

**Ф**ИЗИКА  
И **Т**ЕХНИКА  
СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

---

В.А. КИЗЕЛЬ

**ОТРАЖЕНИЕ  
СВЕТА**



---

В. А. КИЗЕЛЬ

ФИЗИКА И ТЕХНИКА  
СПЕКТРАЛЬНОГО  
АНАЛИЗА

(БИБЛИОТЕКА ИНЖЕНЕРА)

*Серия выпускается  
под общим руководством  
Комиссии по спектроскопии  
АН СССР*

ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1973

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1973

**Отражение света.** Кизель В. А. (Серия «Физика и техника спектрального анализа»), Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М., 1973.

В книге систематически изложена современная феноменологическая и микроскопическая теория отражения света различными средами. Особенно подробно анализируется на большом экспериментальном материале роль структуры поверхности, поверхностных состояний и возможность исследования структуры поверхности по отражению. Дается сопоставление различных методик измерения оптических констант по отражению.

Табл. 8, рис. 106, библиогр. 930 назв.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	7
Принятые обозначения . . . . .	11
Введение . . . . .	13
<b>Глава первая. Простейшая феноменологическая теория</b>	<b>22</b>
§ 1. Основы макроскопической теории . . . . .	22
§ 2. Область применимости теории . . . . .	25
§ 3. Отражение от прозрачных изотропных сред . . . . .	27
§ 4. Отражение от поглощающих изотропных сред . . . . .	42
§ 5. Отражение от анизотропных сред . . . . .	62
§ 6. Сравнение с экспериментом . . . . .	76
<b>Глава вторая. Конфигурация полей и направление движения энергии</b>	<b>81</b>
§ 7. Непоглощающие среды . . . . .	81
§ 8. Поглощающие среды . . . . .	88
§ 9. Ограниченные пучки и дифракционные явления . . . . .	98
<b>Глава третья. Молекулярная теория отражения света</b>	<b>106</b>
§ 10. Среда молекулярного строения вдали от резонансов . . . . .	106
§ 11. Дальнейшие уточнения . . . . .	114
§ 12. Экспериментальные следствия . . . . .	121
§ 13. Влияние теплового движения частиц; рассеяние на поверхности . . . . .	126
§ 14. Квантовомеханический расчет . . . . .	128
§ 15. Размеры области формирования отраженного пучка . . . . .	131
§ 16. Время установления поля при отражении и когерентность . . . . .	139
§ 17. Физические особенности диффузного отражения . . . . .	145
<b>Глава четвертая. Нелокальные и нелинейные эффекты</b>	<b>149</b>
§ 18. Отражение от сред, обладающих пространственной дисперсией . . . . .	149
§ 19. Отражение от нелинейных сред . . . . .	159
§ 20. Отражение от нелинейных сред, обладающих центром симметрии. Параметрические эффекты . . . . .	172
<b>Глава пятая. Отражение при наличии переходного слоя</b>	<b>177</b>
§ 21. Общие положения. Толстые слои . . . . .	177
§ 22. Отражение при наличии тонких поверхностных слоев . . . . .	186

Глава шестая. Влияние молекулярной структуры поверхности на отражение . . . . .	192
§ 23. Диэлектрические молекулярные кристаллы и жидкости . . . . .	192
§ 24. Проверка общих положений теории и сравнение с экспериментом . . . . .	198
§ 25. Явления отражения в области кристаллизации . . . . .	205
§ 26. Явления в растворах . . . . .	210
§ 27. Поверхностные состояния и отражение света от полупроводников . . . . .	215
§ 28. Отражение света от металлов . . . . .	223
§ 29. Воздействие внешних полей . . . . .	238
Глава седьмая. Применения явлений отражения . . . . .	246
§ 30. Определение оптических постоянных вещества по параметрам отраженного света . . . . .	246
§ 31. Эллипсометрия . . . . .	260
§ 32. Измерения на тонких слоях и пленках . . . . .	265
§ 33. Методы НРВО . . . . .	267
§ 34. Форма полосы отражения . . . . .	271
§ 35. Использование связей дисперсии и поглощения. Рефлексометры и эллипсометры . . . . .	289
§ 36. Параметры Стокса и метод расчетов. Точные формулы для определения $n$ и $k$ . . . . .	294
Приложения . . . . .	303
I. Свойства однородных плоских волн в изотропных средах . . . . .	303
II. Описание состояния поляризации плоской световой волны . . . . .	306
III. Свойства неоднородных волн . . . . .	309
IV. Волны в анизотропных средах . . . . .	314
V. Волны в средах, обладающих пространственной дисперсией . . . . .	318
Литература . . . . .	325

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Отражение света — явление, которое издавна широко используется в оптическом и общем приборостроении, а также в оплотехнике; оно лежит в основе оптической локации и необходимо в ОКГ. Отражение играет большую роль в ряде природных явлений. Исключительную важность приобретают открывшиеся к настоящему времени широкие перспективы применения отражения света для исследования состава и структуры вещества и происходящих в нем физических процессов; получить подобную информацию иными путями невозможно. Отсюда, естественно, понятен повышенный интерес к внутреннему механизму явления и бурный рост количества исследований в данной области.

По методике и технике отражательной спектроскопии в литературе имеются немногочисленные руководства. Но теоретические основы и подробности, особенно физический механизм явления, освещены далеко недостаточно, а имеющийся материал не собран воедино.

В настоящей работе делается попытка дать целостную физическую картину явления и описать физические основы его применения, в основном для исследования структуры вещества.

Здесь неизбежны две принципиальные трудности. Экспериментальная специфика, огромное число практических применений заставляют выделить рассмотрение явлений отражения в особую главу физической оптики. Однако поле отраженного света есть лишь часть всего электромагнитного поля, сложившегося в соприка-



сающихся средах по обе стороны границы раздела при прохождении через нее световой волны, и проанализировать формирование отраженной волны в отрыве от всего процесса в целом трудно, поэтому мы сочли необходимым дать о нем некоторые сведения.

Далее, основное внимание сосредоточивается на явлении отражения, выяснении связи параметров отраженного света со структурой вещества, объема приносимой светом информации и способах ее извлечения. Сама теория строения вещества и его оптических свойств, конечно, не может полно и последовательно быть изложена в данной работе; предполагается, что она читателю известна. Автору казалось все же необходимым дать некоторый минимум сведений, особенно по разделам, освещенным в литературе слабо. Неизбежно пришлось сделать это в несколько отрывочной и конспективной форме, причем сам отбор необходимого минимума сведений неоспорен и, несомненно, носит отпечаток научных интересов автора. Во всяком случае, автор считал полезным дополнить этот минимум некоторой библиографией по теории оптических свойств вещества. Даются минимальные сведения о свойствах конкретных веществ лишь для иллюстрации обсуждаемых положений.

Изложение отдельных работ по оптике конденсированных фаз также проводится лишь постольку и лишь в той мере, поскольку это необходимо для иллюстрации проблем механизма отражения и возможностей методики.

Автор ставил своей задачей не только дать представление о состоянии предмета в его современном виде, но и выявить и подчеркнуть нерешенные задачи, требующие дальнейших исследований.

При отборе материала учитывалось состояние имеющейся литературы; вопросам, достаточно освещенным в учебниках и руководствах, уделялось непропорцио-

нально мало места. В частности, геометрическая оптика отражающих систем и оптические приборы не затрагиваются вовсе. Поэтому те вопросы, которые в имеющейся литературе освещены недостаточно, заняли больше места в настоящей книге. Исторические аспекты вопроса и выяснение приоритетов автор не затрагивал. Не претендует на полноту и библиография, где в основном приводятся последние по времени работы. Систематический обзор доведен до начала 1971 г., на позднейшие работы даются лишь отдельные ссылки.

В соответствии с поставленной задачей чисто вычислительная сторона (несложная в данной области, но обычно громоздкая) отнесена на второй план; соответственно при изложении промежуточные вычисления, если они не дают принципиально важной информации, часто опускаются, причем даются надлежащие ссылки на оригинальные работы. Приняв эти принципы, автор в основном рассматривает более простое для расчетов зеркальное отражение; отражение от шероховатых поверхностей и дисперсных сред затрагивается весьма бегло и ограничивается выяснением принципиальных вопросов физического механизма; не вдаваясь в расчеты, автор ограничился ссылками на оригинальные работы.

