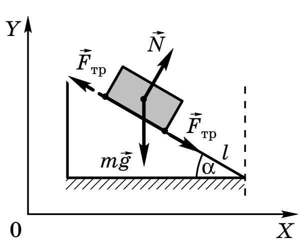


Рис. 2.4.23

Если $\mu = \dfrac{\omega^2 l\cos\alpha - g\sin\alpha}{g + \omega^2 l\sin\alpha} < 0$, то такой ответ физического смысла не имеет. Следовательно, $F_{тр}$ направлена вверх и $\mu = \dfrac{g\sin\alpha - \omega^2 l\cos\alpha}{g + \omega^2 l\sin\alpha} = 0{,}15$.

Ответ: $\mu = 0{,}15$; сила трения направлена вверх вдоль наклонной плоскости.

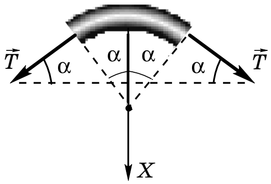


Рис. 2.4.24

2.4.19. На малую массу воды Δm действуют силы упругости, возникающие в кольце так, как показано на рисунке 2.4.24. Они создают центростремительное ускорение $a_{цс} = \dfrac{v^2}{R}$. По второму закону Ньютона: $2T\sin\alpha = \Delta m a_{цс}$. Угол α мал, поэтому $\sin\alpha \approx \alpha$. Малая масса воды $\Delta m = \dfrac{m}{2\pi} \cdot 2\alpha$, где m — масса всей воды в кольце, равная $m = \rho V$ (ρ — плотность воды, V — объем воды в кольце: $V = S \cdot 2\pi R$, S — площадь сечения кольца: $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$).

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$T = \frac{\pi\rho d^2 v^2}{4} \approx 0{,}3 \text{ Н}.$$

По третьему закону Ньютона сила, с которой вода растягивает трубку, $F = T$, следовательно, $F = 0{,}3$ Н.

Ответ: $F = 0{,}3$ Н.

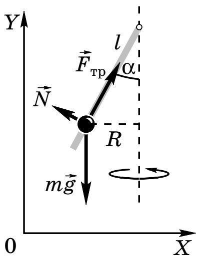


Рис. 2.4.25

2.4.20. На рис. 2.4.25 показаны силы, действующие на бусинку.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y:

$$F_{тр}\sin\alpha - N\cos\alpha = m\omega^2 R,$$
$$F_{тр}\cos\alpha + N\sin\alpha - mg = 0,$$

где

$$F_{тр} = \mu N.$$

Отсюда находим

$$R = l\sin\alpha \Rightarrow \frac{N(\mu\sin\alpha - \cos\alpha)}{N(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{m\omega^2 l\sin\alpha}{mg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = \frac{g(\mu\sin\alpha - \cos\alpha)}{\omega^2(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)\sin\alpha} = \frac{g(\mu - \operatorname{ctg}\alpha)}{\omega^2(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)};\ l = 10 \text{ см}.$$

Ответ: $l = 10$ см.

2.4.21. Стержень в любой момент времени движения образует со сторонами прямого угла прямоугольный треугольник, а точка C (бусинка) принадлежит медиане этого треугольника и, следовательно, движется по окружности радиусом $OC = l$ (рис. 2.4.26).

Скорость бусинки v_C в любой момент времени направлена по касательной к этой окружности, т. е. вдоль палочки. В любой момент времени скорость бусинки складывается из горизонтальной и вертикальной составляющих. Так как скорость точки B постоянна и $v_B = v$, то горизонтальные скорости всех точек палочки постоянны. Для точки A скорость $v_A = 0$, для бусинки $v_{\text{гор}} = \dfrac{v}{2}$. Из постоянства горизонтальных скоростей следует, что ускорение бусинки направлено вертикально. На бусинку действуют силы: тяжести $m\vec{g}$ и реакции стержня $\vec{N}$, которая направлена вертикально (рис. 2.4.27).

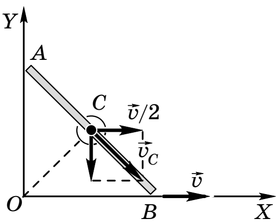


Рис. 2.4.26

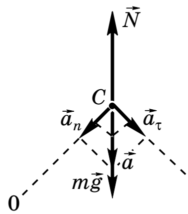


Рис. 2.4.27

В момент времени, когда палочка составляет угол $\alpha = 45°$ со стеной, у бусинки $a_n = a\tau = \dfrac{v_C^2}{l}$ и $v_{\text{гор}} = v_{\text{вер}} = \dfrac{v}{2}$. Скорость и ускорение бусинки соответственно равны:

$$v_C = \sqrt{v_{\text{гор}}^2 + v_{\text{вер}}^2} = \frac{v}{\sqrt{2}},\ a_C = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \frac{v^2}{\sqrt{2}l}.$$

По второму закону Ньютона:

$$mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a) = m\left(g - \frac{v^2}{\sqrt{2}l}\right) \approx 0{,}232\ \text{Н}.$$

Так как $F_{\text{д}} = N$ (третий закон Ньютона), то $F_{\text{д}} = 0{,}232$ Н.
Ответ: $F_{\text{д}} = 0{,}232$ Н.

2.5.6. Запишем для каждого из брусков второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y (рис. 2.5.41):

$$\begin{cases} F_1\cos\alpha - T - \mathrm{F}_{\text{тр}1} = m_1a, & (1)\\ N_1 + F_1\sin\alpha - m_1g = 0; & (2)\end{cases}$$

$$\begin{cases} T - F_2\cos\beta - F_{\text{тр}2} = m_2a, & (3)\\ N_2 + F_2\sin\beta - m_2g = 0, & (4)\end{cases}$$

где

$$F_{\text{тр}1} = \mu N_1, \qquad (5)$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu N_2, \qquad (6)$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu(m_1g - F_1\sin\alpha). \qquad (7)$$

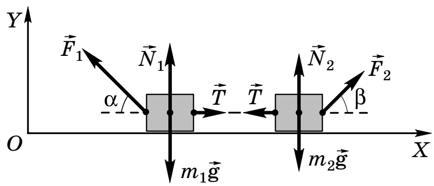


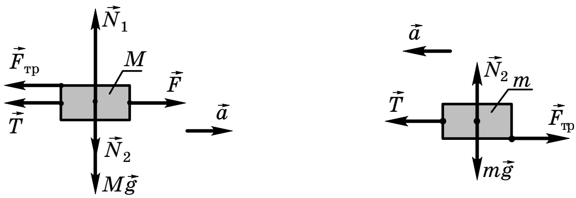
Рис. 2.5.41

Решив систему уравнений (1)—(7), получим о т в е т:

$$a = \frac{F_1(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - F_2(\cos\beta - \mu\sin\beta)}{m_1 + m_2} - \mu g;$$

$$T = \frac{F_1m_2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + F_2m_1(\cos\beta - \mu\sin\beta)}{m_1 + m_2}.$$

2.5.7. Так как бруски M и m связаны нитью (см. рис. 2.5.6 в условии), то верхний брусок движется с тем же по модулю ускорением, что и нижний, но направленным в противоположную сторону. Силы, действующие на бруски, показаны на рис. 2.5.42, *а*, *б*.



а)   *б*)

Рис. 2.5.42

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y:

для нижнего бруска

$$F - T - F_{\text{тр}} = Ma, \tag{1}$$

$$N_1 - N_2 - Mg = 0, \tag{2}$$

для верхнего бруска

$$T = F_{\text{тр}} = ma, \tag{3}$$

$$N_2 - mg = 0, \tag{4}$$

где сила трения

$$F_{\text{тр}} = \mu N_2. \tag{5}$$

Решив систему уравнений **(1)—(5)**, получим **о т в е т**:

$$F = 2\mu mg + (M + m)a;\ F = 25\ \text{Н}.$$

2.5.9. См. рис. 2.5.43. Возможны два случая.

1-й. Если оба тела будут двигаться, то при установившемся движении для второго тела второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y имеет вид:

$$m_2 g\sin\alpha = F_y - F_{\text{тр}2} = m_2 a,$$

$$N_2 - m_2 g\cos\alpha = 0,$$

где $F_{\text{тр}2} = \mu_2 N_2$, а для первого тела:

$$m_1 g\sin\alpha - F_y - F_{\text{тр}1} = m_1 a,$$

$$N_1 - m_1 g\cos\alpha = 0,$$

где $F_{\text{тр}} = \mu_1 N_1$, $F_y = k\,\Delta x$.

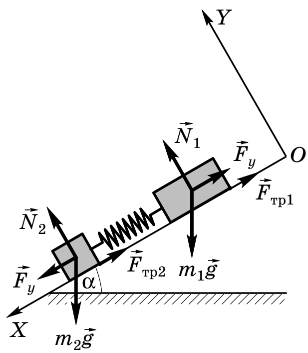


Рис. 2.5.43

Решая систему приведенных уравнений, получим

$$\Delta x = \frac{m_1 m_2 g(\mu_2 - \mu_1)}{k(m_1 + m_2)}\ \text{при}\ \operatorname{tg}\alpha > \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}.$$

2-й. Если же верхнее тело остается в покое, то изменение длины пружины будет происходить при условии:

$$m_1 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha - F_y = 0,$$

поэтому

$$\Delta x = \frac{m_1 g(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)}{k}\ \text{при}\ \operatorname{tg}\alpha \leqslant \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}.$$

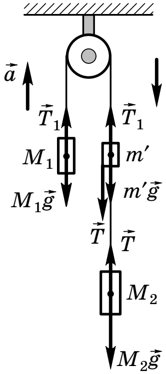


Рис. 2.5.44

2.5.13. В момент, когда по одну сторону блока длина веревки будет $l_1 = 8$ м, данную систему можно рассматривать как систему трех тел (рис. 2.5.44), массы которых соответственно равны:

$$M_1 = m_1 + m_2' = m_1 + \frac{m}{l}(l - l_1),$$

$$M_2 = m_2 + \frac{m}{2},$$

$$m' = \frac{m}{l}\left(l_1 - \frac{l}{2}\right).$$

Силы, действующие на каждое тело, также показаны на рисунке. Запишем второй закон Ньютона для каждого тела системы:

$$M_2 g - T = M_2 a,$$
$$mg + T - T_1 = ma,$$
$$T_1 - M_1 g = M_1 a.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$T = \frac{g(2m_2 + m)(m_1 l + ml - ml_1)}{l(m + m_1 + m_2)} = 52{,}92 \text{ Н}.$$

Ответ: $T = 52{,}92$ Н.

2.5.14. Каждый груз за две секунды проходит путь $\frac{at^2}{2}$, равный $\frac{h}{2}$, т. е.

$$\frac{h}{2} = \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

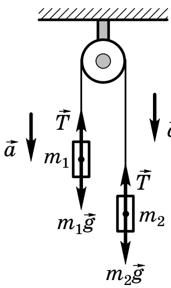


Рис. 2.5.45

Силы, действующие на каждый груз, показаны на рисунке 2.5.45.

Второй закон Ньютона в проекции на ось X для каждого груза имеет вид:

$$m_1 g - T = m_1 a, \qquad (2)$$
$$T - m_2 g = m_2 a. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$m_2 = m_1 \frac{gt_1^2 - h}{gt_1^2 + h} = 0{,}27 \text{ кг},$$

$$T = m_1\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) \approx 2{,}8 \text{ Н}.$$

Сила давления на ось блока

$$F = 2T = 5{,}6 \text{ Н}.$$

Ответ: $m_2 = 0{,}27$ кг, $T \approx 2{,}8$ Н, $F = 5{,}6$ Н.

2.5.15. Силы, действующие на тела системы, представлены на рис. 2.5.46. Сила трения кольца о брусок создает натяжение шнура. Следовательно, сила натяжения

$$T = F_{\text{тр}}. \qquad (1)$$

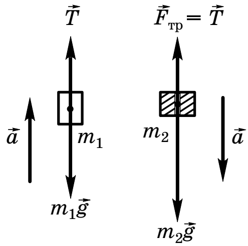


Рис. 2.5.46

Так как груз массой m_1 неподвижен, то по второму закону Ньютона

$$T - m_1 g = 0, \qquad (2)$$

а для скользящего кольца

$$m_2 g - F_{\text{тр}} = m_2 a. \qquad (3)$$

Из уравнений (1)—(3) получаем $F_{\text{тр}} = m_1 g$ и $a = \dfrac{m_2 - m_1}{m_2} g$.

Ответ: $a = g\left(1 - \dfrac{m_1}{m_2}\right)$; $F_{\text{тр}} = m_1 g$.

2.5.20. Груз m_1 опускается на высоту h за время t: $h = \dfrac{at^2}{2}$. На этот груз действуют силы: тяжести $m_1 g$ и натяжения нити T_1. По второму закону Ньютона:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a.$$

На брусок m действуют в горизонтальном направлении силы натяжения T_1 и T_2 и сила трения $F_{\text{тр}} = \mu mg$ (μ — коэффициент трения). По второму закону Ньютона:

$$T_1 - T_2 - \mu mg = ma.$$

На груз m_2 действуют сила натяжения нити T_2 и сила тяжести $m_2 g$. По второму закону Ньютона: $T_2 - m_2 g = m_2 a$.

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$\text{а) } \mu = \frac{m_1 - m_2}{m} - \frac{2h}{t^2} \cdot \frac{m_1 + m_2 + m}{m} = 0{,}32,$$

$$\text{б) } T_1 = m_1\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) = 8{,}16 \text{ Н},$$

$$T_2 = m_2\left(g + \frac{2h}{t^2}\right) = 2 \text{ Н}.$$

2.5.22. Найдем коэффициент трения между бруском и столом. По второму закону Ньютона для системы тел

$$m_2g - \mu\, m_1g = (m_1 + m_2)a.$$

Решив это уравнение, получим

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} - \frac{(m_1 + m_2)a}{m_1g} = 0{,}4. \qquad (1)$$

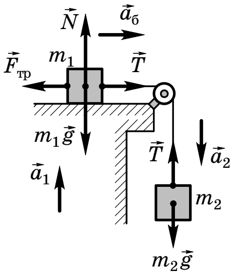


Рис. 2.5.47

а) Ускорение бруска относительно земли

$$\vec{a}_{01} = \vec{a}_1 + \vec{a}_б,$$

где $a_б$ — ускорение бруска и груза относительно стола (рис. 2.5.47).

По второму закону Ньютона для бруска:

$$\vec{N} + \vec{T} + m_1\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m_1\vec{a}_б$$

или в проекциях на оси X и Y:

$$T - F_{тр} = m_1a_б, \qquad (2)$$

$$N - m_1g = m_1a_1, \qquad (3)$$

где

$$F_{тр} = \mu N. \qquad (4)$$

Ускорение груза относительно земли

$$\vec{a}_{02} = \vec{a}_1 + \vec{a}_б.$$

По второму закону Ньютона для груза:

$$\vec{T} + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_{02}$$

или в проекции на ось Y

$$T - m_2g = m_2(a_1 - a_б). \qquad (5)$$

Решив систему уравнений (1)—(5), получим

$$a_б = \frac{g(m_2 - \mu(m_1 + m_2)) + m_2a_2}{m_1 + m_2} = 0{,}08 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения бруска относительно земли

$$a_{01} = -\sqrt{a_1^2 + a_б^2} \approx 2{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения груза относительно земли

$$a_{02} = a_1 - a_б \approx 2{,}1 \text{ м/с}^2.$$

б) Решение аналогичное, как и для случая а).

О т в е т: а) $a_{01} \approx 2{,}2$ м/с^2, $a_{02} \approx \approx 2{,}1$ м/с^2; б) $a_{01} \approx 2{,}26$ м/с^2, $a_{02} \approx \approx 2{,}7$ м/с^2.

2.5.24. Силы, действующие на тела системы, показаны на рис. 2.5.48.

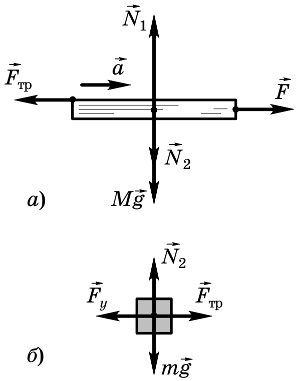


Рис. 2.5.48

По второму закону Ньютона для доски в момент начала соскальзывания бруска (рис. 2.5.48, *а*):

$$F - \mu N_2 = Ma, \qquad (1)$$

для бруска в этот момент времени (рис. 2.5.48, *б*):

$$\mu N_2 - F_y = \mu N_2 - k\Delta x = ma, \qquad (2)$$

где $F_y = k\Delta x$ – упругая сила деформации пружины, Δx — искомый путь, пройденный доской, и одновременно величина деформации (растяжения) пружины.

Движение тел не является равноускоренным, так как сила натяжения пружины F_y изменяется по мере движения тел. Силу реакции опоры N находим из уравнения

$$N_2 - mg = 0. \qquad (3)$$

Исключив ускорение из уравнений (1) и (2), запишем

$$\frac{F - \mu N_2}{M} = \frac{\mu N_2 - k\Delta x}{m}.$$

С учетом уравнения (3) получим

$$\frac{F - \mu mg}{M} = \frac{\mu mg - k\Delta x}{m},$$

откуда

$$\Delta x = \frac{m}{k}\left(\mu g - \frac{F - \mu mg}{M}\right) = \frac{m}{k}\,\frac{\mu(M + m)g - F}{M} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 20\ \text{мм}.$$

О т в е т: $\Delta x = 20$ мм.

2.5.27. См. рис. 2.5.49. Найдем максимальные значения силы трения покоя:

$$F_{\text{тр1max}} = \mu_1(m_1 + m_2) = 14{,}7\ \text{Н},$$
$$F_{\text{тр2max}} = \mu m_2 g = 4{,}9\ \text{Н}.$$

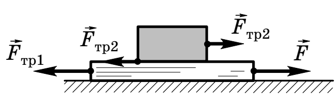


Рис. 2.5.49

Запишем второй закон Ньютона для каждого тела системы:

$$F_{тр2} = m_2 a_2,$$

$$F - F_{тр1} - F_{тр2} = m_1 a_1.$$

а) Если $F \leqslant F_{тр1max}$, то $a_1 = a_2 = 0$, тела покоятся и $F = F_{тр1}$, $F_{тр2} = 0$.

б) Если $F_{тр1max} + F_{тр2max} > F > F_{трmax}$, то $a_1 = a_2 = a$, система движется как единое целое и $F - F_{тр2max} = a(m_1 + m_2)$, откуда

$$a = \frac{F - \mu_1(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2},\ a = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g = 1{,}63\ \text{м/с}^2;\ a_{отн} = 0.$$

в) Если $F > F_{тр1max} + F_{тр2max}$, то $a_1 \neq a_2$, $\mu_2 m_2 g = a_2 m_2$, откуда

$$a_2 = \mu_2 g = 2{,}45\ \text{м/с}^2,\ a_1 = \frac{F - \mu_2 m_2 g - \mu_1(m_1 + m_2)g}{m_1} = 3{,}3\ \text{м/с}^2,$$

$$a_{отн} = -0{,}85\ \text{м/с}^2.$$

О т в е т: а) $a_1 = a_2 = 0$; б) $a_1 = a_2 = 1{,}63$ м/с^2, $a_{отн} = 0$; в) $a_1 = 3{,}3$ м/с^2, $a_2 = 2{,}45$ м/с^2, $a_{отн} = -0{,}85$ м/с^2.

2.5.28. При движении доски брусок будет оставаться на месте, так как между ними нет трения. Доска должна пройти расстояние, равное ее длине: $l = \frac{at^2}{2}$. Найдем ускорение доски из второго закона Ньютона:

$$F - \mu(m + M)g = Ma \Rightarrow a = \frac{F - \mu(m + M)g}{M};$$

время движения бруска по доске

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2lM}{F - \mu(m + M)g}},\ t \approx 1{,}7\ \text{с}.$$

О т в е т: $t \approx 1{,}7$ с.

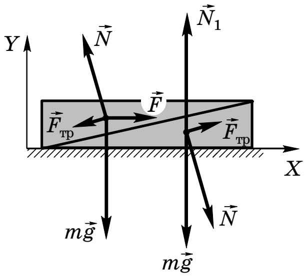


Рис. 2.5.50

2.5.34. Рассмотрим предельный случай, когда $a_1 = a_2 = a$; $F_{тр\,max} = \mu N$. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси X и Y для верхнего и нижнего клиньев соответственно (рис. 2.5.50):

$$F - \mu N\cos\alpha - N\sin\alpha = ma, \qquad (1)$$

$$0 = N\cos\alpha - \mu N\sin\alpha - mg, \qquad (2)$$

$$ma = \mu N\cos\alpha + N\sin\alpha. \qquad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) получим

$$0 = F - 2N(\mu\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Из уравнения (2) находим

$$N = \frac{mg}{\mu\cos\alpha - \mu\sin\alpha} \Rightarrow F = 2mg\frac{(\mu\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = 2mg\frac{\mu + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \mu\operatorname{tg}\alpha} \approx 25 \text{ Н}.$$

О т в е т: $F \approx 25$ Н.

2.5.35. Запишем второй закон Ньютона соответственно для правого, верхнего и левого грузов в проекциях на координатные оси (рис. 2.5.51):

$$2mg - T_1 = 2ma,$$

$$T_1 - T_2 = 2ma,$$

$$N - 2mg = 0,$$

$$T_2 - mg = ma,$$

а также для короба (рис. 2.5.52):

$$-N_1 + T_1 + T_2 + N + 3mg = 0,$$

$$T_1 - T_2 - F_{\text{тр пок}} = 0,$$

$$F_{\text{тр пок}} = \mu N_1.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим $\mu \geqslant \frac{2}{39} =$
$= 0{,}0513$.

О т в е т: $\mu = 0{,}0513$.

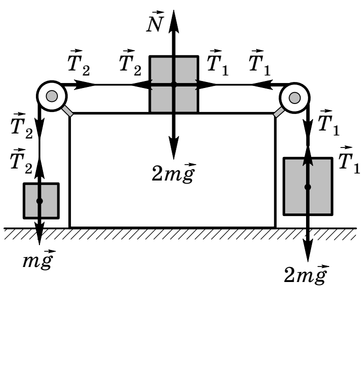


Рис. 2.5.51

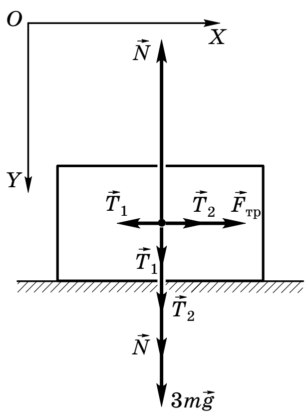


Рис. 2.5.52

2.5.37. Силы, действующие на тела системы, показаны на рис. 2.5.53. Так как брусок скользит по доске, то между ними возникает сила трения скольжения. Для всех трех тел по второму закону Ньютона в проекциях на координатные оси запишем:

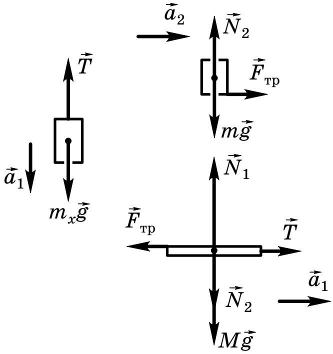


Рис. 2.5.53

$$m_x g - T = ma_1, \tag{1}$$
$$T - F_{тр} = Ma_1, \tag{2}$$
$$N_1 - N_2 - Mg = 0, \tag{3}$$
$$F_{тр} = ma_2, \tag{4}$$
$$N_2 - mg = 0, \tag{5}$$
$$F_{тр} = \mu N_2. \tag{6}$$

Из соотношений (3)—(6) получим $\mu mg = ma_2$, или

$$a_2 = \mu g. \tag{7}$$

Из уравнений (1) и (2) находим:

$$m_x g - \mu mg = (m + M)a_1, \tag{8}$$

откуда

$$a_1 = \frac{m_x - \mu m}{m_x + M} g.$$

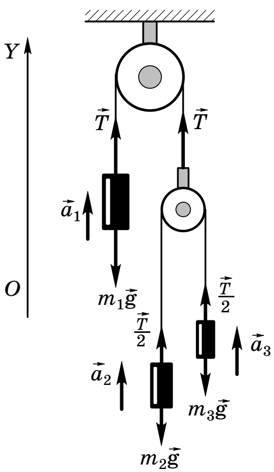


Рис. 2.5.54

Так как при движении доски и бруска должно выполняться неравенство: $a_1 > a_2$, то с учетом выражений (7) и (8) получаем: $\frac{m_x - \mu m}{m_x + m} g > \mu g$, откуда находим о т в е т:

$$m_x > \frac{\mu(M + m)}{1 - \mu}.$$

2.5.43. Ускорения грузов m_1, m_2, m_3 (рис. 2.5.54) относительно земли обозначим соответственно a_1, a_2, a_3, а ускорения грузов m_2, m_3 относительно блока *2* — $a_б$. По закону сложения ускорений имеем

$$a_2 = a_б = a_1,$$
$$a_3 = a_б - a_1.$$

Запишем второй закон Ньютона для каждого тела системы:

$$T - m_1 g = m_1 a_1,$$

$$m_2 g - \frac{T}{2} = m_2 a_2,$$

$$\frac{T}{2} - m_3 g = m_3 a_3.$$

Решив систему приведенных уравнений, находим соответственно ускорения грузов:

$$a_1 = \frac{m_1 m_2 - 4m_2 m_3 + m_1 m_3}{m_1 m_2 + 4m_2 m_3 + m_1 m_3} = \frac{g}{17} = 0{,}58 \text{ м/с}^2,$$

$$a_2 = 2{,}88 \text{ м/с}^2,\ a_3 = 4{,}04 \text{ м/с}^2,$$

а затем — силы натяжения нитей и силы давления:

$$T_1 = m_1(g - a_1) = 3(9{,}8 + 0{,}43) \text{ Н} = 28 \text{ Н};\ T_2 = 14 \text{ Н};$$

$$F_{д1} = 28 \text{ Н};\ F_{д2} = 56 \text{ Н}.$$

Ответ: $T_1 = 28$ Н; $T_2 = 14$ Н; $F_{д1} = 28$ Н; $F_{д2} = 56$ Н.

2.5.45. Из условия следует, что ускорения тел направлены так, как показано на рис. 2.5.55, и связаны соотношением

$$a_3 = a_1 + 2a_2. \qquad (1)$$

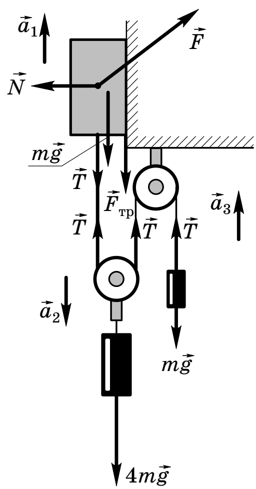


Рис. 2.5.55

Второй закон Ньютона для тела, движущегося по стене, в проекциях на оси OX и OY имеет вид:

$$F\cos\alpha - mg - F_{тр} - T = ma_1,$$
$$N = F\sin\alpha.$$

По определению, сила трения $F_{тр} = \mu N$. Сделав преобразование последних трех уравнений, получим

$$F\cos\alpha - mg - \mu F\sin\alpha - T = ma_1. \qquad (2)$$

Второй закон Ньютона для тела массой $4m$ имеет вид

$$2T - 4mg = -4ma_2, \qquad (3)$$

для тела массой m

$$T - mg = ma_3. \qquad (4)$$

Учтем, что $F = 12mg$, и, решив систему уравнений (1)—(4), находим ответ:

$$a_2 = 2g\left(\mu\sin\alpha - \cos\alpha + \frac{1}{3}\right) = \frac{g}{6}; \ a_2 = 1{,}63 \text{ м/с}^2.$$

Глава 3. РАБОТА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

3.1.13. Из второго закона Ньютона $F = m_1a_1$ ускорение мальчика $a_1 = \frac{F}{m_1}$, а его скорость: $v_1 = a_1t = \frac{Ft}{m_1} = 1$ м/с. Скорость вторых саней: $v_2 = \frac{Ft}{m_2} = 2$ м/с. Скорость мальчика относительно вторых саней: $v_{\text{отн}} = v_1 + v_2 = 3$ м/с.

Ответ: $v_1 = 1$ м/с; $v_{\text{отн}} = 3$ м/с.

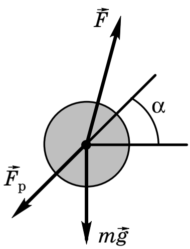


Рис. 3.1.4

3.1.21. На огнетушитель действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, реактивная сила $\vec{F}_\text{р} = \frac{m_1v}{t}$ и удерживающая его сила $\vec{F}$ (рис. 3.1.4). Так как огнетушитель неподвижен, то

$$\vec{F}_\text{р} + m\vec{g} + \vec{F} = 0. \qquad (1)$$

Из (1) находим

$$F = \sqrt{F_\text{р}^2 + (mg)^2 \cdot 2F_\text{р}mg\cos(90 - \alpha)} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{m_1v}{t}\right)^2 + (mg)^2 + \frac{2m_1v}{t}mg\sin\alpha} = 22{,}6 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 22{,}6$ Н.

3.1.22. Изменение импульса частицы при упругом отражении от стены равно $\Delta p_1 = 2mv$. Количество частиц, падающих на стену площадью S за время Δt, равно $N_0 = v\Delta tSn$, где n — концентрация частиц. Сила давления потока частиц на стену: $F_1 = N_0\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = 2mv^2Sn = N_0\frac{2mv}{\Delta t}$. Давление частиц на стену:

$$p_1 = \frac{F_1}{S} = 2mv^2n = N_0\frac{2mv}{\Delta t}.$$

Изменение импульса частицы при поглощении ее стеной: $\Delta p_2 = mv$. Количество частиц, отражающихся от стены, $N_1 = (1 - k)N_0$, а частиц, поглощенных стеной, $N_2 = kN_0$.

Давление на стену в случае поглощения ею части падающих на нее частиц:

$$p_2 = (1 - k)N_0 \frac{2mv}{\Delta t} + kN_0 \frac{mv}{\Delta t} = \frac{N_0 mv(2 - 2k + k)}{\Delta t}.$$

Вычислив отношение p_2/p_1, найдем ответ:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{N_0 mv(2 - k)\Delta t}{N_0 \cdot 2mv\Delta t} = \frac{2 - k}{2} = \frac{5}{6}.$$

3.2.9. Так как на шарики не действуют внешние силы, то система из данных шариков является замкнутой и, следовательно, импульс системы сохраняется:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)u, \quad (1)$$

где v — скорость шарика m_1 до удара, u — скорость шариков после абсолютно неупругого удара. По условию,

$$m_1 = nm_2. \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим $u = v\frac{n}{n+1}$. Изменение скорости первого шарика

$$\Delta v = v - u = v\left(1 - \frac{u}{n+1}\right) = \frac{v}{n+1}.$$

Относительное изменение скорости $\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{n+1}$, или

$$\eta = \frac{\Delta v}{v} \cdot 100\% = \frac{100\%}{n+1} \approx 33\%.$$

Ответ: $\eta \approx 33\ \%$.

3.2.17. Относительно земли скорость мальчика v_1, скорость тележки u. По закону сохранения импульса (система замкнута)

$$0 = Mu - mv_1 \Rightarrow Mu = mv_1.$$

Скорость мальчика относительно тележки

$$v = v_1 + u \Rightarrow v_1 = v - u \Rightarrow$$
$$Mu = m(v - u).$$

Отсюда находим о т в е т:

$$u = \frac{mv}{M+m} = 0{,}5 \text{ м/с}.$$

3.2.27. По закону сохранения импульса:

$$0 = mu_1 - Mu_2, \qquad (1)$$

где u_2 — скорость лодки относительно берега, а $u_1 = v\cos\alpha - u_2$ — горизонтальная составляющая скорости человека относительно берега.

Из (1) находим:

$$0 = mv\cos\alpha - (m+M)u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{mv\cos\alpha}{m+M};$$

$$u_1 = v\cos\alpha\left(1 - \frac{m}{M+m}\right) = v\cos\alpha\frac{M}{m+M}.$$

Время подъема до максимальной высоты равно $t = \frac{v\sin\alpha}{g}$; длина прыжка

$$l = u_1 \cdot 2t = \frac{2v^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}\frac{M}{m+M},$$

$$l = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g} \cdot \frac{M}{m+M};\ l = 1{,}65 \text{ м}.$$

О т в е т: $l = 1{,}65$ м.

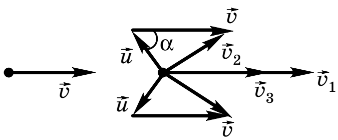


Рис. 3.2.5

3.2.34. Относительно центра масс снаряда скорость осколка, летевшего горизонтально, $u = v_1 - v$. Так как осколки по массе равны, то из закона сохранения импульса следует, что скорости всех осколков одинаковы, направлены под углом 120° друг к другу и лежат в одной плоскости (рис. 3.2.5). Относительно земли скорости двух других осколков равны:

$$v_2 = v_3 = \sqrt{u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha}$$

или

$$v_2 = v_3 = \sqrt{(v_1 - v)^2 + v^2 - 2(v_1 - v)\cos 60^\circ} \approx 87 \text{ м/с};$$

$$\frac{v_2}{\sin 60^\circ} = \frac{v}{\sin(120^\circ - \alpha)};\ \sin(120^\circ - \alpha) = \frac{v}{v_2}\sin 60^\circ = 0{,}97;\ \alpha = 42^\circ.$$

О т в е т: $v_2 = v_3 \approx 87$ м/с; $\alpha = 42°$.

3.2.36. Скорость кольца перед ударом

$$v_1 = \sqrt{2gh}\,. \tag{1}$$

После удара скорость v_0 системы найдем из закона сохранения импульса:

$$mv_1 = (2M + m)v_0. \tag{2}$$

Далее система движется ускоренно. По второму закону Ньютона:

$$mg = (2M + m)a. \tag{3}$$

Каждый груз проходит путь h. Время движения определим из закона движения:

$$h = v_0 t + \frac{at^2}{2}\,. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1)—(4), получим

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\left(\sqrt{2\frac{M+m}{m}} - 1\right) \approx 0{,}8 \text{ с.}$$

Ответ: $t \approx 0{,}8$ с.

3.2.37. Вдоль оси X (рис. 3.2.6) сумма внешних сил, действующих на систему тел, равна нулю. Из закона сохранения импульса $(\Delta\vec{p})_x = 0$ следует, что проекция на ось X скорости центра масс системы $v_{\text{ц. м}\,x} = 0$ и координата центра масс не изменяется: $x_{\text{ц. м}} = \text{const}$. По определению, координата центра масс системы тел:

$$x_{\text{ц. м}} =$$

$$= \frac{m_1(-l_1 - s + h) + m_2(l_2 - s) + M(-s)}{m_1 + m_2 + M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = -m_1 s + m_1 h - m_2 s - Ms;$$

$$s(m_1 + m_2 + M) = m_1 h;$$

$$s = \frac{m_1 h}{m_1 + m_2 + M} = 8{,}3 \text{ см.}$$

Ответ: $s = 8{,}3$ см.

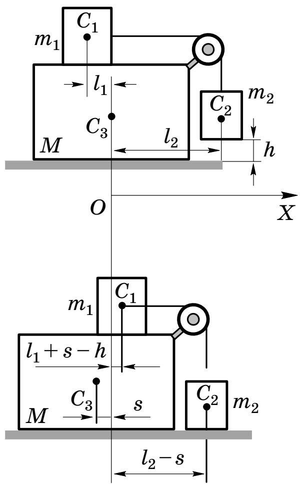


Рис. 3.2.6

3.3.9. а) Так как лифт движется равномерно, то $F_{тяги} = mg$. Работа по перемещению лифта $A_1 = F_{тяги}h = mgh$.

б) При равноускоренном движении $F_{тяги} - mg = ma$, где $a = \frac{2h}{t^2}$ $\left(\text{так как } h = \frac{at^2}{2}\right)$. Работа по перемещению лифта

$$A_2 = F_{тяги}h = m\left(g + \frac{2h}{t^2}\right)h.$$

Работа по подъему лифта во втором случае будет больше на

$$\Delta A = A_2 - A_1 = \frac{2mh^2}{t^2} = 18 \text{ кДж}.$$

Ответ: при ускоренном подъеме лифта работа больше на $\Delta A = 18$ кДж.

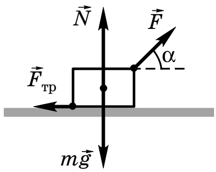


Рис. 3.3.13

3.3.10. На рис. 3.3.13 показаны силы, действующие на тело. Работа силы F:

$$A_1 = Fs\cos\alpha = 25\,981 \text{ Дж};$$

работа силы трения:

$$A_2 = F_{тр}s\cos\alpha_2.$$

Так как $\alpha_2 = 180°$, а $F_{тр} = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha)$, то

$$A_2 = -\mu s(mg - F\sin\alpha) = -1812 \text{ Дж}.$$

Работа силы тяжести и работа силы реакции опоры соответственно равны:

$$A_3 = mgs\cos\alpha_3, \text{ а так как } \alpha_3 = 90°, \text{ то } A_3 = 0;$$

$$A_4 = Ns\cos\alpha_3 = 0.$$

Работа всех сил

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = s(F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg) = 24\,169 \text{ Дж}.$$

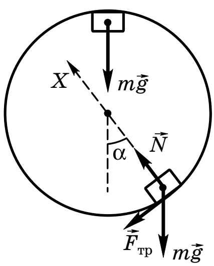


Рис. 3.3.14

Ответ: $A_1 = 25\,981$ Дж; $A_2 = -1812$ Дж; $A_3 = 0$; $A_4 = 0$; $A = 24\,169$ Дж.

3.3.31. Определим, будут ли аэросани отрываться от дорожки в верхней точке (рис. 3.3.14).

При отрыве $N = 0$. По второму закону Ньютона $mg = m\frac{v_{\min}^2}{R}$, следовательно, скорость

$$v_{\min} = \sqrt{gR} = \sqrt{30} \text{ м/с}.$$

Так как $v > v_{\min}$, то аэросани не будут отрываться от дорожки.

По второму закону Ньютона для саней, находящихся в любой точке траектории движения:

$$N - mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{R},$$

где α — угол между вертикалью и радиусом к точке траектории движения, в которой находятся сани.

Сила трения, по определению,

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Из двух последних соотношений выразим силу трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\alpha\right).$$

Сила трения переменна. Построим график зависимости $F_{\text{тр}}$ от пути и по графику найдем среднюю силу трения: $\langle F_{\text{тр}}\rangle = \frac{\mu m v^2}{R}$ (рис. 3.3.15).

Тогда работа силы трения равна $A = -\langle F_{\text{тр}}\rangle s$, а так как $s = 2\pi R$, то

$$A = -\frac{\mu m v^2}{R}\cdot 2\pi R = -2\pi\mu m v^2 = -30 \text{ кДж}.$$

О т в е т: $A = -30$ кДж.

3.4.13. На тело действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, реакции опоры $\vec{N}$, трения $\vec{F}_{\text{тр}} = \mu\vec{N}$ и $\vec{F}$ (рис. 3.4.1). Тело движется равномерно. По первому закону Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} + F_{\text{тр}} + \vec{F} = 0,$$

или в проекциях на оси OX и OY:

$$F - mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = 0,$$
$$N - mg\cos\alpha = 0.$$

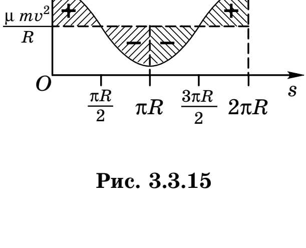


Рис. 3.3.15

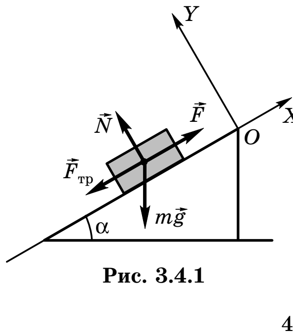


Рис. 3.4.1

Решив данную систему уравнений, получим

$$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha.$$

По определению, мощность

$$N = Fv = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Найдем угол, при котором мощность максимальна:

$$\frac{dN}{d\alpha} = mgv(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = 0,$$

$$\mu = \operatorname{ctg}\alpha \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = 60°.$$

Тогда максимальная мощность

$$N_{\max} = \frac{mgv}{4} = 11{,}32 \text{ Вт}.$$

Ответ: $\alpha = 60°$; $N = 11{,}32$ Вт.

3.5.19. Чтобы доска упала со стола, она должна проехать путь, равный половине своей длины. По теореме о кинетической энергии

$$\Delta E = A(F_{\text{тр}}),$$

где $\Delta E = 0 - \frac{mv^2}{2}$ — изменение кинетической энергии, $A(F_{\text{тр}}) = -\mu mg\frac{l}{2}$ — работа силы трения.

Из приведенных уравнений получим

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mg\frac{l}{2}.$$

Следовательно, минимальная горизонтальная скорость

$$v = \sqrt{\mu gl} \approx 3{,}43 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 3{,}43$ м/с.

3.5.25. По теореме о кинетической энергии работа

$$A = \Delta E = E - 0 = E,$$

где E — полная кинетическая энергия системы в конечном состоянии:

$$E = E_1 + E_2,$$

где $E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1\omega^2 x^2}{2}$; $E_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2\omega^2(l-x)^2}{2}$ — кинетические энергии шариков *1* и *2* соответственно, x — расстояние первого шарика от оси вращения, $(l - x)$ — расстояние второго шарика от оси вращения. Следовательно, $A = \frac{\omega^2}{2}(m_1x^2 + m_2(l - x)^2)$. Задача на экстремум; взяв производную от A по X и приравняв нулю, получим:

$$A' = 0 \Rightarrow m_1 2x - m_2 2(l - x) = 0 \Rightarrow x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} = 0{,}6 \text{ м}$$

(т. е. ось вращения проходит через центр масс системы). Минимальная работа: $A_{\min} = \frac{\omega^2 l^2}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 5$ Дж.

Ответ: $x = 0{,}6$ м; $A_{\min} = 5$ Дж.

3.7.7. Если m_0 — масса единицы длины каната, то максимальная сила натяжения, которую может выдержать канат (рис. 3.7.23), $T_{\max} = m_0 l_0 g$.

Запишем уравнение движения каната, соскальзывающего со стола (рис. 3.7.24), в проекциях на оси OX и OY:

$$m_0(l - x)a = T,$$
$$m_0 xa = m_0 xg - T,$$

где l — длина каната, x — длина части каната, соскользнувшей со стола. Следовательно, сила натяжения в данный момент времени

$$T = \frac{m_0 xg(1 - x)}{l}.$$

Исследуем зависимость $T(x)$ на максимум; взяв производную от T по x и приравняв ее к нулю, получим $x = \frac{l}{2}$, $T = \frac{m_0 gl}{4}$. Поскольку $T \leqslant T_{\max}$, то $\frac{m_0 gl}{4} \leqslant m_0 l_0 g$, или $l \leqslant 4l_0$.

Следовательно, $l_{\max} = 4l_0 = 20$ м.

Скорость найдем из закона сохранения энергии:

$$\frac{mgl}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{gl} = \sqrt{4gl_0} = 14 \text{ м/с}.$$

Ответ: $l_{\max} = 20$ м; $v = 14$ м/с.

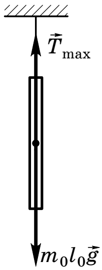


Рис. 3.7.23

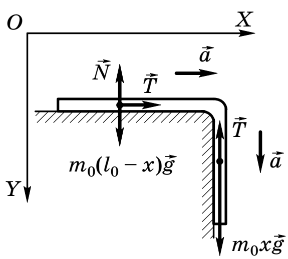


Рис. 3.7.24

3.7.16. По закону сохранения энергии для бусинки

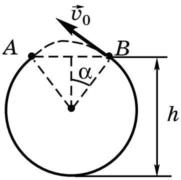


Рис. 3.7.25

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh. \quad (1)$$

Высоту находим из рис. 3.7.25:

$$h = R(1 + \cos\alpha). \quad (2)$$

Расстояние AB (см. рис. 3.7.25) равно

$$s = 2R\sin\alpha. \quad (3)$$

С другой стороны, расстояние AB — это дальность полета бусинки, определяемая по формуле:

$$s = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}. \quad (4)$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$v = \sqrt{gR\left(\frac{1}{\cos\alpha} + 2(1 + \cos\alpha)\right)} = 4{,}9 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 4{,}9$ м/с.

3.7.22. При движении до точки A на шарик действовали сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Сила $\vec{T}$ в любой момент направлена перпендикулярно траектории шарика, и ее работа равна нулю. Записав закон сохранения энергии:

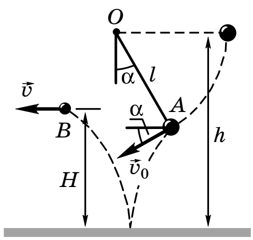


Рис. 3.7.26

$$mgl\cos\alpha = \frac{mv_0^2}{2},$$

найдем скорость шарика в точке A (рис. 3.7.26):

$$v_0 = \sqrt{2gl\cos\alpha}. \quad (1)$$

Дальнейшее движение происходило только под действием силы тяжести, направленной вертикально вниз. Поэтому в горизонтальном направлении импульс шарика оставался постоянным. В точке B максимального подъема шарика над поверхностью стола скорость $\vec{v}$ направлена горизонтально и

$$v = v_0\cos\alpha. \quad (2)$$

Запишем закон сохранения энергии при движении шарика из точки A в точку B:

$$mg(h - l\cos\alpha) + \frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{mv^2}{2},$$

откуда с учетом уравнений (1), (2) получим

$$h - l\cos\alpha + l\cos\alpha = H + l\cos^3\alpha$$

и находим

$$H = h - l\cos^3\alpha \approx 46 \text{ см.}$$

Ответ: $H \approx 46$ см.

3.7.23. При движении груза на стержень будет действовать сила натяжения нити $\vec{T}$, которая способна сдвинуть брусок. Для того чтобы брусок сдвинулся с места, сила трения покоя $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ должна стать максимальной:

$$F_{\text{тр.пок}} = \mu N. \qquad (1)$$

Запишем второй закон Ньютона для груза в момент времени, когда нить составила угол α с вертикалью (рис. 3.7.27):

$$\frac{mv^2}{l} = T - mg\cos\alpha, \qquad (2)$$

где v — скорость груза в этот момент. Найдем ее из закона сохранения энергии:

$$mgl\cos\alpha = \frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

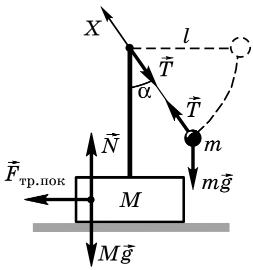


Рис. 3.7.27

Из уравнений (2), (3) получим

$$T = 3mg\cos\alpha. \qquad (4)$$

Условие равновесия для бруска:

$$0 = T\sin\alpha - F_{\text{тр.пок}},\ 0 = N - T\cos\alpha - Mg;$$

с учетом (1) и (4) находим ответ:

$$M = \frac{3m\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu} \approx 37{,}5 \text{ г.}$$

3.7.25. В положении *0* (рис. 3.7.28) пружина недеформирована; в положении *1* — растянута на x; ее потенциальная энергия $kx^2/2$, а потенциальная энергия груза $mg(n-1)x$. В положении *2* потенциальная энергия пружины $kn^2x^2/2$, потенциальная энергия груза равна нулю. Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{kx^2}{2} + mg(n-1)x + A = \frac{kn^2x^2}{2} \qquad (1)$$

и условие равновесия:

$$mg = kx, \tag{2}$$

где k — жесткость пружины, A — совершенная работа.

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$A = \frac{kx^2(n-1)^2}{2} = 0{,}72 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = 0{,}72$ Дж.

3.7.28. Когда подставку начинают отпускать, на нее действуют силы: тяжести mg, реакции опоры N и упругости $F = kx$ (рис. 3.7.29). По второму закону Ньютона:

$$ma = mg - N - kx.$$

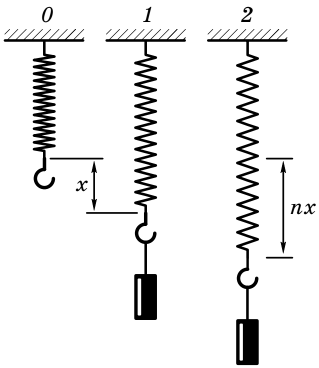


Рис. 3.7.28

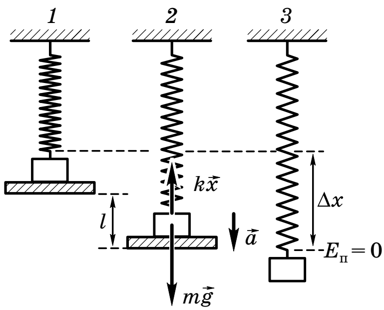


Рис. 3.7.29

В момент отрыва $N = 0$, $x = l$. Следовательно, $ma = mg - kl$, откуда

$$l = \frac{m(g-a)}{k}. \tag{1}$$

Подставка пройдет путь

$$l = \frac{at^2}{2}. \tag{2}$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$t = \sqrt{\frac{2m(g-a)}{ka}} \approx 0{,}3 \text{ с.} \tag{3}$$

При движении системы из состояния *2* в состояние *3* закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} + mg(\Delta x - l) + \frac{kl^2}{2} = \frac{k\Delta x^2}{2}, \qquad (4)$$

где $v = at$ — скорость подставки в состоянии *2*, Δx — максимальное растяжение пружины. Решив систему уравнений (1), (3), (4), получим

$$\Delta x = \frac{mg}{k}\left(1 + \sqrt{\frac{a(2g-a)}{g^2}}\right) \approx 0{,}22 \text{ м}.$$

Ответ: $t \approx 0{,}3$ с; $\Delta x \approx 0{,}22$ м.

3.7.29. См. рис. 3.7.30. Максимальный импульс шарика

$$p_{\max} = mv_{\max}. \qquad (1)$$

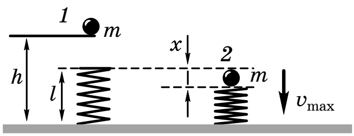


Рис. 3.7.30

Закон сохранения энергии при переходе системы из состояния *1* в состояние *2* имеет вид:

$$mg(h - l + x) = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Скорость будет максимальна, когда шарик будет проходить положение равновесия. При этом сумма сил, действующих на шарик, равна нулю:

$$mg - kx = 0. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1) — (3), получим ответ:

$$p_{\max} = m\sqrt{2g(h-l) - \frac{mg^2}{k}} \approx 0{,}16 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

3.7.32. См. рис. 3.7.31. Работа внешних сил:

$$A = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}, \qquad (1)$$

где потенциальная энергия пружины

$$E_{\text{п}} = \frac{k\Delta x^2}{2}, \qquad (2)$$

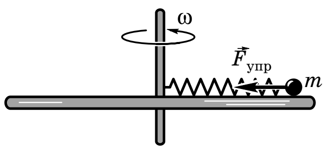


Рис. 3.7.31

кинетическая энергия шарика

$$E_\text{к} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 R^2}{2} = \frac{m\omega^2(\Delta x + l)^2}{2}, \qquad (3)$$

поэтому

$$A = \frac{m\omega^2(\Delta x + l)^2 + k\Delta x^2}{2}.$$

По второму закону Ньютона $F_\text{упр} = ma_n$, где $F_\text{упр} = k\Delta x$ — сила упругости, $a_n = \omega^2(l + \Delta x)$ — центростремительное ускорение. Следовательно,

$$k\Delta x = m\omega^2(\Delta x + l) \Rightarrow \Delta x = \frac{m\omega^2 l}{k - m\omega^2}. \qquad (4)$$

Решив систему уравнений (1) — (4), получим

$$A = \frac{km\omega^2 l^2}{2}\,\frac{k + m\omega^2}{(k - m\omega)^2} = 1{,}69 \text{ Дж}.$$

О т в е т: $A = 1{,}69$ Дж.

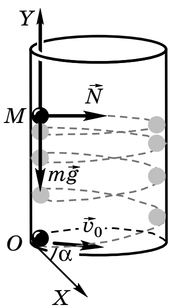


Рис. 3.7.32

3.7.33. Введем систему отсчета XOY (рис. 3.7.32). В направлении оси OX на тело при его движении силы не действуют, поэтому проекция начальной скорости на эту ось

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

будет неизменной.

Движение вдоль оси OY происходит с ускорением $a_y = -g$, поэтому проекция v_y скорости будет изменяться по закону

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

и в верхней точке M траектории станет равной нулю:

$$0 = v_0 \sin\alpha - gt_0,$$

где t_0 — время подъема тела в наивысшую точку.

Если «смотреть» сверху в цилиндр, то тело будет двигаться по окружности радиусом R с постоянной скоростью v_{0x}, а угловая координата тела будет изменяться по закону

$$\varphi = \omega t = \frac{v_{0x}}{R}t = \frac{v_0\cos\alpha}{R}t.$$

За время t_0 тело совершит $n = 4$ оборота, т. е. сместится на угол $\varphi = 2\pi n$. Тогда

$$2\pi n = \frac{v_0\cos\alpha}{R}t_0, \text{ или } 2\pi n = \frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{gR}.$$

Следовательно,

$$v_0^2 = \frac{2\pi ngR}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

Сила давления $\vec{F}$ тела на поверхность цилиндра в верхней точке равна по модулю силе $\vec{N}$ реакции стенок цилиндра. Из уравнения движения, записанного в проекции на нормаль к траектории (она все время направлена по радиусу цилиндра), находим

$$N = \frac{mv^2}{R},$$

где $v = v_0\cos\alpha$ — скорость тела в точке M.

Окончательно получаем:

$$F = N = \frac{m \cdot 2\pi ngR\cos^2\alpha}{R\sin\alpha\cos\beta} = 2\pi nmg\operatorname{ctg}\alpha \approx 8{,}5\ \text{Н}.$$

Ответ: $F \approx 8{,}5$ Н.

3.7.34. Введем систему отсчета XOY (рис. 3.7.33). В направлении оси OX на шарик при его движении силы не действуют, поэтому проекция начальной скорости на эту ось

$$v_{0x} = v_0$$

будет неизменной.

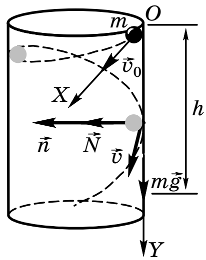


Рис. 3.7.33

Движение вдоль оси OY происходит с ускорением $a_y = g$, поэтому проекция скорости на эту ось

$$v_y = gt.$$

Время, за которое шарик опустится на расстояние h, можно определить из соотношения

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Если «смотреть» в цилиндр сверху, то шарик будет двигаться по окружности радиусом R с постоянной скоростью $v_{0x} = v_0$. Поэтому угловая координата шарика будет изменяться по закону

$$\varphi = \omega t = \frac{v_{0x}}{R}t = \frac{v_0}{R}t.$$

За время t шарик сместится на угол $\varphi = \dfrac{v_0}{R}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$, совершив $n =$ $= \dfrac{\varphi}{2\pi} = \dfrac{v_0}{2\pi R}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} \approx 2$ оборота.

Сила давления $\vec{F}$ шарика равна по модулю силе $\vec{N}$ реакции стенок трубы. Силу N можно найти из уравнения движения, записанного в проекции на нормаль к траектории (она все время направлена по радиусу трубы):

$$N = \frac{mv^2}{R} \text{ или } F = \frac{mv_0^2}{R} = 5 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 5$ Н; $n = 2$ оборота.

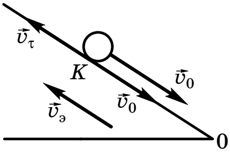


Рис. 3.7.34

3.7.35. В системе координат, связанной с эскалатором (рис. 3.7.34), скорость точки K колечка определим из соотношения: $v_\tau - v_0 = 0 \Rightarrow v_\tau = v_0$, где

$$v_\tau = \omega r. \quad (1)$$

Для колечка потенциальная энергия $E_п = mgH$, где $H = h + 2H\frac{v_э}{v_0}$ ($v_э$ — скорость эскалатора). Отсюда получим

$$H = \frac{h}{1 - 2v_э/v_0} = \frac{hv_0}{v_0 - 2v_э} = \frac{hv_\tau}{v_\tau - 2v_э}. \quad (2)$$

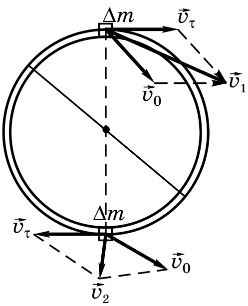


Рис. 3.7.35

Найдем кинетическую энергию колечка. Для этого рассмотрим два элемента колечка Δm, лежащих на одном диаметре (рис. 3.7.35). Квадраты скорости каждого элемента колечка равны:

$$v_1^2 = v_\tau^2 + v_0^2 + 2v_\tau v_0 \cos\alpha,$$

$$v_2^2 = v_\tau^2 + v_0^2 - 2v_\tau v_0 \cos\alpha;$$

их суммарная кинетическая энергия

$$\Delta E_к = \frac{\Delta m\left(v_1^2 + v_2^2\right)}{2} = \Delta m\left(v_\tau^2 + v_0^2\right),$$

а энергия всего колечка

$$E_к = \frac{m\left(v_\tau^2 + v_0^2\right)}{2} = mv_\tau^2. \quad (3)$$

По закону сохранения энергии $E_п = E_к$. Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$\omega = \frac{v_э + \sqrt{v_э^2 + gh}}{r} = 250 \text{ рад/с}.$$

Ответ: $\omega = 250$ рад/с.

3.8.13. Движение санок происходит на двух разных участках (рис. 3.8.12): на участке *1–2–3* — по дуге окружности, на участке *3–4* — по прямой.

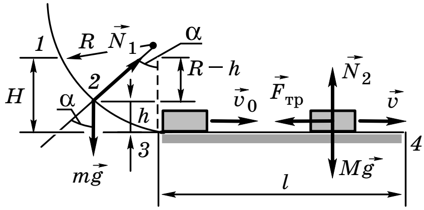


Рис. 3.8.12

На первом участке *1–2–3* санки разгоняются и, съехав с горки, приобретают скорость $\vec{v}_0$, которую найдем из закона сохранения энергии:

$$MgH = \frac{1}{2}Mv_0^2 \text{ или } v_0 = \sqrt{2gH},$$

где M — масса санок с человеком, H — высота горки.

На участке *3—4* санки движутся замедленно до полной остановки, пройдя путь l. Запишем закон сохранения энергии для санок на этом участке:

$$\Delta E_{3-4} = A_{3-4}(\vec{F}_{стор}),$$

где изменение механической энергии системы

$$\Delta E_{3-4} = 0 - \frac{1}{2}Mv_0^2,$$

а работа сторонних сил

$$A_{3-4}(\vec{F}_{стор}) = -F_{тр}l = -\mu N_2 l = -\mu Mgl.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \mu Mgl.$$

С учетом выражения для скорости v_0 на участке *1–2–3* находим

$$H = \mu l. \qquad (1)$$

Теперь рассмотрим движение санок на участке *1–2*, предполагая, что в точке *2* человек в санках испытал двукратную перегрузку.

Запишем второй закон Ньютона для человека в точке *2* в проекции на ось X:

$$\frac{mv^2}{R} = N_1 - mg\cos\alpha,$$

где v — скорость санок в точке *2*, m — масса человека. Так как вес человека равен силе реакции N_1 санок, то

$$N_1 = 2mg.$$

Скорость v на участке *1–2* найдем из закона сохранения энергии:

$$Mg(H - h) = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2g(H - h)}.$$

Следовательно,

$$\frac{m \cdot 2g(H - h)}{R} = 2mg - mg\frac{R - h}{R},$$

где учтено, что $\cos\alpha = \dfrac{R - h}{R}$.

С учетом выражения (1) для H находим

$$h = \frac{1}{3}(2\mu l - R) = 0{,}67 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 0{,}67$ м.

3.8.15. При переходе шайбы из состояния *1* в состояние *2* (рис. 3.8.13) выполняется закон сохранения энергии:

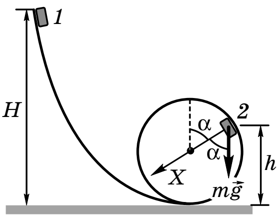


Рис. 3.8.13

$$mgH + A = mgh + \frac{mv^2}{2}. \qquad (1)$$

В момент отрыва шайбы $N = 0$, поэтому второй закон Ньютона для шайбы в состоянии *2* имеет вид

$$mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{R}, \qquad (2)$$

где (рис. 3.8.13)

$$\cos\alpha = \frac{h - R}{R}. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$A = \frac{mg}{2}(3h - R - 2h) = -0{,}44 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = -0{,}44$ Дж.

3.8.18. По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1v^2}{2} - \mu_1 m_1 gx = \frac{kx^2}{2}, \qquad (1)$$

где x — сжатие (удлинение) пружины к моменту отрыва второго бруска.

Чтобы второй брусок сдвинулся, необходимо выполнение условия

$$F_{упр} = F_{тр}, \text{ т. е. } kx = \mu_2 m_2 g. \quad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$v = g\sqrt{\frac{\mu_2 m_2}{k}\left(2\mu_1 + \mu_2\frac{m_2}{m_1}\right)} \approx 5{,}03 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 5{,}03$ м/с.

3.8.19. Запишем закон сохранения энергии при переходе системы из состояния *1* в *2* (рис. 3.8.14):

$$mgx + Fx + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{k(x_0 + x)^2}{2}. \quad (1)$$

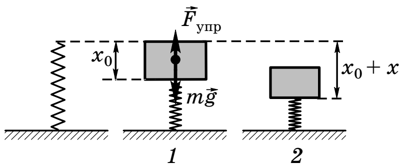


Рис. 3.8.14

По условию равновесия груза M в состоянии *1*:

$$mg = kx_0. \quad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим ответ:

$$F_{min} = \frac{kx}{2} = 4 \text{ Н}.$$

3.8.23. Если бруску сообщить скорость, то он из начального положения *1* (рис. 3.8.15) будет двигаться, сжимая пружину, до точки, в которой его скорость будет равна нулю (состояние *2*). Затем пружина будет толкать брусок в противоположном направлении, и, по условию задачи, он должен вернуться в начальное положение (состояние *3*). Так как начальная скорость минимальна, то скорость груза в состоянии *3* должна быть равна нулю. При движении бруска из состояния *1* в состояние *3* его начальная кинетическая энергия должна быть равна работе сил трения:

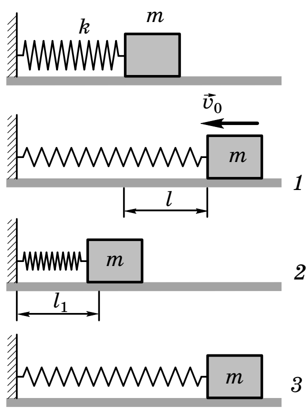


Рис. 3.8.15

$$E_{к1} + A_{тр1} = 0,$$

где $E_{к1} = \dfrac{mv_0^2}{2}$ — кинетическая энергия бруска в состоянии *1*, $A_{тр1} = -2\mu mg(l + l_1)$ — работа силы трения при движении бруска из состояния *1* в состояние *3*, l_1 — максимальное сжатие пружины в состоянии *2*. Из приведенных уравнений получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2\mu mg(l + l_1). \qquad (1)$$

При переходе системы из состояния *2* в состояние *3* согласно закону сохранения энергии имеем

$$E_{п2} + A_{тр2} = E_{п3},$$

где $E_{п2} = \dfrac{kl_1^2}{2}$ — потенциальная энергия пружины в состоянии *2*, $A_{тр2} = -\,\mu mg(l + l_1)$ — работа силы трения при движении бруска из состояния *2* в состояние *3*, $E_{п3} = \dfrac{kl^2}{2}$ — потенциальная энергия пружины в состоянии *3*. Следовательно,

$$\frac{kl_1^2}{2} - \mu mg(l + l_1) = \frac{kl^2}{2}.$$

Из данного соотношения найдем

$$l_1 = \frac{\mu mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 + 2\frac{\mu mg}{k}l + l^2}.$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$v_0 = \sqrt{8\mu g\left(l + \frac{\mu mg}{k}\right)} \approx 1{,}4 \text{ м/с}.$$

О т в е т: $v_0 \approx 1{,}4$ м/с.

3.8.24. Скорость тела будет максимальной в момент прохождения им положения равновесия (рис. 3.8.16). В этом положении справедливо равенство

$$mg = F_{упр}, \text{ или } mg = kx, \qquad (1)$$

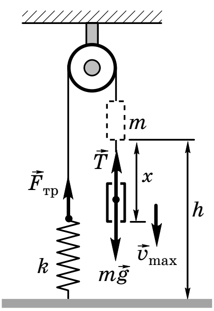


Рис. 3.8.16

где x — растяжение пружины в этот момент. Из (1) находим $x = \dfrac{mg}{k} \approx 9{,}8$ см $< h$. Выбрав нулевой уровень отсчета потенциальной энергии на уровне пола с учетом, что $x < h$, закон сохранения механической энергии для системы представим в виде

$$mgh = mg(h - x) + \frac{kx^2}{2} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \qquad (2)$$

где $v_{\max}$ — максимальная скорость тела.

Из соотношений (1), (2) получим

$$v_{\max} = g\sqrt{\frac{m}{k}} = 1 \text{ м/с}.$$

К моменту удара тела о пол пружина будет растянута на величину h, и закон сохранения механической энергии системы примет вид

$$mgh = \frac{kh^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

где v — скорость тела к моменту его удара о пол. При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия тела перейдет во внутреннюю. Следовательно,

$$Q = \frac{mv^2}{2}, \; Q = mgh - \frac{kh^2}{2} = 34{,}5 \text{ мДж}.$$

Ответ: $v_{\max} = 1$ м/с; $Q = 34{,}5$ мДж.

3.8.25. Запишем второй закон Ньютона для каждого тела системы (рис. 3.8.17):

$$m_1a_1 = \mu m_1 g,$$
$$ma_2 = \mu m_1 g - T,$$
$$m_2a_2 = T - m_2 g.$$

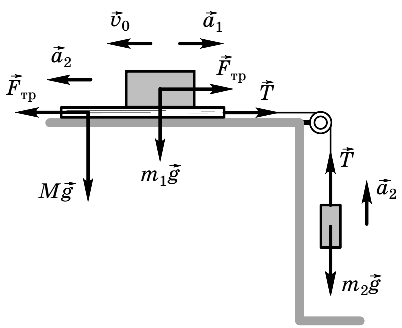


Рис. 3.8.17

Законы движения бруска, доски, груза соответственно имеют вид:

$$v_{б} = v_0 - a_1 t,\ v_{д,г} = a_2 t,\ h = \frac{a_2 t^2}{2}.$$

По условию $v_{б} = v_{д,г}$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$h = \frac{(\mu m_1 - m_2)(m_2 + M)v_0^2}{2g[\mu(m_1 + m_2 + M) - m_2]} = 0{,}33 \text{ м}.$$

К моменту, когда брусок перестанет скользить по доске, выделится количество теплоты

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2 + M)v^2}{2} - m_2 gh.$$

Следовательно,

$$Q = \frac{v_0^2}{2}\left[m_1 - \frac{m_1(\mu m_1 - m_2)}{\mu(m_1 + m_2 + M) - m_2}\right] \approx 21{,}2 \text{ Дж}.$$

Ответ: $h = 0{,}33$ м; $Q \approx 21,2$ Дж.

3.9.2. Запишем законы сохранения импульса и сохранения энергии:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = E. \qquad (2)$$

Решим систему уравнений (1), (2), учтя, что $M = m_1 + m_2$ (по условию), и получим

$$E = \frac{M v_1 v_2}{2} = 12 \text{ Дж}.$$

Ответ: $E = 12$ Дж.

3.9.5. Так как внешние силы на частицы не действуют, то систему из двух данных частиц считаем замкнутой, и, следовательно, импульс системы сохраняется:

$$\vec{p}_{до} = \vec{p}_{после} \text{ или } m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_2\vec{v}.$$

Учтя, что $m_1 = m_2$ и $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ (по условию), получим

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 10\sqrt{5} = 22{,}36 \text{ м/с}.$$

Из закона сохранения энергии найдем количество теплоты, выделившееся в системе:

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{m_2 v^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_1^2 + v_2^2 - \left(\sqrt{v_1^2 + v_2^2}\right)^2\right) = 0.$$

О т в е т: $v = 22{,}36$ м/с; $Q = 0$.

3.9.6. Запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 = (m_1 + m_2)^2 u^2, \qquad (1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + Q. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим о т в е т:

$$Q = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2)}{2(m_1 + m_2)} = 0{,}84 \text{ Дж}.$$

3.9.13. Пусть длина недеформированной пружины равна l_0 (рис. 3.9.15), а удлинение пружины, соответствующее положению равновесия чашки без груза, x_0.

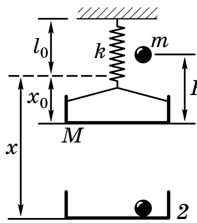


Рис. 3.9.15

Вначале груз падает и в момент касания верхнего бруска будет иметь скорость u, которую найдем из закона сохранения энергии:

$$mgh = \frac{1}{2} mu^2 \Rightarrow u = \sqrt{2gH}.$$

Поскольку соударение груза с чашкой весов абсолютно неупругое, то можно записать закон сохранения импульса:

$$mu = (M + m)v_0,$$

где v_0 — скорость груза и чашки сразу после взаимодействия.

За счет приобретенной кинетической энергии чашка с грузом перейдет в положение *2*, в котором удлинение пружины станет равным x. Принимая за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии тел нижний конец недеформированной пружины, закон сохранения энергии при переходе системы из положения *1* в положение *2* запишем в виде

$$\frac{(M + m)v_0^2}{2} - (M + m)gx_0 + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{(M + m)v^2}{2} - (M + m)gx + \frac{kx^2}{2},$$

где v — скорость чашки с грузом в положении *2*.

Дополнив систему приведенных уравнений условием равновесия чашки в положении *1*:

$$Mg = kx_0,$$

получим

$$\frac{m^2gH}{M+m} - (M+m)\frac{Mg^2}{k} + \frac{M^2g^2}{2k} = \frac{(M+m)v^2}{2} - (M+m)gx + \frac{kx^2}{2},$$

или

$$v = \sqrt{\frac{k}{M+m}x^2 + 2gx - \frac{Mg^2(2M+m)}{k(M+m)} + \frac{2m^2gH}{(M+m)^2}}.$$

После преобразований найдем зависимость скорости системы от деформации пружины:

$$v = (-400x^2 + 19{,}6x - 0{,}3)^{1/2}.$$

3.9.19. Если убрать упор, например, у груза массой M, то в момент, когда пружина полностью распрямится, он будет иметь скорость $\vec{v}_1$, которую найдем из закона сохранения энергии системы:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}Mv_1^2, \quad v_1 = x_0\sqrt{\frac{k}{M}},$$

где x_0 — начальная деформация пружины.

После этого оставшийся упор уже не будет давить на груз массой m, и система в горизонтальном направлении будет замкнутой. При этом скорость центра масс системы остается постоянной и равной начальной (в момент отрыва груза массой m от упора). Из закона сохранения импульса

$$Mv_1 = (M+m)v_{\text{ц. м}}$$

найдем скорость центра масс:

$$v_{\text{ц. м}} = \frac{Mv_1}{M+m}, \text{ или } v_{\text{ц. м}} = \frac{Mx_0}{M+m}\sqrt{\frac{k}{M}}.$$

При дальнейшем движении пружина будет замедлять движение груза массой M и ускорять груз массой m. Но поскольку у груза массой M к моменту отрыва второго груза от упора будет некоторая скорость, то пружина сначала продолжит растягиваться, и ее деформация будет наибольшей, когда скорости грузов станут равными. В этот момент система будет двигаться как одно целое со скоростью центра масс. Из закона сохранения энергии:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(M+m)v_{\text{ц.м}}^2,$$

где x_1 — максимальное удлинение пружины, получим

$$x_1 = x_0 \sqrt{\frac{m}{M+m}}. \tag{1}$$

Если убрать упор у груза массой m, то, очевидно, максимальное удлинение пружины

$$x_2 = x_0 \sqrt{\frac{M}{M+m}}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) находим

$$\frac{x_2}{x_1} = \sqrt{\frac{M}{m}} = 2.$$

О т в е т: в 2 раза изменится максимальное растяжение пружины.

3.10.2. Запишем закон сохранения импульса:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \tag{1}$$

и закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \tag{2}$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \tag{3}$$

По условию задачи $u_1 = 0$, поэтому из уравнения (3) находим

$$2m_2 v_2 + m_1 v_1 - m_2 v_1 = 0,$$

откуда

$$\frac{m_1}{m_2} = 1 - 2\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3}.$$

О т в е т: $m_1/m_2 = 1/3$.

3.10.3. При соударении тел выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения энергии:

$$p_0 = p_1 + p_2,$$

$$E_1 = E_2' + E_1'.$$

Импульс и энергия тела связаны соотношениями:

$$E_1 = \frac{p_0^2}{2m},\ E_2' = \frac{p_2^2}{2m_2},\ E_1' = \frac{p_1^2}{2m_1}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$E_1' = \frac{E_2'(m_1 - m_2)^2}{4m_1m_2} = 0{,}62 \text{ Дж},$$

$$E_1 = E_2' + E_1' = 5{,}62 \text{ Дж}.$$

Ответ: кинетическая энергия первого тела до удара $E_1 = 5{,}62$ Дж, после удара $E_1' = 0{,}62$ Дж.

3.10.7. Закон сохранения импульса при любом соударении имеет вид

$$Mv_0 = Mu + mv,$$

откуда

$$u = v_0 - \frac{mv}{M}. \qquad (1)$$

По закону сохранения кинетической энергии при любом упругом соударении

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), найдем скорость

$$v = \frac{2Mv_0}{m + M}.$$

После первого удара скорость второго шарика ($M = m/2$) равна

$$v_2 = \frac{4mv_0}{2m + m} = \frac{4}{3}v;$$

после второго удара третий шарик ($M = m/4$) движется со скоростью

$$v_3 = \frac{4mv_2}{2m + m} = \frac{4}{3}v_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 v,$$

а после третьего удара скорость четвертого шарика ($M = m/8$)

$$v_4 = \frac{4mv_3}{2m + m} = \frac{4}{3}v_3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 v.$$

После аналогичных рассуждений находим, что скорость восьмого шарика после седьмого удара равна

$$v_8 = \left(\frac{4}{3}\right)^7 v \approx 9{,}989 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_8 \approx 9{,}989$ м/с.

3.10.8. Рассмотрим абсолютно упругое центральное соударение двух тел массами m_1 и m_2, движущихся со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (рис. 3.10.18). Запишем законы сохранения импульса и энергии соответственно:

Рис. 3.10.18

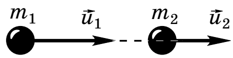


Рис. 3.10.19

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_1, \qquad (1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \qquad (2)$$

где $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ — скорости тел после соударения.

Перепишем уравнения (1) и (2) в виде

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \qquad (3)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1)(\vec{v}_1 + \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_1 - \vec{v}_2)(\vec{u}_2 + \vec{v}_2). \qquad (4)$$

Скорости тел после соударения будут направлены вдоль той же прямой, что и до него. Поэтому из (3), (4) имеем

$$\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{v}_2 + \vec{u}_2. \qquad (5)$$

Решая систему уравнений (1)—(5), находим скорости тел после соударения:

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}, \ \vec{u}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \qquad (6)$$

Воспользуемся формулами (6) для решения задачи.

Поскольку скорость шарика массой m_2 больше скорости шарика массой m_1, то после первого соударения скорости шариков будут равны:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 13{,}75 \text{ м/с},$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 8{,}75 \text{ м/с}$$

и направлены в одну сторону (рис. 3.10.19).

При следующем соударении (см. рис. 3.10.18) скорости шариков

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2} = 10 \text{ м/с},$$

$$u_2' = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1 u_1}{m_1 + m_2} = 15 \text{ м/с}.$$

Как видим, после второго соударения скорости шариков стали такими же, как до первого. Легко понять, что при нечетных номерах столкновений скорости шариков будут u_1, u_2, а при четных u_1', u_2'.

О т в е т: $u_1' = 10$ м/с; $u_2' = 15$ м/с.

3.10.9. Пусть после удара шары *1* и *2* разлетаются под углами γ и β к оси OX, причем $\gamma + \beta = \alpha$.

Запишем законы сохранения импульса (в проекциях на оси OX и OY) и энергии:

$$\begin{cases} mv = mv_1\cos\beta + mv_2\cos\gamma, & (1)\\ 0 = mv_1\sin\beta + mv\sin\gamma, & (2)\\ mv^2 = mv_1^2 + mv_2^2, & (3) \end{cases}$$

где m — масса каждого шара, v — скорость первого шара до удара, v_1 и v_2 — скорости шаров после удара.

Разделим все уравнения на массу m, возведем в квадрат уравнения (1), (2) и сложим их. В результате получим

$$\begin{cases} v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha, & (4)\\ v^2 = v_1^2 + v_2^2. & (5) \end{cases}$$

Теперь вычтем из уравнения (4) уравнение (5):

$$0 = 2v_1v_2\cos\alpha.$$

Так как скорости после соударения не равны нулю, то, следовательно, $\cos\alpha = 0$, т. е. $\alpha = 90°$.

Ответ: $\alpha = 90°$.

3.10.23. Запишем для первого соударения кубиков (рис. 3.10.20, *а*, *б*) законы сохранения импульса и энергии:

$$\begin{cases} mv = Mu - mv_1, & (1)\\ mv^2 = Mu^2 + mv_1^2. & (2) \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений, найдем скорости кубиков m и M после удара соответственно:

$$v_1 = v\frac{M-m}{M+m}, \qquad (3)$$

$$u = v\frac{2m}{M+m}. \qquad (4)$$

После первого удара до второго кубик m проходит путь $s_1 = l + l_1$ (рис. 3.10.21, *в*), кубик M — путь $s_2 = l_1 - l$. Так как время движения кубиков между ударами одинаковое ($t_1 = t_2$), получим

$$\frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{u} \Rightarrow \frac{(l+l_1)(M-m)}{v(M-m)} = \frac{(l_1-l)(M+m)}{2mv}. \qquad (5)$$

Решив уравнение (5), находим $l_1 = l\frac{n+1}{n-3} = 9$ м.

О т в е т: $l_1 = 9$ м.

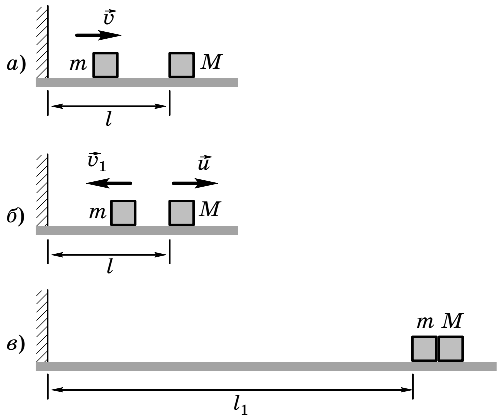


Рис. 3.10.20

3.10.29. Пусть u — горизонтальная составляющая скорости шайбы и тела в момент отрыва шайбы. По закону сохранения импульса

$$mv = (M + m)u. \tag{1}$$

Когда шайба будет находиться в наивысшей точке подъема, ее скорость станет равной u (как и у тела). По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{(M+m)u^2}{2}. \tag{2}$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим о т в е т:

$$h = \frac{Mv^2}{2g(m+M)}.$$

3.10.31. При движении шарика m из исходной точки C до дна выемки (рис. 3.10.21, *а*) брусок M будет оставаться неподвижным. Скорость шарика в точке C найдем из закона сохранения энергии:

$$mg(R + h) = \frac{mv_C^2}{2}, \ v_C = \sqrt{2g(R+h)}. \tag{1}$$

При дальнейшем движении шарика в выемке в результате взаимодействия с бруском шарик будет толкать брусок вправо. В результате этого брусок отодвинется от стенки, и система «шарик—брусок» станет замкнутой в горизонтальном направлении. В точке B вертикальная составляющая скорость шарика станет равной нулю, а горизонтальная — скорости бруска $\vec{v}$ (рис. 3.10.21, *б*).

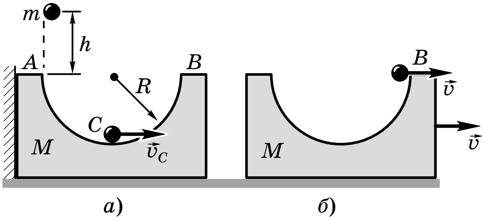


Рис. 3.10.21

Записав закон сохранения энергии системы и закон сохранения импульса:

$$\frac{mv_C^2}{2} = \frac{(M+m)v^2}{2} + mgR,\ mv_C = (M+m)v,$$

с учетом (1) получим

$$\frac{m \cdot 2g(R+h)}{2} = \frac{m^2 \cdot 2g(R+h)}{2(M+m)} + mgR, \text{ или } Mh = mR.$$

Следовательно, $h = \dfrac{mR}{M} = 4$ см.

Ответ: $h = 4$ см.

3.10.32. Запишем законы сохранения импульса и энергии для соударения шаров *1* и *3* (рис. 3.10.22):

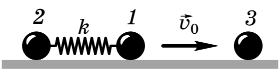


Рис. 3.10.22

$$\begin{cases} mv_0 = mv_1 + mv_3, \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_3^2}{2}, \end{cases}$$

где v_1, v_3 — скорости рассматриваемых шаров после соударения.

Из решения системы уравнений следует, что

$$v_1 = 0,\ v_3 = v_0,$$

т. е. первый шар после соударения остановится.

Теперь задачу можно переформулировать: на гладкой поверхности находятся два одинаковых шара, соединенных пружиной, один из которых (шар *2*) имеет скорость $\vec{v}_0$, а второй (шар *1*) покоится.

При дальнейшем движении шаров *1* и *2* в любой момент будут выполняться законы сохранения импульса и энергии системы «шар *1* — пружина — шар *2*». Несложно заметить, что при движении системы пружина будет то сжиматься, то растягиваться. Но при максимальной и минимальной деформациях пружины скорости шаров будут одинаковы и равны скорости центра масс системы. Запишем законы сохранения для одного из таких моментов времени:

$$mv_0 = 2mv, \;\; \frac{mv_0^2}{2} = 2\frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2},$$

где v — скорость шаров в эти моменты. Отсюда получим:

$$\Delta x = \pm v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}, \;\; l_{\max} = l_0 + \Delta x = l_0 + v_0\sqrt{\frac{m}{2k}} \approx 13{,}6 \text{ см},$$

$$l_{\min} = l_0 - \Delta x = 10 - v_0\sqrt{\frac{m}{2k}} \approx 6{,}5 \text{ см}.$$

Ответ: $l_{\max} \approx 13{,}6$ см; $l_{\min} \approx 6{,}5$ см.

Глава 4. ГРАВИТАЦИЯ

4.1.11. Силу притяжения $\vec{F}$, действующую со стороны шара с полостью на маленький шарик, можно представить в виде разности двух сил притяжения: $\vec{F}_1$ — силы, создаваемой целым шаром (без полости), и $\vec{F}_2$ — силы, которую создавала бы полость, если бы она была заполнена свинцом, т. е.

$$F = F_1 - F_2, \tag{1}$$

где, согласно закону всемирного тяготения,

$$F_1 = G\frac{mM}{d^2}, \tag{2}$$

$$F_2 = G\frac{mM'}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = G\frac{mM'}{d^2}, \tag{3}$$

G — гравитационная постоянная, M' — масса свинца, который может находиться в полости, если ее им заполнить:

$$M' = \rho_{\text{св}} \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{M}{8}. \tag{4}$$

Подставляя в (1) выражения (2), (3) с учетом (4), получим о т в е т:

$$F = G\frac{M}{d^2}\left(M - \frac{M}{8}\right) = G\frac{7mM}{8d^2}.$$

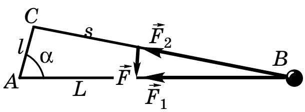


Рис. 4.1.7

4.1.13. Сила тяготения сплошного шара $F_1 = \frac{GMm}{L^2}$, где $M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ — масса сплошного шара, ρ — плотность свинца. Сила тяготения полости, заполненной свинцом, $F_2 = G\frac{M'm}{s^2}$, где $M' = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$, s — расстояние между центром полости и материальной точкой. (рис. 4.1.7). Сила взаимодействия шара с полостью и материальной точкой:

$$\vec F = \vec F_1 - \vec F_2 \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\beta}.$$

Учтем, что $s^2 = l^2 + L^2 - 2lL\cos\alpha$ и $l^2 = s^2 + L^2 - 2sL\cos\beta$, и, решив данную систему уравнений, получим

$$F = \frac{4}{3}\pi Gm\rho\sqrt{\frac{R^6}{L^4} + \frac{r^6}{L^2 - l^2} - \frac{2R^3r^3(L - 2l\cos\alpha)}{2L^2(L^2 - l^2)\sqrt{l^2 + L^2 - 2Ll\cos\alpha}}} \approx 5{,}7 \text{ мН}.$$

О т в е т: $F \approx 5{,}7$ мН.

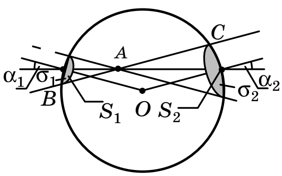


Рис. 4.1.8

4.1.14. Сила притяжения будет равна геометрической сумме сил притяжения, создаваемых отдельными элементами сферы. Малые элементы σ_1 и σ_2 (рис. 4.1.8) вырезают из сферы конусы с вершиной в точке A, которые получают при вращении образующей BC вокруг оси S_1S_2. Площади элементов равны соответственно $\frac{(AS_1)^2\Omega}{\cos\alpha_1}$ и $\frac{(AS_2)^2\Omega}{\cos\alpha_2}$, а их массы $\frac{(AS_1)^2\Omega\rho}{\cos\alpha_1}$ и $\frac{(AS_1)^2\Omega\rho}{\cos\alpha_2}$, где Ω — телесный угол, под которым видны оба элемента из точки A, ρ — поверхностная плотность сферы (масса, приходящаяся на единицу площади), $\alpha_1 = \alpha_2$, так как треугольник S_1OS_2 равнобедренный. Силы притяжения, создаваемые элементами, равны

$$F_1 = G\frac{m(AS_1)^2\Omega\rho}{(AS_1)^2\cos\alpha_1} = G\frac{m\Omega\rho}{\cos\alpha_1},\ F_2 = G\frac{m(AS_2)^2\Omega\rho}{(AS_2)^2\cos\alpha_2} = G\frac{m\Omega\rho}{\cos\alpha_2},$$

где m — масса тела, и направлены в противоположные стороны. Их равнодействующая равна нулю.

Проводя аналогичные рассуждения для других соответствующих элементов сферы, убеждаемся, что все они попарно компенсируют друг друга. Следовательно, сила притяжения, которая действует со стороны сферы на тело, помещенное внутри нее, равна нулю, что и т р е б о в а л о с ь д о к а з а т ь.

4.2.3. Ускорение свободного падения у поверхности Земли

$$g_0 = G\frac{M_З}{R_З^2},$$

где $M_З$ — масса Земли, $R_З$ — радиус Земли.

Аналогичное соотношение можно записать и для ускорения свободного падения у поверхности Луны:

$$g_Л = G\frac{M_Л}{R_Л^2},$$

где $M_Л$, $R_Л$ — масса и радиус Луны.

Поделив одно уравнение на другое, получим

$$\frac{g_0}{g_Л} = \frac{M_З R_Л^2}{R_З^2 M_Л}.$$

По условию, $R_З = nR_Л$, $M_З = kM_Л$. Поэтому $g_Л = g_0\frac{n^2}{k} =$ $= 1{,}65$ м/с^2.

О т в е т: $g_Л = 1{,}65$ м/с^2.

4.2.10. Поместим тело массой m внутри Земли в произвольной точке A (рис. 4.2.1).

Мысленно разделим Землю на тонкие сферические слои толщиной Δr ($\Delta r \ll R_З$) и рассмотрим один из них. Проведем конус с малым углом раствора через точку A. Конус вырежет из сферического слоя массы $\Delta m_1 = \rho S_1 \Delta r$, $\Delta m_2 = \rho S_2 \Delta r$, которые будут притягивать точку m силами:

$$F_1 = G\frac{m\Delta m_1}{r_1^2} \text{ и } F_2 = G\frac{m\Delta m_2}{r_2^2},$$

где r_1, r_2 — расстояния от точки A соответственно до массы Δm_1 и массы Δm_2.

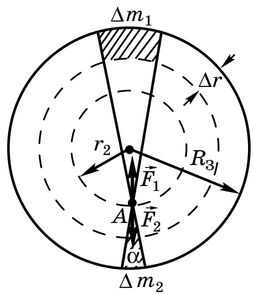


Рис. 4.2.1

Учтя, что телесный угол $\alpha = \frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2}$, получим, решив систему приведенных уравнений:

$$\frac{F_1}{F_2} = 1.$$

Из этого следует, что результирующая сила, действующая на массу m со стороны этого слоя, равна нулю. Поэтому на точку m действует только сила притяжения той массы Земли, которая находится внутри сферы радиусом r. Определим эту массу: $M_1 = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$, где ρ — плотность Земли; отсюда находим $\rho = \frac{3M_З}{4\pi R_З^3}$.

Поэтому

$$F = G\frac{mM_1}{r^2} = G\frac{mM_З r^3}{R_З^3 r^3} = mg_0\frac{r}{R_З}.$$

О т в е т: $F = mg_0\frac{r}{R_З}$.

4.2.13. Ускорение свободного падения на Солнце

$$g_С = G\frac{M_С}{R_С^2}, \tag{1}$$

где $M_С$ и $R_С$ — масса и радиус Солнца.

Радиус Солнца $R_С$ найдем из геометрического соотношения

$$R_С = \frac{D}{2} = \frac{R\sin\alpha}{2}, \tag{2}$$

где R — расстояние от Земли до Солнца, α — угол, под которым виден диаметр Солнца с Земли.

Массу Солнца определим, применив второй закон Ньютона к движению Земли вокруг Солнца:

$$F = M_З a,\ G\frac{M_З M_С}{R^2} = M_З\frac{4\pi^2 R}{T_З^2},$$

$$M_С = \frac{4\pi^2 R^3}{GT_З^2}. \tag{3}$$

Из выражений (1)—(3) получим о т в е т:

$$g_С = \frac{16\pi^2 R}{T_З^2\sin^2\alpha} = 274\ \text{м/с}^2.$$

4.2.22. Из рис. 4.2.2 видно, что такие точки лежат на окружности в плоскости, перпендикулярной прямой, соединяющей эти звезды. Решим задачу для произвольной точки A этой окружности.

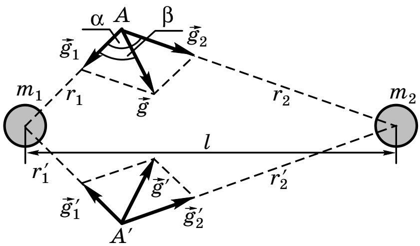


Рис. 4.2.2

По принципу суперпозиции $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$, где $\vec{g}_1$ и $\vec{g}_2$ — ускорения свободного падения, обусловленные притяжением первой и второй звезд соответственно:

$$g_1 = G\frac{m_1}{r_1^2}\,;\; g_2 = G\frac{m_2}{r_2^2}\,.$$

Из векторных треугольников находим:

$$g^2 = g_1^2 + g_2^2 - 2g_1g_2\cos\alpha;$$

$$l^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$g = G\sqrt{\frac{m_1^2}{r_1^4} + \frac{m_2^2}{r_2^4} - \frac{m_1m_2}{r_1^3r_2^3}(l^2 - r_1^2 - r_2^2)}\,;$$

вычислив модуль g, найдем и направление $\vec{g}$, определяемое, например, углом β:

$$\beta = \arccos\frac{-g_2^2 + g_1^2 + g^2}{2gg_1}\,.$$

4.4.2. На спутник массой $m_с$ действует сила гравитации $F = \frac{Gm_сM_З}{(R_З + h)^2}$, которая сообщает ему центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R_З + h}$:

$$G\frac{m_сM_З}{(R_З + h)^2} = m_с\frac{v^2}{R_З + h}\,.$$

Для тела массой m на поверхности Земли можно записать:

$$mg_0 = \frac{GmM_З}{R_З^2}.$$

Период и частота вращения спутника соответственно равны:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},\ \omega = \frac{v}{R_З + h}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т :

$$T = \frac{2\pi(R_З + h)^{\frac{3}{2}}}{R_З\sqrt{g_0}}.$$

4.4.7. На Землю со стороны Солнца действует сила гравитации, которая и сообщает ей центростремительное ускорение $a_n = m_З\omega^2 R_{З.С}$. Запишем второй закон Ньютона:

$$\frac{Gm_З M_С}{R_{З.С}^2} = m_З a_n.$$

Следовательно, масса Солнца

$$M_С = \frac{\omega^2 R_{З.С}^2}{G} = 2{,}2 \cdot 10^{30}\ кг = 2{,}2 \cdot 10^{27}\ т.$$

4.4.12. Во время движения космического корабля его центростремительное ускорение

$$a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} R, \tag{1}$$

где R — расстояние от корабля до центра Земли.

На космонавта действуют силы: F_1 — сила притяжения космонавта Землей $\left(F_1 = G\frac{mM_З}{R^2}\right)$, F_2 — сила притяжения космонавта Луной $\left(F_2 = G\frac{mM_Л}{(60R_З - R)^2}\text{, где } R_З \text{ — радиус Земли}\right)$, N — сила, с которой корабль действует на космонавта.

Если за положительное направление выбрать направление от Луны к Земле, то с учетом выражения (1) можно записать второй закон Ньютона:

$$G\frac{mM_З}{R^2} - G\frac{mM_Л}{(60R_З - R)^2} + N = \frac{4\pi^2}{T^2} Rm.$$

Из условия, что силы притяжения космонавта Землей и Луной равны друг другу, получим:

$$G\frac{mM_З}{R^2} = G\frac{mM_Л}{(60R_З - R)^2};\ R^2 = (60R_З - R)^2\frac{M_З}{M_Л};$$

$$2R^2 - 243R_ЗR + 7290 = 0;$$

$$R_{1,2} = \frac{243R_З \pm \sqrt{59049R_З^2 - 58320R_З^2}}{4} = \frac{(243 \pm 27)}{4}R_З;$$

$$R_1 = 67{,}5R_З;\ R_2 = 54R_З.$$

Первый корень $R_1 = 67{,}5R_З$ не удовлетворяет условию, так как данное расстояние должно быть меньше $60R_З$, т. е. космический корабль находится на расстоянии $R = 54R_З$ от центра Земли, следовательно,

$$N = \frac{4\pi^2}{T^2}Rm = 0{,}17\ \text{Н}.$$

Эта сила сообщает телу центростремительное ускорение и направлена к Земле. Тогда вес космонавта, т. е. сила, с которой он давит на стенку корабля, равен 0,17 Н и направлен по прямой, соединяющей центры Земли и Луны, в сторону Луны. Для этого реактивные двигатели корабля должны работать, выбрасывая газы в направлении от Земли к Луне.

Ответ: $N = 0{,}17$ Н.

4.4.14. Масса Солнца $M_С$ много больше массы Земли $M_З$, поэтому можно считать, что Солнце неподвижно, а Земля движется вокруг Солнца по окружности радиусом r, равным расстоянию между Землей и Солнцем (рис. 4.4.1). На Землю действует сила гравитационного притяжения $F = G\frac{M_СM_З}{r^2}$, которая создает ей

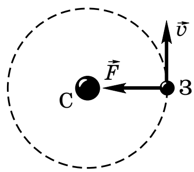


Рис. 4.4.1

центростремительное ускорение $a_{ц.\,с} = \frac{4\pi^2}{T^2}r$, где T — период обращения Земли. По второму закону Ньютона $F = ma_{ц.\,с}$. Из приведенных соотношений выразим период обращения Земли (земной год):

$$T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_С}}. \quad (1)$$

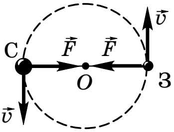


Рис. 4.4.2

Если массы взаимодействующих космических объектов соизмеримы, то их следует рассматривать как вращающиеся вокруг их общего центра масс. Так как, по условию, массы равны ($M_С = M_З$), то центр масс системы находится посередине расстояния между ними (рис. 4.4.2). В этом случае радиус обращения Земли $r_1 = \frac{r}{2}$, сила гравитационного притяжения $F_1 = G\frac{M_С^2}{r^2}$, а ее центростремительное ускорение $a_{ц.\,с\,1} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}r_1$, где T_1 — период обращения. По второму закону Ньютона $F_1 = M_С a_{ц.с1}$. Из приведенных соотношений выразим период

$$T_1 = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{2GM_С}}. \quad (2)$$

Разделив (1) на (2), получим $\frac{T_1}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7$.

Ответ: период обращения T Земли уменьшится в $\frac{1}{0,7} = 1,4$ раза.

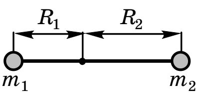


Рис. 4.4.3

4.4.15. Пусть m_1, m_2, R_1, R_2 — массы звезд и расстояния от их общего центра масс. Тогда можем записать: $m_1R_1 = m_2R_2$ (рис. 4.4.3).

Расстояние между звездами $x = R_1 + R_2$. Из приведенных соотношений выразим $R_1 = \frac{m_2 x}{m_1 + m_2}$.

По условию задачи $m_1 + m_2 = 2M_С$, где $M_С$ — масса Солнца, поэтому радиус обращения первой звезды $R_1 = \frac{m_2 x}{2M_С}$.

Для первой звезды по второму закону Ньютона $F = ma$, где $F = G\frac{m_1 m_2}{x^2}$ — сила взаимного гравитационного притяжения, $a = \frac{4\pi^2}{T^2}R_1$ — ее центростремительное ускорение. Из данных соотношений выразим

$$x^3 = \frac{GT^2M_С}{2\pi^2}.$$

По условию задачи период обращения звезды $T = 2T_З$, где $T_З$ — период обращения Земли вокруг Солнца. Следовательно,

$$x^3 = \frac{2GT_З^2 M_С}{\pi^2}. \qquad (1)$$

Сила гравитационного притяжения между Землей и Солнцем $F_1 = \frac{M_С M_З}{R^2}$, где R — расстояние между Солнцем и Землей, $M_З$ — масса Земли. Центростремительное ускорение Земли $a_1 = \frac{4\pi^2}{T_З^2} R$. Для Земли по второму закону Ньютона $F_1 = M_З a_1$. Из приведенных соотношений выразим массу Солнца:

$$M_С = \frac{4\pi^2 R^3}{GT_З^2}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), после преобразований получим $x = 2R = 3 \cdot 10^8$ км.

О т в е т: $x = 3 \cdot 10^8$ км.

4.5.5. Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} + E_{п0} = E_{пh},$$

где $E_{п0}$ — потенциальная энергия ракеты на поверхности Земли: $E_{п0} = -G\frac{M_З m}{R_З}$, а $E_{пh}$ — потенциальная энергия ракеты на высоте максимального подъема h:

$$E_{пh} = -G\frac{M_З m}{R_З + h}.$$

Учтем, что $GM_З = g_0 R_З^2$, и, решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$h = \frac{v_0^2 R_З}{2g_0 R_З - v_0^2} = 2500 \text{ км}.$$

4.5.8. Работа по переводу спутника с одной орбиты на другую равна разности механических энергий при движении спутника по этим орбитам:

$$A = (T_2 + U_2) - (T_1 + U_1), \tag{1}$$

где T_1, T_2 — кинетические, а U_1, U_2 — потенциальные энергии спутника на начальной и конечной орбитах соответственно.

Так как

$$T = \frac{mv^2}{2}, \; U = -G\frac{mM_З}{r},$$

равенство (1) можно записать в виде

$$A = \left(\frac{mv_2^2}{2} - G\,\frac{mM_З}{r_2}\right) - \left(\frac{mv_1^2}{2} - G\frac{mM_З}{r_1}\right), \tag{2}$$

где $M_З$ — масса Земли; v_1, v_2 — скорости движения спутника на первой и второй круговых орбитах:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_З}{r_1}}, \; v_2 = \sqrt{\frac{GM_З}{r_2}}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в выражение (2), получим

$$A = \left(G\frac{mM_З}{2r_2} - G\frac{mM_З}{r_2}\right) - \left(G\frac{mM_З}{2r_1} - G\frac{mM_З}{r_1}\right),$$

или

$$A = G\frac{mM_З}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1}\right) = -2 \cdot 10^{10} \text{ Дж}.$$

О т в е т: $A = -2 \cdot 10^{10}$ Дж.

4.5.9. Так как спутник движется в высоких слоях атмосферы, то высота его подъема много меньше радиуса Земли ($h \ll R_З$), и полная механическая энергия спутника

$$E = -G\frac{mM_З}{2R_З}.$$

Работа силы сопротивления за один оборот спутника

$$A = -2\pi R_З F = -\Delta E.$$

Изменение энергии

$$\Delta E = -G\frac{mM_З}{2(R_З+\Delta R)} + G\frac{M_З m}{2R_З} \approx G\frac{mM_З\Delta R}{2R_З^2},$$

где ΔR — изменение радиуса орбиты.

Учтем, что $g = G\frac{M_З}{R_З^2}$ и $v_2 = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З+\Delta R}}$, $v_1 = \sqrt{g\frac{M_З}{r_З}}$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{G\frac{M_З}{R_З}\frac{\Delta R}{R_З}} = \frac{2\pi F}{m}\sqrt{\frac{R_З}{g}} = 2{,}54\ \text{см/с}.$$

В результате торможения скорость спутника возрастает.

Ответ: $\Delta v = 2{,}54$ см/с.

4.5.10. Запишем законы сохранения механической энергии и момента импульса для метеорита (для бесконечно удаленной точки от Луны и ближайшей к ней):

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM_Л}{R_Л}, \tag{1}$$

$$mv_0 l = mvR_Л, \tag{2}$$

где v — скорость метеорита вблизи поверхности Луны в момент времени, когда $v \perp R_Л$, $M_Л$ — масса Луны.

Решив систему уравнений (1) и (2) с учетом, что $g_Л = G\frac{M_Л}{R_Л^2}$, получим $l_{\min} = R_Л\sqrt{1+\frac{2g_Л R_Л}{v_0^2}} \approx 2{,}45\cdot 10^6$ м.

Ответ: $l_{\min} \approx 2{,}45\cdot 10^6$ м.

4.5.11. Скорость v_1 космического корабля в точке минимального удаления от поверхности Земли равна

$$v_1 = v_0 + \Delta v.$$

Скорость v_0 движения по круговой орбите можно определить из уравнения

$$\frac{mv_0^2}{2} = G\frac{Mm}{2R_1},$$

где $R_1 = R + h_1 = 6{,}57 \cdot 10^6$ м. Отсюда находим

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = 7{,}805 \cdot 10^3 \text{ м/с},$$

$$v_1 = 7{,}815 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

По закону сохранения момента импульса для космического корабля:

$$mv_1R_1 = mv_2R_2,$$

поэтому скорость v_2 в точке максимального удаления равна

$$v_2 = \frac{v_1R_1}{R_2} = \frac{v_1(R + h_1)}{R + h_2} = 7{,}778 \text{ км/с}.$$

Ответ: $v_2 = 7{,}778$ км/с.

4.5.12. Вторая космическая скорость — это скорость, необходимая кораблю для того, чтобы покинуть поле тяготения Земли. Эту же скорость приобретает вблизи Земли космический корабль, который на бесконечно большом расстоянии покоился, а затем стал падать на Землю под действием силы тяготения. В этом случае работа силы тяготения является мерой увеличения его кинетической энергии и мерой уменьшения потенциальной энергии:

$$A = \Delta E_{\text{к}} = -\Delta E_{\text{п}},$$

где $\Delta E_{\text{к}} = \dfrac{mv_2^2}{2} - 0$, $\Delta E_{\text{п}} = -G\dfrac{mM_{\text{З}}}{R_{\text{З}}} - 0$. Учтем, что $g_0 = G\dfrac{M_{\text{З}}}{R_{\text{З}}^2}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$v_2 = \sqrt{2g_0R_{\text{З}}} = 11{,}2 \text{ км/с}.$$

Так как первая космическая скорость $v_1 = \sqrt{g_0R_{\text{З}}}$, то $v_2 = v_1\sqrt{2}$.

Ответ: $v_2 = 11{,}2$ км/с; $v_2 = v_1\sqrt{2}$.

4.5.14. Закон сохранения энергии для космического корабля:

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{mM_{\text{С}}}{r} = 0.$$

Второй закон Ньютона для корабля массой m, движущегося вокруг Солнца:

$$m\omega^2 r = G\frac{mM_{\text{С}}}{r^2},$$

где $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ — угловая скорость этого корабля, T — период его обращения.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$v = \frac{2\sqrt{2}\pi r}{T} = 42{,}3 \text{ км/с},$$

где $T = 365$ сут.

Ответ: $v = 42{,}3$ км/с.

4.5.15. Для того чтобы покинуть пределы Солнечной системы, космический корабль массой m должен обладать скоростью $v_С$ относительно Солнца, определяемой законом сохранения энергии:

$$\frac{mv_С^2}{2} - G\frac{mM_С}{R_С} = 0,$$

где $M_С = 2 \cdot 10^{30}$ кг — масса Солнца, $R_С = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м — радиус земной орбиты. Из этого выражения найдем скорость корабля относительно Солнца:

$$v_С = \sqrt{\frac{2GM_С}{R_С}}.$$

Так как корабль движется с Землей по орбите вокруг Солнца, то он уже обладает скоростью v_0, которую найдем, применив второй закон Ньютона:

$$G\frac{M_С m}{R_С^2} = \frac{mv_0^2}{R_С} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM_С}{R_С}}.$$

При разгоне корабля по орбите вокруг Солнца по направлению движения Земли его скорость относительно Земли равна

$$v_З = v_С - v_0.$$

Для того чтобы корабль покинул поле тяготения Земли, ему надо сообщить вторую космическую скорость $v_2 = \sqrt{\frac{2GM_З}{R_З}}$, где $M_З$, $R_З$ — масса и радиус Земли.

Кинетическая энергия, необходимая кораблю, чтобы он покинул Солнечную систему, равна

$$\frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_З^2}{2}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$v_3 = \sqrt{\frac{2GM_З}{R_З} + \frac{GM_С}{R_С}(\sqrt{2} - 1)^2} = 16{,}7 \text{ км/с}.$$

Ответ: $v_3 = 16{,}7$ км/с.

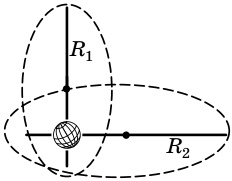


Рис. 4.6.3

4.6.2. Третий закон Кеплера для первого спутника и Луны:

$$\frac{T_Л^2}{T_1^2} = \frac{R_Л^2}{R_1^3} \Rightarrow R_1 = R_Л \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_Л^2}}.$$

По условию (рис. 4.6.3) $R_2 = R_1 + \Delta R = R_Л \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_Л^2}} + \Delta R$, откуда находим

$$R_2 = 7{,}88 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Узнав радиус R_2, еще раз применим третий закон Кеплера:

$$\frac{T_Л^2}{T_2^2} = \frac{R_Л^2}{R_2^3} \Rightarrow T_2^2 = \frac{T_Л^2 R_2^3}{R_Л^3},$$

откуда получим

$$T_2 = T_Л \sqrt{\frac{R_2^3}{R_Л^3}};\ T_2 = 6457{,}21 \text{ с} = 107{,}62 \text{ мин}.$$

Ответ: $R_2 = 7{,}88 \cdot 10^3$ м; $T_2 = 107{,}62$ мин.

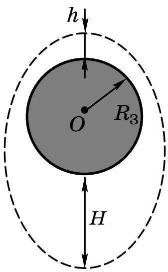


Рис. 4.6.4

4.6.3. Поскольку как Луна, так и спутник движутся в поле тяготения Земли (рис. 4.6.4), применим третий закон Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{(h + H + 2R_З)^3}{8R^3}.$$

Отсюда $h = 2R\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{2}{3}} - H - 2R_З = 220$ км ($R_З = 6370$ км — радиус Земли).

Ответ: $h = 220$ км.

4.6.5. Скорость движения тела на круговой орбите найдем из второго закона Ньютона:

$$\frac{GmM_З}{r_1^2} = \frac{mv^2}{r_1},$$

откуда

$$v_1^2 = \frac{GM_З}{r_1}.$$

Запишем третий закон Кеплера для тела, находящегося на орбитах радиусами r_1 и r_2:

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

В нашем случае $r_2 = \dfrac{R_3 + r_1}{2}$, $T_1 = \dfrac{2\pi r_1}{v_1}$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{R_3 + r_1}{8GM_3}}.$$

Время до приземления равно $t = T_2/2$, так как до этого момента тело проходит ровно половину траектории.

О т в е т: $t = \pi\sqrt{\dfrac{R_3 + r_1}{8GM_3}}$.

4.6.6. Падение тела на Солнце можно рассматривать как предельный случай обращения вокруг Солнца по весьма вытянутому эллипсу, большая ось которого немного больше радиуса a орбиты Земли. Такой эллипс стало бы описывать вокруг общего центра тяжести тело, помещенное в пространстве на расстоянии a от центра масс и получившее небольшую скорость v по направлению, перпендикулярному прямой, соединяющей это тело с центром масс. В пределе, при $v = 0$, большая ось эллипса равна a (эллипс вытягивается в прямую). Время движения по такому эллипсу

$$\tau = T\sqrt{\frac{(0,5a)^3}{a^3}} = T\sqrt{0,125},$$

где T — период обращения Земли вокруг Солнца. Продолжительность падения тела на Солнце равна

$$\frac{\tau}{2} = \frac{T\sqrt{0,125}}{2} = 64,6 \text{ суток}.$$

Г л а в а 5. СТАТИКА

5.1.2. На тело действуют: сила тяжести $m\vec{g}$; силы натяжения троса $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, модули которых одинаковы: $T_1 = T_2 = T$. Тело находится в равновесии, поэтому $m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$.

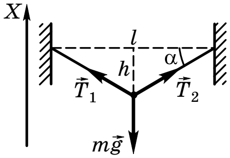


Рис. 5.1.10

Выберем ось координат X, как показано на рисунке 5.1.10. В проекции на ось получим

$$2T\sin\alpha - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{2\sin\alpha}.$$

Так как угол α мал, то $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{2h}{l}$.

Поэтому

$$T = \frac{mgl}{4h} = \frac{10 \cdot 9,8 \cdot 20}{4 \cdot 0,5}\ \text{Н} = 980\ \text{Н}.$$

О т в е т: $T = 980$ Н.

5.1.8. На шарик действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, реакции опоры $\vec{N}$ и натяжения нити $\vec{T}$ (рис. 5.1.11). Так как шарик находится в равновесии, силы можно представить в виде замкнутого треугольника (рис. 5.1.12), который подобен треугольнику OAB на рис. 5.1.11. Отсюда

$$\frac{AO}{AB} = \frac{mg}{T}, \quad \frac{AO}{OB} = \frac{mg}{N}.$$

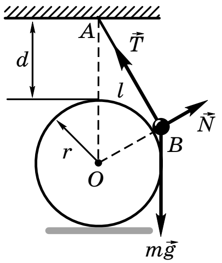


Рис. 5.1.11

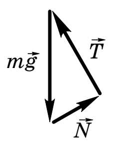


Рис. 5.1.12

С учетом, что $AO = d + r$, $AB = l$, $OB = r$, получим о т в е т:

$$T = mg\frac{l}{d+r}, \quad N = mg\frac{r}{d+r}.$$

5.1.10. Согласно условию равновесия точки A:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0. \qquad (1)$$

Так как $T_1 = T_2 = T$, то уравнение (1) для проекции сил на ось X (см. в условии рис. 5.1.7) имеет вид:

$$F - 2T\cos\frac{\alpha}{2} = 0 \Rightarrow T = \frac{F}{2\cos(\alpha/2)}.$$

О т в е т: при увеличении угла α сила натяжения увеличивается.

5.2.8. На систему человек—платформа действуют: $(M + m)g$ — сила тяжести, силы натяжения веревок T_1 и T_2 (рис. 5.2.10). Система находится в равновесии. Поэтому сумма сил, действующих на систему, равна нулю.

В проекции на ось X получим:

$$T_2 + T_1 + T_1 - (m + M)g = 0.$$

Так как по условию $T_2 = T_1$, то

$$4T_1 = (m + M)g \Rightarrow T_1 = (m + M)\frac{g}{4}.$$

Сила, с которой человек должен тянуть веревку, по третьему закону Ньютона равна силе натяжения веревки, следовательно,

$$F = T_1 = (m + M)\frac{g}{4} = 300 \text{ Н}.$$

О т в е т: $F = 300$ Н.

5.3.2. По условию задачи шарик находится в равновесии. На шарик действуют: $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{N}$ — сила реакции опоры, $\vec{T}$ — сила натяжения нити; трения нет, так как шар гладкий. Из рисунка 5.3.3 видно, что силы, действующие на шарик, пересекаются в одной точке, следовательно, для решения задачи необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} = 0.$$

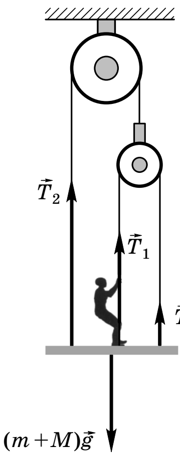


Рис. 5.2.10

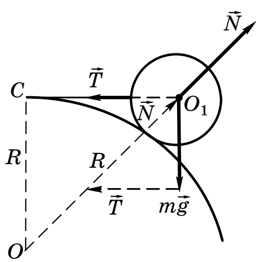


Рис. 5.3.3

Треугольник OCO_1 подобен треугольнику сил, поэтому

$$\frac{mg}{R} = \frac{N}{R+r} \Rightarrow N = \frac{mg(R+r)}{R}, \quad \frac{mg}{R} = \frac{T}{l+r} \Rightarrow T = \frac{mg(l+r)}{R}.$$

Отсюда находим ответ:

$$N = \frac{0,05 \cdot 9,8 \cdot 0,4}{0,25}\ \text{Н} = 0{,}784\ \text{Н} \approx 0{,}8\ \text{Н};$$

$$T = \frac{0,05 \cdot 9,8 \cdot 0,3}{0,25}\ \text{Н} = 0{,}588\ \text{Н} \approx 0{,}6\ \text{Н}.$$

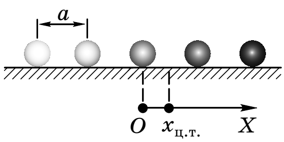


Рис. 5.5.5

5.5.2. Выберем ось OX вдоль прямой, на которой расположены шарики. Начало отсчета этой прямой свяжем с положением третьего шарика (рис. 5.5.5). Координата центра тяжести системы определяется соотношением

$$x_{\text{ц.т}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} m_1 x_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} m_i},$$

или

$$x_{\text{ц.т}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5} =$$

$$= \frac{m(-2a) + 2m(-a) + 3m \cdot 0 + 4ma + 5m \cdot 2a}{15m} = \frac{2}{3}a.$$

Ответ: $x_{\text{ц. т}} = \frac{2}{3}a$.

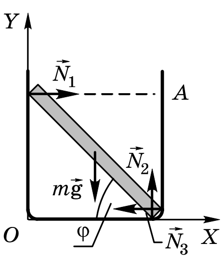


Рис. 5.6.17

5.6.1. Стержень находится в равновесии, поэтому сумма сил, действующих на стержень, равна нулю, или в проекциях на координатные оси OX и OY (рис. 5.6.17):

$$N_1 - N_3 = 0,$$
$$N_2 - mg = 0.$$

Запишем правило моментов относительно точки A:

$$mg\frac{l}{2}\cos\varphi - N_3 l \sin\varphi = 0.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$N_1 = N_3 = \frac{mg\operatorname{ctg}\varphi}{2} = 0{,}5\ \text{Н},\ N_2 = mg = 1\ \text{Н}.$$

5.6.9. Запишем условие равновесия лестницы в проекциях на оси OX и OY (см. решение задачи 5.6.1):

$$N_1 - F_{\text{тр}2} = 0,$$
$$F_{\text{тр}1} + N_2 - mg = 0,$$

где N_1, N_2 — силы реакции стены и пола, $F_{\text{тр}1} = \mu_1 N_1$, $F_{\text{тр}2} = \mu_2 N_2$ — силы трения между лестницей, стеной и полом соответствено, mg — сила тяжести лестницы (рис. 5.6.18). Относительно точки A условие равновесия имеет вид:

$$F_{\text{тр}1} l\cos\varphi + F_{\text{тр}2} l\sin\varphi - mg\frac{l}{2}\cos\varphi = 0.$$

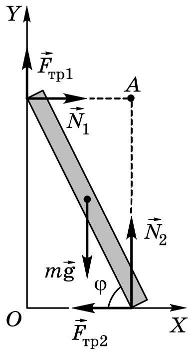


Рис. 5.6.18

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т :

$$N_1 = \frac{\mu_2 mg}{1+\mu_1\mu_2};\ N_2 = \frac{mg}{1+\mu_1\mu_2};$$

$$F_{\text{тр}1} = \frac{\mu_1\mu_2 mg}{1+\mu_1\mu_2};\ F_{\text{тр}2} = \frac{\mu_2 mg}{1+\mu_1\mu_2};\ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_2}.$$

5.6.22. При максимальном значении угла α цилиндр располагается так, как показано на рисунке 5.6.19; x — расстояние от центра тяжести тела до его геометрического центра. Найдем его, применив правило моментов:

$$Mgx - mg\left(\frac{R}{2} + x\right) \Rightarrow x = \frac{m}{M-m}\frac{R}{2},$$

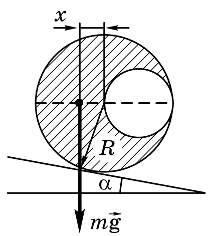


Рис. 5.6.19

где m — масса вырезанной части. Так как $M \sim pR^2$, $m \sim p\left(\frac{R}{2}\right)^2$, то $m = \frac{M}{4}$, и тогда

$$x = \frac{M/4}{M - M/4}\frac{R}{2} = \frac{R}{6}.$$

Находим предельный угол наклона доски:

$$\sin\alpha = \frac{x}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arcsin\frac{1}{6} \approx 9{,}6°.$$

О т в е т: так как $\mu > \operatorname{tg}\alpha$, то цилиндр не будет скользить.

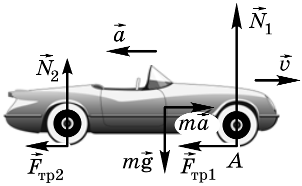


Рис. 5.6.20

5.6.23. В системе отсчета, связанной с автомобилем, на автомобиль действует сила инерции $F = ma$, приложенная к его центру тяжести (рис. 5.6.20). Эта сила создает вращающий момент, поэтому автомобиль наклоняется передней частью вниз, при этом передняя рессора сжимается на Δl_1, а деформация задней рессоры уменьшается на Δl_2. Это приводит к изменению сил реакции опоры:

$$N_1 = N + \Delta N_1 \text{ и } N_2 = N - \Delta N_2,$$

где N — сила реакции опоры до начала торможения. Так как центр тяжести находится посередине автомобиля, то

$$2N = mg. \quad \textbf{(1)}$$

Из условий равновесия находим:

$$N_1 + N_2 - mg = 0,$$
$$2N + \Delta N_1 - \Delta N_2 - mg = 0,$$
$$\Delta N_1 = \Delta N_2,$$

т. е. изменения сил реакции опоры одинаковы.

Используя закон Гука и учтя, что жесткости рессор одинаковы:

$$kl_1 = k\Delta l_2,$$

получаем

$$\Delta l_1 = \Delta l_2.$$

Запишем условие равновесия моментов сил относительно точки A:

$$maH + (N - \Delta N)L = mg\frac{L}{2};$$

с учетом (1) и условия $\Delta N = k\Delta l$ находим

$$\Delta l = \frac{maH}{Lk} = 0{,}1 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta l = 0{,}1$ м.

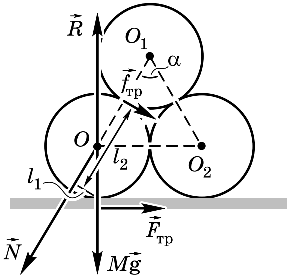


Рис. 5.7.13

5.7.2. Условие равновесия левого нижнего бревна относительно точки A (рис. 5.7.13):

$$Nl_1 - f_{тр}l_2 = 0,$$

где $l_1 = R\sin\frac{\alpha}{2}$ — плечо силы N, $l_2 = R\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)$ (здесь $\alpha = 60°$) — плечо силы $f_{тр}$, $f_{тр} = \mu N$ — сила трения.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\mu = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\cos\frac{\alpha}{2}} = 2-\sqrt{3} \approx 0{,}27.$$

Ответ: $\mu \approx 0{,}27$.

5.7.8. Запишем условие равновесия системы относительно точки O (рис. 5.7.14):

$$M_1 g\frac{a}{4} + M_2 g\frac{3a}{4} - N_2 a = 0,$$

где a — расстояние между нижними концами лестниц-половинок. Запишем условие равновесия правой половинки относительно точки O':

$$M_2 g\frac{l}{2}\sin\frac{\alpha}{2} + Tl\cos\frac{\alpha}{2} - N_2 l\sin\alpha = 0.$$

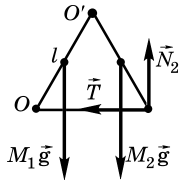


Рис. 5.7.14

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$T = \frac{M_1+M_2}{4}g\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}.$$

5.7.9. Брусок и плита находятся в равновесии. Рассмотрим условия равновесия каждого тела, считая их однородными.

На плиту действуют: сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции $\vec{N}_1$ со стороны горизонтальной плоскости, сила трения $\vec{F}_{тр1}$ между плоскостью и плитой и сила реакции $\vec{N}_2$ со стороны бруска. Запишем условие равновесия для плиты относительно оси OZ, перпендикулярной плоскости рисунка 5.7.15. Силы N_1 и $F_{тр1}$ моментов не создают, так как их плечи относительно данной оси равны нулю. Поэтому

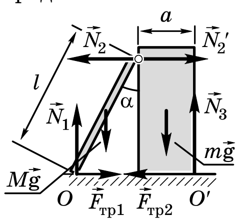


Рис. 5.7.15

$$\sum M_z = Mg\frac{l}{2}\sin\alpha - N_2 l\cos\alpha = 0.$$

На брусок действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}_3$ со стороны горизонтальной плоскости, сила трения $\vec{F}_{тр2}$ между плоскостью и основанием бруска и сила давления $\vec{N}_2$ со стороны плиты, причем $N_2' = N_2$. В момент опрокидывания сила $\vec{N}_3$ будет приложена к точке O′ бруска. Запишем условие равновесия бруска относительно оси $O'Z$, параллельной оси OZ (при этом силы $\vec{F}_{\text{тр}2}$ и $\vec{N}_3$ моментов не создают):

$$\sum M_{z'} = N_2 l \cos\alpha - mg\frac{a}{2} \leqslant 0.$$

Выразим значение силы N_2 из уравнения равновесия плиты:

$$N_2 = \frac{Mg\sin\alpha}{2\cos\alpha}$$

и подставим в уравнение равновесия бруска, получим

$$\frac{Mgl\sin\alpha}{2} - \frac{mga}{2} \leqslant 0,$$

откуда

$$\alpha \leqslant \arcsin\frac{ma}{Ml} = 30°.$$

Ответ: $\alpha \leqslant 30°$.

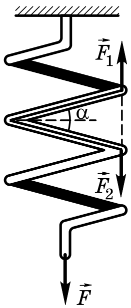


Рис. 5.7.16

5.7.10. Удлинение пружины $\Delta l = 2dn\sin\frac{\alpha}{2}$, где n — число витков пружины, α — угол, на который поворачивается виток пружины (рис. 5.7.16). Общее удлинение пружины мало, и поэтому угол α мал, а для малого угла $\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$. Следовательно, $\Delta l = dn\alpha$.

Угол α пропорционален моментам сил F_1 и F_2, которые растягивают виток:

$$\alpha \sim Fd, \text{ где } F_1 = F_2 = F,$$

$$\Delta l \sim nd^2F.$$

Для первой пружины $\Delta l_1 = n_1 d_1^2 F$, для второй $\Delta l_2 = n_2 d_2^2 F$; из последних уравнений получим $\Delta l_2 = \Delta l_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 = \frac{1}{5}$.

Ответ: $\Delta l_2 = \frac{1}{5}$.

5.7.11. Применим принцип возможных перемещений к нашей системе:

$$F_{\text{упр}}\Delta x_1 - mg\Delta x_2 = 0. \qquad (1)$$

При бесконечно малом уменьшении длины нити на Δx_1 точка подвески M поднимается на высоту $3\Delta x_1$, а центр тяжести подвески — на высоту

$$\Delta x_2 = \frac{3\Delta x_1}{2}. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим о т в е т:

$$F_{\text{упр}} = mg\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{3}{2}mg.$$

5.7.12. При движении доски и шара вместе их ускорение

$$a = \frac{F}{M+m}.$$

Чтобы шар не выкатился из лунки, необходимо, чтобы результирующий момент сил относительно оси, проходящей через центр масс шара (ось обязательно должна проходить через точку O, так как у шара есть ускорение!), был направлен по часовой стрелке:

$$(F^{\text{верт.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{верт.}})R\cos\alpha \geqslant (F^{\text{гор.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{гор.}})R\sin\alpha,$$

где $F^{\text{верт.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{верт.}}$ — результирующая вертикальных составляющих силы трения покоя между шаром и доской и силы реакции со стороны доски; $F^{\text{гор.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{гор.}}$ — результирующая горизонтальных составляющих этих же сил (рис. 5.7.17).

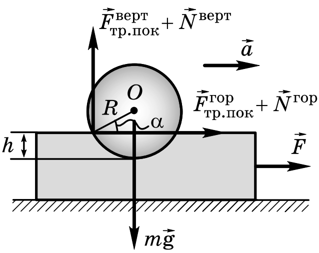


Рис. 5.7.17

Очевидно, что

$$F^{\text{верт.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{верт.}} = mg,$$

$$F^{\text{гор.}}_{\text{тр. пок.}} + N^{\text{гор.}} = ma.$$

Следовательно, $mg\cos\alpha \geqslant ma\sin\alpha$, $\gamma\cos\alpha \geqslant \dfrac{F}{M+m}\sin\alpha$.

Из рисунка видно, что

$$\sin\alpha = \frac{R-h}{R}, \cos\alpha \sqrt{\frac{h(2R-h)}{R}}.$$

Окончательно получаем:

$$g\sqrt{h\frac{(2R-h)}{R}} \geqslant \frac{F}{M+m}\,\frac{R-h}{R}, \; F \leqslant \frac{(M+m)g\sqrt{h(2R-h)}}{R-h} = 150 \text{ Н}.$$

О т в е т: $F = 150$ Н.

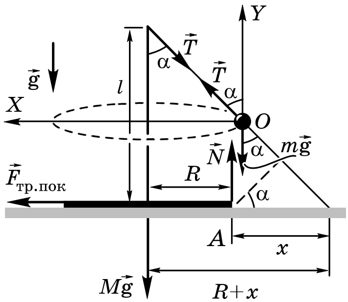


Рис. 5.7.6

5.7.13. При вращении шарика вокруг стержня нить будет натянутой, и на стержень будет действовать сила натяжения нити $\vec{T}$, которая способна опрокинуть диск. Для того чтобы диск ни одной точкой не оторвался от стола, необходимо, чтобы результирующий момент сил был направлен против часовой стрелки (рис. 5.7.18), т. е. относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка. Момент силы тяжести должен быть больше момента силы натяжения:

$$MgR \geqslant Tx\cos\alpha.$$

Здесь учтено, что моменты сил реакции $\vec{N}$ и трения покоя $\vec{T}_{тр.пок.}$ равны нулю.

Из рисунка следует:

$$R + x = l\,\mathrm{tg}\,\alpha, \;\; x = l\,\mathrm{tg}\,\alpha - R.$$

Для нахождения силы $\vec{T}$ запишем уравнение движения шарика в проекции на ось OY системы координат:

$$0 = T\cos\alpha - mg, \;\; T = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

Следовательно,

$$MgR \geqslant \frac{mg}{\cos\alpha}(l\,\mathrm{tg}\,\alpha - R)\cos\alpha,$$

откуда получаем:

$$\mathrm{tg}\,\alpha \leqslant \frac{R(M+m)}{lm} \Rightarrow \alpha \leqslant \mathrm{arctg}\frac{R(M+m)}{lm}.$$

О т в е т: $\alpha_{max} = \mathrm{arctg}\dfrac{R(M+m)}{lm} = 45°$.

5.7.14. Когда доска наедет на шероховатый участок, на нее начнет действовать сила трения $\vec{F}_{тр}$, направленная против движения. При резком торможении доски брусок по ней покатится. При этом результирующий момент сил относительно оси, проходящей через центр масс бруска, будет направлен по часовой стрелке.

Для решения задачи достаточно рассмотреть случай опрокидывания бруска с горизонтального положения в вертикальное (рис. 5.7.19).

Силу реакции $\vec{N}_1$, со стороны доски и силу трения покоя $\vec{F}_{\text{тр.пок.}}$ между бруском и доской найдем, записав законы движения бруска:

$$0 = N_1 - mg, \ \ ma_0 = F_{\text{тр.пок}}.$$

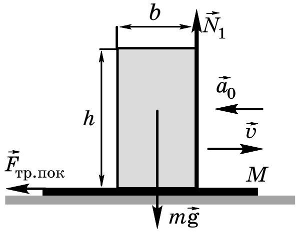


Рис. 5.7.19

Ускорение бруска, равное ускорению доски, можно найти, записав второй закон Ньютона для системы «доска — брусок» (рис. 5.7.20):

$$(M + m)a_0 = F_{\text{тр.}}, \ \ 0 = N_2 - (M + m)g,$$
$$F_{\text{тр.}} = \mu N_2.$$

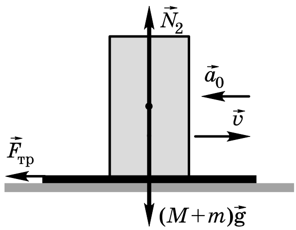


Рис. 5.7.20

Следовательно,

$$a_0 = \mu g, \ \ \mu mgb \geqslant mgh, \ \ \mu \geqslant \frac{h}{b} = 2.$$

О т в е т: $\mu \geqslant 2$.

Г л а в а 6. ГИДРОСТАТИКА

6.2.23. Так как жидкость давит на пробку с обеих сторон, то результирующая сила F, действующая на пробку со стороны жидкости (рис. 6.2.11), будет направлена вверх и равна

$$F = 2F_{\text{верт}}, \tag{1}$$

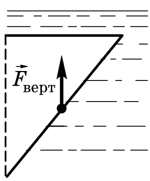


Рис. 6.2.11

где

$$F_{\text{верт}} = \langle p \rangle \ \frac{S}{\cos(\alpha/2)} \ \sin\alpha, \tag{2}$$

$$\langle p \rangle = \frac{\rho g h}{2} = \frac{\rho g\sqrt{S}}{2}. \tag{3}$$

Решив систему уравнений (1) — (3), получим

$$F = \rho g S^{3/2} \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \approx 2{,}6 \text{ Н}.$$

О т в е т: $F \approx 2{,}6$ Н.

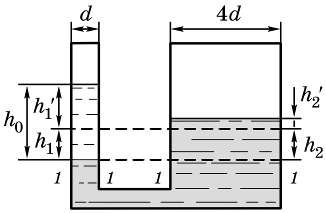


Рис. 6.3.7

6.3.13. На рисунке 6.3.7 отмечаем начальный уровень ртути и выбираем поверхность одного уровня по границе раздела воды и ртути (*1—1*).

Разбиваем столбы жидкости над этой поверхностью в левом и правом сосудах на части и обозначаем их высоты h_1, h_2, h_1' и h_2'.

Условие равновесия жидкости в сообщающихся сосудах: на уровне *1—1* давление в левом колене равно давлению в правом, т. е.

$$h_1\rho_в + h_2\rho_в = h_1'\rho_{рт} + h_2'\rho_{рт}. \quad (1)$$

Условие несжимаемости:

$$S_1h_2 = S_2h_1' \text{ или } d_1^2h_2 = d_2^2h_1'. \quad (2)$$

Из рисунка находим

$$h_1 + h_2 = h_0, \quad (3)$$

$$h_2 = h_2'. \quad (4)$$

Решив систему уравнений (1) — (4), получим

$$h_1' = h_0\frac{\rho_в}{17\rho_{рт}} = 0{,}3 \text{ см}; \; h_2 = h_0\frac{16\rho_в}{17\rho_{рт}} = 4{,}8 \text{ см}.$$

Ответ: $h_1' = 0{,}3$ см; $h_2 = 4{,}8$ см.

6.3.14. Если труба заполнена маслом, то на уровне основания трубы (*I—I*) давление, создаваемое маслом, равно давлению воды (рис. 6.3.8):

$$p_0 + \rho_1gl = p_0 + \rho gh_1,$$

где ρ_1, ρ — плотности масла и воды соответственно, $h_1 = l - h$.

Решив данное уравнение, получим

$$l = h\frac{\rho}{\rho - \rho_1} = 10\,h.$$

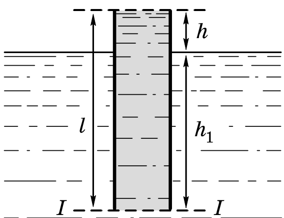


Рис. 6.3.8

Ответ: $l = 10\,h$.

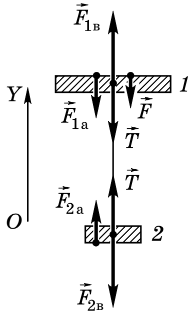


Рис. 6.4.5

6.4.11. На рисунке 6.4.5 показаны силы, действующие на каждый поршень. На поршень *1* действуют силы: давления воды $F_{1в} = p_в S_1$, атмосферного давления $F_{1а} = p_0 S_1$, F и натяжения нити T. Поршень *2* находится в равновесии, поэтому

$$F_{1в} - F_{1а} - T - F = 0.$$

На нижний поршень действуют силы: натяжения нити, атмосферного давления $F_{2а} = p_0 S_2$ и давления воды $F_{2в} = p_в S_2$. Нижний поршень тоже находится в равновесии:

$$F_{2а} + T - F_{2в} = 0.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$p_в = p_0 + \frac{F}{S_1 - S_2} = 120 \text{ кПа}; \;\; T = \frac{FS_2}{S_1 - S_2} = 20 \text{ Н}.$$

Ответ: $p_в = 120$ кПа; $T = 20$ Н.

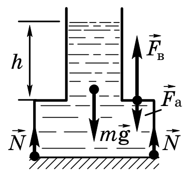


Рис. 6.4.6

6.4.12. На рисунке 6.4.6 показаны силы, действующие на сосуд: сила тяжести mg, сила атмосферного давления $F_а = p_0(S_2 - S_1)$, сила давления воды $F_в = (p_0 + \rho g h)(S_2 - S_1)$ и сила реакции опоры N. В момент отрыва сосуда от опоры (когда вода начнет вытекать) $N = 0$. Для этого момента условие равновесия имеет вид

$$F_в - F_а - mg = 0.$$

Решив данную систему уравнений, получим ответ:

$$h = \frac{m}{\rho(S_2 - S_1)}.$$

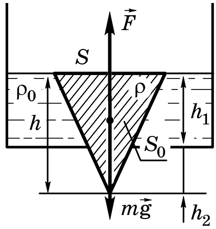


Рис. 6.5.13

6.5.21. Наибольшая выталкивающая сила возникнет, если вода дойдет до верхнего края пробки (рис. 6.5.13). При этом на пробку будут действовать сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая сила $\vec{F}$.

Выталкивающая сила $\vec{F}$ в данном случае равна

$$F = F_А - pS_0, \qquad (1)$$

где F_A — сила Архимеда: $F_A = \rho_0 g\Delta V$, ΔV — объем усеченного конуса с основаниями площадью S и S_0 и высотой $h_1 = h - h_2$, равный

$$\Delta V = \frac{1}{3}(Sh - S_0 h_2), \tag{2}$$

p — давление у дна сосуда:

$$p = \rho_0 g h_1. \tag{3}$$

Пробка однородна, поэтому

$$\frac{h^2}{S} = \frac{h_2^2}{S_0}, \ h = h_1 + h_2,$$

откуда находим

$$h_1 = h\left(1 - \sqrt{\frac{S_0}{S}}\right), \ h_2 = h\sqrt{\frac{S_0}{S}}. \tag{4}$$

Подставляя (2) — (4) в (1), получим

$$F = \frac{1}{3}\rho_0 g\left(Sh - S_0 h\sqrt{\frac{S_0}{S}}\right) - \rho_0 g h\left(1 - \sqrt{\frac{S_0}{S}}\right)S_0$$

или

$$F = \frac{1}{3}\rho_0 g h\left(S + 2S_0\sqrt{\frac{S_0}{S}} - 3S_0\right).$$

Наибольшая плотность ρ материала пробки может быть определена из условия

$$mg = \frac{1}{3}\rho g S h = \frac{1}{3}\rho_0 g h\left(S + 2S_0\sqrt{\frac{S_0}{S}} - 3S_0\right),$$

откуда

$$\rho = \rho_0\left[1 + 2\left(\frac{S_0}{S}\right)^{3/2} - 3\frac{S_0}{S}\right].$$

6.5.23. Так как результирующая сила давления на боковую поверхность не зависит от формы основания конуса, то вместо заданной формы тела можно рассмотреть конус с плоским основанием (рис. 6.5.14). Тогда сила Архимеда, действующая на конус и равная

$$F_A = \rho g V_{\text{конуса}} = \rho g \cdot \frac{1}{3} H\pi R^2,$$

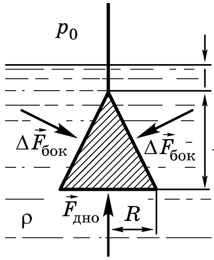


Рис. 6.5.14

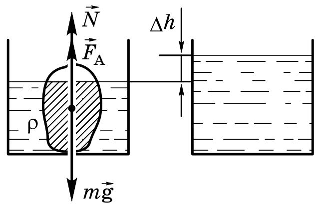


Рис. 6.5.15

может быть представлена в виде

$$F_А = F_{дно} - F_{бок},$$

где $F_{дно} = [p_0 + \rho g(H + h)]S_{дно}$ — сила давления на дно, $F_{бок}$ — результирующая сил давления на боковую поверхность, $S_{дно} = \pi R^2$ — площадь основания конуса.

Решив систему приведенных уравнений, находим

$$F_{бок} = \left[p_0 + \rho g\left(h + \frac{2}{3}H\right)\right]\pi R^2 \approx 3{,}2 \text{ кН}.$$

О т в е т: $F_{бок} \approx 3{,}2$ кН.

6.5.28. После таяния льда уровень воды в стакане увеличится (рис. 6.5.15). В начальном положении сумма сил, действующих на льдинку, равна нулю:

$$N + F_А - mg = 0,$$

где сила давления льда на дно стакана $F = N = mg - F_А$, архимедова сила $F_А = \rho g V$, m — масса льда, V — заштрихованный на рисунке объем.

Объем образованной при таянии льда воды

$$V_в = V + \Delta h S,$$

а ее масса

$$m_в = \rho V_в = \rho(V + \Delta h S)$$

равна массе m льда. Следовательно,

$$V = \frac{m}{\rho} - \Delta h S,$$

$$F = mg - \rho g\, \mathrm{V} = mg - \rho g\left(\frac{m}{\rho} - \Delta h S\right) = \rho\, g \Delta h S = 0{,}47 \text{ Н}.$$

О т в е т: $F = 0{,}47$ Н.

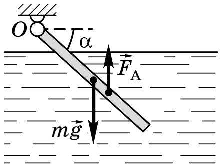


Рис. 6.5.16

6.5.31. На рисунке 6.5.16 показаны силы, действующие на стержень. Стержень находится в равновесии, поэтому

$$\sum M_i = 0.$$

Относительно точки O сумма моментов сил равна нулю:

$$mg\,\frac{l}{2}\,\cos\alpha - F_A\left(1 - \frac{3}{8}\right) l\cos\alpha = 0,$$

где масса стержня $m = \rho V$, сила Архимеда $F_A = \rho_ж\, g \cdot \frac{3}{4} V$.

Решив данную систему уравнений, получим о т в е т:

$$\frac{\rho}{\rho_ж} = \mathbf{\frac{15}{16}}.$$

6.6.18. Запишем условия равновесия кубика, находящегося поочередно в трех жидкостях разной плотности:

$$mg = \frac{1}{3}\,\rho_1 gV,\ mg = \frac{2}{3}\,\rho_2 gV,\ mg = \rho_3 gV_0,$$

где V — объем кубика, V_0 — объем части кубика, находящейся в третьей жидкости. Плотность этой жидкости

$$\rho_3 = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{V_2(n+1)},$$

где m_1, m_2, V_1, V_2 — массы и объемы смешиваемых жидкостей:

$$m_1 = \rho_1 V_1,\ m_2 = \rho_2 V_2.$$

Решив данную систему уравнений, получим о т в е т :

$$\frac{V_0}{V} = \frac{2(n+1)}{3(2n+1)}.$$

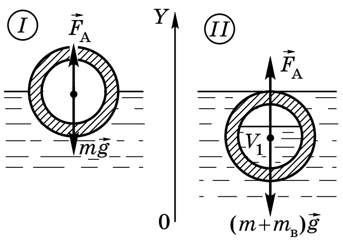


Рис. 6.6.5

6.6.21. На рисунке 6.6.5 показан шар массой m в двух состояниях.

Шар в состоянии I находится в равновесии, поэтому

$$F_{A1} - mg = 0, \qquad (1)$$

где

$$F_{A1} = \rho_в\, g\frac{V_0}{2}, \qquad (2)$$

$$m = \rho_ж\, g(V_0 - V), \qquad (3)$$

$\rho_в$ — плотность воды, $\rho_ж$ — плотность железа, V_0 — объем шара, V — объем полости.

Решив систему уравнений (1) — (3), получим

$$V = V_0 \frac{2\rho_ж - \rho_в}{2\rho_ж}. \qquad (4)$$

Шар в состоянии *II* находится в равновесии, поэтому

$$F_{А2} - (m + m_в)g = 0, \qquad (5)$$

где

$$m_в = \rho_в V_1 \qquad (6)$$

— масса воды, заполняющей полость, V_1 — ее объем.

Решив систему уравнений (1), (2), (5), (6), получим

$$V_1 = \frac{V_0}{2}. \qquad (7)$$

Разделив (7) на (4), находим о т в е т:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_ж}{2\rho_ж - \rho_в} = 0{,}53.$$

6.6.22. В состоянии *II* лед со стеклом плавает в воде (рис. 6.6.6):

$$F_А - (m_1 + m_2)g = 0, \qquad (1)$$

где $F_А$ — сила Архимеда:

$$F_А = \rho g(V_1 + V_2), \qquad (2)$$

V_1 — объем стекла, V_2 — объем льда, ρ — плотность воды.

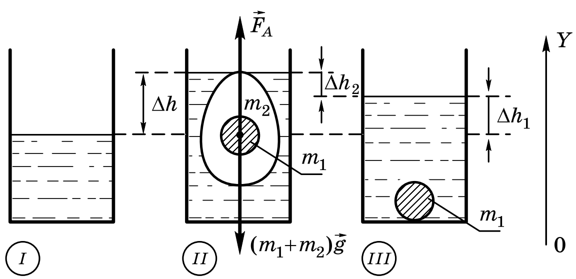


Рис. 6.6.6

Массы стекла и льда соответственно равны:

$$m_1 = \rho_1 V_1, \tag{3}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2, \tag{4}$$

где ρ_1 — плотность стекла, ρ_2 — плотность льда.

По условию задачи

$$S\Delta h = V_1 + V_2, \tag{5}$$

где S — площадь основания сосуда, Δh — повышение уровня воды.

Решив систему уравнений (1) — (5), получим

$$V_1 = \Delta h S\ \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}, \tag{6}$$

$$V_2 = \Delta h S\ \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2}. \tag{7}$$

В состоянии III, когда лед растает,

$$S\Delta h_1 = V_1 + V_3, \tag{8}$$

где Δh_1 — новое повышение уровня воды.

Объем воды, полученной из льда:

$$V_3 = V_2\ \frac{\rho_2}{\rho}. \tag{9}$$

Решив систему уравнений (6) — (9), получим

$$\Delta h_1 = \Delta h\ \frac{\rho^2 - 2\rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}{\rho(\rho_1 - \rho_2)}.$$

Найдем понижение уровня воды в сосуде:

$$\Delta h_0 = \Delta h - \Delta h_1 = \Delta h\ \frac{(\rho_1 - \rho)(\rho - \rho_2)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)} = 1\ \text{мм}.$$

Ответ: $\Delta h_0 = 1$ мм.

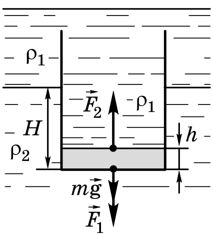


Рис. 6.6.7

6.6.23. На стакан действуют (рис. 6.6.7): сила давления жидкости плотностью ρ_1, равная

$$F_1 = [p_0 + \rho_1 g(H - h)]S,$$

сила давления жидкости плотностью ρ_2, равная

$$F_2 = (p_0 + \rho_2 gH)S,$$

и сила тяжести mg.

Стакан находится в равновесии, поэтому

$$F_2 - F_1 - mg = 0.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$H = \frac{m - \rho_1 hS}{(\rho_2 - \rho_1)S} \approx 4{,}3 \text{ см}.$$

О т в е т : $H \approx 4{,}3$ см.

6.6.28. Наливаем жидкость в сосуд до тех пор, пока он не окажется в состоянии, показанном на рисунке 6.6.8.

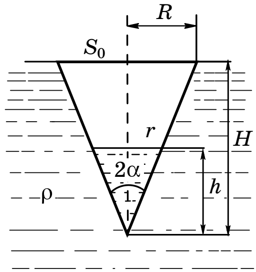


Рис. 6.6.8

Условие равновесия сосуда имеет вид

$$(m + m_{\text{в}})g = F_{\text{А}},$$

где $m_{\text{в}} = \rho \cdot \frac{1}{3} Sh$ — масса воды ($S = \pi r^2 = \pi h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha$), $F_{\text{А}} = \rho \cdot \frac{1}{3} S_0 Hg$ — сила Архимеда ($S_0 = \pi R^2$, $H = R \operatorname{ctg} \alpha$).

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$h = \sqrt{(R\operatorname{ctg}\alpha)^3 - \frac{3m}{\pi\rho \operatorname{tg}^2\alpha}} \approx 24 \text{ см}.$$

О т в е т: $h \approx 24$ см.

6.7.11. Сумма силы $F = F_{\min}$ и силы тяжести mg куба равна силе Архимеда $F_{\text{А}}$ только в некотором его положении, смещенном от положения равновесия на x (рис. 6.7.6). До этого положения куб будет двигаться ускоренно, а после замедленно. Чтобы куб затонул, путь разгона и путь торможения должны быть равны b. Запишем закон сохранения энергии:

$$\Delta E = A,$$

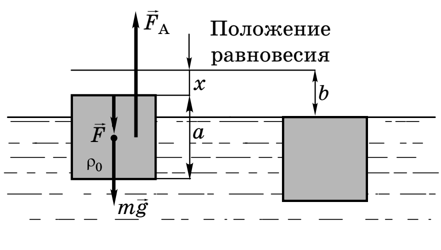


Рис. 6.7.6

где изменение потенциальной энергии куба

$$\Delta E = 0 - mgb,$$

а работа равна сумме работ приложенной силы F и силы Архимеда:

$$A = A(F) + A(F_A) = Fb - \langle F_A \rangle b;$$

здесь среднее значение силы Архимеда

$$\langle F_A \rangle = \frac{\rho_0 g a^2 (a - b) + \rho_0 g a^3}{2}.$$

Условие равновесия куба:

$$mg = \rho_0 g a^2 (a - b).$$

Выражая массу куба через плотность и объем: $m = \rho a^3$, решим данную систему уравнений и получим

$$F = \frac{1}{2}(\rho_0 - \rho) g a^3 = 15{,}68\ \text{Н}.$$

О т в е т: $F = 15{,}68$ Н.

6.7.13. При движении цилиндра на него действуют силы: тяжести, Архимеда и вязкого трения. Поэтому цилиндр вначале «проскочит» выше положения равновесия, а затем опустится ниже и т. д. При этом амплитуда колебаний цилиндра будет уменьшаться, и через некоторый промежуток времени цилиндр займет положение равновесия; в этом случае силы тяжести и Архимеда будут равны:

$$mg = \rho_в gSx \text{ или } \rho_д H = \rho_в x,$$

где $S = \pi R^2$ — площадь поперечного сечения цилиндра, $m = \rho_д SH$ — масса цилиндра.

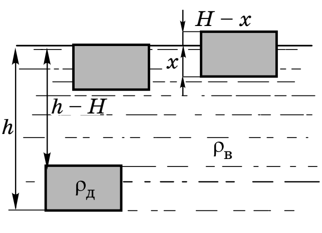


Рис. 6.7.7

Запишем закон сохранения энергии для цилиндра:

$$\Delta E = A,$$

где изменение механической энергии (рис. 6.7.7)

$$\Delta E = mg(h - x),$$

а работа силы Архимеда и силы вязкого трения

$$A = A_1 + A_2 + A_3.$$

Первое слагаемое соответствует работе постоянной силы Архимеда $F_{\text{Amax}} = \rho_{\text{в}} gSH$ при подъеме цилиндра до поверхности воды:

$$A_1 = F_{\text{Amax}}\,(h - H) = \rho_{\text{в}}\, gSH\,(h - H).$$

Второе слагаемое соответствует работе переменной силы Архимеда $\langle F_{\text{A}} \rangle = \dfrac{\rho_{\text{в}} gSH + \rho_{\text{в}} gSx}{2}$ при переходе границы поверхности воды до положения равновесия:

$$A_2 = \langle F_{\text{A}} \rangle\,(H - x) = \frac{\rho_{\text{в}} gSH + \rho_{\text{в}} gSx}{2}\,(H - x).$$

Третье слагаемое выражает количество теплоты: $A_3 = -\,Q$. Следовательно,

$$mg(h - x) = \rho_{\text{в}}\, gSH\,(h - H) + \frac{\rho_{\text{в}} gSH + \rho_{\text{в}} gSx}{2}\,(H - x) - Q.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$Q = \frac{\pi g R^2 H}{2\rho_{\text{в}}}\,\{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{д}})\,[2\rho_{\text{в}} h - (\rho_{\text{в}} + \rho_{\text{д}})H]\} \approx 47{,}5\ \text{кДж}.$$

О т в е т: $Q \approx 47{,}5$ кДж.

6.7.14. При вдвигании пробки изменится высота уровня жидкости. Минимальная работа равна работе по перемещению массы $m = \rho\pi r^2 l$ жидкости с уровня AB на уровень CD (рис. 6.7.8):

$$A_{\min} = mg(h + x).$$

Так как жидкость несжимаема, то

$$\pi r^2 l = \pi R^2 \cdot 2x.$$

Следовательно,

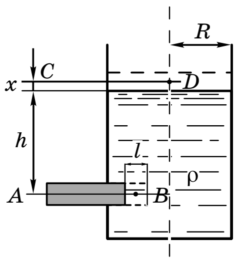


Рис. 6.7.8

$$A_{\min} = \rho g l \pi r^2 \left(h + \frac{r^2 l}{2R^2} \right) = 0{,}83\ \text{Дж}.$$

О т в е т: $A_{\min} = 0{,}83$ Дж.

6.8.3. Расход жидкости, т. е. объем жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени, $Q = vS$, где S — площадь поперечного сечения трубы. Площадь поперечного сечения минимальна при максимально допустимой скорости потока, т. е. $Q = v_{max}S_{min} = (v_{max}\pi d_{min}^2)/4$. Отсюда находим

$$d_{min} = 2\sqrt{\frac{Q}{\pi v_{max}}} = 0{,}89 \text{ м.}$$

По закону Бернулли давление жидкости больше в тех сечениях, где скорость потока меньше. Так как $S = Q/V$, то давление жидкости больше на участках трубопровода с бóльшим поперечным сечением.

Ответ: $d_{min} = 0{,}89$ м.

6.8.13. Скорость жидкости в узкой трубке $v = \sqrt{2gh}$, в сосуде $v = 0$ (рис. 6.8.12). Давление жидкости в широком сосуде $p_1 = p_0 + \rho gx$.

На границе сосуд — трубка скачок давления $\Delta p = p_1 - p_2$, так как работа сил давления вызывает изменение скорости от 0 до $\sqrt{2gh}$.

По закону сохранения энергии $\frac{\Delta m v^2}{2} = (p_1 - p_2)S\Delta h$, где $\Delta m = \rho S\Delta h$ — масса малого элемента воды. Следовательно, $\frac{\rho v^2}{2} = p_1 - p_2 = \rho gH$. Из-за постоянства скорости давление в трубке изменяется по закону (рис. 6.8.13)

$$p = p_0 - \rho g(h - x).$$

Ответ: рис. 6.8.12, рис. 6.8.13.

6.8.24. Давление жидкости в месте изгиба трубки

$$p_1 = p_0 + \rho gH.$$

Центр масс жидкости в горизонтальном колене трубки находится на расстоянии $3R$ от оси вращения, и ускорение $a = \omega^2 \cdot 3R$. Мас-

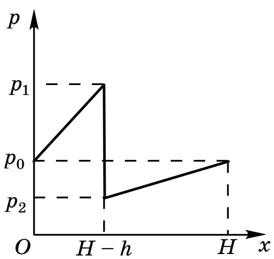


Рис. 6.8.12

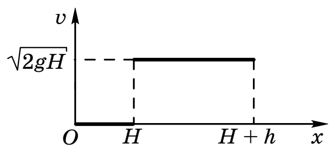


Рис. 6.8.13

са жидкости в горизонтальном колене $m = 4RS\rho$. По второму закону Ньютона для этой массы жидкости

$$pS - p_1S = m\omega^2 \cdot 3R,$$

где p — давление у запаянного конца трубки, S — площадь поперечного сечения трубки. Из приведенных равенств находим:

$$p = p_0 + \rho gH + 12\,\rho\omega^2R^2.$$

Ответ: а) $p_1 = p_0 + \rho gH$; б) $p = p_0 + \rho gH + 12\,\rho\omega^2R^2$.

Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

7.1.16. Допустим, что закон движения точки имеет вид:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi),$$

тогда скорость движения точки $v = (x)' = A\omega\cos\omega t$.

Из данных уравнений можно получить

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1. \tag{1}$$

Так как $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то из уравнения (1) находим ответ:

$$v = \pm\frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} = \pm 12{,}56\ \text{см/с}.$$

7.2.5. Запишем закон движения точки

$$x = A\sin(\omega_0 t + \alpha); \tag{1}$$

тогда скорость точки

$$v = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \alpha). \tag{2}$$

Кинетическая и потенциальная энергии точки в любой момент времени соответственно равны:

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega_0^2A^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \alpha), \tag{3}$$

$$E_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2A^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \alpha), \tag{4}$$

где $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$, k — коэффициент возвращающей силы.

Разделив (4) на (3), получим

$$\frac{E_п}{E_к} = \operatorname{tg}^2(\omega_0 t + \alpha).$$

В искомый момент времени τ имеем $E_к = E_п$. Следовательно,

$$\operatorname{tg}(\omega_0 \tau + \alpha) = \pm 1,$$

откуда

$$\omega_0 \tau_1 + \alpha = \frac{\pi}{4} + n\pi, \text{ где } n = 0, 1, 2, \ldots,$$

$$\omega_0 \tau_2 + \alpha = -\frac{\pi}{4} + n'\pi, \text{ где } n' = 1, 2, 3, \ldots .$$

С учетом данных задачи $\left(\omega_0 = 2\pi, \alpha = \frac{\pi}{6}\right)$ получим

$$2\pi\tau_1 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + n\pi, \ \tau_1 = \frac{1}{24} + \frac{n}{2}.$$

$$2\pi\tau_2 + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{4} + n'\pi, \ \tau_2 = -\frac{5}{24} + \frac{n'}{2}.$$

Итак, о т в е т: $\tau_1 = \frac{1}{24} + \frac{n}{2}$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$; $\tau_2 = -\frac{5}{24} + \frac{n'}{2}$, где $n' = 1, 2, \ldots$.

7.3.8. Сила упругости пружины $F = kx$. Если к пружине подвесить груз массой m, то в положении равновесия $mg = kx$, откуда удлинение пружины $x = \frac{mg}{k}$. Если две пружины соединить последовательно, то их удлинения будут равны, а общее удлинение

$$x_2 = 2x = \frac{2mg}{k}. \quad (1)$$

С другой стороны,

$$x_2 = \frac{mg}{k_1}. \quad (2)$$

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получаем

$$\frac{2mg}{k} = \frac{mg}{k_1} \text{ или } k_1 = \frac{k}{2}.$$

При параллельном соединении пружин общая жесткость системы $k_2 = 2k$. Таким образом, периоды колебаний при последовательном и параллельном соединениях пружин равны соответственно

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \text{ и } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}},$$

а их отношение $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = 2$.

О т в е т: период колебаний груза уменьшится в 2 раза.

7.3.16. Направим ось X вдоль направления перемещения центра чашки (рис. 7.3.8). Пусть точка B соответствует положению чашки при недеформированной пружине. Чашка с гирями находится в покое в точке C на расстоянии $l_1 = \frac{Mg}{k}$ от точки B, где M — масса чашки и гирь. После добавления еще одной гири в положении равновесия чашка окажется в точке O на расстоянии $l_2 = \frac{(M+m)g}{k}$ от точки B и будет совершать гармонические колебания около этого положения равновесия (точки O), периодически двигаясь между точками C и C_1. Амплитуда колебаний $A = OC = OC_1$. Так как $OC = l_2 - l_1 = \frac{mg}{k}$, то $A = \frac{mg}{k}$.

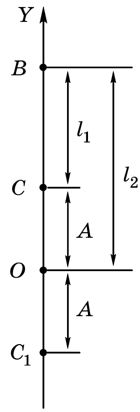


Рис. 7.3.8

Ответ: $A = mg/k$.

7.4.13. Закон движения тела, совершающего гармонические колебания:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Амплитуда колебаний $A = 2\alpha l$ и начальная фаза $\varphi_0 = 0$, собственная частота $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Следовательно,

$$x = 2\alpha l \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right).$$

В точке B (см. в условии рис. 7.4.2) координата шарика $x = -\alpha l$. Тогда

$$-\alpha l = 2\alpha l \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,t_1\right),$$

где t_1 — время движения шарика от исходного положения до точки B, равное половине периода колебаний:

$$t_1 = \frac{2}{3}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Отсюда находим

$$T = 2t_1 = \frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 1\ \text{с}.$$

Ответ: $T \approx 1$ с.

7.4.16. В первом случае период колебаний шарика

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1)$$

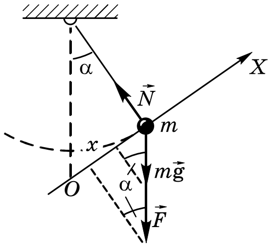


Рис. 7.4.4

Во втором случае (рис. 7.4.4) на шарик действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{N}$ и сила притяжения магнита $\vec{F}$, в результате шарик приобретает тангенциальное ускорение a_τ. По второму закону Ньютона

$$-mg\sin\alpha - F\sin\alpha = ma_\tau.$$

При малых колебаниях угол α мал, следовательно, $\sin\alpha \approx \alpha \approx \frac{x}{l}$, и поэтому

$$a_\tau = -\frac{mg+F}{ml}x.$$

Из данной формулы видно, что ускорение шарика пропорционально x и направлено в сторону, противоположную направлению оси OX, следовательно, шарик будет совершать гармонические колебания, а

$$\frac{mg+F}{ml} = \omega^2.$$

Период колебаний шарика

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{mg+F}}. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$F = mg\left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1\right) = 29{,}4 \text{ мН}.$$

Ответ: $F = 29{,}4$ мН.

7.5.8. В положении равновесия грузов сумма сил, действующих на каждый груз, равна нулю:

$$mg + kx_{01} - T_0 = 0, \qquad (1)$$

$$3mg + kx_{02} - T_0 = 0, \qquad (2)$$

где x_{01} и x_{02} — удлинения пружин в положении равновесия грузов, T_0 — сила натяжения нити.

Из (1) и (2) имеем:

$$2mg + k(x_{02} - x_{01}) = 0. \qquad (3)$$

Если груз m сместить из положения равновесия вниз на величину x, то

$$ma = mg + k(x_{01} - x) - T_1, \tag{4}$$

$$3ma = T_1 - 3mg - k(x_{02} - x), \tag{5}$$

где T_1 — сила натяжения нити.

Из (4) и (5) с учетом (3) получаем

$$4ma = -2kx.$$

Тогда

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}} \text{ и } T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{kx_{01}^2}{2} + \frac{kx_{02}^2}{2} + \frac{4mv_0^2}{2} = \frac{k(x_{01} - A)^2}{2} + \frac{k(x_{02} + A)^2}{2} + 3mgA - mgA,$$

откуда с учетом (3) находим: $A = v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

Ответ: $A = v_0\sqrt{m/(2k)}$; $T = 2\pi\sqrt{2m/k}$.

7.5.9. В положении равновесия грузов:

$$m_1g - T_0 = 0, \tag{1}$$

$$m_2g + kx_0 - 2T_0 = 0, \tag{2}$$

где x_0 — удлинение пружины в положении равновесия грузов, T_0 — сила натяжения нити.

Из (1) и (2) получаем

$$(2m_1 - m_2)g = kx_0. \tag{3}$$

Если груз m_1 сместить из положения равновесия вниз на величину x, то по второму закону Ньютона

$$m_1a = m_1g - T_1, \tag{4}$$

$$m_2\frac{a}{2} = 2T_1 - m_2g - k\left(x_0 + \frac{x}{2}\right), \tag{5}$$

где T_1 — сила натяжения нити.

Из (4) и (5) с учетом (3) получаем

$$\left(2m_1 + \frac{m_2}{2}\right)a = -k\frac{x}{2}. \tag{6}$$

Тогда

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{4m_1 + m_2}} \text{ и } T = 2\pi\sqrt{\frac{4m_1 + m_2}{k}}.$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v_{max}^2}{2} + \frac{m_2\left(\frac{v_{max}}{2}\right)^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} = -m_1 gA + m_2 g\frac{A}{2} + \frac{k\left(x_0 + \frac{A}{2}\right)^2}{2},$$

откуда с учетом (3) находим: $v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{4m_1 + m_2}}$.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m_1 + m_2}{k}}$; $v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{4m_1 + m_2}}$.

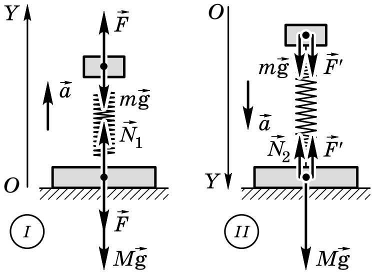


Рис. 7.5.16

7.5.11. На тело массой m действуют (рис. 7.5.16): сила упругости пружины $\vec{F}$ и сила тяжести $m\vec{g}$. На тело массой M действуют: сила упругости пружины $\vec{F}$, сила тяжести $M\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}_1$.

Запишем второй закон Ньютона:

для случая I, когда сила давления наибольшая,

$$\begin{cases} F - mg = ma_{max} \\ N_1 - F - Mg = 0 \end{cases} \Rightarrow N_1 = (M + m)g + ma_{max};$$

для случая II, когда сила давления наименьшая,

$$\begin{cases} F' + mg = ma_{max} \\ Mg - F' - N_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow N_2 = (M + m)g - ma_{max},$$

где F' — сила упругости.

Максимальное ускорение тела равно

$$a_{max} = A\omega^2,$$

где A — амплитуда.

По третьему закону Ньютона сила давления $F_д$ равна силе реакции опоры N. Поэтому можно записать

$$\frac{F_{д1}}{F_{д2}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{(M + m)g + mA\omega^2}{(M + m)g - mA\omega^2} = 1{,}5.$$

Тело оторвется от стола, если

$$N_2 = 0 \Rightarrow mA_{кр}\omega^2 = (M + m)g,$$

следовательно,

$$A_{кр} = \frac{(M+m)g}{m\omega^2} = 0{,}08 \text{ м} = 8 \text{ см}.$$

О т в е т: $N_1/N_2 = 1{,}5$; $A_{кр} = 8$ см.

7.5.12. 1. Пусть a — длина стержня, l_2 — удлинение второй пружины в положении равновесия. Первая пружина действует на стержень с силой k_1l_1, а вторая — с силой k_2l_2. При равновесии стержня суммарный момент этих сил относительно оси O равен нулю:

$$k_1l_1 \cdot \frac{a}{3} - k_2l_2 \cdot \frac{2}{3}a = 0,$$

откуда деформация второй пружины

$$l_2 = \frac{k_1l_1}{2k_2}.$$

2. Пусть в некоторый момент при малых колебаниях смещение шарика от положения равновесия равно x (см. рис. 7.5.17). Растяжение первой пружины увеличится на $\frac{x}{3}$, а второй уменьшится на $\frac{2x}{3}$. Следовательно, деформация первой пружины будет $\left(l_1 + \frac{x}{3}\right)$, а второй — $\left(l_2 - \frac{2x}{3}\right)$. Потенциальная энергия каждой пружины равна соответственно

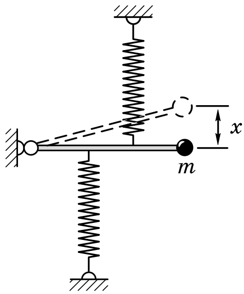


Рис. 7.5.17

$$E_{п1} = \frac{k_1\left(l_1 + \frac{x}{3}\right)^2}{2}, \; E_{п2} = \frac{k_2\left(l_2 - \frac{2x}{3}\right)^2}{2}.$$

Кинетическая энергия шарика $E_к = \frac{mv^2}{2}$, где v — скорость шарика. При гармонических колебаниях механическая энергия системы постоянна:

$$E_{п1} + E_{п2} + E_к = \text{const}.$$

Подставив в последнее равенство записанные выше выражения и продифференцировав полученное уравнение по времени, после упрощений приходим к уравнению

$$a = -\frac{k_1 + 4k_2}{m}x,$$

где $\frac{k_1 + 4k_2}{m} = \omega^2$ — квадрат циклической частоты. Так как период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то, следовательно,

$$T = 6\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + 4k_2}}.$$

О т в е т: $l_2 = \frac{k_1 l_1}{2k_2}$; $T = 6\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + 4k_2}}$.

7.5.13. При смещении шарика из положения равновесия на него будет действовать возвращающая сила (см. рис. 7.5.18)

$$F = mg\sin\alpha.$$

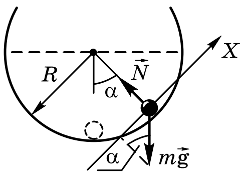


Рис. 7.5.18

Так как шарик совершает гармонические колебания, то

$$-mg\sin\alpha = -kx,$$

где k — коэффициент возвращающей силы, $x = \alpha R$ — смещение шарика из положения равновесия. Следовательно,

$$mg\sin\alpha = k\alpha R.$$

Чтобы колебания были гармоническими, угол α должен быть мал. В этом случае $\sin\alpha \approx \alpha$ и

$$k = \frac{mg}{R}.$$

Полная энергия гармонических колебаний в любой момент равна

$$E = \frac{kA^2}{2},$$

где $A = s_{max}$ — амплитуда колебаний. Следовательно,

$$E = \frac{mgs_{max}^2}{2R} = 12{,}5 \cdot 10^{-6}\text{ Дж}.$$

7.5.17. Воспользуемся выражением для максимальной скорости тела, совершающего колебания с частотой $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$:

$$v_{max} = \omega_0 A,$$

где $A = \alpha l$ — амплитуда колебаний (рис. 7.5.19). Следовательно,

$$v_{max} = \frac{2\pi\alpha l}{T}, \quad T = \frac{2\pi\alpha l}{v_{max}}.$$

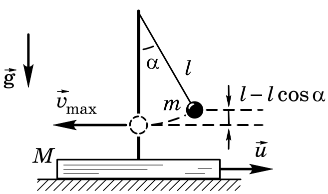


Рис. 7.5.19

Так как скорость груза максимальна при прохождении им положения равновесия, а система «груз—брусок» замкнута в горизонтальном направлении, то законы сохранения импульса и энергии имеют вид:

$$mv_{\max} = Mu, \; mg(l - l\cos\alpha) = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}.$$

Отсюда получим

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2Mgl(1-\cos\alpha)}{M+m}} = \sqrt{\frac{4gMl\sin^2\frac{\alpha}{2}}{M+m}} = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{Mgl}{M+m}}.$$

Поскольку угол α мал, то $\sin\frac{\alpha}{2} \approx \alpha$. Из приведенных уравнений находим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m)l}{gM}} = 1{,}23 \text{ с}.$$

Ответ: $T = 1{,}23$ с.

7.5.20. На ареометр действуют: сила Архимеда $F_{\text{А}} = \rho g(v + sh)$ и сила тяжести mg.

Условие равновесия ареометра:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{А}} = 0 \text{ или } mg = F_{\text{А}}. \tag{1}$$

Пусть S — площадь поперечного сечения трубки ареометра, h — длина трубки, тогда

$$mg = \rho g(V + Sh).$$

При погружении ареометра на глубину x результирующая выталкивающая сила

$$F = \rho g(V + S(h + x)) - mg;$$

$$F = \rho g(V + S(h + x)) - \rho g(V + Sh);$$

$$F = \rho gSx.$$

Эта сила и вызывает колебания ареометра, т. е. можно записать $F = -kx$, где

$$k = \rho gS = \rho g\frac{\pi d^2}{4}. \tag{2}$$

Второй закон Ньютона для ареометра:

$$m(x)'' = -kx. \tag{3}$$

Введя обозначение $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$, преобразуем уравнение (3) следующим образом: $(x)'' + \omega_0^2 = 0$. Величина $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$ — циклическая частота колебаний. Отсюда период данных колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (4)$$

Подставляя (2) в (4), получим $T = \dfrac{4}{d}\sqrt{\dfrac{\pi m}{\rho g}}$, откуда

$$\rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 0{,}89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 0{,}89 \cdot 10^3$ кг/м^3.

7.5.23. В положении равновесия (рис. 7.5.20) на льдину действуют силы: тяжести mg и Архимеда $F_А = \rho_в a^2 x_0 g$, где x_0 — глубина ее погружения, и сумма сил равна нулю:

$$mg - \rho_в a^2 x_0 g = 0.$$

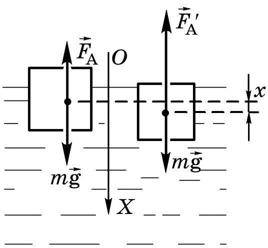


Рис. 7.5.20

При смещении льдины от положения равновесия на расстояние x (вертикально вниз) в произвольный момент на нее действуют силы: тяжести mg и Архимеда $F'_А = \rho_в g a(x_0 + x)$. Результирующая сила будет

$$F_{рез} = mg - F'_А = -\rho_в g a^2 x, \qquad (1)$$

где $k = \rho_в g a^2$ — коэффициент возвращающей силы.

Как видно из (1), сила $F_{рез}$ пропорциональна смещению x и направлена в сторону, противоположную смещению.

Полная энергия колебаний системы

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{\rho_в g a^2 A^2}{2} = 3{,}1 \text{ Дж}.$$

Ответ: $W = 3{,}1$ Дж.

7.6.1. Коляска начнет сильно раскачиваться, если промежуток t между двумя последовательными толчками на углублениях будет равен периоду собственных колебаний T коляски, т. е.

$$t = T,$$

где $t = \dfrac{l}{g}$, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

На каждую рессору приходится масса $m = \frac{M}{2} = 5$ кг. Коэффициент упругости $k = \frac{m_0 g}{x_0}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$v = \frac{l}{2\pi} = \sqrt{\frac{2m_0 g}{x_0 M}} = 0{,}48 \text{ м/с}.$$

7.6.4. Весы представляют собой механическую систему, совершающую гармонические колебания с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\chi}{m}},$$

где $\chi = 4k$ — суммарный коэффициент жесткости всех четырех пружин.

При взвешивании автомобилей на систему будет действовать внешняя периодическая сила с частотой ω. Если частота внешней силы совпадет с собственной частотой ω_0 системы, то наступит резонанс, при котором весы будут совершать колебания с максимальной амплитудой, и результаты взвешивания будут неверными.

Частота ω может быть найдена по формуле $\omega = 2\pi\frac{N}{t}$. Следовательно,

$$\frac{2\pi N}{t} = \sqrt{\frac{4k}{m}},$$

откуда

$$N = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{m}} = 5{,}8 \text{ взвешиваний/с} = 20\,921 \text{ взвешиваний/ч}.$$

Однако это практически невыполнимо.

Ответ: $N = 20\,921$.

7.6.7. Тело колеблется под действием силы тяжести mg и силы реакции опоры N. По второму закону Ньютона:

$$N - mg = ma.$$

В момент отрыва $N = 0$. Если тело не отрывается, то $N > 0$, т. е.

$$mg + ma_{\max} > 0 \Rightarrow g > -a_{\max},$$

где $a_{\max} = -\omega^2 A = -(2\pi\nu)^2 A$ — максимальное ускорение колеблющегося тела, A — амплитуда колебаний, при которой тело еще не отрывается от доски. Найдем эту амплитуду:

$$g > (2\pi\nu)^2 A \Rightarrow A < \frac{g}{(2\pi\nu)^2} = 6,\,2 \text{ см}.$$

Так как $A_0 > A$, то тело будет отрываться от доски.

Ответ: тело отрывается от поверхности, так как $A < A_0$.

Ч а с т ь 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Г л а в а 8. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

8.1.8. Количество молекул воды в стакане равно $N = \dfrac{mN_A}{M}$. Молярную массу воды найдем, зная химическую формулу воды — H_2O:

$$M = (16 + 2) \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} = 18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

Таким образом, число вылетающих за 1 с молекул равно

$$n = \frac{N}{t} = \frac{m}{M}\frac{N_A}{t} = 4 \cdot 10^{18}\ 1/\text{с}.$$

О т в е т: $n = 4 \cdot 10^{18}\ \text{с}^{-1}$.

8.3.12. Концентрация молекул $n = \dfrac{N}{V}$, где N — число молекул газа. Плотность газа $\rho = \dfrac{m}{V}$, где m — масса вещества: $m = m_0 N$ (m_0 — масса одной молекулы). Средняя квадратичная скорость молекулы $v = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$n = \frac{\rho v^2}{3kT} = 2{,}4 \cdot 10^{23}\ \text{м}^{-3}.$$

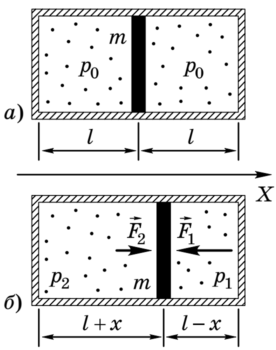


Рис. 8.4.10

8.4.16. Если поршень сместить вправо от положения равновесия, то воздух справа от поршня будет сжат, а слева — расширен. Если поршень отпустить, то он начнет двигаться влево, по инерции «проскочит» положение равновесия и сожмет воздух в левой части сосуда. Теперь поршень станет двигаться вправо и т. д., т. е. поршень будет совершать колебания (рис. 8.4.10, *а*).

Запишем уравнения состояния воздуха в обеих частях сосуда для положения равновесия поршня и положения, когда поршень смещен вправо на произвольную величину x (см. рис. 8.4.10, *б*):

$$p_0Sl = \nu_1RT,\ p_0Sl = \nu_2RT;$$

$$p_1S(l - x) = \nu_1RT,\ p_2S(l + x) = \nu_1RT.$$

В новом положении поршня разность давлений

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\nu_1RT}{S(l-x)} - \frac{\nu_2RT}{l+x},$$

и на поршень будет действовать результирующая сила, направленная к положению равновесия:

$$F = \Delta pS = \frac{\nu_1RT}{l-x} - \frac{\nu_2RT}{l+x} = \frac{2xp_0Sl}{l^2-x^2} \approx \frac{2xp_0S}{l},$$

где учтено, что $x \sim l$.

Так как $F \sim x$, то колебания поршня будут гармоническими. В этом случае можем записать

$$-\frac{2xp_0S}{l} = -kx,\ T_{\text{кол}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Следовательно, период колебаний поршня

$$T_{\text{кол}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{2p_0S}} \approx 0{,}44 \text{ с}.$$

8.5.7. Обозначим V_2 — конечный объем газа. При изобарном процессе $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, следовательно, $V_2 = V_1\frac{T_2}{T_1}$. Масса газа

$$m = \rho_2V_2 = \rho_2V_1\frac{T_2}{T_1} = 0{,}0144 \text{ кг}.$$

8.7.8. При нагревании воздуха в левой части сосуда и охлаждении в правой поршень сместится в сторону более холодного газа. Центр масс системы останется на прежнем месте (рис. 8.7.4). Найдем смещение поршня внутри сосуда. Запишем обобщенный газовый закон для воздуха в обеих частях сосуда:

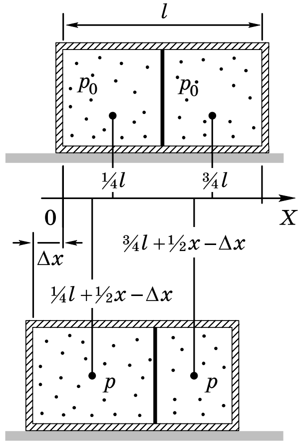


Рис. 8.7.4

$$\frac{p_0S\cdot\frac{1}{2}l}{T} = \frac{pS\left(\frac{1}{2}l + x\right)}{T + \Delta T},$$

$$\frac{p_0S\cdot\frac{1}{2}l}{T}=\frac{pS\left(\frac{1}{2}l+x\right)}{T-\Delta T},$$

отсюда находим $x=\frac{l\Delta T}{2T}$.

Начальная и конечная координаты центра масс системы:

$$x_{C1}=\frac{m\cdot\frac{1}{4}l+m\cdot\frac{3}{4}l}{m+m}=\frac{l}{2},$$

$$x_{C2}=\frac{m\left(\frac{1}{4}l+\frac{1}{2}x-\Delta x\right)+m\left(\frac{3}{4}l+\frac{1}{2}x-\Delta x\right)}{m+m}=\frac{l-2\Delta x+x}{2},$$

где m — масса воздуха в каждой части сосуда. Следовательно, сосуд переместится на:

$$\Delta x=\frac{x}{2}=\frac{l\Delta T}{4T}\approx 5\text{ см.}$$

Ответ: $\Delta x\approx 5$ см.

8.8.16. В положении равновесия на поршень действуют: сила тяжести поршня Mg и силы давления над поршнем p_0S и под поршнем pS, где p_0 и p — внешнее давление и давление под поршнем сечением S соответственно. При этом силы уравновешивают друг друга:

$$Mg+p_0S=pS.$$

Следовательно, давление под поршнем

$$p=\frac{Mg}{S}+p_0.$$

Процесс нагревания азота протекает изобарно:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2},$$

где $V_1=Sh_1$, $V_2=Sh_2$ — объемы, занимаемые азотом до и после нагревания. Так как перемещение поршня

$$\Delta h=h_2-h_1,$$

то получим

$$\Delta h=\frac{V_2-V_1}{S}=\frac{V_1}{ST_1}\Delta T.$$

Уравнение начального состояния азота:

$$pV_1=\frac{m}{\mu}RT_1.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$\Delta h = \frac{mR\Delta T}{\mu\left(\frac{Mg}{S} + p_0\right)S} = \frac{mR\Delta T}{\mu(Mg + p_0 S)} \approx 2{,}7 \text{ см.}$$

О т в е т: $\Delta h \approx 2{,}7$ см.

8.8.21. Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для первого состояния газа над поршнем и под ним соответственно

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} RT, \tag{1}$$

$$p_2 V = \frac{nm}{\mu} RT,$$

где μ — молярная масса газа. (2)

Разделим (1) на (2) и получим

$$p_2 = np_1. \tag{3}$$

Так как поршень тяжелый, то

$$p_2 - p_1 = \frac{Mg}{S} \Rightarrow p_1(n-1) = \frac{Mg}{S}. \tag{4}$$

Выразим давление p_1 из (1) и подставим в (4):

$$\frac{mRT}{\mu V}(n-1) = \frac{Mg}{S}. \tag{5}$$

Для второго состояния газа над поршнем и под ним уравнение Клапейрона—Менделеева имеет вид

$$p_1' V_1 = \frac{m}{\mu} RkT, \tag{6}$$

$$p_2' V_2 = \frac{nm}{\mu} RkT. \tag{7}$$

Из уравнений (6), (7) получим

$$p_2' = p_1' \frac{nV_1}{V_2}. \tag{8}$$

Так как поршень тяжелый, то

$$p_2' - p_1' = \frac{Mg}{S} \Rightarrow p_1'\left(\frac{nV_1}{V_2} - 1\right) = \frac{Mg}{S}. \tag{9}$$

Выразим p_1' из (6) и подставим в (9):

$$\frac{mRkT}{\mu V_1}\left(\frac{nV_1}{V_2} - 1\right) = \frac{Mg}{S}. \tag{10}$$

Правые части выражений (5) и (10) одинаковы. Учтем, что $V_2 = 2V - V_1$, следовательно,

$$\frac{mRkT}{\mu V_1}\left(\frac{nV_1}{V_2} - 1\right) = \frac{mRT}{\mu V}(n-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-1)V_1^2 + V(kn+k-2n+2)V_1 - 2kV^2 = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{-(kn+k-2n+2)+\sqrt{(kn+k-2n+2)^2+4(n-1)\cdot 2k}}{2(n-1)}V = V(\sqrt{3}-1),$$

а

$$V_2 = 2V - V_1 = V\sqrt{3}(\sqrt{3}-1).$$

Находим отношение $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}6.$

Ответ: $V_2/V_1 \approx 0{,}6$.

8.9.15. Так как в процессах *1–2* и *3–4* зависимость p от V линейная, то

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \text{ и } \frac{p_2}{V_3} = \frac{p_4}{V_4}.$$

Так как процессы *4–1* и *2–3* изотермические, то

$$p_2V_2 = p_3V_3 \text{ и } p_1V_1 = p_4V_4.$$

Решив данную систему уравнений с учетом, что $V_2 = V_4$, получим ответ:

$$V_3 = \frac{V_2^2}{V_1} = 4{,}5 \text{ л}.$$

8.10.3. Обозначим p_1 и p_2 — давления водорода и кислорода соответственно, а V — объем сосуда. Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для водорода и кислорода:

$$p_1V = \frac{m_1RT}{\mu_1} \text{ и } p_2V = \frac{m_2RT}{\mu_2}.$$

По закону Дальтона

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

где μ_1, μ_2 — молярные массы водорода и кислорода.

По определению, плотность смеси

$$\rho = \frac{m_1+m_2}{V} = \frac{\mu_1\mu_2 p(m_1+m_2)}{(\mu_2 m_1 + \mu_1 m_2)RT};\ \rho = 0{,}52 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 0{,}52$ кг/м^3.

8.10.7. После открытия крана газ из каждого баллона (по условию) изотермически расширяется.

Для газа из баллона объемом V_1 по закону Бойля—Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_1'(V_1 + V_2);$$

для газа из баллона объемом V_2:

$$p_2 V_2 = p_2'(V_1 + V_2),$$

где p_1' и p_2' — соответственно давления газа после его расширения.

По закону Дальтона

$$p = p_1' + p_2'.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 422{,}7 \text{ мм рт. ст.}$$

8.10.14. Молекулы водорода будут диффундировать через перегородку в другую половину сосуда до тех пор, пока давления водорода по обе стороны от перегородки не сравняются. Так как перегородка делит сосуд на равные части и температуры в них одинаковы, то во вторую половину сосуда продиффундирует половина водорода. В одной части сосуда окажется смесь азота с водородом, а в другой — водород.

Из уравнений состояния водорода и азота в одной половине сосуда

$$p_1 \frac{V}{2} = \frac{m_1}{2\mu_1} RT, \quad p_2 \frac{V}{2} = \frac{m_2}{\mu_2} RT$$

и закона Дальтона

$$p = p_1 + p_2$$

находим давление смеси:

$$p = \left(\frac{m_1}{2\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) \frac{m_2}{\mu_2} \frac{2RT}{V}.$$

Запишем уравнение состояния водорода для другой половины сосуда:

$$p' \frac{V}{2} = \frac{m_1}{2\mu_1} RT,$$

откуда давление во второй части сосуда:

$$p' = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V}.$$

О т в е т: $p = \left(\frac{m_1}{2\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) \frac{2RT}{V}$; $p' = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V}$.

8.10.15. В начальном положении поршень (рис. 8.10.3) был в равновесии, поэтому давление кислорода

$$p_1 = p + \frac{mg}{S}. \qquad (1)$$

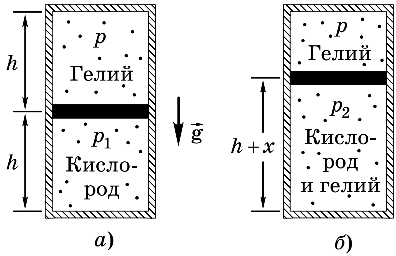


Рис. 8.10.3

После того как поршень для гелия стал проницаем, гелий, расширяясь, займет весь объем сосуда, поэтому его давление уменьшится в 2 раза:

$$p_{\text{г}} = \frac{p}{2} = 50 \text{ Па},$$

и поршень, поднявшись на x (рис. 8.10.3, *б*), займет новое положение, при котором

$$mg = p_2 S, \qquad (2)$$

где p_2 — давление кислорода.

Так как температура кислорода постоянна, то по закону Бойля—Мариотта

$$p_1 SH = p_2 S(H + x). \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$x = \frac{phS}{mg} = 10 \text{ см}.$$

О т в е т: $p_{\text{г}} = 50$ Па; $x = 10$ см.

8.11.3. После N ходов поршня компрессора из атмосферы будет «взят» объем воздуха $V_N = NV_0$ при давлении p_0 и температуре $T_0 =$ $= 273$ К. Эта масса воздуха вводится в резервуар компрессора, и давление в нем увеличивает на величину p_1. Так как температура в резервуаре T, то справедлив объединенный газовый закон

$$\frac{p_1 V}{T} = \frac{p_0 N V_0}{T_0}.$$

По условию задачи

$$p_1 = p - p_0.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$N = \frac{T_0 V}{T V_0}\left(\frac{p}{p_0} - 1\right) = 7600.$$

8.12.2. Так как температура по условию постоянна, то $p_0 V_0 = (p_0 + \rho g h)V$, где $p_0 = 10^5$ Па — нормальное атмосферное давление, $(p_0 + \rho g h)$ — давление на искомой глубине h, $V_0 = \frac{4\pi r_0^3}{3}$ — объем пузырька у поверхности воды, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ — объем пузырька на глубине h. Учитывая, что $r = \frac{r_0}{2}$, получим $V = \frac{V_0}{8}$ и $8p_0 = p_0 + \rho g h$, откуда $h = \frac{7p_0}{\rho g} = 71{,}4$ м.

Ответ: $h = 71{,}4$ м.

8.12.7. Условие поднятия шара (рис. 8.12.9):

$$F_А - (m + m_г)g = 0,$$

где сила Архимеда

$$F_А = \rho_в g V,$$

$\rho_в$ — плотность атмосферного воздуха: $\rho_в = \frac{RT_0}{\mu\rho_0}$; $m_г$ — масса горячего воздуха: $m_г = \frac{\rho_0 V \mu}{RT}$. Учтем, что объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R_ш^3$ ($R_ш$ — радиус шара).

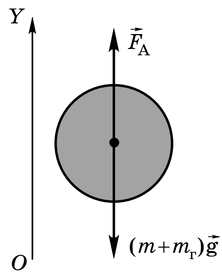


Рис. 8.12.9

Решив данную систему уравнений, получим

$$T = \frac{4\pi^2 R_ш^3 p_0 M T_0}{4\pi^2 R_ш^3 p_0 M - 3mRT_0} = 336\ \text{К}.$$

Чтобы найти максимальную высоту поднятия шара, найдем по аналогии температуру горячего воздуха на этой высоте:

$$T' = \frac{4\pi^2 R_ш^3 p_0 M T_0}{4\pi^2 R_ш^3 p_0 M - 3(m - \Delta m)RT_0} = 328\ \text{К},$$

$$\Delta T' = T - T' = 8\ \text{К}.$$

Так как при подъеме на каждые $\Delta h = 10$ м температура падает на $\Delta T = 1$ К, то максимальная высота поднятия шарика

$$h = \frac{\Delta T'}{\Delta T}\Delta h = 80 \text{ м}.$$

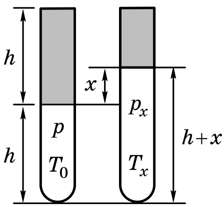


Рис. 8.12.10

8.12.19. Запишем объединенный газовый закон для двух состояний воздуха (рис. 8.12.10):

$$\frac{phS}{T_0} = \frac{p_x(h+x)S}{T_x},$$

где $p = p_0 + \rho g h$ и $p_x = p_0 + \rho g(h - x)$.

Из приведенных уравнений получим зависимость T от x:

$$T = T_0\frac{(h+x)[p_0+\rho g(h-x)]}{h(p_0+\rho gh)},$$

исследуя которую на экстремум, находим: $x = \dfrac{p_0}{2\rho g}$. Так как $p_0 = \rho gh$, то $x = \dfrac{h}{2}$, а $T_{\min} = \dfrac{9}{8}T_0 = 315$ К.

Для дальнейшего вытеснения ртути воздух достаточно поддерживать при этой температуре.

Ответ: $T_{\min} = 315$ К.

8.12.20. Так как объем вытесненной воды не изменяется, то после заполнения части x сосуда водой он опустится на такую же глубину x вниз (рис. 8.12.11).

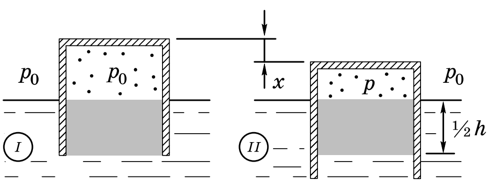


Рис. 8.12.11

Запишем объединенный газовый закон для воздуха в сосуде соответственно для состояний I и II:

$$\frac{p_0Sh}{2} = pS\left(\frac{h}{2} - x\right).$$

По закону Паскаля давление внутри и вне сосуда на одном уровне в состоянии *II* системы (см. рис. 8.12.11) равны, т. е.

$$p + \rho_м g\frac{h}{2} = p_0 + \rho_в g\frac{h}{2}.$$

Масса воды, которая вошла в сосуд, равна

$$m = \rho_в Sx.$$

Из приведенных уравнений получим

$$m = \frac{\rho_в(\rho_в - \rho_м)gh^2S}{2[2p_0 + (\rho_в - \rho_м)gh]} = 384{,}5 \text{ г}.$$

О т в е т: $m = 384{,}5$ г.

Г л а в а 9. ТЕРМОДИНАМИКА

9.2.13. Удар неупругий, поэтому часть механической энергии системы перейдет в теплоту.

Из законов сохранения импульса и энергии:

$$mv = (m + M)u, \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{(m+M)u^2}{2} + Q$$

найдем количество теплоты, выделившееся при ударе:

$$Q = \frac{mMv^2}{2(m+M)}. \tag{1}$$

По условию на нагревание и плавление пули идет энергия

$$Q_1 = \eta Q. \tag{2}$$

С другой стороны, на нагревание и плавление пули необходимо количество теплоты, равное

$$Q_1 = cm(t_{пл} - t) + \lambda m. \tag{3}$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$v = \sqrt{\frac{2(m+M)[(t_{пл} - t) + \lambda]}{\eta M}} = 420 \text{ м/с}.$$

О т в е т: $v = 420$ м/с.

9.3.4. КПД чайника $\eta = \dfrac{Q_п}{Q_з}$, где $Q_п$ — полезное количество теплоты, которое идет на нагревание воды до температуры кипения $t_к$ и испарение воды:

$$Q_п = cm(t_к - t) + rm$$

($m = \rho V$ — масса воды), $Q_з$ — энергия, получаемая нагревателем от сети:

$$Q_з = \eta N.$$

Из приведенных уравнений получим о т в е т:

$$\tau = \frac{\rho V[c(t_к - t) + r]}{\eta \tau} \approx 3 \text{ ч}.$$

9.5.14. Температуру θ_1 воды в первом сосуде после первого переливания найдем из уравнения теплового баланса:

$$\rho V_0 c\ (\theta_1 - t_1) = \rho(V - V_0)\ c\ (t_2 - \theta_1),\ \ \theta_1 = \frac{t_2}{3}$$

(ρ — плотность воды, c — удельная теплоемкость воды), а температуру θ_2 воды во втором сосуде после переливания остывшей воды из первого сосуда — из уравнения

$$2\rho(V - V_0)\ c\ (\theta_2 - \theta_1) = \rho(2V_0 - V)\ c\ (t_2 - \theta_2),\ \ \theta_2 = \frac{5t_2}{9}.$$

После второго переливания температура воды в сосудах будет отличаться на

$$\Delta t_2 = \theta_2 - \theta_1 = \frac{2t_2}{9} = \frac{2}{3^2} t_2.$$

После следующего переливания воды из второго сосуда в первый

$$2\rho(V - V_0)\ c\ (\theta_2 - \theta_3) = \rho(2V_0 - V)\ c\ (\theta_3 - \theta_1),\ \ \theta_3 = \frac{13t_2}{27},$$

$$\Delta t_3 = \theta_3 - \theta_2 = \frac{2t_2}{27} = \frac{2}{3^3} t_2,$$

а обратно

$$\rho(2V_0 - V)\ c\ (\theta_2 - \theta_4) = 2\rho(V - V_0)\ c\ (\theta_4 - \theta_3),\ \ \theta_4 = \frac{41t_2}{81},$$

$$\Delta t_4 = \theta_4 - \theta_3 = \frac{2}{3^4} t_2.$$

После n-го переливания воды $\Delta t_n = \frac{2}{3^{n+1}} t_2$. Поскольку $\Delta t_n \leqslant 1$ °C, то

$$\frac{2}{3^{n+1}} \leqslant 0{,}01, \quad n \geqslant 5.$$

Ответ: $n \geqslant 5$.

9.5.19. 1-й сосуд. Количество теплоты, необходимое льду для нагревания до температуры плавления $t_{пл} = 0$ °C:

$$Q_л = c_л m_1 (t_{пл} - t_л) = 47{,}25 \text{ кДж}.$$

Вода при этом должна остыть до такой же температуры,

$$Q_в = c_в m_{в1} (t_1 - t_{пл}) = c_в \rho V_1 (t_1 - t_{пл}) = 12{,}6 \text{ кДж},$$

где $m_{в1} = \rho V_1$ — начальная масса воды в сосуде, ρ — плотность воды.

Поскольку $Q_л > Q_в$, то лед, получив количество теплоты $Q_в$ за счет остывания воды, не нагреется до $t_{пл}$.

Найдем количество теплоты $Q'_в$, которое может быть передано льду при замерзании воды:

$$Q'_в = m_{в1}\lambda = \rho V_1 \lambda = 165 \text{ кДж}.$$

Сравнивая $Q_л$ с $Q_в + Q'_в$, видим, что $Q_л < Q_в + Q'_в$. Следовательно, для нагревания льда до температуры $t_{пл}$ вода в первом сосуде должна остыть и часть ее превратится в лед при $t_{пл}$.