Во многих расчетах, особенно для анизотропных и магнитных сред, по нашему мнению, неоспоримые преимущества имеют инвариантные методы. Мы весьма признательны Ф. И. Федорову за содействие в применении разработанных им методов.

Объем и поставленная перед книгой основная задача не позволили уделить должного места кристаллооптике — разделу, где вычислительная сторона составляет часто центр проблемы. Однако там, где математическая трактовка проблемы позволила выявить новые физические стороны явления, изложение ее оказалось неизбежным.

Чтобы сделать материал более доступным для работников смежных областей, в приложениях даны некоторые общие сведения из физической оптики, а также библиография по незатронутым вопросам.

Автор искренне признателен коллективу своих сотрудников, имена которых приводятся в книге; § 36 написан С. Г. Ильиной.

Автор глубоко признателен И. Н. Шкляревскому за внимательное прочтение рукописи и ряд ценных советов и благодарен Г. В. Розенбергу за просмотр книги.

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $E$  — напряженность электрического поля; напряженность поля в падающей волне;  
 $E_r$  — то же в отраженной волне;  
 $E_d$  — то же в преломленной волне;  
 $E_{\perp}, E_{\parallel}$  — компоненты, перпендикулярные и параллельные плоскости падения;  
 $\rho$  — отношение  $\frac{|E_{\parallel}|}{|E_{\perp}|}$ ;  
 $\Delta$  — разность фаз между  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$  или  $E_{r\parallel}$  и  $E_{r\perp}$ ;  
 $\Delta' = -\Delta$ ;  
 $\delta_{\perp}, \delta_{\parallel}$  — разность фаз между  $E_{r\perp}$  и  $E_{\perp}$  или  $E_{r\parallel}$  и  $E_{\parallel}$ ;  
 $E_0, E^0$  — комплексная амплитуда  $E$ ;  $E_0 = E' + iE'' = E^0$ ;  
 $H$  — напряженность магнитного поля;  
 $D$  — электрическая индукция;  
 $B$  — магнитная индукция;  
 $P$  — поляризация среды;  
 $S$  — вектор потока энергии;  
 $\langle S \rangle$  — то же, усредненный по периоду колебаний;  
 $\mathcal{E}, \mathcal{M}$  — соответственно электрическая и магнитная энергия поля;  
 $\langle \mathcal{E} \rangle, \langle \mathcal{M} \rangle$  — то же, усредненные по периоду колебаний;  
 $\omega$  — угловая частота;  
 $\omega_0, \omega_i, \omega_{nk}$  — собственные частоты среды или отдельных частиц;  
 $\lambda$  — длина волны;  
 $\lambda_0$  — то же в вакууме;  
 $v$  — скорость света (фазовая) в среде,  $v = c/n$ ;  
 $v_{гр}$  — групповая скорость;  
 $k$  — волновой вектор;  
 $m$  — вектор рефракции;  
 $s$  — волновая нормаль (в однородной волне);  
 $s_{\text{фаз}}$  — нормаль к поверхности равных фаз;  
 $s_{\text{ампл}}$  — нормаль к поверхности равных амплитуд;  
 $N$  — нормаль к поверхности раздела сред;  
 $R, r$  — радиусы-векторы;  
 $\varphi$  — угол падения;  
 $\psi, \psi'$  — угол преломления (вещественный);  
 $\chi$  — комплексный угол преломления;  
 $\Phi_{бр}$  — угол Брюстера;  
 $\Phi_{кр}$  — критический угол полного внутреннего отражения;  
 $\Phi_{гл}$  — главный угол;  
 $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ ;  
 $\mu$  — магнитная проницаемость;

$\sigma$  — проводимость;  
 $\beta$  — поляризуемость молекулы;  
 $n$  — показатель преломления (вещественный);  
 $\kappa$  — показатель поглощения;  
 $\nu$  — показатель преломления комплексный;  $\nu = n - i\kappa$ ;  
 $P$  — степень поляризации;  
 $C$  — циркулярность;

$R$  — Энергетический коэффициент отражения;  $R = \frac{\text{Re} \langle NS_r \rangle}{\text{Re} \langle NS \rangle}$ ;

$r$  — амплитудный коэффициент отражения;  $r = \frac{|E_r|}{|E|}$ ;

$Z$  — поверхностный импеданс;

$l, L$  — глубина проникновения поля в среду; толщина слоя;

$N$  — число Авогадро;

$N_1$  — число частиц в  $1 \text{ см}^3$ ;

$N_{\text{пр}}$  — число электронов проводимости в  $1 \text{ см}^3$ ;

$f_{\text{пк}}$  — сила осциллятора;

$d$  — постоянная решетки;

$m_{\text{эфф}}$  — эффективная масса;

$V_{\text{эл}}$  — скорость электронов;

$\tau$  — длительность релаксационного процесса;

$t$  — время;

$T^\circ$  — температура;

$T_{\text{крст}}$  — равновесная номинальная температура кристаллизации;

$T_{\text{затв}}$  — фактическая температура кристаллизации в рассматриваемом опыте или процессе;

$T_{\text{перех}}$  — температура фазового перехода, фазового превращения.

**Индексы.** Индексы  $1, 2$  (например  $E_1, E_2, \epsilon_1, \epsilon_2$ ) относятся соответственно к среде  $1$  (откуда приходит падающая волна и куда уходит отраженная) и к среде  $2$  (куда уходит преломленная волна); индексы  $r, d$  относятся соответственно к отраженной и преломленной волнам (например,  $D_r, D_d, k_r, k_d$ ); параметры падающей волны индексов не имеют. Индексы  $\parallel, \perp$  относятся соответственно к компонентам векторов, лежащим в плоскости падения и перпендикулярным к ней.

Оси  $X, Y$  лежат в отражающей плоскости, ось  $X$  — в плоскости падения. Ось  $Z$  перпендикулярна к поверхности и направлена в глубь среды  $2$  (по ходу луча).

Кристаллографические обозначения и обозначения групп симметрии даны по Шенфлису. Обозначения универсальных констант — стандартные.

Ссылки на литературу даны в квадратных скобках, ссылки на список общей литературы обозначены перед порядковым номером  $0$  (например, [022]); ссылки даны по стандарту ВИНТИ.

## ВВЕДЕНИЕ

Закон отражения света — исторически один из первых четко осознанных и сформулированных законов физики. Это естественно, ибо с явлением отражения человечество знакомо столько же времени, сколько существует само, и каждый из нас сталкивается с ним с момента нашего рождения. Не будет преувеличением сказать, что большую часть информации об окружающих нас предметах мы получаем по тому, как они отражают свет.

Сведения о явлении отражения света можно найти уже в египетских надписях, древних китайских трактатах и второй книге Моисея; закон отражения в его современной формулировке был известен еще Платону (430 г. до н. э.).

Часто говорят, что закон отражения — древнейший и простейший из всех законов оптики. Если первое утверждение не вызывает сомнений, то простота закона — лишь кажущаяся; более серьезный его анализ выявляет ряд сложных вопросов, не полностью разрешенных и по сей день. Детали явления, внутренний механизм его, как будет видно из дальнейшего, продолжают интенсивно изучаться и пересматриваться заново. Нарастающее число работ по этому вопросу в научных журналах говорит об интенсивности и актуальности этих исследований и появлении все новых результатов.

Экспериментальные и теоретические исследования идут по двум основным направлениям. С одной стороны, возросшие технические возможности позволяют исследовать те стороны явления и те детали его механизма, которые ранее были недоступны наблюдению. Получение небывало мощных световых потоков, например, позволяет изучать нелинейные оптические явления.

Повышение разрешения аппаратуры во времени дает возможность измерять или хотя бы оценивать время формирования отраженной волны, и т. д. Новые возможности эксперимента стимулируют также развитие более глубокой теории основ явления — тех глав теоретической оптики, которые раньше казались исчерпанными и тривиальными.

Другое направление заключается в применении отражения для исследования состава, свойств и структуры вещества.

До недавнего времени оптические характеристики вещества, необходимые для выяснения его свойств и структуры, определялись в основном по параметрам проходящего света. Между тем, свет, отраженный от вещества, несет в себе не меньшее, а зачастую большее, количество информации о свойствах этого вещества. Эта информация не идентична получаемой «на просвет», и часто удачно дополняет ее. Поэтому быстро растет интерес к исследованиям процессов отражения и связи параметров отраженного света со структурой вещества.