Из уравнения теплового баланса

$$Q_л = Q_в + m'_{в1}\lambda$$

найдем массу $m'_{в1}$ замерзшей воды:

$$m'_{в1} = \frac{Q_л - Q_в}{\lambda} \approx 0{,}1 \text{ кг}.$$

Во второй сосуд перелили воды при температуре $t = 0$ °C:

$$\Delta m = \frac{1}{2}(m_{в1} - m'_{в1}) = \frac{1}{2}(\rho V_1 - m'_{в1}) \approx 0{,}2 \text{ кг}.$$

2-й сосуд. Лед находится при температуре плавления. Количество теплоты, необходимое для плавления,

$$Q_л^{плав} = m_2 \lambda = 148{,}5 \text{ кДж}.$$

Это количество теплоты может быть получено за счет остывания воды до $t = 0$ °С:

$$Q_{\text{в}}^{\text{ост}} = c_{\text{в}}\rho V_2(t_2 - t_{\text{пл}}) = 151{,}2 \text{ кДж}.$$

Так как $Q_{\text{в}}^{\text{ост}} > Q_{\text{л}}^{\text{плав}}$, то весь лед растает и образовавшаяся вода нагреется. Поэтому

$$Q_{\text{л}}^{\text{плав}} + c_{\text{в}}m_2(\theta - t_{\text{пл}}) + c_{\text{в}}\Delta m(\theta - t_{\text{пл}}) = c_{\text{в}}\rho V_2(t_2 - \theta),$$

откуда

$$\theta = \frac{c_{\text{в}}\rho V_2 t_2 - Q_{\text{л}}^{\text{плав}}}{c_{\text{в}}(m_2 + \Delta m + \rho V_2)} \approx 0{,}11 \text{ °С}.$$

Ответ: $\theta \approx 0{,}11$°С.

9.5.20. При тепловом равновесии в сосуде будет находиться вода при некоторой температуре θ, которую можно найти из уравнения теплового баланса:

$$c_1m_1(t_{\text{пл}} - t_1) + c_2m_2(t_{\text{пл}} - t_1) + \lambda m_2 + c_1m_1(\theta - t_{\text{пл}}) + cm_2(\theta - t_{\text{пл}}) =$$
$$= c_3m_3(t_2 - t_{\text{кип}}) + \rho m_3 + cm_3(t_{\text{кип}} - \theta) \Rightarrow \theta = 36{,}6 \text{ °С}.$$

Ответ: $\theta = 36{,}6$ °С.

9.5.21. Для образования пара необходима энергия $Q_1 = rm_{\text{п}}$, которая будет получена за счет образования льда $Q_2 = \Delta m\lambda$ (здесь r — удельная теплота парообразования, λ — удельная теплота плавления). Учтем, что $m_{\text{п}} = m - \Delta m$. Из приведенных уравнений получим

$$\Delta m = \frac{mr}{r + \lambda} = 17{,}2 \text{ г}.$$

Ответ: $\Delta m = 17{,}2$ г.

9.7.12. Из уравнения Клапейрона—Менделеева

$$pV = \nu RT$$

и закона, по которому расширяется газ, $p = \dfrac{\alpha}{V^2}$ (см. условие) найдем зависимость температуры газа от объема:

$$T = \frac{\alpha}{\nu RV}.$$

Следовательно, при увеличении объема в n раз температура уменьшится в n раз:

$$T = \frac{T_0}{n}. \qquad (1)$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\,(T - T_0). \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2) (учтем, что энергия убывает), получим о т в е т:

$$T_0 = \frac{2n\Delta U}{3\nu R(n-1)} = 300 \text{ К}.$$

9.7.18. Система «сосуд—поршень—газ» замкнута, и по закону сохранения импульса

$$mv = (m + M + m_г)\,u,$$

где $m_г$ — масса газа в сосуде, u — скорость движения системы после прекращения колебаний поршня.

Разность кинетических энергий системы в начале и конце движения сосуда равна энергии, отданной газу:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m + M + m_г)u^2 = \Delta E.$$

Так как масса газа в сосуде $m_г \ll M$ и масса сосуда $m \ll M$, то

$$\Delta E = \frac{m(M-m)v^2}{2M}.$$

Энергия, отданная газу, пойдет на увеличение его внутренней энергии:

$$\Delta E = \Delta U.$$

Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = 2 \cdot \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 3\nu R\Delta T.$$

Из приведенных уравнений находим

$$\Delta T = \frac{m(M-m)v^2}{6\nu MR} \approx \frac{mv^2}{6R}.$$

О т в е т: $\Delta T \approx \dfrac{mv^2}{6R}$.

9.7.22. Энергия газа в первом сосуде равна $U_1 = \frac{3}{2}p_1V_1$, во втором $U_2 = \frac{3}{2}p_2V_2$. Энергия газа в обоих сосудах после их соединения $U = \frac{3}{2}p\,(V_1 + V_2)$. По закону сохранения энергии

$$U_1 + U_2 = U.$$

Следовательно, давление газа в обоих сосудах

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}. \qquad (1)$$

Объединенный газовый закон для газа, находящегося в первом сосуде:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1'(V_1 + V_2)}{T}, \qquad (2)$$

для газа во втором сосуде:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_2'(V_1 + V_2)}{T}. \qquad (3)$$

По закону Дальтона

$$p = p_1' + p_2'. \qquad (4)$$

Решив систему уравнений (1)—(4), найдем температуру газа

$$T = T_1 T_2 \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}. \qquad (5)$$

Ответ: см. (1) и (5).

9.8.10. Обозначим p — давление, V_0 — начальный объем газа, а $V = V_0 + \Delta V$ — конечный объем газа. Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для начального состояния газа:

$$pV_0 = \frac{\nu RT}{V_0}.$$

Работа газа при его расширении

$$A = p\,\Delta V = \nu RT\,\frac{\Delta V}{V_0}.$$

Находим отношение

$$\frac{V}{V_0} = \frac{V_0 + \Delta V}{V_0} = 1 + \frac{A}{\nu RT} = 6.$$

Ответ: $V/V_0 = 6$.

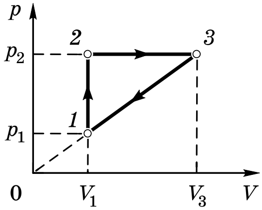


Рис. 9.8.13

9.8.23. Построим график данного цикла в координатах p—V (рис. 9.8.13). Из графика цикла найдем работу:

$$A = \frac{p_2 - p_1}{2}(V_2 - V_1).$$

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для каждого состояния газа:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1;\ p_2 V_1 = \nu RT_2,\ p_2 V_3 = \nu RT_3.$$

Для линейного процесса *1—3* найдем отношение давлений:

$$\frac{p_1}{p_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$A = \frac{\nu R(T_2 - T_1)^2}{2T_1};\ A \approx 104 \text{ Дж}.$$

9.8.26. Работа газа, совершаемая за один цикл,

$$A = A_{12} + A_{23} = A_{31},$$

где $A_{12} = 0$ (процесс изохорический); $A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2}(V_3 - V_2)$ (процесс линейный); $A_{31} = \frac{p_1 + p_3}{2}(V_1 - V_3)$ (процесс линейный). Так как процесс *3—1* линейный и график его проходит через начало координат, то

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{T_1}{V_2^2} = \frac{T_2}{V_3^2}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$A = \frac{R(T_2 - T_1)}{2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1} - 1}.$$

9.9.5. Согласно первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + A. \qquad (1)$$

Внутренняя энергия газа в начальном и конечном состояниях соответственно равна

$$U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1,\ U_2 = \frac{1}{2}\nu RT_2, \qquad (2)$$

где T_1 и T_2 — начальная и конечная температуры. По условию задачи $T_2/T_1 = n$, поэтому, используя (2), найдем

$$\frac{U_2}{U_1} = n. \qquad (3)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$U_2 - U_1 = Q - A,$$

откуда с учетом соотношения (3) получим

$$U_1 = \frac{Q - A}{n - 1} = \frac{Q - A}{3}.$$

Ответ: $U_1 = (Q - A)/3$.

9.9.21. Работа газа за весь процесс равна

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1}, \tag{1}$$

где $A_{1-2} = 0$, так как это процесс изохорный; $A_{2-3} = p_2(V_3 - V_2)$, V_3 и V_2 — объемы газа в состояниях *3* и *2*; $A_{3-4} = Q$, так как это процесс изотермический; $A_{4-1} = p_1(V_1 - V_4)$, V_1 и V_4 — объемы газа в состояниях *1* и *4*.

Подставив значения работ в уравнение (1), получим

$$A = p_2V_3 - p_2V_1 + Q + p_1V_1 - p_1V_4.$$

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для каждого состояния:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,\ p_2V_1 = \nu RT_2,$$

$$p_2V_3 = \nu RT_3,\ p_1V_4 = \nu RT_4.$$

Учтем, что $T_3 = T_4$. Решив систему приведенных уравнений, находим

$$A = \nu R\,(T_1 - T_2) + Q = 339 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 339$ Дж.

9.9.26. Количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы он перешел из начального состояния в конечное,

$$Q = \Delta U = A. \tag{1}$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_{\text{к}} - T_0).$$

Работа, совершаемая газом,

$$A = p_0(V_{\text{к}} - V_0) = p_0(3V_0 - V_0) = p_0 \cdot 2V_0,$$

где $V_{\text{к}} = nV_0 = 3V_0$.

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для начального и конечного состояний:

$$p_0V_0 = \nu RT_0,\ 3p_0 \cdot 3V_0 = \nu RT_0.$$

Подставим в уравнение (1) найденные величины:

$$Q = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot 8 + 2p_0 V_0 = 14 p_0 V_0.$$

Так как газу уже сообщили количество теплоты $Q_1 = 10$ кДж, то нужно еще

$$\Delta Q = Q - Q_1,\ \Delta Q = 14 p_0 V_0 - Q_1 = 4 \text{ кДж}.$$

О т в е т: $\Delta Q = 4$ кДж.

9.10.11. Процесс *1–2* изобарный, поэтому

$$Q_{1-2} = C_p \nu (T_к - T_н) = -2C_p \nu T_0.$$

Процесс *3–2* изохорный, поэтому

$$Q_{2-3} = C_V \nu (T_к - T_{н)} = -C_V \nu T_0.$$

Так как $C_V = C_p - R$, то

$$Q_{2-3} = -(C_p - R)\nu T_0.$$

Все количество теплоты, отданное газом в процессе *1–2–3*:

$$Q = Q_{1-2} + Q_{2-3} = -\nu T_0 (3C_p - R) = -78{,}7 \text{ кДж}.$$

О т в е т: $Q = -78{,}7$ кДж.

9.10.12. Из первого начала термодинамики работа равна

$$A = Q - \Delta U,$$

где количество теплоты, сообщенное газу, и изменение внутренней энергии равны соответственно

$$Q = \nu C\, \Delta T,\ \ \Delta U = \nu C_V \Delta T.$$

Следовательно,

$$A = \nu C\, \Delta T - \nu C_V\, \Delta T = -\nu R\, \Delta T.$$

Уравнение Клапейрона—Менделеева для начального и конечного состояний:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1,\ p_2 V_2 = \nu R T_2,$$

а давления газа в начальном и конечном состояниях в этом процессе равны:

$$p_1 = \frac{\alpha}{V_1^2},\ \ p_2 = \frac{\alpha}{V_2^2}.$$

Поэтому

$$\nu R \Delta T = p_2 V_2 - p_1 V_1 = \frac{\alpha (V_1 - V_2)}{V_1 V_2}.$$

Тогда работа расширения газа

$$A = -\nu R \Delta T = \frac{\alpha(V_2 - V_1)}{V_1 V_2} = \frac{2R}{2V_1} \approx 1{,}66 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A \approx 1{,}66$ кДж.

9.10.19. Количество теплоты, необходимое для нагревания газа,

$$Q = \Delta U + A, \qquad (1)$$

где $\Delta U = Q_V$.

Найдем зависимость давления от объема в этом процессе:

$$\begin{cases} pV = \nu RT, \\ T = \alpha V^2 \end{cases} \Rightarrow p = \nu R \alpha V.$$

Так как зависимость давления от объема линейная, то давление $p_{ср} = \frac{p_1 + p_2}{2}$, а работа, совершаемая газом,

$$A = p_{ср} \Delta V = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1).$$

Учтем, что $p = \nu R \alpha V$, и получим

$$A = \frac{VR}{2}\left(\alpha V_2^2 - \alpha V_1^2\right).$$

Так как $T_2 = \alpha V_2^2$ и $T_1 = \alpha V_1^2$, то

$$A = \frac{VR}{2}(T_2 - T_1) = \frac{VR\Delta T}{2}. \qquad (2)$$

При изохорном процессе

$$Q_V = c_V V \Delta T \Rightarrow \nu \Delta T = \frac{Q_V}{C_V}. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$Q = Q_V\left(1 + \frac{R}{2c_V M}\right) = 580 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 580$ Дж.

9.11.6. КПД тепловой машины $\eta = \frac{A}{Q_1}$. Работа, совершаемая газом за цикл, равна площади, ограниченной линиями цикла *1–2–3–1* на p—V-диаграмме:

$$A = (2p_0 - p_0)(3V_0 - V_0) = 2p_0 V_0. \qquad (1)$$

Процесс *1–2* изохорный: давление увеличивается, температура увеличивается, поэтому газ в этом процессе получает количество теплоты:

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2}\nu R\,(T_2 - T_1). \qquad (2)$$

Процесс *2–3* изобарный: объем увеличивается, температура увеличивается, поэтому газ в этом процессе получает количество теплоты, равное

$$Q_{2-3} = \Delta V_{2-3} + A_{2-3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + 2p_0(3V_0 - V_0). \qquad (3)$$

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для состояний газа:

$$p_0V_0 = \nu RT_1, \qquad (4)$$

$$2p_0V_0 = \nu RT_2, \qquad (5)$$

$$2p_0 \cdot 3V_0 = \nu RT. \qquad (6)$$

Количество теплоты, полученное газом за цикл:

$$Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3}. \qquad (7)$$

Решив систему уравнений (1)—(7), получим ответ:

$$\eta = \frac{2}{23} = 0{,}087;\ \eta = 8{,}7\%.$$

9.11.7. КПД тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \qquad (1)$$

где A — работа газа за цикл, Q — подведенное количество теплоты.

Работа за один цикл равна площади, ограниченной линиями процессов *1–2–3–4–1* на p—V-диаграмме (рис. 9.11.15):

$$A = (\alpha - 1)(\beta - 1)p_0V_0. \qquad (2)$$

Для нахождения подведенного к рабочему телу в цикле количества теплоты рассмотрим последовательно его участки. Температуры $T_3 > T_2 > T_1$, $T_3 > T_4$. Значит, количество теплоты подводилось на участках *1–2* и *3–4*, а на участках *3–4* и *4–1* — отводилось.

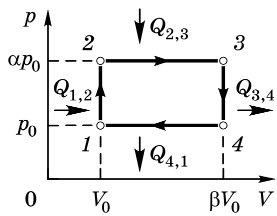


Рис. 9.11.15

Процесс *1–2* изохорный, следовательно,

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\Delta pV_0 = \frac{3}{2}(\alpha - 1)p_0V_0. \qquad (3)$$

Процесс *2–3* изобарный, поэтому

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A_{2-3} = \frac{3}{2}p_2\Delta V + p_2\Delta V = \frac{5}{2}p_2\Delta V =$$
$$= \frac{5}{2}\alpha p_0\Delta V = \frac{5}{2}(\beta - 1)\alpha p_0 V_0. \quad (4)$$

Следовательно, подведенное в цикле количество теплоты

$$Q = Q_{1-2} + Q_{2-3}. \quad (5)$$

Из уравнений (1)—(5) получим

$$\eta = \frac{2(\alpha - 1)(\beta - 1)}{5\alpha\beta - 2\alpha - 3} = \frac{4}{23}.$$

Ответ: $\eta = 4/23$.

9.11.12. КПД цикла (рис. 9.11.16)

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \quad (1)$$

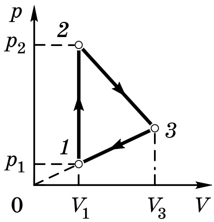


Рис. 9.11.16

Работа газа за цикл

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \frac{RT_1}{2}(n-1)\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right).$$

Так как процесс *3–1* линейный, то можно записать:

$$\begin{cases} p_1 = kV_1, \\ p_2 = kV_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} kV_1^2 = RT_1, \\ kV_2^2 = RT_2, \end{cases}$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Следовательно,

$$A = \frac{RT_1(n-1)}{2}(\sqrt{n} - 1). \quad (2)$$

Процесс *2–3* линейный и $T_2 = T_3$, поэтому $\Delta U_{2-3} = 0$, а

$$Q_{2-3} = A_{2-3} = \frac{p_2 + p_3}{2}(V_3 - V_1) = \frac{R\sqrt{nT_1}}{2}(n-1).$$

Процесс *1–2* изохорный; $A_{1-2} = 0$ и $Q_{1-2} = \Delta U_{1-2}$, т. е.

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}RT_1(n-1).$$

Работа газа за цикл

$$A = 3Q_{1-2}(\sqrt{n} - 1) = 90 \text{ кДж}.$$

Количество теплоты, полученное газом за цикл,

$$Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3} = \frac{RT_1}{2}(n-1)(\sqrt{3} + n). \tag{3}$$

Решив систему уравнений (1)—(3), находим

$$\eta = \frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1} \cdot 100\% = 20\%.$$

О т в е т: $A = 90$ кДж; $\eta = 20\%$.

9.11.13. КПД цикла *1–2–4–1* (рис. 9.11.17)

$$\eta_1 = \frac{A}{\theta_{1-2} + \theta_{2-4}};$$

КПД цикла *2–3–4–2*

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_{2-3}}.$$

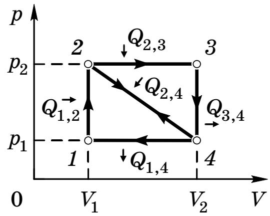


Рис. 9.11.17

Работа A за цикл одинакова для обоих циклов:

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

Количество теплоты, полученное в цикле *1–2–4–1*,

$$Q_{1-2} + Q_{2-4} = Q_{1-4} + A,$$

где $Q_{1-3} = \Delta U_{1-4} + A_{1-4} = \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_1).$

Количество теплоты, полученное в цикле *2–3–4–2*,

$$Q_{2-3} = \Delta V_{2-3} + A_{2-3} = \frac{5}{2}p_2(V_2 - V_1).$$

Решив систему приведенных уравнений, находим о т в е т:

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{1 + 4\eta_1} \text{ и } \frac{p_2}{p_1} = 1 + 4\eta_1 = 2{,}5.$$

9.11.14. КПД цикла *1–2–3–1*

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_1}. \tag{1}$$

Количество теплоты, получаемое газом за цикл,

$$Q_1 = \Delta U_{1-3} + A_{2-3}. \tag{2}$$

КПД цикла *1–3–4–1*

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_1'}. \qquad (3)$$

Работа, совершаемая каждой машиной за цикл, одинаковая. Количество теплоты, получаемое газом в цикле *1–3–4–1*,

$$Q_1' = \Delta U_{1-3} + A_{1-3}. \qquad (4)$$

Работа, совершаемая в процессе *2–3* первой машиной, больше работы, совершаемой в процессе *1–3* второй машиной:

$$A_{2-3} = A_{1-3} + A. \qquad (5)$$

Решив систему уравнений (1)—(5), получим о т в е т :

$$\eta_2 = \frac{\eta}{1+\eta}.$$

9.11.23. При изотермическом расширении газа (процесс *1–2*) внутренняя энергия газа не изменяется, и подведенное количество теплоты Q_{1-2} равно работе A_{1-2}, совершаемой газом. При изохорном охлаждении (процесс *2–3*) изменение внутренней энергии $\Delta U_{2-3} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T$. В адиабатном процессе *3–1* теплообмен газа с окружающей средой отсутствует, т. е. $A_{3-1} + \Delta U_{3-1} = 0$. Так как температуры в точках *1* и *2* одинаковы, то $\Delta U_{3-1} = -\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$. Поэтому $A_{3-1} = -\Delta U_{3-1} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T$. Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{1-2} + A_{3-1}}{Q_{1-2}} = \frac{A_{1-2} - \frac{3}{2}\nu R\Delta T}{A_{1-2}},$$

откуда получаем

$$A_{1-2} = \frac{3\nu R\Delta T}{2(1-\eta)} \approx 12{,}5 \text{ кДж}.$$

О т в е т: $A \approx 12{,}5$ кДж.

9.12.7. КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \qquad (1)$$

где Q_1 – количество теплоты, подведенное к рабочему телу. Так как по условию машина является идеальной, то

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получим $A = Q_1 - Q_2$, откуда $Q_1 = A + Q_2$. Тогда $\eta = \dfrac{A}{A + Q_2}$; $\eta = 18\%$.

Ответ: $\eta = 18\%$.

9.12.15. Пусть КПД тепловой машины $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$, а КПД холодильной машины $\eta' = \dfrac{T_1' - T_2'}{T_1'}$. Тогда за счет количества теплоты Q совершается работа $A = \eta Q$, а помещению передается количество теплоты $Q' = \dfrac{A}{\eta'}$. Отсюда

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\eta A}{\eta' A} = \frac{(T_1 - T_2)T_1' Q'}{(T_1' - T_2')T_1 Q} = 3,$$

т. е. от сгорания дров в печке помещение получит в 3 раза меньшее количество теплоты, чем при отоплении его холодильной машиной.

Ответ: $Q'/Q = 3$.

9.12.16. Тепловая машина получает количество теплоты от нагревателей на участках изотермического расширения *1–2* и *3–4*, а отдает количество теплоты на участке изотермического сжатия *5–6–7*. Поэтому КПД машины

$$\eta = \frac{Q_{1-2} + Q_{3-4} - |Q_{5-6-7}|}{Q_{1-2} + Q_{3-4}} = \frac{Q_{1-2-3-4-5-6-7-1}}{Q_{1-2} + Q_{3-4}},$$

где $A_{1-2-3-4-5-6-7-1}$ — работа за цикл.

Рассмотрим процессы *1–2–3–6–7–1* и *3–4–5–6–3*. Оба процесса — циклы Карно. Поэтому КПД тепловых машин соответственно равны

$$\eta_1 = \frac{Q_{1-2} - |Q_{6-7}|}{Q_{1-2}} = \frac{A_{1-2-3-6-7-1}}{Q_{1-2}},$$

$$\eta_2 = \frac{Q_{3-4} - |Q_{5-6}|}{Q_{3-4}} = \frac{A_{3-4-5-6-3}}{Q_{3-4}},$$

где $A_{1-2-3-6-7-1} = 2\,A_{3-4-5-6-3}$, или

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_3}{T_3},\ \eta_2 = \frac{T_2 - T_3}{T_2}$$

(здесь $T_1 = t_1 + 273$, $T_2 = t_2 + 273$, $T_3 = t_3 + 273$).

Следовательно,

$$\frac{A_{1-2-3-6-7-1}}{Q_{1-2}} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}, \quad \frac{A_{3-4-5-6-3}}{Q_{3-4}} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}.$$

Работа в процессе *1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 1* равна

$$A_{1-2-3-4-5-6-7-1} = A_{1-2-3-6-7-1} + A_{3-4-5-6-3} = 3A_{3-4-5-6-3},$$

а количество теплоты, полученное от нагревателя,

$$Q_{1-2} + Q_{3-4} = \frac{A_{1-2-3-6-7-1}T_1}{T_1 - T_3} + \frac{A_{3-4-5-6-3}T_2}{T_2 - T_3} =$$

$$= A_{3-4-5-6-3}\left(\frac{2T_1}{T_1 - T_3} + \frac{T_2}{T_2 - T_3}\right).$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{3A_{3-4-5-6-3}}{A_{3-4-5-6-3}\left(\frac{2T_1}{T_1 - T_3} + \frac{T_2}{T_2 - T_3}\right)} = \frac{3(T_1 - T_3)(T_2 - T_3)}{3T_1T_2 - T_2T_3 - 2T_1T_3} = 0{,}33.$$

Ответ: $\eta = 0{,}33$.

9.13.8. Из уравнения Клапейрона—Менделеева плотность сухого воздуха: $\rho_{сух} = \frac{\rho_0 M_в}{RT}$.

Давление влажного воздуха по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений сухого воздуха p_1 и водяного пара p_2:

$$p_{вл} = p_1 + p_2.$$

Давление паров воды $p_2 = \varphi p_н$. Плотность влажного воздуха $\rho_{вл} = \rho_1 + \rho_2$, где ρ_1 — плотность воздуха без водяных паров, ρ_2 — плотность пара.

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева соответственно для сухого воздуха и для пара:

$$p_1 = \frac{\rho_1}{M_в}RT, \; p_2 = \frac{\varphi\rho_н}{M_п RT}.$$

Отсюда находим плотность влажного воздуха:

$$\rho_{вл} = \frac{M_в(p_0 - \varphi p_н) + \varphi M_п p_н}{RT}$$

и отношение плотностей сухого и влажного воздуха:

$$\frac{\rho_{\text{сух}}}{\rho_{\text{вл}}} = \frac{p_0}{p_0 - \varphi p_{\text{н}}(1 - M_{\text{п}}/M_{\text{в}})} \approx 1{,}0046.$$

О т в е т: $\dfrac{\rho_{\text{сух}}}{\rho_{\text{вл}}} \approx 1{,}0046.$

9.13.10. Из уравнения Клапейрона—Менделеева найдем плотность сухого воздуха:

$$\rho_{\text{сух}} = \frac{p_0\mu_2}{RT}.$$

Давление влажного воздуха (по условию $p_{\text{вл}} = p_0$) по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений воздуха без пара p_1 и водяного пара p_2:

$$p_0 = p_1 + p_2.$$

Давление водяных паров и давление воздуха без пара равны соответственно

$$p_2 = \varphi p_{\text{н}},$$

$$p_1 = p_0 - p_2 = p_0 - \varphi p_{\text{н}}.$$

Плотность влажного воздуха

$$\rho_{\text{вл}} = \rho_1 + \rho_2,$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотность воздуха без водяных паров и плотность пара соответственно.

Используя уравнение Клапейрона—Менделеева для сухого воздуха и насыщенного пара:

$$p_1 = \frac{\rho_1}{\mu_2}RT, \quad p_{\text{н}} = \frac{\rho_{\text{н}}}{\mu_1}RT,$$

получим

$$\rho_1 = \frac{\mu_2 p_1}{RT} = \frac{\mu_2 p_0}{RT} - \frac{\varphi\mu_2 p_{\text{н}}}{RT}, \quad \rho_2 = \varphi\rho_{\text{н}} = \frac{\varphi p_{\text{н}}\mu_1}{RT}.$$

Найдем плотность влажного воздуха:

$$\rho_{\text{вл}} = \frac{\mu_2(p_0 - \varphi p_{\text{н}})}{RT} + \frac{\varphi\mu_1 p_{\text{н}}}{RT}.$$

Используя условие задачи, получим

$$\rho_{\text{вл}1} = \frac{\mu_2(p_0 - \varphi_1 p_{\text{н}1})}{RT_1} + \frac{\varphi_1 \mu_1 p_{\text{н}1}}{RT_1},$$

$$\rho_{\text{вл}2} = \frac{\mu_2(p_0 - \varphi_2 p_{\text{н}2})}{RT_2} + \frac{\varphi_2 \mu_1 p_{\text{н}2}}{RT_2},$$

$$\Delta\rho_{\text{вл}} = \rho_{\text{вл}1} - \rho_{\text{вл}2} = \frac{\mu_1 p_0 (T_2 - T_1)}{RT_1 T_2} - \frac{\mu_1 - \mu_2}{R}\left(\frac{\varphi_1 p_{\text{н}1}}{T_1} - \frac{\varphi_2 p_{\text{н}2}}{T_2}\right) \approx 46\ \text{г/м}^3.$$

О т в е т: $\Delta\rho_{\text{вл}} \approx 46$ г/м^3.

9.13.14. Масса воды, которую испарили,

$$m = m_2 - m_1, \tag{1}$$

где m_2 — масса паров воды, которая будет в баллоне после испарения воды (в конечном состоянии); m_1 — масса паров в баллоне в начальном состоянии.

Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для начального и конечного состояний паров воды:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT, \tag{2}$$

$$p_{\text{н}} V = \frac{m_2}{\mu} RT. \tag{3}$$

Абсолютная влажность

$$\rho = \frac{m_1}{V}. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1)—(4), получим о т в е т:

$$\rho = \frac{\mu p_{\text{н}}}{RT} - \frac{m}{V} \approx 13\ \text{г/м}^3.$$

9.13.15. Давление в сосуде при $t_2 = 127$ °С равно

$$p = p_1' + p_2,$$

где p_1' — давление сухого воздуха: $p_1' = p_1 \dfrac{T_2}{T_1}$; p_2 — давление паров воды.

Найдем p_2 из уравнения Клапейрона—Менделеева, предположив, что весь лед испарится:

$$p_2 = \frac{mRT_2}{MV} = 6{,}64 \cdot 10^4\ \text{Па}.$$

Поскольку $p_2 < p_н$, то весь лед действительно испарится. Окончательно получим

$$p = p_1 \frac{T_2}{T_1} + \frac{mRT_2}{\mu V} = 2{,}26 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $p = 2{,}26 \cdot 10^5$ Па.

9.13.17. Так как пар в обеих частях сосуда насыщенный, то в начальном состоянии плотность пара в левой части равна $\rho_{н1} = 0{,}0173$ кг/м^3, а в правой $\rho_{н2} = 0{,}083$ кг/м^3 (из табличных данных). Если перегородку убрать, то

$$\rho = \frac{\rho_{н1} + \rho_{н2}}{2} = 0{,}0508 \text{ кг/м}^3.$$

Так как основная часть пара находится в более нагретой половине, то можно предположить, что пар, когда уберем перегородку, будет ненасыщенным. Тогда по закону сохранения энергии

$$\frac{im_1}{2\mu} RT_1 + \frac{im_2}{2\mu} RT_2 = \frac{i}{2}\left(\frac{m_1}{\mu} + \frac{m_2}{\mu}\right) RT,$$

где m_1, m_2 — массы пара в левой и правой частях сосуда соответственно равны:

$$m_1 = \rho_{н1} \frac{V}{2}, \quad m_2 = \rho_{н2} \frac{V}{2}$$

(здесь V — объем сосуда).

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$T = \frac{\rho_{н1} T_1 + \rho_{н2} T_2}{\rho_{н1} + \rho_{н2}} = 317{,}8 \text{ К}; \ t = 44{,}8 \text{ °C}.$$

Действительно, $t = 44{,}8$ °C > 40 °C, следовательно, пар ненасыщенный и его давление

$$p = \frac{(\rho_{н1} + \rho_{н2}) RT}{2\mu V} = 7453 \text{ Па}.$$

9.14.5. Запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для начального состояния пара:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1, \tag{1}$$

где m_1 — масса пара в начальном состоянии.

В конечном состоянии пар будет насыщенным (это можно доказать), и уравнение Клапейрона—Менделеева для этого состояния имеет вид:

$$p_{\text{н}}V = \frac{m_2}{\mu}RT_2, \qquad (2)$$

где m_2 — масса пара в конечном состоянии.

Масса росы, выпавшей на стенках трубки,

$$\Delta m = m_1 - m_2. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1)—(3), получим

$$\Delta m = \frac{\mu V}{R}\left(\frac{p}{T_1} - \frac{p_{\text{н}}}{T_2}\right) \approx 9{,}65 \cdot 10^{-6} \text{ кг.}$$

Ответ: $\Delta m \approx 9{,}65 \cdot 10^{-6}$ кг.

9.14.17. Если влажность воздуха 80% (рис. 9.14.2, состояние *а*), то подъемная сила шара равна нулю. Запишем первый закон Ньютона для проекций сил на ось OY:

$$F_{\text{А1}} - mg = 0,$$

где m — масса воздушного шара (общая); $F_{\text{А1}}$ — сила Архимеда, равная:

$$F_{\text{А1}} = \rho_{\text{вл}}\, gV;$$

$\rho_{\text{вл}}$ — плотность влажного воздуха:

$$\rho_{\text{вл}} = \rho_{\text{возд}} + \rho_{\text{п}};$$

$\rho_{\text{возд}}$ — плотность сухого воздуха:

$$\rho_{\text{возд}} = \frac{(p - \varphi p_{\text{н}})\mu_{\text{возд}}}{RT};$$

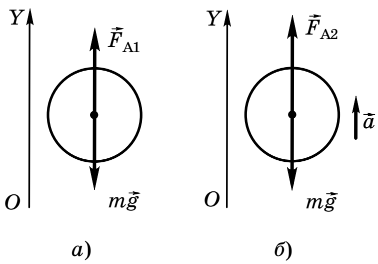


Рис. 9.14.2

$p_н$ — давление паров воды; $\rho_п$ — плотность паров воды:

$$\rho_п = \frac{\varphi p_н \mu_{H_2O}}{RT}.$$

Если влажность $\varphi \to 0$ (рис. 9.14.2, состояние *б*), то

$$F_{A2} - mg = ma,$$

где F_{A2} — сила Архимеда:

$$F_{A2} = \rho_2 gV,$$

ρ_2 — плотность воздуха. Если воздух сухой, то $\rho_2 = \dfrac{p_0 \mu_{возд}}{RT}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$a = g\frac{\varphi p_н(\mu_{возд} - \mu_{H_2O})}{p_0\mu_{возд} - \varphi p_н(\mu_{возд} - \mu_{H_2O})} = 0{,}39 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 0{,}39$ м/с^2.

9.14.18. По условию задачи внешнее давление постоянно, температура уменьшается. Следовательно, уменьшается давление в сосуде, поэтому сила давления будет направлена внутрь баллона и равна:

$$F = (p_0 - p_2)\,\pi r^2,$$

где p_2 — давление в сосуде при температуре $t_2 = 10$ °C:

$$p_2 = p_{2в} + p_{2п}$$

($p_{2в}$ — давление воздуха, $p_{2п}$ — давление пара).

Так как объем не изменяется, то давление воздуха при температуре $t_2 = 10$ °C и начальное давление воздуха в сосуде связаны соотношением

$$\frac{p_{1в}}{T_1} = \frac{p_{2в}}{T_2},$$

где $p_{1в}$ — давление воздуха при температуре $t_1 = 40$ °C:

$$p_{1в} = p_0 - \varphi\, p_{1н},$$

$\varphi p_{1н}$ — давление паров воды при температуре $t_1 = 40$ °C.

Давление паров воды при температуре $t_2 = 10$ °C:

$$p_{2п} = p_{2нас},$$

где $p_{2нас}$ — давление насыщенного пара при $t_2 = 10$ °C.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$F = \left[p_0\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) + \varphi\, p_{1н}\frac{T_2}{T_1} - p_{2н}\right]\pi r^2 = 37{,}7 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 37{,}7$ Н.

9.14.19. Давление смеси газов в трубке (закон Дальтона)

$$p = p_1 + p_2, \qquad (1)$$

где $p_1 = p_{\text{н}}$ — давление насыщенных паров воды, p_2 — давление гелия.

Так как столбик смеси газов находится в равновесии, то давление воды уравновешивает давление смеси:

$$p = p_0 + \rho g x. \qquad (2)$$

Из уравнения Клапейрона—Менделеева для пара и гелия:

$$p_{\text{н}} V = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \;\; p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT$$

и уравнений (1), (2) получим

$$m_1 = \frac{p_{\text{н}} V \mu_1}{RT} = 0{,}43 \text{ мг}, \; m_2 = \frac{V\mu_2(p_0 - p_{\text{н}} + \rho g x)}{RT} = 4{,}85 \text{ мг}.$$

Ответ: $m_1 = 0{,}43$ мг; $m_2 = 4{,}85$ мг.

9.15.9. Выделившееся количество теплоты

$$Q = E_1 - E_2,$$

где $E_1 = 8\sigma \cdot \pi d_1^2$ — энергия поверхностного натяжения одной маленькой капли. $E_2 = \sigma \cdot \pi d_2^2$ — энергия поверхностного натяжения большой капли, d_2 — ее диаметр.

При слиянии 8 капель в одну $8V_1 = V_2$, где $V_1 = \frac{1}{6}\pi d_1^3$, $V_2 = \frac{1}{6}\pi d_2^3$ — объемы капель соответственно.

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$Q = 4\pi\sigma d_1^2 = 6 \text{ мкДж}.$$

Ч а с т ь 3
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Г л а в а 10. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

10.1.16. Шарики будут взаимодействовать с силой

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}, \tag{1}$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф — электрическая постоянная.

По условию задачи шарики притягиваются. Следовательно, заряды шариков разноименные, а суммарный заряд

$$Q = q_1 + q_2. \tag{2}$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим о т в е т:

$$|q_1| = \frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{r^2F}{k}} = 4{,}26 \cdot 10^{-4}\ \text{Кл};$$

$$|q_2| = -\frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{r^2F}{k}} = 2{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл}.$$

10.1.25. На подвижный шарик действуют (рис. 10.1.7): сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила Кулона $\vec{F}_К$. Так как шарик находится в равновесии, то

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_К = 0.$$

«Треугольник сил» подобен треугольнику ABC, который является равносторонним, следовательно, $F_К = mg$. С другой стороны $\vec{F}_К = \dfrac{kq^2}{l^2}$, поэтому

$$q = l\sqrt{\frac{mg}{k}} = 8{,}08 \cdot 10^{-7}\ \text{Кл}.$$

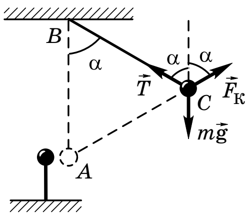


Рис. 10.1.7

О т в е т: $q = 8{,}08 \cdot 10^{-7}$ Кл.

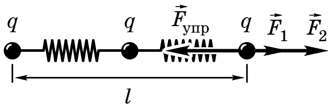


Рис. 10.2.10

10.2.2. После сообщения шарикам одинаковых зарядов q между ними возникнут силы отталкивания: $\vec{F}_1$ — между средним и крайними шариками $\left(F_1 = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(l/2)^2}\right)$, $\vec{F}_2$ — между крайними шариками: $\left(F_2 = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\right)$. В результате пружины будут растягиваться (рис. 10.2.10). В положении равновесия каждая пружина растянется на $\dfrac{l-l_0}{2}$. При этом в пружине возникнет сила упругости

$$F_{упр} = k\frac{l-l_0}{2},$$

где k — жесткость пружины.

В положении равновесия на рассматриваемый шарик будут действовать силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_{упр}$, направленные так, как показано на рисунке. Условие равновесия шарика:

$$F_{упр} = F_1 + F_2.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$q = l\sqrt{\frac{2}{5}\pi\varepsilon_0 k(l-l_0)}.$$

10.2.12. Так как заряды находятся на равных расстояниях друг от друга и заряды равны между собой, то между любыми двумя из них будет действовать сила отталкивания

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2},$$

где a — расстояние между двумя произвольными зарядами (рис. 10.2.11).

Рассмотрим один из зарядов. Со стороны соседних зарядов на него будут действовать две равные силы:

$$F_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \text{ и } F_2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2},$$

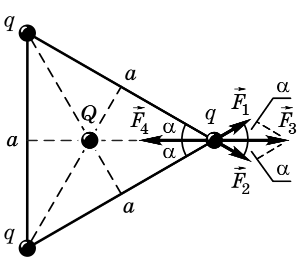


Рис. 10.2.11

результирующая которых

$$F_3 = 2\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos\alpha,$$

где $\alpha = 30°$. Сила $\vec{F}_3$ направлена по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Такие же силы будут действовать и на остальные два заряда. Поэтому для равновесия системы в геометрическом центре треугольника необходимо поместить отрицательный заряд Q, который будет притягивать каждый из зарядов q с силой

$$F_4 = F_3 = \frac{q|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

где $r = \dfrac{a}{2\cos\alpha}$ — расстояние между зарядами q и Q.

Следовательно,

$$\frac{q^2\cos\alpha}{2\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{q|Q|\cos^2\alpha}{\pi\varepsilon_0 a^2},$$

откуда

$$Q = \frac{q}{2\cos\alpha} = -5{,}8\cdot 10^{-7}\text{ Кл}.$$

О т в е т: заряд $Q = -\,5{,}8\cdot 10^{-7}$ Кл следует поместить в геометрическом центре треугольника.

10.4.7. Возьмем произвольную точку на данной прямой (рис. 10.4.5). Напряженность результирующего поля

$$\vec{E}_x = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_x = 2E\cos\alpha,$$

где $E = E_1 = E_2 = \dfrac{kq}{r^2}$, $r = (x^2 + a^2)^{1/2}$ и $\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$.

Из системы приведенных уравнений получим

$$E_x = \frac{2kqx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}.$$

Исследуем функцию E_x на экстремум:

$$\frac{dE_x}{dx} = 0,$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2kqx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\right) = 0.$$

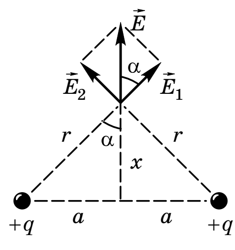


Рис. 10.4.5

Так как постоянные и знаменатель производной не равны нулю, то равен нулю только числитель производной:

$$(x_0^2 + a^2)^{3/2} - 2x_0 \cdot \frac{3}{2}(x_0^2 + a^2)^{1/2} \cdot 2x_0 = 0.$$

После соответствующих преобразований получим $x_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Следовательно, максимальное значение напряженности

$$E_{\max} = E_x(x_0) = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}.$$

О т в е т: $E_{\max} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}$.

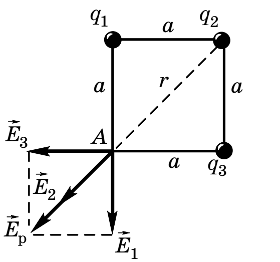


Рис. 10.4.6

10.4.8. Напряженность поля в точке A равна векторной сумме трех напряженностей (рис. 10.4.6):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3,$$

где $\vec{E}_1$ — напряженность поля заряда q_1; $\vec{E}_2$ — напряженность, поля заряда q_2; $\vec{E}_3$ — напряженность поля заряда q_3 ($q_1 = q_2 = q_3 = q$).

Находим равнодействующую этих трех векторов. Равнодействующая напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_3$ направлена по диагонали параллелограмма и совпадает по направлению с $\vec{E}_2$. Поэтому

$$E_р = \sqrt{E_1^2 + E_3^2};$$

$$E = E_р + E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} + E_2;$$

$$E_1 = E_3 = \frac{kq}{a^2};\ E_2 = \frac{kq}{r^2},\ r = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2},$$

где k — электрическая постоянная.

Решив данную систему уравнений, получим

$$E = \frac{kq}{a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = 535\ \text{В/м}.$$

О т в е т: $E = 535$ В/м.

10.4.15. Разобьем кольцо на элементы Δl, каждый из которых будет иметь заряд Δq, рассматриваемый как точечный. Тогда на оси кольца на расстоянии x от его центра такой заряд создаст электрическое поле напряженностью

$$\Delta E = \frac{k\Delta q}{r^2},$$

где k — электрическая постоянная, $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ — расстояние от заряда Δq до рассматриваемой точки A (рис. 10.4.7). Заряд $\Delta q' = \Delta q$, расположенный на одном диаметре с зарядом Δq, в точке A создаст такое же поле, причем суммарное поле обоих зарядов будет направлено по оси OZ.

Векторы напряженности $\Delta\vec{E}$ электрических полей, создаваемых всеми зарядами Δq в точке A, будут расположены по боковой поверхности конуса (рис. 10.4.8). При этом суммы проекций векторов $\Delta\vec{E}$ на оси OX и OY будут равны нулю, а на ось OZ

$$\sum \Delta E_Z = \sum \Delta E \cos\alpha = \sum \frac{k\Delta q}{r^2} \cdot \frac{x}{r}.$$

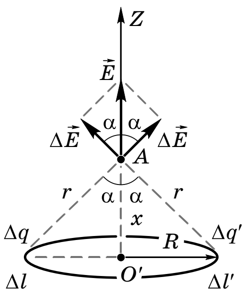


Рис. 10.4.7

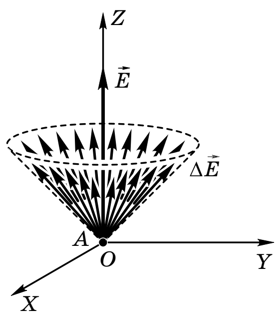


Рис. 10.4.8

Следовательно, напряженность электрического поля заряженного кольца в точке A

$$E = \sum \frac{k\Delta q x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{kx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \sum \Delta q = \frac{kqx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Результирующая напряженность электрического поля в точке A

$$\vec{E}_A = \vec{E} - \vec{E}_d,$$

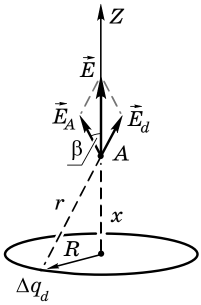


Рис. 10.4.9

где $\vec{E}_d$ — напряженность поля, создаваемого элементом кольца длиной d (рис. 10.4.9):

$$E_d = \frac{k\Delta q d}{r^2} = \frac{kqd}{2\pi R(R^2 + x^2)}.$$

Следовательно, если кольцо содержит воздушный зазор, то напряженность электрического поля в точке A равна

$$E_A = \sqrt{E^2 + E_d^2 - 2EE_d\cos\alpha},$$

$$E_A = \frac{kq}{(R^2 + x^2)}\sqrt{\frac{x^2}{R^2 + x^2} + \frac{d^2}{4\pi^2 R^2} - \frac{\sqrt{2}xd}{2\pi R(R^2 + x^2)^{1/2}}} \approx$$

$$\approx 4 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

и направлена под углом β к оси кольца:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{E_d}{E_A}\sin\alpha\right) \approx 0{,}036°.$$

О т в е т: $E_A \approx 4 \cdot 10^3$ В/м; $\beta \approx 0{,}036°$.

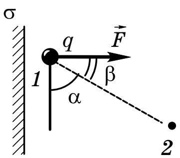


Рис. 10.6.4

10.6.4. Минимальная работа по перемещению заряда (рис. 10.6.4) из точки *1* в точку *2*:

$$A = Fl\cos\beta,$$

где F — минимальная сила, которая равна по модулю силе электростатического взаимодействия заряда с полем плоскости:

$$F_э = qE;$$

E — напряженность поля плоскости: $E = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$; β — угол между силой и направлением перемещения: $\beta = 90° - \alpha$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$A = \frac{q|\sigma|l\sin\alpha}{2\varepsilon_0} = 0{,}24 \text{ Дж}.$$

О т в е т: $A = 0{,}24$ Дж.

10.6.5. Электрическое поле между пластинами можно считать однородным (рис. 10.6.5). Напряженность поля, создаваемая первой пластиной,

$$E_1 = \frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0},$$

где $\sigma_1 = \frac{q}{S}$ — поверхностная плотность зарядов этой пластины.

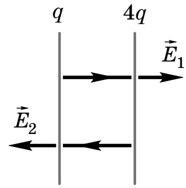


Рис. 10.6.5

Напряженность поля, создаваемая второй пластиной,

$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0},$$

где $\sigma_2 = \frac{4q}{S}$ — поверхностная плотность зарядов этой пластины.

Поскольку напряженности $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ между пластинами направлены в противоположные стороны, то напряженность результирующего поля

$$E = |E_1 - E_2| = \frac{3q}{2\varepsilon_0 S};$$

теперь найдем разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = Ed = \frac{3qd}{2\varepsilon_0 S}.$$

10.7.10. Так как электрическое поле неподвижных зарядов потенциально, то работа A по перемещению заряда q_0 из точки C в точку B не будет зависеть от формы траектории, по которой перемещают частицу, и

$$A = W_C - W_B,$$

где W_C — энергия заряда q_0 в конечном состоянии:

$$W_C = q_0(\varphi_{1C} + \varphi_{2C});$$

W_B — энергия заряда q_0 в начальном состоянии:

$$W_B = q_0(\varphi_{1B} + \varphi_{2B});$$

φ_1, φ_2 — потенциалы поля соответственно зарядов q_1 и q_2 в точках расположения зарядов:

$$\varphi_{1C} = \frac{kq_1}{d+l+a}, \ \varphi_{2C} = \frac{kq_2}{l+a}, \ \varphi_{1B} = \frac{kq_1}{d+l}, \ \varphi_{2B} = \frac{kq_2}{l}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т :

$$A = -kq_0 a\left(\frac{q_1}{(d+l)(d+l+a)} + \frac{q_2}{l(l+a)}\right).$$

10.7.13. В случае трех точечных зарядов энергия системы

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3),$$

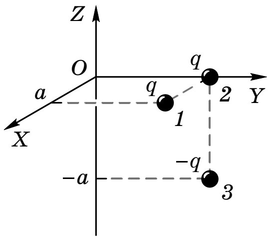


Рис. 10.7.6

где потенциалы в точках *1*, *2* и *3* (рис. 10.7.6) соответственно равны:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{1-2}} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{1-3}},$$

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{1-2}} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{2-3}},$$

$$\varphi_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{1-3}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l_{2-3}};$$

$l_{1-2} = l_{2-3} = a$, $l_{1-3} = a\sqrt{2}$ — расстояния между зарядами, расположенными в точках *1*—*2*, *2*—*3* и *1*—*3* соответственно. Следовательно,

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}},\ \varphi_2 = 0,\ \varphi_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a};$$

находим энергию системы зарядов:

$$W = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_3) = -\frac{q^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a}.$$

10.7.14. Из принципа суперпозиции электрического поля потенциал в точке O (рис. 10.7.7):

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4.$$

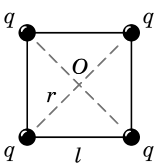


Рис. 10.7.7

Так как расстояния от каждого заряда до точки O равны $r = \frac{l}{\sqrt{2}}$, то

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \frac{kq}{r} = \frac{\sqrt{2}kq}{l},$$

где k — электрическая постоянная.

Следовательно, потенциал поля в центре квадрата

$$\varphi = 4\varphi_1 = \frac{4\sqrt{2}kq}{l}.$$

10.7.19. Потенциал внутри сферы равен потенциалу поверхности:

$$\varphi_0 = \frac{kq}{R}, \qquad (1)$$

где k — электрическая постоянная, q — заряд сферы, R — ее радиус.

Вне сферы потенциал

$$\varphi = \frac{kq}{r},$$

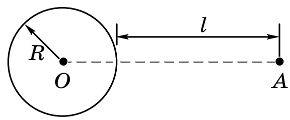


Рис. 10.7.8

где r — расстояние от центра сферы до данной точки. Так как $r = R + l$ (рис. 10.7.8), то в точке A потенциал

$$\varphi = \frac{kq}{R+l}. \qquad (2)$$

Разделив уравнение (1) на уравнение (2), получим

$$\frac{\varphi_0}{\varphi} = \frac{R+l}{R},$$

откуда найдем радиус сферы:

$$R = l\frac{\varphi}{\varphi_0 - \varphi} = 30 \text{ см}.$$

10.7.23. Внутри равномерно заряженной сферы радиусом R с зарядом Q потенциал поля

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}, \qquad (1)$$

а вне сферы на расстоянии r от ее центра

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (2)$$

В области $0 \leqslant r \leqslant R_1$ потенциал будет равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых обеими сферами во внутренних областях. Используя формулу (1), получаем

$$\varphi\,(0 \leqslant r \leqslant R_1) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}. \qquad (3)$$

В области $R_1 \leqslant r < R_2$ потенциал поля внутренней сферы будет изменяться по закону (2), а внешней — по закону (1):

$$\varphi\,(R_1 \leqslant r < R_2) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}. \qquad (4)$$

В области $r \geqslant R_2$ потенциалы полей обеих сфер будут изменяться по закону (2):

$$\varphi\,(r \geqslant R_2) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (5)$$

На границах областей (при $r = R_1$ и $r = R_2$) значение потенциала можно найти по формулам (4), (5) при $r = R_1$ и $r = R_2$ соответственно:

$$\varphi\,(r = R_1) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0,$$

$$\varphi\,(r = R_2) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \approx 600 \text{ В}.$$

Точки *1*, *2* и *3* лежат в областях $0 \leqslant r < R_1$, $R_1 \leqslant r < R_2$, $r \geqslant R_2$ соответственно. Поэтому для точки, удаленной от центра сфер на расстояние l_1, из формулы (3) получим

$$\varphi\,(r = l_1) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0.$$

В точке, соответствующей расстоянию l_2 от центра сфер, потенциал найдем по формуле (4), положив $r = l_2$:

$$\varphi\,(r = l_2) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 l_2} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \approx 300 \text{ В}.$$

Наконец, в точке на расстоянии l_3 от центра сфер, потенциал определим по формуле (5) при $r = l_3$:

$$\varphi\,(r = l_3) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 l_3} \approx 450 \text{ В}.$$

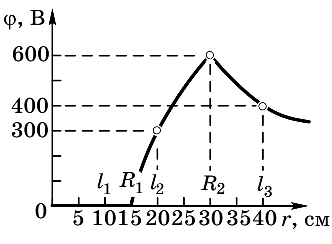


Рис. 10.7.9

График зависимости $\varphi(r)$ представлен на рис. 10.7.9.

Ответ: $\varphi(r = l_1) = 0$; $\varphi(r = l_2) \approx 300$ В; $\varphi(r = l_3) \approx 450$ В; рис. 10.7.9.

10.8.9. Если поверхность заземлена, то ее потенциал равен нулю. При сообщении средней сфере заряда q на внутренней и внешней сферах появятся заряды q_1 и q_3 соответственно.

Сфера радиусом R заземлена, и ее потенциал

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R} + \frac{kq}{2R} + \frac{kq_3}{4R} = 0; \qquad (1)$$

сфера радиусом R_3 заземлена, и ее потенциал

$$\varphi_3 = \frac{kq_1}{4R_3} + \frac{kq}{4R} + \frac{kq_3}{4R} = 0, \qquad (2)$$

где k — электрическая постоянная.

Из уравнений (1), (2) следует, что

$$4q_1 + 2q + q_3 = 0, \qquad (3)$$

$$q_1 + q + q_3 = 0. \qquad (4)$$

Решив систему уравнений (3), (4), получим

$$q_1 = -\frac{q}{3}, \; q_2 = -\frac{2}{3}q.$$

Найдем теперь зависимость $\varphi(r)$ во всех областях пространства:

1) $0 \leqslant r \leqslant R$, $\varphi = \dfrac{kq_1}{R} + \dfrac{kq}{2R} + \dfrac{kq_3}{4R} = 0;$

2) $R \leqslant r \leqslant 2R$, $\varphi = \dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kq}{2R} + \dfrac{kq_3}{4R} = \dfrac{kq}{3}\left(\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{r}\right);$

3) $2R \leqslant r \leqslant 4R$, $\varphi = \dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kq}{r} + \dfrac{kq_3}{4R} = \dfrac{kq}{3}\left(\dfrac{2}{r} - \dfrac{1}{2R}\right);$

4) $r \geqslant 4R$, $\varphi = \dfrac{kq_1}{r} + \dfrac{kq}{r} + \dfrac{kq_3}{r} = 0.$

10.8.10. Нескомпенсированные заряды могут располагаться только на поверхности проводника.

Поверхностные плотности зарядов на внешних и внутренних поверхностях плит равны σ_1', σ_1'', σ_2', σ_2'' соответственно (рис. 10.8.7, *а*). Заменим плиты четырьмя бесконечными проводящими заряженными пластинами (рис. 10.8.7, *б*).

Пусть для определенности заряды на пластинах *1''* и *2'* положительны, а на пластинах *1'* и *2''* отрицательны.

Напряженности электрического поля в точках *1* и *2* равны нулю, и поэтому можем записать:

$$E_1 = E_2' + E_1' + E_1'' - E_2'' = \frac{\sigma_2' + \sigma_1' + \sigma_1'' - \sigma_2''}{2\varepsilon_0} = 0,$$

$$E_2 = E_2' + E_2'' + E_1' - E_1'' = \frac{\sigma_2' + \sigma_2'' + \sigma_1' - \sigma_1''}{2\varepsilon_0} = 0.$$

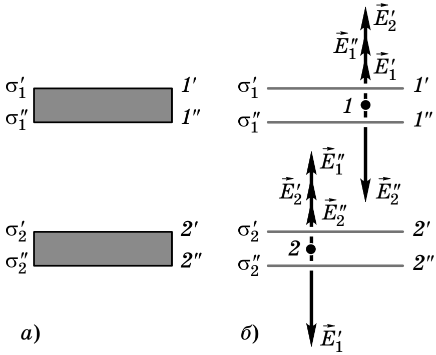


Рис. 10.8.7

Решив эти уравнения, получим

$$\sigma_2' = -\sigma_1', \tag{1}$$

$$\sigma_1'' = \sigma_2''. \tag{2}$$

Закон сохранения заряда для каждой из плит (см. рис. 10.8.7, *а*):

$$\sigma_1 = \sigma_1' + \sigma_1'', \tag{3}$$

$$\sigma_2 = \sigma_2' + \sigma_2''. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1)—(4), получим о т в е т:

$$\sigma_1' = -\sigma_2' = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad \sigma_1'' = \sigma_2'' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

10.9.1. Сила взаимодействия между точечным зарядом и большой заземленной металлической пластиной равна силе взаимодействия двух точечных зарядов q и $(-q)$, расположенных зеркально относительно пластины. Следовательно,

$$F = \frac{kq^2}{(2l)^2} = \frac{kq^2}{4l^2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Н},$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

О т в е т: $F \approx 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Н.

10.12.6. В плоском конденсаторе одна пластина действует на другую с силой

$$F = qE,$$

где q — заряд одной пластины: $q = C\Delta\varphi = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\Delta\varphi$; E — напряженность поля другой пластины: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$F = \frac{\varepsilon_0 S \Delta\varphi^2}{2d^2} \approx 4{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

10.12.8. 1. Если конденсатор заряжен и отключен от источника, то заряд на его обкладках изменяться не будет. Поэтому энергия конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия конденсатора емкостью C с диэлектриком была равна

$$W_1 = \frac{q^2}{2C};$$

после того как диэлектрик вынули, энергия конденсатора стала равна

$$W_2 = \frac{q^2}{2C'}.$$

где $C' = \frac{C}{\varepsilon}$ — емкость конденсатора без диэлектрика. Следовательно,

$$\frac{W_2}{W_1} = \varepsilon,$$

т. е. энергия конденсатора возросла в ε раз.

2. Если конденсатор подключен к источнику (разность потенциалов $\Delta\varphi$ между обкладками постоянна), то его энергия была равна

$$W_1 = \frac{C\Delta\varphi^2}{2};$$

после того как диэлектрик вынули, энергия конденсатора стала равна

$$W_2 = \frac{C'\Delta\varphi^2}{2}.$$

Следовательно,

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{\varepsilon},$$

т. е. энергия конденсатора уменьшилась в ε раз.

О т в е т: в первом случае энергия конденсатора увеличится в ε раз, во втором — уменьшится в ε раз.

10.12.18. Поместим на обкладки конденсатора равные по модулю разноименные заряды $\pm q$, как показано на рис. 10.12.6. Наличие на обкладках этих зарядов приведет к появлению в воздушном зазоре электрического поля напряженностью

$$E = E(q) + E(-q) = \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{q}{2S\varepsilon_0} = \frac{q}{S\varepsilon_0}.$$

Внутри диэлектрика проницаемостью ε поле $\vec{E}$ будет ослаблено в ε раз:

$$E' = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Поля между обкладками можно считать однородными, поэтому разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) + (\varphi_4 - \varphi_2),$$

где $\varphi_1 - \varphi_3 = Ex$, $\varphi_3 - \varphi_4 = E'a$, $\varphi_4 - \varphi_2 = E\,[d - (a + x)]$. Следовательно,

$$\Delta\varphi = Ex + \frac{E}{\varepsilon}a + E\,[d - (a + x)] = E\left[\frac{\varepsilon(x + d - a - x) + a}{\varepsilon}\right] = \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}\,[\varepsilon(d - a) + a].$$

Находим емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon(d - a) + a}.$$

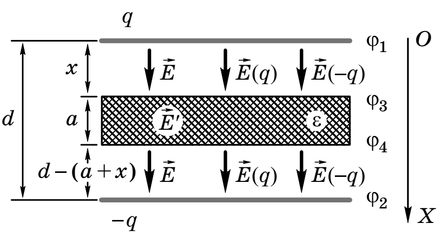


Рис. 10.12.6

10.13.6. Емкость конденсатора $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$. Конденсаторы C_1 и C_2 имеют заряды

$$q_1 = C_1\Delta\varphi_1 \quad \text{и} \quad q_2 = C_2\Delta\varphi_2.$$

После соединения конденсаторов обкладками, имеющими одноименные заряды, общий заряд батареи конденсаторов (случай а)

$$q = q_1 + q_2 = C_1\Delta\varphi_1 + C_2\Delta\varphi_2,$$

а емкость

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2.$$

Следовательно, разность потенциалов между точками a и b

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C_{\text{общ}}} = \frac{C_1\Delta\varphi_1 + C_2\Delta\varphi_2}{C_1 + C_2},$$

откуда получим

$$C_1 = \frac{C_2(\Delta\varphi - \Delta\varphi_2)}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi} = 4 \text{ мкФ}.$$

Если заряженные конденсаторы соединить обкладками, имеющими разноименные заряды, то заряд батареи (случай б)

$$q = |q_1 - q_2| = |C_1\Delta\varphi_1 - C_2\Delta\varphi_2|.$$

Поэтому

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C_{\text{общ}}} = \frac{|C_1\Delta\varphi_1 - C_2\Delta\varphi_2|}{C_1 + C_2},$$

откуда получим

$$C_1 = \frac{C_2(\Delta\varphi + \Delta\varphi_2)}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi} = 36 \text{ мкФ}.$$

Ответ: а) $C_1 = 4$ мкФ; б) $C_1 = 36$ мкФ.

10.13.7. Пусть $q_1 = C_1U_1$ и $q_2 = C_2U_2$ — заряды на конденсаторах при разомкнутом ключе K, а q_1' и q_2' — заряды на конденсаторах после замыкания ключа. Начальная энергия заряженных конденсаторов

$$W_0 = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2},$$

а конечная

$$W = \frac{(q_1')^2}{2C_1} + \frac{(q_2')^2}{2C_2}.$$

После замыкания ключа заряды перераспределяются таким образом, что напряжения на конденсаторах станут одинаковы, т. е. $\frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2}$. По закону сохранения заряда

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 = C_1U_1 + C_2U_2.$$

Решив систему двух последних уравнений, находим

$$q_1' = \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)C_1}{C_1 + C_2} \text{ и } q_2' = \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)C_2}{C_1 + C_2}.$$

Уменьшение потенциальной энергии системы конденсаторов равно количеству теплоты, выделившемуся на резисторе R:

$$Q = W_0 - W = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} - \frac{(q_1')^2}{2C_1} - \frac{(q_2')^2}{2C_2} =$$

$$= \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} - \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)^2C_1}{2(C_1 + C_2)^2} - \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)^2C_2}{2(C_1 + C_2)^2} =$$

$$= \frac{C_1C_2(U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

О т в е т: $Q = 3 \cdot 10^{-2}$ Дж.

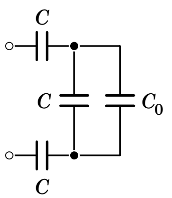


Рис. 10.13.22

10.13.15. Пусть C_0 — емкость данной системы конденсаторов. Поскольку система конденсаторов бесконечно длинная, то, отделив от нее первое звено, мы получим систему, емкость которой равна начальной (рис. 10.13.22). Емкость такой системы можно найти из соотношения:

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C + C_0}.$$

Отсюда получим о т в е т:

$$C_0 = \frac{C(\sqrt{3} - 1)}{2}.$$

10.13.18. Для определения разности потенциалов между точками A и B, равной

$$U_{A-B} = \varphi_A - \varphi_B,$$

пройдем по цепи из точки A в точку B, например через точку a (см. в условии рис. 10.13.10). Используя потенциал φ_a промежуточной точки a, запишем

$$U_{A-B} = \varphi_A - \varphi_a + \varphi_a - \varphi_B = (\varphi_A - \varphi_a) + (\varphi_a - \varphi_B).$$

Разность потенциалов $(\varphi_A - \varphi_a)$ равна напряжению U_1 на конденсаторе C_1, взятому со знаком «минус»:

$$\varphi_A - \varphi_a = -U_1,$$

а разность потенциалов $(\varphi_a - \varphi_B)$ — напряжению U_3 на конденсаторе C_3:

$$\varphi_a - \varphi_B = U_3.$$

Следовательно,

$$U_{A-B} = -U_1 + U_3. \qquad (1)$$

Для нахождения напряжения $U_1 = (\varphi_a - \varphi_A)$ нужно пройти, например, по контуру $a - A - b - \mathscr{E} - a$:

$$(\varphi_a - \varphi_A) + (\varphi_A - \varphi_b) - \mathscr{E} = 0, \qquad (2)$$

где φ_b — потенциал в точке b, $(\varphi_A - \varphi_b) = U_2$ — напряжение на конденсаторе C_2. Для нахождения напряжения $U_3 = (\varphi_a - \varphi_B)$ пройдем по контуру $a - B - b - \mathscr{E} - a$:

$$(\varphi_a - \varphi_B) + (\varphi_B - \varphi_b) - \mathscr{E} = 0, \qquad (3)$$

где $(\varphi_B - \varphi_b) = U_4$ — напряжение на конденсаторе C_4.

Выражения (2) и (3) можно записать в виде

$$U_1 + U_2 = \mathscr{E},\ U_3 + U_4 = \mathscr{E}. \qquad (4)$$

Конденсаторы C_1 и C_2 соединены последовательно, поэтому заряды на них одинаковы:

$$q_1 = q_2, \text{ или } C_1U_1 = C_2U_2, \qquad (5)$$
$$q_3 = q_4, \text{ или } C_3U_3 = C_4U_4. \qquad (6)$$

Решив систему уравнений (4)—(6), получим

$$U_1 = \frac{C_2\mathscr{E}}{C_1 + C_2}, \quad U_2 = \frac{C_1\mathscr{E}}{C_1 + C_2}, \quad U_3 = \frac{C_4\mathscr{E}}{C_3 + C_4}, \quad U_4 = \frac{C_3\mathscr{E}}{C_3 + C_4}.$$

Подставив значения напряжений U_1 и U_3 в (1), получим ответ:

$$U_{A-B} = \mathscr{E}\frac{C_1C_4 - C_2C_3}{(C_1+C_2)(C_3+C_4)}.$$

10.13.23. Обозначим заряды на внешних обкладках конденсаторов q_1, q_2 и q_3 соответственно. Потенциал точки O

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \frac{q_1}{C_1} = \varphi_2 + \frac{q_2}{C_2} = \varphi_3 + \frac{q_3}{C_3}. \qquad (1)$$

Из этой системы уравнений с учетом, что $q_1 + q_2 + q_3 = 0$, находим

$$q_1 = \frac{C_1[C_2(\varphi_2 - \varphi_1) + C_2(\varphi_3 - \varphi_1)]}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Подставив это выражение в (1), получим ответ:

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

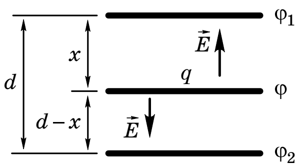


Рис. 10.13.23

10.13.25. Тонкая пластина с зарядом q создаст по обе стороны от поверхностей однородные поля (рис. 10.13.23), причем

$$E = \frac{q}{2S\varepsilon_0}, \qquad (1)$$

что приведет к появлению индуцированных зарядов на обкладках конденсатора. Однако результирующее поле, создаваемое индуцированными зарядами, будет равным нулю. Таким образом, между обкладками конденсатора существует только поле, создаваемое внесенной пластиной.

Если потенциал одной из обкладок обозначить через φ_1, а другой — через φ_2, то разности потенциалов между каждой из них и внесенной пластиной равны соответственно

$$\varphi - \varphi_1 = Ex = \frac{qx}{2S\varepsilon_0}, \qquad (2)$$

$$\varphi - \varphi_2 = E(d - x) = \frac{q(d-x)}{2S\varepsilon_0}, \qquad (3)$$

где φ — потенциал пластины, x и $(d - x)$ — расстояния между пластиной и обкладками конденсатора.

Решив систему уравнений (1)—(3), получим ответ:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{2S\varepsilon_0}(d - 2x).$$

10.13.27. Заряд Q создает по обе стороны от пластины электрическое поле напряженностью E, которое приведет к появлению индуцированных зарядов. Так как обкладки закорочены, то заряды будут перемещаться с одной обкладки на другую до тех пор, пока потенциалы пластин на станут равными $\varphi_1 = \varphi_2$, причем $q_1 + q_2 = 0$ (рис. 10.13.24).

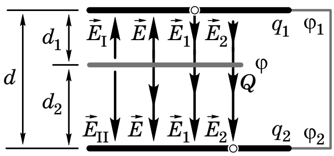


Рис. 10.13.24

Напряженность электрического поля между пластиной и обкладкой конденсатора, находящейся от нее на расстоянии $d_1 = \frac{d}{4}$, равна

$$E_{\mathrm{I}} = E - E_1 - E_2,$$

где $E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$; $E_1 = E_2 = \frac{q}{2\varepsilon_0 S}$ — напряженности электрических полей пластины и обкладок соответственно.

Соответствующая разность потенциалов

$$\varphi - \varphi_1 = E_1 d_1 = \frac{Q - 2q}{8\varepsilon_0 S}. \tag{1}$$

Для области между пластиной и второй обкладкой конденсатора с зарядом q_2

$$E_{\mathrm{II}} = E + E_1 + E_2 = \frac{Q + 2q}{2S\varepsilon_0},$$

$$\varphi - \varphi_2 = E_{\mathrm{II}} d_2 = \frac{3(Q + 2q)d}{8S\varepsilon_0}.$$

Так как обкладки соединены проводником, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Следовательно,

$$\frac{(Q - 2q)d}{8S\varepsilon_0} = \frac{3(Q + 2q)d}{8S\varepsilon_0}, \text{ или } Q - 2q = 3(Q + 2q).$$

Отсюда получим заряд, наведенный на каждой из обкладок:

$$q = q_1 = -q_2 = -\frac{1}{4}Q.$$

10.13.29. Заряд Q пластины создаст по обе стороны от нее электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, которое приведет к появлению индуцированных зарядов q_1 и q_2 на обкладках конденсатора, причем $q_1 = -q_2$ (рис. 10.13.25).

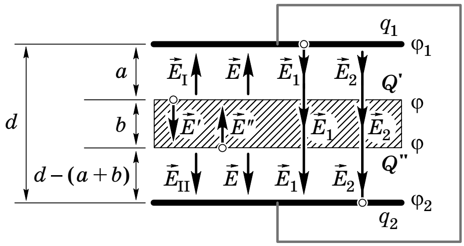


Рис. 10.13.25

Пусть $Q > 0$, $q_1 = q > 0$, $q_2 = -q$. Тогда напряженность электрического поля в зазоре шириной a равна

$$E_\mathrm{I} = E - E_1 - E_2 = \frac{Q - 2q}{2S\varepsilon_0},$$

а в зазоре шириной $[d - (a + b)]$

$$E_\mathrm{II} = E + E_1 + E_2 = \frac{Q + 2q}{2S\varepsilon_0}.$$

Так как потенциалы φ_1 и φ_2 равны между собой (обкладки закорочены), то разности потенциалов между пластиной и обкладками:

$$\varphi - \varphi_1 = \varphi - \varphi_2,$$

или

$$E_\mathrm{I}a = E_\mathrm{II}[d - (a + b)].$$

Следовательно,

$$(Q - 2q)a = (Q + 2q)[d - (a + b)],$$

откуда получим

$$q = q_1 = -q_2 = Q\frac{2a + b - d}{2(d - b)}.$$

Внутри металлической пластины напряженность $\vec{E}_0$ электрического поля равна нулю. С другой стороны, можно записать, что

$$\vec{E}_0 = \vec{E}'' + \vec{E} + \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

где $\vec{E}'$, $\vec{E}''$ — напряженности полей, создаваемых соответственно зарядами Q' и Q'', находящимися на противоположных поверхностях пластины, причем $Q' + Q'' = Q$.

Напряженности $\vec{E}'$, $\vec{E}''$ создаются одноименными зарядами, поэтому направлены навстречу друг другу. Следовательно,

$$E_0 = 0 = E' + E'' + E_1 + E_2, \quad \text{или} \quad 0 = \frac{Q' - Q'' + q + q}{2S\varepsilon_0}.$$

Решив систему уравнений:

$$Q' + Q'' = Q, \quad Q' - Q'' + 2q = 0,$$

получим о т в е т:

$$Q' = Q\frac{d - b - a}{d - b}, \quad Q'' = Q\frac{a}{d - b}.$$

10.14.2. Если конденсатор расположен так, что линии напряженности электрического поля $\vec{E}$ направлены противоположно $\vec{E}_0$ (рис. 10.14.3, *а*), то объемная плотность энергии поля между обкладками конденсатора

$$w_1 = \frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 (E_0 - E)^2}{2},$$

где $E_0 - E = E_1$ — напряженность результирующего поля конденсатора в первом случае, а энергия поля

$$W_1 = w_1 V = \frac{\varepsilon_0 (E_0 - E)^2}{2} Sd,$$

где $V = Sd$ — объем между обкладками.

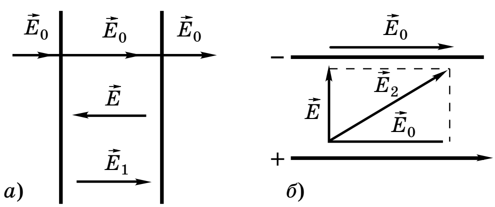


Рис. 10.14.3

Если конденсатор расположен так, что его обкладки параллельны силовым линиям внешнего поля (рис. 10.14.3, *б*), то энергия поля внутри конденсатора

$$W_2 = w_2 V = \frac{\varepsilon_0(E_0^2 + E^2)}{2} Sd,$$

где $\sqrt{E_0^2 + E^2} = E_2$ — напряженность результирующего поля конденсатора во втором случае.

Следовательно, нужно совершить работу

$$A = W_2 - W_1 = \varepsilon_0 SdEE_0.$$

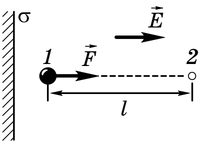


Рис. 10.15.13

10.15.6. Электрическое поле плоскости действует на заряд силой (рис. 10.15.13)

$$F = qE,$$

где E — напряженность электрического поля: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. По второму закону Ньютона $F = ma$. Заряд начнет двигаться равноускоренно, поэтому его конечная скорость $v = \sqrt{2al}$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$v = \sqrt{\frac{q\sigma l}{\varepsilon_0 m}} \approx 1{,}3 \text{ м/с}.$$

О т в е т: $v \approx 1{,}3$ м/с.

10.15.12. При движении заряда в электрическом поле его энергия будет изменяться за счет совершения работы силой

$$F = qE = q\alpha x.$$

Так как напряженность поля зависит от координаты по линейному закону, то работу можно найти по формуле

$$A = F_{\text{ср}} l = q\frac{\alpha x_{\max} + \alpha x_{\min}}{2} l = q\frac{\alpha l^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии

$$\Delta W = W - W_0, \text{ где } W_0 = 0.$$

По теореме о кинетической энергии $\Delta W = A$. Следовательно,

$$W = q\frac{\alpha l^2}{2} = 10^{-5} \text{ Дж}.$$

О т в е т: $W = 10^{-5}$ Дж.

10.15.14. Пусть m — масса частицы, тогда ее скорость $v = \sqrt{\dfrac{2W}{m}}$.

Напряжение на обкладках конденсатора $U = \dfrac{Q}{C}$, а напряженность поля внутри конденсатора $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{Q}{Cd}$. Ускорение, с которым частица будет двигаться к одной из обкладок,

$$a = \frac{Eq}{m} = \frac{Qq}{Cdm}.$$

Время полета частицы в конденсаторе $t = \dfrac{l}{v} = l\sqrt{\dfrac{m}{2W}}$. За это время частица сместится вдоль оси Y на расстояние $\dfrac{at^2}{2}$ и не упадет на пластину, если это расстояние меньше $\dfrac{d}{2}$, т.е.

$$\frac{d}{2} > \frac{at^2}{2} = \frac{Qgl^2m_2}{4dCmW} = \frac{Qgl^2}{4dCW},$$

откуда следует $l < d\sqrt{\dfrac{2CW}{Qq}}$.

Ответ: $l < d\sqrt{\dfrac{2CW}{Qq}}$.

10.15.15. В конденсаторе электрон будет лететь по параболе. В системе координат XOY (рис. 10.15.14) закон движения электрона имеет вид

$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{at^2}{2}, \end{cases}$$

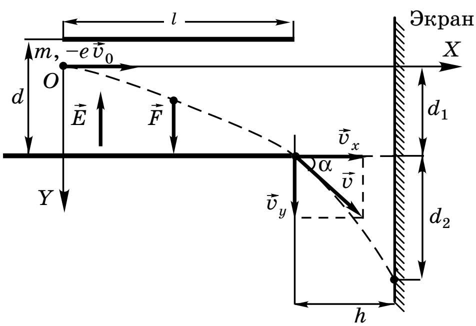


Рис. 10.15.14

где v_0 — начальная скорость электрона: $v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m_e}}$; a — ускорение электрона: $a = \frac{eE}{m_e}$; t — время его движения внутри конденсатора: $t = \frac{l}{v_0}$. Тогда смещение электрона по оси Y при вылете из конденсатора равно

$$d_1 = \frac{1}{2} a \frac{l^2}{v_0^2} = \frac{eEl^2}{2m_e v_0^2} = \frac{eEl\Delta\varphi}{4dW}.$$

От края конденсатора до экрана электрон будет двигаться прямолинейно и равномерно, поэтому

$$d_2 = h \operatorname{tg} \alpha,$$

где α — угол, который можно найти как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at}{v_0} = \frac{eEl}{mv_0^2}.$$

Следовательно, смещение электрона на экране равно

$$\Delta y = d_1 + d_2 = \frac{el\Delta\varphi}{4dW}(l + 2h).$$

10.15.26. На шарик в произвольный момент будут действовать: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$ (рис. 10.15.15).

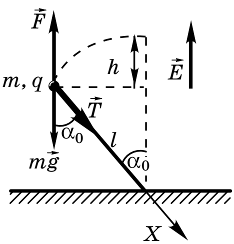


Рис. 10.15.15

Уравнение движения шарика в проекции на ось X:

$$\frac{mv^2}{l} = T + mg\cos\alpha - F_{эл}\cos\alpha.$$

Для определения скорости v шарика в данном положении воспользуемся теоремой о полной механической энергии:

$$W_2 - W_1 = A(F),$$

где $W_1 = 0$, $W_2 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$ — соответственно начальная и конечная механические энергии шарика, $\vec{F} = \vec{T} + \vec{F}_{эл}$, $A(F)$ — работа внешних сил.

При движении шарика сила $\vec{T}$ работы не совершает. Работа силы $\vec{F}_{эл}$:

$$A(\vec{F}) = A(\vec{F}_{эл}) = F_{эл}h = qEh.$$

Следовательно,

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 = qEh,$$

и уравнение движения шарика примет вид

$$\frac{2(qE - mg)h}{l} = T - (qE - mg)\cos\alpha,$$

откуда

$$T = (qE - mg)(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0),$$

где учтено, что

$$h = l(1 - \cos\alpha_0) - l(1 - \cos\alpha) = l(\cos\alpha - \cos\alpha_0).$$

Полученный результат имеет смысл, если $qE > mg$.

Ответ: $T = (qE - mg)(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ при $qE > mg$.

10.16.8. Работа силы трения

$$A = -2F_{тр}s,$$

где $F_{тр} = \mu mg$.

Изменение энергии системы тел

$$\Delta W = \frac{kq^2}{d + 2s} - \frac{kq^2}{d},$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

По закону сохранения энергии $A = \Delta W$.

Из приведенных уравнений получим

$$s = \frac{kq^2}{2\mu mgd} - \frac{d}{2}.$$

Скорость каждого тела будет максимальна в тот момент, когда $F_{эл} = F_{тр}$, т. е.

$$\frac{kq^2}{(d + 2x)^2} = \mu mg. \quad (1)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$-2\mu mgx = \frac{kq^2}{d + 2x} - \frac{kq^2}{d} + 2\frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), находим

$$v_{max} = \sqrt{\frac{kq^2}{md} - \frac{2kq\sqrt{\mu g}}{m} + \mu gd} \text{ при условии, что } \mu < \frac{kq^2}{mgd^2}.$$

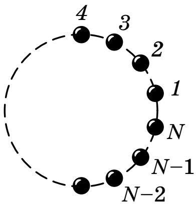


Рис. 10.16.12

10.16.24. Кинетическую энергию W_1 первого освобожденного шарика найдем из закона сохранения энергии (рис. 10.16.12):

$$kq^2\left(\frac{1}{a_{1-2}}+\frac{1}{a_{1-3}}+\ldots+\frac{1}{a_{1-N}}+\frac{1}{a_{2-3}}+\frac{1}{a_{2-4}}+\ldots\right.$$
$$\left.\ldots+\frac{1}{a_{2-N}}+\ldots\right)=W_1+kq^2\left(\frac{1}{a_{2-3}}+\frac{1}{a_{2-4}}+\ldots\right.$$
$$\left.\ldots+\frac{1}{a_{2-N}}+\ldots+\frac{1}{a_{3-4}}+\ldots+\frac{1}{a_{3-N}}+\ldots\right),$$

где k — электрическая постоянная, a_{i-j} — расстояния между зарядами с номерами i и j.

Для второго шарика

$$kq^2\left(\frac{1}{a_{2-3}}+\frac{1}{a_{2-4}}+\ldots+\frac{1}{a_{2-N}}+\ldots+\frac{1}{a_{3-4}}+\frac{1}{a_{3-5}}+\ldots+\frac{1}{a_{3-N}}+\ldots\right)=$$
$$=W_2+kq^2\left(\frac{1}{a_{3-4}}+\frac{1}{a_{3-5}}+\ldots+\frac{1}{a_{3-N}}+\ldots\right.$$
$$\left.\ldots+\frac{1}{a_{4-5}}+\frac{1}{a_{4-6}}+\ldots+\frac{1}{a_{4-N}}+\ldots\right).$$

Учтем, что $a_{1-2}=a_{2-3}$; $a_{1-3}=a_{2-4}$; $a_{1-4}=a_{2-5}$ и т. д.

Теперь можем записать:

$$\Delta W=W_1-W_2=\frac{kq^2}{a_{1-N}}=\frac{kq^2}{a},$$

откуда находим

$$q=\sqrt{\frac{a\Delta W}{k}}=2{,}3\cdot10^{-7}\text{ Кл}.$$

Ответ: $q=2{,}3\cdot10^{-7}$ Кл.

10.16.27. 1. Система частица—кольцо замкнута, поэтому выполняется закон сохранения импульса:

$$mv+Mu-mv_0=0. \qquad (1)$$

В начальный момент энергия системы тел равна кинетической энергии частицы

$$W_1=\frac{1}{2}mv_0^2,$$

а в момент, когда частица находится в центре кольца,

$$W_2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}Mu^2+W_{\text{вз}},$$

где $W_{вз}$ — энергия взаимодействия частицы с кольцом:

$$W_{вз} = q\varphi.$$

Потенциал φ, создаваемый кольцом в центре, определим, разбив заряд Q на элементарные заряды ΔQ, каждый из которых можно считать точечным. Так как все заряды ΔQ находятся на равных расстояниях от центра кольца, то потенциал, создаваемый ими,

$$\varphi = \sum \frac{k\Delta Q}{R} = \frac{kQ}{R},$$

где R — радиус кольца.

Следовательно,

$$W_2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{kqQ}{R},$$

и закон сохранения энергии примет вид

$$W_1 = W_2, \quad \text{или} \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + \frac{kqQ}{R}. \qquad (2)$$

Выразив скорость кольца u из закона сохранения импульса (1):

$$u = \frac{m(v_0 - v)}{M},$$

и подставив ее в закон сохранения энергии (2), получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{m^2(v_0^2 - 2v_0v + v^2)}{2M} + \frac{kqQ}{R}, \qquad (3)$$

откуда находим

$$v = \frac{mv_0}{M+m} \pm \sqrt{\frac{M^2v_0^2}{(M+m)^2} - \frac{2kqQM}{m(M+m)R}}. \qquad (4)$$

Для того чтобы частица пролетела сквозь кольцо, ее скорость v должна быть больше скорости u кольца. Очевидно, что частица догонит удаляющееся от нее кольцо, если относительная скорость $v_{отн} = v - u \geqslant 0$, или с учетом (1) и (4):

$$v_{отн} = v - \frac{mv_0}{M} + \frac{mv}{M} = \frac{mv_0}{M} \pm \frac{M+m}{M}\sqrt{\frac{M^2v_0^2}{(M+m)^2} - \frac{2kqQM}{m(M+m)R}} - \frac{mv_0}{M}.$$

Легко видеть, что условию $v_{отн} \geqslant 0$ соответствует перед радикалом знак «+». Следовательно,

$$v = \frac{mv_0}{M+m} + \sqrt{\frac{M^2v_0^2}{(M+m)^2} - \frac{2kqQM}{m(M+m)R}}. \qquad (5)$$

2. Если кольцо закреплено, то, полагая $M \gg m$, из (5) получаем

$$v = \frac{mv_0}{M} + \sqrt{v_0^2 - \frac{2kqQ}{mR}} \approx \sqrt{v_0^2 - \frac{2kqQ}{mR}}. \qquad (6)$$

Ответ: 1) см. (4); 2) см. (6).

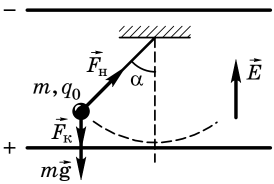


Рис. 10.17.7

10.17.2. При отклонении маятника на угол α от положения равновесия результирующая действующих на маятник сил mg, $F_к = Eq_0$, $F_н$ направлена к положению равновесия (рис. 10.17.7). По второму закону Ньютона

$$ma = (mg + Eq_0)(-\sin\alpha).$$

Ускорение $a = l(\alpha)''$, где $(\alpha)''$ — вторая производная угла α по времени.

Учитывая, что для малых углов $\sin\alpha \approx \alpha$, получаем дифференциальное уравнение:

$$ml\alpha'' = -(mg + Eq_0)\alpha,$$

которое описывает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{mg + q_0E}{ml}}.$$

Находим ответ: период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{ml}{g + q_0E}}.$$

10.17.7. До того как на пластины конденсатора было подано напряжение, верхняя пластина находилась в равновесии под действием силы тяжести mg и силы упругости пружины $F_{упр\,1} = kx_1$ (рис. 10.17.8):

$$mg - F_{упр\,1} = 0 \;\Rightarrow\; mg - kx_1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{mg}{k}, \qquad (1)$$

где x_1 — удлинение пружины в положении равновесия.

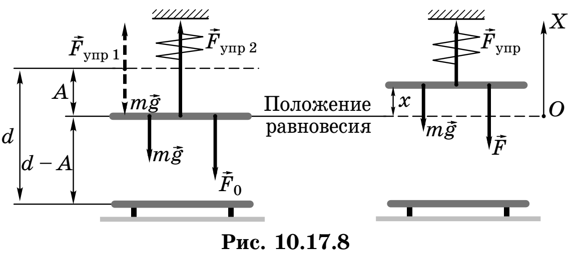


Рис. 10.17.8

После того как на конденсатор подали постоянное напряжение U, его обкладки стали притягиваться друг к другу с силой

$$F = |q|E,$$

где E — напряженность электрического поля между пластинами. При этом изменилось положение равновесия верхней пластины. В этом положении равновесия

$$mg - F_{\text{упр }2} + F_0 = 0 \;\Rightarrow\; mg - kx_2 + F_0 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{mg + F_0}{k}, \qquad (2)$$

где x_2 — удлинение пружины в новом положении равновесия, F_0 — сила взаимодействия между пластинами конденсатора. Следовательно, амплитуда колебаний

$$A = x_2 - x_1,$$

или с учетом (1), (2)

$$A = \frac{F_0}{k}. \qquad (3)$$

При движении верхней пластины емкость конденсатора будет изменяться, будут изменяться напряженность электрического поля и сила взаимодействия между пластинами. Если расстояние между пластинами станет равным b, то

$$E = \frac{U}{b}, \quad F = |q|\frac{U}{b} = C\frac{U^2}{b} = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{bb} = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{b^2}.$$

Следовательно, в положении равновесия ($b = d - A$)

$$F_0 = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{(d-A)^2},$$

откуда с учетом (3)

$$kA = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{(d-A)^2}. \qquad (4)$$

Рассмотрим движение верхней пластины. В некоторый момент пластина будет смещена из положения равновесия, например вверх, на величину x. По второму закону Ньютона

$$ma = -mg - F + F_{\text{упр}},$$

или

$$ma = -mg - \frac{\varepsilon_0 SU^2}{(d - A + x)^2} + k(x_2 - x),$$

а с учетом условия равновесия (2)

$$ma = \varepsilon_0 S U^2 \frac{-2(d-A)x - x^2}{(d-A+x)^2(d-A)^2} + kx.$$

Чтобы колебания были гармоническими, отклонения пластины должны быть малыми. Поэтому

$$ma = -\left(\frac{2\varepsilon_0 S U^2}{(d-A)^3} + k\right)x,$$

или с учетом (4)

$$-\frac{2kA}{d-A} + k \approx m\omega_0^2, \; \frac{k(d-3A)}{m(d-A)} \approx \omega_0^2.$$

Следовательно, период колебаний пластины

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \;\Rightarrow\; T \approx 2\pi\sqrt{\frac{m(d-A)}{k(d-3A)}}.$$

10.17.11. В положении равновесия (рис. 10.17.9, *а*)

$$mg = \frac{kq^2}{l_0^2}. \tag{1}$$

При движении бусинки (рис. 10.17.9, *б*)

$$-F_{\text{эл}} + mg = ma.$$

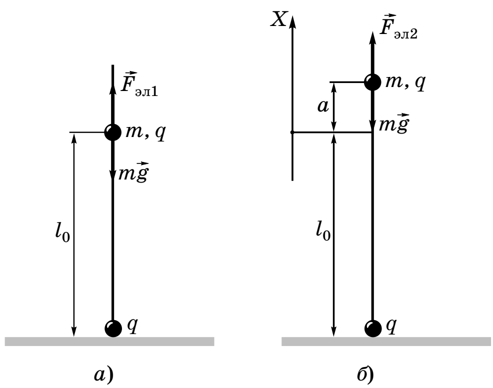


Рис. 10.17.9

В некоторый момент времени смещение бусинки от положения равновесия будет равно x, а сила Кулона

$$F_{\text{эл}} = \frac{kq^2}{(l_0 + x)^2}.$$

С учетом (1) получим

$$-\frac{kq^2}{(l_0 + x)^2} + \frac{kq^2}{l_0^2} = ma,$$

или

$$-\frac{kq^2}{(l_0 + x)^2} + \frac{kq^2}{l_0^2} = \frac{kq^2}{l_0^2 g} a,$$

$$\frac{a}{l_0^2 g} = \frac{-2l_0 x + x^2}{l_0^2 (l_0 + x)^2}.$$

Так как смещение мало, т. е. $x \ll l$, находим

$$a = -\frac{2g}{l_0} x.$$

Ускорение прямо пропорционально x и направлено в сторону, противоположную смещению, поэтому шарик будет совершать гармонические колебания и $\omega^2 = \frac{2g}{l_0}$, а период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{2g}}.$$

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{l_0/(2g)}$.

Глава 11. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

11.1.8. Если пластина вдвинута в конденсатор на расстояние x (рис. 11.1.2), то полученную систему можно рассматривать как два соединенных параллельно конденсатора емкостью каждый

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 l x}{d}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 l(l - x)}{d}$$

($l = \sqrt{S}$ — длина обкладки конденсатора). Их общая емкость

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 l}{d}(\varepsilon x + l - x).$$

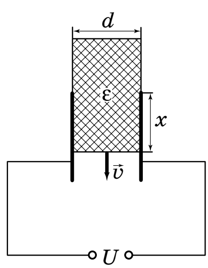


Рис. 11.1.2

При этом заряд конденсатора

$$q = CU,$$

или

$$q = U\frac{\varepsilon_0 l}{d}[(\varepsilon - 1)x + l].$$

При увеличении x заряд конденсатора начнет расти, и сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = U\frac{\varepsilon_0 l}{d}(\varepsilon - 1)v = \frac{U\varepsilon_0(\varepsilon - 1)v\sqrt{S}}{d} \approx 10{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{А}.$$

Ответ: $I \approx 10{,}6 \cdot 10^{-8}$ А.

11.2.6. Если проводник имеет форму цилиндра, то его сопротивление

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

Тогда отношение сопротивлений проводников

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}} S_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Al}} l_{\text{Al}} S_{\text{Cu}}}, \qquad (1)$$

где индексы «Cu» и «Al» относятся к меди и алюминию.

Если массу проводника выразить через плотность материала ρ_0 и объем:

$$m = \rho_0 l S,$$

то выражение (1) можно представить в виде

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}}^2 m_{\text{Al}} \rho_{0\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}} l_{\text{Al}}^2 m_{\text{Cu}} \rho_{0\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}}^2 \rho_{0\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}} l_{\text{Al}}^2 \rho_{0\text{Al}}},$$

где учтено, что $m_{\text{Cu}} = m_{\text{Al}}$. С учетом условия задачи получим ответ:

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = 200.$$

11.3.4. Общее сопротивление двух проводников, соединенных последовательно, равно

$$R_{\text{посл.}} = R_1 + R_2,$$

где R_1, R_2 — сопротивления каждого из проводников.

При параллельном соединении проводников

$$R_{\text{пар.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

По условию задачи

$$R_{\text{посл.}} = nR_{\text{пар.}}.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим ответ:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{n-2+\sqrt{(n-2)^2-4}}{2} = 4 \quad \text{и} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{n-2-\sqrt{(n-2)^2-4}}{2} = 0{,}25.$$

11.3.11. Так как схема симметрична, то потенциалы точек a и b, а также точек c и d равны $\varphi_a = \varphi_b$, $\varphi_c = \varphi_d$ (рис. 11.3.15, *а*), поэтому цепь можно преобразовать к виду, показанному на рис. 11.3.15, *б*.

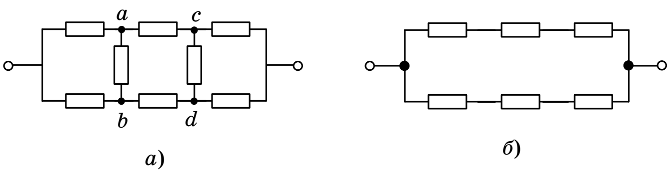


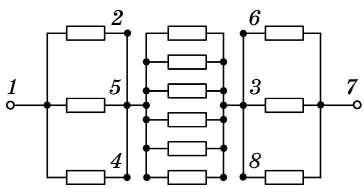
Рис. 11.3.15

Сопротивления обеих ветвей одинаковы: $R_1 = R_2 = 3R$, а общее сопротивление цепи

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1{,}5R = 1{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_0 = 1{,}5$ Ом.

11.3.16. Точки *2*, *4*, *5* (см. в условии рис. 11.3.9) имеют одинаковые потенциалы, и их можно соединить в одну. Аналогично для точек *3*, *6*, *8* получим схему, показанную на рис. 11.3.16. Общие сопротивления крайних звеньев одинаковы, и тогда можем записать



$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}, \text{ или } R_1 = \frac{R}{3};$$

Рис. 11.3.16

сопротивление среднего звена находим из соотношения

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}, \text{ или } R_2 = \frac{R}{6}.$$

Следовательно, общее сопротивление каркаса равно

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_1 = \frac{5}{6}R = 0{,}25\ \text{Ом}.$$

О т в е т: $R_0 = 0{,}25$ Ом.

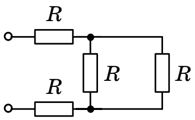


Рис. 11.3.17

11.3.21. Так как цепь содержит бесконечное число ячеек, то, отделив от нее первую ячейку, получим ту же цепь, сопротивление которой равно сопротивлению исходной цепи. Сопротивление всей цепи (рис. 11.3.17):

$$R_0 = R + \frac{R_0 R}{R_0 + R} + R.$$

Решив уравнение относительно R_0, получим о т в е т:

$$R_0 = R\,(1 + \sqrt{3}\,) = 2{,}73\ \text{Ом}.$$

11.4.3. По закону Ома для однородного участка

$$I = \frac{U}{R},$$

где сопротивление проводника $R = \dfrac{\rho l}{S}$, площадь его поперечного сечения проводника $S = \dfrac{1}{4}\pi d^2$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\rho = \frac{\pi d^2 U}{2Il} \approx 5{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

О т в е т: $\rho = 5{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

11.4.10. Сопротивление участка цепи

$$R_1 = \frac{1}{4}R.$$

Сила тока, протекающего до разветвления по участку,

$$I_0 = \frac{U}{R_1} = \frac{U}{\frac{1}{4}R} = \frac{4U}{R}, \tag{1}$$

где U — напряжение на концах участка.

Если проводники соединить последовательно, то общее сопротивление участка

$$R_2 = R + R + R + R = 4R,$$

а сила тока

$$I = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{4R}. \qquad (2)$$

Из выражения (2) с учетом (1) получаем

$$I = \frac{1}{16} I_0 = 0{,}3 \text{ А}.$$

11.4.14. Сопротивление участка $b - c$ цепи равно

$$R_{b-c} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

а сопротивление участка $a - c$ равно

$$R_{a-c} = R_1 + R_{b-c} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

По закону Ома сила тока в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{R_{a-c}} = \frac{U(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

и равна силе тока, текущего через сопротивление R_1.

Падение напряжения на участке $a - b$ равно

$$U_{a-b} = IR_1 = \frac{U(R_2 + R_3)R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \approx 9 \text{ В}.$$

Ответ: $U_{a-b} \approx 9$ В.

11.4.15. По закону Ома $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$, откуда

$$U_1 = I_1 R_1 = 12 \text{ В}.$$

Полное сопротивление цепи $R = R_1 + R_{23}$, где

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; \; R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{8}{6} \text{ Ом}.$$

Напряжение на всем участке цепи $U = U_1 + U_{23}$. При параллельном соединении резисторов $U_{23} = U_2 = U_3$. Согласно закону Ома $U = I_1 R = I_1(R_1 + R_{23})$, тогда

$$U_2 = U_3 = U - U_1; \quad U_2 = U_3 = I_1(R_1 + R_{23}) - U_1 = 4 \text{ В}.$$

Резисторы сопротивлением R_1 и эквивалентным ему сопротивлением R_{23} соединены последовательно, следовательно, $I_1 = I_{23}$, где $I_{23} = I_2 + I_3$, т. е. $I_1 = I_2 + I_3$. По закону Ома $I_2 = \dfrac{U_2}{R_2} = 2$ А, тогда $I_3 = I_1 - I_2 = 1$ А.

Ответ: $U_2 = U_3 = 4$ В; $U_1 = 12$ В; $I_2 = 2$ А; $I_3 = 1$ А.

11.5.4. При первоначальном соединении спиралей плитки общее сопротивление

$$R_1 = \frac{1}{3}R + r$$

и сила тока в цепи

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{U}{\frac{1}{3}R + r}.$$

При этом за время Δt_1 выделится количество теплоты

$$Q_1 = I_1^2 R_1 \Delta t_1 = \frac{U^2}{\left(\frac{1}{3}R + r\right)^2} \cdot \frac{1}{3}\,\Delta t_1 = \frac{3U^2}{(R + 3r)^2} R\Delta t_1.$$

Если одна из спиралей перегорит, то общее сопротивление

$$R_2 = \frac{1}{2}R + r$$

и сила тока в цепи

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{\frac{1}{2}R + r},$$

а за время Δt_2 выделится количество теплоты

$$Q_2 = I_2^2 R_2 \Delta t_2 = \frac{U^2}{\left(\frac{1}{2}R + r\right)^2} \cdot \frac{1}{2} R\Delta t_2 = \frac{2U^2}{(R + 2r)^2} R\Delta t_2.$$

Поскольку $Q_1 = Q_2$, то

$$\frac{3U^2}{(R + 3r)^2} R\Delta t_1 = \frac{2U^2}{(R + 2r)^2} R\Delta t_2,$$

откуда находим

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{2}{3}\left(\frac{R+3r}{R+2r}\right)^2 = \frac{243}{242}.$$

Ответ: уменьшится в $\dfrac{243}{242}$ раза.

11.5.11. Мощность первой лампочки

$$P_1 = U_0 I_1,$$

сила тока в ней

$$I_1 = \frac{P_1}{U_0} \approx 0{,}36 \text{ А}.$$

Для второй лампочки

$$I_2 = \frac{P_2}{U_0} \approx 0{,}55 \text{ А}.$$

Если лампочки соединить последовательно, то их общее сопротивление

$$R = R_1 + R_2, \tag{1}$$

где R_1, R_2 — сопротивления лампочек мощностью P_1 и P_2 соответственно.

Сопротивления лампочек можно найти, записав выражение для мощности:

$$P_1 = \frac{U_0^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_0^2}{P_1}.$$

Аналогично

$$R_2 = \frac{U_0^2}{P_2}.$$

Из формулы (1) находим

$$R = \frac{U_0^2}{P_1} + \frac{U_0^2}{P_2} = \frac{U_0^2}{P_1+P_2}.$$

При подключении лампочек к сети сила тока

$$I = \frac{U}{R} = \frac{P_1 P_2 U}{U_0^2(P_1+P_2)} \approx 0{,}44 \text{ А}.$$

Так как $I_1 < I$, то лампочка мощностью P_1 перегорит.

Ответ: нельзя, так как лампочка мощностью P_1 перегорит.

11.5.25. КПД установки

$$\eta = \frac{A}{Q},$$

где

$$A = mgh = \rho Vgh,\ Q = UI\Delta t.$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{pVgh}{UI\Delta t},$$

откуда с учетом, что $q_{\min} = I\Delta t$, получим ответ:

$$q_{\min} = \frac{\pi Vgh}{U\eta} \approx 10^6 \text{ Кл}.$$

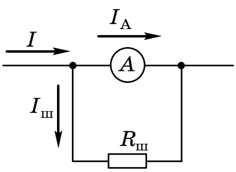


Рис. 11.7.3

11.7.5. Прибор и шунт подключены параллельно (рис. 11.7.3). Значит, напряжения на них будут одинаковы:

$$I_A R_A = I_ш R_ш.$$

Следовательно, сила тока через шунт

$$I_ш = \frac{I_A R_A}{R_ш}; \qquad (1)$$

сила тока в цепи

$$I = I_A + I_ш, \quad \text{или} \quad I = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_ш}\right).$$

Если подключить первый шунт R_1, то максимально допустимая сила тока, измеряемая прибором,

$$I_{1\max} = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_1}\right), \qquad (2)$$

а с другой стороны,

$$I_{1\max} = n_1 I_A. \qquad (3)$$

Следовательно, из выражений (2) и (3) получим

$$R_1 = \frac{R_A}{n_1 - 1}.$$

Аналогично при подключении шунта R_2:

$$R_2 = \frac{R_A}{n_2 - 1}.$$

а) Если резисторы R_1 и R_2 соединить последовательно, то сопротивление образованного шунта

$$R_{\text{посл.}} = R_1 + R_2,$$

а с учетом полученных выше соотношений

$$R_{\text{посл.}} = \frac{R_A(n_1 + n_2 - 2)}{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}. \qquad (4)$$

Теперь амперметр может измерять силы токов

$$I_{\max} = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_{\text{посл.}}}\right),$$

или с учетом (4):

$$I_{\max} = I_A\left[1 + \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 2)}{n_1 + n_2 - 2}\right].$$

При этом цена деления прибора изменится в

$$n_{\text{посл.}} = \frac{I_{\max}}{I_A} = 1 + \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2} \text{ раз.}$$

б) Если резисторы R_1 и R_2 соединить параллельно, то сопротивление шунта

$$R_{\text{пар.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_A}{n_1 + n_2 - 2}, \qquad (5)$$

и амперметром можно измерять силы токов

$$I_{\max} = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_{\text{пар.}}}\right),$$

или с учетом (5):

$$I_{\max} = I_A(1 + (n_1 + n_2 - 2)).$$

При этом цена деления прибора изменится в

$$n_{\text{пар.}} = \frac{I_{\max}}{I_A} = (n_1 + n_2 - 1) \text{ раз.}$$

О т в е т: а) изменится в $n_{\text{посл}} = \dfrac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$ раз; б) изменится в $n_{\text{пар}} = (n_1 + n_2 - 1)$ раз.

11.7.10. Если подключить резистор R_1, то максимально допустимое напряжение, измеряемое прибором, можно выразить соотношением $U_{1\max} = I_V (R_V + R_1)$ или $U_{1\max} = n_1 U_V$.

Следовательно,

$$n_1 R_V = R_V + R_1, \text{ или } R_1 = (n_1 - 1)R_V.$$

Аналогично, при подключении резистора R_2:

$$R_2 = (n_2 - 1)R_V.$$

Если резисторы R_1 и R_2 соединить последовательно, то

$$R_{\text{посл.}} = R_1 + R_2$$

или с учетом полученных выше соотношений:

$$R_{\text{посл.}} = (n_1 + n_2 - 2)R_V \quad \text{или} \quad R_{\text{посл.}} = (n_{\text{посл.}} - 1)R_V.$$

Следовательно, цена деления прибора изменится в

$$n_{\text{посл.}} = (n_1 + n_2 - 1) \text{ раз.} \tag{1}$$

Если резисторы R_1 и R_2 соединить параллельно, то

$$R_{\text{пар.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_V(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \text{ или } R_{\text{пар.}} = (n_{\text{пар.}} - 1)R_V.$$

Решив совместно два последних уравнения, получим

$$n_{\text{пар.}} = \frac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2} \text{ раз.} \tag{2}$$

О т в е т : а) см. (1); б) см. (2).

11.7.13. Сила тока, протекающего через шунт,

$$I_{\text{ш}} = I_A(n - 1).$$

Напряжения на приборе и шунте одинаковы:

$$I_A R_A = I_{\text{ш}} R_{\text{ш}},$$

и сопротивление амперметра

$$R_A = \frac{I_{\text{ш}} R_{\text{ш}}}{I_A} = R_{\text{ш}}(n - 1) = 4{,}5 \text{ Ом},$$

а максимально допустимое падение напряжения на нем

$$U_{max} = I_A R_A = 9 \text{ В}.$$

Для измерения напряжений до $U = 220$ В к амперметру необходимо присоединить последовательно добавочное сопротивление $R_{доб.}$, которое найдем из условия, что при максимально допустимой силе тока через прибор падение напряжения на сопротивлении $(R_A + R_{доб.})$:

$$U = I_A(R_A + R_{доб}).$$

Отсюда находим:

$$R_{доб} = \frac{U}{I_A} - R_A = \frac{U}{I_A} - R_ш(n-1) = 105{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{доб} = 105{,}5$ Ом.

11.8.6. Показания вольтметра $U = \dfrac{R\mathscr{E}}{R+r}$, где $\mathscr{E}$ — ЭДС источника тока. Напряжение отличается от ЭДС на $\mathscr{E} - U = \dfrac{r\mathscr{E}}{R+r} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\mathscr{E}$. Таким образом, относительная ошибка

$$\eta = \frac{\mathscr{E} - U}{\mathscr{E}} \cdot 100\% = 0{,}25\%.$$

11.8.7. Сопротивление внешней цепи

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

По закону Ома для замкнутой цепи сила тока в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R+r} = \frac{\mathscr{E}(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}.$$

По закону Ома напряжение для однородного участка цепи $a - b$

$$U_{a-b} = IR = \frac{\mathscr{E} R_1 R_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)},$$

а силы токов, текущих через резисторы сопротивлениями R_1 и R_2, равны

$$I_1 = \frac{U_{a-b}}{R_1} = \frac{\mathscr{E} R_2}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)} = 1{,}2 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U_{a-b}}{R_2} = \frac{\mathscr{E} R_1}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)} = 0{,}8 \text{ А}.$$

Ответ: $I_1 = 1{,}2$ А; $I_2 = 0{,}8$ А.

11.8.21. Количество теплоты, выделяющееся за время t на резисторе сопротивлением R,

$$Q = I^2Rt.$$

По закону Ома сила тока для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}.$$

Следовательно,

$$Q = \frac{\mathscr{E}^2 Rt}{(R + r)^2}.$$

Так как на резисторах сопротивлениями R_1 и R_2 за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты, то

$$\frac{R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2}{(R_2 + r)^2},$$

откуда находим внутреннее сопротивление источника тока:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} = 6 \text{ Ом}.$$

11.9.7. КПД источника тока $\eta = \frac{R}{R + r} \cdot 100\%$. Сила тока короткого замыкания $I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathscr{E}}{r}$, сила тока в цепи $I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\eta = \left(1 - \frac{I}{I_{\text{к.з.}}}\right) \cdot 100\% = 60\%.$$

11.10.5. Напряжение на зажимах батареи $U = IR_0$, где R_0 — внешнее эквивалентное сопротивление:

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathscr{E}_0}{R_0 + r_0},$$

где $\mathscr{E}_0$ — ЭДС эквивалентного источника тока: $\mathscr{E}_0 = n\mathscr{E}$, r_0 — внутреннее сопротивление эквивалентного источника тока: $r_0 = nr$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$U = n\mathscr{E}\left(1 - \frac{nr(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + nr(R_1 + R_2)}\right) \approx 9{,}7 \text{ В}.$$

Ответ: $U \approx 9{,}7$ В.

11.10.7. ЭДС всей батареи $\mathscr{E}_0 = n\mathscr{E}$. Полное сопротивление цепи $R_0 = nr + R$. Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathscr{E}_0}{R_0} = \frac{n\mathscr{E}}{nr + R} \qquad (1)$$

и на сопротивлении R нагрузки выделяется мощность

$$P = I^2 R. \qquad (2)$$

Из соотношений (1), (2) получим

$$nrI^2 - n\mathscr{E}I + P = 0.$$

Решив последнее уравнение относительно I, найдем силу тока в цепи:

$$I = \frac{n\mathscr{E} + \sqrt{n^2\mathscr{E}^2 - 4nrP}}{2nr} \approx 2{,}67 \text{ А}$$

или

$$I = \frac{n\mathscr{E} - \sqrt{n^2\mathscr{E}^2 - 4nrP}}{2nr} \approx 2 \text{ А}.$$

Для ответа на второй вопрос необходимо найти зависимость мощности P, выделяющейся во внешней цепи, от сопротивления R нагрузки. Для этого выражение (2) перепишем с учетом (1) в виде

$$P = I^2 R = \frac{n^2\mathscr{E}^2 R}{(nr + R)^2}. \qquad (3)$$

Следовательно,

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R} = n^2\mathscr{E}^2 \frac{(nr + R)^2 - 2R(nr + R)}{(nr + R)^2} = 0,$$

откуда получаем

$$R = nr. \qquad (4)$$

Из соотношения (3) с учетом (4) находим

$$P_{\max} = \frac{n^2\mathscr{E}^2 nr}{(nr + nr)^2} = \frac{n\mathscr{E}^2}{4r} \approx 8{,}16 \text{ Вт}.$$

Ответ: $I \approx 2{,}67$ А или $I \approx 2$ А; $P_{\max} \approx 8{,}16$ Вт.

11.10.8. ЭДС эквивалентного источника тока $\mathscr{E}_0 = \mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление $r_0 = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$.

Из закона Ома для замкнутой цепи найдем силу тока через внешнее сопротивление R:

$$I = \frac{\mathscr{E}_0}{r_0 + R} = \frac{\mathscr{E}(r_1 + r_2)}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}$$

и напряжение на этом сопротивлении

$$U = IR = \frac{\mathscr{E}(r_1 + r_2)R}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}.$$

Следовательно, мощность, выделяющаяся на резисторе сопротивлением R,

$$P_R = I^2 R = \frac{\mathscr{E}^2 (r_1 + r_2)^2 R}{(r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R)^2} \approx 1{,}36 \text{ кВт}.$$

Силы токов I_1 и I_2 находим по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\mathscr{E} - U}{r_1} = \frac{\mathscr{E} - \dfrac{\mathscr{E}(r_1 + r_2)R}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}}{r_1} = \frac{\mathscr{E} r_2}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R},$$

$$I_2 = \frac{\mathscr{E} - U}{r_2} = \frac{\mathscr{E} - \dfrac{\mathscr{E}(r_1 + r_2)R}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}}{r_2} = \frac{\mathscr{E} r_1}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R}.$$

Вычислим мощности источников тока:

$$P_1 = I_1 \mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}^2 r_2}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R} \approx 764{,}6 \text{ Вт},$$

$$P_2 = I_2 \mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}^2 r_1}{r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R} \approx 637{,}2 \text{ Вт}.$$

О т в е т: $P_R \approx 1{,}36$ кВт; $P_1 \approx 764{,}6$ Вт; $P_2 \approx 637{,}2$ Вт.

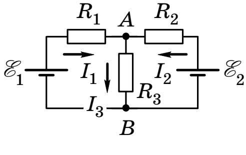


Рис. 11.11.12

11.11.1. Выберем направления токов I_1, I_2, I_3 на участках цепи так, как показано на рис. 11.11.12, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

Схема содержит два узла A и B. По первому закону Кирхгофа для узла A:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

Второй закон Кирхгофа для двух контуров $A–R_3–B–\mathscr{E}_1–R_1–A$ и $A–R_2–\mathscr{E}_2–B–R_3–A$:

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \mathscr{E}_1, \tag{2}$$

$$-I_2R_2 - I_3R_3 = -\mathscr{E}_2. \tag{3}$$

Из уравнений (2), (3) находим

$$I_3 = \frac{\mathscr{E}_2 - I_2R_2}{R_3}, \quad I_1 = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2 + I_2R_2}{R_1}. \tag{4}$$

Подставив выражения для силы токов I_1 и I_3 из соотношений (4) в (1), получим

$$\frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2 + I_2R_2}{R_1} + I_2 - \frac{\mathscr{E}_2 - I_2R_2}{R_3} = 0,$$

откуда находим

$$I_2 = \frac{(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)R_3 + \mathscr{E}_2R_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = 0.$$

Напряжение между точками A и B найдем из закона Ома для участка цепи $A - R_3 - B$:

$$U_{A-B} = I_3R_3,$$

где сила тока

$$I_3 = \frac{\mathscr{E}_2 - \dfrac{(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)R_3 + \mathscr{E}_2R_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}R_2}{R_3} = \frac{\mathscr{E}_1R_2 + \mathscr{E}_2R_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}.$$

Следовательно,

$$U_{A-B} = \frac{(\mathscr{E}_1R_2 + \mathscr{E}_2R_1)R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = 3 \text{ В}.$$

О т в е т: $I_2 = 0$; $U_{A-B} = 3$ В.

11.13.10. Зависимость сопротивления нити от температуры:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha T_1),$$

где R_0 — сопротивление нити при температуре $t_0 = 0$ °C. Следовательно,

$$R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha T_1} = 32{,}8 \text{ Ом}.$$

По закону Ома $I = \dfrac{U}{R_2}$, откуда

$$R_2 = \frac{U}{I} = 364 \text{ Ом}.$$

Поскольку $R_2 = R_0(1 + \alpha T_2)$, то температура нити лампочки при ее включении в сеть будет равна

$$T_2 = \frac{R_2 - R_0}{R_0 \alpha} = 1927 \text{ К}; \; t_2 = 1654 \text{ °С}.$$

Ответ: $t_2 = 1654$ °С.

11.13.11. Сопротивление проволоки длиной l и поперечным сечением площадью S при $t_0 = 0$ °С равно

$$R_0 = \frac{\rho_0 l}{S}.$$

Удельное сопротивление проволоки при температуре t равно

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

а сопротивление

$$R = \frac{\rho_0(1 + \alpha t)l}{S}.$$

Следовательно, нужно взять проволоку длиной

$$l = \frac{RS}{\rho_0(1 + \alpha t)} \approx 15 \text{ м}.$$

Ответ: $l \approx 15$ м.

11.13.12. Закон Ома для начального состояния цепи:

$$I_0 = \frac{U}{R_0 + R_{A0}}. \qquad (1)$$

После того как реостат нагрелся, его сопротивление стало равным R. Амперметр стал показывать силу тока

$$I = \frac{U}{R_0 + R_{A0}}. \qquad (2)$$

Сопротивление реостата

$$R = \rho \frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Удельное сопротивление железа

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T). \qquad (4)$$

В начальном состоянии $R_0 = \rho_0 \dfrac{l}{S}$, откуда

$$\frac{l}{S} = \frac{R_0}{\rho_0}. \qquad (5)$$

Подставив выражения (4) и (5) в (3), получим

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T). \qquad (6)$$

Из соотношения (1) запишем

$$U = I_0(R_0 + R_{A0}). \qquad (7)$$

Подставляя уравнения (6) и (7) в (2), найдем

$$I = \frac{I_0(R_0 + R_{A0})}{R_0(1 + \alpha\Delta T) + R_{A0}} = 17{,}5 \text{ мА}.$$

О т в е т: $I \approx 17{,}5$ мА.

11.14.4. По первому закону Фарадея

$$m = kIt.$$

Электрохимический эквивалент хлорной меди $k = \dfrac{M}{Fn}$, где $F =$ $= 96\,500$ Кл/моль — постоянная Фарадея, $n = 2$ — валентность, $M = 64 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Отсюда следует, что

$$t = \frac{mFn}{IM} \approx 2 \text{ ч}.$$

О т в е т: $t \approx 2$ ч.

11.14.5. По первому закону Фарадея $m = kIt$. Тогда амперметр должен показывать силу тока

$$I = \frac{m}{kt}. \qquad (1)$$

Найдем электрохимический эквивалент серебра: $k = \dfrac{1}{F}\dfrac{M}{n}$, где $M = 0{,}108$ кг/моль, $n = 1$. Отсюда

$$k = 1{,}12 \cdot 10^{-6} \text{ кг/Кл}.$$

Подставляя в (1) числовые данные, получим

$$I = 0{,}94 \text{ А}.$$

Следовательно, амперметр показывает силу тока на 0,04 А меньше, чем нужно.

О т в е т: нет, неправильны.

11.14.7. По закону Фарадея за время τ выделится водород массой $m = k\langle I\rangle\tau$, где $\langle I\rangle$ — средняя сила тока. Так как сила тока нарастает по линейному закону, то $I = \dfrac{I_{\max} + I_0}{2} = \dfrac{I_{\max}}{2}$. Решив данную систему уравнений, получим $I_{\max} = \dfrac{2m}{k\tau} \approx 22{,}2$ А.

О т в е т: $I_{\max} \approx 22{,}2$ А.

11.14.10. По первому закону Фарадея $\Delta m = kIt$. Электрохимический эквивалент меди $k = \frac{M}{nF}$, где M — молярная масса меди; $n = 2$ — валентность меди. Сила тока $I = jS$. Поэтому $\tau = \frac{\Delta m n F}{jSM} \approx$ ≈ 595 с ≈ 10 мин. Толщина слоя меди $h = \frac{m}{\rho S} = 4{,}6$ мкм.

Ответ: $\tau \approx 10$ мин; $h = 4{,}6$ мкм.

11.14.11. Масса серебра, выделившаяся на катоде, $m = kIt$, где k — электрохимический эквивалент серебра: $k = \frac{M}{nF}$, m — масса серебра: $m = \rho S d$, сила тока $I = jS$.

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$t = \frac{nF\rho d}{Mj} \approx 1{,}86 \text{ ч.}$$

Ответ: $t \approx 1{,}86$ ч.

11.14.18. КПД установки $\eta = \frac{A}{Q}$, где A — полезная работа установки, Q — количество электроэнергии, необходимой для получения из воды водорода объемом $V = 2{,}5$ л и массой M. Но если бы КПД установки был равен единице, то масса выделившегося водорода была бы пропорциональна Q. Следовательно,

$$\frac{m}{M} = \frac{A}{Q},$$

где $M = kIt$. С учетом выражения для КПД находим

$$m = \eta M, \quad \text{или} \quad m = \eta\, kIt. \qquad (1)$$

Массу водорода выразим из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad m = \frac{pV\mu}{RT}.$$

Учитывая это, выражение (1) можно представить в виде

$$\frac{pV\mu}{RT} = \eta k I t.$$

Следовательно, электролиз нужно проводить при силе тока

$$I = \frac{pV\mu}{\eta k t R T}$$

и затратить энергию

$$Q = IUt = \frac{pV\mu U}{\eta k R T} \approx 134 \text{ кДж.}$$

Ответ: $Q \approx 134$ кДж.

12.1.9. Согласно принципу суперпозиции в точке C (рис. 12.1.6) $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1}, \; B_2 = \frac{\mu_0 I_2 R_2^2}{2\pi (R_2^2 + d^2)^{3/2}}.$$

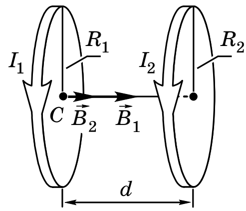


Рис. 12.1.6

а) Если токи текут в одном направлении, то $B = B_1 + B_2$. По условию $R_1 = R_2 = R$ и $I_1 = I_2 = I$. Тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I R^2}{2\pi (R^2 + d^2)^{3/2}}.$$

Подставляя числовые данные, получим $B = 24{,}9$ мкТл.

б) Если токи текут в противоположных направлениях, то $B = B_1 - B_2$; $B = 15$ мкТл.

Ответ: а) $B = 24{,}9$ мкТл; б) $B = 15$ мкТл.

12.1.11. Индукция магнитного поля бесконечно длинного провода в точке O равна $B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi R}$. Индукция магнитного кругового тока $B_2 = \mu_0 \frac{I}{2R}$. Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ сонаправлены, поэтому $B = B_1 + B_2$. Следовательно, индукция магнитного поля в центре петли равна

$$B = \frac{\mu_0 I (1 + \pi)}{2\pi R} \approx 414 \text{ мкТл}.$$

12.1.15. Если обмотка состоит из одного слоя, то индукция внутри катушки $B_1 = \frac{\mu_0 I}{d} = 7{,}6$ мТл. Необходимое число слоев обмотки соленоида

$$N = \frac{B}{B_1} = 4.$$

Ответ: $N = 4$.

12.2.32. На протон при движении будут действовать сила Лоренца

$$F_{\text{Л}} = q v_0 B$$

и сила электрического поля

$$F_{\text{эл}} = qE.$$

Запишем уравнения движения протона вдоль нормали $\vec{n}$ к траектории и оси Z, параллельной векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$ (рис. 12.2.14):

$$\frac{mv_0^2}{R} = F_{\text{л}}, \quad ma_z = F_{\text{эл}}$$

или

$$\frac{mv_0^2}{R} = qv_0B, \quad ma_z = qE.$$

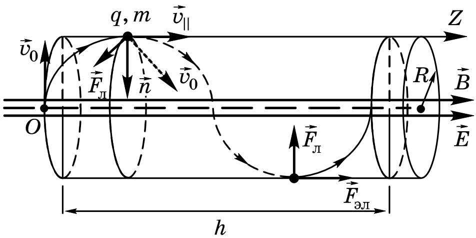


Рис. 12.2.14

Составляющая скорости, перпендикулярная направлению полей, при движении частицы не изменяется.

Вдоль оси Z протон будет двигаться с постоянным ускорением

$$a_z = \frac{qE}{m},$$

и расстояние, пройденное им вдоль оси Z,

$$s = \frac{a_z t^2}{2}.$$

Радиус R спирали и период T обращения соответственно равны:

$$R = \frac{mv_0}{qB}, \quad T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Расстояния, пройденные протоном вдоль силовых линий за время первого и второго оборотов:

$$s_1 = \frac{a_z T^2}{2} = \frac{2\pi^2 mE}{qB^2}, \; s_2 = \frac{a_z (2T)^2}{2} - \frac{a_z T^2}{2} = \frac{3 \cdot 2\pi^2 mE}{2qB^2}.$$

Эти расстояния равны соответствующим шагам витков. Поэтому

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{s_2}{s_1} = 3.$$

Ответ: $\frac{h_2}{h_1} = 3.$

12.2.33. На α-частицу при движении будут действовать сила Лоренца

$$F_{\text{Л}} = q_\alpha v_\perp B = q_\alpha (v_0 \sin \beta)\, B$$

и сила электрического поля

$$F_{\text{эл}} = q_\alpha E.$$

Запишем уравнения движения α-частицы вдоль нормали $\vec{n}$ к траектории и оси Z, параллельной векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$:

$$\frac{m_\alpha v_\perp^2}{R} = F_{\text{л}}, \quad m_\alpha a_z = F_{\text{эл}},$$

или

$$\frac{m_\alpha v_\perp^2}{R} = q_\alpha v_\perp B, \quad m_\alpha a_z = q_\alpha E,$$

где составляющая скорости, перпендикулярная направлению полей, $v_\perp = v_0 \sin \alpha$.

Вдоль оси Z α-частица будет двигаться с ускорением

$$a_z = \frac{q_\alpha E}{m_\alpha},$$

и расстояние, пройденное частицей вдоль оси Z,

$$s = v_\perp t + \frac{a_z t^2}{2} = v_0 \cos \beta t + \frac{a_z t^2}{2}.$$

Радиус R спирали и период T обращения соответственно равны:

$$R = \frac{m_\alpha v_\perp}{q_\alpha B} = \frac{m_\alpha v_0 \sin\beta}{q_\alpha B}, \quad T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m_\alpha}{q_\alpha B}.$$

Расстояния, пройденные α-частицей вдоль силовых линий за время первых четырех и пяти оборотов:

$$s_4 = (v_0 \cos\beta)\cdot 4T + \frac{a_z(4T)^2}{2} = \frac{8v_0\cos\beta\pi m_\alpha}{q_\alpha B} + \frac{32\pi^2 m_\alpha E}{q_\alpha B^2},$$

$$s_5 = (v_0 \cos\beta)\cdot 5T + \frac{a_z(5T)^2}{2} = \frac{10v_0\cos\beta\pi m_\alpha}{q_\alpha B} + \frac{50\pi^2 m_\alpha E}{q_\alpha B^2}.$$

Следовательно, шаг пятого витка спирали

$$h = s_5 - s_4 = \frac{2\pi m_\alpha}{q_\alpha B}\left(v_0\cos\beta + \frac{9\pi E}{B}\right) = \frac{4\pi m_\text{р}}{|e|B}\left(v_0\cos\beta + \frac{9\pi E}{B}\right) \approx 53 \text{ мм}.$$

Ответ: $h \approx 53$ мм.

12.2.35. Уравнения движения шарика в проекции на нормаль $\vec{n}$ к траектории и ось OZ (рис. 12.2.15):

$$\frac{mv^2}{R} = N\sin\alpha - qvB, \quad 0 = N\cos\alpha - mg,$$

где $F_\text{Л} = qvB$.

Решив данную систему уравнений, получим

$$v = \frac{-qB + \sqrt{q^2B^2 + 4m^2 g\,\text{tg}\,\alpha/R}}{2m/R}.$$

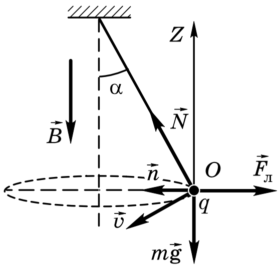


Рис. 12.2.15

Тогда период обращения шарика

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi m}{\sqrt{q^2B^2 + 4m^2 g\,\text{tg}\,\alpha/R} - qB}.$$

Так как $R = l\sin\alpha$, то

$$T = \frac{4\pi m}{\sqrt{q^2B^2 + 4m^2 g/(l\cos\alpha)} - qB} \approx 1{,}31 \text{ с}.$$

Ответ: $T \approx 1{,}31$ с.

12.3.12. На стержень действуют следующие силы: тяжести $m\vec{g}$, реакции опоры $\vec{N}$, трения $\vec{F}_\text{тр}$ между стержнем и поверхностью наклонной плоскости и Ампера $\vec{F}_\text{А}$ (рис. 12.3.7).

Запишем второй закон Ньютона в проекциях соответсвенно на оси OX и OY:

$$ma = mg\sin\alpha - F_\text{тр} - F_\text{А}\cos\alpha,$$
$$0 = N - mg\cos\alpha - F_\text{А}\sin\alpha.$$

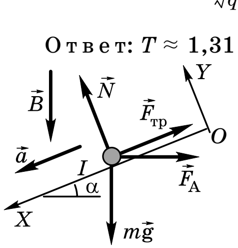


Рис. 12.3.7

Так как $F_{тр} = \mu N$, а сила Ампера $F_A = IBl$, то, решив систему приведенных уравнений, получим

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{IBl}{m}(\mu\sin\alpha + \cos\alpha) \approx 2{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a \approx 2{,}2$ м/с^2.

12.3.23. На проводник действует сила Ампера. Направление этой силы совпадает с направлением перемещения проводника. Следовательно, работа силы Ампера:

$$A = F_A l = IBLl = 8\ \text{мДж}.$$

При движении проводника в магнитном поле сила тока не остается постоянной. Для ее поддержания необходим источник тока. Работа источника по поддержанию постоянного тока и будет равна найденной работе A.

Ответ: $A = 8$ мДж.

12.4.6. Магнитный момент витка:

$$p_м = IS = I\pi R^2 \approx 0{,}04\ \text{А} \cdot \text{м}^2.$$

Механический момент силы:

$$M_z = p_м B \sin\alpha,$$

где α — угол, который составляет нормаль к плоскости контура с направлением поля. В нашем случае $\alpha = \pi/2 - \beta$. Поэтому

$$M_z = I\pi R^2 B \sin(\pi/2 - \beta) = I\pi R^2 B \cos\beta \approx 2 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $p_м \approx 0{,}04$ А · м^2; $M_z \approx 2 \cdot 10^{-3}$ Н · м.

12.4.7. Сила F_0, действующая на сторону DC, равна нулю. Сила, действующая на сторону AD, равна $F_1 = BI \cdot AD \sin\alpha = BIh$, где $h = AD \sin\alpha$ — высота треугольника, опущенная на сторону DC (см. в условии рис. 12.4.1). Аналогично сила, действующая на сторону AC, равна $F_2 = BI \cdot AC \sin\beta = BIh = F_1$. Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ перпендикулярны плоскости треугольника, направлены в противоположные стороны и приложены к серединам сторон AD и AC. Следовательно, вращающий момент образуемой ими пары сил

$$M = BIh \cdot \frac{DC}{2}.$$

Учитывая, что $h \cdot \frac{DC}{2} = S$, получаем

$$M = BIS.$$

Ответ: $F_1 = F_2 = BIh$; $M = BIS$.

12.4.8. Контур состоит из пяти прямолинейных проводников, по которым текут токи. Обозначим длину стороны квадрата через l. По закону Ома силы токов в проводниках:

$$I_1 = \frac{U}{R_{abc}} = \frac{US}{2\rho l};\ I_2 = \frac{U}{R_{ac}} = \frac{US}{\sqrt{2}\rho l}.$$

Проводники ab и cd расположены параллельно полю, поэтому $F_{ab} = 0$ и $F_{cd} = 0$, так как $\sin\alpha = 0$. Проводники bc и ad перпендикулярны полю, и на них действуют силы Ампера:

$$F_{bc} = F_{ad} = BI_1 l,$$

так как в этом случае угол $\alpha = 90°$ и $\sin\alpha = 1$. Проводник ac составляет с вектором индукции угол $\alpha = 45°$, его длина $l\sqrt{2}$, следовательно, со стороны поля на него действует сила

$$F_{ac} = BI_2\sqrt{2}\, l \sin 45°,$$

направленная в ту же сторону, что и силы F_{bc} и F_{ad}. Равнодействующая этих трех параллельных сил

$$F = 2F_{bc} + F_{ac} = Bl(2I_1 + I_2),$$

точка ее приложения совпадает с центром контура. Подставив выражения для сил токов I_1 и I_2, получаем: $F = \frac{BUS(1+\sqrt{2})}{2\rho} =$ $= 15{,}5$ Н.

Ответ: $F = 15{,}5$ Н; сила направлена перпендикулярно плоскости рисунка.

12.4.12. Выделим малый элемент кольца протяженностью Δl. На этот элемент действуют сила Ампера и упругие силы (рис. 12.4.4). Рассматриваемый элемент достаточно мал, и можно приближенно считать, что сила Ампера $\Delta F_A = IB\Delta l$. Так как элемент кольца находится в равновесии, то $\Delta F_A = 2T \sin\alpha$. Длина элемента кольца через центральный угол равна $\Delta l = R \cdot 2\alpha$, а сила $T = \sigma S$. Так как угол α мал, то $\sin\alpha \approx \alpha$. Поэтому $IBR \cdot 2\alpha = 2\sigma S \cdot \alpha$, откуда находим ответ:

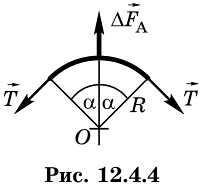


Рис. 12.4.4

$$B = \frac{\sigma S}{IR} = 2{,}3 \text{ Тл}.$$

12.9.11. Магнитный поток Ф, пронизывающий поверхность площадью $S = \pi r^2$ ($l = 2\pi r$), равный $\Phi = BS$, изменяется со временем по закону

$$\Phi = \alpha t\,\frac{l^2}{4\pi}.$$

ЭДС электромагнитной индукции и сила тока соответственно равны:

$$|\mathscr{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\alpha l^2}{4\pi},$$

$$I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{\alpha l^2}{4\pi R}.$$

При этом в кольце из проволоки выделится мощность

$$P = I^2R = \frac{\alpha^2 l^2}{16\pi^2 R} \approx 2\cdot 10^{-13}\ \text{Вт}.$$

Ответ: $P = 2\cdot 10^{-13}$ Вт.

12.9.14. При введении контура в магнитное поле площадь, пронизываемая силовыми линиями поля, будет увеличиваться по закону $S = ax$, где x — длина части контура, находящейся в зазоре: $x = vt$.

Магнитный поток, пронизывающий поверхность S,

$$\Phi = BS = Bavt$$

будет изменяться, что приведет к появлению в контуре ЭДС $|\mathscr{E}_i|$ и силы тока I:

$$|\mathscr{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = Bav, \quad I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{Bav}{R}.$$

Количество теплоты, выделившейся в контуре сопротивлением R,

$$Q = I^2Rt_0 = \frac{B^2a^2v^2}{R}\,t_0,$$

где $t_0 = a/v$ — время введения контура в зазор. Следовательно,

$$Q = \frac{B^2a^3v}{R} \approx 3{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

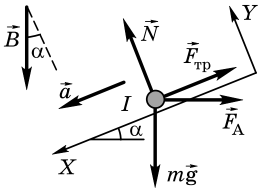


Рис. 12.9.20

12.9.25. При скольжении перемычки возникнет переменный магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$, так как изменяется площадь $S = lx$, где x — координата перемычки. Это приведет к возникновению в контуре ЭДС

$$|\mathscr{E}_i| = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = BIv\cos\alpha$$

и вызовет появление силы тока в контуре и силы Ампера, направленных так, как показано на рис. 12.9.20.

По закону Ома сила тока в контуре (см. в условии рис. 12.9.13) равна

$$I = \frac{|\mathscr{E}_i|}{R} = \frac{Blv\cos\alpha}{R}.$$

Сила Ампера, действующая на перемычку при ее движении,

$$F_A = IBl = \frac{B^2l^2v\cos\alpha}{R}.$$

Уравнения движения перемычки в проекциях соответственно на координатные оси X и Y:

$$\begin{cases} ma = mg\sin\alpha - F_A\cos\alpha - F_{тр}, \\ 0 = N - mg\cos\alpha - F_A\sin\alpha, \end{cases}$$

где $F_{тр} = \mu N$.

Решая систему приведенных уравнений, получаем

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{B^2l^2v\cos\alpha}{mR}(\mu\sin\alpha + \cos\alpha).$$

Скорость перемычки будет максимальной, когда ее ускорение станет равным нулю:

$$0 = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{B^2l^2v_{max}\cos\alpha}{R}(\mu\sin\alpha + \cos\alpha).$$

Отсюда находим о т в е т:

$$v_{max} = \frac{mgR(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{B^2l^2\cos\alpha(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)} \text{ при } \mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha.$$

12.9.26. Если к стержню приложить силу $\vec{F}$, то при его перемещении будет изменяться площадь треугольника ACD и возникнет изменяющийся со временем поток индукции $\Phi = BS$, где $S = x^2 \sin \frac{\alpha}{2}$ — площадь контура. Это приводит к возникновению в контуре ЭДС

$$|\mathscr{E}_i| = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = 2Bx \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2Bx \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) v,$$

которая вызовет появление индукционного тока I и силы Ампера:

$$F_\text{A} = IB \cdot 2x \sin \frac{\alpha}{2}.$$

По закону Ома сила тока в стержне

$$I = \frac{|\mathscr{E}_i|}{R},$$

где $R = 2\rho x \sin \frac{\alpha}{2}$ — сопротивление части стержня между точками C и D. Следовательно,

$$I = \frac{|\mathscr{E}_i|}{2\rho x \sin(\alpha/2)} = \frac{Bv}{\rho}. \tag{1}$$

С учетом выражения (1) запишем соотношение для силы Ампера:

$$F_\text{A} = \frac{2B^2 xv}{\rho} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Уравнение движения стержня имеет вид

$$ma = F - F_\text{A}, \text{ или } ma = kx - \frac{2B^2 xv}{\rho} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Скорость стержня будет максимальна, когда его ускорение станет равным нулю. Следовательно,

$$0 = k - \frac{2B^2 v_\text{max}}{\rho} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Отсюда получаем ответ:

$$v_\text{max} = \frac{\rho k}{2B^2 \sin(\alpha/2)} \approx 15{,}45 \text{ м/с}.$$

12.10.5. При размыкании цепи сила тока в катушке начнет уменьшаться, что приведет к изменению магнитного потока, пронизывающего витки катушки. При этом в катушке возникнет ЭДС самоиндукции, среднее значение которой $|\mathscr{E}_s| = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 18$ В.

Ответ: $|\mathscr{E}_s| = 18$ В.

12.10.9. Магнитный поток, пересекающий все витки катушки, $N\Phi = LI$. Изменение магнитного потока при неизменной геометрии катушки обусловлено изменением силы тока, текущего по катушке. Поэтому

$$N\Delta\Phi = L\Delta I = L(I_2 - I_1),$$

откуда

$$L = \frac{N\Delta\Phi}{I_2 - I_1} = 0{,}125 \text{ Гн}.$$

Ответ: $L = 0{,}125$ Гн.

12.10.10. Ток в катушке порождает ЭДС индукции $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, которой противодействует ЭДС самоиндукции $L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Следовательно,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = IR,$$

откуда получаем

$$\Delta q = I\Delta t = \frac{\Delta\Phi - \Delta I}{\Delta t} = 25 \text{ мкКл}.$$

Ответ: $\Delta q = 25$ мкКл.

12.10.19. Энергия магнитного поля внутри соленоида увеличится от $W_1 = \frac{LI_1^2}{2}$ до $W_2 = \frac{LI_2^2}{2}$. По условию задачи

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{LI_2^2}{2} - \frac{LI_1^2}{2}.$$

Отсюда получаем индуктивность соленоида:

$$L = \frac{2\Delta W}{I_2^2 - I_1^2} \approx 1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Ответ: $L \approx 1 \cdot 10^{-3}$ Гн.

Глава 13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

13.1.7. Частота колебаний в контуре $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Для конденсатора *1*

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}, \qquad (1)$$

а для конденсатора *2*

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}. \qquad (2)$$

Емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \qquad (3)$$

Выражая значения C_1 и C_2 из соотношений (1) и (2) и подставляя в (3), получаем

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L}\frac{1}{\nu_1^2 + \nu_2^2}.$$

Следовательно,

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{1}{4\pi^2 L}\frac{1}{\nu_1^2+\nu_2^2}}} = \sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2} = 20 \text{ кГц}.$$

О т в е т: $\nu = 20$ кГц.

13.1.26. Закон изменения напряжения на конденсаторе:

$$u = U\cos\omega t.$$

Емкость C трех последовательно соединенных конденсаторов определяем из формулы: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$, откуда получаем

$$C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}. \qquad (1)$$

Начальная энергия колебательного контура

$$W_0 = \frac{CU^2}{2}. \qquad (2)$$

Циклическая частота колебаний в контуре

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (3)$$

Так как при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждом из них одинаков и равен заряду батареи, то для начального момента времени

$$q = CU = C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_3 U_3,$$

где U_1, U_2, U_3 — амплитуды напряжений на обкладках каждого из конденсаторов. Отсюда

$$U_1 = C\frac{U}{C_1}. \qquad (4)$$

К моменту времени t_1 энергия конденсатора C_1 стала

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2}\cos^2 \omega t = \frac{C^2 U^2}{2C_1}\cos^2 \omega t. \qquad (5)$$

Эта энергия при пробое переходит в теплоту. Следовательно, энергия колебательного контура уменьшается на величину W_1: $W = W_0 - W_1$. С учетом выражений (2) и (5) имеем

$$W = \frac{CU^2}{2}\left(1 - \frac{C}{C_1}\cos^2 \omega t\right). \qquad (6)$$

Амплитуда q_0 колебаний заряда после пробоя конденсатора может быть определена из соотношения

$$W = \frac{q_0^2}{2C'}, \qquad (7)$$

где C' — емкость батареи из соединенных последовательно конденсаторов C_2 и C_3:

$$C' = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}. \qquad (8)$$

Подставляя (1), (3) и (8) в выражение (7), получаем q_0. Учитывая громоздкость выражений, предварительно вычислим C, C' и ω:

$$C = 200 \text{ мкФ}, \ C' = 400 \text{ мкФ}, \ \omega = 10^4 \text{ рад/с}.$$

Теперь находим ответ:

$$q_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 2 \text{ мКл}.$$

13.2.16. Напряжение в сети переменного тока

$$u = U_m \sin \omega t,$$

где $U_m = \sqrt{2}\,U_д$ — максимальное значение напряжения в сети, $\omega = 2\pi\nu$, $U_д$ — действующее значение напряжения. За время одного полупериода лампочка будет гореть в течение

$$\Delta t = t_2 - t_1,$$

где t_1, t_2 — моменты времени зажигания и гашения лампочки соответственно, которые найдем из условий

$$U_0 = \sqrt{2}\,U_д \sin(2\pi\nu t_1),\ t_2 = \frac{T}{2} - t_1,$$

где $T = \dfrac{1}{\nu}$ — период колебаний тока. Отсюда получаем

$$t_1 = \frac{1}{2\pi\nu}\arcsin\frac{U_0}{\sqrt{2}U_д} \approx 1{,}67 \cdot 10^{-3}\ \text{с},$$

$$t_2 = \frac{1}{2\nu} - t_1 \approx 8{,}33 \cdot 10^{-3}\ \text{с},$$

$$\Delta t \approx 6{,}66 \cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

Следовательно, за время $\Delta\tau = 1$ мин лампочка будет гореть в течение времени

$$\tau = 2\frac{\Delta\tau}{T}\Delta t = 2\nu\Delta\tau\Delta t \approx 40\ \text{с}.$$

13.2.34. Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}.$$

Из закона Ома для участка цепи

$$I_0 = \frac{U_0}{Z},$$

где I_0, U_0 — амплитудные значения силы тока и напряжения. Связь между действующим и амплитудным значениями напряжения выражается формулой

$$U_0 = \sqrt{2}\,U_д.$$

Находим амплитудное значение силы тока

$$I_0 = \frac{\sqrt{2}U_д}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}} \approx 17{,}2\ \text{А}$$

и действующее значение силы тока

$$I_д = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_д}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}} \approx 12{,}3\ \text{А}.$$

Средняя мощность переменного тока

$$N = U_д I_д \cos\varphi.$$

Коэффициент мощности $\cos\varphi$ можно найти, воспользовавшись выражением для сдвига фаз между током и напряжением:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\cos\varphi} = \frac{2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C)}{R}.$$

Отсюда получим

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}}$$

и

$$N = \frac{U_д^2 R}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}} \approx 2250 \text{ Вт}.$$

Ответ: $I_0 \approx 17{,}2$ А; $I_д \approx 12{,}3$ А; $N \approx 2250$ Вт.

13.2.39. Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

где $X_L = \omega L$, $X_C = 1/(\omega C)$ — реактивные сопротивления катушки и конденсатора соответственно, $\omega = 2\pi\nu$. Поэтому

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2} \approx 111{,}6 \text{ Ом}.$$

Сдвиг фаз между током и напряжением

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} = \operatorname{arctg}\frac{2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C)}{R} \approx 89^\circ.$$

Минимальное сопротивление цепи

$$Z_{\min} = R = 2 \text{ Ом}$$

при частоте ν_0, для которой реактивное сопротивление равно нулю:

$$2\pi\nu_0 L - \frac{1}{2}\pi\nu_0 C = 0,$$

откуда

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 142{,}4 \text{ Гц}.$$

Ответ: $Z \approx 111{,}6$ Ом; $\varphi \approx 89^\circ$; $Z_{\min} = 2$ Ом; $\nu_0 \approx 142{,}4$ Гц.

13.4.13. Частота колебаний контура $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Находим диапазон частот контура: от $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = 22{,}2$ МГц до $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = 16$ МГц.

13.4.19. Частота собственных колебаний в контуре

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (1)$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{LI_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C}. \qquad (2)$$

Решая (1) и (2), находим

$$I_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}}, \text{ или } \omega_0 = \frac{I_m}{q_m}.$$

Следовательно, длина волны, на которую настроен колебательный контур, и емкость конденсатора соответственно равны:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_0} = \frac{2\pi c q_m}{I_m} \approx 37{,}7 \text{ м},$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{q_m^2}{I_m^2 L} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света.

Ответ: $\lambda \approx 37{,}7$ м; $C = 2 \cdot 10^{-9}$ Ф.

Часть 4
ОПТИКА

Глава 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

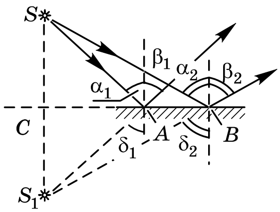


Рис. 14.2.8

14.2.2. Выберем два произвольных луча SA и SB, падающих на зеркало (рис. 14.2.8). Отраженные лучи построим, используя закон отражения. Заметим, что они расходятся и пересекутся только их продолжения в точке S_1, которая является мнимым изображением точки S, так как в ней пересекутся продолжения любых других отраженных от зеркала лучей. Покажем это. Треугольники SAB и S_1AB имеют общую сторону AB и пары равных углов $\angle SAC = \angle S_1AC$, $\angle SBC = \angle S_1BC$ $\left(\angle SAC = \frac{\pi}{2} - \alpha_1,\ \angle S_1AC = \frac{\pi}{2} - \delta_1\right.$, но $\delta_1 = \beta_1$ как углы вертикальные, а $\beta_1 = \alpha_1$ по закону отражения$\left.\right)$. Следовательно,

$$\Delta SAB = \Delta S_1AB.$$

Из равенства треугольников следует равенство высот, опущенных на сторону AB. Для любых ΔSAB высотой является перпендикуляр к зеркалу (или его продолжению), равный расстоянию SC, и любые лучи отразятся от зеркала так, что их продолжения пройдут через точку S_1, которая и будет изображением точки S. Это изображение мнимое — его можно видеть, фотографировать, но получить на экране нельзя.

Ответ: изображение мнимое; рис. 14.2.8.

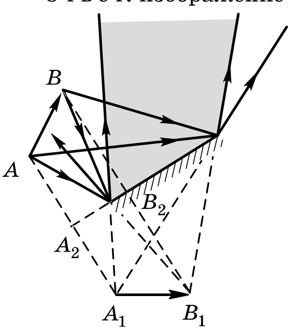


Рис. 14.2.9

14.2.3. Построим симметричный отрезок A_1B_1 (опустим перпендикуляры AA_2 и BB_2 на плоскость зеркала и отложим на них равные отрезки $AA_2 = A_2A_1$ и $BB_2 = B_2B_1$). Соединим точки A_1 и B_1, A_1B_1 — мнимое изображение отрезка AB (рис. 14.2.9).

Для того чтобы видеть изображение какой-либо точки предмета в зеркале, необходимо, чтобы в отраженном потоке лучей, идущих из этой точки на зеркало, нашлись бы лучи, попадающие в глаз наблюдателя. В данном примере в глаз должны попасть отраженные лучи, идущие из точек A и B.

Чтобы видеть весь предмет, глаз наблюдателя следует расположить так, чтобы в него могли попасть лучи, дающие изображения точек A и B. Как видно из чертежа, пространство, в каждой точке которого встречаются эти лучи, удовлетворяющие такому условию, заключено внутри затемненного треугольника (см. рис. 14.2.9).

Ответ: рис. 14.2.9.

14.2.5. Построим изображение источника света (лампы) — точку A', затем построим прямую, соединяющую точки A' и B: точка O пересечения этой прямой с поверхностью воды будет искомой точкой (рис. 14.2.10).

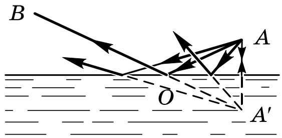


Рис. 14.2.10

Ответ: точка O.

14.2.14. Из рисунка 14.2.11 видно, что

$$r_{\min} = AB + BC,$$

где $AB = R\cos\varphi$ и $BC = (R + R\sin\varphi)\operatorname{tg}\varphi$.

Следовательно,

$r_{\min} = R\,[\cos\varphi + (1 + \sin\alpha)\operatorname{tg}\alpha] = 26$ см.

Ответ: $r_{\min} = 26$ см.

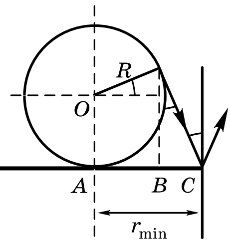


Рис. 14.2.11

14.3.1. На рисунке 14.3.5 β — угол падения луча на плоскость AB, а γ — угол падения луча на плоскость AC. В треугольнике BCO $\beta + \gamma = \pi - \delta$. Так как $OB \perp AB$, а $OC \perp AC$, то в четырехугольнике $ABOC$ угол $\delta = \pi - \alpha$. Таким образом,

$$\beta + \gamma = \pi - \delta = \alpha.$$

Из треугольника BCD получаем, что искомый угол

$$\varepsilon = \pi - 2(\beta + \gamma) = \pi - 2\alpha.$$

Ответ: $\varepsilon = \pi - 2\alpha$.

14.3.4. Светящаяся точка даст два мнимых изображения S_1 и S_2, расположенных относительно зеркал OA и OB симметрично точке S (рис. 14.3.6).

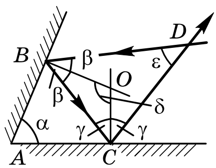


Рис. 14.3.5

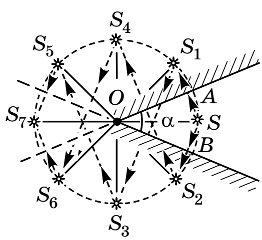


Рис. 14.3.6

Из равенства треугольников AOS, BOS, AOS_1, BOS_2 следует, что изображения S_1 и S_2 лежат на дуге окружности с центром в точке O и радиусом $R = OS$. При этом $\angle SOS_1 = \alpha$. Мнимый источник света S_1 отражается в зеркале OB, давая изображение S_3, лежащее на той же окружности, причем $\angle SOS_3 = 2\alpha = 90°$. Аналогично образуется изображение S_4 источника S_2 в зеркале OA. Следующие изображения S_5 и S_6 образуются так же, а $\angle SOS_5 = \angle SOS_6 = 3\alpha = 135°$. Изображения S_5 и S_6, отражаясь в зеркалах OB и OA соответственно, дадут изображения, которые наложатся друг на друга в точке S_7. Следовательно, будет семь изображений точки S, т. е. $N = 7$.

Ответ: $N = 7$.

14.3.5. Расстояние $|AO|$ (рис.14.3.7) между неподвижным источником света O и движущимся равномерно со скоростью v_1 зеркалом изменяется со временем по закону $|AO| = x_0 - v_1 t$.

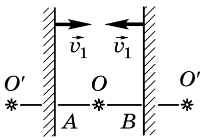


Рис. 14.3.7

Расстояние $|OO'|$ между источником O и его изображением $|O'|$ равно удвоенному расстоянию $AO|$:

$$|OO'| = 2|AO| = 2x_0 - 2v_1 t,$$

а расстояние между изображениями O' и O'' равно учетверенному расстоянию $|AO|$:

$$|O'O''| = 4|AO| = 4x_0 - 4v_1 t.$$

Таким образом, изображения O' и O'' сближаются со скоростью $v = 4v_1$. Следовательно,

$$v_1 = \frac{v}{4} = 1{,}25 \text{ м/с}.$$

14.5.1. Из рисунка 14.5.3 видно, что угол падения солнечных лучей $\alpha = 90°$. Из закона преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, или $\frac{1}{\sin\beta} = n$, откуда $\sin\beta = \frac{1}{n} = 0{,}75$; $\beta \approx 49°$. Следовательно, пловец видит солнце под углом

$$\varphi = \alpha - \beta = 41°$$

к поверхности воды.

14.5.11. Если направить на край плота в т. A луч света под углом α, то граница тени будет проходить через т. B (рис. 14.5.4). Отрезок $OB = OC - CB$. Далее находим (см. ΔABC):

$$OB = R - AC \operatorname{tg}\gamma = R - h \operatorname{tg}\gamma.$$

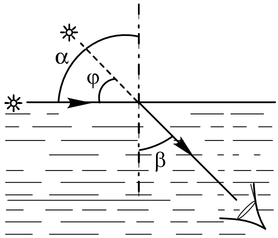


Рис. 14.5.3

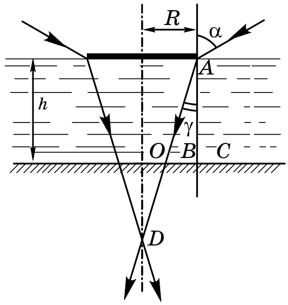


Рис. 14.5.4

Из закона преломления запишем

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n},$$

где n — показатель преломления воды. Тогда

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

В точку A свет попадает под разными углами, но самое большое значение угла преломления γ будет при $\alpha \to 90°$, тогда $\sin\alpha \to 1$ и

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Поэтому

$$OB = R - \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

При освещении плота рассеянным светом в воде образуется конус с вершиной D, внутрь него свет попасть не может — там тень. На дне образуется темный круг, радиус которого

$$r = R - \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} \approx 0{,}72 \text{ м}.$$

Задача имеет решение, если $R \geqslant \dfrac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$, в противном случае дно будет равномерно освещено.

Ответ: $r \approx 0{,}72$ м.

14.6.1. Так как $\sin\alpha = \dfrac{1}{n}$, то $\sin\alpha_{кр} = \dfrac{1}{n_{кр}} = 0{,}66$; $\alpha_{кр} = 41{,}5°$;

$\sin\alpha_ф = \dfrac{1}{n_ф} = 0{,}65$; $\alpha_ф = 40{,}8°$.

Ответ: $\alpha_{кр} = 41{,}5°$; $\alpha_ф = 40{,}8°$.

14.6.4. Из ΔSOA находим радиус, удовлетворяющий условию (рис. 14.6.1) $R = H\,\mathrm{tg}\,\alpha_0$. Так как $\sin\alpha_0 = \dfrac{1}{n}$, то $\mathrm{tg}\,\alpha_0 = \dfrac{1}{\sqrt{n^2-1}}$.

Поэтому

$$R = \frac{H}{\sqrt{n^2-1}} = 3\ \text{м}.$$

Ответ: $R = 3$ м.

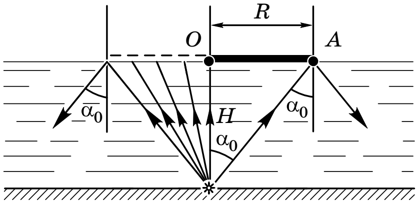


Рис. 14.6.1

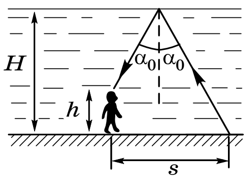


Рис. 14.6.2

14.6.8. Из геометрии рисунка 14.6.2

$$s = (H-h)\,\mathrm{tg}\,\alpha_0 + H\,\mathrm{tg}\,\alpha_0,$$

где α_0 — предельный угол полного внутреннего отражения; $\sin\alpha_0 = \dfrac{1}{n}$,

$\mathrm{tg}\,\alpha_0 = \dfrac{\sin\alpha_0}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_0}}$.

Решив данную систему уравнений, получим ответ:

$$s = \frac{2H-h}{\sqrt{n^2-1}}.$$

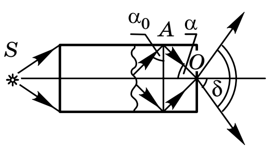


Рис. 14.6.3

14.6.12. Внутри световода распространяются только лучи, падающие на его боковую поверхность под углом $\alpha \geqslant \alpha_0$ (рис. 14.6.3).

Луч, вышедший через центр торца световода, в точке A претерпел полное внутреннее отражение, поэтому угол падения

$$\alpha = 90° - \alpha_0.$$

Угол преломления γ найдем из закона преломления:

$$\sin\gamma = n\sin\alpha = n\sin(90^\circ - \alpha_0) = n\cos\alpha_0.$$

Угловая апертура выходящего пучка $\beta = 2\gamma$. Известно, что

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

Тогда

$$\cos\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n},$$

$$\sin\gamma = \sqrt{n^2 - 1}.$$

Это уравнение имеет решение, если $0 \leqslant \sqrt{n^2 - 1} \leqslant 1$. Следовательно,

$$1 < n \leqslant \sqrt{2}.$$

Если $1 < n < \sqrt{2}$, то $\beta = 2\arcsin\sqrt{n^2 - 1}$; если $n = \sqrt{2}$, то $\beta = 180^\circ$.

Ответ: $\beta = 2\arcsin\sqrt{n^2 - 1}$.

14.7.2. Смещение луча $l = AB\sin(\alpha - \beta)$, где β — угол преломления луча в стекле (рис. 14.7.3). Находим толщину пластинки:

$$d = AB\cos\beta = \frac{l\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}.$$

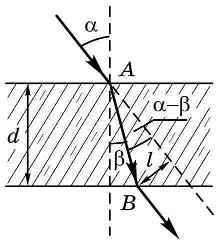


Рис. 14.7.3

Согласно закону преломления $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$,

т. е. $\cos\beta = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}$, поэтому

$$d = \frac{l\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sin\alpha(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha)} \approx 39 \text{ мм}.$$

Ответ: $d \approx 39$ мм.

14.7.3. Согласно закону преломления $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$. Из $\Delta\, DAC$ (рис. 14.7.4) сторона $DA = d\ \mathrm{tg}\,\beta$, а $BA = 2DA = 2\alpha\ \mathrm{tg}\,\beta$, тогда

$$l = BA\sin(90^\circ - \alpha).$$

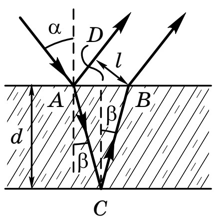


Рис. 14.7.4

Из приведенных уравнений получим ответ:

$$l = \frac{d\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 1{,}5 \text{ см}.$$

14.7.7. По закону преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$. Если $\sin\beta = \frac{n_1}{n}$, где n_1 — показатель преломления воды, то произойдет полное внутреннее отражение от поверхности раздела стекло—вода. Тогда $\sin\alpha = n\sin\beta = n_1 = 1{,}33$, т. е. условия задачи неосуществимы.

Ответ: такого угла нет.

14.7.8. Разобьем всю пластину на N достаточно тонких слоев, таких, что в пределах каждого слоя показатель преломления можно считать неизменным, а луч — прямолинейным (рис. 14.7.5).

Законы преломления на границах слоев имеют вид:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1} = \frac{n_1}{n},\ \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1},\ \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2},\ \ldots,\ \frac{\sin\alpha_N}{\sin\alpha_{N+1}} = \frac{n_{N+1}}{n_N},$$

где $(N + 1)$-й слой лежит уже за пределами пластины, т. е. α_{N+1} — это угол, под которым луч выходит из пластины, а $n_{N+1} = n$. Перемножая вышеприведенные равенства, получаем

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_{N+1}} = \frac{n_{N+1}}{n} = \frac{n}{n} = 1,$$

откуда следует, что $\alpha_{N+1} = \alpha$. Таким образом, вышедший из пластины луч будет параллелен лучу, падающему на пластину.

Ответ: $\alpha_{N+1} = \alpha$.

14.7.10. Проследим ход произвольного луча. Луч падает на грань CD под углом α_1, преломляется под углом β_1 и попадает на грань ED под углом α_2 (рис. 14.7.6).

Для того чтобы луч вышел из стекла, необходимо, чтобы угол падения α_2 был меньше предельного угла полного внутреннего отражения для границы стекло—воздух: $\alpha_2 < \alpha_n$.

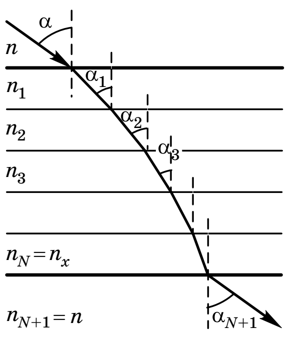


Рис. 14.7.5

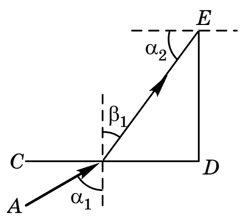


Рис. 14.7.6

По закону преломления $n_\text{с}\sin\alpha_n = n_\text{воз}\sin 90^\circ$ ($n_\text{воз} = 1$), откуда

$$\sin\alpha_n = \frac{1}{n_\text{с}}.$$

Следовательно,

$$\sin\alpha_2 < \frac{1}{n_\text{с}}. \qquad (1)$$

Для границы воздух — стекло запишем закон преломления:

$$n_\text{воз}\sin\alpha_1 = n_\text{с}\sin\beta_1, \qquad (2)$$

откуда

$$\sin\beta_1 = \frac{\sin\alpha_1}{n}. \qquad (3)$$

Так как $\alpha_2 = 90^\circ - \beta_1$, то

$$\sin\alpha_2 = \cos\beta, \qquad (4)$$

$$\cos\beta_1 = \sqrt{1-\sin^2\beta_1}. \qquad (5)$$

Решив систему уравнений (1)—(5), получим

$$\sin^2\alpha_1 > n_\text{с}^2 - 1.$$

Подставив значение показателя преломления $n_\text{с} = 1{,}5$, получим

$$\sin^2\alpha_1 > 1{,}25.$$

Данное неравенство не имеет решения. Поэтому ни один луч, попавший на нижнюю грань CD, не выйдет через боковую грань ED кубика.

14.8.4. Полное внутреннее отражение выходящего луча наступит при $\beta_2 = 90^\circ$ (рис. 14.8.8). Согласно закону преломления $\sin\beta_2 = n\sin\alpha_2$ или $n\sin\alpha_2 = 1$, откуда

$$\alpha_2 = \arcsin\frac{1}{n} = 41{,}8^\circ.$$

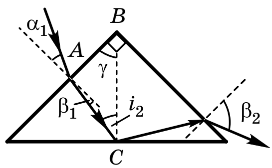


Рис. 14.8.8

Поскольку сумма углов 45°, $90^\circ - \beta_1$ и $90^\circ - \beta_2$ треугольника ABC равна 180°, найдем $\beta_1 = 45^\circ - \beta_2 = 3{,}2^\circ$. Далее имеем $\sin\alpha_1 = n\sin\beta_1$, откуда $\alpha_1 = \arcsin(n\sin\beta_1) = 4{,}7^\circ$.

Ответ: $\alpha_1 = 4{,}7^\circ$.

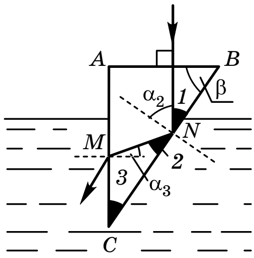


Рис. 14.8.9

14.8.8. Для того чтобы свет вышел в воду через грань AC, необходимо, чтобы на границе BC произошло полное внутреннее отражение. При этом $\alpha_2 \geqslant \alpha_n$ (угол падения больше или равен предельному углу), а угол падения на грань AC α_3 был меньше предельного угла полного внутреннего отражения. Построим ход луча (рис. 14.8.9). Учтем, что $\beta = \alpha_2$ или $\beta = \alpha_n$.

Для нахождения предельного угла запишем закон преломления. Для случая полного отражения

$$n_{\text{ст}} \sin \alpha_n = n_{\text{в}} \sin 90°,$$

где $n_{\text{в}} = 1{,}3$ — показатель преломления воды, $n_{\text{ст}} = 1{,}5$ — показатель преломления стекла. Из последнего равенства имеем

$$\sin \alpha_n = \frac{n_{\text{в}}}{n_{\text{ст}}},\ \alpha_n = \arcsin \frac{1{,}3}{1{,}5},\ \alpha_n = 62{,}5°,\ \beta \geqslant 62{,}5°.$$

Для того чтобы луч достиг грани AC, угол призмы β должен быть больше или равен $62{,}5°$.

Для того чтобы свет вышел через грань AC, угол падения α_3 должен быть меньше предельного, т. е. $\alpha_3 < 62{,}5°$. Из рисунка находим

$$\angle AMN = \angle 1 + \angle 3,$$

$$90° - \alpha_3 = 2(90° - \beta) \Rightarrow 2\beta = 90° + \alpha_3 \Rightarrow \beta < 76{,}2°.$$

Таким образом, для того чтобы свет вышел через грань AC, угол β должен удовлетворять условию:

$$62{,}5° \leqslant \beta < 76{,}2°.$$

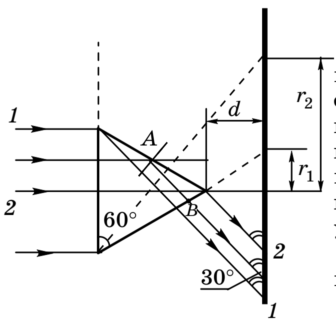


Рис. 14.8.10

14.8.11. На чертеже (рис. 14.8.10) покажем осевое сечение. Сначала рассмотрим ход одного из лучей. На первой границе свет не изменит направление распространения. Выясним, что произойдет при падении света на боковую поверхность конуса. Построим угол падения $\alpha = 60°$.

Вычислим предельный угол полного отражения:

$$\sin \alpha_n = \frac{1}{n},\ \alpha_n = \arcsin \frac{1}{n},\ \alpha_n = 42°.$$

В точке A произойдет полное отражение, так как $\alpha > \alpha_n$. Отраженный луч попадает в точку B и выходит в воздух, не меняя направления. Так как все падающие лучи от *1* до *2* параллельны между собой, то и все преломленные лучи параллельны.

Все лучи, расположенные ниже оси конуса, после преломления отклоняются вверх на такой же угол. Тогда освещенная область имеет вид кольца с внешним радиусом r_2 и внутренним r_1.

Лучи, вышедшие через боковую поверхность конуса, составляют угол 30° с вертикалью, поэтому $r_1 = \alpha\sqrt{3}$.

Расстояние от центра равностороннего треугольника до экрана Э $l = d + \frac{2R}{\sqrt{3}}$, поэтому $r_2 = l\,\mathrm{ctg}\,30° = d\sqrt{3} + 2R$.

Находим площадь освещенного кольца:

$$S = \pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) = \frac{3}{4}\pi R\left(3R + 4d\sqrt{3}\right) \approx 126\ \text{см}^2.$$

14.8.12. Так как наблюдатель находится далеко от конуса, то лучи к нему должны приходить параллельными. А это возможно, если луч от края монеты будет идти так, как показано на рисунке 14.8.11. Следовательно, $r = OB \cdot \sin\alpha$.

Треугольник SBO — равнобедренный, поэтому $SO = OB = R$. Площадь изображения монеты $S_1 = \pi r^2 = \pi R^2 \sin^2\alpha$. Площадь монеты $S_2 = \pi R^2$. Находим отношение площадей

$$\eta = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{\sin^2\alpha} = 4.$$

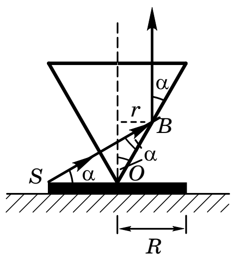


Рис. 14.8.11

Ответ: площадь изображения монеты меньше площади монеты в $\eta = 4$ раза.

14.9.5. Построим ход луча, расположенного выше оси пучка (рис. 14.9.5). На основании закона преломления

$$n \sin\alpha_1 = \sin\gamma_1.$$

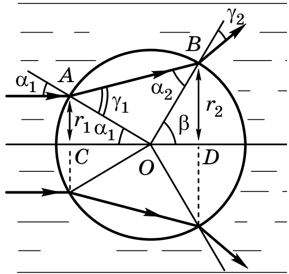


Рис. 14.9.5

Угол падения на вторую границу $\alpha_2 = \gamma_1$, так как $\Delta\, AOB$ — равнобедренный. По условию задачи $\frac{S_2}{S_1} = 4$, следовательно, $\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = 4$, где r_2 и r_1 — радиусы сечений на выходе и входе света, откуда $\frac{r_2}{r_1} = 2$.

С другой стороны, из ΔAOC и ΔBOD находим

$$r_1 = R \sin \alpha = R \sin \alpha_1,\ r_2 = R \sin \beta,$$

где R — радиус пузырька воздуха. Поэтому

$$\frac{R\sin\beta}{R\sin\alpha_1} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha_1} = 2.$$

Найдем угол β. Из рисунка видно, что

$$\angle COA + \angle AOB + \angle BOD = 180°,$$

тогда запишем

$$\alpha_1 + (180° - (\gamma_1 + \alpha_2)) + \beta = 180°,$$

так как $\alpha_2 = \gamma_1$, $\beta = 2\gamma_1 - \alpha_1$;

$$\begin{cases} \frac{\sin(2\gamma_1 - \alpha_1)}{\sin\alpha_1} = 2, \\ n \sin \alpha_1 = \sin \gamma. \end{cases}$$

По условию задачи пучок света узкий. Из этого следует, что все углы малы, поэтому отношение синусов можно заменить отношением углов:

$$\begin{cases} \frac{2\gamma_1 - \alpha_1}{\alpha_1} = 2, \\ n\alpha_1 = \gamma_1. \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений, получим ответ:

$$n = 1{,}5.$$

14.11.7. Без линзы пучок световых лучей сходится в точке A, с линзой — в точке A' (рис. 14.11.2); A — «мнимый» предмет, A' — действительное изображение. Из формулы линзы

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{b+x} + \frac{1}{b}$$

найдем $F = \dfrac{b(b+x)}{x} = 60$ см.

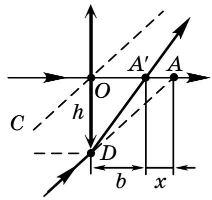


Рис. 14.11.2

О т в е т: $F = 60$ см.

14.12.7. Запишем формулу линзы и увеличение для трех положений предмета:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{AO} - \frac{1}{f_1},\ \Gamma_1 = \frac{f_1}{AO};\ \frac{1}{F} = \frac{1}{BO} + \frac{1}{f_2},$$

$$\Gamma_2 = \frac{f_2}{BO};\ \frac{1}{F} = \frac{1}{CO} - \frac{1}{f_3},\ \Gamma_3 = \frac{f_3}{CO},$$

где $CO = \dfrac{AO + BO}{2}$.

Решив данную систему уравнений, получим о т в е т:

$$\Gamma_3 = \frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_2 - \Gamma_1} = 12.$$

14.12.11. Из симметрии (рис. 14.12.6) видно, что основание AB трапеции находится от линзы на расстоянии $d_{AB} = F/2$. Из форму-

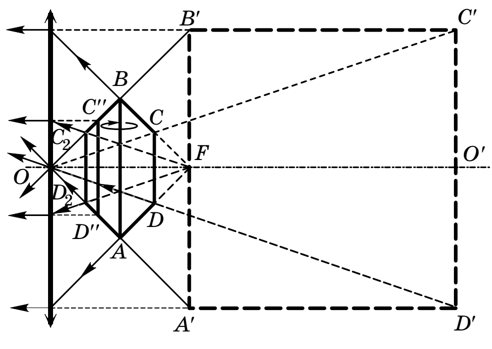


Рис. 14.12.6

лы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_{AB}} - \frac{1}{f_{A'B'}}$ найдем расстояние от линзы до изображения основания $C'D'$ трапеции:

$$f_{A'B'} = F.$$

Из соотношения $\frac{A'B'}{AB} = \frac{f_{A'B'}}{d_{AB}}$ определим высоту изображения:

$$A'B' = 2AB.$$

Основание CD трапеции расположено от линзы на расстоянии $d_{CD} = d_{AB} + h = \frac{3}{4}F$. Из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_{AB}} - \frac{1}{f_{C'D'}}$ найдем расстояние от линзы до $C'D'$:

$$f_{C'D'} = 3F.$$

Сторона $B'C' = f_{C'D'} - f_{A'B'} = 2F$. Следовательно, площадь изображения, имеющего вид прямоугольника,

$$S_1 = A'B' \cdot B'C' = 2\,AB \cdot 2F = 4\,AB \cdot F.$$

Если трапецию повернуть на 180°, то сторона CD будет находиться от линзы на расстоянии $d_{C''D''} = f_{AB} - h = F/4$. Из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_{C''D''}} - \frac{1}{f_{C''D''}}$ определим расстояние от линзы до изображения стороны $C''D''$:

$$f_{C''D''} = F/3.$$

Высота изображения, имеющего вид трапеции,

$$H = f_{A'B'} - f_{C''D''} = F - \frac{F}{3} = \frac{2}{3}F.$$

Из соотношения $\frac{CD}{AB} = \frac{F/4}{F/2} = \frac{1}{2}$ следует, что $CD = AB/2$. Из отношения сторон $\frac{CD}{C''D''} = \frac{f_{C''D''}}{d_{C''D''}} = \frac{F/3}{F/4} = \frac{4}{3}$ найдем основание $C''D''$ трапеции:

$$C''D'' = \frac{4}{3}CD = \frac{2}{3}AB.$$

Площадь изображения, имеющего вид трапеции:

$$S_2 = \frac{A'B' + C''D''}{2}H = \frac{2AB + 2AB/3}{2}\frac{2F}{3} = \frac{8}{9}AB \cdot F.$$

Вычислим отношение площадей:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\ AB \cdot F}{8\ AB \cdot F/9} = 4{,}5.$$

Ответ: $\frac{S_1}{S_2} = 4{,}5$; рис. 14.12.6.

14.13.3. Один из лучей *1* направим по главной оптической оси O_1O_2 другой *2* под произвольным углом к ней. Строим побочную оптическую ось O_3O_4, параллельную падающему лучу, и фокальную плоскость. Преломленный луч как будто бы вышел из точки F_1. Мнимое изображение находится в точке S_1 (рис. 14.13.9).

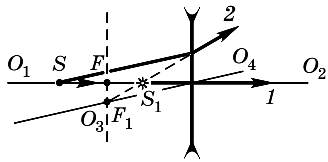


Рис. 14.13.9

Ответ: рис. 14.13.9.

14.13.8. На рис. 14.13.10 изображены: O_1O_2 — главная оптическая ось, *1* — луч, падающий на линзу, *2* — луч, преломленный линзой. Для определения положения линзы продолжим лучи *1* и *2* до их пересечения (точка C). Линза расположена перпендикулярно главной оптической оси и проходит через точку C.

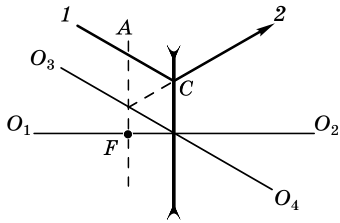


Рис. 14.13.10

Такой ход лучей возможен, если линза рассеивающая. Для того чтобы определить положение ее фокуса, проводим побочную оптическую ось O_3O_4 и фокальную плоскость A. Продолжение преломленного луча дает положение фокуса. Для нахождения второго фокуса поступим аналогично.

Ответ: рис. 14.13.10.

14.14.4. Формула линзы:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = D - \frac{1}{d} = \frac{Dd - 1}{d}.$$

Расстояние до изображения:

$$f = \frac{d}{Dd - 1} = -5{,}6 \text{ см};$$

$f < 0$, изображение предмета мнимое.

Увеличение линзы равно

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{d},\ \Gamma = \frac{1}{|Dd - 1|} = 0{,}44.$$

Ответ: $f = -5{,}6$ см; $\Gamma = 0{,}44$.

14.14.9. Для рассеивающей линзы точка пересечения лучей сходящегося пучка — это мнимый источник, поэтому

$$-\frac{1}{F} = -\frac{1}{d} + \frac{1}{F} \quad (f = F \text{ по условию}).$$

Для собирающей линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

Решив данную систему уравнений, получим $f = \frac{F}{3} = 3$ см.

О т в е т: $f = 3$ см.

14.14.12. Построим изображение источника света S' и светлое пятно на экране (рис. 14.14.1). Так как $\Delta\, S'AO \sim \Delta\, S'A'O'$, то

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{l+f}{f}. \qquad (1)$$

Из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$ и уравнения (1) получим о т в е т:

$$D_2 = D_1\left(1 + \frac{l}{d} + \frac{l}{d}\right) = 7 \text{ см}.$$

14.15.2. На шарик при движении по окружности радиусом R_0 действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Уравнения движения шарика (рис. 14.15.2) в проекциях на OX и OY соответственно:

$$m\omega^2 R_0 = T\sin\alpha,$$
$$0 = T\cos\alpha - mg,$$

где ω — угловая скорость шарика. Решив эту систему уравнений, получим

$$\omega = \sqrt{\frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{R_0}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - R_0^2}}}.$$

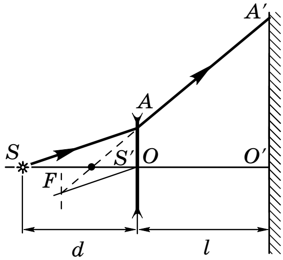


Рис. 14.14.1

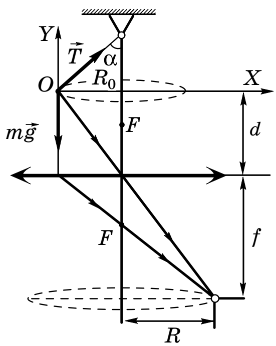


Рис. 14.15.1

Формула линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где f — расстояние от линзы до плоскости вращения изображения. Следовательно, $f = \frac{dF}{d - F}$.

С другой стороны, увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{f}{d}, \text{ или } \Gamma = \frac{R}{R_0},$$

откуда находим о т в е т:

$$\omega = \sqrt{g}\left[l^2 - \frac{R^2(d-f)^2}{F^2}\right]^{-1/4}$$

14.17.2. Расположим линзы на расстоянии l друг от друга (рис. 14.17.1). Предмет AB находится на расстоянии d_1 от первой линзы. Формула линзы для этого случая:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}.$$

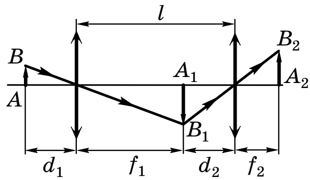


Рис. 14.17.1

Изображение A_1B_1 является предметом для второй линзы, для нее формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{l - f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

Сложим полученные равенства:

$$\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} + \frac{1}{l - f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

По условию задачи линзы сложены вместе, т. е. $l = 0$, а $\frac{1}{F} = D$.

Оптическая сила системы

$$D_0 = D_1 + D_2 = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_2},$$

где d_1 — расстояние от предмета до системы, f_2 — расстояние от системы до изображения, или

$$D_0 = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F}.$$

Отсюда находим фокусное расстояние системы:

$$F = \frac{F_1F_2}{F_1 + F_2}.$$

14.17.3. Для рассеивающей линзы ее увеличение

$$\Gamma_1 = \left|\frac{f_1}{d_1}\right|,$$

а расстояние от линзы до изображения

$$f_1 = \frac{-dF_1}{d + F_1}.$$

Следовательно, ее фокусное расстояние

$$F_1 = \frac{\Gamma_1 d}{1 - \Gamma_1}, \quad F_1 = \frac{d}{4}.$$

Для системы линз по аналогии запишем:

$$\Gamma_1 = \frac{F_c}{d + F_c}, \quad F_c = \frac{d\Gamma_1}{1 - \Gamma_2}, \quad F_c = \frac{d}{2}.$$

Воспользуемся тем, что оптическая сила системы линз равна

$$D_c = D_1 + D_2.$$

По условию система обладает свойствами рассеивающей линзы ($D_c > 0$), первая линза — рассеивающая ($D_1 < 0$), вторая линза — собирающая, поэтому

$$-\frac{1}{F_c} = -\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2};$$

фокусное расстояние собирающей линзы

$$F_2 = \frac{F_1 F_c}{F_c - F_1}, \ F_2 = \frac{\frac{d}{4} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{d}{2} - \frac{d}{4}} = \frac{d}{2},$$

откуда

$$d = 2F_2$$

и

$$f_2 = \frac{dF_2}{d - F_2}, \quad f_2 = 2F_2.$$

Увеличение собирающей линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = 1.$$

14.17.4. Построим изображение точки S, которое дает система линз (рис. 14.17.2), — точку S'. Изображение S_1', создаваемое первой линзой, является мнимым источником для второй линзы.

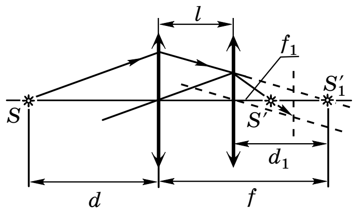


Рис. 14.17.2

Запишем формулу линзы для первой и второй линз соответственно

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad -\frac{1}{F} = -\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}.$$

Из рис. 14.17.2 находим $f = l + d_1$.

Решив систему уравнений, найдем расстояние от второй линзы до изображения точки:

$$f_1 = \frac{F(Fd + l(F - d))}{F(2d - F) + l(F - d)} = 2{,}25 \text{ см}.$$

Ответ: $f_1 = 2{,}25$ см.

14.17.11. Предмет должен находиться на расстоянии d_1 от рассеивающей линзы, а его изображение — на расстоянии f_1 от нее, причем $f_1 > F_2 - l$, что следует из рисунка 14.17.3.

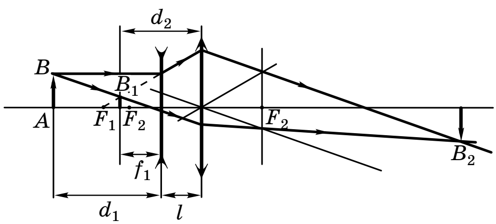


Рис. 14.17.3

Рассмотрим предельный случай, когда $f_1 = F_2 - l$. Тогда формула рассеивающей линзы:

$$-\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{F_2 - l}.$$

Из этого равенства находим расстояние от предмета до линзы:

$$d_1 = \frac{F_1(F_2 - l)}{F_1 - F_2 + l}, \quad d_1 = 10 \text{ см}.$$

Для того чтобы система давала действительное изображение, предмет должен находиться от линзы на расстоянии, большем чем 10 см, т. е. 10 см $< d_1 < \infty$.

Ответ: 10 см $< d_1 < \infty$.

14.17.12. Определим фокусное расстояние рассеивающей линзы:

$$F_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{-2} = -0{,}5 \text{ м}.$$

Построим изображение, даваемое собирающей линзой (рис. 14.17.4, *а*). Из рисунка видно, что собирающая линза дает действительное изображение. В этом случае формула линзы имеет вид

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}.$$

Для рассеивающей линзы предмет A_1B_1 будет мнимым (рис. 14.17.4, *б*), а его изображение A_2B_2 — действительным, поэтому

$$D_2 = \frac{1}{F_2} = -\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}.$$

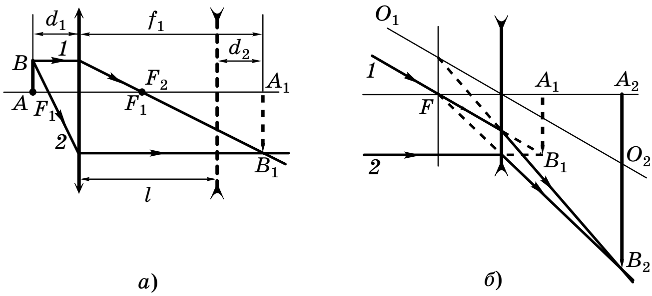


Рис. 14.17.4

Решив данную систему уравнений и подставив числовые значения, получим

$$f_2 = 0{,}75 \text{ м}.$$

Увеличение системы

$$\Gamma = \Gamma_1\Gamma_2 = \frac{f_1}{d_1}\left|\frac{f_2}{d_2}\right| = 5.$$

Ответ: $f_2 = 0{,}75$ м; $\Gamma = 5$.

14.18.3. Зеркало З дает изображение линзы (рис. 14.18.3). Запишем формулу линзы соответственно для первой линзы и для линзы «отраженной» в зеркале:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \qquad \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}.$$

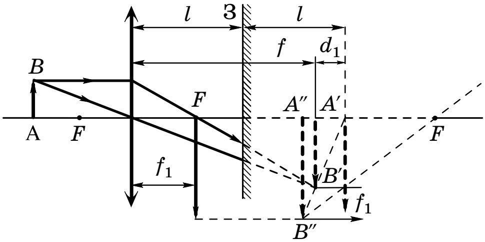


Рис. 14.18.3

Из рисунка находим $f + d_1 = 2l$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$f_1 = \frac{F(2ld - 2lF - dF)}{2Fd - F^2 - 2ld + 2lF} = 3 \text{ см}.$$

Ответ: на расстоянии $f_1 = 3$ см от первой линзы.

14.19.1. Существуют две формулы для нахождения увеличения лупы:

$$\Gamma_1 = \frac{d_0}{F} \text{ и } \Gamma_2 = \frac{d_0}{F} + 1.$$

Первая формула справедлива для случая, когда предмет находится в главном фокусе, а глаз аккомодирован на бесконечность, вторая — для случая, когда изображение находится на расстоянии наилучшего зрения $d_0 = 25$ см. Подставив числовые данные в вышеприведенные формулы, находим

$$\Gamma_1 = \frac{d_0}{F} = 20, \ \Gamma_2 = \frac{d_0}{F} + 1 = 21.$$

14.19.4. Увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}. \tag{1}$$

Формула линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}. \tag{2}$$

По условию $f = d_0$, где d_0 — расстояние наилучшего зрения.

Решив систему уравнений (1), (2) с учетом, что $f = d_0$, получим ответ:

$$F = \frac{d_0}{\Gamma - 1} \approx 3{,}6 \text{ см}, \quad D = \frac{\Gamma - 1}{d_0} = 28 \text{ дптр}.$$

14.20.1. Когда человек смотрит на звезду, оптическая сила хрусталика глаза

$$D_1 = \frac{1}{d_\infty} + \frac{1}{f},$$

а когда он смотрит на книгу, то

$$D_2 = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{f},$$

где f — глубина глаза (она не изменяется), $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, $d_\infty \to \infty$.

Следовательно, оптическая сила хрусталика глаза изменится на

$$\Delta D = D_2 - D_1 = \frac{1}{d_0} = 4 \text{ дптр}.$$

14.20.2. Для невооруженного глаза

$$D_{\text{гл}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где f — расстояние от хрусталика глаза до сетчатки.

Если надеть очки, то

$$D_{\text{очк}} + D_{\text{гл}} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{f}$$

($d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения).

Поэтому оптическая сила очков у мальчика равна

$$D_{\text{очк}} = \frac{d - d_0}{d d_0} = -2{,}25 \text{ дптр}.$$

14.20.10. Запишем формулу линзы для линз дальнозоркого и близорукого человека, когда предмет (книга) расположен на расстоянии наилучшего зрения d_0:

$$\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d_{\text{д}}} = D_{\text{д}}, \quad \frac{1}{d_0} - \frac{1}{d_{\text{б}}} = D_{\text{б}},$$

где $D_д$, $d_д$, $D_б$, $d_б$ — оптические силы очков и расстояния от изображений до линз дальнозоркого и близорукого человека соответственно. Запишем формулу линзы для случая, когда они поменялись очками:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{d_д} = D_б,\ \frac{1}{d_x} - \frac{1}{d_б} = D_д.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим о т в е т:

$$d_x = \frac{d_0}{2} = 12{,}5 \text{ см}.$$

14.21.11. Из ΔCB_1O_1 (рис. 14.21.1) найдем $\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{CB_1}{CO_1} = \frac{CB_1}{F_1}$. Из $\Delta\, CB_1O_2$ найдем $\operatorname{tg}\theta = \frac{CB_1}{CO_2} = \frac{CB_1}{F_2}$. Углы θ_0 и θ малы, поэтому $\theta_0 = \frac{CB_1}{F_1}$ и $\theta = \frac{CB_1}{F_2}$. Угловое увеличение телескопа $k = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{F_1}{F_2} = 15$. Отсюда $\theta = 15\,\theta_0 = 7°45'$.

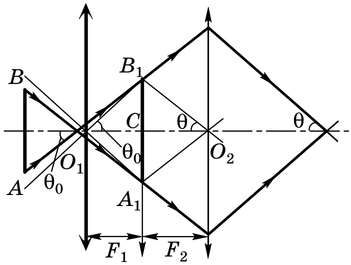


Рис. 14.21.1

О т в е т: $\theta = 7°45'$.

14.22.1. Построим сечение линзы и проследим ход луча, падающего на линзу параллельно ее оптической оси и удаленного на расстояние h от ее оси (рис. 14.22.1). Угол падения луча на первую поверхность линзы $\alpha_1 = 0$, поэтому угол преломления $\gamma_1 = 0$. Угол падения на вторую поверхность образован падающим лучом и радиусом, проведенным через точку падения.

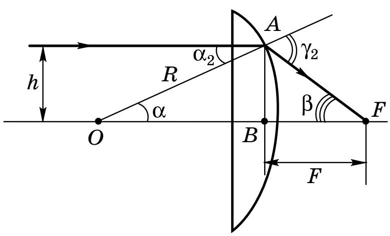


Рис. 14.22.1

Закон преломления при переходе луча из стекла в воздух:

$$n \sin \alpha_2 = \sin \gamma_2;$$

учитывая, что пучок узкий (h мало), запишем

$$\gamma_2 = n\alpha_2,$$

где $\gamma_2 = \alpha + \beta$ — внешний угол ΔOAF; $\gamma_2 = \alpha_2 + \beta$.

Из ΔOAB следует $\sin \alpha = \frac{h}{R}$, $\alpha = \frac{h}{R}$, так как углы малы. Поэтому

$$\beta = \gamma_2 - \alpha = \gamma_2 - \alpha_2 = (n - 1)\alpha_2,\ \beta = (n - 1)\frac{h}{R}. \qquad (1)$$

Из ΔABF находим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{F},\ \beta = \frac{h}{F}. \qquad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получим

$$(n - 1)\frac{h}{R} = \frac{h}{F}.$$

Отсюда находим фокусное расстояние линзы

$$F = \frac{R}{n-1}.$$

14.22.2. Из формулы тонкой линзы $\frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ находим при условии $R_1 = R_2 = R$:

$$F = \frac{R}{2(n-1)}.$$

При $n = 1{,}5$ получим $F = \frac{R}{2(1{,}5-1)} = R$.

Ответ: $F = R$.

14.22.3. Для линзы, имеющей радиусы кривизны R_1 и R_2, формула линзы имеет вид

$$(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{F}, \qquad (1)$$

где n — показатель преломления материала, из которого изготовлена линза. Для желтой линии спектра из (1) имеем

$$F_2 = \frac{R_1 R_2}{(n_2-1)(R_2-R_1)},$$

откуда

$$\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = F_2(n_2 - 1). \qquad (2)$$

Для ультрафиолетовой линии спектра

$$F_1 = \frac{R_1 R_2}{(n_1 - 1)(R_2 - R_1)}. \qquad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получим о т в е т:

$$F_1 = \frac{F_2(n_2 - 1)}{n_1 - 1} = 0{,}145 \text{ м}.$$

Г л а в а 15. ФОТОМЕТРИЯ

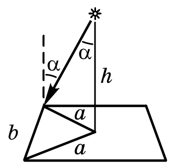


Рис. 15.2.2

15.2.12. Освещенность $E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$, где I — сила света источника, r — расстояние от источника до угла комнаты, α — угол падения лучей. Из рисунка 15.2.2 видно, что $\alpha = r\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{2}} = h\,\mathrm{tg}\,\alpha$, поэтому $E = \frac{I}{a^2}\cos\alpha\sin\alpha$. Для нахождения максимума E возьмем производную $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\alpha}$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{I}{a^2}(2\cos^2\alpha\sin\alpha - \sin^3\alpha) = 0,$$

откуда $\mathrm{tg}^2\,\alpha = 2$. Тогда $h = \frac{b}{\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\alpha} = 2{,}5$ м.

О т в е т: $h = 2{,}5$ м.

15.2.13. Освещенность края стола $E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$, где $r = \sqrt{h^2 + \frac{D^2}{4}}$, $\cos\alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{D^2}{4}}}$. Отсюда $E = \frac{Ih}{\left(h^2 + \frac{D^2}{4}\right)^{3/2}}$. Подставляя числовые данные, получим

$$E = \frac{100h}{(h^2 + 1)^{3/2}}.$$

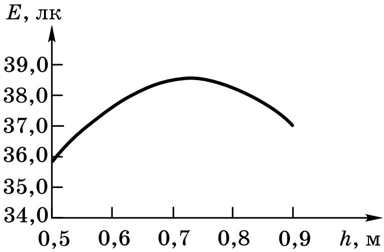


Рис. 15.2.3

Для заданного интервала значений h построим график $E = f(h)$.

Ответ: $E = \dfrac{100h}{(h^2+1)^{3/2}}$; (рис. 15.2.3).

15.3.7. Имеем $E = \dfrac{\Phi}{S} = 2 \cdot 10^3$ лк. Поскольку светимость листа обусловлена его освещенностью, то

$$R = \rho E = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2.$$

Светимость R и яркость B связаны соотношением $R = \pi B$, откуда

$$B = \frac{R}{\pi} = 480 \text{ кд/м}^2.$$

Ответ: $E = 2{\cdot}10^3$ лк; $R = 1{,}5 \cdot 10^3$ лм/м^2; $B = 480$ кд/м^2.

15.3.9. Полный световой поток, испускаемый лампой, $\Phi_0 = 4\pi I$. На лист падает световой поток $\Phi = 5 \cdot 10^{-3}\, \Phi_0$. Освещенность листа $E = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi I}{S}$. Подставляя числовые данные, получим ответ:

$$E = 210 \text{ лк}.$$

15.3.10. Переходный множитель, определяющий в ваттах мощность, необходимую для получения светового ощущения, вызываемого потоком в 1 люмен, принято измерять для определенного узкого интервала длин волн, соответствующего максимуму чувствительности глаза, а именно, $\lambda = 555$ нм. Этот фактор носит название механического эквивалента света. Он равен $K = \dfrac{W_\tau}{4\pi I}$. Пересчитаем энергию W_τ из Дж/мин в Вт:

$$W_\tau = \frac{122}{60} = 2{,}03 \text{ Дж/с} = 2{,}03 \text{ Вт}.$$

Подставляя числовые данные, получим $K = 0{,}0016$ Вт/лм. КПД световой отдачи $\eta = \dfrac{W_\tau}{P} \cdot 100\%$; $\eta \approx 2\%$.

Ответ: $K = 0{,}0016$ Вт/лм; $\eta \approx 2\%$.

16.1.22. Смещение спектральных линий в сторону коротких волн означает, что звезда приближается к Земле. Радиальную скорость ее движения (т. е. скорость вдоль линии, соединяющей звезду и Землю) находим из соотношения $v = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda} = 1{,}03 \cdot 10^5$ м/с.

Ответ: звезда приближается к Земле со скоростью $v = 1{,}03 \times \times 10^5$ м/с.

16.2.14. Условие интерференционного максимума:

$$y_{\max} = k\frac{L}{d}\lambda, \tag{1}$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Условие интерференционного минимума:

$$y_{\min} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{L}{d}\lambda, \tag{2}$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называют расстоянием между интерференционными полосами, а расстояние между соседними минимумами интенсивности — шириной интерференционной полосы.