Металлооптика, как и молодая оптика полупроводников, уже давно строится на изучении отражения; в последнее время эти методы все чаще применяются к кристаллическим и аморфным диэлектрикам, особенно к кристаллам. Они позволяют решать задачи как раз в тех случаях, когда исследования пропускания невозможны или трудны. Многие результаты теории представляют интерес для оптики, радиофизики и диагностики плазмы.

Широко развиваются также применения отражения света в спектральном анализе.

Чрезвычайно ценно то, что отражение света позволяет получать информацию о структуре поверхностных слоев; такой информации другие методы дать не могут. Это делает явление отражения света интересным для широчайшего круга физических и физико-химических вопросов, в частности, для теории адсорбции, поверхностных и граничных явлений, катализа, теории растворов и физики критических явлений.

Особенно многообещающим оказывается, видимо, сочетание исследований отраженного света с электриче-

скими, магнитными и тепловыми воздействиями на вещество.

В наиболее общей и простой форме задача об отражении волн формулируется следующим образом. Имеются две полубесконечные среды (индексы 1 и 2), разделенные некоторой границей раздела. Из среды 1 на границу раздела падает некоторая волна заданного типа. Требуется определить волновое поле в среде 1, зная характеристики сред и границы раздела, или, зная характеристики среды 1 и границы и измерив поле в среде 1, определить характеристики среды 2.

Для решения задачи необходимо знать уравнение распространения волн в данных средах, задать определенные граничные условия для соответствующих величин и, сверх того, необходимо соблюдение так называемого условия излучения, в данном случае сводящегося к отсутствию источников бесконечной мощности и источников на бесконечности; решение должно иметь вид уходящей волны и в бесконечности стремиться к нулю не слабее  $1/r^1$ .

В частности, следует отметить, что рассматриваемые во многих задачах плоские, неограниченные в пространстве волны этому условию не удовлетворяют. В некоторых случаях их можно рассматривать как сферические, кривизной которых можно пренебречь. Во всех же случаях, когда анализируется энергетический баланс, необходимо рассматривать ограниченные пространственные пучки (ограниченный фронт волны), могущие быть разложенными на совокупность плоских неограниченных волн различных направлений, т. е. пучки конечной апертуры. Учет этого обстоятельства позволяет выявить ряд тонких эффектов, без этого ускользающих от внимания.

Аналогично, неограниченную во времени волну можно рассматривать лишь как грубое приближение. Монохроматическую волну нужно рассматривать как группу волн, занимающую пренебрежимо малую полосу

<sup>1)</sup> Математически это требование можно сформулировать в виде условия для амплитуд поля:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (Ar) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ r \left( \frac{\partial A}{\partial r} - ikA \right) \right\} = 0, \quad A = E, H.$$

частот, а насколько позволено такое приближение, следует рассматривать в каждой задаче особо.

Рассмотрение отражения ограниченной во времени волны, ее заднего и переднего фронтов также позволяет обнаружить некоторые новые детали процесса. Это особенно важно в реальной, диспергирующей среде. Здесь, в частности, понятие потока энергии вполне определено, тогда как понятие энергии монохроматического поля на единицу его объема в таких средах требует уточнений (ср., например, [027, 018, § 3]) и учета того обстоятельства, что идеально прозрачных сред без поглощения не существует. Особенно это относится к средам с пространственной дисперсией.

В такой постановке вопроса решаются задачи об отражении волн весьма разнообразной природы — радиоволн, оптических, рентгеновских, акустических и упругих, электронных и т. п.

При соблюдении некоторых общих физических условий могут быть получены как единообразные законы отражения, так и формулы для интенсивности отраженных волн типа известных формул Френеля.

В качестве примера таких условий укажем:

1) существование некоторых величин типа амплитуды (смещения), для которых имеет место принцип суперпозиции (аддитивности амплитуд, т. е. соответственные уравнения линейны);

2) одна из этих величин непрерывна на границе раздела;

3) энергия есть квадратичная функция этих величин;

4) амплитуда элементарных вторичных волн, возникающих в единице объема, пропорциональна амплитуде первичной падающей волны (вне зависимости от механизма рассеяния в данной точке).

Это перечисление показывает, что законы отражения и формулы типа Френеля скорее характеризуют общие свойства волнового процесса, нежели специфические свойства электромагнитного поля.

Вопросы общей теории волн и, в частности, их отражения, рассмотрены, например, в работах [07, 022, 023].

Прибегая к термину «отражение волн», следует иметь в виду, что это, строго говоря, термин приближе-

ния лучевой оптики (акустики и т. п.); соответственно и формулы Френеля есть формулы лучевой оптики. С точки зрения волновой оптики более адекватным и строгим термином была бы «дифракция волн на неоднородностях» (ибо поверхность раздела двух сред, по существу, — своего рода неоднородность). Во всяком случае, термин «отражение» может быть применен, строго говоря, только в тех случаях, когда размеры отражающих поверхностей очень велики по сравнению с длиной волны (или, иначе, длина волны пренебрежимо мала по сравнению с размерами объекта). При уменьшении этих размеров следует говорить о «поправках на дифракцию» (это, естественно, необходимо и при рассмотрении ограниченных пучков). По достижении некоторого предела термин «отражение» перестает быть применимым, и можно говорить лишь о дифракции на предмете (например, на капле тумана).

В неоднородных средах термин «отражение», строго говоря, применим только для сред, неоднородных лишь в одном измерении (слоистых), где роль дифракции несущественна. В дисперсных средах термин вполне условен — под отраженным излучением здесь следует понимать всю сумму волн, протифрагировавших на отдельных неоднородностях и уходящих от поверхности раздела в первую среду (верхнее полупространство).

В данной работе применяются следующие термины: *зеркальное отражение от гладкой поверхности*, где радиус кривизны  $r$  при переходе вдоль поверхности на расстояние порядка  $\lambda$  меняется на  $\Delta r \ll \lambda$  (прилагательное «зеркальный» опускается там, где это не приводит к недоразумениям), и *диффузное отражение от шероховатой поверхности* ( $\Delta r \sim \lambda$ ) и *дисперсной среды*. Термины *рассеивающая поверхность* и *рассеяние на поверхности* применяются лишь к молекулярному рассеянию.

В данной работе будет рассматриваться строгое решение для конкретного частного случая электромагнитных волн, причем (если не оговорено иное) для оптического диапазона.

Последнее ограничение, в частности, ведет к обычному в оптике неявному предположению о том, что наличие среды 2 и границы раздела практически не

вливают (во всяком случае, на достаточно большом расстоянии от границы) на падающую волну и на источник излучения. Иными словами, источник предполагается удаленным от поверхности раздела на расстояние, большее по сравнению с длиной волны и с длиной когерентности. Кроме того, в данной задаче, как и во всех других оптических задачах, должна быть учтена общая специфика оптических явлений.

Оптическая область шкалы электромагнитных волн, как известно, отличается тем, что здесь частоты колебаний близки к собственным частотам атомно-молекулярных систем, а длины волн существенно превосходят микроскопические характерные для среды размеры (например, межмолекулярные расстояния, постоянные решетки, длины пробегов электронов), но все же сравнимы с ними. В связи с этим в оптике первостепенную роль играет частотная дисперсия и сравнительно малую — пространственная. Вторая особенность оптической области заключается в категорической необходимости учитывать статистический характер оптического излучения и происхождение отсюда обстоятельства. Наконец, следует отметить, что в оптическом диапазоне нелинейные эффекты наблюдаются лишь при особо высоких мощностях световых потоков и, по большей части, невелики.

Весьма широкий круг вопросов отражения разрешается феноменологической макроскопической теорией. Микроскопическая теория позволяет рассмотреть механизм процессов и за пределами пригодности этого подхода, она раскрывает физический смысл введенных формально параметров, позволяет учесть отличительный для оптики статистический характер излучения отдельных оптических источников и статистику их движения в среде (флуктуации и т. п.). Вместе с тем, микроскопический подход по существу снимает упомянутые выше терминологические трудности.

Существуют различные виды элементарных актов взаимодействия электромагнитного излучения с веществом; в явлении отражения света (как зеркального, так и диффузного) фактически приходится иметь дело лишь с одним из них — когерентным несмещенным (рэлеевским) рассеянием на атомно-молекулярных системах (двухфотонным процессом, рассматриваемым во втором

приближении теории возмущений атома приходящим излучением, см. например, [021] <sup>1)</sup>). Явления спонтанного излучения, обычной нерезонансной и смещенной люминесценции, комбинационного рассеяния и других некогерентных видов излучения, а также вынужденного излучения, в формировании отраженной волны участия не принимают.

Пользуясь языком классических волновых представлений, можно сказать, что в данном процессе частицы вещества совершают под действием первичной падающей волны вынужденные колебания и вследствие этого испускают вторичное (когерентное с первичным <sup>2)</sup>) излучение. Сложение элементарных вторичных волн микроизлучателей в зависимости от ситуации (гладкость или шероховатость поверхности, наличие динамических, например, флуктуации, или статических неоднородностей) приводит к зеркальному отражению, дифракции, молекулярному рассеянию или диффузному отражению («рассеяние на шероховатостях и неоднородностях» — термин, применяемый иногда в макроскопическом смысле).

Законы отражения и формулы Френеля (или уточненные формулы, являющиеся их обобщениями) позволяют рассчитать параметры отраженного света по нескольким макроскопическим, феноменологическим параметрам среды  $\epsilon$ . Однако для понимания механизма явления и прежде всего энергетического баланса необходимо выяснить физическую сущность процессов в отражающей среде.

При отражении света от прозрачной среды суммарная энергия электромагнитного поля остается неизмен-

<sup>1)</sup> Если падающая волна занимает спектральный участок порядка радиационной ширины, то в непосредственной близости от резонансов среды возникает дополнительная резонансная когерентная флуоресценция; практически подобные ситуации при отражении встречаются весьма редко. Некоторые сведения об этом см. в § 14.

<sup>2)</sup> В несмещенном рэлеевском рассеянии, согласно квантовой электродинамике, может быть некогерентная компонента в результате переходов между взаимно вырожденными состояниями, входящими в основные (невозбужденные) состояния; в классической теории аналога она не имеет. Роль этой компоненты в отражении незначительна и встречается она редко. Для молекулярных систем теорема Яна — Теллера ее исключает.

ной, меняется лишь его конфигурация (направление распространения).

Однако уже в этом случае происходят промежуточные процессы преобразования энергии. Энергия падающей волны превращается (частично) в энергию вынужденных колебаний частиц среды. Эти колебания порождают вторичные волны (происходит когерентное<sup>1)</sup> неместенное рэлеевское рассеяние в среде).

Сложение падающей волны со вторичными волнами создает отраженные и преломленные волны. Из элементарного опыта ясно, что эти процессы разыгрываются в каком-то очень тонком слое вблизи границы раздела.

Еще сложнее процесс в поглощающих средах. Так, в хорошо проводящем металле падающая волна поглощается практически полностью в тонком (порядка 100 Å) слое; энергия ее превращается в основном в энергию движения электронной плазмы. Движущиеся электроны излучают, в результате чего формируется отраженная волна, уносящая до 99% и более первоначально поглощенной энергии; лишь малая доля уходит на «разогрев» решетки металла.

Таким образом, в отражающей среде имеется определенный запас энергии. Эта энергия доставляется в процессе установления и формирования отраженного поля, а в стационарном состоянии лишь поддерживается определенным потоком энергии из среды 1 (в конечном счете, очевидно, из падающей волны). Запас этот в среде 2 может быть значительным, даже при полном внутреннем отражении в среду 1 и отражении от «хороших» металлов, достигающем 98—99%. Это же происходит, конечно, и в неоднородных, например, мутных и дисперсных средах, где время установления поля может быть значительным из-за большой глубины пробега фотонов, формирующих отраженный свет за счет многократного рассеяния («пленение излучения» — процесс некогерентный и здесь не обсуждается).

<sup>1)</sup> Предполагается, что некогерентные процессы в среде 2, могущие сопутствовать явлению отражения и преломления, отбирать энергию из прошедшего пучка и частично вносить ее в направлении отраженного пучка (комбинационное рассеяние, люминесценция и т. п.), отсутствуют; здесь эти процессы не рассматриваются.

Кардинально важным вопросом теории и практики явления отражения оказывается роль поверхности. Этот вопрос (ограничиваясь зеркально гладкой поверхностью) рассматривается в двух аспектах:

1. Как будет видно в дальнейшем, на параметры отраженного света влияют тончайшие (вплоть до мономолекулярных) поверхностные слои и их особенности. Поэтому при исследовании отражения удастся выявить особенности структуры поверхности чистого вещества, расположение и ориентацию частиц в 1—2 приповерхностных слоях, роль поверхностных уровней и состояний, поверхностных экситонов и плазмонов, поляритонов, ход скин-эффекта и т. д., а также подробности и кинетику процессов адсорбции, окисления и т. п.

2. Подобная чувствительность при исследовании свойств вещества в объеме создает огромные экспериментальные и теоретические трудности. Для точности измерений необходимы исключительно тщательная химическая очистка поверхности и тщательное устранение дефектов и нарушений структуры, вызванных обработкой. Если для некоторых случаев (жидкости, металлы) такие способы, хотя и трудные, все же разработаны, то в ряде случаев эта проблема еще не решена. Если даже приняты все необходимые меры предосторожности, все же для суждения о свойствах вещества в объеме по результатам измерений отражения необходимо иметь надежную теорию, связывающую свойства поверхности и толщи, или уточнить эту связь независимыми экспериментами.



Граничные условия можно задать в виде

$$[\mathbf{E}_1\mathbf{N}] = [\mathbf{E}_2\mathbf{N}], \quad (1.3)$$

$$[\mathbf{H}_1\mathbf{N}] = [\mathbf{H}_2\mathbf{N}], \quad (1.4)$$

$$\mathbf{D}_1\mathbf{N} = \mathbf{D}_2\mathbf{N}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B}_1\mathbf{N} = \mathbf{B}_2\mathbf{N}. \quad (1.6)$$

Поле отраженного и преломленного света в первом приближении (см. ниже) можно представить в виде суперпозиции плоских волн

отраженных

$$\mathbf{E}_r^{(1)} = \mathbf{E}_{0r}^{(1)} e^{i(\omega_r^{(1)}t - \mathbf{k}_r^{(1)}\mathbf{r})}, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{E}_r^{(2)} = \mathbf{E}_{0r}^{(2)} e^{i(\omega_r^{(2)}t - \mathbf{k}_r^{(2)}\mathbf{r})},$$

...

и преломленных

$$\mathbf{E}_d^{(1)} = \mathbf{E}_{0d}^{(1)} e^{i(\omega_d^{(1)}t - \mathbf{k}_d^{(1)}\mathbf{r})}, \quad (1.8)$$

$$\mathbf{E}_d^{(2)} = \mathbf{E}_{0d}^{(2)} e^{i(\omega_d^{(2)}t - \mathbf{k}_d^{(2)}\mathbf{r})},$$

...

Выражения для  $\mathbf{H}$  аналогичны.

Подставляя (1.7) и (1.8) в (1.3), получаем, что для удовлетворения этих условий на всей поверхности раздела ( $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ ) фазы всех волн (1.1), (1.7) и (1.8) должны равняться друг другу с точностью до  $\pm i\pi$ , т. е. до знака. Отсюда

$$\omega = \omega_r^{(1)} = \omega_r^{(2)} = \dots = \omega_d^{(1)} = \omega_d^{(2)} = \dots \quad (1.9)$$

и

$$\mathbf{k}\mathbf{R} = \mathbf{k}_r^{(1)}\mathbf{R} = \mathbf{k}_r^{(2)}\mathbf{R} = \dots = \mathbf{k}_d^{(1)}\mathbf{R} = \mathbf{k}_d^{(2)}\mathbf{R} = \dots, \quad (1.10)$$

это значит при учете (1.2), что

$$[\mathbf{k}_r^{(i)} - \mathbf{k}, \mathbf{N}] = 0, \quad (1.10a)$$

$$[\mathbf{k}_d^{(i)} - \mathbf{k}, \mathbf{N}] = 0,$$

и иначе (опять-таки с точностью до знака):

$$[\mathbf{k}\mathbf{N}] = [\mathbf{k}_r^{(i)}\mathbf{N}] = [\mathbf{k}_d^{(i)}\mathbf{N}] = \mathbf{a}, \quad (1.11)$$

где  $\mathbf{a}$  — некоторый постоянный вектор.