Из (1) и (2) следует, что расстояние между полосами и ширина полосы имеют одинаковое значение, равное $\Delta y = \frac{L}{d}\lambda$. Тогда расстояние между интерференционными полосами при зеленом светофильтре равно $\Delta y_1 = \frac{L}{d}\lambda_1$, при красном — $\Delta y_2 = \frac{L}{d}\lambda_2$, где L — расстояние от экрана до источников света.

Поскольку величины L и d не изменяются, то

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1{,}3.$$

16.2.20. Рассмотрим два луча из источника S: один из них падает на экран, а второй попадает на экран, отразившись от зеркала. При этом отраженный луч падает на экран так, как если бы он был испущен изображением S' источника S в зеркале. Волны, распространяющиеся вдоль этих лучей, можно рассматривать как волны от когерентных источников S и S'. Поэтому на экране эти волны будут интерферировать.

Ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda,$$

где $d = 2h$ — расстояние между источниками. Поэтому

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{2h} = 1{,}4 \text{ мм}.$$

16.3.2. Запишем формулу дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Поскольку число штрихов N_0, приходящихся на единицу длины решетки, и период решетки d связаны соотношением $N_0 = \frac{1}{d}$, то $\frac{\sin\varphi}{N_0} = k\lambda$, откуда $N_0 = \frac{\sin\varphi}{k\lambda} = 600 \text{ мм}^{-1}$.

Ответ: $N_0 = 600 \text{ мм}^{-1}$.

16.3.5. Согласно формуле дифракционной решетки $d \sin \varphi = k\lambda$. По условию $k = 2$, следовательно, $d = \frac{2\lambda}{\sin\varphi} = 2{,}8 \cdot 10^{-6}$ м. Число штрихов N_0, приходящихся на единицу длины решетки, связано с периодом решетки d соотношением $N_0 = \frac{1}{d}$, откуда $N_0 = 3{,}57 \times$ $\times\, 10^5 \text{ м}^{-1}$.

Ответ: $N_0 = 3{,}57 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$.

16.3.7. По формуле дифракционной решетки $d \sin \varphi = k\lambda$, откуда $\frac{d}{\lambda} = \frac{3}{\sin\varphi} = 5$, т. е. $d = 5\lambda$.

16.3.8. По формуле дифракционной решетки для натриевой линии имеем

$$d \sin \varphi_1 = \lambda_1, \tag{1}$$

для неизвестной линии

$$d \sin \varphi_2 = 2\lambda_2. \tag{2}$$

Разделив (1) на (2), получим $\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2}$, откуда

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1 \sin\varphi_2}{2 \sin\varphi_2} = 409 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Число штрихов N_0, приходящихся на единицу длины решетки, и период решетки d связаны соотношением $N_0 = \frac{1}{d}$. Из (1) найдем $d = \frac{\lambda_1}{\sin\varphi_1}$, тогда $N_0 = \frac{\sin\varphi_1}{\lambda_1} = 500 \text{ мм}^{-1}$.

Ответ: $\lambda_2 = 4{,}09 \cdot 10^{-7}$ м; $N_0 = 500 \text{ мм}^{-1}$.

16.3.14. Имеем $\sin\varphi = \frac{k_1\lambda_1}{d} = \frac{k_2\lambda_2}{d}$, следовательно, $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$, где k_1, k_2 — порядки спектров. Отсюда

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1{,}6. \qquad (1)$$

Поскольку числа k_1 и k_2 должны быть целыми, то из условия (1) найдем $k_1 = 5$ и $k_2 = 8$. Тогда $d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = 5 \cdot 10^{-6}$ м.

Ответ: $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м.

16.3.17. Из формулы дифракционной решетки найдем $k = \frac{d\sin\varphi}{\lambda}$. Поскольку $\sin\varphi \leqslant 1$, то $k \leqslant \frac{d}{\lambda} = 3{,}4$, т. е. $k_{\max} = 3$.

Ответ: $k_{\max} = 3$.

16.3.23. Расстояние от решетки до линзы равно расстоянию от линзы до экрана и равно фокусному расстоянию F линзы. Из рисунка 16.3.1 видно, что расстояния

$$x_1 = F\,\mathrm{tg}\,\theta_1,$$
$$x_2 = F\,\mathrm{tg}\,\theta_2.$$

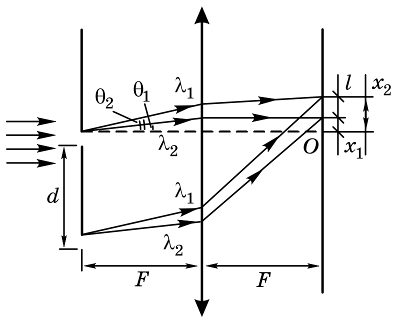


Рис. 16.3.1

Поскольку $x_2 - x_1 = l$, то можно записать

$$l = F(\mathrm{tg}\,\theta_2 - \mathrm{tg}\,\theta_1). \qquad (1)$$

Так как $\mathrm{tg}\,\theta_2 - \mathrm{tg}\,\theta_1$ есть приращение функции $f(\theta) = \mathrm{tg}\,\theta$, то можно принять

$$\mathrm{tg}\,\theta_2 - \mathrm{tg}\,\theta_1 = (\mathrm{tg}\,\theta)' \cdot \Delta\theta. \qquad (2)$$

Кроме того,

$$\Delta\theta = \frac{\sin\theta_2 - \sin\theta_1}{(\sin\theta)'}. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2) и вычислив производные $(\mathrm{tg}\,\theta)'$ и $(\sin\theta)'$, найдем

$$\mathrm{tg}\,\theta_2 - \mathrm{tg}\,\theta_1 = \frac{\sin\theta_2 - \sin\theta_1}{\cos^3\theta_1}. \qquad (4)$$

Согласно формуле дифракционной решетки запишем $d \sin \theta_1 = \lambda_1$, $d \sin \theta_2 = \lambda_2$, откуда $\sin \theta_1 = \frac{\lambda_1}{d}$ и $\sin \theta_2 = \frac{\lambda_2}{d}$. Тогда уравнение (4) можно записать в виде

$$\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\frac{\lambda_2}{d} - \frac{\lambda_1}{d}}{\cos^3\theta_1} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{d\cos^2\theta_1}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1), получим $l = \frac{F(\lambda_2 - \lambda_1)}{d\cos^2\theta_1}$, откуда

$$F = \frac{dl\cos^3\theta_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \tag{6}$$

Величину $\cos \theta_1$ найдем из формулы

$$\cos \theta_1 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_1}{d}\right)^2}.$$

Подставив $\cos \theta_1$ в уравнение (6), получим

$$F = \frac{dl}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - \left(\frac{\lambda_1}{d}\right)^2\right)^{3/2} = 0{,}65 \text{ м}.$$

Ответ: $F = 0{,}65$ м.

16.3.26. Имеем $d \sin \varphi = k\lambda$. Дифференцируя это уравнение, получим

$$d \cos \varphi\, \mathrm{d}\varphi = k\mathrm{d}\lambda, \text{ или } \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

Подставляя числовые данные, получим $\sin \varphi = 0{,}236$, откуда $\varphi \approx 13{,}5°$. Тогда $\cos \varphi = 0{,}972$, и угловая дисперсия $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\lambda} = 4{,}1 \cdot 10^5$ рад/м.

Ответ: $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\lambda} = 4{,}1 \cdot 10^5$ рад/м.

Глава 17. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

17.1.6. Пусть тело движется с постоянной скоростью v относительно инерциальной системы K'. Поскольку в системе K' длина тела $l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, а по условию задачи $l_0 = 2l$, то $l = 2l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Отсюда $\frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$, следовательно,

$$v = c\sqrt{1-\frac{1}{4}} = 2{,}6\cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

17.4.9. Кинетическая энергия протонов и скорость их движения связаны уравнением $E_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$. Отсюда доля скорости протонов от скорости света равна

$$\beta = \sqrt{1-\frac{m_0^2c^4}{(E_к + m_0c^2)^2}} = 0{,}996\cdot 100\% = 99{,}6\%.$$

Ответ: $\beta = 99{,}6\%$.

17.4.10. Диаметр протона d, движущегося со скоростью v относительно некоторой системы отсчета, и диаметр протона d_0, неподвижного в этой системе, связаны соотношением

$$d = d_0\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (1)$$

Из задачи 17.4.9 известно, что доля скорости протонов от скорости света $\beta = 99{,}6\% = 0{,}996$. Релятивистское сокращение размеров протона из формулы (1) равно

$$\frac{d_0 - d}{d_0} = 1 - \sqrt{1-\beta^2} = 0{,}911\cdot 100\% = 91{,}1\%.$$

Ответ: $\frac{d_0 - d}{d_0} = 91{,}1\%$.

Глава 18. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

18.1.4. Согласно теории Эйнштейна масса, импульс и энергия фотона соответственно равны

$$m = \frac{h\nu}{c^2},\ p = \frac{h\nu}{c},\ E = h\nu,$$

где ν — частота света, которая связана с длиной волны λ соотношением $\nu = \frac{c}{\lambda}$, h — постоянная Планка.

Подставляя числовые данные, находим о т в е т:

$$m = \frac{h}{\lambda c} \approx 4{,}4 \cdot 10^{-36} \text{ кг},$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \approx 1{,}32 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с},$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \approx 3{,}97 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2{,}5 \text{ эВ}.$$

18.1.6. Импульс электрона $p_e = m_e v$; импульс фотона $p = \frac{h}{\lambda}$. Приравнивая правые части этих уравнений, получим $m_e v = \frac{h}{\lambda}$, откуда $v = \frac{h}{\lambda m_e} = 1{,}4 \cdot 10^3$ м/с.

О т в е т: $v = 1{,}4 \cdot 10^3$ м/с.

18.1.14. Энергия и импульс фотона связаны соотношением $E = pc$. За единицу времени на единицу площади будет падать энергия $E_1 = \frac{pc}{St} = 150$ Дж/(с · м^2).

18.1.25. Энергия излучения ртутной дуги $E = \eta Pt$, по условию $t = 1$ с. Энергия одного кванта света $E_0 = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$. Пусть I — интенсивность линии (в процентах), тогда количество квантов можно определить по формуле

$$n = \frac{IE}{E_0} = \frac{I\eta N t\lambda}{hc}.$$

Подставляя числовые данные, получим для соответствующих длин волн число фотонов, испускаемых в единицу времени:

$$n = 6{,}2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1};\ n = 1{,}2 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1};\ n = 1{,}1 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1};$$
$$n = 5{,}9 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1};\ n = 4{,}6 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1};\ n = 5{,}1 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

18.1.26. Доля энергии, затрачиваемая лампой на излучение, $\eta = \frac{E}{W}$, где

$$E = E_\text{ф} nt \qquad (1)$$

— энергия излучаемого света, $E_\text{ф} = \frac{hc}{\lambda}$ — энергия одного фотона. За то же время энергия, потребляемая лампой, $W = Pt$. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$\lambda = \frac{nhc}{\eta N} = 4{,}73 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

При излучении изменяется Δm нити накаливания и за счет этого изменяется энергия испускаемых лампой фотонов:

$$E = \Delta m c^2. \tag{2}$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим $\Delta m = \dfrac{\eta N t}{c^2} =$ $= 1{,}68 \cdot 10^{-12}$ кг.

Ответ: $\lambda = 4{,}73 \cdot 10^{-7}$ м; $\Delta m = 1{,}68 \cdot 10^{-12}$ кг.

18.3.14. Из уравнения Эйнштейна

$$h\frac{c}{\lambda} = A + eU$$

найдем длину волны падающего излучения

$$\lambda = \frac{hc}{A + eU} = 204 \text{ нм},$$

где A — работа выхода электрона из платины (см. таблицу).

Предельную длину волны λ_0, при которой еще возможен фотоэффект, найдем из соотношения $A = h\nu_0 = h\dfrac{c}{\lambda_0}$, откуда $\lambda_0 = \dfrac{hc}{A} =$ $= 234$ нм.

Ответ: $\lambda = 204$ нм; $\lambda_0 = 234$ нм.

18.3.18. Запишем уравнения Эйнштейна для электрона, вырываемого из металла светом с частотами ν_1 и ν_2 соответственно:

$$h\nu_1 = A + eU_1 \text{ и } h\nu_2 = A + eU_2.$$

Вычитая первое равенство из второго, получим

$$h(\nu_2 - \nu_1) = e(U_2 - U_1),$$

откуда

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\nu_2 - \nu_1} = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

18.3.29. Согласно закону сохранения энергии

$$eU = h\frac{c}{\lambda} - A + eU_0, \tag{1}$$

где eU — энергия вылетевшего электрона, $\dfrac{hc}{\lambda}$ — энергия падающего фотона, A — работа выхода электрона из вольфрама, eU_0 — работа внешнего задерживающего поля.

Из (1) находим $U = \dfrac{\dfrac{hc}{\lambda} - A}{e} + U_0$. Подставляя числовые данные, получим

$$U = 1{,}5 \text{ В}.$$

Чтобы фототок уменьшился до нуля, задерживающая разность потенциалов должна удовлетворять условию $eU = \dfrac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}} = 7{,}3 \cdot 10^5$ м/с.

Ответ: $U = 1{,}5$ В; $v = 7{,}3 \cdot 10^5$ м/с.

18.4.6. а) Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi h}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Длины волн λ' и λ выразим через энергии соответствующих фотонов:

$$\lambda' = \frac{2\pi hc}{E'}, \; \lambda = \frac{2\pi hc}{E}.$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$E' = \frac{mcE}{E(1 - \cos\theta) + mc} = 0{,}43 \text{ МэВ}.$$

б) Кинетическую энергию электрона после соударения с фотоном найдем из закона сохранения энергии:

$$E_{\text{кин}} = E - E' = 0{,}32 \text{ МэВ}.$$

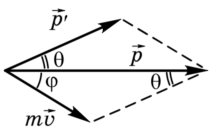


Рис. 18.4.1

в) Направление движения электрона найдем из закона сохранения импульса (рис. 18.4.1):

$$\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}.$$

Из рисунка видно, что можно воспользоваться теоремой синусов:

$$\frac{p'}{\sin\varphi} = \frac{mv}{\sin\theta}, \; \sin\varphi = \frac{\dfrac{\sin\theta}{p'}}{mv},$$

откуда находим

$$\varphi = \arcsin\left[\frac{E'}{c\sqrt{2m_e(E - E')}}\right] \approx 35°.$$

Ответ: а) $E' = 0{,}43$ МэВ; б) $E_{\text{кин}} = 0{,}32$ МэВ; в) $\varphi \approx 35°$.

Часть 5

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Глава 19. АТОМНАЯ ФИЗИКА

19.1.6. Полная энергия электрона в атоме водорода на n-й орбите равна

$$W_n = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}, \qquad (1)$$

где

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\frac{1}{n^2}. \qquad (2)$$

Решив систему уравнений (1), (2), получим

$$W_n = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2}. \qquad (3)$$

По аналогии полная энергия электрона на k-й орбите

$$W_k = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{k^2}. \qquad (4)$$

При переходе электрона с k-й орбиты на n-ю атом излучает (поглощает) квант света

$$\varepsilon = W_n - W_k, \qquad (5)$$

где

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (6)$$

Решив систему уравнений (4)—(6), получим

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 c h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \qquad (7)$$

С другой стороны,

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \qquad (8)$$

Из сравнения выражений (7) и (8) получим

$$R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 c h^2} = 1{,}1 \cdot 10^7 \text{ м}.$$

О т в е т: $R = 1{,}1 \cdot 10^7$ м.

19.2.1. На электрон, движущийся в атоме водорода по n-й боровской орбите, действует кулоновская сила

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}, \tag{1}$$

где e — заряд электрона.

Эта сила сообщает электрону нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v_n^2}{r_n}, \tag{2}$$

где v_n — скорость электрона на n-й орбите.

По второму закону Ньютона

$$F = ma_n. \tag{3}$$

Подставляя (1) и (2) в (3), получим $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \dfrac{mv_n^2}{r_n}$, откуда

$$r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_n^2}. \tag{4}$$

Согласно первому постулату Бора движение электрона вокруг ядра возможно только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют соотношению

$$mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi}. \tag{5}$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), найдем

$$v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 n h} \text{ и } r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}.$$

По результатам вычислений составим таблицу:

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
v, 10^6 м/с	2,18	1,08	0,73
r, 10^{-12} м	52,9	211,6	476,1

О т в е т: см. таблицу.

19.3.6. Мезоатом состоит из ядра — протона и одного μ-мезона, который движется по круговой орбите. По второму постулату Бора $mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$. Согласно второму закону Ньютона

$$F = ma, \tag{1}$$

где

$$F = k\frac{e^2}{r_n^2} \tag{2}$$

— сила Кулона, $a = v_n^2/r_n$ — нормальное ускорение. Решив систему уравнений (1), (2), найдем радиус орбиты, на которой может находиться μ-мезон в мезоатоме, и скорость μ-мезона на ней:

$$r_n = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 k e^2 m},\ v_n = \frac{ke^2}{h}\frac{2\pi}{n},$$

где n — номер обиты. По условию мезоатом находится в основном состоянии, поэтому $n = 1$. Следовательно,

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2 m} = 2{,}42\cdot 10^{-13}\ \text{м};$$

$$v_1 = \frac{2\pi k e^2}{h} \approx 2{,}3\cdot 10^8\ \text{м/с}.$$

19.5.10. Потенциал ионизации водородоподобного иона U_i определяется уравнением

$$eU_i = A_i, \tag{1}$$

где A_i — работа удаления электрона с первой орбиты в бесконечность.

Для водородоподобных ионов

$$A_i = h\nu, \tag{2}$$

где

$$\nu = RcZ^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), получаем

$$A_i = hRcZ^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \tag{4}$$

При $k = 1$ и $n = \infty$ формула (4) примет вид

$$A_i = hRcZ^2. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1), получаем $eU_i = hRcZ^2$, откуда потенциал ионизации

$$U_i = \frac{hRcZ^2}{e}.$$

а) Для однократно ионизированного гелия $Z = 2$, поэтому $U_i = 54{,}5$ В; б) для двукратно ионизированного лития $Z = 3$, поэтому $U_i = 122{,}8$ В.

Ответ: а) $U_i = 54{,}5$ В; б) $U_i = 122{,}8$ В.

19.6.7. Согласно условию главных максимумов для дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = k\lambda. \tag{1}$$

В нашем случае $k = 5$, тогда из формулы (1) имеем

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}. \tag{2}$$

Изменение кинетической энергии электрона при переходе с одной орбиты на другую определяется соотношением

$$\Delta W = \frac{ch}{\lambda}. \tag{3}$$

Подставляя (2) в (3), получаем

$$\Delta W = \frac{chk}{d \sin \varphi} = 1{,}89 \text{ эВ}.$$

Подбором находим, что такой переход возможен с $n = 3$ на $k = 2$ в серии Бальмера.

Ответ: электрон переходит с $n = 3$ на $k = 2$ в серии Бальмера.

Глава 20. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

20.2.7. Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1\mathrm{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{ат}}, \tag{1}$$

где $Zm_{{}^1_1\mathrm{H}} = Z(m_p + m_e)$ — масса Z атомов водорода; $m_{\text{ат}}$ — масса рассматриваемого атома.

Если дефект массы выражен в а.е.м., а энергия связи вычисляется в МэВ, то

$$E_{\text{св}} = 931{,}5\,\Delta m. \qquad (2)$$

Используя (1), (2), определим энергии связи ядер трития и гелия:

$$E_{\text{св}\,{}^3_1\text{H}} \approx 8{,}495 \text{ МэВ}; \; E_{\text{св}\,{}^4_2\text{He}} \approx 28{,}318 \text{ МэВ}.$$

Так как $E_{\text{св}\,{}^4_2\text{He}} \geqslant E_{\text{св}\,{}^3_1\text{H}}$, то ядро гелия более устойчиво.

О т в е т: $E_{\text{св}\,{}^3_1\text{H}} \approx 8{,}495$ МэВ; $E_{\text{св}\,{}^4_2\text{He}} \approx 28{,}318$ МэВ. Более устойчиво ядро гелия.

20.3.6. Бета-частица является электроном ${}^{0}_{-1}e$. Поэтому ядерная реакция имеет вид

$${}^8_3\text{Li} \to {}^A_Z\text{X} + {}^{0}_{-1}e + \nu.$$

Из законов сохранения массовых чисел и зарядов находим

$$A = 8 - 0 = 8, \;\; Z = 3 - (-1) = 4.$$

Альфа-частица — ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$. Поэтому

$${}^8_4\text{X} \to {}^A_Z\text{Y} + {}^4_2\text{He},$$

где

$$A = 8 - 4 = 4, \;\; Z = 4 - 2 = 2.$$

Следовательно, образуется ${}^4_2\text{Y} \equiv {}^4_2\text{He}$ — изотоп гелия.

20.4.8. Число атомов урана, распавшихся к моменту времени t, равно числу атомов свинца $N_{\text{св}}$, которые образуются при распаде урана, и это число можно выразить соотношением

$$N_{\text{св}} = N_{\text{ур}}\left(1 - 2^{-t/T}\right),$$

где T — период полураспада урана, $N_{\text{ур}}$ — первоначальное число атомов урана.

Число атомов свинца

$$N_{\text{св}} = \frac{m_{\text{св}}}{M_{\text{св}}} N_{\text{A}},$$

где $M_{\text{св}}$ — молярная масса свинца. Начальное число атомов урана

$$N_{\text{ур}} = \frac{m_{\text{ур}}}{M_{\text{ур}}} N_{\text{A}},$$

где $M_{ур}$ — молярная масса урана. Из приведенных уравнений получим

$$\frac{m_{св}}{M_{св}} = \frac{m_{ур}}{M_{ур}}\left(1 - 2^{-t/T}\right).$$

Решив данное уравнение, найдем возраст урановой руды:

$$t = 3 \cdot 10^9 \text{ лет}.$$

20.4.9. Период полураспада радона ^{226}Rn значительно меньше периода полураспада радия ^{226}Ra, поэтому число атомов радона к моменту времени t равно

$$N_2 = N_{01}\frac{T_2}{T_1}\left(1- 2^{-t/T_2}\right);$$

так как $t = \frac{T_1}{2}$, то

$$N_2 = N_{01}\frac{T_2}{T_1}\left(1- \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

С другой стороны, $N_2 = \frac{m_2}{\mu_2}N_A$, где m_2 — масса радона, а $N_{01} = \frac{m_1}{\mu_2}N_A$, где m_1 — масса радия. Решив систему приведенных уравнений, получим

$$m_2 = \frac{\mu_2 m_1 T_2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}\mu_1 T_1} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ кг}.$$

Ответ: $m_2 = 4{\cdot}10^{-9}$ кг.

20.4.14. По закону радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$, где N — число нераспавшихся к моменту времени t атомов, T — период полураспада. Среднее время жизни $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2}$. Тогда $N = N_0 2^{-1/\ln 2}$. Найдем

$$\frac{N_0 - N}{N_0} \cdot 100\% = \left(1 - 2^{-\frac{1}{\ln 2}}\right) \cdot 100\% = 63\%.$$

Ответ: $\frac{N_0 - N}{N_0} = 63\%$.

20.4.15. Зная, что активность радиоактивного вещества — это число ядер, распавшихся в единицу времени, запишем

$$A = \frac{|\Delta N|}{\Delta T} = \frac{T}{\ln 2} N.$$

По закону радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$, тогда

$$A = N_0 \cdot 2^{-t/T}.$$

В начальный момент времени $A_0 = \frac{T}{\ln 2} N_0$, поэтому

$$\frac{A}{A_0} = 2^{-t/T}.$$

Отсюда находим возраст древних предметов:

$$t \approx 1800 \text{ лет.}$$

20.6.1. Энергия реакции Q равна разности энергий исходных и конечных продуктов реакции:

$$Q = c^2\left(m_{{}^7_3\text{Li}} + m_{{}^1_1\text{H}} - 2m_{{}^4_2\text{He}}\right) \approx 2{,}78 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 17{,}36 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $Q = 17{,}36$ МэВ.

20.6.15. Энергию для плавления алюминия найдем как сумму энергий, необходимых для нагревания массы алюминия до температуры плавления и для его плавления:

$$Q_0 = cM(\theta - \theta_0) + \lambda M \approx 6{,}05 \cdot 10^{10} \text{ Дж}.$$

Энергия, выделяющаяся при одном акте распада ядра углерода, протекающего в соответствии с ядерной реакцией

$${}^{11}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{11}_{5}\text{B} + \nu,$$

равна

$$Q = 931{,}5(m_1 - m_2 - m_3) \approx 1{,}47 \text{ МэВ} \approx 2{,}35 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Отсюда необходимое количество актов распада:

$$\Delta N = \frac{Q_0}{Q} \approx 2{,}57 \cdot 10^{23}.$$

Для расчета массы углерода запишем закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T},$$

где N_0 — первоначальное, т. е. искомое количество ядер углерода; N — количество нераспавшихся ядер. Следовательно,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - 2^{-t/T}\right),$$

откуда необходимое количество ядер углерода

$$N_0 = \frac{\Delta N}{1 - 2^{-t/T}} \approx 3{,}98 \cdot 10^{23}.$$

Считая массу атома углерода приблизительно равной массе его ядра, оценим массу углерода:

$$m = N_0 m_1 \approx 7{,}32 \text{ г}.$$

Ответ: $m \approx 7{,}32$ г.

20.7.7. По законам сохранения импульса и энергии для продуктов ядерной реакции:

$$0 = p_{{}^4_2\mathrm{He}} - p_n; \tag{1}$$

$$Q = E_{{}^4_2\mathrm{He}} + E_n, \tag{2}$$

где $p_{{}^4_2\mathrm{He}}$, p_n — импульсы ядер соответственно гелия и нейтрона; $E_{{}^4_2\mathrm{He}}$, E_n — их кинетические энергии.

Энергия, выделяющаяся в результате реакции,

$$Q = 931{,}5(m_{{}^2_1\mathrm{H}} + m_{{}^3_1\mathrm{H}} - m_{{}^4_2\mathrm{He}} - m_n) \approx 15{,}1 \text{ МэВ}.$$

Поскольку энергия ядра гелия $E_{{}^4_2\mathrm{He}} = m_{{}^4_2\mathrm{He}} c^2 \approx 3730$ МэВ и энергия нейтрона $E_n = m_n c^2 \approx 940$ МэВ гораздо больше Q, то частицы можно считать классическими. Поэтому кинетическая энергия и импульс частицы связаны формулой

$$E = \frac{p^2}{2m};$$

закон сохранения импульса запишем в виде

$$\sqrt{2m_{{}^4_2\mathrm{He}} E_{{}^4_2\mathrm{He}}} = \sqrt{2m_n E_n}. \tag{3}$$

Решив совместно уравнения (2), (3), найдем кинетическую энергию нейтрона:

$$E_n = 931{,}5\left(m_{{}^2_1\mathrm{H}} + m_{{}^3_1\mathrm{H}} - m_{{}^4_2\mathrm{He}} - m_n\right)\frac{m_{{}^4_2\mathrm{He}}}{m_{{}^4_2\mathrm{He}} + m_n} \approx 14{,}07 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $E_n \approx 14{,}07$ МэВ.

20.7.10. По закону сохранения импульса $\vec{p}_д = \vec{p}_n + \vec{p}_\alpha$.

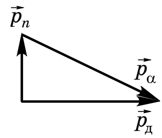


Рис. 20.7.1

Так как по условию нейтроны вылетают перпендикулярно направлению дейтронов (рис. 20.7.1), то

$$p_\alpha^2 = p_д^2 + p_n^2.$$

По закону сохранения энергии

$$E_д + \Delta E = E_\alpha + E_n.$$

Энергия и импульс частиц связаны соотношениями

$$p_n^2 = 2m_n E_n \text{ и } p_д^2 = 2m_д E_д.$$

Решив систему приведенных уравнений, получим

$$E_n = \frac{m_\alpha}{m_n + m_\alpha}\left[\Delta E + \left(1 - \frac{m_д}{m_\alpha}\right)E_д\right] = 14{,}9 \text{ МэВ}.$$

О т в е т: $E_n = 14{,}9$ МэВ.

20.9.7. Искомая величина $\eta = 1 - \frac{E_1}{E_0}$, где E_1 — кинетическая энергия нейтрона после столкновения, E_0 — его кинетическая энергия до столкновения. Учитывая, что столкновение упругое, запишем законы сохранения импульса и энергии для частиц:

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2;$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2};$$

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}; \; E_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2}.$$

Решая систему уравнений, получим

$$\eta = 1 - \frac{E_1}{E_0} = 4\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

О т в е т: $\eta = 4\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

ОТВЕТЫ

Часть 1. МЕХАНИКА

Глава 1. КИНЕМАТИКА

1.1.1. $t = \frac{l}{v} = 3 \cdot 10^9$ с ≈ 95 лет.

1.1.2. $l = l_1 \frac{v}{v_1} = 250$ м.

1.1.3. $\Delta t = -\frac{l}{v} + t = 1{,}5$ ч.

1.1.4. $V = Svt = 7{,}5$ м^3.

1.1.7. $\langle v \rangle = 70$ км/ч.

1.1.8. $v_2 = \frac{vv_1}{2v_1 - v} = 6$ км/ч.

1.1.10. $\langle v \rangle = 793{,}7$ км/ч.

1.1.11. $\langle v \rangle = 66{,}7$ км/ч.

1.1.12. $\langle v \rangle = v_1 n + v_2(1 - n) =$ $= 9$ км/ч.

1.2.1. $v_2 = 600$ км/ч; $v_{\text{отн}} =$ $= 2760$ км/ч.

1.2.2. $t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = 19$ с.

1.2.3. $l = 7$ м.

1.2.4. $v = v_1 - \frac{l}{t} = 64{,}8$ км/ч.

1.2.5. $v_2 = v_1\left(\frac{t_1}{t_2} - 1\right) = 54$ км/ч.

1.2.6. $t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 6$ ч.

1.2.7. 1 мин 36 с.

1.2.8. $t = \frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2} = 40$ с.

1.2.11. $t_2 = t$; $l = 2vt = 2400$ м.

1.2.12. $v = \frac{l}{2t} = 3$ км/ч.

1.2.13. $t = \frac{2lv_2}{v_2^2 - v_1^2} = 203$ с $\approx$ $\approx 3{,}4$ мин.

1.2.14. $v_{\text{р}} = \frac{l(t_1 - t_2)}{2t_1^2} = 0{,}3$ км/ч.

1.2.15. $v = \frac{lt_2}{(t_3 - t_1)(t_1 + t_2 + t_3)} =$ $= 7{,}5$ км/ч.

1.2.16. $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos\alpha} =$ $= 6{,}08$ м/с; под углом $25{,}3°$ к v_1.

1.2.17. 1) $\alpha = 90°$; $t = \frac{h}{v_1} = 200$ с;

2) $s = h\sqrt{1 + \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2} = 323$ м;

3) $t = \frac{h}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}} = 218$ с.

1.2.19. $t = 176$ с; $l = 635$ м.

1.2.20. $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - (0{,}3v)^2}} = 1{,}05$.

1.2.21. $v_1 = 182{,}7$ км/ч; $\beta \approx 6°$.

1.2.22. а) $v_{\text{н}} = 0$; б) $v_{\text{в}} = 2v =$ $= 10{,}36$ км/ч; в) $v_{\perp} = v\sqrt{2} =$ $= 7{,}9$ км/ч.

1.2.23. а) $v_1 = v \operatorname{ctg} \alpha = 11{,}55$ м/с;

б) $v_2 = \frac{v}{\sin\alpha} = 23{,}1$ м/с.

1.2.26. $v_{\text{кап}} = v \operatorname{tg} \alpha = 14{,}4$ м/с.

1.2.27. $v_{\text{в}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ м/с.

1.2.28. Нет; $v_1 = v/\cos\alpha = 1{,}15$ м/с.

1.2.29. Нет;

$$v = \frac{\sqrt{v_2^2 + v_1^2 - 2v_2v_1\cos\alpha}}{\sin\alpha} = 2 \text{ м/с}.$$

1.2.30. $v_B = v\dfrac{d}{\sqrt{l^2 - d^2}} = 0{,}3$ м/с.

1.3.1. 1) Рис. 1; 2) рис. 2; 3) рис. 3.

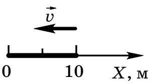


Рис. 1

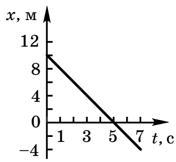


Рис. 2

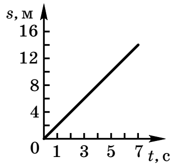


Рис. 3

1.3.2. $x_1 = 5$ м; $x_2 = 5 - t$; $x_3 = -10 + 0{,}5t$.

1.3.4. а) $\Delta x = 40$ м; $s_1 = 200$ м;
б) $v_x = 1{,}5$ м/с; $v = 5{,}5$ м/с.

1.3.5. Рис. 4, *а*, *б*.

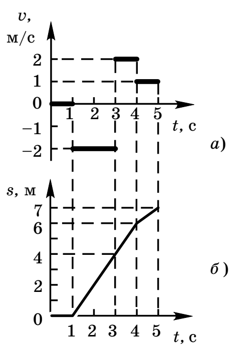


Рис. 4

1.3.7. См. в условии рис. 1.3.5: 1) $0 \leqslant t \leqslant 1$ с, $x_1 = 10 + 10t$; $1 \text{ с} \leqslant t \leqslant 2$ с, $x_2 = 2$ м; $2 \text{ с} \leqslant t \leqslant 3$ с, $x_3 = 60 - 20t$; $3 \text{ с} \leqslant t \leqslant 4$ с, $x_4 = 20t - 60$;
2) рис. 5; 3) рис. 6; 4) $\Delta x = -10$ м, $s = 30$ м; 5) $v_x = 2{,}5$ м/с, $v = 1{,}25$ м/с.

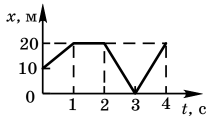


Рис. 5

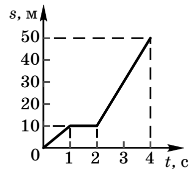


Рис. 6

1.3.8. $x_1 = l + v_1t = 200 + 10t$;
$x_2 = 2v_2t = 20t$; $t_{\text{встр}} = 20$ с; $x_{\text{встр}} = 400$ м.

1.3.10. а) $s = v_1(t + \Delta t) + v_2t = 16$ км;
б) $s_1 = v_1(t + \Delta t) = 35$ км.

1.4.1. $a = \dfrac{v}{t} = 2{,}5$ м/с^2.

1.4.2. $v = v_0 + at = 7{,}44$ км/с.

1.4.3. $a = \dfrac{v_0^2}{2s} = 2{,}8$ м/с^2; $t = \dfrac{2s}{v_0} = 26{,}7$ с.

1.4.4. $a = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \approx 1{,}9$ м/с^2.

1.4.6. а) $v_1 = v\sqrt{1 - \dfrac{s_1}{s}} = 283$ м/с;

б) $s_2 = \dfrac{s(n^2 - 1)}{n^2} = 30$ см;

в) $v_2 = v\sqrt{1 - \eta} = 309{,}8$ м/с.

1.4.7. а) $a = \dfrac{2(n-1)s}{(n+1)t^2} = 3{,}3$ м/с²;

б) $v_0 = \dfrac{2s}{(n+1)t} = 8{,}3$ м/с.

1.4.8. $s = vt + \dfrac{at^2}{2} = 150$ м;

$v_0 = v + at = 72$ км/ч.

1.4.9. $v_1 = \sqrt{\dfrac{v_0^2 + v^2}{2}} = 80{,}5$ км/ч.

1.4.10. $s_1 = 1$ м; $s_2 = 3$ м; $s_3 = 13$ м.

1.4.17. $v_{ср} = \dfrac{2v_0(v_0+v)}{3v_0+v} = 48$ км/ч.

1.4.21. $t \approx 5{,}2$ с; $v \approx 16{,}6$ м/с.

1.4.22. а) $\Delta x = 3$ м; б) $s = 5$ м;
в) $\langle v_x \rangle = 1$ м/с; $x = 5 - 4t + 2t^2$.

1.4.23. $t = 20$ с; $s = 300$ м.

1.4.24. Рис. 7; $\langle v_x \rangle = -1{,}3$ м/с; $\langle v \rangle \approx 2{,}7$ м/с.

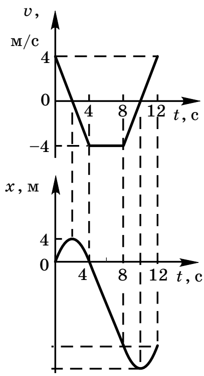


Рис. 7

1.4.25. $t = \dfrac{v + \sqrt{v^2 + 2al}}{a} = 10$ с.

1.4.26.

$t = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2(a_1 - a_2)l} - v_0}{a_1 - a_2} = 4$ с.

1.4.27. Первый; в $\dfrac{4}{3}$ раза.

1.4.28. $t_{встр} \approx 3{,}3$ с, $x_{встр} \approx 14{,}2$ м; $x_1 = 18{,}4$ м.

1.4.29. $v_{отн1} = 9{,}47$ м/с; $v_{отн2} = 0{,}03$ м/с.

1.4.30. $t = 10$ с; $l_1 = 100$ м; $l_2 = 200$ м.

1.4.31. $v = 2v_0 = 7$ м/с.

1.5.1. На $\Delta t = t - \sqrt{\dfrac{2h}{g}} \approx 0{,}4$ с.

1.5.2. $t = \dfrac{\Delta h}{gt} + \dfrac{\Delta t}{2} \approx 4$ с;

$h = \dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{\Delta h}{\Delta t} - \dfrac{g\Delta t}{2}\right)^2 + \Delta h \approx 81$ м.

1.5.3. $t = \dfrac{v}{g\sqrt{2}} = 1$ с.

1.5.4. $\langle v \rangle = \dfrac{\sqrt{gh}(\sqrt{2}+1)}{2} \approx 52{,}8$ м/с.

1.5.5. $h = \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{t_1^2 + t_2^2}{2t_2}\right)^2 = 122{,}5$ м;

$t = \dfrac{t_1^2 + t_2^2}{2t_2} = 5$ с.

1.5.6. $h = \dfrac{g(n+1)^2 t^2}{8} = 122{,}5$ м;

$t_0 = \dfrac{(n+1)t}{2} = 5$ с.

1.5.7. $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx 22{,}2$ м/с.

1.5.8. $v = \dfrac{g\Delta t(2\sqrt{2gh} - g\Delta t)}{2(\sqrt{2gh} - g\Delta t)} \approx 43{,}4$ м/с.

1.5.10. $h = \dfrac{v^2}{2g} = 4{,}9$ м. В три раза.

1.5.14. а) $t = 2\left(2 + \sqrt{2}\right)t_1 = 6{,}8$ с;

б) $s = \dfrac{gt_1^2}{2}\left(3 + 2\sqrt{2}\right) = 28{,}5$ м.

1.5.15. $h = \frac{g}{2}\left(\frac{n\Delta t}{n-1}\right)^2 = 44{,}1$ м.

1.5.16. $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0{,}89$ с.

1.5.19. $v_0 = v + \frac{gh}{2v} = 344{,}7$ м/с.

1.5.20.

$h = \frac{v}{g}\left(gt + v - \sqrt{v^2 + 2gtv}\right) = 404$ м.

1.5.21. $s = 19{,}6$ м.

1.5.22. $h = \frac{g\Delta t_1}{2}(2\Delta t_2 - \Delta t_1) = 58{,}8$ м.

1.5.24. Через 8 с.

1.5.25. 5 с; 269,5 м.

1.5.26. $v = 7{,}5$ м/с.

1.5.28. $t = \frac{a\Delta t}{g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{g}{a}}\right) = 3{,}5$ с; $v = a\Delta t\sqrt{1 + \frac{g}{a}} = 24{,}3$ м/с.

1.5.29. 1) $t = \frac{2v_0}{g} = 3$ с; 2) $h = \frac{2vv_0}{g} = 14{,}7$ м; 3) $s_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = 11$ м.

1.5.30. $\Delta t = 50{,}6$ с.

1.5.31. $v_0 = \sqrt{\frac{ghn^2}{2(n-1)}} \approx 9{,}6$ м/с.

1.6.1. $T = \frac{t}{N} = 89$ мин;

$\omega = \frac{2\pi N}{t} = 0{,}001$ рад/с.

1.6.2. $N = n\frac{l}{v} = 45\,000$.

1.6.3. $v = \frac{2\pi l n\varphi}{\varphi} = 859{,}5$ м/с.

1.6.4. $t = \frac{2\pi(n+1) - \varphi}{\omega_M - \omega_K}$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$; $t_1 = 15{,}7$ с; $t_2 = 36{,}6$ с, ...

1.6.5. $N = \frac{t(1 + nt)}{T} = 16$.

1.6.6. $N = \frac{t(T_ч + T_м)}{T_ч T_м} = 26$ раз, не считая того раза, когда стрелки часов могут быть вместе в начальный момент времени.

1.6.7. Уменьшится в $\frac{k}{n} = 2$ раза.

1.6.8. $v = \frac{2\pi(R_З + h)}{T} = 7538$ м/с.

1.6.9. $n_2 = n_1\frac{R_1}{R_2} = 160$ об/мин;

$v = 2\pi n_1 R_1 = 4$ м/с.

1.6.10. $R = \frac{lv_1}{v_1 - v_2} = 40$ см.

1.6.12. $\varphi = \frac{(R-r)vt}{Rr} = 1{,}57$ рад $\approx 90°$.

1.6.16. $v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 4$ м/с;

$\omega = \frac{v_1 + v_2}{2R} = 10$ рад/с.

1.6.19. $\frac{v_{гр}}{v_{кат}} = 1 + \frac{r}{R}$.

1.6.20. $v = v_0\left(\frac{R}{r} - 1\right) = 0{,}25$ м/с; вверх.

1.6.22. $\Delta r = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$; а) 0; б) 1 м; в) 0,7 м; г) 0,5 м.

1.6.23. $v = 12 - t = 10$ м/с;

$a_\tau = -1$ м/с^2; $a_n = \left(\frac{12 - t}{R}\right)^2 = 2{,}5$ м/с^2;

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \approx 3$ м/с^2.

1.6.24. а) $v = 2$ м/с; $\omega = 2$ рад/с; б) $a_n = 4$ м/с^2; в) $N = 3{,}2$ оборота.

1.6.25. 1) $v = 56{,}6$ м/с; 2) $t_2 = 1{,}05$ с.

1.6.29. а) $\varepsilon = 0{,}05$ рад/с^2; б) $\omega = 0{,}5$ рад/с; в) $a_\tau = 1$ см/с^2. На угол $\Delta\varphi = 0{,}4$ рад.

1.6.30. 1) $v_A = 0$; $v_B = 2(4 + 2t_1) = 10$ м/с; $v_C = v_D = (4 + 2t_1)\sqrt{2} = 7$ м/с.

2) $\omega = \dfrac{(4+2t_2)^2}{R} = 72$ рад/с.

1.7.1. $\Delta l = \dfrac{v}{n} \approx 15$ м.

1.7.3. 1) $x = v_0 t = 25t$; $y = h - \dfrac{gt^2}{2} = 25 - 4{,}9t^2$;

2) $y = h - \dfrac{gx^2}{2v_0^2} = 25 - 8 \cdot 10^{-3}x^2$;

3) $t_n = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 2{,}2$ с; $s = vt_n = 56$ м.

1.7.4. $H = h - \dfrac{v^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{2g} \approx 458$ м.

1.7.5. $\Delta r = h\sqrt{1 + \dfrac{2v^2}{gh}} \approx 66$ м.

1.7.6. $t = \dfrac{v}{g}\sqrt{3} \approx 3{,}5$ с;

$\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{3} = 60°$.

1.7.8. $s = \dfrac{2v^2 \operatorname{tg}\alpha}{g\cos\alpha} \approx 112$ м.

1.7.9. $\beta = \operatorname{arctg}(2\operatorname{tg}\alpha) = 54{,}6°$.

1.7.10. $s = 3$ м.

1.7.12. $\Delta r = \Delta t\sqrt{v_0^2 + \left(\dfrac{g\Delta t}{2}\right)^2} \approx 44{,}5$ м;

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{g\Delta t}{2v_0}\right) \approx 44{,}4°$.

1.7.13. $a_n = \dfrac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}} = 9{,}75$ м/с^2;

$a_\tau = \dfrac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}} = 0{,}95$ м/с^2.

1.7.14. $v = \sqrt{\dfrac{gR}{2}} \approx 0{,}3$ м/с.

1.8.3. $v = \sqrt{g\dfrac{l^2 + 4h^2}{2h}} \approx 15{,}8$ м/с;

$\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{2h}{l} \approx 24{,}3°$.

1.8.4. $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{1}{3}$.

1.8.5. $\alpha = \dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1}{6} = 40{,}2°$.

1.8.6. $v = \sqrt{sg} \approx 5{,}4$ м/с.

1.8.7. $h = \dfrac{gt^2}{8} = 4{,}9$ м.

1.8.8. $S = \dfrac{\pi v_0^4}{g^2} \approx 1655{,}2$ м^2.

1.8.9. $v = \sqrt{\dfrac{g(l_1 + l_2)}{\sin 2\alpha}} = 13{,}6$ м/с.

1.8.10. $x = \dfrac{2v_0^2\cos\alpha\cos\beta}{g\sin(\alpha+\beta)} = 49{,}7$ м.

1.8.11. $R = \dfrac{gt_1t_2}{2\sqrt{2}} \approx 0{,}42$ м.

1.8.12. $\Delta r = 16{,}6$ м; $\beta \approx 32{,}7°$.

1.8.13. $v_y = 9{,}8 - 0{,}58\,x$; рис. 8.

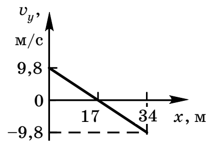


Рис. 8

1.8.14. $\Delta r = 15{,}5$ м.

1.8.15. а) $R_0 \approx 81{,}6$ м; б) $R_1 \approx 42{,}7$ м; в) $R_н = 10{,}2$ м.

1.8.16. $v = \sqrt{6gR} \approx 11{,}8$ м/с.

1.8.19.

$h = R\,(1 + \cos\alpha) + \dfrac{v^2\sin^2\alpha}{2g} \approx 7{,}5$ м.

1.8.21. $\beta = \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(-\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{2}\right) \approx 69{,}5°$.

1.8.22. $l = \dfrac{4v_0^2\sin\alpha}{g} \approx 2{,}83$ м.

1.8.23. $s_1 : s_2 : s_3 \ldots = 1 : 2 : 3 \ldots$.

1.8.25. $x = 2(H_0 - h_0)\sin 2\alpha \times \left(\cos 2\alpha + \sqrt{\cos^2 2\alpha + \frac{h_0 - L}{H_0 - h_0}}\right) =$ $= 6{,}3$ м. Так как $s_1 < x < s_2$, то упадет.

1.8.26. а) $s = \frac{v_0 \cos\alpha}{g}\left(v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}\right) = 9032$ м;

б) $s = \frac{v_0\cos\alpha + v}{g}\left(v_0\sin\alpha + \sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}\right) = 14\,451$ м.

1.8.27. $\Delta t \approx 10$ с.

1.8.28. $\alpha = \arccos\frac{v}{v_0} = 60°$;

$t = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_0 v} - \sqrt{v_0^2 - v^2 - 2gh}}{g} = 0{,}73$ с.

1.8.31. $v_{\text{отн}} = 2v_0\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = 1{,}2$ м/с;

$s = 2v_0 t\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = 63{,}6$ м.

1.9.1. $\Delta x = -4$ м, $\Delta y = 6$ м; $\Delta\vec{r} = -4\vec{i} + 6\vec{j}$, $\Delta r = 7{,}2$ м.

1.9.2. $\langle v\rangle = 2$ м/с; $v_s = 3{,}3$ м/с.

1.9.3. $v_s = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 15$ м/с,

$v = \frac{2v_1v_2\sin\alpha_1}{v_1+v_2} = 7{,}5$ м/с.

1.9.4. $v_s = \frac{v_1+v_2}{2} = 20$ м/с; $v = \frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2(\cos^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_1)}}{2} = 15$ м/с.

1.9.5. $\alpha = \arcsin\left(\frac{av_1}{bv_2}\right) \approx 57°$.

1.9.7.
$v_{\text{отн}} = \sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\alpha} = 0{,}6$ м/с.

1.9.8. $s_{\min} = 7{,}5$ см;

$t_{\min} = \frac{l_1v_1 + l_2v_2 - \cos\alpha(v_1l_2 + v_2l_1)}{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\alpha}$.

1.9.10. $a \approx 3{,}5$ м/с^2.

1.9.11. $\Delta\vec{r} = -4(t_2 - t_1)\vec{i} = -12\vec{i}$; $\Delta r = 12$ м.

1.9.12. $y = 4 - 0{,}625x^2$.

1.9.13.
а) $\vec{r}_0 = 3\vec{j}$; $r_0 = 3$ м; $\vec{r}_1 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$;
$r_1 = 5{,}8$ м; $\vec{r}_2 = 6\vec{i} + 11\vec{j}$; $r_2 = 12{,}5$ м;
б) $\Delta\vec{r} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$; $\Delta r = 8{,}5$ м;
$\Delta\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j}$; $\Delta r_2 = 6{,}7$ м.

1.9.14. $y = 1 - 0{,}0025x^2$.

1.9.15.
$\begin{cases} x = 3(t_0 + \Delta t) = 30 \text{ м}, \\ y = 18\Delta t - 9\Delta t^2 = -720 \text{ м}; \end{cases}$
$y = 6x - x^2$.

1.9.16.
$\vec{v} = (4 + 2t)\vec{i} + (-5 + 4t)\vec{j} = 6\vec{i} - \vec{j}$;
$v = 61$ м/с; $x = 7$ м; $y = -6$ м.

1.9.17. $\vec{a} = -2\vec{j}$; $a = 2$ м/с^2; $\alpha = 108{,}5°$.

1.9.18. $\alpha = 90°$; $a_n = 1$ м/с^2; $a_\tau = 0$; $R = 4$ м.

1.9.19. $\vec{v} = 5\vec{i} + (10 + 250t)\vec{j}$;

$v = 5\sqrt{5(1 + 40t + 250t^2)}$.

1.9.20.
1) $x^2 + y^2 = 0{,}25$;
2) $x_0 = 0$; $y_0 = 0{,}5$ м;
3) по часовой стрелке;
4) $v = 1{,}4$ м/с; $a = 2{,}8$ м/с^2.

1.9.21. $t = 1$ с.

1.9.22. Встреча возможна в момент $t_{\text{встр}} = 0{,}4$ с, при этом $x_{\text{встр}} = 0{,}8$ м, $y_{\text{встр}} = 3{,}2$ м.

1.9.23. 1) Уравнения траектории:
частицы *1*

$x^2 + y^2 = 4$ — окружность,

частицы *2*

$y = 0{,}25x^2$ — парабола.

2) $\Delta r = 4$ м.

1.9.24.
$v = \sqrt{v_0^2 + (g^2 + a^2)t^2} = 21{,}8$ м/с;
$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{-gt}{\sqrt{v_0^2 + (at)^2}}\right) =$
$= \operatorname{arctg}(-1{,}46) = -55{,}6°$.

1.9.25. $v_0 = g\Delta t \sin\alpha \pm$
$\pm \sqrt{v^2 - v_в^2 - g^2\Delta t^2 \cos^2\alpha}$;
возможны 2 случая:
$h_1 = 18$ м при $v_{01} = 18$ м/с,
$h_2 = 27$ м при $v_{02} = 12$ м/с.

Глава 2. ДИНАМИКА

2.1.1. $M = \dfrac{ma_2}{a_1 - a_2} = 2$ кг.
2.1.2. $F = ma = 4$ Н.
2.1.3. $F_x = 2$ Н; рис. 9.

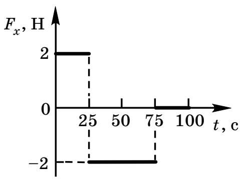


Рис. 9

2.1.4. $F = 2$ Н.
2.1.8. $v = 4{,}2$ м/с; $F = 0{,}53$ Н.

2.2.1. Нет.
2.2.2. $a = \dfrac{F}{m} - \mu g = 20{,}1$ м/с^2.
2.2.3. $t = \dfrac{v}{\mu g} = 2$ с.
2.2.4. $s = \eta\dfrac{gt^2}{2} = 352{,}8$ м.
2.2.6.
а) $a = 0$, так как $F < F_{тр.п.max}$;
б) $a = \dfrac{F}{m} - \mu g = 12{,}08$ м/с^2; рис. 10.

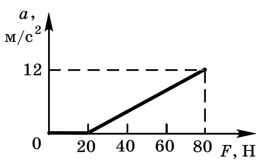


Рис. 10

2.2.7. $x = \dfrac{mv}{kt} = 10^{-3}$ м $= 1$ мм.
2.2.8. $t_0 = \dfrac{\mu mg}{0{,}98} = 8$ с; рис. 11.

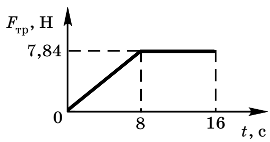


Рис. 11

2.2.9. $F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 2{,}9$ Н.
2.2.10. $a = \dfrac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g =$
$= 0{,}73$ м/с^2.
2.2.11.
$a = \dfrac{F}{m}\left(\cos\beta - \dfrac{(mg - F\sin\beta)\cos\alpha}{mg - F\sin\alpha}\right) \approx$
$\approx 0{,}17$ м/с^2.
2.2.12. $F_{тр.п.max} = 2t_1\cos\alpha =$
$= 7{,}767$ Н $\approx 7{,}8$ Н.
$F_{тр.\,п} = 2t\cos\alpha$, если $0 \leqslant t \leqslant t_1$,
$t_1 = \dfrac{\mu mg}{2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)} \approx 4{,}6$ с;
$F_{тр} = \mu(mg - 2t\sin\alpha)$, если $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$,
$t_2 = \dfrac{mg}{2\sin\alpha} = 19{,}6$ с; рис. 12.

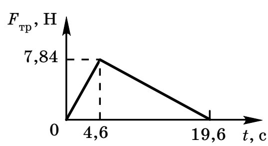


Рис. 12

2.2.13. $F_c = \frac{m(2gh - v^2)}{2h} = 4{,}45 \times \times 10^{-2}$ Н.

2.2.14. $t = 8{,}6$ с.

2.2.15. $T = F_{тр} = 2{,}5$ мН; $a = g - \frac{F_{тр}}{m} = 9{,}3$ м/с^2.

2.2.16. $l = l_0 + \frac{m(g+a)}{k}$; а) $l = 0{,}45$ м; б) $l = 0{,}35$ м.

2.2.17. $P = m(g + a) = 2205$ Н.

2.2.18.
а) $\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{a}$, $F = m(g + a) = 2400$ Н;
$\vec{v} \uparrow\downarrow \vec{a}$, $F = m(g - a) = 2304$ Н;
б) $\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{a}$, $F = m(g - a) = 2304$ Н;
$\vec{v} \uparrow\downarrow \vec{a}$, $F = m(g + a) = 2400$ Н;
в) $F = mg = 2352$ Н.

2.2.19. $m = 2{,}45$ кг.

2.2.20. $F_2 = 2mg - F_1 = 136$ Н.

2.2.21. $F_{тр} = \mu F = 2{,}45$ Н,
$a = g - \frac{2\mu F}{m} = 4{,}9$ м/с^2.

2.2.22. Магнит движется вверх с ускорением
$a = \frac{F_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - \mu F_1}{m} - g = 6{,}84$ м/с^2.

2.2.23. $a \geqslant \frac{g}{\mu} = 49$ м/с^2.

2.2.24. $v_2 = v_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 5{,}6$ м/с.

2.2.25. $a = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}}{m} \approx 2{,}2$ м/с^2.

Движение точки будет прямолинейным и равноускоренным, если:

а) $v_0 = 0$; б) $\vec{v}_0 \uparrow\uparrow \vec{F}_{рез}$; в) $\vec{v}_0 \uparrow\downarrow \vec{F}_{рез}$,

где $\vec{v}_0$ — начальная скорость, $\vec{F}_{рез}$ — результирующая сила, действующая на точку.

2.2.27. $v_m = 1{,}3$ м/с.

2.3.1. $a = g\frac{h}{l} = 4{,}9$ м/с^2.

2.3.2. $t = \sqrt{\frac{2l}{g\cos\alpha}} \approx 0{,}45$ с.

2.3.3. $\mu = \operatorname{tg}\alpha - \frac{v^2}{2gs\cos\alpha} = 0{,}21$.

2.3.4. $a = \frac{\mu g}{\sqrt{1+\mu^2}} \approx 6{,}1$ м/с^2.

2.3.5. $t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\beta - \operatorname{tg}\alpha\cos\beta)}} \approx 0{,}83$ с.

2.3.6. $\mu = \frac{4h}{gt^2\sin 2\alpha} + \operatorname{tg}\alpha = 0{,}62$.

2.3.9.
а) $F = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 277{,}2$ Н;
б) $F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 417{,}8$ Н;
в) $F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + ma = 442{,}8$ Н.

2.3.10. $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \approx 8$ м/с^2.

2.3.11. а) $F = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 6{,}5$ Н;
б) $F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = 14{,}7$ Н.

2.3.13. $F = \frac{mg}{\mu}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 1{,}88$ Н.

2.3.14. $F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta} = 3{,}24$ Н.

2.3.15. $\beta = \alpha = 30°$.

2.3.16.
$T = m(g\sin\alpha + a\cos\alpha) \approx 1{,}33$ Н;
$F = m(g\cos\alpha - a\sin\alpha) \approx 1{,}5$ Н;
$a_1 = g\operatorname{ctg}\alpha \approx 18$ м/с^2.

2.3.17. $a_{отн} = g\sin\alpha - a\cos\alpha = 0{,}66$ м/с^2;
$a_1 = g\operatorname{tg}\alpha = 5{,}66$ м/с^2.

2.3.19. $a = \frac{\mu + \operatorname{tg}\alpha}{l - \mu\operatorname{tg}\alpha}g$.

2.3.21. $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{g}\right) \approx 11{,}5°$;
$T = m\sqrt{g^2 + a^2} = 0{,}5$ Н.

2.3.22. $\beta = \alpha = 30°$.

2.4.1. $R = \dfrac{kl}{k - 4\pi^2 n^2 m} = \mathbf{0{,}33}$ м.

2.4.2. $\omega = \sqrt{\dfrac{\mu g}{R}} \approx \mathbf{6{,}3}$ рад/с.

2.4.3. $v = \sqrt{\mu g R} = 45$ км/ч.

2.4.4. $k = 4\pi^2 m(3n_2^2 - 2n_1^2) =$
$= 449{,}6$ Н/м.

2.4.6. $l = \dfrac{kl_0}{k - m\omega^2} = \mathbf{0{,}4}$ м.

2.4.7.
а) $T = m\omega^2 l = \mathbf{180}$ мН;
б) $F_д = m(g - \omega^2 l \sin\alpha) = \mathbf{1{,}38}$ Н;

$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{g}{l\sin\alpha}} = 8$ рад/с.

2.4.8. $\omega = \sqrt{\dfrac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{R + l\sin\alpha}} = 4$ рад/с.

2.4.10. $\Delta h = \dfrac{v^2 l}{gR} = \mathbf{6}$ см.

2.4.11. $F_д = m\left(g - \dfrac{v^2}{R}\right) = \mathbf{7{,}3 \cdot 10^3}$ Н;

$v_1 = \sqrt{gR} = \mathbf{19{,}8}$ м/с.

2.4.12. $F_{дA} = m\left(g + \dfrac{v^2}{R}\right) = \mathbf{27{,}6}$ кН;

$F_{дB} = m\left(g\cos\alpha + \dfrac{v^2}{R}\right) \approx \mathbf{25}$ кН.

2.4.13. а) $F_в = \mathbf{0{,}09}$ Н, $F_н = \mathbf{0{,}106}$ Н;
б) $F_в = \mathbf{7{,}12}$ Н, $F_н = \mathbf{8{,}98}$ Н.

2.4.17.
$v_{\min} = \sqrt{\dfrac{Rg(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{\mu - \mathrm{tg}\,\alpha}} \approx \mathbf{26{,}6}$ м/с.

2.4.18. $T = \dfrac{m\omega^2 R}{2\pi} = \mathbf{0{,}2}$ Н.

2.4.22. $R = \dfrac{g\ \mathrm{ctg}(\alpha/2)}{\omega^2} \approx \mathbf{5{,}7}$ см.

2.4.23. $T = \dfrac{m(g - a)}{\cos\alpha} = 2$Н;

$\omega = \sqrt{\dfrac{g - a}{l\cos\alpha}} \approx \mathbf{4{,}5}$ рад/с.

2.5.1. Ускорение не зависит от того, к какому телу приложена сила, и

$a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = \mathbf{1}$ м/с^2;

а) $T_1 = \dfrac{m_2 F}{m_1 + m_2} = \mathbf{3}$ Н;

б) $T_2 = \dfrac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \mathbf{2}$ Н.

2.5.2. $F_{упр} = F\dfrac{x}{l} = \mathbf{1{,}6}$ Н.

2.5.3. $a = \dfrac{F - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} =$

$= \dfrac{F}{m_1 + m_2} - \mu g = \mathbf{1}$ м/с^2;

$x = \dfrac{m_1}{k}\left(\dfrac{F}{m_1 + m_2} - \mu g\right) = \mathbf{0{,}04}$ м $= \mathbf{4}$ см.

2.5.4. $t = \dfrac{(m_1 + m_2)T}{0{,}5 m_2} = 5$ с.

2.5.5. а) $a = \mathbf{0}$; $T = \mathbf{0}$;

б) $a = \dfrac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} - \mu g = \mathbf{1{,}54}$ м/с^2;

$T = \dfrac{m_1 F_2 + m_2 F_1}{m_1 + m_2} = \mathbf{5{,}5}$ Н.

2.5.8.
$a = g\left(\sin\alpha - \dfrac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}\cos\alpha\right) =$
$= \mathbf{3{,}77}$ м/с^2.
Если $\mu_1 > \mu_2$, то вначале
$a_{m_1} = g(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha) = \mathbf{3{,}2}$ м/с^2,
$a_{m_2} = g(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha) = \mathbf{4{,}05}$ м/с^2,
а потом нить сожмется и тела будут иметь одинаковое ускорение a = $= \mathbf{3{,}77}$ м/с^2.

2.5.10. $\mu = \dfrac{2T}{F} = \mathbf{0{,}6}$.

2.5.11.

$T_A = \dfrac{F(m_2 + m)}{m_1 + m_2 + m} = \mathbf{110{,}25}$ Н;

$T_B = \dfrac{F(2m_2 + m)}{2(m_1 + m_2 + m)} = \mathbf{87{,}75}$ Н;

$T_C = m_2(g + a) = \dfrac{m_2 F}{m_1 + m_2 + m} = \mathbf{61{,}25}$ Н.

2.5.12. $a = \frac{g}{3} \approx 3{,}3$ м/с^2;

$T = \frac{4}{3}mg = \frac{4 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8}{3} = 2{,}6$ Н;

$F_д = 2T = \frac{8}{3}mg = 5{,}2$ Н.

2.5.16. $a_1 = \frac{g + 4a_0}{3}$; $a_2 = \frac{g + 2a_0}{3}$.

2.5.17. $a = \frac{m_2 g\cos\alpha}{m_1 + m_2} = 1{,}39$ м/с^2.

2.5.18. $M \approx 210$ г. См. в условии рис. 2.5.16: $T_1 = ma = 0{,}2$ Н; $T_2 = 2ma = 0{,}4$ Н; $T_3 = 3ma = 0{,}6$ Н; $T_4 = 4ma = 0{,}8$ Н; $T_5 = 5ma = 1$ Н.

2.5.19. $a = \frac{m_1 g - \mu m_2 g}{m_1 + m_2} = g\frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2} \approx 0{,}65$ м/с^2; $\frac{m_1}{m_2} \leqslant \mu = 0{,}4$.

2.5.21. $\mu = \frac{2T - mg(\sin\alpha + \sin\beta)}{mg(\cos\beta - \cos\alpha)} = 0{,}17$.

2.5.23.
$$a = \frac{g(m_2 - \mu m_1) - a_0(m_1 + \mu m_2)}{m_1 + m_2}.$$

2.5.25. $a_M = a_m = \frac{F}{2(M + m)}$ при $F \leqslant F_0$; $a_1 = \frac{F - \mu mg}{M}$; $a_2 = \frac{\mu mg}{M + 2m}$ при $F \geqslant F_0$, где $F_0 = \frac{2\mu mg(M + m)}{M + 2m}$;

a_1 — ускорение правого нижнего груза системы, a_2 — ускорение остальных грузов (они будут двигаться как единое целое).

2.5.26. Относительно Земли
$$a_3 = \mu g = 0{,}98 \text{ м/с}^2 \approx 1 \text{ м/с}^2,$$
относительно доски
$$a_{отн} = a_3 - a = -1 \text{ м/с}^2.$$

2.5.29. а) $a_1 = a_2 = \frac{F}{m + M} - \mu_2 g = 0{,}02$ м/с^2;

б) $a_1 = \frac{F}{m} - \mu_1 g = 6$ м/с^2,

$a_2 = \left(\frac{(\mu_1 - \mu_2)m}{M} - \mu_2\right)g = 0{,}5$ м/с^2.

2.5.30. $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$.

2.5.31. $a = g\frac{(m_1 + m_2)\sin\alpha}{m_2}$, вниз.

2.5.32. При любой силе система не будет находиться в покое.

2.5.33. $\frac{9}{8}mg \leqslant T \leqslant \frac{11}{8}mg$.

2.5.36. $a_1 = a_3 = \frac{g(2 - \mu)}{3} = 5$ м/с^2;

$a_2 = \frac{\mu mg}{M} = 2{,}5$ м/с^2, где a_1, a_2, a_3 — ускорения бруска, тела и доски соответственно.

2.5.38. $P = \frac{71}{12}mg \approx 7$ Н.

2.5.39. $t = 2{,}45$ с.

2.5.40. $\Delta h = 1{,}41$ м.

2.5.41.

$a_1 = \frac{(2m_2 - m_1)g}{m_1 + 4m_2} = 3{,}7$ м/с^2;

$a_2 = 2a_1 \approx 7{,}4$ м/с^2.

2.5.42. $a_1 = a_3 = 1{,}96$ м/с^2;

$a_2 = 5{,}88$ м/с^2.

2.5.44. $a = g\frac{mm_2 + mm_1 - 4\mu m_1 m_2}{m\mu_1 + mm_2 + 4m_1 m_2}$

при $\mu \leqslant \frac{m(m_1 + m_2)}{4m_1 m_2}$.

Глава 3. РАБОТА. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

3.1.1. $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = 1$.

3.1.2. $p = m\sin\alpha\sqrt{\frac{lg}{\cos\alpha}} = 0{,}092$ кг · м/с.

3.1.3. а) $\Delta p = 2m\omega R = 2$ кг · м/с;

б) $\Delta p = 0$; в) $\Delta m = 2m\omega R\sqrt{2} = 2{,}8$ кг · м/с.

3.1.4. $\Delta p = 2mv\sin\frac{\alpha}{2} \approx 3{,}5$ кг · м/с.

3.1.5. а) $\Delta p = 2m\sqrt{2gh} = 1$ кг · м/с;

б) $\Delta p = m\sqrt{2gh} = 0{,}5$ кг · м/с.

3.1.6. $\Delta p = m\sqrt{2gh} = 6 \cdot 10^{-3}$ кг · м/с.

3.1.7. $s = \dfrac{\Delta p}{2gm^2}\sqrt{4m^2v_0^2 - (\Delta p)^2} = \dfrac{10 \cdot 10\sqrt{3}}{4 \cdot 9{,}8} = 8{,}8$ м.

3.1.8. $F = \dfrac{2mv\sin\alpha}{t} = 25{,}5$ Н.

3.1.9. $\Delta p = m(v_2 + v_1) = 3$ кг · м/с; $F = \dfrac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} = 300$ Н.

3.1.10. $N = m\left(g + \dfrac{v + \sqrt{2gh}}{\tau}\right) \approx 158$ Н.

3.1.11. $F = mg\left(1 + \dfrac{1}{t}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\right) = 1{,}42 \cdot 10^{-5}$ Н.

3.1.12. $\Delta t = \dfrac{m(\sqrt{2gH} + \sqrt{2gh})}{F - mg} = 0{,}27$ с.

3.1.14. $F = \dfrac{mv}{t} = 10^4$ Н.

3.1.15. $\mu = \dfrac{mg}{u}$.

3.1.16. $F = \mu_2(u - v) + \mu_1 u$.

3.1.17. $F = \dfrac{1}{4}\pi\rho d^2v^2 = 0{,}08$ Н, где ρ — плотность воды.

3.1.18. $p = 2\rho v^2\sin\alpha = 2{,}49 \cdot 10^5$ Па.

3.1.19. $p = \rho v^2$.

3.1.20. $F = \dfrac{M}{L}(v^2 + gL)$.

3.2.1. $p = \sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2 + 2m_1v_1m_2v_2\cos\alpha}$.

а) $p \approx 17$ кг · м/с; б) $p \approx 21$ кг · м/с; в) $p = 12$ кг · м/с.

3.2.2. $p_1 = p_2 = m\omega r$; $p_0 = 0$.

3.2.3. В первом случае $p = 0$; во втором — $p = mv = 1$ кг · м/с.

3.2.4. $v_1 = v_2\left(1 + \dfrac{M}{m}\right) \approx 1000$ м/с.

3.2.5. 1) $u_1 = \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = 5{,}1$ км/ч;

2) $u_2 = \dfrac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} = 1{,}72$ км/ч.

3.2.6. $u = \left(\dfrac{m_1}{m_2} - 1\right)\sqrt{2gh} = 219$ м/с.

3.2.7. $u = \dfrac{Mv_0 - mv}{M - m} = 160$ м/с.

3.2.8. $v = u\dfrac{n + 1}{n - 1} = 3{,}3$ м/с.

3.2.10. $v_2 = \dfrac{(v - 0{,}2v_1)}{1 - \eta} = 3{,}7$ м/с.

3.2.11. Человек должен идти в направлении движения тележки со скоростью $v_1 = v\left(1 + \dfrac{M}{m}\right) = 3$ м/с.

3.2.12. $u_1 = \dfrac{Mv}{m + M} = 4$ м/с;

$u_2 = u_1 = 4$ м/с.

3.2.13. $u = \dfrac{mv\cos\alpha}{M} = 0{,}8$ м/с.

3.2.14. $u = \dfrac{Mv_1 - mv_2\cos\alpha}{m + M} = -0{,}9$ м/с, тележка покатится назад.

3.2.15. $u = \dfrac{mv\cos\alpha}{m + M} \approx 3{,}3$ м/с,

$s = \dfrac{(mv\cos\alpha)^2}{2\mu g(m + M)^2} = 272$ м.

3.2.16. $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 4v^2}$.

3.2.18. а) $v = v_1 - \dfrac{mv_2}{M - m} \approx v_1 - \dfrac{mv_2}{M} = 9$ м/с;

б) $v = v_1 + \dfrac{mv_2}{M} = 11$ м/с;

в) $v = v_1 - \dfrac{mv_2\cos\alpha}{M} = 9{,}2$ м/с.

3.2.19. $u_1 = \dfrac{m_2v}{m_1} = 5$ м/с;

$u_2 = \dfrac{m_2(2m_1 - m_2)v}{m_1(m_1 - m_2)} = 10{,}3$ м/с;

$u_3 = \dfrac{2m_2v}{m_1} = 10$ м/с; $u_3 < u_2$.

3.2.21. $v_2 = \dfrac{mv_1}{M} = \mathbf{1}$ м/с;

$s = \dfrac{ml}{m + M} \approx \mathbf{0{,}67}$ м.

3.2.22. $\Delta x = l\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + M} = \mathbf{0{,}33}$ м. Не может.

3.2.23. $v = \sqrt{\dfrac{Mlg}{(m + M)\sin 2\alpha}}$.

3.2.24. $v \geqslant \dfrac{Ml}{M + m}\sqrt{\dfrac{g}{2h}} \approx 7$ м/с.

3.2.25. $\dfrac{l_2}{l} = 2$.

3.2.26. $t = \dfrac{l}{v_0}$; $a = \mathbf{0}$; $F_{\text{нат}} = mg$.

3.2.28. $u_1 = u_2 = \sqrt{v_1^2 - v_0^2}$; $v_2 = v_1$.

3.2.29. $l_2 = l\left(1 + \dfrac{2}{\sqrt{2gh}}\left(\dfrac{h}{t} - gt + \sqrt{\left(\dfrac{h}{t}\right)^2 + g^2t^2}\right)\right) = \mathbf{10{,}1}$ км.

3.2.30. $v_{\text{кон}} = 80{,}5$ м/с $= 289$ км/ч.

3.2.31. $v_1 = \dfrac{m(v + u) + Mv}{M + m} = 2{,}73$ м/с; $v_2 = 2$ м/с; $v_3 = \dfrac{-m(v - u) + Mv}{M + m} = 1{,}27$ м/с.

3.2.32. $\varphi = \operatorname{arctg}(\alpha\beta) \approx \mathbf{0{,}57°}$.

3.2.33. $u_1 = \dfrac{1}{4}\sqrt{v_2^2 + n^2v_1^2 + 2nv_1v_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)} = 2{,}18$ м/с;

$u_2 = \dfrac{1}{4}\sqrt{n^2v_2^2 + v_1^2 + 2nv_1v_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)} = 2{,}69$ м/с.

3.2.35. $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = 5$ м.

3.3.1. $A = -\mu mgs = \mathbf{-1}$ Дж.

3.3.2. $A = Fs\cos\alpha = 86{,}7$ Дж.

3.3.3. $A_N = \mathbf{0}$; $A_{mg} = mgl\sin\alpha = 4{,}9$ Дж; $A_{\text{тр}} = -\mu mgl\cos\alpha = \mathbf{-0{,}98}$ Дж; $A = mgl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \approx 4$ Дж.

3.3.4. а) $A = -mgh \approx -\mathbf{5{,}9}$ Дж; б) $A = mgh = \mathbf{5{,}9}$ Дж; в) $A = \mathbf{0}$.

3.3.5. $\dfrac{A_2}{A_1} = 3$.

3.3.6. $A_1 = \dfrac{F_1^2 s}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = \mathbf{1{,}6}$ Дж;

$A_2 = \dfrac{F_2^2 s}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = \mathbf{0{,}9}$ Дж;

$A = s\sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2{,}5$ Дж.

3.3.7. $A = \dfrac{m(g + a)at^2}{2} = 32{,}4$ кДж.

3.3.8. $\Delta A = mas = \mathbf{100}$ Дж.

3.3.11. $A = -\mu F \cdot 2\pi RN = -\mathbf{314}$ Дж.

3.3.12. $A = Fh\operatorname{ctg}\alpha = \mathbf{173}$ Дж.

3.3.13. $A = mg(h + vt\sin\alpha) \approx 35{,}8$ кДж.

3.3.14. Во втором случае совершает работу в два раза бо́льшую.

3.3.15. $A = \mathbf{0{,}4}$ Дж.

3.3.16. а) $A_1 = \mathbf{1}$ Дж; б) $A_2 = 2{,}5$ Дж; в) $A_3 = \mathbf{1{,}5}$ Дж; г) $A_4 = \mathbf{1}$ Дж.

3.3.17. $A = \dfrac{Fx^2}{2x_0} = \mathbf{50}$ Дж.

3.3.18. $A = \dfrac{\mu^2m^2g^2}{2k(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2} = 28{,}8$ Дж.

3.3.19. $A = \mu mg\left(s + \dfrac{\mu mg}{2k}\right) = \mathbf{1{,}72}$ Дж.

3.3.20. $A = \dfrac{Fx}{2} = \mathbf{1}$ Дж.

3.3.21. $A = E\dfrac{l}{s} \cdot \dfrac{x^2}{2} = 40$ Дж.

3.3.22. $A = \dfrac{k_1k_2x^2}{2(k_1 + k_2)} \approx \mathbf{0{,}33}$ Дж.

3.3.23. $A = \dfrac{(k_1 + k_2)x^2}{2} = \mathbf{0{,}6}$ Дж.

3.3.24. $A = \left(m + \dfrac{\mu h}{2}\right)gh = \mathbf{1{,}18}$ МДж.

3.3.25. $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{2l - l_0}{l_0} = 5$.

3.3.26. $\frac{A_1}{A_2} = 3$.

3.3.27. $\frac{A_1}{A_2} = 3$.

3.3.28. $\frac{A_1}{A_2} = 16$.

3.3.29. $A = \frac{(\mu_1 + \mu_2) mgl}{2}$.

3.3.30. $\frac{A_1}{A_2} = 3$.

3.3.32. $A = 0$.

3.3.33. $A = -6$ Дж.

3.4.1. $F = \frac{nN}{v} = 9000$ Н.

3.4.2. $\frac{N_1}{N_2} = 4$.

3.4.3. $N = \frac{4ml^2}{t^3} = 1{,}6 \cdot 10^5$ Вт.

3.4.4. $N = mv\left(\mu g + \frac{v^2}{2l}\right) = 3{,}1$ МВт.

3.4.5. $N = \frac{mv}{2}\left(\mu g + \frac{v}{t}\right) = 2{,}44$ МВт.

3.4.6. Рис. 13: $N_1 = \mu mgv$; $N_2 = mat(\mu g + a)$.

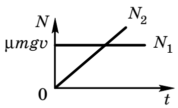


Рис. 13

3.4.7. $v = \frac{Ns}{mgh + Fs} = 19$ м/с.

3.4.8. $N = 2mvg\sin\alpha \approx 2mgv\,\mathrm{tg}\,\alpha = 15$ кВт.

3.4.9. $N = \frac{\mu mgv}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha} = 111{,}2$ Вт.

3.4.10. а) $N = -mgv\sin\alpha = 686$ Вт; б) $N = -mg(v\sin\alpha - gt) = 13{,}7$ Вт; в) $N = 0$.

3.4.11. $N_1 = Ft\left(\frac{F(\cos\beta + \mu\cos\beta)}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right)\cos\beta = 1048$ Вт;

$N_2 = mgt\left(\frac{F(\cos\beta + \mu\sin\beta)}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right)\sin\alpha = 404$ Вт.

3.4.12. $N = \rho Sv\left(\frac{v^2}{2} + gh\right)$, где ρ — плотность воды.

3.4.14. $\eta = \frac{\rho vgh}{Nt} = 0{,}8$; $\eta = 80\%$, где ρ — плотность воды.

3.4.15. $N = \frac{mgh}{\eta\tau} = 49$ кВт.

3.4.16. $F = \frac{\eta N}{v} = 125{,}6$ кН.

3.4.17. $A = \frac{[g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + a]mh}{\sin\alpha} = 1380$ Дж; $N_{ср} = A\sqrt{\frac{a\sin\alpha}{2h}} = 690$ Вт; $\eta = \frac{mgh}{A} = 72\%$.

3.4.18. $N = 4t$.

3.5.1. $\frac{p_1}{p_2} = 5$, $\frac{E_1}{E_2} = 2{,}5$.

3.5.2. $m = \frac{p^2}{2E} = 2{,}5$ кг; $v = \frac{2E}{p} = 4$ м/с.

3.5.3. $\Delta E = \frac{\Delta p(v_2 - v_1)}{2} = 20$ Дж.

3.5.4. $E = \frac{m(gt)^2}{2} = 4{,}8$ мДж.

3.5.5. $t = \frac{2}{g}\sqrt{\frac{2E}{m}} = 2{,}8$ с.

3.5.6. $E = \frac{Fl}{2}\left(\frac{F^2}{(mg)^2} - 1\right) = 105$ Дж.

3.5.7. $E_1 = mv^2(1 - \cos\alpha) = 20$ мДж; $E_2 = mv^2(1 + \cos\alpha) = 60$ мДж; $E = 2mv^2 = 80$ мДж.

3.5.8. $E = Fs = 4$ Дж.

3.5.9. $E = 2\pi^2 m\nu^2 R^2 = 19{,}7$ Дж.

3.5.10. $A_1 = \frac{2mv^2}{9} = 8$ кДж; $A_2 = \frac{7mv^2}{18} = 14$ кДж; $\frac{A_2}{A_1} = \frac{5}{4}$.

3.5.11. $F = \frac{mv^2}{2l}$ = 960 кН. Увеличится в 2 раза.

3.5.12. $A = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}$ = –0,12 Дж.

3.5.13. $A = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$ = –36 Дж.

3.5.14. По льду дальше в $\frac{1}{2\mu}$ = = 10 раз.

3.5.15. $v = v_0\sqrt{1 - \frac{h}{H}}$ = 408,2 м/с.

3.5.16. $F = \frac{2E}{R}$ = 0,32 Н, направлена к центру окружности; $A = 0$.

3.5.17. $v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2FR}{m}} \approx 13$ м/с.

3.5.18. $E = 0{,}1mRt^2 = 1$ Дж.

3.5.20. $v = \frac{1}{2}\sqrt{\mu g l}$ = 1,9 м/с.

3.5.21. $h_1 = 2h = 20$ см.

3.5.22. $h_1 = h\frac{v}{v - v_1}$ = 15 см.

3.5.23. $n > \frac{v}{v - v_1}$ = 5,88, $n = 6$. Пуля застрянет в шестой доске.

3.5.24. $E = 0{,}1x_1^2$ = 10 Дж.

3.6.1. $E_1 = \frac{mga}{2}$ = 0,98 Дж; $E_2 = \frac{mgb}{2}$ = 1,96 Дж; $E_3 = \frac{mgc}{3}$ = = 2,94 Дж. Наиболее устойчиво первое положение, самое неустойчивое — третье.

3.6.2. $\Delta E = mg(h_2 - h_1)$ = 5,88 Дж.

3.6.3. $\Delta E = \frac{mgl}{2}$ = 19,6 мДж.

3.6.4. $A = -\Delta E$ = – 98 Дж.

3.6.5. $A = \frac{3}{2}mgl \approx 441$ мДж.

3.6.6. $A = \frac{\rho g a^4}{2}$ = 9,8 кДж.

3.6.7. $A = \frac{\rho g h^2}{12}[(a + b)^2 + 2b^2]$ = = 1764 Дж.

3.6.8. $E = k\frac{l_0^2}{18}$ = 5 Дж.

3.6.9. $l = l_0 + \sqrt{\frac{2E}{k}}$ = 60 см.

3.6.10. а) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1} = 2$; б) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{2}$.

3.6.11. $E_1 = \frac{k_1 k_2^2 x^2}{2(k_1 + k_2)^2}$ = 2Дж.

3.7.1. $p = m\sqrt{2gh} \approx 0{,}35$ кг · м/с.

3.7.2. $h = \frac{v^2}{4g} \approx 23$ м.

3.7.3. $v = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}$ = 3,13 м/с.

3.7.4. $E_к = \frac{mv^2\cos^2\alpha}{2}$ = 25 Дж; $E_п = \frac{mv^2\sin^2\alpha}{2}$ = 75 Дж; $E = \frac{mv^2}{2}$ = = 100 Дж; $A = 100$ Дж.

3.7.5. $p = m\sqrt{\frac{gl}{2}}$ = 3,13 кг · м/с.

3.7.6. $h = \frac{H}{2}$ = 1 м; $s = H = 2$ м.

3.7.8. $v_1 = \sqrt{\frac{2g(l_1 m_1 - l_2 m_2)}{m_1 + m_2\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2}}$ = = 1,7 м/с; $v_2 = v_1\frac{l_2}{l_1}$ = 2,8 м/с.

3.7.9. $v = 2\sqrt{0{,}6gl}$ = 3,43 м/с.

3.7.10. $v = \sqrt{5gl}$ = 4,9 м/с.

3.7.11. $h = \frac{5}{3}R = 0{,}5$ м.

3.7.12. $F = mg\left(1 - \frac{3h}{R}\right) \approx 0{,}2(1 - 5h)$; $h_1 = \frac{R}{3} = 0{,}2$ м.

3.7.13. 1) $h = 2{,}5R = 1$ м; 2) $F_д$ = = $3mg(1 - \cos\alpha)$ = 5,88 Н.

3.7.14. 1) $h_1 = \frac{5}{3}R = 0{,}5$ м; 2) $F_д = 2mg = 19{,}6$ Н.

3.7.15. $h = \frac{1}{3}\left(5R + \frac{v^2}{2g}\right) = 108$ см.

3.7.17. $F = 3mg \approx 0{,}3$ Н.

3.7.18. $\alpha = \arccos\left(\frac{3}{2} - \frac{\omega^2 l}{2g}\right) \approx 58{,}7°$.

3.7.19. $h = a - \frac{4a^3}{27(l-a)^2} = a\left(1 - \frac{4}{27}\left(\frac{a}{l-a}\right)^2\right) = 37{,}4$ см.

3.7.20. 1) $T = m\left(3g\ \sin\alpha + \frac{v^2}{l}\right) = 1{,}6$ Н; 2) $v_0 = \sqrt{3gl} = 4{,}8$ м/с.

3.7.21.
$v = \sqrt{gl(\sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha - 2\cos\alpha + 2)} \approx 5$ м/с.

3.7.24. $v = (l_1 - l_2)\sqrt{\frac{g}{l_1 - l_0}} = 0{,}5$ м/с.

3.7.26. $\Delta l \approx \sqrt{\frac{mgl_0}{k}} = 17{,}3$ см.

3.7.27. $v = \frac{gl\sqrt{mk}}{kl - mg} \approx 4$ м/с.

3.7.30. $h = l_0 - \frac{mg}{k} = 25$ см; $\Delta x = \frac{mg}{k}\left(1 + \sqrt{\frac{1 + 2k(H - l_0)}{mg}}\right) \approx 16$ см.

3.7.31.
$\Delta p = 2m\sqrt{2gh + \frac{2k(\sqrt{h^2 - l^2} - l)}{m}} = 0{,}6$ кг · м/с.

3.8.1. $Q = mg(h_1 - h_2) \approx 14$ Дж.

3.8.2. $A = -\frac{m(v_0 + v)(v_0 + gt - v)}{2} = -6{,}76$ кДж.

3.8.3. $F = \frac{mv^2}{2s} + mg \approx \frac{mv^2}{2s} = 2500$ кН.

3.8.4. $\mu = \frac{h}{l + s} = 0{,}1$.

3.8.5. $A = mg(h + \mu l) = 21{,}56$ Дж.

3.8.6. $v = \sqrt{2gh(1 - \mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)} = 12{,}6$ м/с.

3.8.7. $h = \frac{v^2}{2g(1 - \mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha)} = 3{,}9$ м.

3.8.8. $Q = \frac{A\mu}{\mu + \mathrm{tg}\,\alpha} = 0{,}9$ Дж.

3.8.9. $A = m\left(2gh - \frac{v^2}{2}\right) \approx 132$ Дж.

3.8.10. $\mu = \frac{A_1 + A_2}{A_2 - A_1}\mathrm{tg}\,\alpha \approx \frac{A_1 + A_2}{A_2 - A_1} \cdot \alpha = 0{,}27$.

3.8.11. $\mu = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\mathrm{tg}\,\alpha}{2} = 0{,}026$.

3.8.12. $s = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{k} = 5{,}8$ см.

3.8.14. $\mu = 0{,}48$.

3.8.16. $p = m\sqrt{gl(1 - \eta)} = 0{,}24$ кг · м/с.

3.8.17. $\mu = \mathrm{tg}\,\alpha - \frac{k\Delta l^2}{2mgl\cos\alpha} \approx 0{,}52$.

3.8.20. $F = \mu g\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) = 4$ Н.

3.8.21. $l = l_0 + \frac{F}{k\sqrt{2}} \approx 26$ см.

3.8.22. $\mu = \frac{3v_0^2}{8gs} - \frac{ks}{2mg} = 0{,}075$.

3.9.1. $E = \frac{(m_2v_2 - m_1v_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = 3{,}1$ Дж.

3.9.3. $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m + M)} = 1281$ Дж.

3.9.4. $E = \frac{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = 24{,}4$ Дж.

3.9.7. $u = \frac{2v}{7} = 2$ м/с; $\Delta E = \frac{45mv^2}{112} = 0{,}63$ Дж.

3.9.8. $s = \frac{v^2}{18\mu g} = 41$ см.

3.9.9. $x = \frac{mv}{\sqrt{k(m + M)}} = 5$ см.

3.9.10. $v = \left(1 + \frac{M}{m}\right)\sqrt{2gh} = 588$ м/с.

3.9.11.
$l = \frac{m_1 m_2 v_0}{(m_1+m_2)^2}\left(\sqrt{1+\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)^2}-1\right)\sqrt{\frac{h}{g}} \approx$
$\approx$ **1,65** м.

3.9.12. $l = \frac{m^2 v_0^2}{4(m+M)^2 g} \approx$ **0,62** м.

3.9.14. $l = \frac{m}{M}\left(v\sqrt{\frac{2h}{g}} - s\right) = 2$ м.

3.9.15. $A = -\frac{mMv^2}{2(m+M)} =$ **−1,69** Дж.

3.9.16. $v \approx \sqrt{\frac{2Fl}{m}} =$ **63,2** м/с.

3.9.17. $v = v_0\sqrt{\frac{M+m}{M}} \approx$ **11** м/с.

3.9.18. $v =$
$= M\sqrt{\frac{2\mu g l}{m^2\cos^2\alpha + 2\mu M^2\sin^2\alpha}} \approx 25$ м/с
под углом $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{m}{2\mu M}\right) \approx$ **66,8°** к горизонту;
$s = \frac{(2M+m)m^3 v^2\cos^2\alpha}{2\mu g M^2 (m+M)} \approx$ **0,5** м.

3.9.20. $v_{\min} = x\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}} =$
$=$ **0,54** м/с.

3.9.21. $\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right) =$ **60°**.

3.9.22. $v = \sqrt{\frac{2gh\eta(2-\eta)}{(1-\eta)^2}} =$ **16,2** м/с.

3.9.23. $t = (1 + 2\sqrt{1-\eta})\sqrt{\frac{2h}{g}} =$ **1,9** с.

3.9.24. В $n = \frac{2}{t}\sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 2,2$ раза.

3.9.25. $Q = 337,5$ Дж.

3.9.26.
$Q = m_2 v_0\sqrt{2gh} - \frac{(m_1+m_2)m_2 gh}{m_1} =$
$=$ **91** Дж.

3.9.27. $\cos\alpha = 1 - \frac{m^2 v^2}{8glM^2} =$ **0,74**;
$\alpha \approx$ **41,9°** $\approx$ **42°**; $\eta = \frac{3M-m}{4M} \approx$ **0,75**.

3.9.28. $Q_1 = 2(v\sqrt{mQ} - 2Q) =$ **49,4** Дж.

3.9.29. $\gamma = \beta =$ **30°**.

3.10.1. $u_1 = \frac{2m_2 v_2 + v_1(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} =$
$=$ **11** м/с; $u_2 = \frac{2m_1 v_1 + v_2(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} =$
$= 3$ м/с.

3.10.4. $\eta = \frac{E_2'}{E_1} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2}$;
а) $\eta = 1$; б) $\eta = 0,75$; в) $\eta = 0,25$.

3.10.5. $\frac{m_1}{m_2} = 5$.

3.10.6. В 1,4 раза.

3.10.10. $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha = 55°$.

3.10.11. $v_2 = \frac{2m_1 v\cos\alpha}{m_1 + m_2} =$ **2,16** м/с.

3.10.12. $m_2 = \frac{13}{5}m =$ **2,6** m.

3.10.13. $\beta = \arccos\left(\frac{v_1 v_2\cos\alpha}{u_1 u_2}\right)$.

3.10.14. $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx$ **49°**.

3.10.15. $h = \frac{2}{g}\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2 = 8$ мм.

3.10.16.
$\alpha = \arccos\left[1 - \frac{2m^2v^2}{gl(m+M)^2}\right] =$ **30°**.

3.10.17.
$h = 4l(1-\cos\alpha)\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 =$ **6,25** см.

3.10.18. $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{5l}{2L}\right) \approx$ **41,4°**.

3.10.19. $v = m\sqrt{\frac{2gh}{(m+M)M}} \approx$
$\approx$ **0,66** м/с.

3.10.20. $\frac{m_1}{m_2} = 5{,}83.$

3.10.21. $\frac{m}{M} \geqslant \frac{1}{3}.$

3.10.22. $s_1 = v_1\tau_1 = 0{,}2$ м;

$s_2 = v\frac{4\tau_1 m + M\tau_2 - 3m\tau_1}{m + M} = 0{,}4$ м,

$s_3 = 0{,}6$ м.

3.10.24. $t = \frac{2l}{v - 2u} = 2$ с.

3.10.25. $L = l + \frac{u^2}{2g} = 0{,}5$ м.

3.10.26. $m_2 = \sqrt{m_1 m_3} = 200$ г;

$v_{\max} = 4v\frac{m_1}{(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_3})^2} = 4{,}4$ м/с.

3.10.27. $v \approx 5{,}8$ м/с.

3.10.28. $v_{\text{ср}} = m\cos\beta\sqrt{\frac{2gl(\cos\beta - \cos\alpha)}{M(M + m\cos^2\beta)}}.$

3.10.30. $v_{\max} = \frac{2m_2\sqrt{2gr}}{m_1 + m_2} = 2$ м/с.

Глава 4. ГРАВИТАЦИЯ

4.1.1. $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н.

4.1.2. Увеличится в $n^4 = 16$ раз.

4.1.3. $F_{\text{гр}} = 3{,}6 \cdot 10^{22}$ Н; $a_З = 5{,}98 \times$ $\times\, 10^{-3}$ м/с^2; $a_С = 1{,}7 \cdot 10^{-10}$ м/с^2.

4.1.4. $a_1 = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 2{,}73 \cdot 10^{-3}$ м/с^2;

$a_2 = g\left(\frac{R_З}{R}\right)^2 = 2{,}68 \cdot 10^{-3}$ м/с^2.

4.1.5. $F_{\text{гр}} = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx mg\alpha = 34{,}2$ мН.

4.1.6. $F = \frac{4Gm^2}{5\sqrt{5}a^2} = 2{,}38 \cdot 10^{-7}$ Н.

4.1.7. $F = G\frac{m^2\sqrt{13}}{2\pi R^2} = 1{,}2 \cdot 10^{-12}$ Н.

4.1.8. $x \approx R\sqrt{\frac{M_З}{M_С}} = 2{,}58 \cdot 10^8$ м.

4.1.9. а) $x = \frac{R}{\sqrt{\frac{m_2}{m_1} + 1}} = 2{,}5$ м, любой массы; б) система не будет находиться в равновесии.

4.1.10.

$F = \frac{2\pi^2 Gm\rho r^2 Rd}{(R^2 + d^2)^{3/2}} = 4{,}2 \cdot 10^{-14}$ Н.

4.1.12.

$F = \frac{4\pi\rho G(R_1^3 - R_2^3)m_1}{3(R_1 + l)^2} = 2{,}2 \cdot 10^{-11}$ Н.

4.2.1. $g = G\frac{m}{R^2} = 3{,}75$ м/с^2.

4.2.2. $G = \frac{gR^2}{m} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}.$

4.2.4. $g_С = g_0\frac{\rho_С}{\rho_З}\frac{R_С}{R_З} \approx 270$ м/с^2.

4.2.5. $0{,}61$ м/с^2.

4.2.6. $h = 0{,}4R_З = 2548$ км.

4.2.7. На 9,5%.

4.2.8. $\frac{g}{g_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_З}\right)^2} = 0{,}99$; $s_1 \approx 4{,}9$ м.

4.2.9. $h = R_З\left(t\sqrt{\frac{g_0}{2s}} - 1\right) = 2548$ км.

4.2.11. $g = g_0\frac{R_З - h}{R_З} = 8{,}27$ м/с^2.

4.2.12. $h = R_З\frac{n - 1}{n} = 3185$ км.

4.2.14. Меньше на $\Delta g = \frac{4\pi^2}{T^2}R_З =$ $= 3{,}4$ см/с^2.

4.2.15. $T = \sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}} = 9{,}6 \cdot 10^3$ с.

4.2.16. $\rho \approx 20$ кг/м^3.

4.2.17. $\rho = \frac{3\pi}{0{,}1GT^2} \approx 200$ кг/м^3.

4.2.18. $h = R\left(\sqrt{\frac{G\rho T^2}{G\rho T^2 - 3\pi}} - 1\right)$.

4.2.19. $g \approx g_0\left(1 - \frac{2\pi^2}{T^2}\cos^2\varphi\right)$, где φ — географическая широта.

4.2.20. $\eta = \frac{4\pi^2 R_З \cos^2\varphi}{g_0 T^2} = 8{,}6 \cdot 10^{-4}$, где T — период вращения Земли вокруг собственной оси.

4.2.21. $\Delta P = \frac{8\pi m v}{T} \approx 17{,}4$ кН, где T — продолжительность земных суток.

4.3.1. $v = \sqrt{g_0 R_З} = 7{,}9$ км/с.

4.3.2. $v = \sqrt{\frac{g_0 R_Л}{n}} = 1705$ м/с.

4.3.3. $v = 2R\sqrt{\frac{\pi\rho g}{3}} \approx 2{,}8$ км/с.

4.3.4. $v = 7{,}73$ км/с.

4.3.5. Скорость спутника Земли в 1,11 раз больше.

4.3.6. В два раза больше.

4.3.7. $R = 42\,190$ км.

4.3.8. $g = \frac{v^4}{g_0 R_З^2} = 2{,}45$ м/с^2.

4.3.9. $v = \sqrt{\frac{2E_к}{m}} = 6$ км/с;

$h = R_З\left(\frac{m g_0 R_З}{2E_к} - 1\right) = 4750$ км.

4.3.10. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4}$.

4.3.11. $\frac{mg_2}{mg_1} = \frac{v_2^4}{v_1^4} = 16$.

4.3.12. $v = \frac{2RM}{m}\sqrt{\frac{G\pi\rho}{3}} = 120$ м/с.