## ГЛАВА ПЕРВАЯ

### ПРОСТЕЙШАЯ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

#### § 1. Основы макроскопической теории

Формулы, описывающие отражение света в первом приближении, получаются в феноменологической макроскопической линейной электродинамике для случая отражения неограниченной плоской монохроматической волны от гладкой неподвижной границы раздела двух полубесконечных сред при соблюдении условия излучения и в предположении наличия локальных связей между напряженностями поля и индукциями.

Наиболее простым является решение в том случае, когда обе среды можно считать идеально однородными, а границу раздела — геометрической плоскостью. Вопрос о том, насколько позволительно применение таких упрощений и их границах обсуждается в дальнейшем.

Пусть на плоскость раздела из среды 1 падает волна вида

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\theta}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\theta}, \quad \theta = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{E}_0$ ,  $\mathbf{H}_0$  — комплексные векторы, не зависящие от  $\mathbf{r}$  и  $t$ ;  $\theta$  — фаза;  $\mathbf{k}$  — волновой вектор (вообще говоря, комплексный).

Пусть плоскость раздела описывается уравнением

$$\mathbf{R}\mathbf{N} = 0, \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор, лежащий в описываемой плоскости;  $\mathbf{N}$  — единичный вектор нормали к поверхности, направленный в среду 2.

Формула (1.11) дает общий закон отражения и преломления. Из нее следует, что все векторы  $k_e^{(i)}$  лежат в параллельных плоскостях, определяемых уравнениями  $aR=0$  и могущих быть названными *плоскостями* соответственно *падения* (плоскость  $N, k$ ), *отражения* ( $N, k_r^{(i)}$ ) и *преломления* ( $N, k_d^{(i)}$ ).

Для амплитуд соответственно получим следующие условия:

$$[E_0 + E_{0r}^{(1)} + E_{0r}^{(2)} + \dots - E_{0d}^{(1)} - E_{0d}^{(2)} - \dots, N] = 0, \quad (1.12)$$

$$[H_0 + H_{0r}^{(1)} + H_{0r}^{(2)} + \dots - H_{0d}^{(1)} - H_{0d}^{(2)} + \dots, N] = 0, \quad (1.13)$$

$$(D_0 + D_{0r}^{(1)} + \dots - D_{0d}^{(1)} - \dots, N) = 0, \quad (1.14)$$

$$(B_0 + B_{0r}^{(1)} + \dots - B_{0d}^{(1)} - \dots, N) = 0. \quad (1.15)$$

Для нахождения числа волн и значений  $E_r$  и  $k_r$  необходима уже конкретизация свойств сред.

Следует отметить, что если среда  $I$  — поглощающая, и следовательно, волна (1.1) неоднородна, то предыдущее решение не вполне корректно; задание волны в виде (1.1) в полубесконечной среде в этом случае нельзя согласовать с условием излучения. Поэтому подобная постановка задачи допустима при условии, что среда  $I$  ограничена снаружи некоторой поверхностью, достаточно далеко отстоящей от рассматриваемой границы раздела сред  $I$  и  $2$ , падающая волна входит в среду  $I$  снаружи через эту поверхность и достигает поверхности раздела или же, с известными оговорками, когда среда  $I$  — самосветящаяся (например, раскаленный кусок металла).

Произвол в знаке волнового вектора в (1.10) и (1.11) связан с выбором знака фазы в (1.7) и (1.8); этот выбор определяется некоторым соглашением (см. ниже). Для волн в поглощающей среде необходимо, чтобы амплитуда по мере распространения убывала. Поэтому выбор знака плюс в экспонентах (1.1)—(1.7) и (1.8) влечет за собой выбор соответствующего знака минус в выражении  $k$ :

$$k = k' - ik''$$

(см. приложение III)<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Этот выбор знаков определен «соглашением», принятым в дискуссии в работе [1].

Ограничение монохроматическим полем означает, что компоненты поля разных частот считаются независимыми, а уравнения — линейными.

## § 2. Область применимости теории

Лежащее в основе вывода формул (1.11)—(1.15) предположение, что поле у поверхности может быть разложено на падающую, отраженную и преломленную волны и что эти волны имеют вид (1.7) и (1.8), не всегда справедливо.

А. Для анизотропных однородных сред можно указать случаи, когда уравнения Максвелла удовлетворяются только решениями вида

$$E = (E_0^{(1)} e^{-ikr} + E_0^{(2)} k r e^{-ikr}) e^{i\omega t}, \quad (2.1)$$

для которых имеют место особые законы распространения и, в частности, отражения. Экспериментально подобные волны пока не обнаруживались и не исследовались. Они, очевидно, могут иметь место только в непосредственной близости от поверхности раздела, в частности, при падении плоской волны на поверхность анизотропной среды. Об условиях их появления см. [2, 3].

Б. Если рассматривается отражение ограниченного падающего пучка или отражение плоской волны телом конечных размеров, следует учесть, что теория пригодна лишь в приближении лучевой оптики, так как не учитывает явлений дифракции.

Ограниченный пучок, как известно, может быть изображен в виде фурье-разложения по неограниченным плоским волнам разных направлений с разными  $k$ ; подобный пучок обладает, вообще говоря, определенной внутренней структурой, со спадом интенсивностей по краям, и закон отражения его более сложен; он рассматривается в § 9.

Рассмотрение отражения ограниченных пучков выявляет также то обстоятельство, что разделение поля на падающую и отраженную волны из-за явлений дифракции становится невозможным в области больших значений угла падения  $\varphi$ , близких к скользящему.

В. А. Фок [4] получил общие формулы, включающие как закон отражения, так и закон дифракции. Эти формулы рассматривают отражение негеоцентричного ограниченного пучка при больших углах падения от тела конечных размеров. Для лучей 1—4 на рис. 1 формулы практически переходят в формулы Френеля, за границей

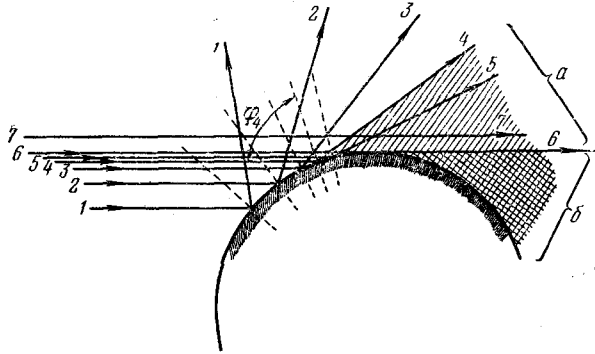


Рис. 1. Отражение одной компоненты пучка от тела конечных размеров.

тени (в области б) они дают спад интенсивности, описываемый обычными формулами дифракции, а в области а — промежуточную картину. Значение  $\varphi_4$ , при котором становятся заметными отступления от формул Френеля, зависит от формы и материала тела<sup>1)</sup>. Отметим, что для  $\lambda \approx 100\text{--}150 \text{ \AA}$ , т. е. в области, где обычно работают с большими  $\varphi$ , при угле  $\varphi = 88^\circ$ , формулы Френеля еще пригодны [5].

Макроскопическое описание вообще непригодно, если  $\lambda$  приближается к микроскопически характерному для среды размеру, например, постоянной решетки  $d$ . Подробности теории отражения рентгеновских лучей, для которых  $\lambda \approx d$ , см. в работах [6—8].

В. Очевидно, что в приведенном выводе все описание структуры поверхности раздела и процессов на ней

<sup>1)</sup> Затруднения в разграничении падающей и отраженной волн возникнут и при анализе отражения в поглощающую среду (см. стр. 92 и след.).

заложено в граничных условиях (1.3)—(1.6); поэтому эти условия должны быть рассмотрены и уточнены в отдельных конкретных случаях, например, для учета нелокальных взаимодействий или дискретной (молекулярной) структуры поверхности (в условиях (1.3)—(1.6) предполагается отсутствие поверхностных токов, см. стр. 120).

### § 3. Отражение от прозрачных изотропных сред

Если среда 1 прозрачна и изотропна, решение задачи наиболее просто.

В этом случае дисперсионное уравнение, как известно (см. приложение I), имеет вид

$$k_r^2 = k^2, \quad (3.1)$$

$$k = \frac{\omega}{c} ns = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} s.$$

Тогда, определяя  $k_r$  из (1.11), умножая (1.11) векторно на  $\mathbf{N}$ , имеем

$$[\mathbf{N}[k_r \mathbf{N}]] = [\mathbf{N}a] = k_r - (k_r \mathbf{N}) \mathbf{N}, \quad (3.2)$$

$$k_r^2 = [\mathbf{N}a]^2 + (k_r \mathbf{N})^2 = a^2 + (k_r \mathbf{N})^2; \quad (3.3)$$

аналогично для  $k$  и

$$(k_r \mathbf{N})^2 = k_r^2 - a^2 = k^2 - a^2 = (k \mathbf{N})^2, \quad (3.4)$$

$$k_r \mathbf{N} = \pm k \mathbf{N},$$

т. е.

$$k_r = k, \quad (3.4a)$$

или

$$k_r \mathbf{N} = -k \mathbf{N}. \quad (3.5)$$

Первое решение соответствует падающей волне, второе, (3.5), — единственно возможной отраженной.

Из (1.11) следует

$$n \sin \varphi = n_r \sin \varphi_r, \quad (3.6)$$

где

$$n_r = n; \quad \varphi_r = \widehat{k_r \mathbf{N}},$$

а из (3.5) —

$$\varphi_r = \pi - \varphi. \quad (3.7)$$

При отражении в прозрачную изотропную среду, очевидно, возникает одна и только одна отраженная

волна; волновой вектор определяется однозначно, независимо от свойств отражающей среды.

Для определения волнового вектора прошедшей волны необходима дальнейшая конкретизация свойств отражающей среды. Если среда 2 прозрачна и изотропна, то, аналогично (3.1)–(3.4),

$$[N[k_d N]] = [Na] = k_d - (k_d N) N, \quad (3.8)$$

$$k_d^2 = a^2 + (k_d N)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n_2^2, \quad (3.9)$$

$$k_d N = \pm \sqrt{k_d^2 - a^2} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} n_2^2 - [kN]^2} = \pm \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varphi}; \quad (3.10)$$

если  $n_{21} \equiv \frac{n_2}{n_1} \geq \sin \varphi$ , то  $k_d$  вещественно.

Выбирая перед корнем знак «+», получим волну в среде 1; следовательно, в среде 2 имеется только одна

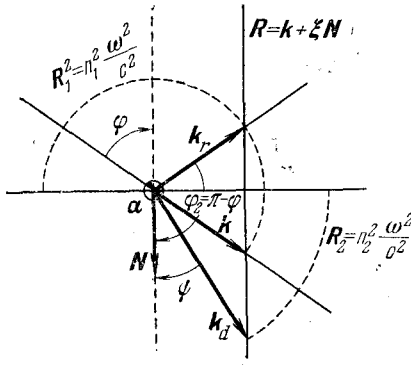


Рис. 2. Расположение волновых векторов для прозрачных сред.

волна (знак «-»);  $k_d = \frac{\omega}{c} n_2 s_d$ . Из (1.11) следует

$$n_2 \sin \psi = n_1 \sin \varphi, \quad (3.11)$$

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}, \quad (3.12)$$

где  $\psi = \widehat{k_d N} = \widehat{s_d N}$  (рис. 2).

На рис. 2 видно, что концы всех векторов  $k$  лежат на одной прямой, параллельной  $N$ ; это следует из (1.10а).

Угол, при котором  $n_{21} = \sin \varphi$ , носит название *критического*,  $\varphi_{кр}$ .

Если  $n_{21} < \sin \varphi$ ,  $(k_d N)$  будет чисто мнимой величиной, то

$$k_d^2 = k_d' - ik_d'',$$

т. е. волны будут неоднородными; откуда

$$k_d'^2 - k_d''^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n_2^2, \quad k_d' k_d'' = 0 \quad (3.13)$$

(ибо для среды 2  $n_2$  вещественно,  $n_2^2 = \varepsilon_2 \mu_2$ ). Опять-таки решение однозначно, так как выбор знака «+» в (3.10) в этом случае диктуется принципом излучения — требованием, чтобы рассматриваемая волна была уходящей, т. е.  $(k_d N)$  должно быть больше нуля [при нашем выборе знаков в (1.11)].

Необходимо иметь в виду, что принцип излучения, в той форме, как он применяется здесь, строго говоря, относится к направлениям скорости групповой, в тексте же рассматриваются скорости фазовые. отождествление их допустимо лишь в данном приближении (мономатические волны, отсутствие дисперсии). От границы должна быть направлена групповая скорость; фазовая же может быть направлена и к границе. (В принципе возможны случаи, когда эти скорости имеют разные знаки [9] <sup>1)</sup>.) Поэтому в общем случае эти утверждения должны быть уточнены; дискуссию см. в работе [9а].

Для определения амплитуды отраженной волны, как видно из (1.11), необходима дальнейшая конкретизация свойств отражающей среды. Наиболее просто решение для случая прозрачных изотропных немагнитных сред. В этом случае граничные условия (1.3)–(1.6) имеют вид

$$[E + E_r - E_d, N] = 0, \quad (3.14)$$

$$[H + H_r - H_d, N] = 0, \quad (3.15)$$

$$(H + H_r - H_d, N) = 0; \quad (3.16)$$

<sup>1)</sup> В работе [10] отмечено, что групповая скорость может оказаться отрицательной, например, при возникновении тормозного излучения в поглощающей среде.

из (3.15) и (3.16) следует

$$\mathbf{H} + \mathbf{H}_r - \mathbf{H}_d = 0. \quad (3.17)$$

Для плоских волн вместо (3.17) имеем

$$[\mathbf{k}\mathbf{E}] + [\mathbf{k}_r\mathbf{E}_r] - [\mathbf{k}_d\mathbf{E}_d] = 0. \quad (3.18)$$

Разлагая  $E_i$  на компоненты [015] и учитывая (1.9) и (1.10), будем иметь:

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}|\mathbf{E} &= E_{\perp}\mathbf{a} + E_{\parallel}[\mathbf{s}\mathbf{a}], \\ |\mathbf{a}|\mathbf{E}_r &= E_{r\perp}\mathbf{a} + E_{r\parallel}[\mathbf{s}_r\mathbf{a}], \\ |\mathbf{a}|\mathbf{E}_d &= E_{d\perp}\mathbf{a} + E_{d\parallel}[\mathbf{s}_d\mathbf{a}]; \end{aligned} \quad (3.19)$$

отсюда, умножая (3.18) на  $\mathbf{k}_r$  и  $\mathbf{k}_d$  и пользуясь (3.14) — (3.17), получим

$$\frac{E_{\perp}}{a[\mathbf{k}_r\mathbf{k}_d]} = \frac{E_{r\perp}}{a[\mathbf{k}_d\mathbf{k}]} = \frac{-E_{d\perp}}{a[\mathbf{k}\mathbf{k}_r]}, \quad (3.20)$$

$$\frac{E_{\parallel}/E_{\perp}}{s_d s_d} = \frac{-E_{r\parallel}/E_{r\perp}}{s_r s_d} = \frac{E_{d\parallel}/E_{d\perp}}{s_d s_d}. \quad (3.21)$$

Видно, что амплитуда отраженной волны, в отличие от волнового вектора ее, зависит от свойств среды 2.

Переходя от векторных выражений к формулам с явно входящими углами падения и преломления, после небольших вычислений получим известные формулы Френеля:

$$\begin{aligned} \frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} &= -\frac{n_2 \cos \psi - n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)} = \\ &= \frac{\cos \varphi - (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} &= -\frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos \psi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi} = -\frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} = \\ &= -\frac{n_{21}^2 \cos \varphi - (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{n_{21}^2 \cos \varphi + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (3.23)$$

где  $n_i = \sqrt{\varepsilon_i}$ ;  $n_{21} = n_2/n_1$ .