4.3.13. При движении с запада на восток:

$v_{отн} = \sqrt{g_0 R_З} - \frac{2\pi R_З}{T} \approx 7{,}4 \cdot 10^3$ м/с,

при движении с востока на запад:

$v_{отн} = \sqrt{g_0 R_З} + \frac{2\pi R_З}{T} \approx 8{,}4 \cdot 10^3$ м/с,

где T — период обращения Земли вокруг собственной оси, $g_0 = 9{,}8$ м/с^2.

4.4.1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_З}{g_0}} = 84{,}8$ мин, $g_0 = 9{,}8$ м/с^2.

4.4.3. $T_1 = T_2\left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} = 225$ дней, где $T_2 = 365$ дней.

4.4.4. 27,4 сут.

4.4.5. $N = \frac{R_З\sqrt{g_0}}{2\pi(R_З + h)^{3/2}} = 13{,}35$ сут$^{-1}$.

4.4.6. $\omega = 2\pi\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T_З}\right) = 5 \cdot 10^{-4}$ рад/с;

$v = \sqrt[3]{2\pi R_З^2\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T_З}\right)g_0} = 5{,}9$ км/с.

4.4.8. $\frac{M_З}{M} = \frac{R_З^2 g T^2}{4\pi^2 R^2} = 9{,}3$.

4.4.9. $\rho = \frac{3\pi R^3}{G R_С^3 T^2} = 1{,}39 \cdot 10^3$ кг/м^3.

4.4.10. $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 1{,}19 \cdot 10^{-3}$ с.

4.4.11. $T_{сп} = 2^{-3/2}\,T \approx 224$ ч.

4.4.13. $r_1 = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}$; $r_2 = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}$;

$T_1 = T_2 = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{G(m_1 + m_2)}}$.

4.4.16. $m = \frac{2\pi^2 R^3}{G(12{,}6T_0)^2} = 9{,}6 \cdot 10^{26}$ кг, где $T_0 = 31\,536\,000$ с — длительность земного года.

4.5.1. $E_п = -G\dfrac{mM_З}{R_З + h} = -5{,}37 \times 10^{10}$ Дж;

$E_к = G\dfrac{mM_З}{2(R_З + h)} = 2{,}68 \cdot 10^{10}$ Дж;

$E = -G\dfrac{mM_З}{2(R_З + h)} = -2{,}68 \cdot 10^{10}$ Дж.

4.5.2. $E_п = -2E_к = -2 \cdot 10^9$ Дж.

4.5.3. $h = R\left(1 + \sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}\right)^{-1}$.

4.5.4. $v = \sqrt{g_0 R_З} \approx 7{,}9$ км/с.

4.5.6. $A = \dfrac{mg_0 R_З^2}{R_З + H} \approx 4{,}2 \cdot 10^{13}$ Дж.

4.5.7. $n = \dfrac{2h}{R_З} \approx 1$.

4.5.13. а) $v = \sqrt{g_З R_З}(\sqrt{2} - 1) = 3{,}2$ км/с; б) $v = \sqrt{g_З R_З} = 7{,}9$ км/с.

4.6.1. Сила всегда направлена к центру Земли. Направление ускорения совпадает с направлением силы. Для точек *1*, *2*, *3* (см. в условии рис. 4.6.1) соответственно $a_\tau < 0$, $a_\tau = 0$, $a_\tau > 0$.

4.6.4. $s = 9{,}2R_З \approx 5{,}9 \cdot 10^4$ км.

Глава 5. СТАТИКА

5.1.1. $R = 0$.

5.1.3. $T = \dfrac{mg}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}} = 196$ Н.

5.1.4. $T_{AB} = \dfrac{mg}{\cos\alpha} = 2000$ Н, $T_{BC} = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha = 578$ Н.

5.1.5. $T_{AB} = \dfrac{mgl_2}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2}} = 490$ Н.

5.1.6. $F_{BC} = \dfrac{mg}{\sin\alpha}$; $F_{AB} = mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha$.

5.1.7. $T_{BC} = mg = 19{,}6$ Н, $T_{AB} = 3\,mg = 58{,}8$ Н.

5.1.9. $\mu = \sqrt{\left(\dfrac{R}{h}\right)^2 - 1} \approx 0{,}67$.

5.1.11. $T = \dfrac{mgr}{b}$.

5.1.12. $\alpha = \arccos\left(\dfrac{1 + \sqrt{8n^2}}{4n}\right) \approx 32{,}5°$.

5.1.13. Удлинения пружин при последовательном соединении $\Delta x_1 = \dfrac{2mg}{k}$, при параллельном — $\Delta x_2 = \dfrac{mg}{2k}$. Нет, не будет.

5.1.14. На расстоянии $x \approx 0{,}35L$ от верхнего конца пружины.

5.1.15. $L_0 = 3L_1 - 2L_2$.

5.2.1. $F_д = (M - m)g = 490$ Н; $T = mg = 196$ Н.

5.2.2. $m_2 = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} = 5$ кг.

5.2.3. $m_3 = (m_1 - m_2)\sin\alpha$; $N = (m_1 - m_2)g\cos\alpha$.

5.2.4. $M = \dfrac{m(2\cos\alpha - 1)}{\sin\alpha}$; $N = mg\left(4\cos\alpha - 1 - \dfrac{2}{\cos\alpha}\right)$.

5.2.5. 20 кг.

5.2.6. 5 кг.

5.2.7. а) 12,5 Н; б) 13,5 Н; в) 0,25 м; г) 25 Вт; д) $\eta = 92\%$.

5.2.9. $x = \dfrac{15mg}{k}$.

5.3.1. $T = mg\dfrac{l + R}{\sqrt{l^2 + 2lR}}$; $F_д = mg\dfrac{R}{\sqrt{l^2 + 2lR}}$.

5.3.3. $F_1 = \dfrac{mg}{\cos\alpha + \sin\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha_1}$;

$F_2 = \dfrac{mg}{\cos\alpha_1 + \sin\alpha_1 \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha}$.

5.3.4. $F_{\text{ст}} = mg\dfrac{h}{l} = 19{,}6$ Н; $F_{\text{д}} = mg\dfrac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \approx 86$ Н.

5.3.5. $F = \dfrac{mgR}{R - h}$.

5.4.1. $l_1 = l_2\dfrac{F_1}{F_2} = 75$ см.

5.4.2. $F = \dfrac{mg}{2} = 2{,}45$ кН.

5.4.3. $M = Fh = 20$ Н · м.

5.4.4. Увеличится в 2 раза.

5.4.5. $F = \dfrac{mg}{8} = 0{,}12$ Н.

5.4.6. $P = \sqrt{P_1 P_2}$.

5.4.7. На левую опору (см. в условии рис. 5.4.4) $F_1 = \dfrac{mg}{2} + Mg\dfrac{l_1}{l} = 3{,}03$ кН; на правую $F_2 = \dfrac{mg}{2} + Mg\left(1 - \dfrac{l_1}{l}\right) = 5{,}49$ кН.

5.4.8. Сила натяжения правого каната $T_1 = \dfrac{mgl_1}{l_1 + l_2} = 1{,}03$ кН, левого $T_2 = \dfrac{mgl_2}{l_1 + l_2} = 0{,}343$ кН.

5.4.9. $F_1 = \dfrac{m_1 g}{2} + m_2 g\dfrac{d}{l} = 294$ Н; $F_2 = \dfrac{m_1 g}{2} + m_2 g\left(1 - \dfrac{d}{l}\right) = 784$ Н.

5.4.10. На расстоянии $x = \dfrac{(0,5P + P_2)l}{P + P_1 + P_2} = 31{,}25$ см от груза весом P_1.

5.4.11. $m \leqslant M\,\dfrac{l - 2a}{2a} = 120$ г.

5.4.12. $\dfrac{F_{\max}}{F_{\min}} = \dfrac{L - l}{l - 2L} = \dfrac{5}{4}$.

5.4.13. $m = \dfrac{F}{g} = 300$ кг.

5.4.14. $x = \dfrac{k_2 l}{k_1 + k_2} = 6$ см; $l_2 = \dfrac{k_1 l}{k_1 + k_2} = 4$ см.

5.4.15. $x = \dfrac{l}{m}\left(\dfrac{k_2 m + M}{k_1 + k_2} - \dfrac{M}{2}\right)$; $F_1 = \dfrac{k_1(m + M)g}{k_1 + k_2}$; $F_2 = \dfrac{k_2(m + M)g}{k_1 + k_2}$.

5.4.16. $M = 35$ кг.

5.4.17. $m = \dfrac{M + 2m_1}{4} = 3$ кг.

5.4.18. $F = 40$ Н; на расстоянии $x = 0{,}25$ м от левого конца.

5.4.19. $x = \dfrac{F_2 d}{F_2 - F_1} = 0{,}5$ м; $F = 15$ Н.

5.5.3. Центр тяжести находится на расстоянии

$$x = \frac{m(R_1 + 0{,}5l) + m_2(R_1 + R_2 + l)}{m_1 + m_2 + m} = 109 \text{ см}$$

от центра меньшего шара.

5.5.4. На $x \approx 5{,}6$ см от центра медного шара.

5.5.5. а), б). В точке пересечения медиан.

5.5.6. На расстоянии $x = \dfrac{r^2 R}{2(R^2 - r^2)}$ от геометрического центра диска.

5.5.7. Центр тяжести сместится к основанию треугольника на расстояние $x = 0{,}67$ см.

5.5.8. На оси симметрии на расстоянии $x = \dfrac{\pi b}{(2 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})^2 - \pi}$ слева от геометрического центра.

5.5.9. На оси симметрии на расстоянии $x = \dfrac{3\sqrt{3}a}{28}$ от геометрического центра куба.

5.6.2. $N = mg\sqrt{1 + \dfrac{\mathrm{ctg}^2\alpha}{4}} = 876{,}5$ Н; $T = \dfrac{mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{2} = 392$ Н.

5.6.3. $N = mg\sqrt{1 + \left(\dfrac{L_1 \sin\alpha}{L}\right)^2}$. Под углом $\beta = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{L_1 \sin\alpha}{\alpha}\right)$ к вертикали.

5.6.4. $T = \dfrac{mg}{2}\cos\alpha$. С увеличением угла α сила натяжения нити уменьшается.

5.6.5. $\mu = \dfrac{\sqrt{2}\cos\alpha - \cos(45° - \alpha)}{\sqrt{2}\sin\alpha} = \dfrac{1 - \mathrm{ctg}\,\alpha}{2}$.

5.6.6. $\alpha = \mathrm{arctg}(2\mu)$; $N_A = \mu mg$; $N_B = mg$.

5.6.7. $\mu = \dfrac{\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}{1 - \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha} \approx 0{,}35$.

5.6.8. $x = \mu l\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 2{,}29$ м.

5.6.10. $\varphi = \arcsin\sqrt{\dfrac{\mu r}{l(1 + \mu^2)}}$.

5.6.11. $\mu \leqslant \dfrac{1}{3}$.

5.6.12. $\mu = \dfrac{a}{2c}$.

5.6.13. $\mu \leqslant \dfrac{a}{\sqrt{4R^2 - a^2}} = 0{,}33$.

5.6.14. $F = \dfrac{mga}{2b\sin\alpha}$; $\mu \geqslant \dfrac{a}{a\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2b}$.

5.6.15. $F = \dfrac{mg}{4\sqrt{2}} = 0{,}24$ Н.

5.6.16. $F = \dfrac{Mg}{3}$; $\dfrac{l_2}{l_1} = 2$.

5.6.17. $F = \dfrac{mgR\sin\alpha}{r + R\cos\alpha} = 0{,}34$ Н.

5.6.18. $\alpha = \mathrm{arctg}\,\dfrac{2}{3} \approx 33{,}5°$.

5.6.19. На оси симметрии игрушки на расстоянии $x = R\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx 5{,}8$ см от центра туловища игрушки.

5.6.20. $\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{2R}{h} \approx 13°$.

5.6.21. $h = 0{,}86$ м.

5.7.1. Длина выступающих концов кирпичей будет $\dfrac{l}{2}$, $\dfrac{l}{4}$, $\dfrac{l}{6}$, считая от верхнего кирпича.

5.7.3. $m = \dfrac{Mr}{R - r}$.

5.7.4. $\alpha = \arcsin\dfrac{2m_1}{m} = 30°$.

5.7.5. $F_{\text{тр}1} = F_{\text{тр}2} = \dfrac{mgl\sin\alpha(1 - \sin\alpha)}{2[h - R(1 + \sin\alpha)]} \approx 735$ мН.

5.7.6. $\mu = \dfrac{m_2}{m_1}\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 0{,}29$.

5.7.7. $l = 4R$.

Глава 6. ГИДРОСТАТИКА

6.1.1. В $n = \dfrac{l_2 h_2}{l_1 h_1} = 100$ раз.

6.1.2. $p = \rho gh = 113$ кПа.

6.1.3. $p = \dfrac{mg}{4S} = 49$ кПа.

6.1.4. Цилиндрик давит на дно (случай *а*), а вода и на дно, и на боковую поверхность (случай *б*) стакана.

6.1.5. $F = pS = 120$ Н.

6.1.6. $p = \dfrac{F}{S} = 5$ кПа.

6.1.7. В $\dfrac{S_2}{S_1} = 16$ раз больше.

6.1.8. $M = m\dfrac{S_2}{S_1} = 20$ кг.

6.1.9. $F_2 = F_1\dfrac{h_1}{h_2} = 160$ кН.

6.1.10. $\eta = \dfrac{F_2 S_1}{nF_1 S_2} \cdot 100\% = 90\%$.

6.1.11. $n = \eta\dfrac{Nt}{mgh} \cdot \dfrac{S_2}{S_1} \approx 92$.

6.2.2. $p_1 = p_0 + \rho g h_1 = 3{,}94 \cdot 10^5$ Па;
$p_2 = p_0 + \rho g h_2 = 15{,}01 \cdot 10^5$ Па;
$p_3 = p_0 + \rho g h_3 = 18{,}64 \cdot 10^5$ Па;
$p_4 = p_0 + \rho g h_4 = 25{,}5 \cdot 10^5$ Па;
$p_5 = p_0 + \rho g h_5 \approx \rho g h_5 = 1070 \cdot 10^5$ Па.

6.2.3. $h_2 = h_1\rho_в/\rho_{рт} = 77{,}4$ м.

6.2.4. $p = p_0 + \rho g h = 129{,}4$ кПа.

6.2.5. $h = \dfrac{p_0(n-1)}{\rho g} = 10{,}2$ м.

6.2.6. $\Delta p = \rho g h = 1{,}47 \cdot 10^5$ Па.

6.2.7. $\Delta p = \rho g h = 3{,}92$ кПа.

6.2.8. 1. а) Рис. 14, *а*; $p_{ст} = \rho g h$; б) рис. 14, *б*; $p = \rho_0 + \rho g h$.

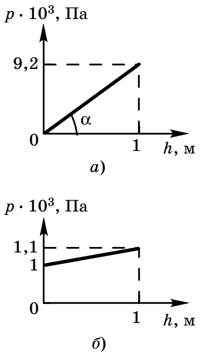


Рис. 14

2. а) Если плотность будет больше, то и тангенс угла наклона графика давления увеличится в $n = 2$ раза; б) не изменится.

6.2.9. $h = \dfrac{\eta p_0}{\rho_в g} = 2{,}5$ м.

6.2.10. На 50%.

6.2.11. $\Delta p = \rho_в g h \sin\alpha = 5{,}9$ кПа.

6.2.12. $p = p_0 + \dfrac{2\rho_1\rho_2 g H}{\rho_1 + \rho_2} = 105{,}3$ кПа, где ρ_1 — плотность воды, ρ_2 — плотность ртути.

6.2.13. $F = \rho g h S \approx 150$ Н.

6.2.14. $h = \dfrac{pS - F}{\rho g S} = 20$ м.

6.2.15. $F_1 = \rho g h_1 S = 10$ кН; $F_2 = \rho g(h_1 - h_2)\, S = 8$ кН.

6.2.16. $h = \dfrac{m}{\pi\rho R^2}\left(1 - \dfrac{Mr^2}{m(R^2 - r^2)}\right) = 10{,}4$ см.

6.2.17. $H = h\dfrac{\rho_{ст}}{\rho} = 4{,}5$ см.

6.2.18. $F = \rho g\dfrac{lh^2}{2} \approx 784$ Н.

6.2.19. $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{2n+1}{n+3} = \dfrac{5}{3}$.

6.2.20. $F = \dfrac{\rho g S \operatorname{tg}\alpha}{\cos\alpha} \cdot \sqrt{\dfrac{S}{\pi}} \approx 3{,}7$ мН.

6.2.21. $F = \left(p_0 + \dfrac{\rho g h}{2}\right)\dfrac{hb}{\cos\alpha} = 3{,}4 \cdot 10^5$ Н.

6.2.22. $F = (p_0 + 4\rho g a)a^2 = 7{,}2 \cdot 10^5$ Н.

6.2.24. $F = a^2\left[p_0 + ag\left(\dfrac{\rho_0 \sin\alpha}{2} + \rho\cos\alpha\right)\right]$.

6.2.25. Да, отпадет. Воронка должна быть цилиндрической формы.

6.2.26. $x = H - \dfrac{(\rho - \rho_0)h(d - r)R^2}{\rho_0 r^2}$.

6.2.27. $x = H - \dfrac{a^2 b(\rho - \rho_0)(a - 6r)}{12\pi\rho_0 r^3}$.

6.3.1. $\Delta x = 4$ см.

6.3.2. $h = \Delta h\,\dfrac{\rho_{рт}}{\rho_в} = 27{,}2$ см.

6.3.3. $h = \dfrac{m}{2\rho S} = 7{,}5$ мм.

6.3.4. $h_2 = h_1\dfrac{\rho_в}{\rho_к} = 68$ см.

6.3.5. $\Delta h = \dfrac{h(\rho_м - \rho_к)}{\rho_в} \approx 2{,}9$ мм.

6.3.6. $h_2 = \dfrac{\rho_{рт}\Delta h}{\rho_в} = 0{,}27$ м; $\rho_к = \dfrac{\rho_{рт}\Delta h}{h_1} = 788$ кг/м^3.

6.3.7. $h_2 = 33{,}5$ см.

6.3.8. $\Delta h = \dfrac{\rho_в h_1 - \rho_{кер} h_2}{\rho_{рт}}$.

6.3.9. В левом сосуде поднимется на $x_1 = \dfrac{2(m_2 S_1 - m_1 S_2)}{\rho_в {S_1}^2} = 5$ см, в правом опустится на $x_2 = \dfrac{x_1}{2} = 2{,}5$ см.

6.3.10. $\dfrac{D}{d} = \sqrt{\dfrac{h_0\rho_м}{\Delta h \rho_{рт}} - 1} = 2$.

6.3.11. $\Delta l = \dfrac{n\rho_м H}{\rho_в + \rho_м} = 4$ см.

6.3.12. $\Delta l = \dfrac{\rho_м h_0}{4\rho_{рт} + 3\rho_в} \approx 5{,}8$ мм.

6.4.1. $F = pS = 1{,}2 \cdot 10^5$ Н.

6.4.2. $h = \dfrac{p - p_0}{\Delta p}\Delta h \approx 1812$ м.

6.4.3. $h = \dfrac{p}{\rho_в g} = 10{,}3$ м, $F = pS = 200$ Н.

6.4.4. $h = \dfrac{p}{\rho g} \approx 10{,}3$ м.

6.4.5. $\Delta p = p_0 + \rho g h \approx 5$ атм.

6.4.6. $h = \dfrac{p - p_0}{\rho g} = 30$ м.

6.4.7. $l = \dfrac{p}{\rho g \sin\alpha} = 1{,}52$ м.

6.4.8. Уровень в чашке понизится на $\Delta x = \dfrac{p_0}{\rho g}\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\dfrac{4S}{\pi D^2} \approx 11$ мм, где $p_0 = 10^5$ Па — нормальное атмосферное давление.

6.4.9. $p_1 = 67{,}7$ см рт. ст.; $p_2 = 86{,}6$ см рт. ст.

6.4.10. Уровень понизится на $\Delta h = \dfrac{\Delta p S_2}{\rho_в g(S_1 + S_2)} = 20$ см.

6.5.1. $V = \dfrac{F}{\rho_в g} \approx 50$ см^3.

6.5.2. $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{V_2}{V_1} = 1{,}25$. Объем жидкости, вытесняемой телом, больше.

6.5.3. $F = mg\left(1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_1}\right) \approx 33{,}3$ Н.

6.5.4. $P = (\rho_{ст} - \rho_в)gV = 1{,}37$ мН.

6.5.5. $P = \dfrac{\rho_в mg}{mg - P} = 2{,}18 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.5.6. $\rho = \dfrac{\rho_в mg}{kl} = 2{,}45 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.5.7. $S = \dfrac{\Delta F}{\rho_в g \Delta h} = 40$ см^2.

6.5.8. $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{mg - P_2}{mg - P_1} = 800$ кг/м^3.

6.5.9. $\rho_{тела} = \dfrac{3\rho_в - \rho_1}{2} = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.5.10. $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = 800$ кг/м^3.

6.5.11. $\rho_п = \dfrac{\rho_в g m}{mg + P_1 - P} = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.5.12.
$$\eta = \frac{\rho_з}{\rho_з - \rho_с}\left(1 - \rho_с \frac{P_1 - P_2}{\rho_з P_1}\right) \cdot 100\% = 70{,}7\%.$$

6.5.13. Нет, так как плотность короны $\rho = \dfrac{m\rho}{m - m_x} = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м$^3 < \rho_з$.

6.5.14. $\rho_ж = \dfrac{\rho(P_1 - P_2)}{\rho g V + P_1} \approx 700$ кг/м^3, где ρ — плотность железа.

6.5.15. $F = (\rho_1 - \rho_2)gV = 2{,}35$ Н.

6.5.16. $V > \dfrac{m}{\rho} \approx 20{,}2$ м^3.

6.5.17. Может, так как
$$m \ll 516 \text{ кг} = \frac{(\rho_2 - \rho_1)V - M}{3}.$$

6.5.18. Нет, будет всплывать; $F = g(\rho V - m) = 5{,}9$ Н.

6.5.19. Если дно глинистое, то давление больше в $n = \dfrac{p_0 + \rho_в g(h - a) + \rho_м g a}{(\rho_м - \rho_в) g a} \approx 17{,}3$ раз, где p_0 — нормальное атмосферное давление.

6.5.20. а) $F_1 = (p_0 + \rho g h_1)S = 119{,}6$ Н; б) $F_2 = (p_0 + \rho g(h_1 + h))S = 129{,}4$ Н; в) $F_A = \Delta F = \rho g h S = 9{,}8$ Н.

6.5.22.
$$F = \frac{1}{3}\rho g h S\left[3\left(\frac{S_0}{S}\right)^{1/2} - \left(\frac{S_0}{S}\right)^{3/2} - 2\right].$$

6.5.24. $F = \dfrac{mg(k-n)}{k} \approx 0{,}3$ Н.

6.5.25. Уменьшится на $\Delta F = \dfrac{\rho_1 g V}{2} - \rho g h S \approx 3{,}2$ Н.

6.5.26. $T = glS[\rho_{\text{ал}} - (1 - n)\rho_{\text{в}}] \approx 132$ Н.

6.5.27. $M = \dfrac{8\pi\rho R^3}{3} - m \approx 2{,}6$ г.

6.5.29. $T = \rho g \Delta h S = 2$ Н.

6.5.30. $\rho_1 = \dfrac{4}{3}\rho = 1000$ кг/м^3.

6.5.32. $h = l\cos\alpha\sqrt{\dfrac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}} = 35$ см.

6.5.33. $T = \dfrac{mg}{2} = 9{,}8$ мН.

6.5.34.
$$\eta = \left(1 - \frac{a}{l}\right) - \sqrt{\left(1 - \frac{a}{l}\right)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_{\text{в}}}\left(1 - \frac{2a}{l}\right)} = 0{,}33.$$

6.6.1. $V = \dfrac{m}{\rho} = 400$ м^3.

6.6.2. $m = \rho h S = 100$ т.

6.6.3. $m = \dfrac{\rho_1\rho_2 V}{\rho_1 - \rho_2} = 1{,}07 \cdot 10^6$ кг, где ρ_2 — плотность льда.

6.6.4. Уменьшатся на $\Delta h = \dfrac{m}{2\rho_{\text{в}} S} = 5$ мм.

6.6.5. 1. Нет. 2. Да, погрузившись на глубину $h_2 = h_1\dfrac{\rho}{\rho_{\text{в}}} = 1{,}8$ см.

6.6.6. $\Delta V = V_1 - \dfrac{m}{\rho_{\text{в}}} = 1{,}4$ л, где $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды.

6.6.7. $m = \rho_{\text{в}} S\,(H - h) = 0{,}12$ кг.

6.6.8. $N = \dfrac{\rho_{\text{в}} V - M}{m} = 15.$

6.6.9. $m = \dfrac{\pi(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{д}})d^2 l}{4} = 84{,}8$ кг.

6.6.10. $m_{\text{бр}} = \dfrac{\rho_{\text{д}} m}{n\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{д}}} = 9$ кг.

6.6.11. $h = \dfrac{m}{(n\rho_1 - \rho_2)S} \approx 0{,}23$ м.

6.6.12.
$$\rho = \frac{\rho_1\rho_2 g V + (1 - \alpha)\rho_2 P - \rho_1 P}{\rho_1 g V} \approx 500 \text{ кг/м}^3.$$

6.6.13. $\eta = \dfrac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{рт}}} = 0{,}57.$

6.6.14. $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{3}{2}.$

6.6.15. $V = \dfrac{m(2\rho_1 - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{в}}\rho_1} = 0{,}96$ л, где ρ_1 — плотность стали.

6.6.16. $\rho = \dfrac{\rho_1 + \rho_{\text{рт}}}{2} = 7{,}25 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.6.17. $\eta = \dfrac{\rho_{\text{рт}} - 4\rho_{\text{в}}}{4(\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}})} = 0{,}2.$

6.6.19. $\Delta h = h\dfrac{m}{m + \rho_{\text{в}} V} \approx 0{,}1$ см.

6.6.20. $F = 20{,}335$ Н.

6.6.24. $m = 85$ г. Глубина погружения не изменится.

6.6.25. $\eta = \dfrac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1 - \rho_2} = 0{,}5.$

6.6.26. $\rho = \dfrac{\rho_{\text{в}} + \rho_{\text{рт}}}{2} = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.6.27. $h_1 = h\dfrac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \approx 7{,}5$ см.

6.6.29. $F \approx 917$ Н.

6.6.30.
$$T = \frac{(n - 2)\rho_{\text{в}} g V}{2(n + 1)} = 3{,}92 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

6.6.31.
$$l = \frac{m_1 + m_2 - (V_1 + V_2)(\rho_0 + A h_1)}{A V_2} = 39{,}5 \text{ см}.$$

6.6.32. Система будет плавать, если $1 \geqslant n \geqslant 0{,}5$.

6.7.1. $Q = (\rho_а - \rho)ghV = 66{,}6$ мДж.

6.7.2. $A = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_{ст}(h + H) - \rho_в h) = 3{,}4$ Дж.

6.7.3. $v = \sqrt{2gh\left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right)} \approx 5{,}85$ м/с.

6.7.4. $H = h\frac{\rho_1 - \rho}{\rho} = 120$ см, где ρ_1 — плотность воды.

6.7.5. $H = \frac{4\pi r^3 \rho_в}{3m} - h$.

6.7.6. $F = mg\left(\frac{\rho_в}{\rho} - \frac{h}{h_2} - 1\right) = 7{,}45$ Н, где $\rho_в$ — плотность воды.

6.7.7. $\eta = \frac{x}{l} = \frac{2(\rho_в - \rho_1)}{\rho_в} = 0{,}4$.

6.7.8. $h = \frac{2m}{\rho S} = 10$ см.

6.7.9. $A = -\frac{\pi\rho g h^2 R^2}{2}\left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2\right)$.

6.7.10. а) $A = \frac{ga^4(\rho_в - \rho_1)^2}{2\rho} = 78{,}4$ мДж; б) $A = \frac{\rho_1^2 g a^4}{2\rho_в} = 176{,}4$ мДж.

6.7.12. $Q = 0{,}25mg(l - d)$.

Указание: при повороте бруска центр массы жидкости, вытесненной телом, сместился вниз.

6.7.15. $a = \left(\frac{2A(\rho_в - \rho_к}{g(\rho_в - \rho_п)}\right) = 10$ см.

6.8.1. $\Delta p = \frac{\rho v_1^2}{2}\left(\frac{d_1^2}{d_2^2} - 1\right) = 731$ кПа.

6.8.2. $v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2\Delta p}{\rho}} \approx 3{,}3$ м/с.

6.8.4. $V = S_1 S_2 t\sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_2^2 - S_1^2}} \approx 2{,}29$ м³.

6.8.5. $v = \sqrt{\frac{8F}{\pi d^2 \rho}} = 2$ м/с.

6.8.6. $h = \frac{v^2}{2g} = 0{,}32$ м.

6.8.7. $h = \frac{v^2}{2g}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = 3{,}68$ м.

6.8.8. $\alpha = \arccos\frac{S_1}{S_2} = 60°$;

$h = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right) = 3{,}8$ м.

6.8.9. $\mu \leqslant \frac{2\rho g h S}{P}$.

6.8.10. $S = \frac{S_0 Q}{\sqrt{Q^2 - 2ghS_0^2}} \approx 4{,}38$ см².

6.8.11. $S_2 = 0{,}5S_1$.

6.8.12. $v = \frac{k\rho g h S_1}{S}$.

6.8.14. $x = \frac{Q^2}{4gS^2}\left(1 - \frac{4g^2H^2S^4}{Q^4}\right) = 1{,}2$ м; $y = \frac{Q^2}{8gS^2}\left(1 - \frac{2gHS^2}{Q^2}\right) = -0{,}65$ м.

Указание: ось OX горизонтальна, ось OY направлена вверх; начало координат — у нижнего отверстия.

6.8.15. $S_2 = S_1\sqrt{\frac{h_1}{h_1 + h_2}} = 0{,}5$ см².

6.8.16. $a = g\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx g\alpha = 1{,}2$ м/с².

6.8.17. $a = g\frac{h}{d} = 4{,}9$ м/с².

6.8.18.

$F = \left(m + \frac{\pi\rho R^2(H + h)}{2}\right)\frac{(H - h)g}{2R}$.

6.8.19. Плоскость, угол наклона который к горизонту $\alpha = \mathrm{arctg}(a/g)$; $p = p_0 + \frac{L}{2}\left(1 + \frac{2a}{g}\right)$ при условии $a \leqslant \frac{Lg}{4}$.

6.8.20. $a = \dfrac{gh}{d+b} = 4{,}9$ м/с^2.

6.8.21. Рис. 15; $h = \dfrac{\omega^2 r^2}{2g}$ (r — расстояние от оси вращения).

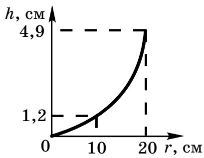


Рис. 15

6.8.22. а) Для горизонтального сечения на уровне дна воронки, образованной жидкостью, $p = p_0 + \dfrac{\rho\omega^2 r^2}{2g}$, где p_0 — атмосферное давление, r — расстояние от оси вращения до данной точки; б) $h = h_0 + \dfrac{\omega^2 r^2}{2g}$, где h_0 — высота от дна сосуда до уровня жидкости по оси вращения.

6.8.23. $\alpha = \arccos\left(\dfrac{g(4\pi\rho r^3 - 3m)}{3m\omega^2 l}\right) = 48{,}5°$.

Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

7.1.1. $T_1 = \dfrac{1}{\nu} = 20$ с; $T_2 = 0{,}5$ с; $T_3 = 4 \cdot 10^{-4}$ с.

7.1.2. Шмель сделает больше взмахов на $\Delta N = t\left(n - \dfrac{1}{T}\right) = 6000$.

7.1.3. Комар; в $k = \dfrac{nv_1}{\nu v_2} = 1{,}2$ раза.

7.1.4. $T = \dfrac{2}{\sin\alpha}\sqrt{\dfrac{2H}{g}} = 0{,}8$ с.

7.1.5. $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}8$ с; $\varphi_0 = \pi$ рад; $x_0 = 0$.

7.1.6. $x = 0{,}4 \sin(0{,}25\pi) = 28{,}3$ см.

7.1.7. $x = A\sin(2\pi\nu t + \alpha) = 3\sin\left(4\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$, см.

7.1.8. $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$; $x_0 = -6$ см; $x_1 = 6$ см.

7.1.10. $v = 2{,}5\cos\pi\left(2t - \dfrac{1}{2}\right)$; $v_1 = 0$.

7.1.11. 1) $\dfrac{5\pi}{6}$ рад; 2) $\dfrac{\pi}{3}$ рад; 3) $\dfrac{5\pi}{4}$ рад; 4) $\dfrac{5\pi}{3}$ рад.

7.1.12. $x = 0{,}04\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$; а) $\dfrac{5\pi}{3}$ рад; б) $0{,}842\pi$ рад.

7.1.13. $\omega = 10$ с$^{-1}$; $T = 0{,}628$ с; $A = 1$ см; $x = 0{,}01\cos 10t$.

7.1.14. $A = \dfrac{2x_1^2}{\sqrt{4x_1^2 - x_2^2}} = 8{,}33$ см.

7.1.15. $\omega = \sqrt{\dfrac{a}{x}} = 4$ с$^{-1}$; $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 1{,}57$ с; $A = \dfrac{\sqrt{v^2 + \omega^2 x^2}}{\omega} = 7{,}07$ см; $\omega t + \varphi = \arccos\dfrac{x}{A} = \dfrac{\pi}{4}$ рад.

7.1.17. В 2 раза.

7.1.18. а) $v_{ср} = 0{,}4$ м/с; б) $v_{ср} = 0{,}56$ м/с; в) $v_{ср} = 0{,}23$ м/с.

7.1.19. $x = \dfrac{d}{2}\sin\dfrac{2\pi t}{T} = 0{,}1\sin\dfrac{\pi t}{3}$; $x = 8{,}7$ см; $v = 5{,}2$ см/с; $a = 9{,}2$ см/с^2.

7.1.20. $A = 2{,}24$ см; $\nu = 0{,}159$ Гц; $\varphi = 0{,}353\pi$ рад; $\omega = 1$ с$^{-1}$; $x = 2{,}24 \times 10^{-2}\cos(t + 0{,}353\pi)$.

7.1.21. 1) $y = x$; 2) $y = 1{,}5x$; 3) $x^2 + y^2 = 4$; 4) $y = -2x$; 5) $x^2 + y^2 = 9$; 6) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$; 7) $y = 3x$.

7.2.1. $F_{max} = 2$ мН; $E_{max} = 50$ мкДж.

7.2.2. $F = 4{,}39$ мН; $E = 877$ мкДж.

7.2.3. $t = 2$ с; $\omega t = \dfrac{\pi}{3}$.

7.2.4. $v = \frac{2}{\pi m} \sin(2\pi t) = 0{,}64$ м/с; $t = 0{,}785 + 1{,}57n$, где $n = 0, 1, 2, \dots$.

7.2.6. $E_{\text{к max}} = E_{\text{п max}} = 5 \cdot 10^{-5}$ Дж; $E_\text{к} = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж; $E_\text{п} = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж.

7.2.7. $t = 0{,}5 \arcsin \frac{2U}{5F} = 0{,}25$ с.

7.2.8. $t = 0{,}25$ с.

7.2.9. $t_1 = \frac{7}{16}$ с.

7.2.10. $E = \frac{m\left(x_1^2 v_2^2 - x_2^2 v_1^2\right)}{2\left(x_1^2 - x_2^2\right)} \approx 1{,}8$ Дж.

7.3.1. $k = \frac{4\pi^2 m N^2}{t^2} = 9{,}94$ Н/м.

7.3.2. $\nu_2 = \nu_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = 2$ Гц.

7.3.3. $m_1 = \frac{m_2}{n^2 - 1} = 100$ г.

7.3.4. $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{1-n}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}15$.

7.3.5. $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 5$ с.

7.3.6. $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta x_1 + \Delta x_2}} = 2$ Гц.

7.3.7. $\Delta x = \frac{g}{4\pi^2} \left(\frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{\nu_1^2 \nu_2^2}\right) = 18{,}6$ см.

7.3.9. $x = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t = 0{,}03 \cos 4t$; $x_1 = -0{,}45$ см; $v = -A\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t \approx$ $\approx 11{,}9$ см/с.

7.3.10. $m = \frac{kA^2}{v^2} = 0{,}2$ кг.

7.3.11. $\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = 2$.

7.3.12. $l = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} v \sqrt{\frac{m}{k}}$.

7.3.13. $l = \frac{\sqrt{2} mg}{2k}$.

7.3.14. $A = \frac{mg}{k} + L$.

7.3.15. $k = \frac{mg}{A}$.

7.3.17. $E = \frac{kA^2}{2} = 0{,}4$ Дж; $E_\text{п} = \frac{kx^2}{2} = 0{,}01$ Дж; $E_\text{к} = E - E_\text{п} = 0{,}39$ Дж; $v = \sqrt{\frac{2E_\text{к}}{m}} = 2{,}8$ м/с.

7.3.18. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1}{m_2} = 2$.

7.3.19. $\frac{E_2}{E_1} = \frac{\Delta x_1 A_2^2}{\Delta x_2 A_1^2} = 8$.

7.3.20. $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{m}{k} v_0^2} = 14{,}14$ см; $E = \frac{m v_0^2 + k x_0^2}{2} = 0{,}2$ Дж.

7.3.21. $l = A \cos \frac{3\pi}{4} = 0{,}7$ см.

7.3.22. $A = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}} = 8{,}8$ см.

7.3.23. $h = \frac{kA^2}{mg} - \frac{mg}{k} = 0{,}03$ м.

7.3.24. $A = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}$.

7.4.1. $\approx 9{,}76$ м/с^2.

7.4.2. $N_2 = 30$ колебаний.

7.4.3. 6 см, 96 см.

7.4.4. $T = \sqrt{T_1^2 - T_2^2} = 4$ с.

7.4.5. $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

7.4.6. $m = \frac{lk}{g} = 0{,}5$ кг.

7.4.7. $\Delta t = 2{,}7$ с.

7.4.8. $h = R_З(n - 1) = 6\,370$ км.

7.4.9. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}} \approx 1{,}1$ с.

7.4.10. $v_0 = A\sqrt{\frac{g}{l}} = 0{,}3$ м/с.

7.4.11. $a = \frac{gA}{2l} = 0{,}49$ м/с^2.

7.4.12. $t \approx 0{,}48$ с.

7.4.14. а) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g+a}} = 1{,}63$ с;

б) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}} = 2$ с.

7.4.15. а) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 1{,}419$ с;

б) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}} = 1{,}397$ с;

в) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+a^2+2ag\cos\alpha}}} =$
$= 1{,}368$ с;

г) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}} = 1{,}444$ с.

7.4.17. $F = m\sqrt{\dfrac{16\pi^4 l^2}{T^4} - g^2} = 30$ мН.

7.4.18. $A = 2l\,\dfrac{|M-m|}{M+m}\,\sin\dfrac{\alpha}{2} \approx$
$\approx l\,\dfrac{|M-m|\alpha}{M+m}$.

7.4.19. $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} = 2$; $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{m_2 l_2}{m_1 l_1} =$
$= \dfrac{l_2}{l_1} = 4$.

7.4.20. $N = \dfrac{t}{\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}} = 10$.

7.5.1. $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{2m}}$.

У к а з а н и е. Учесть, что каждая точка обода одновременно участвует в двух движениях: поступательном вместе с осью и вращательном относительно этой оси.

7.5.2. $A_1 = A_2 = \sqrt{\dfrac{E}{2k}} \approx 1$ см.

7.5.3. $m = \dfrac{l(k_1+k_2)}{g} \approx 300$ г.

7.5.4. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{3k}}$.

7.5.5. $\omega = \sqrt{\dfrac{2k(m+M)}{mM}} = 50\ \text{с}^{-1}$;

$A = \dfrac{Mx_0}{m+M} \approx 16$ см.

7.5.6. $A \leqslant 0{,}1$ м.

7.5.7. $m = \dfrac{kT^2}{\pi^2}$.

7.5.10. $T = \pi\sqrt{\dfrac{m(k_1+k_2)}{k_1 k_2}} \approx 0{,}38$ с.

7.5.14. $\alpha_0 = \arccos\left(1 - \dfrac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\right) \approx$
$\approx 3{,}3°$.

7.5.15. $t = \dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{3\pi}{G\rho}} \approx 21$ мин, где G — гравитационная постоянная.

7.5.16. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{2GM}}$.

7.5.18. $F = \pi^2 ml\nu^2 = 197{,}4$ Н.

7.5.19. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{2\mu g}} \approx 1{,}5$ с.

7.5.21. $l = \dfrac{gT^2}{4\pi^2} = 1$ м.

7.5.22. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2\rho gS}} \approx 0{,}77$ с, где ρ — плотность ртути.

7.6.2. $l = 2\pi v\sqrt{\dfrac{\Delta x}{g}} \approx 6{,}3$ см.

7.6.3. $v = \dfrac{l}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$.

7.6.5. $h = \dfrac{\pi^2 mg}{2k} = 24$ см.

7.6.6. $\mu = \dfrac{4\pi^2 A}{gT^2} = 0{,}1$.

7.6.8. $T = 1{,}47\cos(0{,}05\sin 20t) +$
$+ 6\cdot 10^{-3}\cos^2 20t$;
$v = \omega Al\cos\omega t = 0{,}2\cos 20t$.

7.7.1. $v = \dfrac{\lambda N}{t} = 2{,}8$ м/с.

7.7.2. $v = \dfrac{\lambda(n-1)}{t} = 1{,}6$ м/с.

7.7.3. $s = \dfrac{\lambda(n-1)t_1}{t_2} = 7{,}5$ м.

7.7.4. а) $\lambda = vT = 18$ м;
б) $\varphi = \dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{v}\right) = 5{,}24$ рад;
в) $x = A\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{v}\right)\right) = 1$ см,
$v = 9$ см/с, $a = 27{,}4$ см/с^2.

7.7.5. а) $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = $ **100 Гц**, $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = $ **3,14 м**, где $k = 2$ м$^{-1}$ — волновое число; б) $v = \lambda\nu = $ **314 м/с**; в) $v_m = A\omega = $ **0,314 м/с**, $a_m = A\omega^2 = $ **197 м/с²**.

7.7.6. $y = A\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi}{\lambda}x\right) = 5{,}88$ см.

7.7.7. $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi l\nu}{v} = \pi$.

7.7.8. $\lambda = $ **0,48 м**.

7.7.9. $v = \dfrac{4l\nu}{2n-1} = 2$ м/с.

7.7.10. $\lambda = \dfrac{l}{2} = 8$ см.

7.7.11. $v = \dfrac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\rho g S}{m}}$.

7.8.1. 333,3 м/с.

7.8.2. $\lambda_1 = 3{,}8$ м; $\lambda_2 = 3{,}8$ см.

7.8.3. 36,25 мм; 2900 м.

7.8.4. $\dfrac{v_2}{v_1} = 0{,}5$.

7.8.5. Увеличится в $\eta = \dfrac{v_1}{v_2} = 4{,}35$ раза.

7.8.6. $\nu = \dfrac{v}{2\Delta x} = $ **100 Гц**.

7.8.7. $l = \dfrac{\Delta n v}{\nu}\left(1 + \dfrac{v\Delta T}{\Delta v \Delta\theta}\right) = $ **476 м**.

7.8.8. $\nu = \dfrac{v}{2l} = 425$ Гц.

7.8.9. $\nu_{\text{рез}} = \dfrac{v}{2l} = 8{,}25$ Гц.

7.8.10. 1) 341 Гц; 2) 268 Гц.

7.8.11. 1) 336 Гц; 2) 264 Гц.

7.8.12. 120 км/ч; **990 Гц**.

7.8.13. $u = 4{,}1$ м/с по направлению к резонатору.

7.8.14. 1) 696 Гц; 2) 515 Гц. Не изменится.

7.8.15. $u = \dfrac{\Delta\nu \cdot v}{2\nu_0 + \Delta\nu} = 3{,}74$ м/с.

7.8.16. $\nu_1 = \nu\dfrac{u+v}{u-v}$.

Часть 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Глава 8. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

8.1.1. $d = 4 \cdot 10^{-7}$ см.

8.1.2. $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{M_1}{M_2} = $ **0,57**, где M_1 и M_2 — молярные массы олова и свинца соответственно; $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{M_1\rho_2}{M_1\rho_1} = $ **0,37**.

8.1.3. $N = \dfrac{m}{M}N_A = 3 \cdot 10^{19}$.

8.1.4. $N = \dfrac{\pi\rho d^3 N_A}{6M} = 1{,}74 \cdot 10^{16}$.

8.1.5. а) $\dfrac{N}{m} = \dfrac{N_A}{M}$; б) $n = \dfrac{\rho N_A}{M}$; в) $N = \dfrac{mN_A}{M}$; г) $N = \dfrac{\rho N_A V}{M}$.

8.1.6. $\rho = \dfrac{Mn}{N_A}$; $\rho_1 = 10^{-8}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $\rho_2 = 9{,}9 \cdot 10^{-7}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

8.1.7. $N = \dfrac{\rho_c S h}{M}N_A = 1{,}17 \cdot 10^{17}$.

8.1.9. $t = \dfrac{\rho_c d N_A}{Mnv} = 12{,}46$ мин.

8.1.10. $N = \dfrac{mVN_A}{MSH} = 1{,}36 \cdot 10^5$.

8.1.11. $l = \sqrt[3]{\dfrac{M}{\rho N_A}} = 2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м.

8.1.12. $l = \dfrac{mN_A d}{M} = 9 \cdot 10^{-10}$ м.

8.1.13. $\eta = \dfrac{\pi d^3 m N_A}{6MV} = 9{,}8 \cdot 10^{-9}$.

8.2.1. $T = \dfrac{2E}{3k} = 401{,}4$ К.

Указание. Здесь и далее k — постоянная Больцмана.

8.2.2. Уменьшилась на $\Delta T = \dfrac{(n-1)T_0}{n} \approx$ **66,7** К.

8.2.3. $\nu = \dfrac{2E}{RT} \approx$ **0,13** моль.

8.2.4. $\Delta v = \sqrt{\dfrac{3R}{\mu}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right) \approx$
$\approx 25,67$ м/с.

8.2.5. $\eta_1 = \sqrt{1+\eta} - 1 = \mathbf{0{,}1}$; $\eta_1 = \mathbf{10\%}$.

8.2.6. $v = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}} = \mathbf{1{,}76}$ м/с.

8.2.7. $\dfrac{v_{\text{воз}}}{v_{\text{пыл}}} = \sqrt{\dfrac{mN_A}{M_{\text{воз}}}} \approx 2{,}28 \cdot \mathbf{10^{13}}$.

8.2.8. Не улетают, так как кинетическая энергия атомов недостаточна для преодоления солнечного тяготения, т. е. другими словами, скорость атомов много меньше даже первой космической скорости.

8.2.9. $v_2 = v_1\sqrt{\dfrac{M_1}{M_2}} \approx$ **492** м/с, где M_1 и M_2 — молярные массы кислорода и азота соответственно.

8.2.10. $F\Delta t = 2mv = 2\dfrac{M}{N_A}v = 8{,}8 \times$
$\times\, \mathbf{10^{-25}}$ Н · с, если угол падения молекулы $\alpha = \mathbf{0}$ (здесь m — масса молекулы).

8.2.11. $N = nSvt = 8 \cdot \mathbf{10^{15}}$;
$p = 2mv^2St = \mathbf{1 \cdot 10^{-8}}$ кг · м/с.

8.2.12. $p = 2nmv^2 = \mathbf{3{,}5 \cdot 10^{-5}}$ Па.

8.2.13. $p = 2nmv^2\sin^2\alpha = 8{,}7 \cdot 10^{-6}$ Па.

8.2.14. $v_{\text{вер}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}} \approx$ **1823** м/с;
$\langle v\rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} \approx$ **1029** м/с.

8.2.15. $T = \dfrac{M\Delta v^2}{1{,}85 \cdot 10^{-3}R} \approx 728{,}5$ К;
$v_{\text{вер}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}} \approx$ **658** м/с.

8.3.1. $p = \dfrac{1}{3}\dfrac{mv^2}{V} = \mathbf{106{,}7}$ кПа.

8.3.2. $M_2 = M_1\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \mathbf{16 \cdot 10^{-3}}$ кг/моль.

8.3.3. $p = \dfrac{1}{3}nmv^2 = \mathbf{96}$ кПа.

8.3.4. Увеличилась в $k = \sqrt{n} = 5$ раз.

8.3.5. Уменьшится на
$\eta_1 = \mathbf{100} - \sqrt{\mathbf{100} - \eta} = \mathbf{10\%}$.

8.3.6. $\bar{E}_{\text{к}} = \dfrac{3p}{2n} = \mathbf{6 \cdot 10^{-21}}$ Дж.

8.3.7. $\bar{E}_{\text{к}} = \dfrac{3pV}{2\nu N_A} = \mathbf{1{,}24 \cdot 10^{-20}}$ Дж.

8.3.8. $p = \dfrac{2\bar{E}_{\text{к}}}{3V} = 8 \cdot \mathbf{10^5}$ Па.

8.3.9. Увеличится в $nk = 8$ раз.

8.3.10. $p = \dfrac{\rho kT}{m_0} = 2 \cdot \mathbf{10^5}$ Па; $M =$
$= m_0N_A = \mathbf{4 \cdot 10^{-3}}$ кг/моль — гелий.

8.3.11. $T = \dfrac{pV}{kN} = \mathbf{500}$ К.

8.3.13. $v = \dfrac{pV}{m}\sqrt{\dfrac{3M}{RT}} \approx \mathbf{1{,}54}$ м/с.

8.4.1. $p_2 = \dfrac{p_1V_1}{V_2} = 90$ кПа; рис. 16, *а*, *б*, *в*.

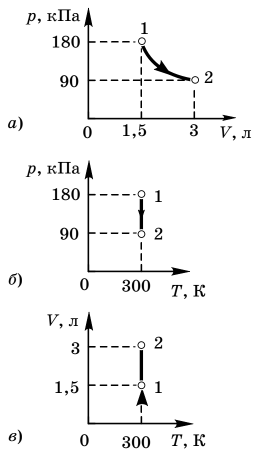


Рис. 16

8.4.2. Уменьшится на $\Delta V = V_1\dfrac{n-1}{n} =$
$= 4$ л.

8.4.3. $p = \dfrac{n\Delta p}{n-1} = 7$ атм.

8.4.4. $\rho = \rho_0\dfrac{p_1}{p_0} = \mathbf{0{,}5}$ кг/ м^3.

8.4.5. $V = \dfrac{V_2 p_2 - V_1 p_1}{p_2 - p_1} = \mathbf{0{,}5}$ **л.**

8.4.6. $p = p_0 + \dfrac{\mu m g}{S} = \mathbf{1{,}1 \cdot 10^5}$ **Па.**

8.4.7. $m = M + \dfrac{p_0 S}{g} \approx \mathbf{26}$ **кг.**

8.4.8. $\Delta h = l\left(\sqrt{1 + \left(\dfrac{p}{4p}\right)^2} - \dfrac{p}{\Delta p}\right)$.

8.4.9. $h \approx 0{,}55l = 5{,}5$ **см.**

8.4.10. $F = \dfrac{p_0 S}{2} + lk - \sqrt{\left(\dfrac{p_0 S}{2}\right)^2 + (lk)^2}$.

8.4.11. $\Delta l = \dfrac{(p - p_0) S_1 V_0}{(S_1 - S_2)(pS_1 - p_0 S_2)}$.

8.4.12. $p = \dfrac{m}{S}\left(a\dfrac{1-\eta}{\eta} - g\right) =$
$= \mathbf{1{,}02 \cdot 10^5}$ **Па.**

8.4.13. $a = \dfrac{g}{2}\left(\sin\alpha + \dfrac{p_0 S}{mg}\right) = 52{,}45$ м/с^2.

8.4.14. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2p_0 S - \mu m g + \sqrt{(2p_0 S)^2 + (\mu m g)^2}}{3\mu m g - 2p_0 S - \sqrt{(2p_0 S)^2 + (\mu m g)^2}}$,
$\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$.

8.4.15. $\omega = \sqrt{\dfrac{p_0 V}{m(l^2 - r^2)}} = \mathbf{200}$ **рад/с.**

8.5.1. Рис. 17, *а*, б, *в*; $V_2 = V_1 \dfrac{T_2}{T_1} =$
$= 136{,}7$ см^3.

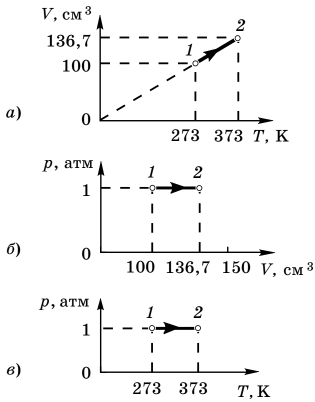


Рис. 17

8.5.2. $t_2 = -182$ °C, или $T_2 = 91$ **К.**

8.5.3. В 3 раза.

8.5.4. В 5,3 раза.

8.5.5. $\Delta l = l\dfrac{\Delta T}{T} = \mathbf{1}$ **см.**

8.5.6. $T = \dfrac{\Delta T}{\eta} \approx 333$ **К.**

8.5.8. $\rho = \dfrac{pM}{RT}$.

8.5.9. $S = \dfrac{V(t_2 - t_1)}{T_1 l_2 - T_2 l_1} = 0{,}38$ **см^2;**
$l = \dfrac{T(l_2 - l_1) + T_2 l_1 - T_1 l_2}{T_2 - T_1} = \mathbf{0{,}01}T +$
$+ \mathbf{105{,}2}$.

8.6.1. Рис. 18,*а*—*в*; $p_2 = p_1 \dfrac{T_2}{T_1} =$
$= \mathbf{124{,}3}$ **кПа.**

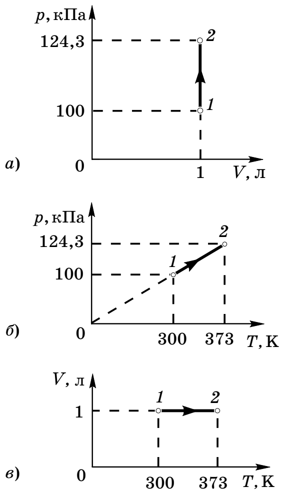


Рис. 18

8.6.2. $T_2 = T_1 \dfrac{p_2}{p_1} = 488$ К, $t_2 = 215$ °C.

8.6.3. $\Delta t = 91$ **°C.**

8.6.4. $\dfrac{p_2 - p_1}{p_1} = \dfrac{1}{290}$.

8.6.5. $T = \dfrac{\Delta T}{\alpha} = 300$ К.

8.6.6. $\Delta T = \dfrac{FT}{pS} = 70$ К.

8.6.7. $\dfrac{T}{T_0} = 3$.

8.7.1. $p_1 = \dfrac{p_2 V_2 T_1}{V_1 T_2} = 35$ атм.

8.7.2. $V = \dfrac{1+\eta_2}{\eta_2 - \eta_1}\Delta V = 12$ л.

8.7.3. $T_0 = \dfrac{\Delta T}{\eta_1 - \eta_2 - \eta_1\eta_2} = 300$ К; $T = T_0 + \Delta T = 324$ К.

8.7.4. $n = \dfrac{pVT_0}{p_0V_0T} = 51{,}85 \approx 52$.

8.7.5. 1. Увеличить в 2 раза. 2. Увеличится в 1,5 раза.

8.7.6. $l = 4V\dfrac{\Delta T}{\pi d^2 T} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ м.

8.7.7. $x = \dfrac{lT_2}{T_1 + T_2} = 0{,}42$ м.

8.7.9. $T = T_0\left(1 + \dfrac{\mu m g}{p_0 S}\right)\left(1 + \dfrac{\mu m g}{kl}\right) \approx$ ≈ 795 К.

8.7.10. $x = \dfrac{l}{2T}\left(\Delta T - T + \sqrt{(T-\Delta T)^2 - 12\Delta T}\right)$.

8.8.1. $m = \dfrac{pVM}{RT} \approx 31$ г.

8.8.2. $m_{H_2} = \dfrac{pVM}{RT} \approx 0{,}36$ кг; $m_{O_2} \approx 5{,}54$ кг; $\dfrac{m_{O_2}}{m_{H_2}} = \dfrac{M_{O_2}}{M_{H_2}} = 16$.

8.8.3. $p = \rho\dfrac{RT}{3M} \approx 4{,}7 \cdot 10^7$ Па.

8.8.4. $M = \dfrac{\rho RT}{p} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, NH_3 (аммиак).

8.8.5. $M = \dfrac{mRT}{pV} = 64 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, SO_2 (сернистый газ).

8.8.6. $V = V_0\dfrac{T_0}{100T} = 791$ см^3.

8.8.7. $t = \dfrac{pVM}{mRT} \approx 16$ ч.

8.8.8. $\Delta m = \dfrac{M_1 pV}{RT} - m\dfrac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \approx$ $\approx 2{,}66$ г.

8.8.9. $p_0 = \dfrac{\Delta p}{(1-\eta)T_2 - T_1} = 25$ атм.

8.8.10. $\Delta m = \dfrac{pVM(T_2 - T_1)}{RT_1T_2} \approx 1{,}7$ кг.

8.8.11. $N = \dfrac{\Delta p N_A}{RT} = 10^{24}$ молекул.

8.8.12. В $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{T_1}{(1-\eta)(T_1 - \Delta t)} =$ $= 1{,}7$ раз.

8.8.13. $\Delta m = \dfrac{MpSvt}{RT} \approx 20$ г.

8.8.14. $v = \dfrac{mRT}{MpSt} = 7{,}2$ м/с.

8.8.15. $m_г = \dfrac{Mh(p_0S + mg)}{RT}$.

8.8.17. $p = \dfrac{\alpha}{\nu R}V$.

8.8.18. $T_{max} = \dfrac{2\beta}{3}\sqrt{\dfrac{\beta}{3\alpha}}$.

8.8.19. $m_в = \dfrac{M\Delta l(2p_0S + 2m_0g - mg)}{R\Delta T} \approx 35$ г.

8.8.20. Поршень будет находиться на расстоянии

$l_1 = l\dfrac{M_2}{M_1 + M_2} \approx 75{,}3$, см,

$l_2 = l\dfrac{M_1}{M_1 + M_2} \approx 4{,}7$ см от торцов цилиндра.

8.9.1. См. в условии рис. 8.9.1, *а—д*:
а) $\dfrac{V_2}{V_1} = 2$, $p_1 = p_2 = p_0$, $\dfrac{T_2}{T_1} = 2$;

б) $p_1 = p_2 = p_0$, $\dfrac{V_2}{V_1} = 2$, $\dfrac{T_2}{T_1} = 2$;

в) $\dfrac{p_2}{p_1} = 2$, $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{1}{2}$, $T_2 = T_1 = T_0$;

г) $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{V_2}{V_1} = 2$, $T_2 = T_1 = T_0$;

д) $\dfrac{p_2}{p_1} = 2$, $V_1 = V_2 = V_0$, $\dfrac{T_2}{T_1} = 2$.

8.9.2. Рис. 19, *а*, *б*; $\dfrac{T_4}{T_1} = \dfrac{5}{2}$.

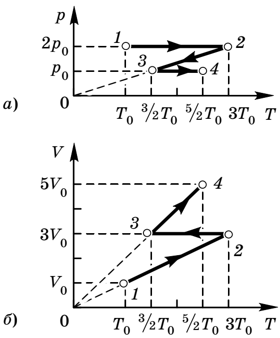


Рис. 19

8.9.3. Рис. 20, *а*, *б*; $T_4 = 9T_0$; $\dfrac{V_4}{V_0} = 3$.

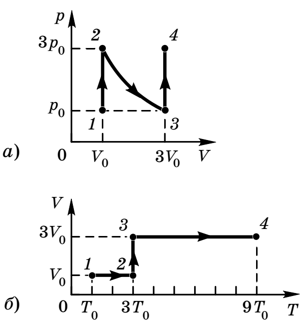


Рис. 20

8.9.4. Рис. 21, *а*, *б*.

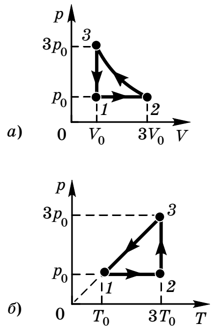


Рис. 21

8.9.5. Рис. 22, *а*, *б*.

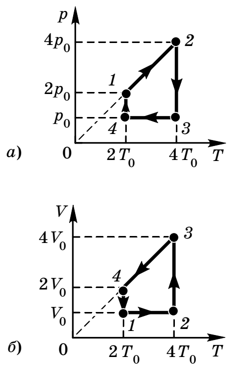


Рис. 22

8.9.6. Рис. 23; $\dfrac{V_{max}}{V_{min}} = 3$.

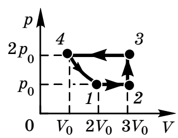


Рис. 23

8.9.7. Рис. 24; $\dfrac{V_{\max}}{V_{\min}} = 2{,}5$.

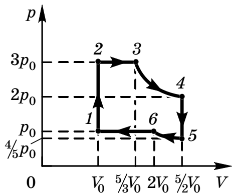


Рис. 24

8.9.8. Рис. 25, *а*, *б*, *в*; а) $p = \alpha V$ — прямая; б) $p^2 = \alpha RT$ — парабола; в) $V^2 = \dfrac{RT}{\alpha}$ — парабола.

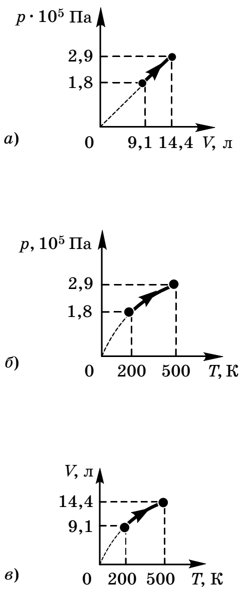


Рис. 25

8.9.9. Рис. 26, *а*, *б*, *в*; а) $p = \sqrt{\dfrac{\alpha R}{V}}$ — гипербола; б) $p = \dfrac{\alpha}{T}$ — гипербола; в) $V = \dfrac{RT^2}{\alpha}$ — парабола.

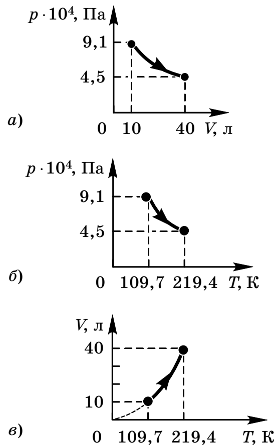


Рис. 26

8.9.10. Рис. 27, *а*, *б*, *в*; а) $p = \dfrac{2R}{\sqrt{\alpha V}}$ — гипербола; б) $p = \dfrac{2R}{\alpha T}$ — гипербола; в) $V = \alpha T^2$ — парабола.

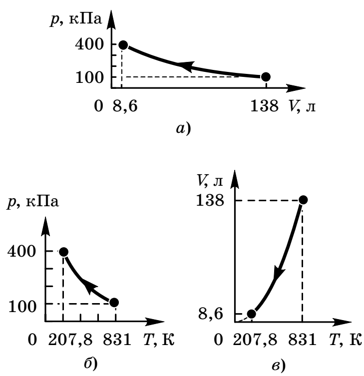


Рис. 27

8.9.11. Рис. 28; $\dfrac{T_{\max}}{T_{\min}} = 9$.

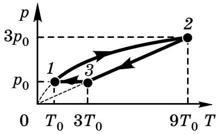


Рис. 28

8.9.12. Рис. 29; $T_3 = 9T_0$.

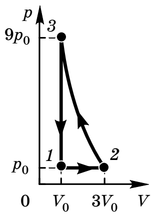


Рис. 29

8.9.13. $T = \dfrac{Mp_0V_0}{mR} = 481$ К.

8.9.14. $T_2 = \sqrt{T_1T_3} \approx 346$ К.

8.10.1. $T = \dfrac{pV}{R}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)^{-1} = 361$ К.

8.10.2. $p = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2} + \nu\right) \approx$
$\approx 87{,}2$ кПа.

8.10.4. $\rho = \dfrac{p_0M_2}{RT_0} - \dfrac{n(M_2 - M_1)}{N_A} \approx$
$\approx 0{,}6$ кг/м^3.

8.10.5. $p_1 = p_0\dfrac{\eta_2 M_{\text{возд}}}{M_{O_2}} = 1{,}8 \cdot 10^4$ Па,

где $M_{\text{возд}} = \dfrac{M_{O_2}M_{N_2}}{\eta_1 M_{O_2} + \eta_2 M_{N_2}}$.

8.10.6. Увеличили в $n =$
$= \dfrac{kmN_A}{mN_A + M\Delta N} = 1{,}5$ раза.

8.10.8. $p = \dfrac{(m_1 + m_2)p_1p_2}{m_1p_2 + m_2p_1} = 2 \cdot 10$ Па.

8.10.9. $n = \dfrac{6p_1V}{5p_0V_0} = 400$.

8.10.10. В большей части цилиндра увеличилось в $\dfrac{3l}{3l - b} = 5$ раз.

8.10.11. $p = \dfrac{mRT}{MV}(1 + \alpha) \approx 1{,}9 \cdot 10^5$ Па.

8.10.12. $\alpha = \dfrac{pVM}{mRT} - 1 = 0{,}34$.

8.10.13. $p \approx 57{,}6$ кПа.

8.11.1. В $n = 1 + \dfrac{W}{k} = 4$ раза.

8.11.2. $t = \dfrac{V}{V_0}\left(\dfrac{p}{p_0} - 1\right)t_0 = 160$ с.

8.11.4. $p_0 = p\left(1 + \dfrac{1}{k}\right) = 28$ кПа.

8.11.5. $\Delta p = p_0\left(1 - \left(\dfrac{V}{V + V_0}\right)^3\right) =$
$= 99{,}2$ кПа.

8.11.6. $\dfrac{\Delta V}{V} = \sqrt[n]{\dfrac{p_1}{p_2}} - 1 \approx 0{,}27$.

8.11.7. $n = \dfrac{\lg\left(\dfrac{p_0}{p}\right)}{\lg\left(\dfrac{V_0 + V}{V}\right)} = \dfrac{\lg k}{\lg\left(\dfrac{V_0 + V}{V}\right)} = 74$.

8.12.1. $V_{\text{в}} = V\left(\dfrac{p_1T_2}{(p_0 + \rho gh)T_1} - 1\right) =$
$= 555{,}9$ л.

8.12.3. $r = \sqrt[3]{\dfrac{3V_0(p_0 + \rho gH)}{4\pi(p_0 + \rho gh)}}$.

8.12.4. $\Delta T = \dfrac{6mRT_0^2}{\pi D^3 p_0 M - 6mRT_0} = 5$ К.

8.12.5. $F = mg\left(\dfrac{M_{\text{возд}}}{M_{H_2}} - 1\right)$.

8.12.6. $m_{\text{в}} = \dfrac{mM(p_0 + \rho_{\text{в}}gH)}{\rho_{\text{в}}RT_0} \approx$
$\approx 0{,}55$ г $= 546{,}4$ мг.

8.12.8. $l_0 = \dfrac{2\Delta l p_0 l}{\rho g(l^2 - \Delta l^2)} = 15{,}1$ см.

8.12.9. $h_0 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{p_0}{\rho g} + l\right) -$
$- \sqrt{\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{p_0}{\rho g} + l\right)^2 - \left(\dfrac{p_0}{\rho g} + h - l\right)h} \approx 2{,}8$ см.

8.12.10. $l = \dfrac{l_0(l_0 + \Delta l_0)}{l_0 + 2\Delta l_0} \approx 9{,}2$ см.

8.12.11. $x = \dfrac{p_0 + \rho g l - \sqrt{p_0^2 + (\rho g l)^2}}{2\rho g} = 24{,}7$ см.

8.12.12. $H = \dfrac{l-h}{2} + \dfrac{p_0}{2\rho g} + \sqrt{\left(\dfrac{l-h}{2} + \dfrac{p_0}{2\rho g}\right)^2 + \dfrac{p_0 h}{\rho g}} = 48{,}3$ см.

8.12.13. $T_2 = T_1 \dfrac{\rho g S(h - h_2) + mg}{\rho g S(h - h_1) + mg}$.

8.12.14. $h = \dfrac{p_0}{\rho_{\text{в}} g} \approx 10$ м.

8.12.15. $h = H + \dfrac{p_0}{\rho_{\text{в}} g} = 10{,}3$ м.

8.12.16. $p_3 = p' - \sqrt{p'^2 - p_0 \rho g l + \dfrac{T_0}{T_1}(p_1 - p_2)(\rho g l - p_2)} = 759{,}8$ мм рт. ст., где $p' = \dfrac{\rho g l + p_0}{2}$.

8.12.17. Уменьшить в $\dfrac{4p_0}{2p_0 - \rho g l} \approx 3$ раза.

8.12.18. $T_2 = T_1\left(1 - \dfrac{\rho g l}{2p_0}\right) = 285{,}3$ К.

8.12.21. $p = \dfrac{2(p_0 + \rho g \Delta h) l_0}{2l_0 + \Delta h_1 - \Delta h} - \rho g \Delta h_1 \approx 46$ кПа.

8.12.22. $\Delta h = \dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{p_0}{\rho g} + l + H - \sqrt{\left(\dfrac{p_0}{\rho g} + l + H\right)^2 - 4hl}\right\}$.

8.12.23. $T_1 = 2T\left(2 + \dfrac{3\rho g H}{2p}\right)$.

8.12.24. $x = 6{,}7$ см.

8.12.25. $a = g\dfrac{3F - p_0 S - \rho S l g}{\rho S l g - p_0 S + F}$.

Глава 9. ТЕРМОДИНАМИКА

9.1.1. $\Delta W = cm\Delta t$; $\Delta W_1 = 390$ Дж; $\Delta W_2 = 460$ Дж.

9.1.2. $C = \dfrac{Q}{t_1 - t_2} = 1050$ Дж/К; $c = \dfrac{Q}{m(t_1 - t_2)} = 2100$ Дж/(кг · К).

9.1.3. $Q = c\rho V(t_2 - t_1) = 126$ МДж.

9.1.4. $Q = (c_1 m_1 + c_2 \rho V)(t_2 - t_1) \approx 378$ кДж.

9.1.5. $t_1 = t_2 + \dfrac{Q}{cm} = 42{,}8$ °C.

9.1.6. Рис. 30.

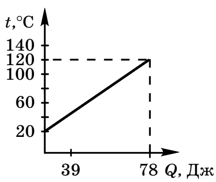


Рис. 30

9.1.7. $h = \dfrac{c\Delta t}{g} = 255{,}1$ м.

9.1.8. $h = \dfrac{cm_2(t_1 - t_2)}{m_1 g} = 42{,}8$ м.

9.1.9. $\Delta t = \dfrac{v^2}{2c} \approx 0{,}05$ °C.

9.1.10. $\Delta T = \dfrac{\eta v^2}{2c_{\text{св}}} = 20$ К.

9.1.11. $\Delta T = \dfrac{\eta g(h_1 - h_2)}{c_{\text{св}}} \approx 0{,}12$ К.

9.1.12. $\Delta T = \dfrac{5Mv^2}{c(M+m)} = 0{,}05$ К.

9.1.13. $\Delta T = \dfrac{\eta v^2(3n-1)}{8nc} \approx 7{,}25$ К.

9.1.14.

$\Delta t = \dfrac{v_1^2 + v_2^2 - 2gh}{4c} = 309{,}3$ °C.

9.1.15. $\eta = \dfrac{c\rho V(t_k - t)}{N\Delta t}$.

9.1.16. $\eta = \dfrac{cm\Delta t}{N\tau} \cdot 100\% = 11{,}7\%$.

9.1.17. $Q = \dfrac{\alpha m}{2}(T_2^2 - T_1^2)$.

9.1.18. $c_{ср} = c_0\left[1 + \dfrac{\alpha}{2}(t_1 + t_2)\right]$.

9.2.1. В $n = \dfrac{\lambda}{c\Delta t} = 80$ раз.

9.2.2. $E = 3{,}25$ кДж.

9.2.3. $\Delta E = m[c_в(t_1 - t_{пл}) + \lambda + c_л(t_{пл} - t_2)] = 300\ 675$ кДж.

9.2.4. $\eta = \dfrac{m[c_л(t_{пл} - t) + \lambda + c_в(t_к - t_{пл}) + 0{,}25r]}{N\tau} = 0{,}424$; $\eta = 42{,}4\%$.

9.2.5. $\lambda = c\left[\dfrac{\tau_2}{\tau_1}(t_2 - t_1) - t_{пл} + t_1\right] = 56{,}8$ кДж/кг.

9.2.6. $m_л = \dfrac{\eta m v^2}{2\lambda} = 2{,}98$ г.

9.2.7. $\Delta E = \dfrac{\lambda M}{N_A} = 9{,}96 \cdot 10^{-21}$ Дж.

9.2.8. $h = \dfrac{\lambda}{g} = 33{,}98$ км.

9.2.9.
$$v = \sqrt{\frac{2[c(t_{пл} - t) + \lambda]}{\eta}} = 418 \text{ м/с}.$$

9.2.10. $h = \dfrac{v_0^2}{2g} - \dfrac{c_{св}(T_{пл} - T_0) + \lambda}{\eta g} \approx 283$ м.

9.2.11.
$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2[c_ж(T_{пл} - T_0) + \lambda]}{\eta}} = 2{,}9 \text{ км/с}.$$

9.2.12. $v_{\min} = \sqrt{c_л(t_{пл} - t_1) + \lambda + c_в(t_2 - t_{пл})} = 832$ м/с.

9.3.1. $\Delta U = rm = 300$ Дж.

9.3.2. $Q = 263{,}6$ МДж.

9.3.3. $Q = m[c_л(t_{пл} - t_1) + \lambda + c_в(t_2 - t_{пл}) + r] = 6{,}06$ МДж.

9.3.5. $m = 0{,}72$ кг.

9.3.6. $r = \dfrac{c(t_к - t_0)\tau_2}{\tau_1} = 2{,}24$ МДж/кг.

9.3.7. $\tau_2 = \dfrac{r\tau_1}{c(t_к - t_0)} = 60$ мин.

Указание. Здесь и далее r — удельная теплота парообразования.

9.3.8. $Q = 204{,}5 \cdot 10^8$ Дж.

9.3.9.
$$r = \frac{2\lambda m(T - T_1)}{\rho V(T - T_{пл})}\frac{\tau_1}{\tau_2} = 172{,}3 \text{ кДж/кг},$$
где $\tau_1 = 1$ сутки.

9.3.10. $\Delta U = \dfrac{rM}{N_A} = 6{,}78 \cdot 10^{-20}$ Дж.

9.3.11. $h = \dfrac{c(t_к - t_0) + r}{g} \approx 265$ км.

9.3.12.
$$v = \sqrt{\frac{2}{\eta}(\lambda + c(T_к - T) + r)} \approx 2{,}6 \text{ км/с}.$$

9.4.1. $Q = Nqm = 1{,}2 \cdot 10^5$ Дж.

9.4.2. $\Delta t = \dfrac{qm}{c\rho V} \approx 5$ °C.

9.4.3. $\eta = \dfrac{cm_1(t_2 - t_1)}{qm_2} \cdot 100\% = 65{,}7\%$.

9.4.4. 32 750 кг.

9.4.5. $m = 0{,}09$ кг.

9.4.6. $\eta = \dfrac{Mv^2}{2qm} \cdot 100\% \approx 24\%$.

9.4.7. $s = \dfrac{2\eta qm}{Mg} = 75$ км.

9.4.8. $\mu = \dfrac{Ns}{\eta qv} = 5$ кг на $s = 1$ км пути.

9.4.9. $s = \dfrac{\eta\rho Vqv}{N} \approx 270$ км.

9.4.10. $q = \dfrac{Nl}{\eta mv} = 46{,}2$ МДж/кг.

9.4.11.
$$M = m\frac{c_л(t_{пл} - t_1) + \lambda + c_1(t_2 - t_{пл}) + r}{\eta q} \approx 0{,}6 \text{ кг}.$$

9.4.12. $m_{уг} = \dfrac{Q\rho VM_{H_2}}{\eta m\lambda M_{H_2O}} = 1{,}05$ кг.

9.4.13. $m = \dfrac{4Fs}{\eta q} = 3{,}5$ т.

9.4.14.
$\Delta m = \dfrac{mgs\sin\alpha}{\eta q} \approx \dfrac{mgsh}{\eta q l} \approx \mathbf{0{,}24}$ кг.

9.5.1.
$t = \dfrac{c_1 m_1 t_1 + c_2\rho_2 V t_2}{c_1 m_1 + c_2 \rho_2 V} = \mathbf{96{,}2}$ °C.

9.5.2. $t = \dfrac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2} = 27{,}5$ °C.

9.5.3.
$t = \dfrac{c_1 m t_1 + c_1 \rho V t_2}{c_1 m_1 + c_2 \rho V} = 78{,}8$ °C.

9.5.4.
$t = \dfrac{c\rho_{\text{в}}(V_1 t_1 + V_2 t_2) - Q}{c\rho_{\text{в}}(V_1 + V_2)} = 52{,}93$ °C.

9.5.5.
$T_2 = T_1\left[1 - n\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right)\right] \approx 291$ К.

9.5.6. $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\theta - t_2}{t_1 - \theta} = \dfrac{21}{34}$.

9.5.7. $c_2 = \dfrac{c_1 \rho V(\theta - t_1)}{m(t_1 - \theta)} =$
$= 1265$ Дж/(кг · К).

9.5.8. $t = \dfrac{c_1 m_1 t_1 + t_2(c_2 m_2 + c_3 m_3)}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3} =$
$= 15{,}3$ °C, где c_1, c_2, c_3 — удельные теплоемкости меди, алюминия, воды соответственно.

9.5.9. $c_1 =$
$= \dfrac{(c_2 m_2 + c_3 m_3)(t_3 - t_2) + c_4 m_4 (t_3 - t_4)}{m_1(t_1 - t_2)} =$
$= 245{,}3$ Дж/(кг · К), где c_1, c_2, c_3 — удельные теплоемкости вещества, алюминия, воды соответственно.

9.5.10. $m_{\text{а}} = \dfrac{(c_1 M + c_3 m_1)(\theta - t_1)}{c_1 - c_2(t_2 - \theta)} -$
$- \dfrac{c_2 m_2}{c_1 - c_2} \approx 96$ г; $m_{\text{м}} = m_2 - m_{\text{а}} \approx 84$ г,
где c_1, c_2, c_3 — удельные теплоемкости воды, алюминия, меди соответственно.

9.5.11. $c = \dfrac{(c_2 m_2 + c_3 M)(t_3 - t_2)}{m_1(t_1 - t_3)} =$
$= 496{,}8$ Дж/(кг · К), где c_1, c_2, c_3 — удельные теплоемкости сплава, воды, алюминия соответственно.

9.5.12. $\theta = -19$ °C.

9.5.13. $C = 140$ Дж/К.

9.5.15. $m = 0{,}05$ кг.

9.5.16. $\theta = 0$ °C. В сосуде будет воды $m_{\text{в}} = 3{,}35$ кг и льда $m_{\text{л}} = 0{,}15$ кг.

9.5.17. $\theta = 0$ °C. В сосуде будет воды $m_{\text{в}} = 182$ г и льда $m_{\text{л}} \approx 318$ г.

9.5.18. $\theta =$
$= \dfrac{c(m_1 + m_2)t_1 + c m_3 t_2 - r m_2 + \lambda m_3}{c(m_1 + m_2 + m_3)} \approx$
≈ 4 °C.

9.5.22. $m = \dfrac{M(t_{\text{пл}} - t)c}{\lambda} = 125$ г
(λ — удельная теплота плавления).

9.5.23. $\Delta m = \dfrac{m c_{\text{л}} p \Delta T}{\lambda \Delta p} = 1{,}37$ г.

9.6.1. $\Delta l = -5{,}44$ см.

9.6.2. $\Delta l = 429$ м.

9.6.3. $\Delta s = \pi d\alpha(t_2 - t_1)n\tau = 49{,}7$ м.

9.6.4. $t = \dfrac{l_1(1 + \alpha_2 t_1) - l_2(1 + \alpha_1 t_1)}{l_2\alpha_2 - l_1\alpha_1} \approx$
$\approx \dfrac{l_1 - l_2}{l_2\alpha_2 - l_1\alpha_1} = 133{,}3$ °C, где α_1, α_2 — коэффициенты теплового расширения железа и алюминия соответственно.

9.6.5. $l_{01} = \dfrac{\Delta l \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} = 29{,}3$ см; $l_{02} =$
$= \dfrac{\Delta l \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = 19{,}3$ см.

9.6.6. Абсолютное удлинение диаметра при нагревании цилиндра
$\Delta l = d\alpha(t_2 - t_1) \approx 0{,}19$ мм;
оно превышает допустимое отклонение в $\dfrac{\Delta l}{\Delta x} = 19$ раз, поэтому учитывать тепловое расширение следует.

9.6.7. $F = ES\alpha\Delta t = 34$ кН.

9.6.8. $\Delta S \approx 2ab\alpha\Delta T$.

9.6.9. $\Delta S = 8\pi r^2\alpha(t_2 - t_1) = 2{,}1$ см^2; $\Delta V = 4\pi r^3\alpha(t_2 - t_1) = 5{,}3$ см^3.

9.6.10. До уровня 7,7 м.

9.6.11.

$$\Delta V \approx \frac{V(\beta_2 - \beta_1)t_1}{1 + (\beta_1 + \beta_2)t_1} = 0{,}065 \text{ см}^3,$$

где β_1, β_2 — коэффициенты объемного расширения ртути и спирта соответственно.

9.6.12. $t \approx$

$$\approx \frac{\alpha_1(t_1 - 3t_2) + \alpha_2(3t_2 - t_1)}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

9.6.13. $\rho_2 = 6{,}9$ г/см^3.

9.6.14. $t \approx t_0 + \dfrac{\rho V - m}{\alpha m} = 1028{,}4$ °С.

9.6.15. $\dfrac{\Delta\rho}{\rho} = 3\alpha(t_1 - t_2) = 5{,}22 \cdot 10^{-3}$.

9.6.16. $\beta = 2 \cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$.

9.7.1. $U = \dfrac{3}{2}\dfrac{m}{M}RT = 9{,}34 \cdot 10^5$ Дж.

9.7.2.

$U = \dfrac{3}{2}(p_0S + mg)h = 307{,}35$ Дж.

9.7.3. $U_1 = U_2 = \dfrac{3}{2}p_1V_1 = 300$ Дж.

9.7.4. Увеличилась в

$n = \dfrac{2\Delta U}{3\nu R} + 1 = 2$ раза.

9.7.5. $\eta = \dfrac{\Delta t}{T} \cdot 100\% = 10\%$.

9.7.6. $\eta = \dfrac{2\Delta U}{3\nu RT} \cdot 100\% = 27\%$.

9.7.7. $T = \dfrac{2\Delta U}{3\nu R(n-1)} = 241$ К.

9.7.8. $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{k}{n} = \dfrac{3}{4}$.

9.7.9. $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R(kn - 1)T_1 \approx 103{,}9$ Дж.

9.7.10. $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu RT_1\left(\dfrac{V_1}{V_2} - 1\right) \approx$

$\approx 2{,}5$ МДж.

9.7.11. $\Delta U = \dfrac{3}{2}pV(n - 1) = 600$ Дж.

9.7.13. Нет; $\Delta U = \dfrac{9}{2}p_0V_0 = 900$ Дж.

9.7.14.

$$U = \frac{3}{2}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)RT \approx 22{,}7 \text{ кДж}.$$

9.7.15

$$\Delta U = \frac{3}{2}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)R\Delta T \approx 1{,}74 \text{ кДж}.$$

9.7.16. $\Delta T = \dfrac{Mv^2}{3R} = 4$ К.

9.7.17. $T = T_0\left(1 + \dfrac{mv^2}{3p_0V_0}\right) = 330$ К.

9.7.19. $T = T_0 + \dfrac{2mv^2}{3R}$.

9.7.20. $v_1 = \sqrt{\dfrac{3p_0V_0m_2}{m_1(m_1 + m_2)}} = 300$ м/с;

$v_2 = \sqrt{\dfrac{3p_0V_0m_1}{m_2(m_1 + m_2)}} = 600$ м/с.

9.7.21. $T = T_0\dfrac{3p_0S + kl}{4p_0S}$.

9.8.1. $A = R = 8{,}31$ Дж.

9.8.2. $\Delta T = \dfrac{AT_0}{pV} = 45{,}5$ К.

9.8.3. $A = pV\left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right) = 300$ Дж.

9.8.4. $A = (p_0S + mg)h = 598$ Дж.

9.8.5. $A = \dfrac{m}{M}RT(n - 1) \approx 10$ кДж.

9.8.6. $V = \dfrac{mRT + MA}{Mp} \approx 0{,}43$ м^3.

9.8.7. $\dfrac{A_{He}}{A_N} = \dfrac{M_N}{M_{He}} = 7$.

9.8.8. $A = \nu RT\,(n - 1) = 24{,}93$ кДж.

9.8.9. $A = \dfrac{mRT}{M}\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 249{,}3$ кДж.

9.8.11. $A = 4p_0V_0 = 1{,}6$ кДж.

9.8.12. $A = 6p_0V_0 = 600$ Дж.

9.8.13. а) $A = -8p_0V_0 = -8$ кДж; б) $A = 12p_0V_0 = 12$ кДж; в) $A = 4$ кДж.

9.8.14.

$$A = \frac{\nu R\alpha}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) = 997{,}2 \text{ Дж}.$$

9.8.15. $A = \dfrac{p_2^2 - p_1^2}{2\nu R\alpha} = 4{,}8$ кДж.

9.8.16. $A = \dfrac{p_2^2 - p_1^2}{2b} = 2{,}5 \cdot 10^7$ Дж.

9.8.17.

а) $A_p = \nu R(T_2 - T_1) = 498{,}6$ Дж;

б) $A_V = 0$;

в) $A_p = \nu R(T_2 - T_1) = 498{,}6$ Дж;

г) $A = 997{,}2$ Дж.

9.8.18. $A = \nu R\,(T_1 - T_2) = -664{,}8$ Дж.

9.8.19. Рис. 31;

$$A_{\max} = A_{1-2} = \frac{(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 750 \text{ Дж};$$

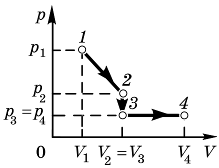


Рис. 31

$T_2 = \dfrac{p_2V_2}{R} = 120$ К; $T_3 = \dfrac{p_2V_2}{nR} = 60$ К; $T_4 = \dfrac{p_2V_4}{nR} = 120$ К.

9.8.20. См. в условии рис. 9.8.6: $A_{1,\,2} = 0$; $A_{2,\,3} = n(n-1)p_0V_0 = 10^5$ Дж; $A_{3,\,4} = 0$;

$A_{4,1} = -(n-1)p_0V_0 = -5 \cdot 10^4$ Дж;

$A = (n-1)^2p_0V_0 = 5 \cdot 10^4$ Дж.

9.8.21. $A = \nu R\left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2$.

9.8.22. $\dfrac{A_{4-3-5-6-4}}{A_{1-2-3-4-1}} = 2$.

9.8.24. $A = 2\nu RT_0 \approx 3{,}3$ кДж.

9.8.25.

$$A = \frac{\nu R(T_2 - T_1)^2}{2T_1} \approx 104 \text{ Дж}.$$

9.8.27. $A_T = \nu RT\ \ln\ 2 \approx 12{,}6$ кДж; $A_{\text{р}} = \nu RT \approx 18{,}1$ кДж.

9.8.28. $A = \nu RT \ln \dfrac{p_2}{p_1} \approx 1{,}73$ кДж.

9.8.29. $\dfrac{A_{\theta = 0}}{A_p} = \dfrac{3}{2}$.

9.9.1. $Q = \Delta U + A = 1{,}2$ кДж.

9.9.2. $Q = \Delta U - A = 150$ Дж.

9.9.3. $\eta = \dfrac{Q - A}{Q} = \dfrac{2}{3}$.

9.9.4. $A = \Delta U\dfrac{1-\eta}{\eta} = 16$ кДж.

9.9.6. $\dfrac{\Delta p}{p} = \dfrac{2Q}{3\nu RT} \cdot 100\% = 6\%$.

9.9.7. $p_2 = p_1 + \dfrac{2Q}{iV} = 13{,}92$ МПа,

$T_2 = T_1\left(1 + \dfrac{2Q}{iVp_1}\right) = 403$ К, где $i = 5$ — число степеней свободы.

9.9.8. $n = \sqrt{1 + \dfrac{2Q}{3\nu RT}} = 1{,}34$.

9.9.9. $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T = 373{,}95$ кДж;

$A = \nu R\Delta T = 249{,}3$ кДж; $Q = \Delta U + A = 623{,}25$ кДж.

9.9.10. $Q_1 - Q_2 = \nu R\Delta T = 332{,}4$ кДж.

9.9.11. $V = \dfrac{T_1(Q_1 - Q_2)}{p(T_2 - T_1)} = 0{,}49$ м^3.

9.9.12. $Q = \dfrac{5}{2}(mg + p_0S)h = 1{,}24$ кДж.

9.9.13. $M = \dfrac{mR\Delta T}{Q_p - Q_V} = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, кислород.

9.9.14. Одинаковые.

9.9.15. $Q_2 = \dfrac{15}{23}Q_1 = 3$ кДж.

9.9.16. $\Delta U = U_0 = 600$ Дж; $A = \dfrac{2}{3}U_0 = 400$ Дж; $Q = \dfrac{5}{3}U_0 = 1000$ Дж.

9.9.17. $Q = 10{,}5p_0V_0 = 4{,}2$ кДж.

9.9.18. Уменьшилась на $\Delta U = -A = -400$ Дж.

9.9.19. Увеличилась на $\Delta T = \frac{2AM}{3mR} = 0{,}96$ К.

9.9.20. $Q_1 = 25{,}5p_0V_0 = 5{,}1$ кДж; $Q_2 = -19{,}5p_0V_0 = -3{,}9$ кДж; $Q = A = 6p_0V_0 = 1{,}2$ кДж.

9.9.22. $A = \nu R(T_3 - T_4) - Q = 999{,}5$ Дж.

9.9.23. $A_{1-2} = Q + \frac{4\nu RT_1}{3\sqrt{3}} \approx 285$ Дж.

9.9.24. $A = Q - \nu R(T_4 - T_1) = 1767{,}5$ Дж.

9.9.25. $x = \sqrt{\frac{Q}{2k} + x_0^2}$; $x = 5$ см.

9.10.1. $C_V = \frac{3}{2}R = 12{,}46$ Дж/(моль · К).

9.10.2. $c_p = \frac{5R}{2M} = 5{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

9.10.3. $\Delta U = -A = -800$ Дж; $\Delta T = \frac{A}{c_V m} \approx -1$ К.

9.10.4. $A = \frac{2}{5}Q = 40$ Дж; $C_p = \frac{5}{2}R = 20{,}8$ Дж/(моль · К).

9.10.5. $\Delta T = \frac{\mu Q}{m(\mu c_V + R)} \approx 2$ К.

9.10.7. $\frac{C_p}{C_V} = \frac{Q_2 \Delta T_1}{Q_1 \Delta T_2} = 1{,}33$.

9.10.8. $C_V = \frac{3R}{2(x_1\mu_1 + x_2\mu_2 + x_3\mu_3)} \approx 465$ Дж/(кг · К).

9.10.9. $Q = \Delta T\left(C_V + \frac{mgV_0}{ST_0}\right) = 289{,}4$ Дж.

9.10.10. $Q = \Delta pV\left(\frac{c_pM}{R} - 1\right) = 223$ Дж.

9.10.13. $C_{\max} = C_{3-4} = \frac{5}{2}R = 20{,}78$ кДж/(моль · К); $C_{\min} = C_{1-2} = \frac{5}{6}R = 6{,}9$ Дж/(моль · К).

9.10.14. $C_{1-2} = 2{,}28R$; $C_{2-3} = 1{,}5R$; $C_{3-4} = 0{,}25R$.

9.10.15. $A = 0{,}4RV_1^2 = 8{,}31$ мДж.

9.10.16. $A = \frac{7}{27}RV_1^3 = 5{,}8$ мкДж.

9.10.17. $A = -\frac{4\nu^2 R}{V_1} = -11{,}1 \cdot 10^9$ Дж.

9.10.18. $A = 6R\sqrt{\nu V_1} \approx 35{,}25$ Дж.

9.11.1. $\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\% = 30\%$.

9.11.2. $A = Q_1 - Q_2 = 20$ кДж; $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = 20\%$.

9.11.3. $Q = \frac{N}{\eta}t = 2 \cdot 10^8$ Дж.

9.11.4. $Q = \frac{N}{\eta}t = 102$ кДж.

9.11.5. $Q = A\frac{1-\eta}{\eta} = 728{,}9$ Дж.

9.11.8. $\eta = 9{,}3\%$.

9.11.10. $\frac{\eta_{1-2-3-4-1}}{\eta_{1-5-6-7-1}} = \frac{29}{33}$.

9.11.11. $\eta = 10\%$.

9.11.15. $\eta = \frac{1}{7}$.

9.11.16. $\eta_{1-2-3-1} < \eta_{1-4-2-1}$.

9.11.17. $p_4 = 1$ МПа.

9.11.18. $\eta = \frac{2}{9}$; $\eta \approx 22{,}2\%$.

9.11.19. $\eta = \frac{2}{13}$; $\eta = 15{,}4\%$.

9.11.20. $\eta_1 = \frac{4 - 15\eta_2}{9 - 15\eta_2}$.

9.11.21. $Q = A\frac{5\eta - 2}{5\eta} = -600$ Дж.

9.11.22. $A = \nu RT\left(\ln\alpha - \frac{\alpha - 1}{4}\right) = 176$ кДж; $\eta = 30{,}5\%$.

9.12.1. $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = 38{,}7\%$; $\frac{T_1'}{T_1} = \frac{T_2}{2T_2 - T_1} = 2{,}7$.

9.12.2. $\eta = \frac{n-1}{n} \approx 0{,}66$; $\eta = 66\%$.

9.12.3. $T_1' = T_1 \frac{1-\eta_1}{1-\eta_2} = 991{,}7$ К.

9.12.4. $A = A_1 - A_2 = 7$ Дж.

9.12.5. $A = \frac{Q}{1-\eta} \approx 10$ Дж.

9.12.6. $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% \approx 27\%$; $Q_2 = \frac{AT_2}{T_1 - T_2} \approx 200$ кДж.

9.12.8. $A = Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 500$ Дж; $Q_2 = Q_1\frac{T_2}{T_1} = 500$ Дж.

9.12.9. $Q_1 = \frac{N\tau T_1}{T_1 - T_2} = 57{,}6$ МДж; $Q_2 = \frac{N\tau T_2}{T_1 - T_2} = 43{,}2$ МДж.

9.12.10. $T_1 = \frac{T_2}{n} = 400$ К.

9.12.11. $\eta = \frac{N\tau}{qm} \cdot 100\% \approx 22\%$, $\eta_{ид} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = 30\%$.

9.12.12. $\eta = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + 273} \cdot 100\% = 9{,}9\%$; $Q_1 = 31{,}1$ кДж; $\varepsilon = 9$.

9.12.13. $\eta = 9{,}9\%$; $Q_1 = 397{,}8$ кДж; $Q_2 = 360{,}8$ кДж; $\varepsilon = 9{,}7$.

9.12.14. $\Delta T = 6$ К.

9.12.17. $\eta = \frac{3\eta_1 + \eta_2 - 4\eta_1\eta_2}{400 - 3\eta_2 - \eta_1} = 15{,}6\%$.

9.13.1. $\rho = 0{,}025$ кг/м^3.

9.13.2. а) 702 г; б) 1200 г; в) 3080 г.

9.13.3. $\rho = \frac{pM}{RT} = 53{,}6$ г/м^3.

9.13.4. $N = \frac{\rho V}{M} N_A \approx 3 \cdot 10^{23}$.

9.13.5. $\varphi = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\% = 50\%$.

9.13.6. $p = \varphi p_н = 9{,}84$ кПа.

9.13.7. Во втором случае в $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\varphi_2 p_2 T_1}{\varphi_1 p_1 T_2} \approx 3{,}4$ раза.

9.13.9.
$\varphi = \frac{p(1-n)}{p_н(1-k)} \cdot 100\% = 48{,}7\%$.

9.13.11. $\varphi = \frac{\varphi_1 n + \varphi_2}{n+1} = 35\%$.

9.13.12.
$\varphi = \varphi_0 + \frac{mRT}{Mp_н V_0} \cdot 100\% = 60\%$.

9.13.13. Вода испарится не вся, $\varphi_1 = 100\%$.

9.13.16.
$\Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{RT}{p_н M} - \frac{1}{\rho_в}\right) = 1{,}38$ м.

9.14.1. $\varphi = 54\%$.

9.14.2. $m = \frac{Mp_н V}{RT_1} = 76$ г; $p = p_н \frac{T_1}{T_2} = 1035$ Па.

9.14.3. $m_{эф} = \frac{p_0 V M_{эф}}{RT_0} = 0{,}8$ кг; $m_в = \frac{VM_в}{R}\left(\frac{p}{T} - \frac{p_н}{T_0}\right) = 0{,}91$ кг.

9.14.4. $\varphi \leqslant \frac{p_{н1} T_2}{p_{н2} T_1} \cdot 100\% \approx 30\%$.

9.14.6. $\eta = \frac{T_1}{p_{н1}}\left(\frac{p_{н2}}{T_2} - \frac{mR}{MV}\right) = 0{,}54$; $\eta = 54\%$.

9.14.7. $p_1 = 1{,}88 \cdot 10^5$ Па; $p_2 = 2 \cdot 10^5$ Па.

9.14.8. $\varphi_2 = \frac{p_{н1} T_2}{p_{н2} T_1}\varphi_1 + \frac{mRT_2}{MVp_{н2}} \times 100\% = 59\%$.