Для нормального падения формулы (3.20) и (3.21) становятся неопределенными; из (3.14) — (3.17) легко получить

$$E_r = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} E. \quad (3.24)$$

Значения для амплитуд магнитного поля легко получить из известных соотношений

$$\sqrt{\varepsilon} |\mathbf{E}| = \sqrt{\mu} |\mathbf{H}|,$$

а направление выбирается так, чтобы обход от вектора  $\mathbf{E}$  к  $\mathbf{H}$  и затем к  $\mathbf{k}$  был правым. Здесь для компонент  $E_{\perp}$ ,  $H_{\parallel}$

$$\sqrt{\varepsilon} |E_{\perp}| = \sqrt{\mu} |H_{\parallel}|,$$

и для компонент  $E_{\parallel}$ ,  $H_{\perp}$

$$\sqrt{\varepsilon} |E_{\parallel}| = \sqrt{\mu} |H_{\perp}|.$$

Вопрос о выборе знаков перед отношениями в правых частях (3.20) и (3.21) и необходимых здесь соглашениях многократно дискутировался [07, 014, 11—16]; имеющийся здесь произвол обусловлен отмеченным выше произволом в выборе фаз, удовлетворяющих уравнениям Максвелла и граничным условиям — приравнованием фаз в (1.3) с точностью до  $\pm i\pi$ . Если потребовать, чтобы системы координат (тройки ортов для вектора  $\mathbf{E}$ ) и в падающей, и в отраженной волнах были правыми, то знаки в (3.22) и (3.23) должны быть одинаковы; выбор в обеих формулах знаков «+» или «-» остается произвольным. Однако в литературе нет единообразия (ср. обзор [16]); в ряде монографий, например, [03, 08] в (3.22) выбран знак «-», а в (3.23) знак «+», в некоторых же, например [04] — поступают наоборот. В [07, 013, 11, 17] приняты знаки «+». В отечественной литературе по металлооптике [014, 12] приняты знаки «-» в обеих формулах. Такой же выбор сделан в работе [011] и в известном курсе лекций Фейнмана; принят он и в настоящей книге.

При анализе энергетических соотношений выбор знака безразличен; он существен для поляризации и фаз, причем одинаковые знаки технически удобнее.

Сделанный нами выбор знаков и направлений соответствует при нормальном падении на более плотную среду «отражению с потерей полволны», а на менее плотную среду — «без потери полволны» (см. ниже).

Для магнитных сред формулы несколько усложняются, и вместо (3.22) и (3.23) получается

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = -\frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \psi - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \varphi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \psi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \varphi} = -\frac{\mu_1 \operatorname{tg} \varphi - \mu_2 \operatorname{tg} \psi}{\mu_1 \operatorname{tg} \varphi + \mu_2 \operatorname{tg} \psi}, \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} &= -\frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \varphi - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \psi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \varphi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \psi} = \\ &= -\frac{\mu_1 \sin \varphi \cos \varphi - \mu_2 \sin \psi \cos \psi}{\mu_1 \sin \varphi \cos \varphi + \mu_2 \sin \psi \cos \psi}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Формулы для амплитуд преломленных лучей имеют

$$\begin{aligned} \text{ВИД} \\ \frac{E_{d\perp}}{E_{\perp}} &= \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi} = \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)} = \\ &= \frac{2 \cos \varphi}{\cos \varphi + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{d\parallel}}{E_{\parallel}} &= \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi} = \frac{2 \cos \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)} = \\ &= \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_{21}^2 \cos \varphi + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

а для магнитных сред

$$\frac{E_{d\perp}}{E_{\perp}} = \frac{2 \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \varphi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \psi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \varphi} = \frac{2\mu_2 \sin \psi \cos \varphi}{\mu_1 \sin \varphi \cos \psi + \mu_2 \sin \psi \cos \varphi}, \quad (3.29)$$

$$\frac{E_{d\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{2 \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \varphi}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \varphi + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \psi} = \frac{2\mu_2 \cos \varphi \sin \psi}{\mu_2 \sin \psi \cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi \cos \psi}. \quad (3.30)$$

Зависимости  $r_i = \frac{|E_{ri}|}{|E_i|}$  и  $R_i = \frac{|E_{ri}|^2}{|E_i|^2}$  для некоторых случаев показаны на рис. 3—4.

На рис. 5 приведены зависимости энергетических коэффициентов отражения в вакуум от угла падения  $\varphi$  ( $n_{21}=n$ ). а) при  $n=0,5, \kappa=0, 0,2, 0,4, 0,5, 0,8, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ; б) при  $n=1, 0, \kappa=1, 2, 3, 4, 5, 6$ , в) при  $n=1,5$ ;

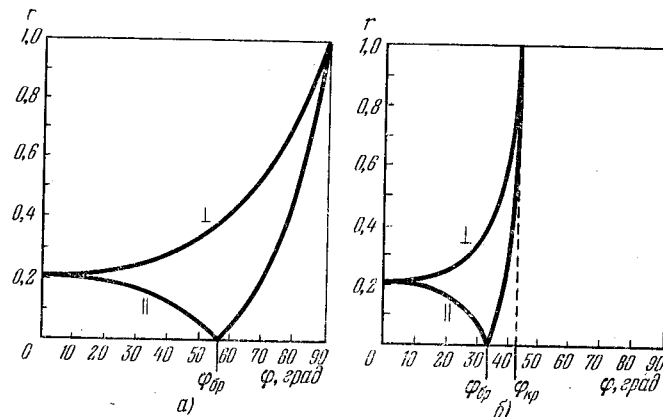


Рис. 3. Зависимость амплитудных коэффициентов отражения  $r$  от угла падения  $\varphi$  для прозрачных сред.

а)  $n_1 < n_2$ ; б)  $n_1 > n_2$ ; показаны углы Брюстера  $\varphi_{бр}$  и критический  $\varphi_{кр}$ .

в) при  $n=2,0$ ; д) при  $n=2,5$ ; е) при  $n=3,0$ ; ж) при  $n=3,5$ ; з) при  $n=4,0$ ; на рис. в) — з)  $\kappa=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Анализ простейших формул (3.22) и (3.23) приводит к следующим выводам о физической стороне процесса.

Фазовые соотношения

1)  $n_1 < n_2, \pi/2 > \varphi - \psi > 0, \sin(\varphi - \psi) > 0, \operatorname{tg}(\varphi - \psi) > 0$ : если  $\pi/2 > \varphi + \psi$ , то  $\sin(\varphi + \psi) > 0, \operatorname{tg}(\varphi + \psi) > 0$ , если  $\pi/2 < \varphi + \psi$ , то  $\sin(\varphi + \psi) > 0, \operatorname{tg}(\varphi + \psi) < 0$ .

Требование к системам координат, сформулированное выше, приводит, таким образом, к расположению векторов, показанному 1) на рис. 6; видно, что  $E_{\parallel}$  меняет знак при  $\pi/2 = \varphi + \psi$ , т. е. меняет фазу.

1) Обходы векторов  $E_{\parallel}, E_{\perp}, k$  — правые в обоих лучах.

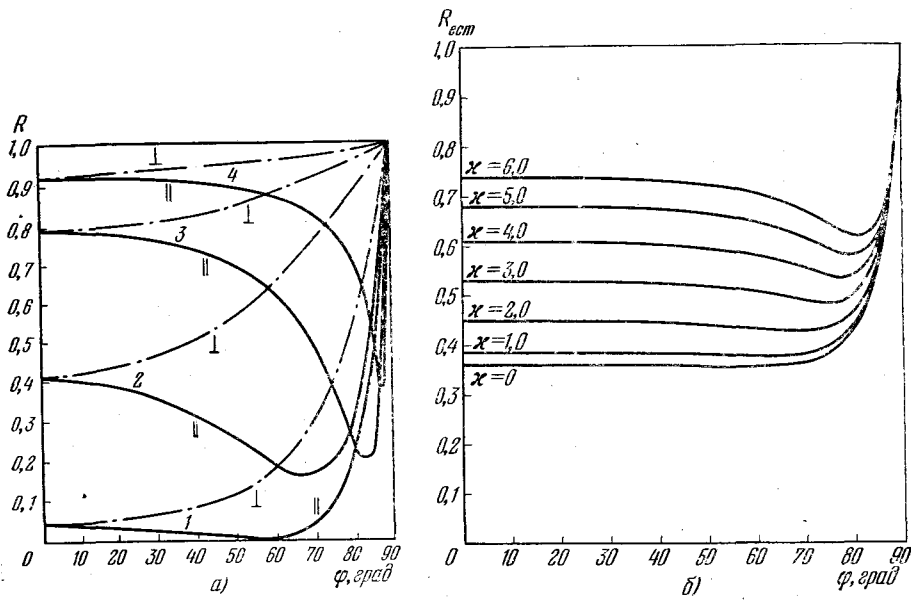


Рис. 4. Зависимость энергетических коэффициентов отражения от угла падения  $\varphi$  для отражения в вакуум от поглощающей среды ( $n_{21} = n$ ):

а) для компонент поляризованного света: 1 —  $n = 1,52$ ,  $\kappa = 0,0$ , 2 —  $n = 1,52$ ,  $\kappa = 1,0$ ; 3 —  $n = 11$ ,  $\kappa = 6$ ; 4 —  $n = 44$ ,  $\kappa = 43$ ; б) для естественного света при  $n = 4$  и значениях  $\kappa$ , указанных у кривых.