9.14.9.
$V_2 = V_1 - \frac{(\rho_{н2} - \varphi_1 \rho_{н1})V_0}{\rho_0} = 164$ мл.

9.14.10. $\varphi = \dfrac{p_н V_1 T_2}{p_0 V_2 T_1} \cdot 100\% \approx 42\%$.

9.14.11. $\Delta m = \dfrac{AM}{RT} = 12$ г.

9.14.12. $Q = \dfrac{MAr}{RT} \approx 54$ Дж.

9.14.13. $\varphi = \varphi_0 + \dfrac{QRT \cdot 100\%}{MV[c(t - t_1) + r]p_н} \approx 70\%$.

9.14.14. $h = 0{,}21$ см.

9.14.15. $x \approx 1{,}27$ м.

9.14.16. $x = 1{,}7$ м.

9.15.1. $F = (\sigma_1 - \sigma_2)\, l = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ Н, в сторону масла.

9.15.2. $F = 2|\sigma_1 - \sigma_2| l$.

9.15.3. Рамка начинает двигаться; $F = (\sigma_1 - \sigma_2)l$.

9.15.4. $\sigma = k\left(2\pi - \dfrac{l}{R}\right)$.

9.15.5. $F = mg + 4\sigma\pi R = 0{,}1$ Н.

9.15.6. $\sigma = \dfrac{mg}{\pi d} = 78$ мН/м.

9.15.7. $m \approx \dfrac{4\delta S_1}{g\sqrt{S_2}} = 2{,}97$ кг.

9.15.8. $A = 8\sigma\pi R^2 = 1{,}6$ мДж.

9.15.10. $p = p_0 + \dfrac{4\sigma}{R}$.

9.15.11. $p = p_0 + \dfrac{2\sigma h}{R(R - h)}$.

9.15.12. $p_0 = \dfrac{2\sigma(r_1^2 + r_2^2 - r_3^2)}{r_3^3 - r_1^3 - r_2^3}$.

9.15.13. $h_1 = \dfrac{m}{\rho l^2} = 2{,}47$ см;

$h_2 = \dfrac{mg - 4\sigma l}{\rho l^2 g} = 1{,}32$ см.

9.15.14. $h = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{r\rho g}$.

9.15.15. $\Delta h = \dfrac{4\sigma(d_2 - d_1)}{\rho g d_1 d_2} = 7$ мм.

9.15.16. $\sigma_2 = \sigma_1 \dfrac{\rho_2 \Delta h_2}{\rho_1 \Delta h_1} = 22$ мН/м.

9.15.17. $l = \dfrac{4\sigma - \rho grh}{4\sigma - \rho grh - p_0 r} \approx 1$ м.

9.15.18. $h = \dfrac{2\sigma}{\rho_в g l}$.

9.15.19. $p_0 = \rho g(h_1 - h)\dfrac{l - h}{h} = 9{,}81 \cdot 10^4$ Па.

Часть 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава 10. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

10.1.1. $q = \dfrac{4\pi e\rho R^3 N_A}{3M} = 2{,}19 \cdot 10^4$ Кл.

10.1.2. $\eta = \dfrac{qM}{emN_A Z} = 3{,}7 \cdot 10^{-12}$.

10.1.3. $q_1 = \Delta q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = 3\Delta q = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.1.4. $\dfrac{q_2}{q_1} = \dfrac{n}{50} + 1 = 1{,}8$.

10.1.5. $q = \sigma\pi d^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл.

10.1.6. $F = \dfrac{ke^2}{r^2} = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$ Н.

10.1.7. а) Увеличится в 2 раза; б) уменьшится в 4 раза; в) уменьшится в 4 раза.

10.1.8. $R = \Delta R(2 + \sqrt{2}) = 1{,}7$ м.

10.1.9. Увеличится в $\dfrac{1}{(1 - \eta)^2} = 1{,}56$ раза.

10.1.10. $\Delta F = \dfrac{k|q_1||q_2|}{AB^2}\sqrt{17 - 8\sin\alpha} = 1{,}44$ Н $\left(k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{м}{Ф}\right)$.

10.1.11. $\Delta q = q\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right) = 3$ мкКл.

10.1.12. $r = \left(\dfrac{9}{16}\,\dfrac{ke^2}{\pi^2 G\rho^2}\right)^{1/6} \approx 7{,}6 \times 10^{-5}$ м.

10.1.13. $q = \dfrac{4}{3}\pi\rho r^3\sqrt{\dfrac{G}{k}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Кл.

10.1.14. $F = \dfrac{\pi^2 e^2 \rho_{\text{св}}^2 N_{\text{A}}^2\, d^6}{36 M_{\text{св}}^2 R^2} \approx 6{,}8 \times 10^{16}$ Н.

10.1.15. $F = k\left(\dfrac{ZemN_{\text{A}}}{MR}\right)^2 = 1{,}92 \times 10^{19}$ Н, где M — молярная масса алюминия, N_{A} — постоянная Авогадро.

10.1.17. а) $q = \dfrac{q_1 + q_2}{2} = -0{,}25$ мкКл;

б) $F_1 = \dfrac{k|q_1||q_2|}{R^2} = 0{,}5$ Н;

$F_2 = \dfrac{k|q_1 + q_2|^2}{4R^2} = 25$ мН;

в) $|\Delta\vec{F}| = F_1 + F_2 = 525$ мН; $\Delta F = F_1 - F_2 = 475$ мН.

10.1.18. а) Увеличится в $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{(n+1)^2}{4n} = 1{,}8$ раза; б) уменьшится в $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{(n-1)^2}{4n} = 0{,}8$ раза.

10.1.20. а) $T_{\text{н}} = mg + \dfrac{kq_1q_2}{R^2} = 29{,}6$ мН;

$T_{\text{в}} = 2mg - \dfrac{kq_1q_2}{R^2} = 29{,}2$ мН;

б) $T_{\text{н}} = mg - \dfrac{kq_1q_2}{R^2} = 9{,}9$ мН;

$T_{\text{в}} = 2mg + \dfrac{kq_1q_2}{R^2} = 49{,}2$ мН.

10.1.21. $l = \dfrac{|q|}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 k\Delta x}} + \Delta x$.

10.1.22. $q_2 = \dfrac{16\pi\varepsilon_0 L^2(kL - mg)}{q_1}$.

10.1.23. а) $F = mg\,\mathrm{tg}\,\dfrac{\alpha}{2} = 5$ мН;

б) $q = 2l\sin\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{\dfrac{mg}{k}\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}} = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл.

10.1.24. $q_1 = \dfrac{mgR^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{kq_2} = 28{,}2$ мКл.

10.1.26. $R = q\sqrt{\dfrac{2k}{mg}} = 10{,}8$ см.

10.1.27. Уменьшится в $n = \sqrt{2\cos\alpha} \approx 1{,}3$ раза.

10.1.28. $T = \dfrac{kq_1q_2}{l^2} = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ Н;

$F_{\min} = \dfrac{kq_1q_2}{l^2}\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right) = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Н.

10.1.29. $m = \dfrac{kq_2}{Rv^2} \approx 9$ г.

10.1.30. $F_{\text{н}} = \dfrac{mg}{\cos\alpha} + \dfrac{kq_2}{l^2}$; $T = 2\pi l\sqrt{\dfrac{ml\cos\alpha}{mgl^2 + 2kq^2\cos\alpha}}$.

10.2.1. В точке C в 2,25 раза больше.

10.2.3. $q_0 = \dfrac{|q_2|\,l^2}{r^2} \approx 1{,}33 \cdot 10^{-9}$ Кл, где $l = \dfrac{r\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} + \sqrt{|q_2|}} = 1$ м.

10.2.4. а) 24 мкН; б) 32 мкН.

10.2.5. $F = kq_3\sqrt{\left(\dfrac{q_1}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{q_2}{b}\right)^2 + \dfrac{q_1q_2(a^2 + b^2 - c^2)}{(ab)^3}} \approx 7{,}7$ мН.

10.2.6. $F = kq_3\sqrt{\left(\dfrac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(\dfrac{q_2}{b^2}\right)^2} = 0{,}184$ Н.

10.2.7. а) $q_1 = q - \dfrac{3\sqrt{3}\,mgR^2}{kq}$;

б) $q_1 = q + \dfrac{3\sqrt{3}\,mgR^2}{kq}$.

10.2.8. $q = l\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg} = 3{,}3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.2.9. $a = \dfrac{kq^2\cos 30°}{l^2} = 0{,}78$ м/с^2; $F = \dfrac{3kq^2\cos 30°}{l^2} = 233$ мН.

10.2.10. $\omega = \dfrac{2\sqrt{ke}}{\sqrt{m_e}(4r^2+R^2)^{3/4}}$.

10.2.11. $\omega = \sqrt{\dfrac{kg}{m_eR^3}\left(|Q| - \dfrac{9}{4}\right)}$.

10.2.13. $q = l\sqrt{\dfrac{mg}{k(0{,}5+\sqrt{2})}} = 2{,}7 \times \times 10^{-6}$ Кл.

10.2.14. $q \approx 1{,}56\sqrt{\pi k\varepsilon_0 a^3}$.

10.2.15. $F = \dfrac{16kq^2}{a^2}$.

10.2.16. $F = \dfrac{kqq_0}{2\pi R^2} = 35{,}8$ мН.

10.2.17. $R = \sqrt{\dfrac{kqq_0}{\pi F_н}}$.

10.2.18. $F = \dfrac{kNeqx}{(R^2+x^2)^{3/2}}$; а) $F = \dfrac{kNeq}{x^2}$; б) $F = \dfrac{kNeq}{2\sqrt{2}R^2}$.

10.2.19. $F = \dfrac{kqq_0x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \approx 0{,}35$ мН.

10.3.1. $T = mg + qE = 20{,}6$ мН.

10.3.2. Уменьшится на $\Delta\alpha = \alpha - \mathrm{arctg}\,((1-\eta)\,\mathrm{tg}\,\alpha) \approx 3°$.

10.3.3. $E = \dfrac{k\Delta x}{q}$.

10.3.4. $q = \dfrac{\eta Ze\rho VN_A}{M} \approx 3{,}5$ кКл; $E = \dfrac{kq}{R^2} \approx 3{,}14 \cdot 10^{13}$ В/м.

10.3.5. $E_1 = E_2\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2 = 100$ В/м.

10.3.6. а) $R_1 = R\sqrt{\dfrac{E}{E-\Delta E}} = 30$ см; б) $R_2 = R\sqrt{\dfrac{E}{E+\Delta E}} = 16$ см.

10.3.7. Уменьшился на $\Delta q = \dfrac{\Delta ER^2}{k} = 2 \cdot 10^9$ Кл.

10.3.9. Уменьшить на $\Delta R = R(1 - \sqrt{1-\eta}\,) = 6$ см.

10.3.10. $\eta = \left(1 - \dfrac{1+\eta_1}{(1+\eta_2)^2}\right) = 0{,}167$, напряженность уменьшится на $\eta = 16{,}7\%$.

10.3.11. $E_B = \dfrac{E_AE_C}{(2\sqrt{E_A} - \sqrt{E_C})^2} = 9$ В/м.

10.3.12. $E_B = E_C - E_A = 200$ В/м.

10.3.13. $\vec{E} = 807\vec{i} + 1614\vec{j}$; $E = 1800$ В/м.

10.3.14. $x_C = 2$; $y_C = 3$ или $x_C = -4$; $y_C = -3$.

10.4.1. $E = \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}$.

10.4.2. а) $E = \sqrt{3}\,E_0$; б) $E = E_0$.

10.4.3. $E = \dfrac{4k(|q_1| + q_2)}{l^2} = 11{,}7$ кВ/м (здесь и далее $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф); в точке на расстоянии $x = l\dfrac{|q_1| + \sqrt{q_1q_2}}{q_2 - |q_1|} = 40$ см слева от первого заряда.

10.4.4. а) $E = \dfrac{\sqrt{3}k|q|}{a^2} = 701$ кВ/м; б) $E = \dfrac{k|q|}{a^2} = 405$ кВ/м.

10.4.5. $E = \dfrac{4kql}{(4r^2+l^2)^{3/2}} \approx 10^8$ В/м.

10.4.6. $d = \dfrac{l}{2}\sqrt{4\left(\dfrac{E_2}{E_1}\right)^2 - 1}$.

10.4.9. $E = 246$ В/м.

10.4.10. $E = \dfrac{\sqrt{3}kq}{a^2}$.

10.4.11. $E = \dfrac{3kqh}{(R^2+h^2)^{3/2}}$.

10.4.12. $E = \dfrac{4\sqrt{2}kq}{a^2} \approx 5{,}1 \cdot 10^3$ В/м или $E = 0$.

10.4.13. $E = \dfrac{Nkqh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$.

10.4.14. $E_{\max} = \dfrac{2kq}{3\sqrt{3}R^2}$.

10.4.16. $q = \dfrac{ER_З^2}{k} \approx 4{,}56 \cdot 10^5$ Кл.

10.4.17. $E = \dfrac{Ze\rho dN_А}{\varepsilon_0 M} \approx 1{,}54 \times \times 10^{15}$ В/м, где Z — порядковый номер углерода, M — его молярная масса.

10.4.18. а) и б) $E = 0$; в) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \approx \approx 1{,}2 \cdot 10^4$ В/м; г) $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0} \approx 3$ кВ/м.

10.4.19. $E = \dfrac{kQ}{2R^2}$.

10.4.20. Рис. 32;

$E = \dfrac{kQr}{\varepsilon R^3}$, если $r < R$; $E_0 = \dfrac{kQ}{R^2}$, если $r = R$; $E = \dfrac{kQ}{r^2}$, если $r > R$.

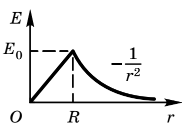


Рис. 32

10.4.21. $r_1 = 0{,}5$ см.

10.4.22.

$\rho_{ср} = \dfrac{\varepsilon_0(E - E_0)}{h} = -5{,}6 \cdot 10^{-13}$ Кл/м^3.

П р и м е ч а н и е. Вблизи поверхности Земли электрическое поле создает только заряд Земли, а на высоте h над ее поверхностью — заряд Земли и заряд слоя атмосферы, заключенной в сферическом слое толщиной h.

10.5.1. $\sigma = -2\varepsilon_0 E = -1{,}77 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2.

10.5.2.

а) $\sigma = \dfrac{mg\varepsilon_0}{q} = 1{,}73 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2;

б) $\sigma = -\dfrac{4mg\varepsilon_0}{q} = -6{,}94 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

10.5.3. $T = \dfrac{8\pi^2\varepsilon_0 ml\cos\alpha}{2\varepsilon_0 mg - q\sigma} = 0{,}67$ с.

10.5.4. $E_A = E + \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 3 \cdot 10^5$ В/м;

$E_B = E - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 10^4$ В/м; рис. 33.

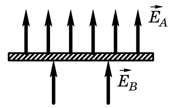


Рис. 33

10.5.5. $F = qE = 3$ мН;

$E_1 = E + \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S} = 3{,}56 \cdot 10^4$ В/м;

$E_2 = E - \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S} = 2{,}44 \cdot 10^4$ В/м.

10.5.6. $m = \dfrac{q(E_1 + E_2)}{2g} \approx 3{,}5$ г.

10.5.7. а) $E_1 = \dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = 2{,}8 \cdot 10^5$ В/м,

$E_2 = \dfrac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} = 10^5$ В/м;

б) $E_A = E_2 - E_1 = -1{,}8 \cdot 10^5$ В/м;

$E_B = E_1 + E_2 = 3{,}8 \cdot 10^5$ В/м;

$E_C = E_1 - E_2 = 1{,}8 \cdot 10^5$ В/м.

10.5.8.

$\sigma_1 = \varepsilon_0(E_1 + E_2) = 35{,}4$ мКл/м^2;

$\sigma_2 = \varepsilon_0(E_2 - E_1) = -17{,}7$ мКл/м^2.

10.5.9. $E_A = -\dfrac{3F}{2q}$; $E_B = -\dfrac{F}{2q}$;

$E_C = \dfrac{3F}{2q}$.

10.5.10. $\Delta F = -F$.

10.5.11. $F = \dfrac{\sigma q}{\varepsilon_0} = 2{,}26 \cdot 10^{-6}$ Н.

10.5.12. $F = \dfrac{3q^2}{2\varepsilon_0 S}$.

10.5.13. $E_A = E_B = E_C = E_D = \dfrac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{2\varepsilon_0} \approx 2{,}8 \cdot 10^4$ В/м; рис. 34.

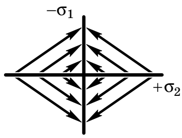


Рис. 34

10.6.2.
а) $A = 0{,}9$ мДж; б) $A = -2{,}4$ мДж.

10.6.3. $A = qE\Delta r \cos\alpha \approx 5{,}6$ мДж; $\Delta W = -5{,}6$ мДж; $U = 1{,}41$ кВ; $\Delta\varphi = -1{,}41$ кВ.

10.6.6. $\Delta\varphi = \dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0} \approx 5{,}65$ кВ.

10.6.7. $\varphi_A - \varphi_B = \dfrac{|\sigma_1| a + \sigma_2 b}{2\varepsilon_0} \approx 1{,}41$ кВ.

10.6.8.
$\Delta\varphi = \dfrac{(\sigma_3 - \sigma_1)(h_1 + h_2) + \sigma_2(h_1 - h_2)}{2\varepsilon_0}$.

10.6.9. $A = \dfrac{\sigma_1 |\sigma_2| S d(n-1)}{2\varepsilon_0} = 4{,}74 \times 10^{-4}$ Дж.

10.6.10. а) $A_3 = 3A$; б) $A_n = \dfrac{n(n-1)}{2} A$.

10.7.1. $\Delta\varphi = \dfrac{kq(R_1 - R_2)}{R_1 R_2} = 1{,}8$ кВ.

10.7.2. Отличаются в $\sqrt{n} = 3$ раза.

10.7.3. $\varphi_B = \dfrac{\varphi_A \varphi_C}{2\varphi_A - \varphi_C} = 60$ В.

10.7.4. $\varphi = 2\varphi_0$.

10.7.5. $A = q_0 \sqrt{kq}\left(\sqrt{E_B} - \sqrt{E_A}\right) = 0{,}6$ мДж.

10.7.6. $A = \dfrac{kq_1 q_2 (n-1)}{nR} = 2{,}4$ мкДж.

10.7.7. $\Delta W = \dfrac{kq^2}{l}$.

10.7.8. $Q = kq^2\left(\dfrac{1}{l_0} - \dfrac{3}{2l} + \dfrac{l_0}{2l^2}\right) \approx 1{,}35 \cdot 10^{-4}$ Дж.

10.7.9. Эквипотенциальная поверхность с потенциалом $\varphi = 0$ — окружность: $y^2 + (x + a)^2 = 4a^2$ (рис. 35).

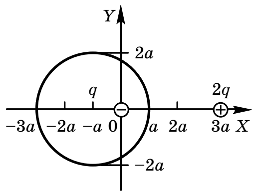


Рис. 35

10.7.11. $A = kq_0(q_2 - q_1)\left(\dfrac{\sqrt{l^2 + r^2} - l}{l\sqrt{l^2 + r^2}}\right) \approx 3{,}6$ Дж.

10.7.12. $A = \dfrac{kq_0(q_2 - q_1)(l_2 - l_1)}{l_1 l_2} \approx 30$ мДж.

10.7.15. $A = \dfrac{kq^2}{a}\left(\sqrt{2} - \dfrac{1}{3}\right) = 8{,}77 \times 10^{-5}$ Дж.

10.7.16.
$A = \dfrac{2kq_1 q_2}{a}\left[2\left(\dfrac{1}{\sqrt{7}} + \dfrac{1}{\sqrt{13}}\right) - 1\right] \approx 2{,}5$ мкДж.

10.7.17. $\varphi = ER = 300$ кВ; $N = \dfrac{ER^2}{ke} \approx 2{,}11 \cdot 10^{13}$.

10.7.18. $R = \dfrac{b\varphi_2 - a\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_2} = 0{,}1$ м; $q = \dfrac{\varphi_1(R + a)}{k} = \dfrac{\varphi_2(R + b)}{k} \approx 2 \cdot 10^{-8}$ Кл; $\varphi_0 = \dfrac{kq}{R} \approx 1{,}8$ кВ.

10.7.20. $A = \dfrac{q\sigma r^2}{\varepsilon_0(d+r)} \approx 2{,}25$ мкДж.

10.7.21. В n раз.

10.7.22. $W = \dfrac{0{,}105kq^2}{R} \approx 1$ Дж.

10.7.24. $q_1 = -\dfrac{2r\varphi}{k}$; $q_2 = \dfrac{4r\varphi}{k}$.

10.7.25. $E_1 = 0$, $\varphi_1 = k\left(\dfrac{q_1}{R_2} + \dfrac{q_2}{R_2}\right) \approx$ $\approx 2{,}383$ кВ; $E_2 = \dfrac{kq_1}{l_2^2} \approx 74{,}7$ кВ/м, $\varphi_2 = k\left(\dfrac{q_1}{l_2} + \dfrac{q_2}{R_2}\right) = -607$ В; $E_3 =$ $= \dfrac{k(q_1+q_2)}{l_3^2} = -16{,}7$ кВ/м, $\varphi_3 =$ $= \dfrac{k(q_1+q_2)}{l_3} = -1$ кВ.

10.7.26. $E = \dfrac{k(q+Q)}{(r+R)^2} \approx 1{,}124$ кВ/м; $\varphi = \dfrac{k(q+Q)}{R} \approx 4{,}5$ кВ.

10.7.27. $\varphi_1 = \dfrac{kq}{r}$; $\varphi_2 = \dfrac{kq}{2r}$; $\varphi_3 = 0$.

10.7.28.
$$A = kq(|q_1| + q_2)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2+d^2}}\right).$$

10.8.2. $E_{\text{внутр}} = 0$; $E_{\text{внешн}} = 6$ кВ/м; $q = \varepsilon_0 SE = 5{,}31 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.8.3. На ближней к первой пластине стороне $q_1 = -\dfrac{q}{2} = -2$ нКл, на дальней — $q_2 = \dfrac{q}{2} = 2$ нКл; $E = 0$.

10.8.4. $\varphi = \dfrac{kq}{R} = 36$ В.

10.8.5. $q_1 = -\dfrac{qr}{l} = -10^{-7}$ Кл.

10.8.6. $q_1 = \dfrac{\Delta\varphi_2 l}{k} = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = \dfrac{\Delta\varphi_1 l}{k} = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.8.7. $\varphi = \varphi_0\dfrac{R-r}{R} = \dfrac{2}{3}\varphi_0$.

10.8.8. Рис. 36.

1) $0 \leqslant r \leqslant R$, $E = 0$, $\varphi_1 = \dfrac{kq}{6R}$;

2) $R \leqslant r \leqslant 2R$, $E = \dfrac{kq}{r^2}$,

$\varphi = hq\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{6R}\right)$;

3) $2R \leqslant r \leqslant 3R$, $E = 0$, $\varphi_3 = \dfrac{kq}{3R}$;

4) $r \geqslant 3R$, $E = \dfrac{kq}{r^2}$, $\varphi = \dfrac{kq}{r}$.

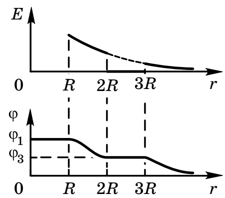


Рис. 36

10.8.11. $\Delta q = \dfrac{Q(d-2a)}{2d} = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.8.12. $\Delta\varphi = q\dfrac{a(d-a)}{\varepsilon_0 dS} = 301{,}3$ В.

10.8.13. $\Delta\varphi = \dfrac{(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2)a}{a+d} = 26{,}25$ В.

10.8.14. $E_{1-2} = \dfrac{\varphi}{a}$; $E_{2-3} = \dfrac{\varphi}{b}$.

10.8.15. $E_1 = \dfrac{\sigma b}{\varepsilon_0(a+b)}$; $E_2 = \dfrac{\sigma a}{\varepsilon_0(a+b)}$; $\sigma_1 = -\dfrac{\sigma b}{a+b}$; $\sigma_2 = -\dfrac{\sigma a}{a+b}$.

10.9.2. $E = \dfrac{0{,}8kq}{a^2} = 2{,}88 \cdot 10^4$ В/м; $\varphi = \dfrac{0{,}56kq}{a} \approx 2 \cdot 10^3$ В.
(Здесь и далее $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.)

10.9.3. $q = 4(a - l\sin\alpha)\sqrt{\dfrac{4mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{k}} \approx$ $\approx 7{,}9 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.9.4. $F = kq\left(\frac{q}{4a^2} + \frac{2Q(b^2+a^2)}{(b^2-a^2)^2}\right) \approx$
$\approx 8{,}9 \cdot 10^{-4}$ Н.

10.9.5. а) $A = 0$;

б) $A = \frac{kq^2\Delta l\sin\alpha}{2l(l+\Delta l\sin\alpha)} = 45{,}6$ мкДж.

10.9.6. $q = 4(h - \Delta h)\sqrt{\pi\varepsilon_0 k\Delta h}$.

10.9.7.
$E = \frac{m_e \cdot 4\pi^2 n^2}{e} r$; $E_1 \approx 2{,}87 \cdot 10^{-10}$ В/м, где m_e — масса электрона, e — заряд электрона; рис. 37;

$\Delta\varphi = -\frac{4\pi^2 n^2 m R^2}{2e} = 6{,}5 \cdot 10^{-11}$ В.

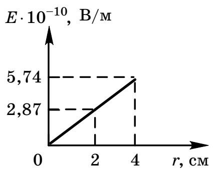


Рис. 37

10.9.8. $E = \frac{m_e a}{e} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-9}$ В/м;

$\sigma = \varepsilon_0 \frac{m_e a}{2e} = 5 \cdot 10^{-21}$ Кл/м^2, где e — заряд электрона.

10.10.1. $F = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon R^2} \approx 3{,}56$ Н; $R_2 =$
$= \sqrt{\varepsilon}\, R = 14{,}1$ см.

10.10.2. $\rho = \frac{\varepsilon\rho_{м}}{\varepsilon - 1} = 1{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, где $\rho_{м}$ — плотность масла.

10.10.3. $\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}$, где ρ_1 — плотность материала шариков, ρ_2 — плотность жидкости.

10.10.4. $R_1 = \frac{R}{\sqrt{\varepsilon}} = 26{,}97$ см.

10.10.5. $E = \frac{4\pi\rho g r^3}{3q}$.

10.10.6. $E = \frac{4\pi(\rho - \rho_0)g r^3}{3q}$.

10.10.7. $\varepsilon = \frac{(q_1+q_2)^2}{4q_1q_2} \approx 2{,}16$.

10.10.8. Уменьшится на $\Delta P =$
$= \frac{qE(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} + \rho\sqrt{g} \approx 8{,}84 \cdot 10^{-3}$ Н.

10.10.9. $E = \frac{kq}{\varepsilon r^2} = 3{,}6 \cdot 10^4$ В/м; рис. 38.

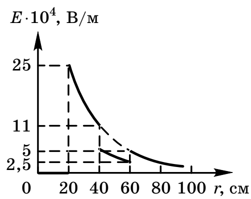


Рис. 38

10.10.10. $q_1 = -q\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.10.11.
$\sigma = \varepsilon_0 E \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} = 1{,}24 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2.

10.10.12. $q' = q\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл.

10.10.13. $q' = q\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$.

10.11.1. $C = \frac{R_з}{k} \approx 7 \cdot 10^{-4}$ Ф.

10.11.2.
$C = \frac{q}{\varphi} = 5 \cdot 10^{-2}$ Ф; $R = \frac{kq}{\varphi} = 4{,}5$ см.

10.11.3. $\Delta\varphi = \frac{kq}{R} = 4{,}5$ кВ.

10.11.4. $C = \frac{\varepsilon_0 ab}{k(b - a)}$.

10.11.5.

$q_1' = \frac{(q_1+q_2)R_2}{R_1+R_2} = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл;

$q_2' = \frac{(q_1+q_2)R_1}{R_1+R_2} = 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл;

$\varphi = \frac{k(q_1+q_2)}{R_1+R_2} = 450$ В.

10.11.6. $R_2 = R_1 \frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_0} \approx 46{,}7$ см.

10.11.8. $q = \frac{q_1 d_2 - q_2 d_1}{d_1 + d_2} = 9{,}5 \times 10^{-10}$ Кл.

10.11.9. $\varphi = \frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1+R_2} = 84$ В;

$\Delta q = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2(\varphi_1 - \varphi_2)}{R_1+R_2} = 4 \cdot 10^{-10}$ Кл.

10.11.10. Уменьшится в $\frac{n+1}{2} = 2{,}5$ раза.

10.11.11. $\frac{\varphi_б}{\varphi_м} = n^{2/3} = 9$; $\frac{\sigma_м}{\sigma_б} = \sqrt[3]{n} = 3$.

10.11.12. $\Delta W = 2\pi\varepsilon_0 \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}(\varphi_1 - \varphi_2)^2$.

10.11.13. $A = \frac{kQ^2}{2R}(1 - N^{-2/3})$.

10.12.1. Второй в $\frac{\varepsilon_2 S_2 d_1}{\varepsilon_1 S_1 d_2} \approx 1{,}43$ раза.

10.12.2. $q_{\max} = \varepsilon_0 SE \approx 2{,}6 \cdot 10^{-9}$ Кл.

10.12.3. $q = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon D^2}{4d}U = 6{,}7$ мкКл.

10.12.4. $U_2 = U_1\frac{d_2}{d_1} = 1000$ В.

10.12.5. Уменьшится в $\frac{d_2}{d_1} = 10$ раз.

10.12.7. $Q = \frac{CU^2}{2} = 2$ Дж.

10.12.9. $A = \frac{\varepsilon_0 S\Delta l\Delta\varphi^2}{2d^2}$.

10.12.10. $A = \frac{C\Delta\varphi^2(n-1)}{2n} \approx 0{,}25$ Дж.

10.12.11. $w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} \approx 2{,}2 \cdot 10^2$ Дж/м^3.

10.12.12. $W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 V}{2} \approx 2{,}65$ мДж.

10.12.13. $F = wS = 4$ Н.

10.12.14. $E = \frac{F}{q} = 5 \cdot 10^4$ В/м;

$U = Ed = 5$ кВ; $F_{пл} = \frac{\varepsilon_0 F^2}{2q^2 S} = 1{,}1$ Н;

$W = \frac{\varepsilon_0 S F^2 d}{2q^2} = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ Дж;

$w = \frac{\varepsilon_0 F^2}{2q^2} = 1{,}1 \cdot 10^{-2}$ Дж/м^3.

10.12.15. Уменьшится

в $n = \left(1 + \frac{q^2}{2\varepsilon_0\rho_0 S^2}\right)$ раз.

10.12.16. $C = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \approx 1{,}1$ пФ.

10.12.17. $\Delta d = \frac{d(\varepsilon - 1)}{2} = 2{,}5$ см.

10.12.19. $C = \frac{3\varepsilon_0 S}{2d}$.

10.12.21. $C = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$.

10.12.22.

$E_1 = \frac{\varepsilon_2\Delta\varphi}{d_1\varepsilon_1 + d_2\varepsilon_1} = 37{,}5$ кВ/м;

$\Delta\varphi_1 = \frac{\varepsilon_2 d_1\Delta\varphi}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} = 375$ В;

$E_2 = \frac{\varepsilon_1\Delta\varphi}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} = 113{,}25$ кВ/м;

$\Delta\varphi_2 = \frac{\varepsilon_2 d_2\Delta\varphi}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} = 2{,}6$ кВ.

10.12.23. $\frac{d_1}{d_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

10.12.24. $\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi_0(\varepsilon + 1)}{2\varepsilon} = 45$ В.

10.12.25. $C = \frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d\ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)}$.

10.12.26. Увеличилась в $\frac{3\varepsilon + 1}{2(\varepsilon + 1)} = 1{,}25$ раз.

10.13.1. $C_1 = \dfrac{CC_2}{C_2 - C} = 150$ мкФ.

10.13.2. Увеличится в $\dfrac{\varepsilon + 1}{2}$ раза.

10.13.3. $C_{01} = \dfrac{3\varepsilon_0 S}{d} = 832$ пФ; $C_{02} = \dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 1)S}{d} = 2775$ пФ.

10.13.4. $\varepsilon = \dfrac{U_0 - U_1}{U_1} = 7$.

10.13.5. $q_1' = \dfrac{C_1|C_2U_2 - C_1U_1|}{C_1 + C_2} = 32$ мкКл.

10.13.8. $Q = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\dfrac{(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2)^2}{2} = 6 \cdot 10^{-3}$ Дж.

10.13.9. В 5 раз.

10.13.10. См. в условии рис. 10.13.2:

а) $C_0 = \dfrac{C}{4}$; б) $C_0 = 4C$; в) $C_0 = C$;

г) $C_0 = C$; д) $C_0 = \dfrac{3}{4}C$; е) $C_0 = \dfrac{2}{5}C$;

ж) $C_0 = \dfrac{3}{5}C$; з) $C_0 = \dfrac{5}{3}C$;

и) $C_0 = 2{,}5C$.

10.13.11. $C_0 = C = 2$ мкФ.

10.13.12. $C_0 = \dfrac{C_1 + C_2}{2} = 3$ мкФ.

10.13.13. $C_0 = \dfrac{63}{26}C = 63$ пФ.

10.13.14. $C_0 = \dfrac{6}{5}C = 6$ мкФ.

10.13.16. Увеличатся в $n = \dfrac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1 + C_2}$ раз.

10.13.17. $U_1 = \dfrac{C_2C_3(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3} = 2$ кВ; $U_2 = \dfrac{C_1C_3(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3} = 3$ кВ; $U_3 = \dfrac{C_1C_2(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3} = 6$ кВ.

10.13.19. $\Delta\varphi = \dfrac{\mathscr{E}_1C_1 - \mathscr{E}_2C_2}{C_1 + C_2}$.

10.13.20. Это возможно в двух случаях: $C_x = C_y = 5$ мкФ или $C_x = C_y = 2$ мкФ.

10.13.21. $C_4 = 6C$.

10.13.22.

$q_1 = C_1\dfrac{(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)C_2 - \mathscr{E}_1C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$;

$q_2 = C_2\dfrac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)C_1 - \mathscr{E}_2C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$;

$q_3 = C_3\dfrac{\mathscr{E}_1C_1 + \mathscr{E}_2C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$.

10.13.24. $Q = \dfrac{\mathscr{E}^2C}{12}$.

10.13.26. $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \dfrac{3Qd}{16\varepsilon_0 S}$.

10.13.28. $q' = \dfrac{\Delta l q}{d}$.

10.13.30. $\Delta\varphi = \dfrac{qd}{8\varepsilon_0 S}$.

10.13.31. $A = \dfrac{q^2}{4C} = 25$ мДж.

10.13.32. $A = \dfrac{\sigma^2 Sh}{2\varepsilon_0}$.

10.13.33. $\Delta W = \dfrac{q^2 d}{4\varepsilon_0 S} = 1{,}13$ Дж.

10.13.34. $Q = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S} = 4{,}5$ мДж.

10.13.35. $A = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S} = 6{,}78$ Дж.

10.14.1. $q = \pm\,\varepsilon_0 ES$.

10.14.3. $A = -2E_0E\varepsilon_0 Sd$.

10.14.4. $\dfrac{A_2}{A_1} = |\cos\alpha - 1| = 0{,}3$.

10.14.5. $A = -\dfrac{1}{2}(E_0 - E)^2 Sd$.

10.14.6. $A = \dfrac{1}{2}(\varepsilon - 1)\left(\varepsilon E^2 - E_0^2\right)Sd$.

10.15.1.

$\Delta q = \dfrac{mgd\Delta\varphi_0}{\Delta\varphi(\Delta\varphi + \Delta\varphi_0)} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

10.15.2. $\eta = \dfrac{2r^2}{l^2} \cdot 100\% \approx 0{,}08\%$.

10.15.3. $A = |q|\dfrac{Q}{C} = 0{,}35$ Дж.

10.15.4.
$$\sigma = -\frac{2(\sqrt{2}-1)\varepsilon_0 mg}{q} = -7{,}2\cdot10^{-7}\ \text{Кл/м}^2.$$

10.15.5. $r = 7{,}1$ см; $\tau = 2{,}8\cdot10^{-8}$ с; $\dfrac{\Delta W}{W} = 0{,}11$.

10.15.7. $v = q\sqrt{\dfrac{2k}{md}}$.

10.15.8. $\Delta\varphi = \dfrac{m_e v^2}{2e} = 284$ В.

Указание. Здесь и далее m_e и e — масса и заряд электрона.

10.15.9. $r = \sqrt{\dfrac{k|q|Q(m+M)}{E(mQ+M|q|)}}$.

10.15.10. $v_{\min} = \sqrt{\dfrac{2e\varphi_0}{m}}$.

10.15.11. $s = v\sqrt{\dfrac{m_e}{\alpha e}} \approx 0{,}25$ м.

10.15.13. $a = g + \dfrac{qE}{m}$;
$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(g + \frac{qe}{m}\right)^2 t^2};$$
$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = \left(g + \dfrac{qE}{m}\right)\dfrac{t^2}{2}. \end{cases}$$

10.15.16.
$$v = \sqrt{\frac{eUl\left(\frac{l}{2}+L\right)}{m_e dH}} = 1{,}6\cdot10^7\ \text{м/с}.$$

10.15.17. $U = \dfrac{Wd\sin 2\alpha}{el} = 150$ В.

10.15.18. $t_0 =$
$$= \frac{mv_0\sin\alpha - \sqrt{(mv_0\sin\alpha)^2 - 2qEm\Delta h}}{qE} =$$
$= 0{,}025$ с;
$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qEt_0}{m}\right)^2 - \frac{2qEt_0v_0\sin\alpha}{m}} =$$
$= 230{,}7$ м/с.

10.15.19. $t = \dfrac{2mv_0\sin\alpha}{mg+qE}$;
$$s = \frac{mv_0^2\sin 2\alpha}{mg+qE};\ h_{\max} = \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{mg+qE}.$$

10.15.20. $v = v_0\sqrt{1 + \dfrac{2qEd}{mv_0^2}}$;
$$\beta = \arcsin\frac{v_0\sin\alpha\sqrt{m}}{\sqrt{mv_0^2 + 2qEd}}.$$

10.15.21. $W = \dfrac{qEl}{2\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}$.

10.15.22. $v = \sqrt{\dfrac{2e\Delta\varphi}{m_e} + \dfrac{eE^2l^2}{8m_e\Delta\varphi}}$.

10.15.23.
$$\beta = \arcsin\left(\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{e(\varphi_2-\varphi_1)}{1 + m_e v^2\sin^2\alpha}}\right).$$

10.15.24. $\Delta T_{\max} = 6(mg + qE)$.

10.15.25. $T = 3(mg - qE)\cos\alpha_0 \approx$ $\approx 0{,}3$ Н.

10.16.1. $r_{\min} = \dfrac{4ke^2}{m_e v_0^2}$, где e — заряд электрона, m_e — его масса.

10.16.2. $r_{\min} = \dfrac{4k|e|^2}{m_e v_{\text{отн}}^2} \approx 10^{-9}$ м.

10.16.3. $r_{\min} = \dfrac{4kae^2}{m_e(v_1 - v_2)^2 + 4ke^2}$.

10.16.4. $v \geqslant e\sqrt{\dfrac{2k}{m_eR}} \approx 3{,}2\cdot10^6$ м/с.

10.16.5. $v = \sqrt{v_0^2 + \dfrac{2kqQ}{m}\left(\dfrac{1}{l_1} - \dfrac{1}{l_2}\right)} \approx$ $\approx 26{,}8$ м/с.

10.16.6. $r_{\min} = \dfrac{ke^2d}{ke^2 + m_e v^2 d\cos^2\alpha}$.

10.16.7. $l = \dfrac{kq_1q_2}{\mu mgl_0}$.

10.16.9. $v = 4{,}24$ м/с.

10.16.10. $v =$
$$= \sqrt{2gh + \frac{2kqQ(1-\operatorname{tg}\alpha)}{mh}} \approx 4{,}25\ \text{м/с}.$$

10.16.11. $Q = \dfrac{mgl^2\mathrm{tg}\alpha}{kq} = 5{,}8$ мкКл;

$v = \sqrt{2gl\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right)} =$

$= 1{,}68$ м/с.

10.16.12. $v = \sqrt{2gl_0}\left|\dfrac{q}{l_0}\sqrt{\dfrac{k}{mg}} - 1\right|$.

10.16.13. $n \approx 2{,}66$.

10.16.14. $v_0 = \sqrt{5gl - \dfrac{kQ^2}{ml}} = 5$ м/с.

10.16.15. $W = -4 \cdot 10^{-3}$ Дж.

10.16.16. $v = \sqrt{\dfrac{5gR}{2\sqrt{3}}} = 15{,}8$ м/с.

10.16.17.

$v = \sqrt{2gl + \dfrac{2kqQ}{m}\left(\dfrac{1}{\sqrt{l^2+h^2}} - \dfrac{1}{l+h}\right)} \approx$

$\approx 3{,}3$ м/с.

10.16.18. Скорости крайних шариков $v_2 = q\sqrt{\dfrac{k}{6ml}} = 3{,}16$ м/с, среднего — $v_1 = 2v_2 = 6{,}32$ м/с.

10.16.19. Скорости крайних шариков $v_1 = \sqrt{\dfrac{5kq^2}{2ml} - 2q\sqrt{\dfrac{5k\mu g}{m}} + 2\mu gl} =$

$= 26{,}5$ м/с; среднего — $v_2 = 0$.

10.16.20. $v_1 = v_2 = v_3 = q\sqrt{\dfrac{k}{ma}} =$

$= 2{,}8$ м/с.

10.16.21. $v = \left[\dfrac{2kq_3}{ml}\left(\sqrt{|q_2|} - \sqrt{q_1}\right)\right]^{1/2}$

при $|q_2| > |q_1|$; $v = 0$ при $|q_2| \leqslant |q_1|$.

10.16.22. а) $v = q\sqrt{\dfrac{k(4+\sqrt{2})}{ma}} = 0{,}82$ м/с;

б) $v = q\sqrt{\dfrac{k(4+\sqrt{2})}{2ma}} = 0{,}58$ м/с.

10.16.23. Скорость каждого шарика $v = q\sqrt{\dfrac{2k}{ma}} = 4{,}47$ м/с.

10.16.25. Возможны разные случаи:

$Q = \dfrac{20\pi\varepsilon_0 R^2(qE - mg)}{q}$ при $qE \neq mg$, $q > 0$

и $Q = \dfrac{20\pi\varepsilon_0 R^2(|q|E + mg)}{|q|}$ при $q < 0$,

если линии напряженности электрического поля направлены вверх;

$Q = \dfrac{10\pi\varepsilon_0 R^2(qE + mg)}{q}$ при $q > 0$ и

$Q = \dfrac{10\pi\varepsilon_0 R^2(mg - |q|E)}{|q|}$ при $|q|E \neq mg$,

$q < 0$, если линии напряженности направлены вниз.

10.16.26. $v_{\min} = \sqrt{\dfrac{2kqQ}{mR}}$ при $q, Q > 0$;

$v_{\min} = 0$ при $q, Q < 0$.

10.16.28. $W_{\min} = \dfrac{keQ(l-2R)^2}{lR(l-R)}$.

10.16.29. $v = \sqrt{\dfrac{2kq}{M}\left(\dfrac{q_1}{R_1} + \dfrac{q_2}{R_2}\right)}$.

10.16.30. $v = \sqrt{v_0^2 + \dfrac{2kqq_0}{mR}} \approx 4{,}4$ м/с.

10.16.31.

$t = 2R\left(v^2 + \left(1 + \dfrac{m_2}{m_1}\right)\dfrac{2kqQ}{m_2R}\right)^{-1/2} =$

$= 0{,}06$ с.

10.16.32. $v = \sqrt{\dfrac{v_0^2 + e|\rho|R^3}{3m_e\varepsilon_0}}$.

10.17.1. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{qE - mg}} = 1{,}4$ с.

10.17.3. $T_2 \approx 1{,}4$ с.

10.17.4. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\varepsilon_0 lm}{(2\varepsilon_0 mg)^2 + q^2\sigma^2}}$.

10.17.5. Уменьшится в

$\left(1 + \dfrac{q^2\sigma^2}{\varepsilon_0^2 m^2 g^2}\right)^{1/4} = 1{,}41$ раз.

10.17.6. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{2qE}}$.

10.17.8. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml^3}{gml^2 + 2kq^2}}$.

10.17.9. $T = 2\pi\left(\dfrac{g}{R} + \dfrac{kqQ}{8mR^3}\right)^{-1/2}$.

10.17.10. В $n = \sqrt{2\left(2 + \dfrac{kQ^2}{4R^2}\right)} = 2{,}93$ раза.

10.17.12. $T = \dfrac{\pi l^2}{q}\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$.

10.17.13. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{\sqrt{2}kq^2}}$.

10.17.14. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{mR^3}{kq|e|}} \approx 0{,}016$ с.

Глава 11. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

11.1.1. $I = \dfrac{q_1}{t_1} \approx 0{,}17$ А;

$t_2 = \dfrac{q_2 t_1}{q_1} = 6$ мин.

11.1.2. $m = \dfrac{m_e It}{e} \approx 1{,}79$ мг.

11.1.3. $j = \dfrac{I}{S} = 10^9$ А/м^2.

11.1.4. $I_{ср} = \dfrac{CU}{\Delta t} = 0{,}3$ А.

11.1.5. $q = \dfrac{1}{2}(I_0 + I)t = 15$ Кл.

11.1.6.

$q = [0{,}1 + 0{,}1(t_2 + t_1)](t_2 - t_1) = 0{,}3$ Кл.

11.1.7. $q = 45$ Кл; $I_{ср} = 1{,}5$ А.

11.1.9. $I = \dfrac{CUv}{d} = 100$ А.

11.1.10. $I = \dfrac{e^2}{4\pi r\sqrt{\pi\varepsilon_0 m_e r}} \approx 1{,}5$ мкА.

11.2.1. $l = \dfrac{RS}{\rho} = 9{,}09$ м.

11.2.2. $r = \rho\dfrac{d}{S} = 10{,}2$ Ом.

11.2.3. Медного провода больше на

$\Delta l = RS\,\dfrac{\rho_н - \rho_м}{\rho_н\rho_м} = 564{,}4$ м.

11.2.4. Уменьшится

в $\eta = \dfrac{1 + m}{1 - n} = 1{,}875$ раза.

11.2.5. $m = \dfrac{\rho_0 RS^2}{\rho_м} \approx 534$ г, где ρ_0 — плотность меди, $\rho_м$ — удельное сопротивление меди.

11.2.7. $R = \dfrac{\alpha l^2}{2S}$.

11.2.8. $\rho = \dfrac{RC}{\varepsilon_0\varepsilon}$.

11.3.1. $l = \dfrac{R_0 S}{2\rho} = 4{,}76$ м, где ρ — удельное сопротивление никелина.

11.3.2.

$r_1 = \dfrac{R_1 + \sqrt{R_1^2 - 4R_1R_2}}{2} = 4{,}5$ Ом;

$r_2 = \dfrac{R_1 - \sqrt{R_1^2 - 4R_1R_2}}{2} = 1{,}5$ Ом.

11.3.3. В точках, делящих кольцо на части, длины которых относятся как $\dfrac{5 + \sqrt{15}}{5 - \sqrt{15}} = 7{,}87$.

11.3.5. Резисторы R_2 и R_3 соединить параллельно, а резистор R_1 последовательно к ним.

11.3.6. Рис. 39; уменьшилось в 9 раз.

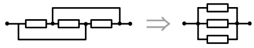


Рис. 39

11.3.7. Рис. 40.

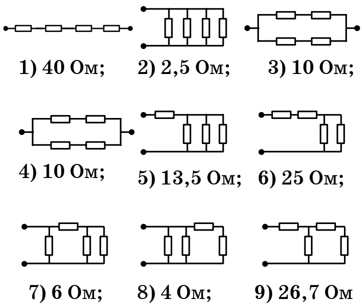


Рис. 40

11.3.8. $r = \sqrt{3}\,R$.

11.3.9. Рис. 41.

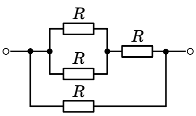


Рис. 41

11.3.10. См. в условии рис. 11.3.3: *а*) $R_0 = \frac{5}{8}R = 2{,}5$ Ом; *б*) $R_0 = R = 4R$.

11.3.12. $R_0 = \frac{2}{3}R = 6$ Ом.

11.3.13. $R_0 = 2R = 10$ Ом.

11.3.14. $R_0 = \frac{1}{2}R = 5$ Ом.

11.3.15. См. в условии рис. 11.3.8: *а*) $R_0 = \frac{3}{2}R = 9$ Ом; *б*) $R_0 = \frac{7}{6}R = 7$ Ом; *в*) $R_0 = \frac{5}{3}R = 10$ Ом.

11.3.17. $R_0 = R = 4$ Ом.

11.3.18. $R_0 = \frac{13}{7}R = 13$ Ом.

11.3.19. $R_x = R(\sqrt{3} - 1)$.

11.3.20.

$$R_0 = \frac{R_1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4R_2}{R_1}}\right) = 6 \text{ Ом}.$$

11.4.1. $U = IR = 500$ В.

11.4.2. $U = \frac{qR}{t} = 6$ В.

11.4.4. $R = \frac{U_0 - U}{I} = 25$ Ом.

11.4.5. $R_1 = \frac{U_0 - U}{U}R = 5$ Ом.

11.4.6. Уменьшилась в $\frac{1 + n^2}{2n} = \frac{17}{8}$ раза.

11.4.7. $U_1 = \frac{US_2}{S_1 + S_2} = 6$ В; $U_2 = \frac{US_1}{S_1 + S_2} = 3$ В.

11.4.8. $l = \frac{(U_0 - U)SR}{\rho U} = 36{,}36$ м (ρ — удельное сопротивление нихрома).

11.4.9. Уменьшить в $\frac{16}{n} = 8$ раз.

11.4.11.

$$I = \frac{\mathscr{E} R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = 0{,}45 \text{ А};$$

не изменится.

11.4.12. Ко второй лампочке параллельно подключить реостат, установив примерно 23 Ом, и к ним последовательно включить первую лампочку.

11.4.13. Увеличится в 2 раза.

11.4.16. $I_1 = 1$ А, $I_2 = 0$, $I_3 = 1$ А.

11.4.17. $\Delta\varphi = \mathscr{E}\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} = 48$ В.

11.4.18.

Увеличится в $\frac{5n}{1 + 3n} = 1{,}5$ раза.

11.4.19. $R_x = R$.

11.4.20.

$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{\mathscr{E}}{2R} = 6$ А; $I_5 = 0$.

11.4.21. $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 60$ Ом; $R_3 = 40$ Ом.

11.4.22.

$$I = \frac{\mathscr{E} R_{BC}}{R_{AB}R_{BC} + R_{AB}r + R_{BC}r} = 86 \text{ мА}.$$

11.5.1. $Q = UIt = 396$ кДж.

11.5.2. $Q = I^2\rho\dfrac{l}{S}t = 1680$ Дж.

11.5.3. $\tau = \dfrac{c\rho V(t_к - t_1)}{UI} = 3{,}18$ мин.

11.5.5. $I = \dfrac{P}{U} \approx 3{,}6$ А;

$R = \dfrac{U^2}{P} = 60{,}5$ Ом.

11.5.6. $U = U_0\sqrt{n} \approx 14{,}1$ В.

11.5.7. $R = \dfrac{U^2 - U_0^2}{P} = 72{,}6$ Ом.

11.5.8.

Увеличилась в $\dfrac{1}{1-\eta} \approx 1{,}43$ раза.

11.5.9. $\alpha = \dfrac{n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2n} = 0{,}5$.

11.5.10. $P_0 = \dfrac{P_1(P - P_1)}{P}$.

11.5.12. а) $t = t_1 + t_2 = 20$ мин;

б) $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 3{,}75$ мин.

11.5.13. $R_x = \dfrac{R}{\sqrt{2}} = 14{,}1$ Ом.

11.5.14. $r = \dfrac{U^2}{P} \approx 60{,}5$ Ом.

11.5.15. $P \approx 23$ Вт.

11.5.16. $P = \dfrac{25}{9}P_1 = 2{,}5$ Вт.

11.5.17. Нужно увеличить напряжение в $\dfrac{1+\alpha_2}{1+\alpha_1}\sqrt{\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \sqrt{5}$ раз и сопротивление в $\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5$ раз.

11.5.18. $v = \dfrac{PRT_к}{Mr\rho_в S} \approx 7{,}65$ м/с, где $T_к = 373$ К, $\rho_в$ — плотность воды; $R = 8{,}31$ Дж/(К · моль).

11.5.19. $I = \sqrt{\dfrac{rm}{\eta R\tau}} \approx 23{,}4$ А, где r — удельная теплота парообразования.

11.5.20. $m = \dfrac{UI\tau}{\eta q} \approx 88{,}5$ г (q — удельная теплота сгорания нефти).

11.5.21. $m = \dfrac{\eta j^2\rho Vt}{c(t_2 - t_1)} \approx 1{,}5$ г.

11.5.22. $l = \dfrac{\pi d^2 U^2 t}{4\rho Q} \approx 36$ м.

11.5.23. $I = \dfrac{\alpha mgv}{\eta U} \approx 49$ А.

11.5.24. $I = \dfrac{mh}{\eta Ut}\left(\dfrac{2h}{t^2} + g\right) \approx 28$ А.

11.6.1. $I_0 = I\dfrac{R + R_А}{R} = 10{,}1$ А.

11.6.2. $U_1 = \dfrac{U_0 R_1}{R_1 + R_2} = 68{,}6$ В;

$U_2 = \dfrac{U_0 R_2}{R_1 + R_2} = 51{,}4$ В;

$U_{\max} = \dfrac{U_0(R_1 + R_2)}{R_1} = 175$ В.

11.6.3. $U_{AB} = \dfrac{U_1 U_3}{U_1 + U_2} = 7{,}2$ В;

$U_{BC} = U_3 - U_{AB} = 4{,}8$ В; $U_{AC} = U_3 = 12$ В.

11.6.4. $U = \dfrac{\mathscr{E}}{n+1} = 2$ В.

11.6.5. Если $R^2 > R_А R_V$, то точнее по схеме на рис. 11.6.2, *а* (см. условие); если $R^2 < R_А R_V$, то по схеме на рис. 11.6.2, *б*.

11.6.6. $R_V \leqslant 3675$ кОм.

11.6.7. $U_2 = 1 - 2U_1 = 5$ В; $U_3 = U_1 = 2$ В.

11.7.1. $I = I_А\left(1 + \dfrac{R_А}{R}\right) = 40$ А.

11.7.2. $R_ш = 10$ Ом.

11.7.3. Сопротивление шунта $R_ш = 0{,}02$ Ом, его нужно включить параллельно. Цена деления прибора возрастет в $n = \dfrac{I}{I_А} = 10$ раз и станет 1 А.

11.7.4.

Увеличится в $(4n - 3) = 37$ раз.

11.7.6. $R = R_G \dfrac{n-1}{n} = 261$ Ом.

11.7.7. $R_G = R_ш \left(\dfrac{R_1}{R_2} - 1 \right) = 25$ Ом.

11.7.8. Цена деления прибора увеличится в $n = \dfrac{U}{U_V} = 2{,}5$ раза и станет 0,5 В. Добавочное сопротивление нужно подсоединить последовательно к прибору, $R_д = R_V\ (n-1) = 3$ кОм.

11.7.9. $R_1 = \dfrac{U_1 - I_V R_V}{I_V} = 9$ кОм;

$R_2 = \dfrac{U_2}{I_V} - R_V = 49$ кОм; $R_3 = \dfrac{U_3}{I_V} - R_V = 249$ кОм.

11.7.11.
Уменьшилось в $\dfrac{n}{n-1} = \dfrac{10}{9}$ раза.

11.7.12. $R_2 = 10R_1 + 9\dfrac{R_G R_ш}{R_G + R_ш}$.

11.7.14. а) Параллельно подключить шунт сопротивлением $R_ш = \dfrac{R_A I_A}{I - I_A} = 0{,}56$ Ом; б) последовательно подключить добавочное сопротивление

$R_д = R_A \left(\dfrac{U}{I_A R_A} - 1 \right) = 9995$ Ом.

11.7.15. $R_1 = 200$ Ом; $R_2 = 66{,}7$ Ом.

11.8.1. $q = \dfrac{A}{\mathscr{E}} = 20$ Кл.

11.8.2. $A = \mathscr{E} I t = 720$ Дж.

11.8.3. $I = \dfrac{\mathscr{E}}{r+R} = 0{,}5$ А;

$U = \dfrac{\mathscr{E} R}{r+R} = 3{,}5$ В.

11.8.4. $I_{к.з.} = \dfrac{\mathscr{E} I}{\mathscr{E} - IR} = 3{,}5$ А.

11.8.5. Меньше в $\dfrac{n+1}{n} = \dfrac{4}{3}$ раза.

11.8.8. $I = \dfrac{4\mathscr{E}}{R+4r} = 0{,}33$ А.

11.8.9. $R_V = \dfrac{rR}{(n-1)(r+R)}$.

11.8.10. $R_V = \dfrac{R^2}{r}$.

11.8.11. $I_{к.з.} = \dfrac{I_1 I_2 (R_2 - R_1)}{I_2 R_2 - I_1 R_1} = 0{,}47$ А.

11.8.12. $\mathscr{E} = \dfrac{I_1 U_2 - I_2 U_1}{I_1 - I_2} = 2$ В.

11.8.13. $r = \dfrac{R_1 R_2 (U_2 - U_1)}{U_1 R_2 - U_2 R_1} = 0{,}35$ Ом.

11.8.14. На 45%.

11.8.15. $I = \dfrac{\mathscr{E} - U}{r} = 0{,}2$ А;

$A_{ст} = I\mathscr{E} t = 180$ Дж; $A_{внеш} = UIt = 168$ Дж; $A_{вн} = 12$ Дж.

11.8.16. $I_{1,2} = \dfrac{\mathscr{E} \pm \sqrt{\mathscr{E}^2 - 4P}}{2r}$;

$I_1 = 0{,}5$ А; $I_2 = 1{,}5$ А.

11.8.17. $P_2 = \dfrac{(P_1 + I_1^2 r) I_2}{I_1} - I_2^2 r \approx 11$ Вт.

11.8.18. $R = r = 1$ Ом; рис. 42.

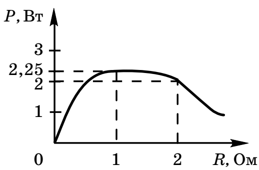


Рис. 42

11.8.19. $P_{max} = \dfrac{\mathscr{E}^2}{4r} = 125$ Вт;

$P_{к.з.} = \dfrac{\mathscr{E}^2 \eta(\eta - 1)}{r} = 45$ Вт.

11.8.20. $\Delta T = \dfrac{\mathscr{E}^2 t}{4 c_м m r} \approx 31{,}7$ К.

11.8.22. В $\sqrt{n} = 1{,}5$ раза.

11.8.23. $I_{к.з.} = \dfrac{P_1 I_2^2 - P_2 I_1^2}{P_1 I_2 - P_2 I_1} = 62$ А.

11.8.24. $I_{к.з.} = 2\dfrac{\sqrt{P}\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right)}{\sqrt{R_1 R_2}} = 5{,}16$ А.

11.8.25. $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{(R+2r)^2}{2(R+r)^2} \approx 0{,}62.$

11.8.26. $P = I(\mathscr{E} - rI) = T(1{,}5 - 0{,}5r)$;

$I_0 = \dfrac{\mathscr{E}}{2r} = 1{,}5$ А; рис. 43.

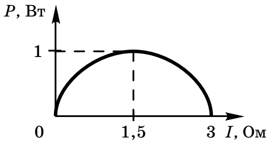


Рис. 43

11.9.1. $\eta = \dfrac{U}{\mathscr{E}} \cdot 100\% = 83{,}3\%$.

11.9.2. $\dfrac{R}{r} = \dfrac{\eta}{1-\eta} = 4.$

11.9.3. $\eta_1 = \dfrac{2\eta}{1+\eta} \cdot 100\% = 67\%$.

11.9.4. $\eta = \dfrac{\mathscr{E} - Ir}{\mathscr{E}} \cdot 100\% = 90\%$.

11.9.5. $N = \dfrac{(\eta\mathscr{E})^2}{R} = 62{,}5$ Вт.

11.9.6. $n = 4$, последовательно.

11.9.8. $A = \dfrac{\mathscr{E} I(I_0 - I)\tau}{I_0} = 8$ Дж.

11.9.9. $\eta = \dfrac{R}{R+r}$; рис. 44.

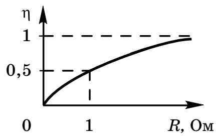


Рис. 44

11.9.10. $\eta = 1 - \dfrac{Ir}{\mathscr{E}}$; рис. 45.

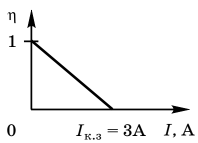


Рис. 45

11.10.1. $I = \dfrac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2}{R + 2r} = 1{,}5$ А;

$U = \dfrac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2}{R+2r} R = 15$ В.

11.10.2. При $R = r_1 - r_2$ на элементе сопротивлением r_1, если $r_1 > r_2$; при $R = r_2 - r_1$ на элементе сопротивлением r_2, если $r_2 > r_1$.

11.10.3. $n \geqslant \dfrac{U^2}{\mathscr{E} U - rP} = 10.$

11.10.4. $\mathscr{E}_1 = 5{,}14$ В; $r_1 = 1{,}14$ Ом; $\mathscr{E}_2 = 7{,}5$ В; $r_2 = 1{,}76$ Ом.

11.10.6. $\Delta\varphi_{ij} = 0.$

11.10.9. $r = R.$

11.10.10. $P_1 = \dfrac{9}{16} P_0 = 90$ Вт.

11.10.11. $n = 200$; $m = 2$.

11.10.12. $R_{посл} = r\dfrac{n\sqrt{\eta} - 1}{n - \sqrt{\eta}} \approx$

$\approx 4{,}14$ Ом; $R_{пар} = r\dfrac{n - \sqrt{\eta}}{n\sqrt{\eta} - 1} = 0{,}24$ Ом.

11.10.13. $I = \dfrac{\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1}{r_1 + r_2} = 2$ А;

$U = \dfrac{\mathscr{E}_1 r_2 + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} = 1{,}5$ В.

11.10.14. $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{\mathscr{E}_1 - U}{U - \mathscr{E}_2} = \dfrac{2}{3}.$

11.10.15.

$$P = r\left[\frac{\mathscr{E}_1 r - (\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)R}{r(r+2R)}\right]^2 \approx 36 \text{ Вт}.$$

11.11.2. Слева направо,

$I = \dfrac{\mathscr{E}_2 R_2 - \mathscr{E}_1 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} = 0{,}02$ А.

11.11.3. Положительный полюс источника подключить к точке B;

$\mathscr{E} = \dfrac{I(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) - \mathscr{E}_1 R_2}{R_1 + R_2} =$

$= 3{,}6$ В.

11.11.4. $I = \dfrac{\mathscr{E}_2 R_2 + (\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2)R_3}{R(R_2 + R_3) + R_2 R_3}.$

11.11.5. $I = \dfrac{\mathscr{E}_2 r_1 + \mathscr{E}_1 r_2}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} = 1{,}4$ А.

11.11.6. $I = \dfrac{\mathscr{E}_2 r_1 - \mathscr{E}_1 r_2}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} = 0$.

11.11.7. $R = \dfrac{(\mathscr{E} - I_1 r_1) r_2}{I_1 (r_1 + r_2)} \approx 0{,}67$ Ом;

$I_2 = I_1 \dfrac{r_1}{r_2} \approx 0{,}5$ А; $I_R = I_1 \dfrac{r_1 + r_2}{r_2} = 1{,}5$ А.

11.11.8.

$I_1 = \dfrac{R_2(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_3) + R_3(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \approx$

$\approx 0{,}06$ А.

11.11.9. $I = \dfrac{\mathscr{E}_2 R_1 - \mathscr{E}_1 R_2}{R_1 R_2} = 0{,}5$ А.

11.11.10. $I = \dfrac{\mathscr{E}_1 R_1 + (\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2) R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$.

11.11.11. $I = \dfrac{\mathscr{E}}{4R}$.

11.11.12.

$I_{\text{А}} = \dfrac{\mathscr{E}}{R_1} + \dfrac{\mathscr{E} R_1 R_4}{R_1 [R_2(R_3 + R_4) + R_3 R_4]} =$

$= 0{,}75$ А.

11.12.1. $q = \dfrac{\mathscr{E} RC}{R + r} = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ Кл.

11.12.2.

$U_1 = \dfrac{\mathscr{E} R C_2}{(R + r)(C_1 + C_2)} = 1{,}35$ В;

$U_2 = \dfrac{\mathscr{E} R C_1}{(R + r)(C_1 + C_2)} = 0{,}45$ В;

$q_1 = q_2 = \dfrac{\mathscr{E} R C_2 C_1}{(R + r)(C_1 + C_2)} =$

$= 2{,}7 \cdot 10^{-10}$ Кл.

11.12.3. $q = \dfrac{\mathscr{E} C R}{r + R_1 + R_2} = 10^{-6}$ Кл.

11.12.4.

$\Delta\varphi_{A - B} = \dfrac{\mathscr{E}(C_2 R_2 - C_1 R_1)}{(C_1 + C_2)(R_1 + R_2)}$.

11.12.5. $\Delta\varphi = \dfrac{\mathscr{E} R_2}{r + R_1 + R_2} = 2{,}1$ В;

$q = \dfrac{\mathscr{E} C R_2}{r + R_1 + R_2} = 4{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

11.12.6. $q = \dfrac{C\mathscr{E}}{3} \approx 3{,}3$ мкКл.

11.12.7. $q = \dfrac{2\mathscr{E} C}{3} = 6{,}67$ мкКл.

11.12.8.

$q = \dfrac{\mathscr{E} C (R_1 - R_2)}{2r + R_1 + R_2} = 4{,}5 \cdot 10^{-12}$ Кл.

11.12.9. $q = \dfrac{\mathscr{E} C}{8}$.

11.12.10. $q_1 = \dfrac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2) C_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_3 + R_4}$;

$q_2 = \dfrac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2) C_1 R_3}{R_1 + R_3 + R_4}$.

11.12.11. $U_1 = \dfrac{(\mathscr{E} - \Delta\varphi) C_2}{C_1 + C_2} \approx 3{,}3$ В;

$U_2 = \dfrac{(\mathscr{E} - \Delta\varphi) C_1}{C_1 + C_2} \approx 1{,}7$ В.

11.12.12. $q = (IR + \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1) C =$

$= 3 \cdot 10^{-6}$ Кл.

11.12.13. $q = U \dfrac{C_1 R_1 - C_2 R_2}{R_1 + R_2}$.

11.12.14. $q = 3{,}43 \cdot 10^{-3}$ Кл.

11.12.15. Увеличится в 2 раза.

11.12.16. $R = \dfrac{m_e v_0^2 d r \operatorname{tg}\alpha}{el\mathscr{E} - m_e v_0^2 d \operatorname{tg}\alpha}$.

11.12.17. $v = \dfrac{l}{d} \sqrt{\dfrac{11 e\mathscr{E}}{15 m_e}}$.

11.13.1. Нет.

11.13.2. $I = envS = 1{,}88$ А.

11.13.3. $p = \dfrac{I m_e l}{e} = 5{,}7 \cdot 10^{-11}$ кг · м/с.

11.13.4. $v = \dfrac{Mj}{e \rho_{\text{м}} N_{\text{А}}} = 0{,}82$ мм/с,

где M и $\rho_{\text{м}}$ — молярная масса и плотность меди.

11.13.5. $E = \dfrac{I\rho}{S} = 420$ мВ/м.

11.13.6. $v = \dfrac{MU}{el\rho\gamma N_А} = 3{,}7$ мм/с,

где γ — плотность алюминия.

11.13.7. $F = ej\rho_м = 9{,}79 \cdot 10^{-22}$ Н.

11.13.8.

$q = I\mathscr{E}_0(\rho_1 - \rho_2) = -4{,}79 \cdot 10^{-19}$ Кл;

$\sigma = \dfrac{I\varepsilon_0}{S}(\rho_1 - \rho_2) = 9{,}58 \cdot 10^{-12}$ Кл/м^2,

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

11.13.9. $\dfrac{R}{R_0} = 1 + \alpha t \approx 12{,}5$.

У к а з а н и е. Здесь и далее α — температурный коэффициент сопротивления.

11.13.13. Уменьшится на $\eta = \dfrac{\alpha t}{1 + \alpha t} \cdot 100\% = 7{,}9\%$.

11.13.14. $\alpha = \dfrac{I_1 - I_2}{I_2 t} = 0{,}0045$ К$^{-1}$, где $t = 100$ °С — температура кипения воды.

11.13.15. $\rho = \rho_0 \dfrac{1 + \alpha t}{1 + \alpha} = 7{,}3 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

11.13.16. $R = R_0(1 + \alpha t) = 120$ Ом.

11.13.17. $\Delta R = 273$ Ом.

11.13.18. $\alpha = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

11.14.1. $m = kIt = 5{,}38$ г (k — электрохимический эквивалент серебра).

11.14.2. $m_2 = \dfrac{m_1 k_2}{k_1} = 53{,}5$ мг.

11.14.3. $N = \dfrac{kItN_А}{M} = 2{,}35 \cdot 10^{21}$, где $M = 59 \cdot 10^{-3}$ кг/моль — молярная масса цинка.

11.14.6. $n_2 = n_1 \dfrac{A_2 m_1}{A_1 m_2} = 3$, где A_1, A_2 — атомные массы цинка и железа соответственно.

11.14.8.

$m = \dfrac{kI_{\max}}{2}(t_1 + 2t_2 + t_3) \approx 4{,}1$ кг.

11.14.9. $N = \dfrac{kjtN_A S}{M} \approx 5{,}68 \cdot 10^{17}$.

11.14.12. $j = \dfrac{\rho v}{k} \approx 2{,}61$ кА/м^2.

11.14.13. $T = \dfrac{2pVnF}{qR} \approx 1500$ К.

11.14.14. $N = \dfrac{m^2 R}{k^2 t^2} \approx 29{,}6$ Вт.

11.14.15. $Q = \dfrac{m^2 R}{k^2 t} \approx 120$ кДж.

11.14.16. $W = \dfrac{mUnF}{\eta M} \approx 9{,}2 \cdot 10^7$ Дж.

11.14.17. $U = \dfrac{N_А Q}{2nF} = 1{,}7$ В.

11.15.1. $v = \sqrt{\dfrac{2W}{m_e}} = 2{,}94 \cdot 10^6$ м/с.

11.15.2. $U_i = E\lambda = 15$ В;

$v = \sqrt{\dfrac{2eE\lambda}{m_e}} = 2{,}3 \cdot 10^6$ м/с.

11.15.3. $\varphi = Er = 1{,}5 \cdot 10^6$ В; $q = \dfrac{Er^2}{k} = 8{,}3 \cdot 10^{-5}$ Кл.

11.15.4. $I = eNdS = 128$ нА.

11.15.5. $\lambda = 1{,}8$ мм.

11.15.6. $I = 29$ кА, $P = 40$ ТВт; $W = 200$ ГДж.

11.15.7. $U = \dfrac{W}{e\lambda} = 161{,}25$ мВ.

11.15.8. $R \leqslant 40$ кОм.

11.15.9. $T = \dfrac{2W}{3k} = 1{,}2 \cdot 10^5$ К.

11.16.1. $P = IU = 0{,}12$ Вт.

11.16.2. $U = \dfrac{m_e v^2}{2e} = 180$ В.

11.16.3. $t = l\sqrt{\dfrac{2m_e}{eU}} = 8$ нс.

11.16.4. Окружность.

11.16.5. $\rho = \dfrac{j}{\langle v \rangle} = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^3.

11.16.6. $p = \dfrac{I\sqrt{2\gamma U + v_0^2}}{\gamma\pi Dh} = 0{,}084$ Па.

11.17.2. График *1* — к затемненному, *2* — к освещенному фоторезистору; в 3 раза (см. в условии рис. 11.17.1).

11.17.3. $\eta = \dfrac{nM}{\rho N_A} = 6{,}1 \cdot 10^{-10}$.

11.17.4. Сопротивление уменьшилось в $n = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{(U - RI_1)I_2}{(U - RI_2)I_1} = 2$ раза.

11.17.5. $I = U/R$; $I_1 = 0{,}5$ мА; $I_2 = 2{,}5$ мА.

11.17.6. $R_2 = \dfrac{R_1 + (1-n)R}{n} \approx 3{,}3$ кОм.

11.17.7. $R_{пр} = 100$ Ом; $R_{об} = 100$ кОм.

11.17.8. $I_к = 11{,}4$ мА.

Глава 12. МАГНЕТИЗМ

12.1.1. $B = \mu_0 \dfrac{I}{2\pi r} = 1{,}4 \cdot 10^{-9}$ Тл, где μ_0 — магнитная постоянная.

12.1.2. $B = \dfrac{\mu_0 I d}{2\pi r_1 r_2} \approx 1{,}67 \cdot 10^{-4}$ Тл.

12.1.3.

$$B = \frac{\mu_0 I\sqrt{2(r_1^2 + r_2^2) - d^2}}{2\pi r_1 r_2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

12.1.4. На прямой, параллельной проводнику и проходящей на расстоянии 5 см от него.

12.1.5. $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

12.1.6. $I = \dfrac{2RB}{\mu_0} \approx 12$ А.

12.1.7. $B = \dfrac{3\mu_0 I}{8R} \approx 9{,}4$ мкТл.

12.1.8. $U = \dfrac{\pi\mu_0\rho I^2}{BS} \approx 0{,}12$ В (ρ — удельное сопротивление меди).

12.1.10. $B_2 = \sqrt{B_0^2 - B_1^2} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ Тл; $I_2 = \dfrac{I_1\sqrt{B_0^2 - B_1^2}}{B_1} = 6$ А.

12.1.12. $B = \dfrac{\mu_0 I(\pi - 1)}{2\pi R} \approx 214$ мкТл.

12.1.13. $B = \mu_0 \dfrac{I}{d} = 1{,}57$ мТл.

12.1.14. $B = \dfrac{\mu_0 I N}{l} \approx 8{,}3$ мТл.

12.2.1. $F = qv_0B = 2 \cdot 10^{-6}$ Н, сила направлена вертикально вверх.

12.2.2. $F = qvB\sin\alpha = 2 \cdot 10^{-8}$ Н, направлена за плоскость рис. 12.2.2 (см. условие).

12.2.3. $F = |e|\, vB = 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ Н; $R = \dfrac{m_e v}{eB} = 0{,}569$ мм.

12.2.4. $\nu = \dfrac{|e|B}{2\pi m_e} = 2{,}8 \cdot 10^4$ с$^{-1}$.

12.2.5. $a_n = \dfrac{|e|vB}{m_e} \approx 7 \cdot 10^7$ м/с^2, $a_\tau = 0$.

12.2.6. $R = \dfrac{p}{|e|B} = 5{,}2$ м.

12.2.7. $W = \dfrac{q^2B^2R^2}{2m_e} \approx 5 \cdot 10^{-17}$ Дж.

12.2.8. $s = \dfrac{\pi m v}{qB} \approx 3142$ м.

12.2.9. а) $\dfrac{R_p}{R_e} = \dfrac{m_p}{m_e} = 1836$; б) $\dfrac{R_p}{R_e} = \sqrt{\dfrac{m_p}{m_e}} = 42{,}8$.

12.2.10. а), б) $\dfrac{\omega_p}{\omega_e} = \dfrac{m_e}{m_p} = 5{,}4 \cdot 10^{-4}$.

12.2.11. $\alpha = \arccos \dfrac{|e|Bl}{m_e v}$, если $v \geqslant \dfrac{|e|Bl}{m}$; $\alpha = 90°$, если $v < \dfrac{|e|Bl}{m_e}$.

12.2.12.
$$l \leqslant \sqrt{\frac{2Rmv_0}{qB}\left(1 - \frac{qBR}{2mv_0}\right)} \approx 28{,}3 \text{ м}.$$

12.2.13. $\frac{qBl}{2m} \leqslant v \leqslant \frac{qB(l + l_0)}{2m}$;

100 м/с $\leqslant v \leqslant$ 105 м/ с.

12.2.14. $t = \frac{2m_e}{|e|B} \operatorname{arctg}\left(\frac{|e|BR}{m_e v}\right) \approx$
$\approx$ 0,23 с.

12.2.15.
$$\Delta r = \frac{2m_e v}{|e|B} \sin\left(\frac{|e|B\Delta t}{2m_e}\right) \approx 2{,}8 \text{ мм}.$$

12.2.16. $R = \frac{m_e v \sin\alpha}{|e|B} = 7{,}1 \cdot 10^{-5}$ м;
$$h = \frac{2\pi m_e v \cos\alpha}{|e|B} \approx 7{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

12.2.17.
$$v = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}} \approx 1{,}04 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

12.2.18. $B = \frac{2\pi m_e v \cos\alpha}{|e|l}$.

12.2.19.
$$R = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{8\pi^2 m_p W}{B^2|e|^2} - h^2} = 1{,}5 \text{ см}.$$

12.2.20.
$$v_x = \frac{2v(B_2 - B_1)}{\pi(B_1 + B_2)} = 3{,}8 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

12.2.21. $\eta = 1 - \frac{R_2}{R_1} = 0{,}5$.

12.2.22.
$$R = \frac{\sin\alpha}{B}\sqrt{\frac{2m_e\Delta\varphi}{|e|}} \approx 5{,}33 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

12.2.23. $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_p\Delta\varphi}{|e|}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-2}$ м,
$$T = \frac{2\pi m_p}{|e|B} \approx 3{,}28 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

12.2.24. $\frac{a_n}{a_\tau} = \frac{|e|B\Delta t}{m_e} = 1{,}76 \cdot 10^{-4}$.

12.2.25. $s = \frac{|e|B^2R^2}{2m_eE} \approx 19{,}8$ см.

12.2.26. $\frac{|e|}{m_e} = \frac{8U\Delta l^2}{B^2(l^2 + \Delta l^2)^2} \approx$
$\approx 1{,}8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

12.2.27. $U = \frac{|e|B^2R^2(n^2 - 1)}{2m_e n^2} = 31{,}2$ В.

12.2.28. $v = \frac{E}{B} = 10^4$ м/с.

12.2.29. $W = \frac{m_\alpha E^2}{2B^2} = \frac{ME^2}{2N_\text{A}B^2} =$
$= 3{,}33 \cdot 10^{-17}$ Дж.

12.2.31. $\Delta t = \frac{BR}{E}\sqrt{n - 1} \approx 10^{-4}$ с.

12.2.34. $v = \frac{mg}{\mu qB}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) =$
$= 4{,}05 \cdot 10^6$ м/с.

12.2.36. $v_0 \geqslant 5$ м/с.

12.2.37.
$$T = mg\left(1 + \frac{2h}{l}\right) + qB\sqrt{2gh} \approx 0{,}27 \text{ Н}.$$

12.3.1. $F = IBl \sin\alpha = 0$.

12.3.2. $B = \frac{F}{Il} = 0{,}1$ Тл.

12.3.3. $\alpha = \arcsin\frac{F}{IBl} \approx 30°$.

12.3.4. $B = \frac{F}{Il\sin\alpha} = 0{,}5$ Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен силе Ампера и направлен за плоскость рис. 12.3.1 в условии.

12.3.5. $I = \frac{mg}{lB} = 98$ А.

12.3.6. $\Delta F = \frac{IBl}{2} = 0{,}25$ Н.

12.3.7. $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{IBl}{mg} = 5{,}8°$.

12.3.8. $F = \mu(mg \pm IBl)$; в зависимости от направления тока в проводнике относительно направления магнитного поля $F = F_1 = 0{,}148$ Н или $F = F_2 = 0{,}048$ Н.

12.3.9. $F_{\min} = F\dfrac{mg + IBl}{mg - IBl} \approx 2{,}1$ Н.

12.3.10. $B_{\min} = \dfrac{\mu mgr}{a\mathscr{E}\sqrt{1+\mu^2}} = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл.

12.3.11.
$F = (mg - IBl)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \approx 3{,}9$ Н.

12.3.13. На $\Delta x \approx 11$ см уменьшатся.

12.3.14. $F = \dfrac{4lUB}{3R} = 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ Н.

12.3.15. $C_1 = C_2\dfrac{\alpha}{\beta} = 50$ мкФ.

12.3.16. $f = IB = 10$ Н/м.

12.3.17. $F = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{2\pi R} = 25$ Н.

12.3.18. $I = \sqrt{\dfrac{2\pi rF}{\mu_0 l}} \approx 58{,}3$ А.

12.3.19. $I_0 = \dfrac{2\pi rmg}{\mu_0 Il} = 250$ кА.

12.3.20. $P = 18$ Вт.

12.3.21. 1) $A = IBlvt = 0{,}6$ Дж;
2) $N = IBlv = 0{,}03$ Вт.

12.3.22. $A = IBld\sin\alpha = 0{,}6$ Дж.

12.4.1. $B = \dfrac{M}{IS} = 0{,}4$ Тл.

12.4.2. $M = BIS\sin\alpha = 277{,}1$ мН · м.

12.4.3. $M = 0{,}1$ Н · м.

12.4.4. $C = 332$ пН · м/рад.

12.4.5. $p_м = \pi R^2 I = 39{,}3$ А · м^2.

12.4.9. $F = 0{,}14$ Н, по диагонали квадрата.

12.4.10. $F = \dfrac{\mu_0 II_0 ab}{2\pi l(l+b)} \approx 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ Н, контур притягивается к проводнику.

12.4.11. $B = \dfrac{T}{IR} \approx 0{,}167$ Тл.

12.5.1. $\Phi = BS\cos\alpha = 0{,}5$ мВб.

12.5.2. $R = \sqrt{\dfrac{\Phi}{\pi B\sin\alpha}} \approx 5$ м.

12.5.3. $\Phi = \pi l^2 B = 6{,}28 \cdot 10^{-4}$ Вб.

12.5.4. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{B_г}{B_в} \approx 21{,}4°$;

$\Phi = S\sqrt{B_г^2 + B_в^2} = 0{,}15$ мкВб.

12.5.5. $\Delta\Phi = \pi R^2 B(\cos\alpha - 1)$;

а) $\Phi = -2B\pi R^2 = -1{,}36$ мВб; б) $\Phi = 0$.

12.5.6. Увеличится в $n = \dfrac{4}{\pi} = 1{,}27$ раза.

12.5.7. Увеличится на
$\Delta\Phi = Bl^2\left(\dfrac{9}{16} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \approx 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ Вб.

12.5.8. Уменьшится; $\dfrac{\Phi_1}{\Phi_2} = \dfrac{\pi}{2} = 1{,}57$.

12.5.9. На $\Delta N = \dfrac{\Delta\Phi}{\pi R^2 B\cos\alpha} = 636$.

12.5.10. $A = \pi BR^2 I(\cos 0 - \cos\alpha) = 7{,}88 \cdot 10^{-5}$ Дж.

12.5.11. $A = IBa^2(\cos 0 - \cos\alpha) = 0{,}04$ Дж.

12.5.12. $A = 6{,}84$ Дж.

12.5.13. $A = \pi IBR^2\left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right) = 67{,}5$ мДж.

12.6.1. $\mathscr{E}_i = \dfrac{Ba^2}{\Delta t} = 0{,}01$ В.

12.6.2. $B = \dfrac{\mathscr{E}_i\,\Delta t}{a^2\cos\alpha} = 0{,}1$ Тл.

12.6.3. $\mathscr{E}_i = \dfrac{\pi D^2 N(B_2 - B_1)}{4\Delta t} \approx 62{,}8$ В.

12.6.4. $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{\mathscr{E}_i}{N} = -0{,}25$ Вб/с.

12.6.5. $N = \dfrac{\mathscr{E}_i\,t}{(B_1 - B_2)S} = 400$.

12.6.6. Рис. 46.

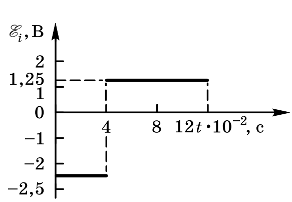


Рис. 46

12.6.7. Рис. 47; $t_1 = \sqrt{\dfrac{2b}{a}}$, $\mathscr{E}_1 = bB\sqrt{2ab}$.

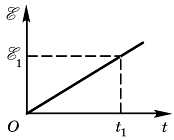


Рис. 47

12.6.8. $\mathscr{E}_i = av(B_1 - B_2) = \mathbf{0{,}5}$ В.

12.7.1. $q = \dfrac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл.

12.7.2. $\Delta q = \dfrac{2\pi r^2 B}{R} = 3{,}14 \cdot 10^{-6}$ Кл.

12.7.3. $\alpha = \arccos\left(1 - \dfrac{qR}{BS}\right) = 60°$.

12.7.4. $\dfrac{q_а}{q_б} = 0{,}366$.

12.7.5. $q = \dfrac{SrB\sin\alpha}{2\rho} \approx 0{,}4$ Кл (ρ — удельное сопротивление меди).

12.7.6. $q = \dfrac{2NBS}{R} = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл.

12.7.7.
$\Delta q = \dfrac{1}{R}\,\dfrac{Bl^2(4-\pi)}{16\pi} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ Кл.

12.7.8. $q = \dfrac{Bl^2}{16R} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ Кл.

12.7.9. $q = \dfrac{Bm}{4\pi\rho_0\rho} = 0{,}28$ Кл, где ρ_0 — плотность меди, ρ — удельное сопротивление меди.

12.7.10. $q = \dfrac{\pi r^2 B}{2R} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-5}$ Кл.

12.7.11. $q = \dfrac{\pi r^2 B}{2R} = 4{,}62 \cdot 10^{-5}$ Кл.

12.7.12. Возможны два случая: 1) если кольцо сжать, не перекручивая, $q = \dfrac{Bl^2}{32\pi R} = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл; 2) если кольцо сжать, перекручивая, $q = \mathbf{0}$.

12.8.1. $E = vB = 2{,}4$ А/м.

12.8.2. $\Delta\varphi = Blv = \mathbf{0{,}55}$ В.

12.8.3. $U_{\max} = Bvl = 5$ мВ.

12.8.4. $U = Blgt = \mathbf{9{,}8 \cdot 10^{-2}}\ t$;
$U_{\max} = Bl\sqrt{2gh} = \mathbf{140}$ мВ.

12.8.5. $\mathscr{E} = Blv\sin\alpha = 13{,}85$ мВ.

12.8.6. $U = Blv = 10$ В.

12.8.7.
$\sigma_1 = \varepsilon_0 vB = 17{,}7 \cdot 10^{-12}$ Кл/м^2;
$\sigma_2 = \sigma_3 = \mathbf{0}$.

12.8.8. $Q = \dfrac{\varepsilon_0 SvBh}{d-h} = 1{,}9 \cdot 10^{-13}$ Кл.

12.8.9. $\Delta\varphi = \dfrac{\omega^2 lB}{2} = 125$ мВ.

12.8.10. $\Delta\varphi = \dfrac{3\omega^2 RB}{8} = 3 \cdot 10^{-4}$ В.

12.8.11. $\Delta\varphi_{\max} = 2Bl\sqrt{gh}\sin\alpha \approx 2B\alpha l\sqrt{gh} \approx \mathbf{0{,}2}$ В.

12.8.12. $\Delta\varphi = AlB\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 3{,}16 \cdot 10^{-3}$ В.

12.9.1. $\Delta t = \dfrac{\Delta\Phi}{\mathscr{E}_i} = 0{,}5$ с; $I = \dfrac{\mathscr{E}_i}{R} = 5$ А.

12.9.2. $I = \dfrac{S}{R}\,\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 3$ мА.

12.9.3. $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \dfrac{IR}{a^2} \approx \mathbf{0{,}5}$ Тл/с.

12.9.4. $I = \dfrac{0{,}2S}{R_1 + R_2 + R_3} = 2$ мА.

12.9.5. Рис. 48:

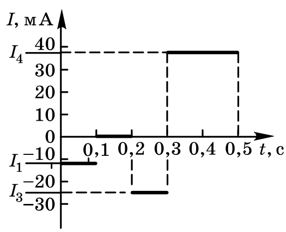


Рис. 48

$0 \leqslant t \leqslant 0{,}1$ с; $I_1 = -\dfrac{B\pi r^2}{R\Delta t} = -12{,}56$ мА;

$0{,}1$ с $\leqslant t \leqslant 0{,}2$ с; $I_2 = 0$;

$0{,}2$ с $\leqslant t \leqslant 0{,}3$ с; $I_3 = -\dfrac{\pi r^2(B_2 - B_1)}{R\Delta t} =$ $= -25{,}12$ мА;

$0{,}3$ с $\leqslant t \leqslant 0{,}5$ с; $I_4 = \dfrac{\pi r^2 B}{R\Delta t} =$ $= 37{,}68$ мА;

12.9.6. $I = \dfrac{Bva}{R}$.

12.9.7. $I_2 = \dfrac{\pi I_1}{4} = 3{,}1$ А.

12.9.8. а) $I = \dfrac{\mathscr{E} + Blv}{R} = 0{,}75$ А;

б) $I = \dfrac{\mathscr{E} - Blv}{R} = 0{,}25$ А.

12.9.9. $I = \dfrac{2\pi v(r_0 + vt)B}{R} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ А.

12.9.10. $I = \dfrac{2 \cdot 10^{-4} tS}{R} = 8$ мкА.

12.9.12. $P = \dfrac{(Blv)^2}{R} = 0{,}16$ Вт.

12.9.13. $\Delta T = 9 \cdot 10^{-3}$ К.

12.9.15. $P = \dfrac{\alpha^2 l^4}{16\pi^2 R} = 1{,}27 \cdot 10^{-8}$ Вт.

12.9.16.

$P = \dfrac{N^2 S^2}{R}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 = 5 \cdot 10^{-9}$ Вт.

12.9.17. а) $I = \dfrac{Na^2\Delta B}{R\Delta t} = 2{,}5$ А;

б) $Q = \dfrac{(Na^2\Delta B)^2}{R\Delta t} = 6{,}25 \cdot 10^{-4}$ Дж.

12.9.18.

$Q = \dfrac{aS^2B^2(4-\pi)^2}{4\pi^2\rho\Delta t} = 27{,}7$ мДж.

12.9.19. $P = \dfrac{(\pi r^2 N)^2}{R}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 =$ $= 24{,}6$ мВт.

12.9.20. $P = \dfrac{(Blv)^2}{R} = 1{,}6$ мВт.

12.9.21. $Q = \dfrac{B^2 l^2 v \operatorname{tg}\alpha}{2r}$.

12.9.22. $F = \dfrac{B^2 l^2 v}{R}$.

12.9.23. $v = \dfrac{mgR}{B^2 l^2} = 15{,}7$ м/с.

12.9.24. $v = \dfrac{(F - mg\sin\alpha)R}{B^2 l^2 \cos\alpha}$.

12.9.27. $v = \dfrac{4mgR}{B^2 r^2} = 7{,}5$ м/с.

У к а з а н и е. При вращении кольца в магнитном поле на концах каждой из спиц возникает разность потенциалов $U = \dfrac{Brv}{2}$.

12.9.28.

а) $\Delta\varphi = \dfrac{2\mathscr{E}R - BL^2 r\omega}{2(R+r)} = 0{,}215$ В;

б) $P = \dfrac{(2\mathscr{E} + BL^2\omega)^2}{4(R+r)^2}R = 0{,}029$ Вт.

12.9.29. $q = C\alpha S = 10^{-9}$ Кл.

12.9.30. $a = \dfrac{F}{m + Cl^2B^2} \approx 5$ м/с^2,

$W = \dfrac{Cl^2B^2Fs}{m + Cl^2B^2} = 7{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж.

12.9.31. $a = \dfrac{mg\sin\alpha}{m + CB^2l^2\cos\alpha}$.

12.9.32. $v = \dfrac{2mgb\sin\alpha}{m + Cl^2B^2\cos\alpha} \approx 0{,}75$ м/с.

12.9.33.

$q_3 = \dfrac{(C_2 - C_1)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}\,\dfrac{\Phi'}{2} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл.

12.10.1. $L = \dfrac{\Phi}{I} = 5$ мГн.

12.10.2. $\Delta\Phi = L\Delta I = 16$ мВб.

12.10.3. $\mathscr{E}_s = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-2}$ В.

12.10.4. $L = 0{,}2$ Гн.

12.10.6. $\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \dfrac{\mathscr{E}_s}{L} = 50$ А/с.

12.10.7. $\Phi = \dfrac{LI}{N} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ Вб.

12.10.8. $L = \dfrac{N\Phi}{I} = 1{,}5$ Гн.

12.10.11.

$R_t = \dfrac{\mathscr{E} + L\Delta I/\Delta t}{\mathscr{E}/R - (\Delta I/\Delta t)t} = 1{,}75$ Ом.

12.10.12. $q = \dfrac{ILR_2}{(R_1+R_2)^2} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ Кл.

12.10.13. $Q = \dfrac{L\mathscr{E}^2(R_1+R_2)^2}{2(R_1R_2)^2} \approx$
$\approx 2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

Указание. Учесть, что в момент размыкания сила тока $I = \dfrac{\mathscr{E}(R_1+R_2)}{R_1R_2}$, а количество выделившейся теплоты будет равно энергии магнитного поля катушки в этот момент времени.

12.10.14. $I_{\max} = \dfrac{\mathscr{E}(R_1+R_2)}{R_1R_2} = 2{,}25$ А;

$I_{\min} = \dfrac{\mathscr{E}}{R_2} = 0{,}75$ А.

12.10.15. $I(t) = t^2 + 5t$.

12.10.16. $W = \dfrac{LI^2}{2} = 1$ мДж.

12.10.17. $\Phi = \dfrac{2W}{I} = 0{,}1$ Вб.

12.10.18. $W = \dfrac{LI^2}{2} = 0{,}288$ Дж;

$\Phi = \dfrac{LI}{N} = 0{,}8$ мВб.

Глава 13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

13.1.1. $T = 2\pi\sqrt{LC} = 0{,}24$ мс;
$\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 4208$ Гц.

13.1.2. $L = \dfrac{1}{4\pi^2\nu^2C} = 7{,}07$ мкГн.

13.1.3. $\nu_2 = \nu_1\sqrt{2} = 4{,}24 \cdot 10^5$ Гц.

13.1.4. $T = 2\pi r\sqrt{\dfrac{\pi\varepsilon_0 L}{d}} = 1{,}26$ мкс;
$T_1 = 2{,}51$ мкс.

13.1.5. $3{,}18 \cdot 10^5$ Гц $\leqslant \nu \leqslant 3{,}18 \cdot 10^7$ Гц.

13.1.6. $C_0 = \dfrac{\Delta C}{n^2 - 1} = 0{,}02$ мкФ.

13.1.8. $T_2 = \dfrac{T_1}{2} = 10$ мкс.

13.1.9. $q_m = CU_m = 10^{-3}$ Кл;

$I_m = U_m\sqrt{\dfrac{C}{L}} = 10$ А.

13.1.10. $U_0 = 15$ В.

13.1.11. $\nu = \dfrac{I_m}{2\pi q_m} = 5 \cdot 10^5$ Гц.

13.1.12.
а) $q = q_m\cos\dfrac{t}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot 10^{-6}\cos 500t$;

б) $u = \dfrac{q_m}{C}\cos\dfrac{t}{\sqrt{LC}} = \cos 500t$;

в) $i = -\dfrac{q_m}{C\sqrt{LC}}\sin\dfrac{t}{\sqrt{LC}} = -2 \cdot 10^{-3}\sin 500t$.

13.1.13. $L = \dfrac{U_m}{\omega^2 q_m} = 10^{-4}$ Гн.

13.1.14. $I_m = \sqrt{\dfrac{u_1^2C}{L} + i_1^2} = 0{,}012$ А.

13.1.15. $i = U_m\sqrt{\dfrac{3C}{4L}} \approx 8{,}7$ А.

13.1.16. $t = \dfrac{1}{2\pi\nu}\arccos\left(\dfrac{u}{U_m}\right) =$
$= 2 \cdot 10^{-7}\left(n + \dfrac{1}{8}\right)$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — целое число.

13.1.17. $U_{m1} = U_{m2} = I_m\sqrt{\dfrac{L}{C_1}} = 0{,}5$ В.

13.1.18. а) $W = \dfrac{CU_m^2}{2} = 2$ мкДж;

б) $W_э = \dfrac{CU^2}{2} = 1{,}28$ мкДж;

в) $W_м = W - W_э = 0{,}72$ мкДж.

13.1.19.
$W_э = \dfrac{LI_m^2(n^2-1)}{2n^2} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ Дж;

$W_м = \dfrac{LI_m^2}{2n^2} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

13.1.20. $q_{2m} = C_2\mathscr{E} = 0{,}12$ мКл;

$q_{1m} = \dfrac{2C_1C_2\mathscr{E}}{C_1 + C_2} = 0{,}04$ мКл;

$I_m = \mathscr{E}\sqrt{\dfrac{C_1C_2}{(C_1 + C_2)L}} = 0{,}28$ А.

13.1.21. а) $I = U_m\sqrt{\dfrac{C}{2L}} = 438{,}1$ мА;

б) $\Phi = N\dfrac{U_m}{\sqrt{LC}} = 1{,}38 \cdot 10^7$ Вб.

13.1.22. $Q = \dfrac{q_m^2}{2C} = 5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

13.1.23. $Q = \dfrac{C(U_0^2 - U^2) - LI^2}{2} = 5{,}6$ Дж.

13.1.24. $\eta = \dfrac{RT}{L} \cdot 100\% = 0{,}001\%$.

13.1.25. $P = \dfrac{q_m^2 R}{2CL} = 1{,}16 \cdot 10^{-3}$ Вт.

13.1.27. $U_0 = 15$ В.

13.2.1. $T = \dfrac{1}{\nu} = 0{,}02$ с; $\omega = 2\pi\nu = 314$ с$^{-1}$.

13.2.2. $I_0 = 8{,}5$ А; $\varphi_0 = 0{,}661$ рад $\approx 40°$; $\nu = 50$ Гц.

13.2.3. $\mathscr{E}_m = BS\omega$.

13.2.4. $\Phi = BS\cos 2\pi\nu t = 4 \cdot 10^{-3}\cos 16\pi t$;
$e = BS\sin 2\pi\nu t = 0{,}2\sin 16\pi t$.

13.2.5. $\mathscr{E}_m = 50$ В; $T = 0{,}4$ с;
$\nu = 2{,}5$ Гц; $e = 50\cos 5\pi t$.

13.2.6. $\mathscr{E}_{im} = NBS\omega = 0{,}04$ В.

13.2.7. $e = \mathscr{E}_m \sin\left(\dfrac{\mathscr{E}_m t}{SBN}\right) = 5$ В.

13.2.8. $\mathscr{E} = \dfrac{n_2}{n_1}(\mathscr{E}_0 - IR) \approx 46{,}67$ В.

13.2.9. $n = \dfrac{\nu}{k} = 375$ об/мин.

13.2.10. $U_m = \dfrac{U}{\sin\dfrac{5\pi}{12}} \approx 5{,}18$ В;
$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 314$ с$^{-1}$; $\nu = 50$ Гц;
$u = 5{,}18\sin\left(314t + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

13.2.11. $I_д = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}} = 2{,}8$ А; $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{6}$ рад;
$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}02$ с; $i_1 = -2$ А; $i_2 = 2$ А.

13.2.12. См. в условии рис. 13.2.3:
а) $I_{эф} = \dfrac{I_0\sqrt{10}}{6}$; *б*) $U_{эф} = 26{,}8$ В.

13.2.13. $I_д = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$.

13.2.14. $I_m = I\sqrt{2} \approx 2{,}83$ А.

13.2.15. $\Delta t = 3{,}3$ мс; $n = 100$ с$^{-1}$.

13.2.17. $Q = \dfrac{U_m^2}{2R}t \approx 217{,}8$ кДж.

13.2.18. $U_m = U_д\sqrt{2} \approx 325{,}27$ кВ.

13.2.19. $I_д \approx 4{,}5$ А; $P = 82$ Вт.

13.2.20. $\nu = \dfrac{1}{2\pi X_C C} = 7{,}96$ кГц.

13.2.21. $C = \dfrac{I}{2\pi\nu_{ст}U} = 2{,}89 \cdot 10^{-5}$ Ф.

13.2.22. $C = \dfrac{I}{2\pi\nu_{ст}\sqrt{U_д^2 - U_л^2}} \approx 7$ мкФ.

13.2.23. $I = \dfrac{2\sqrt{2}\pi U_д \nu_{ст} C}{\sqrt{1 + (2\pi\nu_{ст}CR)^2}} \approx 1{,}4$ А.

13.2.24. $U_{AD} = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BD}^2} = 22{,}4$ В.

13.2.25. $X_L = 2\pi\nu_{ст}L \approx 11$ Ом.

13.2.26. $L = \dfrac{U_д}{2\pi\nu_{ст}I_д} \approx 0{,}81$ Гн.

13.2.27. $u = 31{,}4\sin\left(628t + \dfrac{\pi}{2}\right)$;
$X_L = 314$ Ом.

13.2.28. $i = \dfrac{U_д}{\sqrt{2}\pi\nu L}\sin 2\pi\nu t = 22{,}5\sin 314t$; $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

13.2.29. $U_{AD} = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BD}^2} = 50$ В.

13.2.30. $\varphi_2 = \mathrm{arctg}\,(n\,\mathrm{tg}\,\varphi_1) \approx 47{,}5°$.

13.2.31. Быстрее в случае б) в $2\sqrt{\dfrac{R^2 + (\omega L)^2}{R}} \approx 2{,}1$ раза.

13.2.32. $t_2 = \frac{4R^2 t_1}{R^2+(\omega L)^2} + r\rho V \frac{4R}{U_0^2} \approx 8{,}42$ ч.

13.2.33. $Z = \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} = 5$ Ом; $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0{,}6$.

13.2.35. $C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = 1{,}58$ мкФ.

13.2.36. $L = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C} = 650$ мкГн.

13.2.37. $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 31{,}8$ Гц.

13.2.38. $C_x = C_1\left(\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1\right) = 150$ мкФ; $L = \frac{1}{4\pi^2\nu_1^2 C_1} = 1{,}58$ мГн.

13.2.40. $L = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C} = 5\cdot 10^{-3}$ Гн; $P = \frac{U_0^2}{2R} = 320{,}4$ Вт.

13.3.1. $U_2 = U_1\frac{N_2}{N_1} = 22$ В; понижает в $n = \frac{N_1}{N_2} = 10$ раз.

13.3.2. $N_1 = \frac{U_1}{U} = 200$; $N_2 = \frac{U_2}{U} = 6600$.

13.3.3. $U_1 = kU_2 = 440$ В.

13.3.4.
$N_2 = \frac{U_2}{U_0} = 12\,500$; $N_1 = \frac{kU_2}{U_0} = 1250$.

13.3.5. $\mathscr{E} = 2\pi N \sin 100\pi t = 1256 \sin 100\pi t$; $\mathscr{E}_д \approx 890{,}8$ В.

13.3.6. $I_2 = I_1\frac{U_1}{U_2} = 0{,}5$ А.

13.3.7. $U = \frac{U_1 R}{k(R+r)} = 10$ В.

13.3.8. $U_2 = \frac{U_1}{k} - Ir \approx 21{,}5$ В; $R = \frac{U_1}{kI} - r = 4{,}3$ Ом.

13.3.9. $I = \frac{\eta P}{U_2} = 1{,}8$ А.

13.3.10. $I = \frac{\eta P}{(1-\eta)U} = 7{,}2$ А.

13.3.11. $U_1 = \frac{k(R+r)U_2}{R} = 110$ В; $I = \frac{U_2}{kR} = 40$ А; $\eta = \frac{R}{R+r} = 0{,}98$.

13.3.12. $P = 96$ Вт.

13.3.13. $N_2 = 65$ витков.

13.4.1. $t = 0{,}12$ с.

13.4.2. $t = 8\cdot 10^3$ с $= 2{,}2$ ч.

13.4.3. $\lambda = \frac{c}{\nu} = 15$ м; $T = \frac{1}{\nu} = 5\cdot 10^{-8}$ с, где c — скорость света.

13.4.4. $1{,}15\cdot 10^7$ Гц $\leqslant \nu \leqslant 1{,}25\cdot 10^7$ Гц.

13.4.5. $\lambda = 4\cdot 10^{-4}$ м; $\nu = \frac{c}{\lambda} = 7{,}5\cdot 10^{11}$ Гц.

13.4.6. $T = 4\cdot 10^{-10}$ с; $\lambda = cT = 0{,}12$ м.

13.4.7. $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = 3{,}14\cdot 10^3$ м.

13.4.8. $N = \frac{\nu_1}{\nu_2} = 5\cdot 10^6$.

13.4.9. $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 503{,}3$ Гц.

13.4.10. $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} \approx 113$ м.

13.4.11. $C = \frac{\lambda}{4\pi^2 c^2 L} = 11{,}27$ пФ.

13.4.12. $\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SL}{d}} = 2350$ м.

13.4.14. $2{,}25$ МГц $\leqslant \nu \leqslant 71{,}2$ МГц.

13.4.15. $2{,}8$ мГн $\geqslant L \geqslant 8{,}04$ мкГн.

13.4.16. $\lambda = \frac{2\pi L I_m}{U_m} = 0{,}05$ м.

13.4.17. $\lambda = \frac{2\pi m c C}{n}$.

13.4.18. $\lambda = \frac{2\pi c q_m}{I_m} \approx 188{,}5$ Å.

13.4.20. $s = \frac{ct}{2} = 15$ км.

13.4.21. 5000.

13.4.22. $N = \frac{\tau c}{\lambda} = 4000$; $s = \frac{c}{2}\left(\frac{t}{N} - \tau\right) = 37{,}2$ км.

13.4.23. $l_{min} = \frac{\tau c}{2} = 180$ м; $l_{max} = \frac{c}{2\nu} = 100$ км.

Часть 4. ОПТИКА

Глава 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

14.1.1. $s = h\operatorname{ctg}\alpha = 5{,}77$ м.

14.1.2. $S_{\text{тени}} = \pi r^2\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)^2 = 0{,}28$ м^2.

14.1.3. $h_2 = h_1\frac{l_2}{l_1} = 30$ м.

14.1.4. $H = h\left(1 + \frac{l}{s}\right) = 3{,}06$ м.

14.1.5. $H = \frac{h(d + l_2 - l_1)}{l_2 - l_1} = 45$ см.

14.1.6. Рис. 49 (вид сверху); $x = a\frac{l}{b} \approx$ ≈ 923 м.

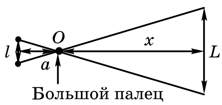


Рис. 49

14.1.7. $n = \frac{l_1}{l_2} = 20.$

14.2.1. $\alpha = \frac{\varphi}{2} = 40°.$

14.2.4. Рис. 50.

14.2.6. а) $\alpha = 30°$; б) $\alpha = 60°$.

14.2.7. а) $\alpha = 45°$; б) $\alpha = 30°$.

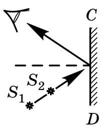


Рис. 50

14.2.8. $s = H\operatorname{ctg}\alpha \approx 1$ м.

14.2.9. $h = \frac{H}{2} = 91$ см.

14.2.10. $h = 702$ м.

14.2.11. $s = \frac{HR}{h} = 3$ м.

14.2.12. $h_0 = h\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) = 3$ м.

14.2.13. $H = \frac{ha}{a + l} \approx 0{,}86$ м.

14.2.15. $D = 20$ см.

14.2.16. $u = v = 1{,}5$ м/с; $v_{\text{отн}} = 2v = 3$ м/с.

14.2.17. Со скоростью $v = 2u = 1$ м/с от зеркала.

14.2.18. $v_{\text{отн}} = 2v\sin\alpha = 1{,}5$ м/с.

14.2.19. $\varphi = 2\alpha = 50°.$

14.2.20. $\varphi = 2\beta = 30°.$

14.2.21. $v = 4\pi nR = 62{,}8$ м/с.

14.2.22. $\alpha = 7\,°.$

14.2.23.
$\Delta x = l\,[\operatorname{tg}(\alpha + 2\beta) - \operatorname{tg}\alpha] \approx 82{,}5$ см.

14.2.24. $\Delta l = 2l\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} \approx 3{,}46$ м.

14.3.2. 1) $x = 2r\sin\alpha = 10$ см; 2) $x = 0{,}2\sin\alpha$.

14.3.3. Три изображения; $N = \frac{360}{\alpha} - 1.$

14.3.6. $d = 2a\sin\alpha = 0{,}4$ м.

14.3.7. $\alpha = 90°.$

14.3.8. $u = 2v\sin\alpha \approx 1{,}37$ см/с.

14.3.9. Рис. 51.

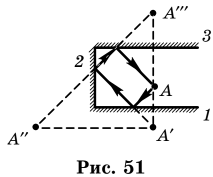


Рис. 51

14.3.10. Рис. 52.

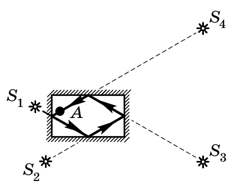


Рис. 52

14.4.1. В фокусе зеркала $F = \frac{R}{2} = 0{,}8$ м.

14.4.2. $f = \frac{dR}{2d - R} = 53{,}6$ см.

14.4.3. $d = \frac{Ff}{f - F} = 60$ см.

14.4.4. $d = \frac{fR}{2f - R} = 80$ см.

14.4.5. Возможны 2 случая: если $f = s + F$, то $d = \frac{F(s+F)}{s} = 180$ см; если $f = F - s$, то $d = -\frac{F(F-s)}{s} = -120$ см.

14.4.6. $l = \frac{aR}{2a + R} = 20$ см.

14.4.7. На расстоянии $d = \frac{fR}{2f + R}$ от места, где находилось зеркало.

14.4.8. $\Gamma = \frac{R}{R - 2d} = 2$.

14.4.9. $R = 2l\frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = 24$ см.

14.4.10. $l = \frac{d^2}{2d - R} = 80$ см.

14.4.11. На расстоянии $l = 30$ см от второго зеркала.

14.4.12. $d_1 = \frac{dF_1}{d - F_1} - 2F_2 = 30$ см.

14.4.13. $x = \frac{h}{2} = 5$ см.

14.4.14. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ рад.

14.5.2. $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{n\sin\varphi}{n\cos\varphi - 1}\right) = 41{,}8°$.

Указание. Здесь и далее n — показатель преломления вещества.

14.5.3. $\alpha = \operatorname{arctg} n = 74°$.

14.5.4. $\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$.

14.5.5.

$$s = h\left(\operatorname{ctg}\varphi - \frac{\cos\varphi}{\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \cos^2\varphi}}\right) = 0{,}85 \text{ м.}$$

14.5.6.

$$h = n_{\text{в}}^2 H\left(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \cos^2\alpha}}\right) = 61 \text{ см.}$$

14.5.7. $H \approx 1$ м.

14.5.8.

$$l = h\operatorname{tg}\alpha + \frac{H\sin\alpha}{\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \sin^2\alpha}} = 1{,}36 \text{ м.}$$

14.5.9. $\eta = \frac{2\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \cos^2\alpha}}{\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \cos^2\alpha} + \sin\alpha} \approx 1{,}23$.

14.5.10.

$$l_2 = \frac{l_1\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \sin^2\alpha}}{n_{\text{в}}\cos\alpha} = 0{,}15 \text{ м.}$$

14.5.12. Больше в 1,3 раза.

14.5.13. $H = n_{\text{в}}h \approx 2$ м.

14.5.14. $h_2 = \frac{ln_1n_2}{2n_2 + n_1} \approx 9{,}07$ см; $h_1 = 2h_2 = 18{,}14$ см.

14.5.15. $s = 2h\frac{\sin\alpha}{\sqrt{n_{\text{в}}^2 - \sin^2\alpha}} \approx 1$ м.

14.5.16. $\beta = \arcsin\left(\frac{\sin 2\alpha}{n_{\text{в}}}\right) \approx 42°$.

14.5.17. $s = H + h\frac{2 - n_{\text{в}}}{n_{\text{в}}} = 40$ см.

14.5.18. На $l = 2\left(h + \frac{h_0}{n_{\text{в}}}\right) = 32$ см.

14.6.2. $\alpha_0 = \arcsin\frac{n_{\text{в}}}{n_{\text{ст}}} \approx 62{,}5°$.

14.6.3. $\alpha_0 = \arcsin\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx 45°$.

14.6.5. $\frac{R_{\text{кр}}}{R_{\text{ф}}} = \sqrt{\frac{n_{\text{ф}}^2 - 1}{n_{\text{кр}}^2 - 1}} \approx 1{,}02$.

14.6.6. $S = \frac{\pi h^2}{n^2 - 1} \approx 82$ м^2.

14.6.7. $H = \frac{h}{2} + \frac{s}{2}\sqrt{n^2 - 1} = 7{,}3$ м.

14.6.9.
$\beta = \arcsin \frac{1}{n_в} + \alpha - \frac{\pi}{2} \approx 18{,}7°$.

14.6.10.
$\gamma = \frac{1}{2}\left(\arcsin \frac{1}{n_в} - \arcsin \frac{\sin\alpha}{n_в}\right)$.

14.6.11. $\beta = \arcsin \sqrt{n^2 - 1} \approx 53°$.

14.7.1.
$l = d \sin \alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n_{ст}^2 - \sin^2\alpha}}\right) = 2$ см.

14.7.4. $n_{ст} = \frac{d}{l} = 1{,}5$.

14.7.5. $s = a + \frac{d(n-1)}{n}$.

14.7.6. $\Delta x = 2d + a(n - 1)$.

14.8.1. $\gamma = \arcsin (n \sin \theta) - \theta = 60°$.

14.8.2. $\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\delta}{n - \cos\delta}\right) \approx 28°$.

14.8.3. $\gamma = 6{,}2°$.

14.8.5. $\beta = \arcsin (\sin\theta\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\theta \sin\alpha) = 27{,}7°$ или
$\beta = \arcsin\left(n\cos\left(\frac{3}{2}\theta + \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}\right)\right) = 11{,}7°$.

14.8.6. $n \leqslant \frac{\sqrt{1 + 2\sin\alpha\cos\theta + \sin^2\alpha}}{\sin\theta}$.

14.8.7. $\alpha = \arcsin (n \cos^2 \beta) \approx 48{,}6°$.

14.8.9. Рис. 53: $\theta = 36°$;
$\beta = 72°$.

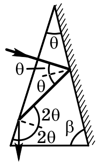


Рис. 53

14.8.10.
$n = \frac{\sqrt{2(2\alpha^2 + \alpha + 1)}}{(2\eta - 1)} \approx 1{,}61$.

14.8.13.
$n = \frac{1}{\sin 2\alpha} = 1{,}015$.

14.9.1. $n \geqslant \frac{\sqrt{2}d}{\sqrt{D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}}$.

14.9.2. На $\Delta l = \frac{2R(n-1)}{2 - n} = 0{,}5$ м.

14.9.3. $n_{ст} = 1{,}4$.

14.9.4. На расстоянии $s = \frac{d}{4(n_{ст} - 1)} = 0{,}62$ см от центра шарика, т. е. вблизи его поверхности.

14.9.6. $r = R\frac{n_в}{n_{ст}} = 2{,}6$ см.

14.9.7. $\varphi = 90° - \arcsin\frac{1}{n} \approx 45°$.

14.9.8. $x = \frac{n^2R^2}{n\sqrt{R^2 - a^2} - \sqrt{R^2 + n^2a^2}}$.

14.9.9. На расстоянии $l = \frac{x}{n_{ст}} = 4$ см от плоской поверхности.

14.10.1. Рис. 54, *а*, *б*, *в*, *г*.

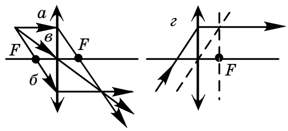


Рис. 54

14.10.2. Изображение действительное. Его можно увидеть «висящим» в области *а*, затемненной на рис. 55. Если поставить экран, то изображение можно увидеть на экране Э из области *б* на рис. 55.

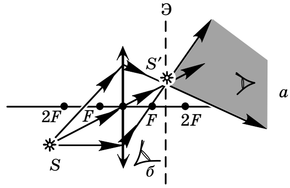


Рис. 55

14.10.3. Рис. 56: *а*) изображение в фокусе, действительное; *б*) изображение действительное, уменьшенное, перевернутое, $2F > f > F$; *в*) изображение действительное, равное, перевернутое, $f = 2F$; *г*) изображение действительное, увеличенное, перевернутое, $\infty > f > 2F$; *д*) изображения не будет, $f \to \infty$; *е*) изображение мнимое, прямое, увеличенное $|f| > d$.

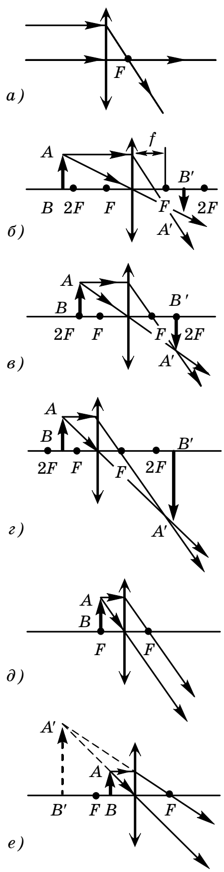


Рис. 56

14.10.4. Рис. 57, *а*, *б*, *в*.

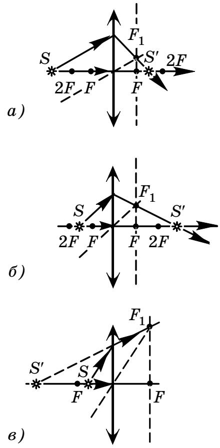


Рис. 57

14.10.5. Рис. 58.

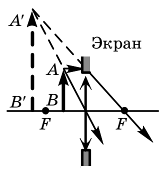


Рис. 58

14.10.6. Рис. 59.

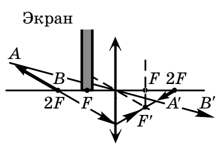


Рис. 59

14.10.7. Рис. 60. Аналогично строится изображение предмета A_2B_2.

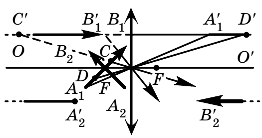


Рис. 60

14.10.8. Рис. 61, *а*, *б*, *в*.

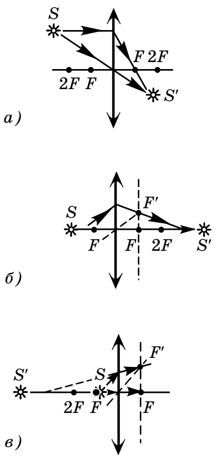


Рис. 61

14.10.9. Рис. 62 (Ф — фокальная плоскость, ПО — побочная оптическая ось).

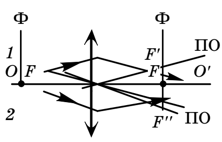


Рис. 62

14.10.10. Рис. 63.

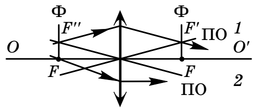


Рис. 63

14.10.11. Рис. 64, *а*, *б*.

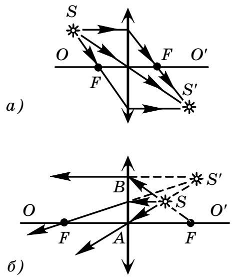


Рис. 64

14.10.12. Рис. 65 (Ф — фокальная плоскость линзы, ПО — побочная оптическая ось).

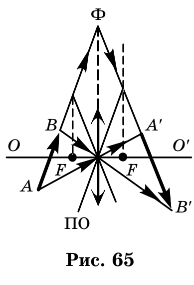


Рис. 65

14.11.1. $f = \dfrac{dF}{d - F} = 120$ см; действительное, увеличенное.

14.11.2. $l = \dfrac{d^2}{d - F} = 25$ см.

14.11.3. $d = 2F = 40$ см.

14.11.4. $F = l(1 + \sqrt{2}) \approx 9{,}6$ см.

14.11.5. $H = \dfrac{f - F}{F} = 1$ см.

14.11.6. $D = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = 4{,}58$ дптр.

14.11.8. $\Delta f = \dfrac{F^2}{a - F} = 10$ см.

14.11.9.
$\Delta d = \dfrac{F(l - \Delta l)}{l - \Delta l - F} - \dfrac{Fl}{l - F} = 0{,}066$ см.

14.11.10.
$F = \dfrac{2AB \cdot BC \cdot (AB + BC)}{(BC - AB)^2} = 37{,}5$ см.

14.11.11. $F = \dfrac{l^2 - a^2}{2l} = 21$ см.

14.11.12. $F = 9$ см.

14.11.13. $d = 2F \operatorname{tg} \dfrac{\alpha}{2} = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ м.

14.11.14. $\alpha' = 2 \operatorname{arctg} \left[\dfrac{\operatorname{tg} \alpha (F - d)}{F} \right]$.

14.11.15. $F = \dfrac{nd}{2n \pm 1}$; если $d > F$, то $F_1 = 0{,}04$ м; если $d < f$, то $F_2 = 0{,}067$ м.

14.11.16. На расстоянии $d = \dfrac{l \pm \sqrt{l^2 - 2Fl}}{2}$; $d_1 = 18$ см и $d_2 = 6$ см — расстояния от одного и от другого источников света.

14.12.1. $\Gamma = n + 1 = 6$, если изображение мнимое; $\Gamma = n - 1 = 4$, если изображение действительное.

14.12.2. $\Gamma = \dfrac{l - d}{d} = 4$; $D = \dfrac{l}{d(l - d)} = 3{,}125$ дптр.

14.12.3. $F_2 = F_1 \dfrac{\Gamma_2(\Gamma_1 + 1)^2}{\Gamma_1(\Gamma_2 + 1)^2} = 25$ см.

14.12.4. $F = \dfrac{d_1 + d_2}{2} = 40$ см.

14.12.5. $F = \dfrac{\Delta d \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_2 - \Gamma_1} = 6$ см.

14.12.6. $F = \dfrac{\Gamma \Delta d \Delta f}{\Delta f - \Delta d \Gamma^2}$; возможны 2 случая:
1) $F_1 = 3$ см, изображение действительное;
2) $F_2 = 1{,}5$ см, изображение мнимое.

14.12.8. В 6 раз.

14.12.9. Рис. 66; $\dfrac{A'B'}{C'D'} = 1$.

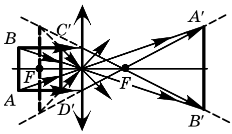


Рис. 66

14.12.10. $\dfrac{S_{\text{ромба}}}{S_{\text{изобр}}} = \dfrac{48}{75}$.

14.13.1. Изображение мнимое, «висящее». В области, затемнённой на рисунке 67, можно увидеть изображение.

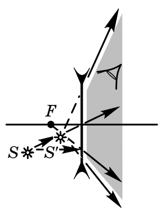


Рис. 67

14.13.2. Рис. 68; изображение предмета соответственно: а′, б′, в′ — мнимое, прямое, уменьшенное.

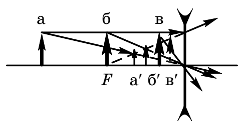


Рис. 68

14.13.4. Рис. 69 (Ф — фокальная плоскость, ПО — побочная оптическая ось).

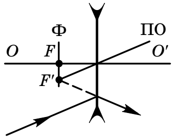


Рис. 69

14.13.5. Рис. 70.

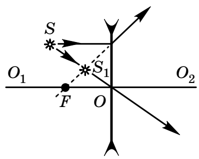


Рис. 70

14.13.6. Рис. 71 (Ф — фокальная плоскость, ПО — побочная оптическая ось).

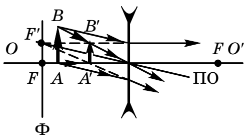


Рис. 71

14.13.7. Рис. 72.

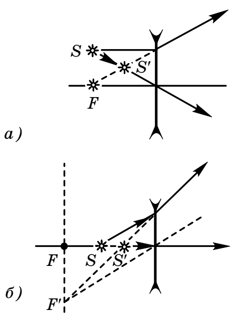


Рис. 72

14.13.9. Рис. 73. (Ф — фокальная плоскость, ПО — побочная оптическая ось).

У к а з а н и е. Источник света мнимый.

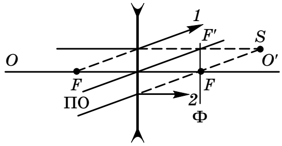


Рис. 73

14.14.1. $d = \dfrac{Ff}{F - f} = 36$ см.

14.14.2. $D = -\dfrac{1}{d} = -1$ дптр.

14.14.3. В $k = n + 1 = 4$ раза.

14.14.5. $F = 57$ см.

14.14.6. $\Delta x = l\dfrac{f}{F} = 1{,}2$ см.

14.14.7. $F = \dfrac{d\alpha}{\beta - \alpha} = 4$ см.

14.14.8. $l = \dfrac{fF}{f - F} = 55$ см от места, где была линза.

14.14.10. Уменьшится в $n = \dfrac{F + d}{F - d} = 3$ раза.

14.14.11. $s \approx 17$ см.

14.14.13. $F = \dfrac{dl}{D - d} = 10$ см.

14.14.14. От линзы на $\Delta d = 8$ см.

14.14.15. $F = \dfrac{lR}{2r} = 17{,}5$ см, линза может быть собирающая или рассеивающая.

14.15.1. $d = F\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 60$ см.

14.15.3. $v = \dfrac{h_0 F}{d - F}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 1$ м/с.

14.15.4. $x_{\max} = \dfrac{P_0}{m\omega^2}\dfrac{F}{a - F}$.

14.15.5.

$d = F + \sqrt{\frac{F}{4}\sqrt{F^2 + H^2}} = 31{,}2$ см.

14.15.6.

$d = F(1 - \sqrt{\cos\alpha}) = 1{,}6$ см.

14.16.1. $l = 2F - \frac{h}{n} \approx 28{,}7$ см.

14.16.2. $H = h\left(\frac{fF}{f-F} - h\right) = 40$ см.

14.16.3. $\Delta f = 0{,}4$ м.

14.16.4. $l = d\frac{n-1}{n} = 2$ см.

14.16.5. $n = \frac{d}{20F}$.

14.16.6.

$r = \frac{h(l - \sqrt{l^2 - 4Fl})}{\sqrt{n^2 - 1}(l + \sqrt{l^2 - 4Fl})} = 5{,}7$ см.

14.17.1. $l = F_2 - F_1 = 4$ см.

14.17.5.

$f = \frac{F_2 l(F_1 - d_1) + d_1 F_1 F_2}{(F_1 - d_1)(l - F_2) + d_1 F_1} = 12{,}5$ см.

14.17.6. Изображение мнимое, находится на расстоянии

$f = \frac{d_1 F_1 F_2 - lF_2(d_1 - F_1)}{d_1 F_1 - (d_1 - F_1)(F_2 + l)} = 30$ см

от рассеивающей линзы.

14.17.7. $f_2 = 30$ см; $h' = 6{,}75$ см.

14.17.8. На расстоянии 18,75 см от изображения.

14.17.9. $\Delta x = 4{,}5$ см.

14.17.10. На расстоянии $d > \frac{F_1(l - F_2)}{l - F_1 - F_2} = 10$ см от ближайшей линзы.

14.17.13. $\Gamma = \frac{d - F_1}{F_1} = \frac{F_2}{F_1}$.

14.17.14. $\Gamma = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_1 \Gamma_2} \approx 0{,}55$.

14.17.15. В бесконечности. Система телескопическая.

14.18.1. В той же фокальной плоскости (рис. 74).

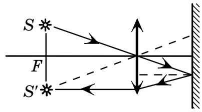


Рис. 74

14.18.2. $l = 1{,}5\,F$.

14.18.4. См. рис. 75; $f = 2F - d$.

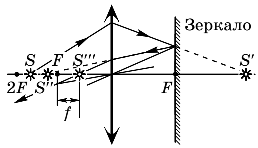


Рис. 75

14.18.5. Действительное изображение совпадает с источником света (рис. 76).

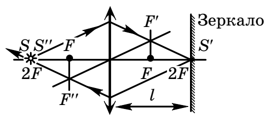


Рис. 76

14.18.6. $d = 32{,}73$ см.

14.18.7. $\beta = \mathrm{arctg}\,(2{,}5\ \mathrm{tg}\ 2\alpha) = 42{,}3°$.

14.18.8. $v = 2\omega F$.

14.19.2. $\Gamma = d_0 D + 1 = 13{,}5$.

14.19.3. $d = l + \frac{F(d_0 - l)}{d_0 - l + F} \approx 6{,}81$ см,

$\Gamma = \frac{d_0 - l}{l - F} = 11$.

14.19.5. $l_1 = \frac{l}{1 + lD} = 25$ см.

14.19.6. $D = 4$ дптр.

14.19.7. $l = 148{,}5$ см.

14.19.8. $s = 50$ м.

14.19.9. В $\frac{n_в(l - F) + h}{n_в F} = 19$ раз.

14.19.10. $l \geqslant 8$ м; $\tau = 10^{-3}$ с.

14.19.11. $\tau = 10^{-3}$ с.

14.19.12.

$\tau = \dfrac{d\Delta x}{F(v_1 + v_2)\sin\alpha} = 8{,}5 \cdot 10^{-3}$ с.

14.19.13. $v_1 = v\dfrac{k}{k+1}$ — скорость изменения фокусного расстояния; $v_2 = kv$ — скорость изменения глубины кинокамеры.

14.19.14. $v = \dfrac{rd(d-F)}{\tau FR}$.

14.19.15. $F = \dfrac{l_2h_2 - l_1h_1}{h_2 - h_1} = 43$ см.

14.19.16. $f_{\min} = 5$ см;

$f_{\max} = 5{,}33$ см; $\Delta f = \dfrac{F^2}{d-F} = 3{,}3$ мм.

14.20.3. Для дали $D_1 = -\dfrac{1}{l} = -5$ дптр; для чтения книг $D_2 = \dfrac{l - d_0}{ld_0} = -1$ дптр.

Указание. Здесь и далее $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения.

14.20.4. $D_1 = -\dfrac{l - d_0}{ld_0} = 2$ дптр.

14.20.5. Пределы аккомодации расширятся от $d_1 = \dfrac{d_0a_1}{d_0 - a_1} = 16{,}7$ см до $d_2 = \dfrac{d_0a_2}{a_2 - d_0} = \infty$.

14.20.6. $D = \dfrac{2d - d_0}{2dd_0} = 2$ дптр.

14.20.7. $h = \dfrac{|D|d_0^2}{(1+|D|d_0)n} = 5{,}6$ см.

14.20.8. На расстоянии $11 \div 20$ см.

14.20.9. Очки с оптической силой $D = -2{,}65$ дптр.

14.21.1. $\Gamma = 568$.

14.21.2. $\Gamma_{\text{ок}} = \dfrac{\Gamma F_{\text{об}} + d_0}{a - F_{\text{об}}} = 8$.

14.21.3. На расстоянии $d_1 = 1{,}26$ мм от предмета до объектива микроскопа; $\Gamma = 3120$.

14.21.4. $\Gamma_{\text{ок}} \approx 4$.

14.21.5. $\Gamma = \dfrac{F_1}{F_2} = 50$.

14.21.6. $\Delta x = 0{,}005$ м.

14.21.7. $F_{\text{об }1} = 36$ см; $F_{\text{ок }1} = 4$ см.

14.21.8. $\beta = 6°25'$.

14.21.9. $\Gamma = 564$.

14.21.10. $\Gamma = 400$.

14.22.4. $\dfrac{1}{F} = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$;

а) $F = 18{,}8$ см; б) $F = 0{,}3$ м; в) $F = 0{,}75$ м; г) $F = -18{,}8$ см; д) $F = -75$ см; е) $F = -15$ см.

14.22.5. $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{n_2 - 1}{n_1 - 1} = 1{,}4$.

14.22.6. $D = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = 2$ дптр.

Глава 15. ФОТОМЕТРИЯ

15.1.1. $I = \dfrac{\Phi}{4\pi} = 50$ кд.

15.1.2. $\Phi = I\omega = 20$ лм.

15.1.3. $\omega = \dfrac{\Phi}{I} \approx 0{,}63$ ср;

$\beta = 2\arccos\left(1 - \dfrac{\Phi}{2\pi I}\right) = 52°$.

15.1.4. $I = \dfrac{\alpha P}{4\pi} = 95{,}5$ кд.

15.1.5. $\Phi = IS\left(\dfrac{1}{r^2} + \dfrac{1}{(r+2a)^2}\right) \approx 6{,}64$ лм.

Указание: $\cos\alpha \approx 1$.

15.2.1. $E = \dfrac{4\Phi}{\pi d^2} \approx 318$ лк.

15.2.2. $E = \dfrac{I}{h^2} = 100$ лк.

15.2.3. В 4 раза.

15.2.4. $x = \dfrac{l(\sqrt{n}-1)}{n-1} = 40$ см.

15.2.5. Увеличить в $\dfrac{r_2^2}{r_1^2} = 2{,}25$ раза.

15.2.6. $t_2 = 12$ с.

15.2.7. $\alpha = \arccos\dfrac{1}{n} = 30°$.

15.2.8. В $\dfrac{E_1}{E_2} = \operatorname{ctg}\alpha = 5{,}7$ раза.

15.2.9. В $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{1}{\cos\varphi} = 2$ раза.

15.2.10. $E_1 = \dfrac{Ir}{(h^2+r^2)^{3/2}} = 3{,}25$ лк; $E_2 = \dfrac{Ih}{(h^2+r^2)^{3/2}} = 2{,}4$ лк.

15.2.11. $r = \sqrt{\dfrac{I\cos\alpha}{E}} = 1$ м; $h = \cos\alpha\sqrt{\dfrac{I}{E}} = 0{,}7$ м.

15.2.14. $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{h_1}{4h_2}\left(\dfrac{4h_2^2+D^2}{4h_1^2+D^2}\right)^{3/2} = 1{,}2$.

15.2.15. $h = \dfrac{D}{4} = 7{,}5$ м.

15.2.16. $\dfrac{E_1}{E_2} = \left[\dfrac{4I_2H_1^2 + I_1D^2}{I_2(4H_1^2+D^2)}\right]^{3/2} = 3$.

15.2.17. $E = \dfrac{I(h_1^2+(h_1+2h_2)^2)}{h_1^2(h_1+2h_2)^2} = 125$ лк.

15.2.18. а) $E_1 = E + \dfrac{E}{9} = 10$ лк; б) $E_2 = 2E = 18$ лк.

15.3.1. $B = 2\cdot10^3$ кд/м^2.

15.3.2. $\Phi_0 = 10^3$ лм; $R = 8\cdot10^3$ лк; $B = 2{,}5\cdot10^3$ кд/м^2.

15.3.3. $I_1 = 9{,}4$ кд; $I_2 = 157$ кд.

15.3.4. а) $B = \dfrac{4I}{\pi d^2} = 3{,}2\cdot10^7$ кд/м^2; б) $B = \dfrac{4I}{\pi D^2} = 1{,}27\cdot10^4$ кд/м^2; $E_1 = E_2 = \dfrac{I}{r^2} = 4$ лк.

15.3.5. $B = \dfrac{E}{\pi\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}} = 1{,}5$ Гкд/м^2.

15.3.6. $h = 1{,}6$ м.

15.3.8. $E = 97$ лк; $R = 73$ лм/м^2; $B = 23$ кд/м^2.

15.3.11. $\alpha = 0{,}98$.

Глава 16. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

16.1.1. $s = 4{,}3$ св. года $\approx 4\cdot10^{16}$ м.

16.1.2. $v = \dfrac{c}{n}$; $v_{кв} = 1{,}95\cdot10^8$ м/с; $v_{ал} \approx 1{,}24\cdot10^8$ м/с.

16.1.3. $v = \dfrac{c}{n}$; $v_1 = 1{,}824\cdot10^8$ м/с; $v_2 = 1{,}78\cdot10^8$ м/с.

16.1.4. На $\Delta v = c\dfrac{n_в - 1}{n_в} = 0{,}75\times10^8$ м/с.

16.1.5. На $\eta = \dfrac{n_{кв}-1}{n_{кв}}\cdot100\% \approx 35\%$.

16.1.6. $n = \dfrac{1}{1-\eta} = 1{,}678$.

16.1.7. $t = \dfrac{ns}{c} = 4{,}4\cdot10^{-6}$ с.

16.1.8. $\dfrac{h_{кв}}{h_{ст}} = \dfrac{n_{ст}}{n_{кв}} = \dfrac{1{,}5}{1{,}54} \approx 1$.

16.1.9. В воде меньше в $k = 1{,}2$ раза.

16.1.10. $\Delta t = \dfrac{h}{c}(n_{ст}-1) = 3{,}3\cdot10^{-12}$ с.

16.1.11.
$\Delta\beta = \arcsin\left(\dfrac{\sin\alpha}{n_1}\right) - \arcsin\left(\dfrac{\sin\alpha}{n_2}\right) \approx 0{,}5°$.

16.1.12. $\beta = \arcsin\left(\dfrac{c\sin\alpha}{v_1 n_2}\right) \approx 32{,}5°$.

16.1.13. $t_{max} = \dfrac{n_в^2 h}{c\sqrt{n_в^2-1}} = 2\cdot10^{-7}$ с; $t_{min} = \dfrac{n_в h}{c} = 1{,}25\cdot10^{-7}$ с.

16.1.14. $n = \dfrac{1}{\sin\alpha_0} \approx 1{,}44$;
$v = c\sin\alpha_0 = 2{,}08 \cdot 10^8$ м/с.

16.1.15. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{c}{v} \approx 56{,}3°$.

16.1.16. Для света с длиной волны λ_1 на $\Delta v = 4{,}4 \cdot 10^6$ м/с.

16.1.17. $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n_в} = 442{,}8$ нм. Человек увидит желтый цвет, так как восприимчивость глазом света зависит от его частоты.

16.1.18. $n = \dfrac{c}{\nu\lambda} = \dfrac{4}{3}$.

16.1.19. На $\eta = \dfrac{n-1}{n} \cdot 100\% = 25{,}5\%$.

16.1.20. $N = \dfrac{\nu l n}{c}$ (n — показатель преломления); а) $N = 5000$; б) $N = 7700$; в) $N = 7350$.

16.1.21. $l_1 = 2$ мм.

16.2.2. а) $\Delta\varphi = \pi$; б) $\Delta\varphi = 2\pi$; в) $\Delta\varphi = 2\pi n$.

16.2.3. $\Delta d = h(n-1) = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ м.

16.2.4. $\Delta d = 0{,}7$ см.

16.2.5. $\Delta\varphi = 0{,}4\pi$.

16.2.6. а) $\lambda'_{max} = 0{,}6$ мкм; $\lambda''_{max} = 0{,}45$ мкм; б) $\lambda'_{min} = 0{,}72$ мкм; $\lambda''_{min} = 0{,}51$ мкм; $\lambda'''_{min} = 0{,}4$ мкм.

16.2.7. а) Полосы будут ýже и ближе к центру интерференционной картины; б) полосы будут шире и дальше от центра интерференционной картины.

16.2.8. а) Усиление; б) ослабление.

16.2.9. а), б), в) Ослабление.

16.2.10. Волны погасят друг друга.

16.2.11. $x = 2{,}4$ мм.

16.2.12. $l = \dfrac{dx}{3\lambda} \approx 3{,}4$ мм.

16.2.13. $\lambda = \dfrac{d\Delta x}{Nl} = 457$ нм.

16.2.15. $y_1 = \dfrac{L}{d}\lambda = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ м;
$y_2 = 2y_1 = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ м;
$y_3 = 3y_1 = 5{,}4 \cdot 10^{-3}$ м.

16.2.16. $d = \dfrac{Nl\lambda}{\Delta x} \approx 0{,}3$ мм.

16.2.17. $\lambda = \dfrac{ld}{L} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м.

16.2.18. $\Delta x = \dfrac{\lambda(a+b)}{2ba}$.

16.2.19. $\Delta x = \dfrac{\lambda(a+b)}{2a(n-1)\theta} \approx 0{,}15$ см.

16.2.21. $N = \dfrac{d^2(a+b)}{\lambda(ab - Fb - Fa)} = 25$.

16.2.22. $d = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4n(\lambda_1 - \lambda_2)} \approx 300$ нм.
Указание: $2nd = \lambda_1 m$ и $2nd = \lambda_2 m + \dfrac{\lambda}{2}$.

16.2.23. а) $d = \dfrac{\lambda}{4n} \approx 0{,}12$ мкм;
б) $d = \dfrac{\lambda}{2n} = 0{,}24$ мкм.

16.2.24. Черной; пленка будет казаться то черной, то желтой.

16.2.25. $\lambda_{min} = 400$ нм и $\lambda_{max} = 600$ нм.

16.3.3. $\nu = \dfrac{c}{d\sin\alpha} \approx 9 \cdot 10^{14}$ Гц.

16.3.4. $\varphi = \arcsin\dfrac{3N\lambda}{l} \approx 0{,}5°$.

16.3.6. $\varphi_1 = \arcsin\dfrac{\varphi}{2} \approx 5{,}7°$.

16.3.9. $\lambda_1 = \dfrac{3\lambda\sin\varphi_0}{2\sin\varphi} \approx 550$ нм.

16.3.10. $\lambda = 660$ нм; в спектре второго порядка.

16.3.11. $\Delta\varphi \approx 4{,}85°$.

16.3.12. $\lambda = 478$ мкм.

16.3.13. $\lambda_2 = \dfrac{2}{3}\lambda_1 = 447$ нм, синяя линия спектра гелия.

16.3.15. $\lambda_1 = \dfrac{5}{4}\lambda = 550$ нм.

16.3.16. Первые три максимума.

16.3.18. $m_{\max} = \dfrac{l}{N\lambda} = 3.$

16.3.19. $\varphi = 62{,}5°.$

16.3.20. $k = 11.$

16.3.21. $\lambda = 0{,}59$ мкм.

16.3.22. $\Delta x = 11$ см.

16.3.24. $d = \dfrac{a(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1} = 25{,}5$ мкм.

16.3.25. $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda d}{ka} = 24 \cdot 10^{-12}$ м.

16.3.27. $d = \sqrt{\lambda^2 + \left(\dfrac{d\varphi}{d\lambda}\right)^{-2}} \approx 5$ мкм.

Глава 17. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

17.1.1. В $n = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = 1{,}67$ раза.

17.1.2. $v = 299\ 940$ км/с.

17.1.3. $\Delta t_0 \approx 142$ года.

17.1.4. $l = l_0\sqrt{1 - 0{,}6^2} = 0{,}8$ м.

17.1.5. $v = c\sqrt{\eta(2 - \eta)} = 1{,}3 \cdot 10^8$ м/с.

17.1.7. $\Delta\tau = \dfrac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 3{,}2$ с.

17.1.8.
$v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с; $\Delta\tau = 12{,}5$ суток.

17.2.2. $v = 2{,}9 \cdot 10^8$ м/с.

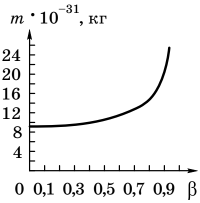
17.2.3. $\Delta t = 0{,}2$ мкс; $v = 0{,}35c$.

17.2.4. $u' = 0{,}994c$.

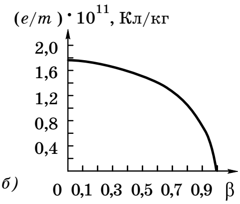
17.3.1. $m_1 \approx m_0 \approx 5$ т; $m_2 = 19{,}7$ т.

17.3.2. а) $v = 4{,}2 \cdot 10^7$ м/с; б) $v = 2{,}2 \cdot 10^8$ м/с.

17.3.3. Рис. 77, *а*, *б*.



а)



б)

Рис. 77

Таблица к задаче **17.3.3**:

v, 10^8 м/с	$v \ll c$	2	2,2	2,4	2,6	2,8
β	0	0,67	0,73	0,8	0,87	0,93
m, 10^{-31} кг	9,11	12,22	13,4	15,18	18,26	25,38
$\dfrac{e}{m}$, 10^{11} Кл/кг	1,76	1,31	1,19	1,05	0,876	0,631

17.3.4. 25 ГВт · ч = $9 \cdot 10^{13}$ Дж.

17.3.5. $\Delta m = \dfrac{\Delta E}{c^2} = 4{,}6 \cdot 10^{-17}$ кг.

17.3.6. $\Delta m = \dfrac{\Delta E}{2c^2} = 3{,}2 \cdot 10^{-9}$ г.

17.3.7.
$\Delta m_C = \dfrac{w \cdot 4\pi R_C^2 t}{c^2} = 1{,}57 \cdot 10^{20}$ кг.

17.3.8.
$t = \dfrac{m_C c^2(n - 1)}{Pn} = 9{,}6 \cdot 10^{12}$ лет.

17.4.1. $E_{\text{кл}} = \dfrac{m_e v^2}{2} = 2{,}3 \cdot 10^{-14}$ Дж.

$E_{\text{рел}} = \dfrac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_e c^2 = 4{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж

17.4.2. $\Delta\varphi = 6{,}6 \cdot 10^5$ В.

17.4.3. В $\dfrac{m_p}{m_e} = 1{,}94$ раза.

17.4.4. $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с.

17.4.5. а) $v_1 = 13{,}8 \cdot 10^6$ м/с; б) $v_2 = 2{,}63 \cdot 10^8$ м/с.

17.4.6. $2{,}6 \cdot 10^8$ м/с.

17.4.7. $E_{\text{к}} = \eta m_0 c^2$; а) $E_e = 25{,}6$ кэВ; б) $E_p = 47$ МэВ; в) $E_d = 94$ МэВ.

17.4.8. $v = \dfrac{c\sqrt{n^2 - 1}}{n} = 2{,}985 \cdot 10^8$ м/с.

17.4.11. $U = \dfrac{m_p c^2}{e}(n - 1) = 1880$ МВ.

17.5.1. $p_{\text{кл}} = m_e v = 2 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с;

$p_{\text{рел}} = \dfrac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 3{,}1 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

17.5.2. $v = \dfrac{c\sqrt{n^2 - 1}}{n} = 2{,}8 \cdot 10^6$ м/с.

17.5.3. $p = 6{,}4 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

17.5.4. $E_{\text{к}} = 300$ МэВ.

17.5.5. $B = 4$ Тл.

Глава 18. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

18.1.1. $E_{\text{ф}} = h\nu$; а) $E_{\text{ф}} = 1{,}7$ эВ; б) $E_{\text{ф}} = 0{,}4$ кэВ; в) $E_{\text{ф}} = 10$ МэВ.

Указание. Здесь и далее h — постоянная Планка.

18.1.2. $\nu = \dfrac{E_{\Phi}}{h} = 4{,}8 \cdot 10^{16}$ Гц.

18.1.3. В $\dfrac{\lambda_{\text{к}}}{\lambda_{\Phi}} \approx 1{,}9$ раза.

18.1.5. $\lambda = \dfrac{2hc}{m_p v^2} \approx 23{,}8$ нм.

18.1.7. $\lambda = \dfrac{hc}{e\Delta\varphi} \approx 4{,}14 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.8.
$\lambda = \dfrac{2hc}{m_e v_0^2 + 2e\Delta\varphi} = 1{,}55 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.9. В $n = \dfrac{2hc}{3\lambda kT} \approx 80$ раз (здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана).

18.1.10. $T = \dfrac{2hc}{3k\lambda} = 1{,}2 \cdot 10^4$ К.

18.1.11.
$\nu = \dfrac{c}{hN_{\text{А}}}\sqrt{3RTM} \approx 2 \cdot 10^{26}$ Гц.

18.1.12. $n = \dfrac{hc}{\lambda E_{\text{ф}}} \approx 1{,}5$.

18.1.13. $p = \dfrac{h}{\lambda n} = 5{,}25 \cdot 10^{-26}$ кг · м/с.

18.1.15. $N = \dfrac{E\lambda}{hc} \approx 10^{10}$.

18.1.16. $N = \dfrac{n\lambda E}{hc} \approx 3{,}35 \cdot 10^{18}$.

18.1.17. $P = \dfrac{Nhc}{\lambda t} \approx 13{,}25$ Вт.

18.1.18. $\lambda = \dfrac{nhc}{Pt} \approx 9{,}94 \cdot 10^{-7}$ м.

18.1.19. $n = \dfrac{P\lambda}{hc^2 S} = 2{,}33 \cdot 10^{17}$ м$^{-3}$.

18.1.20. $N = \dfrac{P\lambda t}{ch} \approx 1{,}5 \cdot 10^8$.

18.1.21. $n = \dfrac{P\lambda}{hc} \approx 52$ с$^{-1}$.

18.1.22. $N = \dfrac{n\lambda P t}{ch} = 8 \cdot 10^{10}$.

18.1.23. $n = \dfrac{\eta P\lambda t}{hc} \approx 1{,}46 \cdot 10^{20}$.

18.1.24. $\eta = \dfrac{nhc}{\lambda UI} \approx 7{,}95 \cdot 10^{-4}$.

18.1.27. $\Delta T = \dfrac{nhct}{c_{\text{уд}} m\lambda} \approx 15{,}5$ К ($c_{\text{уд}}$ — удельная теплоемкость воды).

18.1.28. $t = \dfrac{\lambda c_{\text{уд}} \rho_{\text{в}} V \Delta T}{nhc} = 42$ с ($c_{\text{уд}}$ — удельная теплоемкость воды).

18.1.29. $N = \dfrac{P\lambda}{4\pi hcR^2}$.

18.1.30. $N = \dfrac{P\lambda St}{4\pi hcl^2} \approx 4 \cdot 10^4$.

18.1.31. $s_{\max} = \dfrac{d}{\alpha}\sqrt{\dfrac{\lambda Pt}{nch}} \approx 1{,}96 \cdot 10^8$ м.

18.2.1.
$\Delta p_ф = p_з = \dfrac{2E}{c} \approx 4{,}27 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с.

18.2.2.
$p = \dfrac{2h\cos\alpha}{\lambda} \approx 3{,}8 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с.

18.2.3. $F = \dfrac{2P}{c} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ Н.

18.2.4. $p = \dfrac{P}{cS} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}$ Па.

18.2.5.
$p = \dfrac{h\nu}{c} N_0 \cos^2\alpha \approx 1{,}66 \cdot 10^{-13}$ Па.

18.2.6.
$p = \dfrac{(1+\rho)J\cos^2\alpha}{2} = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ Па.

18.2.7. $N = \dfrac{p\lambda St}{h}\,\dfrac{1-\rho}{1+\rho} \approx 10^{21}$.

18.2.8.
$p = \dfrac{(1+k-n)P}{c} = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$ Па.

18.2.9. $p = \dfrac{(1+k)P}{4\pi^2 R^2 c} = 7{,}13 \cdot 10^{-6}$ Па.

18.2.10.
$F = \dfrac{E\sqrt{k^2 + 4(1-k)\cos^2\alpha}}{c\Delta t} \approx 16$ кН.

18.2.11. $P = \dfrac{4\pi cR^2 p}{2\sin^2\alpha} = 15{,}08$ кВт.

18.2.12.
$p = \dfrac{hc(1+\rho)n\cos^2\alpha}{\lambda} = 1{,}79 \cdot 10^{-6}$ Па.

18.2.13. $F \approx 11{,}2$ мН.

18.2.14. $\alpha = 2\arcsin\left(\dfrac{E}{2mc\sqrt{gl}}\right) \approx 12°$.

18.2.15. $t = 58$ сут; $s = 125\,000$ км.

18.3.1. $E_ф = 4{,}2$ эВ.

18.3.2. $A = \dfrac{hc}{\lambda_0} = 4{,}2$ эВ.

18.3.3. $m = \dfrac{h}{c\lambda_0} \approx 7{,}46 \cdot 10^{-36}$ кг.

18.3.4. а) Нет; б) да, причем скорость фотоэлектронов $v = 0$; в) да.

18.3.5. $\nu = \dfrac{2A + mv^2}{2h} \approx 7{,}27 \cdot 10^{15}$ Гц.

18.3.6. $E_к = h\nu - A = 3{,}14$ эВ.

18.3.7. $A = \dfrac{hc}{\lambda} - E \approx 4{,}2$ эВ;

$\lambda_0 = \dfrac{hc}{A} \approx 2950$ нм.

18.3.8. $\lambda_0 = \dfrac{2hc\lambda}{2hc - mv^2\lambda} \approx 6524$ нм;

$\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0} = 4{,}6 \cdot 10^{14}$ Гц.

18.3.9.
$v_{\max} = \sqrt{\dfrac{2}{m_e}(pc - A)} \approx 1{,}42 \cdot 10^6$ м/с.

18.3.10. В $n = \dfrac{\sqrt{2m_e(pc-A)}}{p} \approx 350$ раз.

18.3.11. $\Delta E = hc\dfrac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1\lambda_2} \approx 3{,}75$ эВ.

18.3.12. $A = \dfrac{hc(n^2\lambda_1 - \lambda_2)}{(n^2-1)\lambda_1\lambda_2} =$
$= 2{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 1{,}75$ эВ.

18.3.13. $A = \dfrac{m_e v^2}{2(k-1)} = 9{,}11 \cdot 10^{-20}$ Дж.

18.3.15. $\dfrac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \dfrac{\lambda_2(hc - \lambda_1 A)}{\lambda_1(hc - \lambda_2 A)} \approx 8$.

18.3.16. $A = 2e(\varphi_2 - 1{,}5\varphi_1) \approx 1{,}2$ эВ.

18.3.17.
$h = \dfrac{(1+\eta)e\lambda\Delta U}{\eta c} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

18.3.19. $\lambda_2 = \dfrac{hc\lambda_1}{hc + eU_2\lambda_1} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-7}$ м;

$v = \sqrt{\dfrac{2eU_2}{m_e}} \approx 8{,}4 \cdot 10^5$ м/с.

18.3.20. $n = \dfrac{I_н}{e} = 3 \cdot 10^9$ с$^{-1}$;

$q = I_н t = 2{,}88 \cdot 10^{-8}$ Кл.

18.3.21. $I_н = \dfrac{eP}{nh\nu} = 302{,}1$ мкА.

18.3.22.

а) $A = \dfrac{hc}{\lambda} - eU = 8{,}47 \cdot 10^{-19}$ Дж;

б) $n = \dfrac{I}{e} = 3{,}75 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$.

18.3.23. $q = \dfrac{Ar}{ke} = 3{,}97 \cdot 10^{-12}$ Кл, где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф — электрическая постоянная.

18.3.24. $\varphi = \dfrac{hc - \lambda A}{e\lambda} \approx 1{,}85$ В.

18.3.25. $N = \dfrac{ER^2}{ke} \approx 2{,}8 \cdot 10^6$.

18.3.26. $\mathscr{E} = \dfrac{h\nu - A}{e}$ при $h\nu > A$; $\mathscr{E} = 0$ при $h\nu \leqslant A$.

18.3.27.
$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_1 + \frac{hc(\lambda_1 - \lambda_2)}{e\lambda_1\lambda_2} \approx 2{,}23 \text{ В.}$$

18.3.28.
$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \frac{hc - \lambda A}{e\lambda} = 4{,}46 \text{ В.}$$

18.3.30. $p = \dfrac{E}{c} + \sqrt{2m_e(E - A)} \approx$ $\approx 3{,}44 \cdot 10^{-25}$ кг · м/с.

18.3.31. $s = \dfrac{hc(\lambda_0 - \lambda)}{eE\lambda_0\lambda} \approx 1{,}5$ см.

18.3.32. $E \approx 608$ В/м.

18.3.33.
$$\Delta t = \frac{1}{3eE}\sqrt{\frac{2m_e hc(\lambda_0 - \lambda)}{\lambda_0\lambda}} \approx 2{,}2 \cdot 10^{-8}\text{ с.}$$

18.3.34. $\Delta t = \dfrac{\varepsilon_0(hc - \lambda A)S}{ne^2\lambda d} \approx 106{,}4$ с.

18.4.1. $\Delta\lambda = \lambda_К(1 - \cos\theta) = 1{,}21$ пм.

18.4.2. $\lambda = \lambda' - \lambda_К(1 - \cos\theta) = 10$ пм.

18.4.3. $\theta = \arccos\left(1 - \dfrac{m_e c\Delta\lambda}{2\pi h}\right)$; $\theta_1 = 120°$ или $\theta_2 = 240°$.

18.4.4. $E_{кин} = 0{,}1$ МэВ.

18.4.5. а) $p = 6{,}63 \cdot 10^{-23}$ кг · м/с; б) $p' = 1{,}14 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

Часть 5. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Глава 19. АТОМНАЯ ФИЗИКА

19.1.1. 8; 19; 82; 89.

19.1.2. В 10^5 раз; $r_4 = \dfrac{r_3 r_1}{r_2} = 1$ км.

19.1.3. $\eta = \dfrac{Zm_e}{A} \cdot 100\% \approx 0{,}02\%$ (здесь A — массовое число атома радия).

19.1.4. $r = \dfrac{2kq_\alpha q_{Cs}}{m_\alpha v^2} = 1{,}48 \cdot 10^{-12}$ м.

19.1.5. $r = \dfrac{3ke^2}{2E} = 0{,}16$ нм.

19.2.2. $\Delta r \approx 11{,}1$ Å.

19.2.3. $F = \dfrac{8{,}35 \cdot 10^{-8}}{n^2}$ Н; больше в 16 раз.

19.2.4. $E_n = \dfrac{5{,}3 \cdot 10^{11}}{n^4}$ В/м; $\dfrac{E_1}{E_3} = 81$.

19.2.5. $p_n \approx \dfrac{1{,}98 \cdot 10^{-24}}{n}$ кг · м/с; уменьшится в 1,5 раза.

19.2.6. $\nu = \dfrac{6{,}58 \cdot 10^{15}}{n^3}$ Гц; $\dfrac{\nu_1}{\nu_3} = 27$.

19.2.7. $a_n = \dfrac{9{,}22 \cdot 10^{22}}{n^4}$ м/с^2; $a_2 \approx 5{,}76 \cdot 10^{21}$ м/с^2.

19.2.8. $I = \dfrac{1{,}05 \cdot 10^{-3}}{n^3}$ А $\approx 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ А.

19.2.9. $E_{n,\,пот} = -\dfrac{27{,}12}{n^2}$ эВ; на первой, $E_{1,\,пот} = -27{,}12$ эВ.

19.2.10. $E_{n,\,кин} = \dfrac{13{,}56}{n^2}$ эВ; $E_{2,\,кин} = 3{,}39$ эВ.

19.2.11. $E_{n,\,кин} = \dfrac{|E_{n,\,пот}|}{2}$.

19.2.12. $E_n = -\dfrac{13{,}56}{n^2}$ эВ; на первой, $E_1 = -13{,}56$ эВ.

19.2.13. $E_{n,\,\text{кин}} = |E_n|$.

19.2.14. Увеличится на $\Delta E_{\text{пот}} = 4{,}068 \cdot 10^{-18}$ Дж $= 27{,}12$ эВ; увеличится в $\dfrac{E_{\text{кин }1}}{E_{\text{кин }4}} = \dfrac{n_4^2}{n_1^2} = 16$ раз.

19.3.1. $r_n \approx 1{,}77 \cdot 10^{-11}\, n^2$;

$v_n = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\dfrac{Z}{n} = \dfrac{6{,}54 \cdot 10^6}{n}$ м/с.

19.3.2. $\omega_n = \dfrac{\pi m_e e^4}{2\varepsilon_0^2 h^3}\dfrac{Z}{n^3}$;

$\omega_2 = 3{,}1 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$.

19.3.3. $E_{n,\,\text{пот}} = -\dfrac{m_e e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\dfrac{Z}{n}\right)^2 = -27{,}12\left(\dfrac{Z}{n}\right)^2$ эВ.

19.3.4. $E_{n,\,\text{кин}} = 13{,}56\left(\dfrac{Z}{n}\right)^2$ эВ; $E_{2,\,\text{кин}} = 13{,}56$ эВ.

19.3.5. $E_n = -13{,}56\left(\dfrac{Z}{n}\right)^2$ эВ; $E_3 \approx 6{,}03$ эВ.

19.3.7. а) $r_n = \sqrt{\dfrac{hn}{2\pi\sqrt{Am}}}$;

б) $v_n = \left(\dfrac{A}{m^3}\right)^{1/4}\left(\dfrac{nh}{2\pi}\right)^{1/2}$;

в) $E_n = \dfrac{nh}{2\pi}\sqrt{\dfrac{A}{m}}$.

19.4.1. $\lambda = \dfrac{9}{8R} = 1025{,}5\,\text{Å}$.

19.4.2. $k = 6$; $\lambda_1 = 9{,}7 \cdot 10^{-8}$ м; $\lambda_2 = 10^{-7}$ м; $\lambda_3 = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ м; $\lambda_4 = 4{,}86 \cdot 10^{-7}$ м; $\lambda_5 = 6{,}7 \cdot 10^{-7}$ м; $\lambda_6 = 1{,}87 \cdot 10^{-6}$ м.

19.4.3. $\lambda_{\max} = 121{,}5$ нм.

19.4.4. $\nu = 6{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц.

19.4.5. В 4 раза.

19.4.6. $\nu = Rc\dfrac{n-1}{n} = 2{,}47 \cdot 10^{15}$ Гц.

19.4.7. $\lambda = \dfrac{4}{3RZ^2} = 30{,}4$ нм.

19.4.8. $\lambda = \dfrac{16}{27R} = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ м.

19.4.9. $\nu_1 = 4{,}6 \cdot 10^{14}$ Гц; $\nu_2 = 6{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц.

19.5.1. 6.

19.5.2. 1. Энергия атома уменьшилась на $\Delta E = E = 6{,}79$ эВ. 2. Кинетическая энергия электрона увеличилась на $\Delta E_{\text{к}} = 6{,}79$ эВ, потенциальная энергия электрона уменьшилась на $\Delta U = 13{,}58$ эВ, полная энергия уменьшилась на $\Delta E = 6{,}79$ эВ.

19.5.3. $\lambda = 486$ нм; уменьшится на 2,55 эВ.

19.5.4. $\lambda = 85{,}3$ нм.

19.5.5. Одно- и двукратную ионизацию, так как энергия фотона 49,5 эВ.

19.5.6. $E_{\text{ион}} = 13{,}6$ эВ; $\varphi_{\text{ион}} = 13{,}6$ В.

19.5.7. $E_1 = 10{,}2$ эВ; $\varphi_1 = 10{,}2$ В.

19.5.8. $E = \dfrac{5hcR}{36} = 189$ эВ.

19.5.9. $m = \dfrac{5hR}{36c} \approx 3{,}36 \cdot 10^{-36}$ кг; $p = \dfrac{5hR}{36} \approx 1{,}01 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с.

19.5.11. $n = 4$;

$\lambda_{4-2} = \dfrac{16}{3R} = 4{,}85 \cdot 10^{-7}$ м;

$\lambda_{4-3} = \dfrac{144}{7R} = 1{,}87 \cdot 10^{-6}$ м;

$\lambda_{3-2} = \dfrac{36}{5R} = 6{,}55 \cdot 10^{-7}$ м.

19.5.12. 10,8 эВ $\leqslant E <$ 12,09 эВ.

19.5.13. $E = \dfrac{24hcR}{25} \approx 2{,}1 \cdot 10^{-18}$ Дж.

19.5.14. $\lambda_{3-2} = \dfrac{36}{5R} \approx 6{,}55 \cdot 10^{-7}$ м;

$\lambda_{2-1} = \dfrac{4}{3R} = 1{,}22 \cdot 10^{-7}$ м;

$\lambda_{3-1} = \dfrac{9}{8R} = 1{,}03 \cdot 10^{-7}$ м.

19.5.15. $k = \sqrt{\dfrac{hcR}{hcR - \dfrac{\eta N t}{nS}}} = 5.$

19.6.1. $\nu = cR + \dfrac{m_e v^2}{2h} = 1{,}4 \cdot 10^{16}$ Гц.

19.6.2. $\nu = cR\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right) = 2{,}9 \cdot 10^{15}$ Гц;

$\upsilon = \dfrac{hR}{m_{\text{ат}}}\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right) = 3{,}8$ м/с.

19.6.3. $l = \dfrac{1}{eE}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - E_{\text{ион}}\right) = 1{,}1$ см.

19.6.4. Да, так как $E_{\text{ф}} > A_{\text{вых}}$.

19.6.5. $E_{\text{к, max}} = \dfrac{5hcR}{36} - A_{\text{вых}} \approx 0{,}9$ эВ.

19.6.6. $\lambda = \dfrac{8chM}{3mv_0^2(M-3m)} \approx 6 \cdot 10^{-7}$ м.

Глава 20. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

20.1.2. ${}^{7}_{4}\text{Be}$, ${}^{11}_{6}\text{C}$, ${}^{13}_{6}\text{C}$.

20.1.3. $N_p = ZN_{\text{A}}\dfrac{m}{M} = 2{,}4 \cdot 10^{20}$;

$N_n = (A - Z)N_{\text{A}}\dfrac{m}{M} = 3{,}6 \cdot 10^{20}$.

20.1.4.

$N_p = N_n = N_e = 8\dfrac{pV}{kT} \approx 1{,}9 \cdot 10^{23}$.

20.1.5. $r = 4{,}2 \cdot 10^{-15}$ м.

20.1.6. $\dfrac{r_{\text{а}}}{r_{\text{я}}} = \dfrac{1}{r_0}\sqrt[3]{\dfrac{M}{\rho N_{\text{A}} A}} \approx 3 \cdot 10^5$

(A — массовое число атомов брома)

20.1.7. $\rho = \dfrac{3m_n}{4\pi r_0^3} = 1{,}5 \cdot 10^{17}$ кг/м^3

($r_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ м — постоянная).

20.1.8. $R = \sqrt[3]{\dfrac{3m_{\text{З}}}{4\pi\rho}} \approx 212$ м, где $m_{\text{З}}$ — масса Земли.

20.1.9. $V = \dfrac{m}{\rho} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ м^3 $=$

$= 6{,}7 \cdot 10^{-3}$ мм^3; $p = g\sqrt[3]{m\rho^2} \approx 3 \cdot 10^{14}$ Па.

20.2.2. $\Delta m = 0{,}042131$ а.е.м. $=$

$= 6{,}99 \cdot 10^{-29}$ кг.

20.2.3. $\Delta m = m_{{}^{1}_{1}\text{H}} + m_n - m_{{}^{2}_{1}\text{H}} =$

$= 0{,}0024$ а.е.м.; $E_{\text{св}} = \Delta mc^2 \approx 2{,}24$ МэВ.

20.2.4. $E = c^2(2m_p + 2m_n - m_\alpha) =$

$= 4{,}54 \cdot 10^{-12}$ Дж.

20.2.5. $E = \dfrac{m}{M}N_A c^2(2m_p + 2m_n -$

$- m_{\text{He}}) = 6{,}8 \cdot 10^{11}$ Дж.

20.2.6. $m = 3{,}01604$ а.е.м.

20.2.8. $E = E_2 - E_1 = 8{,}0$ МэВ.

20.2.9. $E = c^2(m_{{}^{13}_{7}\text{N}} + 3m_n - m_{{}^{14}_{7}\text{N}}) \approx$

$\approx 10{,}56$ МэВ.

20.2.10. $E = 23{,}8$ МэВ.

20.2.11. $E = E_1 - E_2 - E_3 = 7{,}16$ МэВ.

20.2.13. $\varepsilon = \dfrac{E_{\text{св}}}{5} = 8{,}42 \cdot 10^{-19}$ Дж;

$M = 3m_p + 2m_n - \dfrac{E_{\text{св}}}{931{,}5} = 8{,}37 \cdot 10^{-27}$ кг.

20.3.1. ${}^{60}_{27}\text{Co} \to {}^{60}_{28}\text{Ni} + {}^{0}_{-1}e$.

20.3.2. ${}^{30}_{15}\text{P} \to {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^{0}_{+1}e$.

20.3.3. ${}^{238}_{92}\text{U} \to {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{234}_{90}\text{Th}$, торий.

20.3.4. ${}^{64}_{30}\text{Zn}$.

20.3.5. ${}^{216}_{84}\text{Po}$.

20.3.7. Шесть α-частиц и три β-частицы.

20.3.8. ${}^{232}_{82}\mathrm{Th}$.

20.3.9. ${}^{216}_{90}\mathrm{Po}$, $v_2 = 290$ км/с.

20.4.1. $N = \dfrac{\ln 2}{T} \cdot N_0 \Delta t = 5025$ атомов.

20.4.2. $\Delta N = N_0\left(1 - 2^{-\Delta t/T}\right) =$
$= 1{,}6 \cdot 10^5$ атомов.

20.4.3. $\eta = 1 - 2^{-\frac{t}{T}} = 0{,}875$.

20.4.4. $T = \dfrac{t \lg 2}{\lg 3 - \lg 2} = 171$ ч.

20.4.5. В 9 раз.

20.4.6.
$m_1 = m\dfrac{207}{210}\left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right) \approx 2{,}9 \cdot 10^{-7}$ кг.

20.4.7. $N = \dfrac{m}{M} N_A\left(1 - 2^{-t/T}\right) =$
$= 7{,}3 \cdot 10^{18}$ атомов; $q = eN \approx 1{,}17$ Кл.

20.4.10. $N_A = \dfrac{MpV}{kT_0 m(1 - 2^{-t/T})} =$
$= 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, где M — молярная масса, T_0 — термодинамическая температура.

20.4.11. $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$; а) $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$; б) $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-18}$ с$^{-1}$ (здесь λ — постоянная распада).

20.4.12. $t = \dfrac{1}{\lambda} \ln\left(\dfrac{1}{1 - \eta}\right) = 40{,}1$ с.

20.4.13. $\tau = \dfrac{T}{\ln 2}$; а) $\tau = 21{,}36$ ч; б) $\tau = 2{,}02 \cdot 10^{10}$ лет.

20.5.1. ${}^{1}_{1}p$ — протон.

20.5.2. ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ — α-частица.

20.5.3. ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \to {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}n$, радиофосфор $Z = 15$, $A = 30$.

20.5.4. ${}^{239}_{94}\mathrm{Pu} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \to {}^{242}_{96}\mathrm{Cm} +$
$+ {}^{1}_{0}n$, нейтрон.

20.5.5. ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}n \to {}^{11}_{5}\mathrm{X} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$,
${}^{11}_{5}\mathrm{X} = {}^{11}_{5}\mathrm{B}$.

20.5.6. ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{1}_{0}n \to {}^{24}_{11}\mathrm{Na} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$, α-частица.

20.5.7. ${}^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \to {}^{239}_{92}\mathrm{U}$;
${}^{239}_{92}\mathrm{U} \to {}^{239}_{93}\mathrm{Np} + {}^{0}_{-1}e$,
${}^{239}_{93}\mathrm{Np} \to {}^{239}_{94}\mathrm{Pu} + {}^{0}_{-1}e$.

20.5.8. а) ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}p \to 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He}$;
б) ${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}p \to {}^{7}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}n$.

20.5.9. а) ${}^{24}_{11}\mathrm{N}$; б) ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$; в) ${}^{25}_{12}\mathrm{Mg}$; г) ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$.

20.5.10. ${}^{242}_{94}\mathrm{Pu} + {}^{22}_{10}\mathrm{Ne} \to {}^{260}_{104}\mathrm{Rf} +$
$+ 4\,{}^{1}_{0}n$.

20.6.2. а) $Q = -1{,}65$ МэВ;
б) $Q = 6{,}82$ МэВ; в) $Q = -2{,}79$ МэВ;
г) $Q = 3{,}11$ МэВ.

20.6.3. $E_{\min} = c^2(m_1 + m_2 + m_3 +$
$+ m_4) \approx 2{,}8$ МэВ.

20.6.4.
$E = 931{,}5\left(m_{{}^{2}_{1}\mathrm{H}} + m_n - m_{{}^{3}_{1}\mathrm{H}}\right) =$
$= 6{,}28$ МэВ.

20.6.5. ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \to {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}n$;
$Q = 931{,}5\left(m_{{}^{2}_{1}\mathrm{H}} + m_{{}^{3}_{1}\mathrm{H}} - m_{{}^{4}_{2}\mathrm{He}} -\right.$
$\left.- m_n\right) \approx 17{,}57$ МэВ.

20.6.6. $E_1 = c^2\left(m_{{}^{9}_{4}\mathrm{Be}} + m_{{}^{2}_{1}\mathrm{H}} -\right.$
$\left.- m_{{}^{10}_{4}\mathrm{Be}} - m_{{}^{1}_{1}\mathrm{H}}\right) = 7{,}39 \cdot 10^{-13}$ Дж;
$E = E_1 \dfrac{m}{M} N_A \approx 4{,}9 \cdot 10^{10}$ Дж.

20.6.7. $Q = E_1 + 931{,}5\Delta m = 18{,}389$ МэВ.

20.6.8. $E = 7{,}16$ МэВ.

20.6.9. $m = 3(m_p + m_n) - \dfrac{E_1 - (Q + E_2)}{931{,}5} \approx$

$m = 3(m_p + m_n) - \dfrac{E_1 - (Q + E_2)}{931{,}5} \approx$

$\approx 6{,}013$ а.е.м. $\approx 9{,}98 \cdot 10^{-27}$ кг.

20.6.10. $Q = [(A_1 + A_2)\varepsilon - A_1\varepsilon_1 - A_2\varepsilon_2]\dfrac{m}{m_p} \approx$ $\approx$ **1,78 · 10^12** Дж.

20.6.11. $Q = \dfrac{m}{M}N_A E_0 = 8{,}2 \cdot 10^{10}$ кДж; $m_1 = \dfrac{Q}{q} = 2{,}8 \cdot 10^6$ кг, где q — удельная теплота сгорания топлива.

20.6.12. $\eta = \mathbf{0{,}00091}$.

20.6.13. $m = 53$ г в сутки.

20.6.14. $P = 53$ МВт.

20.6.16. $\Delta t \approx 56{,}8$ °C.

20.6.17. $M \approx \mathbf{1{,}16 \cdot 10^4}$ кг.

20.7.1. $E_я = \mathbf{0{,}104}$ МэВ; $Q = 5{,}4$ МэВ.

20.7.2. а) $\nu = \dfrac{\Delta E}{h}$;

б) $\nu = \dfrac{mc^2}{h}\left(\sqrt{1 + \dfrac{2\Delta E}{mc^2}} - 1\right)$.

20.7.3. $E_{кин} = \dfrac{E_\gamma^2}{2m_я c^2} \approx \mathbf{1{,}2 \cdot 10^{-3}}$ эВ.

20.7.4. ${}^7_3\mathrm{Li} + p \to 2\,{}^4_2\mathrm{He}$;

$\dfrac{E_{кин\,p}}{E_{кин}} = 2\dfrac{m}{m_p}\cos^2(\theta/2) \approx \mathbf{0{,}06}$.

20.7.5. ${}^7_3\mathrm{Li} + {}^1_1p \to {}^7_4\mathrm{Be} + {}^1_0n$;

$E = \dfrac{m_{{}^7_4\mathrm{Be}}}{m_{{}^7_4\mathrm{Be}} - m_p} \cdot 931{,}5\left(m_{{}^7_4\mathrm{Be}} + m_n - m_{{}^7_3\mathrm{Li}} - m_p\right) \approx \mathbf{1{,}9}$ МэВ.

20.7.6. Ядро атома свинца ${}^{206}_{82}\mathrm{Pb}$;

$\eta = \dfrac{E}{Q} = \dfrac{m_\alpha}{m + m_\alpha} \approx \mathbf{0{,}019 = 1{,}9\%}$.

20.7.8.

$E_{min} = E_п \dfrac{m_{{}^{14}_7\mathrm{N}}}{m_{{}^{14}_7\mathrm{N}} + m_{{}^4_2\mathrm{He}}} \approx \mathbf{11{,}28}$ МэВ.

20.7.9. $E = E_п \dfrac{m_{{}^{11}_5\mathrm{B}}}{m_{{}^{11}_5\mathrm{B}} + m_p} \approx \mathbf{3{,}66}$ МэВ.

20.8.1. $h = \sqrt{n}\,h_0 = \mathbf{29{,}4}$ см.

20.8.2. В $n = 2^{h/h_0} = \mathbf{16}$ раз.

20.8.3. $h = \mathbf{19{,}25}$ см.

20.8.4. $h_0 = \mathbf{1{,}33}$ см.

20.8.5. Каждый день.

20.9.1. $p = m_e c = 2{,}73 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с; $E = m_e c^2 = \mathbf{0{,}511}$ МэВ.

20.9.2. $E_1 = m_e c^2 + E = \mathbf{0{,}75}$ МэВ; $\lambda = \mathbf{1{,}65}$ пм.

20.9.3. $E_1 = \dfrac{E}{2} - m_e c^2 = \mathbf{0{,}99}$ МэВ.

20.9.4. $E = \mathbf{0{,}28}$ МэВ.

20.9.5. $E = \mathbf{0{,}42}$ МэВ; ${}^2_1\mathrm{H} + \gamma \to {}^1_1\mathrm{H} + {}^1_0n$.

20.9.6. $v = \mathbf{1{,}2 \cdot 10^7}$ м/с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ИХ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ЕДИНИЦЫ[1]

Величина и ее обозначение	*Единица величины*	*Величина и ее обозначение*	*Единица величины*
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА		**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**	
Время t, τ	с	Внутренняя энергия U	Дж
Высота h, H	м	Давление p	Па
Длина l, L, s	м	Количество вещества ν	моль
Импульс p	кг · м/с	Количество теплоты Q	Дж
Кинетическая энергия $E_к$	Дж	Концентрация молекул n	$м^{-3}$
Масса m, M	кг	Масса m	кг
Момент силы M	Н · м	Молярная масса μ, M	кг/моль
Мощность P, N	Вт	Молярная теплоемкость C_m	$\frac{Дж}{моль \cdot К^{-1}}$
Объем V	$м^3$	Поверхностное натяжение σ	Н/м, Дж/$м^2$
Период T	с	Поверхность ΔS, S	$м^2$
Плотность ρ	кг/$м^3$	Работа ΔA, A	Дж
Полная энергия E	Дж	Средняя квадратичная скорость $v_{кв}$	м/с
Потенциальная энергия $E_п$	Дж	Температура по Цельсию t	°С
Работа A	Дж	Теплоемкость C	Дж/кг
Сила F	Н	Термодинамическая температура T	К
Сила давления $F_д$	Н	Удельная теплоемкость c	$\frac{Дж}{кг \cdot К}$
Вес P	Н	Удельная теплота плавления λ	Дж/кг
Скорость v	м/с	Удельная теплота парообразования r	Дж/кг
Угловая скорость ω	рад/с	Удельная теплота сгорания q	Дж/кг
Угловое ускорение ε	рад/$с^2$		
Угол поворота φ	рад		
Ускорение a	м/$с^2$		
Ускорение свободного падения g_0	м/$с^2$		
Частота n,ν	Гц		

[1] В таблице приведены величины и обозначения, испльзуемые в данной книге.

Продолжение табл.

Величина и ее обозначение	*Единица величины*	*Величина и ее обозначение*	*Единица величины*
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА		**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**	
Диэлектрическая проницаемость среды ε	—	Амплитуда колебаний A	м
Заряд q, Q	Кл	Амплитудное значение напряжения U_m	В
Индуктивность L	Гн	Амплитудное значение силы тока I_m	А
Линейная плотность заряда τ	Кл/м	Длина волны λ	м
Магнитная индукция B	Тл	Длина математического маятника l, L	м
Магнитный поток Φ	Вб	Жесткость пружины k	Н/м
Мощность тока P	Вт	Индуктивность L	Гн
Напряжение U	В	Круговая (циклическая) частота ω	рад/с
Напряженность E	В/м	Мощность в цепи переменного тока P	Вт
Объемная плотность заряда ρ	Кл/м^3	Период T	с
Объемная плотность энергии w	Дж/м^3	Плотность электромагнитной энергии w	Дж/м^3
Плотность тока j	А/м^2	Полная энергия E	Дж
Поверхностная плотность заряда σ	Кл/м^2	Полное сопротивление Z	Ом
Потенциал φ	В	Потенциальная энергия $E_п$	Дж
Потенциальная энергия W	Дж	Реактивное емкостное сопротивление R_C	Ом
Работа A	Дж	Реактивное индуктивное сопротивление R_L	Ом
Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$	В	Смещение x	м
Расстояние r	м	Ускорение a	м/с^2
Сила тока I	А	Ускорение свободного падения g_0	м/с^2
Сопротивление R	Ом	Фаза колебаний $\omega_0 t + \varphi$	рад
Удельное электрическое сопротивление ρ	Ом · м	Частота ν	Гц
ЭДС $\mathscr{E}$	В	Электрическая емкость C	Ф
Электроемкость C	Ф	Электрическое сопротивление R	Ом
		Энергия W	Дж

Окончание табл.

Величина и ее обозначение	*Единица величины*	*Величина и ее обозначение*	*Единица величины*
ОПТИКА		**КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**	
Абсолютный показатель преломления n	—	Время t, τ	с
Длина волны λ	м	Давление света p	Па
Кинетическая энергия $E_к$	Дж	Дефект массы Δm	кг
Оптическая длина пути L	м	Длина волны λ	м
Оптическая разность хода Δ	м	Задерживающее напряжение $U_з$	В
Оптическая сила линзы D	дптр	Импульс фотона p	кг · м/с
Относительный показатель преломления n_{21}	—	Кинетическая энергия $E_к$	Дж, эВ
Период дифракционной решетки d	м	Коэффициент отражения ρ	—
Полная энергия E	Дж	Красная граница фотоэффекта: ν_{min} λ_{max}	Гц м
Промежуток времени τ, t	с	Масса протона m_p	кг
Радиус кривизны R	м	Масса нейтрона m_n	кг
Расстояние от линзы до предмета d	м	Масса ядра $m_я$	кг
Расстояние от линзы до изображения f	м	Объемная плотность энергии излучения ω	Дж/м^3
Релятивистский импульс p	кг · м/с	Период полураспада T	с
Скорость света в вакууме c	м/с	Полная энергия атома E	Дж, эВ
Скорость света в среде v	м/с	Постоянная Планка h	Дж · с
Угол отражения β	°	Постоянная радиоактивного распада λ	с$^{-1}$
Угол падения α	°	Постоянная Ридберга R	м$^{-1}$
Угол преломления γ	°	Потенциальная энергия $E_п$	Дж, эВ
Фокусное расстояние F	м	Работа выхода A, $A_{вых}$	Дж, эВ
Энергия покоя E_0	Дж	Частота ν	Гц
		Число ядер N	—
		Энергия кванта ε_0	Дж
		Энергия связи $E_{св}$	Дж, МэВ

2. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Скорость света в вакууме	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с
Нормальное ускорение свободного падения	$g_0 = 9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2)
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная (молярная) газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(К · моль)
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Фарадея	$F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Масса электрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ кл/кг
Постоянная Планкаа	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с,
	$\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	$R' = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$
Первый боровский радиус	$r_0 = 5{,}28 \cdot 10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м,
	$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Масса изотопа $^1_1$H	$m_H = 1{,}6736 \cdot 10^{-27}$ кг

3. ДЕСЯТИЧНЫЕ ПРИСТАВКИ К НАЗВАНИЯМ ЕДИНИЦ

Т — тетра (10^{12})	д — деци (10^{-1})	н — нано (10^{-9})
Г — гига (10^9)	с — санти (10^{-2})	п — пико (10^{-12})
М — мега (10^6)	м — милли (10^{-3})	ф — фемто (10^{-15})
к — кило (10^3)	мк — микро (10^{-6})	а — атто (10^{-18})

4. НЕКОТОРЫЕ ВНЕСИСТЕМНЫЕ ЕДИНИЦЫ

1 сут = 86 400 с

1 год = 365,25 сут = $3{,}16 \cdot 10^7$ с

1° = $1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад

1Å = 10^{-10} м

1 мм рт. ст. = 133,3 Па

1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж

1 а. е. м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг = = 931,5 МэВ

5. НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^8$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27,3 суток

6. ПЛОТНОСТЬ ВЕЩЕСТВА ρ, 10^3, кг/м^3

Твердые тела (при температуре 15—20 °C)

Алюминий	2,7	Медь	8,9
Гранит	2,8	Мрамор	2,3
Дерево (сухое)	0,6	Олово	7,3
Железо	7,9	Свинец	11,3
Золото	19,3	Серебро	10,5
Латунь	8,5	Сталь	7,8
Лед (0 °C)	0,9	Стекло	2,4

Жидкости (при температуре 15—20 °C)

Бензол	0,88	Керосин	0,80
Бензин	0,70	Нефть	0,80
Вода (4 °C)	1,00	Ртуть (0 °C)	13,6
Вода морская	1,03	Спирт	0,80
Глицерин	0,9	Эфир	0,71

Газы (при 0 °C и давлении 101 325 Па)

Водород	0,00009	Кислород	0,00143
Воздух	0,00129	Окись углерода	0,00125
Гелий	0,00018	Углекислый газ	0,001987

7. ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

Твердые тела

Вещество	*Удельная теплоемкость,* кДж/(кг · К)	*Температура плавления,* °C	*Удельная теплота плавления,* кДж/кг
Алюминий	**0,9**	**660**	**321**
Латунь	**0,39**	**900**	**330**
Лед	**2,09**	**0**	**333**
Медь	**0,39**	**1083**	**175**
Олово	**0,28**	**232**	**59**
Свинец	**0,13**	**327**	**25**
Серебро	**0,23**	**960**	**88**
Сталь (железо)	**0,46**	**1400**	**82**
Стекло	**0,84**	—	—

Жидкости

Вещество	*Удельная теплоемкость,* кДж/(кг · К)	*Температура кипения,* °C	*Удельная теплота парообразования*,* МДж/кг
Вода	**4,18**	**100**	**2,25**
Масло машинное	**2,1**	**132**	—
Ртуть	**0,14**	**357**	**0,284**
Спирт	**2,42**	**78**	**0,853**

Газы

Вещество	*Удельная теплоемкость**,* кДж/(кг · К)	*Температура конденсации*,* °C
Азот	**1,05**	**−196**
Водород	**14,3**	**−253**
Воздух	**1,01**	—
Гелий	**5,29**	**−269**
Кислород	**0,913**	**−183**

* При нормальном давлении.
** При постоянном давлении.

8. КОЭФФИЦИЕНТ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ, мН/м (при 20 °C)

Вода	**73**	Ртуть	**490**
Глицерин	**66**	Спирт	**22**

9. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА СГОРАНИЯ ТОПЛИВА, МДж/кг

Авиационный бензин	48	Керосин	46
Бензин	46	Метан	55
Водород	12	Нефть	46
Дерево	10	Порох	3,8
Дрова (березовые, сухие)	13	Природный газ	34
Древесный уголь	34	Спирт	29
Каменный уголь	30		

10. ЗАВИСИМОСТЬ ДАВЛЕНИЯ p И ПЛОТНОСТИ ρ НАСЫЩЕННОГО ВОДЯНОГО ПАРА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

t, °C	p, кПа	r, г/м^3	t, °C	p, кПа	r, г/м^3	t, °C	p, кПа	ρ, г/м^3
−5	0,40	3,2	11	1,33	10,0	24	3,00	21,6
0	0,61	4,8	12	1,40	10,7	25	3,17	23,3
1	0,65	5,2	13	1,49	11,4	27	3,48	25,8
2	0,71	5,6	14	1,60	12,1	30	4,25	30,2
3	0,76	6,0	15	1,71	12,8	40	9,25	51,0
4	0,81	6,4	16	1,81	13,6	50	12,3	83,0
5	0,88	6,8	17	1,94	14,5	60	19,9	129,4
6	0,93	7,3	18	2,07	15,4	70	31,0	195,7
7	1,00	7,8	19	2,20	16,3	75	40,0	249,0
8	1,06	8,3	20	2,33	17,3	80	47,3	290,2
9	1,14	8,8	21	2,49	18,3	90	70,0	417,6
10	1,23	9,4	22	2,64	19,6	100	101,3	588,3

11. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОВОГО РАСШИРЕНИЯ (ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ)

Твердое тело	*Коэффициент линейного расширения,* α, 10^{-6} К$^{-1}$	*Жидкости*	*Коэффициент объемного расширения,* β, 10^{-4} К$^{-1}$
Алюминий	22,9	Цинк	26
Латунь	18,9	Бензин	9,5
Медь	16,7	Вода	2,1
Платина	8,5	Глицерин	5,0
Свинец	29	Керосин	10,0
Сталь (железо)	11	Нефть	10,0
Стекло обычное	8,5	Ртуть	1,8

12. ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ $\sigma_{пч}$ И МОДУЛЬ УПРУГОСТИ E

Вещество	$\sigma_{пч}$, МПа	E, МПа
Алюминий	100	70 000
Латунь	50	100 000
Сталь	500	210 000

13. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ε ВЕЩЕСТВА

Воздух	1,00058	Слюда	6
Вода	81	Стекло	7
Керосин	2	Текстолит	7
Масло	2,2	Фарфор	5
Парафин	2	Эбонит	3
Парафинированная бумага	27		

14. УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ r (при 20 °С) И ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ α МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

Вещество	$r, \times 10^{-8}$ Ом·м	α, К$^{-1}$	*Вещество*	$r, \times 10^{-8}$ Ом·м	α, К$^{-1}$
Алюминий	2,8	0,0045	Никелин	42	0,0001
Вольфрам	5,0	0,0048	Нихром	110	0,0001
Железо	9,8	0,0065	Свинец	19	0,0042
Золото	2	0,004	Серебро	1,5	0,004
Латунь	7,1	0,001	Сталь	12	0,006
Медь	1,7	0,0043			

15. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЙ ЭКВИВАЛЕНТ, мг/Кл

Алюминий (Al^{3+})	0,093	Натрий (Na^{+})	0,238
Водород (H^{+})	0,0104	Никель (Ni^{2+})	0,329
Железо (Fe^{3+})	0,193	Серебро (Ag^{+})	1,12
Кислород (O^{2-})	0,083	Хром (Cr^{3+})	0,18
Медь (Cu^{2+})	0,329	Цинк (Zn^{2+})	0,339

16. ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ *n*

Газ	*n*	*Жидкость*	*n*	*Твердое тело*	*n*
Азот	1,00030	Вода	1,33	Алмаз	2,42
Воздух	1,00029	Масло	1,5	Кварц	1,54
Сероводород	1,630	Масло коричное	1,60	Стекло (обычное)	1,50
		Скипидар	1,47	Флинглас	1,8

Примечание. Показатели преломления зависят от длины волны света и от разновидностей вещества. Поэтому приведенные значения n следует рассматривать условно, используя их только в том случае, если они не указаны в условии задачи.

17. РАБОТА ВЫХОДА *A* ЭЛЕКТРОНА ИЗ МЕТАЛЛА

Металл	A, эВ	A, 10^{-19} Дж	*Металл*	A, эВ	A, 10^{-19} Дж
Алюминий	3,74	5,98	Никель	4,84	7,74
Вольфрам	4,5	7,2	Платина	5,29	8,46
Калий	2,15	3,44	Серебро	4,28	6,85
Литий	2,39	3,82	Цезий	1,89	3,02
Медь	4,47	7,15	Цинк	3,74	5,98
Натрий	2,27	3,63	Оксид бария	0,99	1,58

18. ПЕРИОД ПОЛУРАСПАДА *T* РАДИОИЗОТОПОВ

Натрий	^{24}Na	14,8 ч	Углерод	^{11}C	20 мин
Полоний	^{210}Po	138,4 сут		^{14}C	5730 лет
Радий	^{219}Ra	10^{-3} с	Уран	^{234}U	$2,5 \cdot 10^5$ лет
	^{226}Ra	1600 лет		^{235}U	$1,7 \cdot 10^8$ лет
	^{230}Ra	1,5 ч		^{238}U	$4,5 \cdot 10^3$ лет
Радон	^{222}Rn	3,82 сут	Фосфор	^{32}P	14,3 сут
Торий	^{232}Th	$1,4 \cdot 10^{10}$ лет			

19. НАЗВАНИЯ И СИМВОЛЫ НЕКОТОРЫХ ЧАСТИЦ

Электрон $^{0}_{-1}e$

Позитрон $^{0}_{+1}e$

Протон — ядро водорода $p \equiv {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

Нейтрон $^{1}_{0}n$

Дейтрон — дейтерий — ядро тяжелого водорода $d \equiv D \equiv {}^{1}_{2}\mathrm{H}$

Тритий — ядро сверхтяжелого водорода $t \equiv T \equiv {}^{1}_{2}\mathrm{H}$

Альфа-частица — ядро гелия $\alpha \equiv {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

20. МАССА НЕЙТРАЛЬНОГО АТОМА ХИМИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Название элемента	*Атомный номер Z*	*Символ и массовое число атома*	*Масса атома,* а.е.м.
(Нейтрон)	0	n	1,008665
Водород	1	^{1}H	1,007825
		^{2}H	2,014102
		^{3}H	3,016049
Гелий	2	^{3}He	3,016029
		^{4}He	4,002603
Литий	3	^{6}Li	6,015123
		^{7}Li	7,016004
Бериллий	4	^{7}Be	7,016931
		^{8}Be	8,005308
		^{9}Be	9,012182
		^{10}Be	10,013542
Бор	5	^{10}B	10,012938
		^{11}B	11,009305
Углерод	6	^{11}C	11,011431
		^{12}C	12,000000
		^{13}C	13,003355
		^{14}C	14,003242
Азот	7	^{13}N	13,005739
		^{14}N	14,003074
		^{15}N	15,000109
Кислород	8	^{15}O	15,003072
		^{16}O	15,994915
		^{17}O	16,999131
Фтор	9	^{19}F	18,998403
Натрий	11	^{23}Na	22,989770
		^{24}Na	23,990967
Магний	12	^{23}Mg	22,994135
		^{24}Mg	23,985045
Алюминий	13	^{27}Al	26,981541
Фосфор	15	^{30}P	29,978320
		^{31}P	30,973763
Калий	19	^{40}K	39,962382
		^{41}K	40,961825
Кальций	20	^{40}Ca	39,962591
Железо	26	^{56}Fe	55,934939
Медь	29	^{63}Cu	62,906320
Кадмий	48	^{113}Cd	113,90544
Ртуть	80	^{200}Hg	109,99813
Свинец	82	^{206}Pb	205,97445
Полоний	84	^{210}Po	209,98286
Уран	92	^{235}U	235,04393
		^{238}U	238,05079
Плутоний	94	^{238}Pu	238,049522

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Глава 15. **Фотометрия**

Глава 16. **Элементы волновой оптики**

Глава 17. **Основы теории относительности**

Глава 18. **Квантово-оптические явления**

Часть 5. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Глава 19. **Атомная физика**

Глава 20. **Физика атомного ядра и элементарных частиц**

Учебное издание

Турчина Нина Васильевна

ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ

для поступающих в вузы

Редактор *Е. С. Гридасова*
Корректоры *М. А. Алексеева, В. Г. Овсянникова, Р. К. Сапожникова*
Технический редактор *Е. А. Вишнякова*

Оригинал-макет подготовлен *ООО «Бета-Фрейм»*

Подписано в печать 09.01.2008. Формат 84x108 $^1/_{32}$.
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная.
Усл. печ. л. 38,64. Тираж 5000 экз. Заказ №   .

Общероссийский классификатор продукции
ОК-005-93, том 2; 953005 — учебная литература

ООО «Издательство Оникс».
127422, Москва, ул. Тимирязевская, д. 38/25.
Почтовый адрес: 117418, Москва, а/я 26
Отдел реализации: тел. (499) 619-02-20, 610-02-50
Internet: www.onyx.ru; e-mail: mail@onyx.ru

ООО «Издательство «Мир и Образование».
Изд. лиц. ИД № 05088 от 18.06.2001.
109193, Москва, ул. 5-я Кожуховская, д. 13, стр. 1.
Тел./факс: (495) 120-51-47, 129-09-60, 742-43-54.
E-mail: mir-obrazovanie@onyx.ru

Издание осуществлено при техническом участии
ООО «Издательство АСТ»