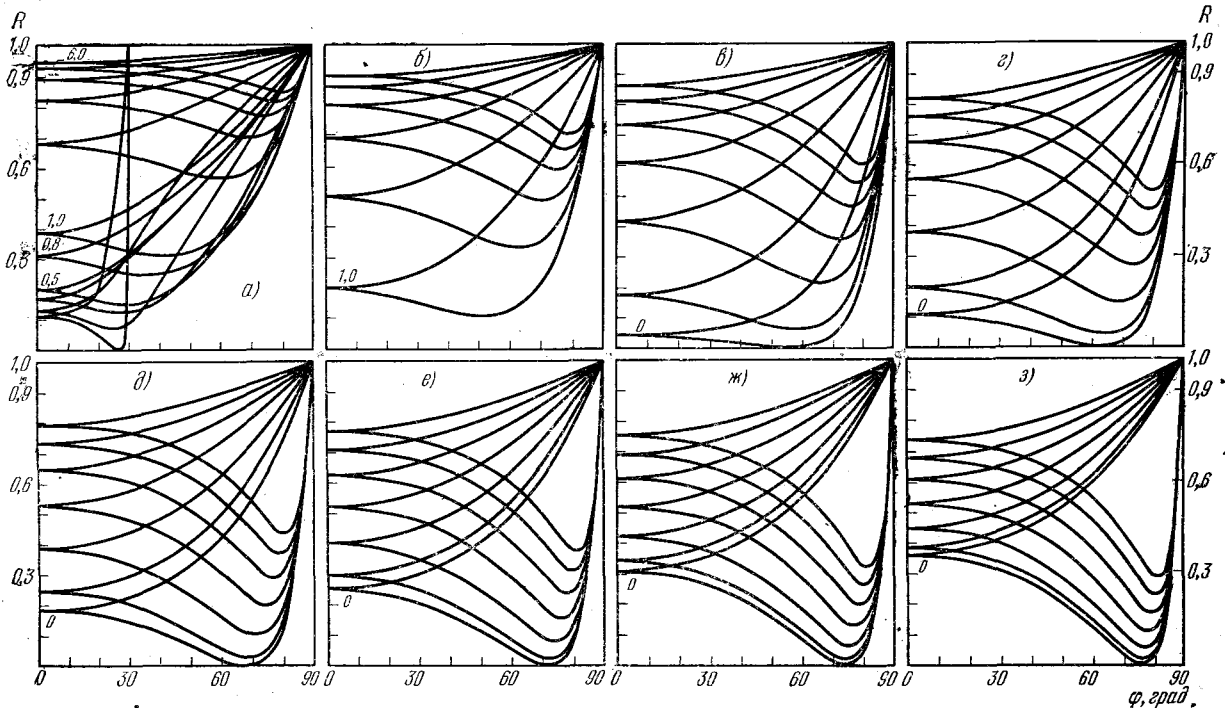


Рис. 5. Зависимость энергетических коэффициентов отражения в вакуум от угла падения  $\varphi$  [27] ( $n_{21} = n$ ).



2)  $n_1 > n_2 > n_1 \sin \varphi$ ,  $\varphi - \psi < 0$ ,  $\sin(\varphi - \psi) < 0$ ,  
 $\text{tg}(\varphi - \psi) < 0$ , если  $\pi/2 > \varphi + \psi$ , то  $\sin(\varphi + \psi) > 0$ ,  
 $\text{tg}(\varphi + \psi) > 0$ , если  $\pi/2 < \varphi + \psi$ , то  $\sin(\varphi + \psi) > 0$ ,  
 $\text{tg}(\varphi + \psi) < 0$ .

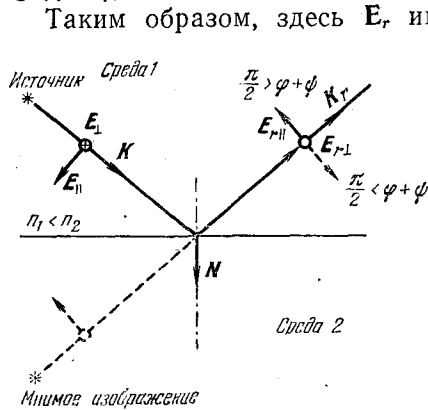


Рис. 6. Выбранные ориентации векторов.

(азимуты колебаний) для падающего, отраженного и преломленного лучей соответственно  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , получаем

$$\text{ctg } \alpha = \frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}}, \quad \text{ctg } \beta = \frac{E_{r\parallel}}{E_{r\perp}}, \quad \text{ctg } \gamma = \frac{E_{d\parallel}}{E_{d\perp}}.$$

Согласно (3.22) и (3.23),

$$\text{ctg } \beta = \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos(\varphi - \psi)} \text{ctg } \alpha. \quad (3.31)$$

Отсюда следует, что отношение  $\frac{\text{ctg } \beta}{\text{ctg } \alpha}$  не зависит от величины  $\alpha$ :

$$\frac{d}{d\alpha} \left( \frac{\text{ctg } \beta}{\text{ctg } \alpha} \right) = 0, \quad (3.32)$$

$$\text{ctg } \gamma = [\cos(\varphi - \psi)]^{-1} \text{ctg } \alpha. \quad (3.33)$$

Результаты расчета при  $n_{21} = 1,52$  и  $\alpha = 45^\circ$  приведены на рис. 7.

Как видно, поворот азимута колебаний весьма велик. Это нужно учитывать в поляризационных измерениях.

В обоих разобранных случаях  $E_{r\parallel}$  меняет знак при  $\varphi + \psi = \pi/2$ . Это значение  $\varphi$  называется *углом Брюстера*. При  $\varphi = \varphi_{\text{бр}} E_{r\parallel} = 0$ ;  $E_{r\parallel}/E_{r\perp}$  минимально при  $\text{tg } \varphi_{\text{бр}} = n_2/n_1$ .

Для магнитных сред тоже существует угол Брюстера, однако здесь он может быть (альтернативно) у обеих компонент:

$$\text{tg } \varphi_{\text{бр.}\parallel} = \left( \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1 \mu_1} \right)^{1/2},$$

$$\text{tg } \varphi_{\text{бр.}\perp} = \left( \frac{\mu_2 \varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\mu_1 \varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2} \right)^{1/2}.$$

Разности фаз между одноименными компонентами в падающей и отраженной волнах  $\delta_{\perp}$ ,  $\delta_{\parallel}$  и между компонентами в отраженной волне  $\Delta$ , как следует из изложенного, можно записать так:

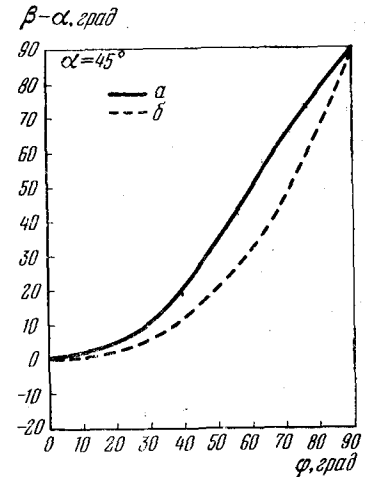


Рис. 7. Поворот азимута колебаний при отражении [угол  $(\beta - \alpha)$ ] в зависимости от  $\varphi$  ( $\alpha = 45^\circ$ ).  
 а)  $n_{21} = 1,52$ ; б)  $n_{21} = 2,60$ .

		$\varphi < \varphi_{\text{бр}}$	$\varphi > \varphi_{\text{бр}}$
$n_1 < n_2$	$\delta_{\perp}$	$-\pi$	$-\pi$
	$\delta_{\parallel}$	$-\pi$	0
	$\Delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$	0	$+\pi$
$n_1 > n_2$	$\delta_{\perp}$	0	0
	$\delta_{\parallel}$	0	$-\pi$
	$\Delta' = \delta_{\perp} - \delta_{\parallel}$	0	$+\pi$

Поведение компонент при нормальном падении, когда они неразличимы, естественно, одинаково: при  $n_1 < n_2$  теряется  $1/2$  волны.

Определение понятия разности фаз между падающей и отраженной волнами наиболее естественно вводится следующим образом.

Прямая падающая и претерпевшая отражение волны сводятся в одну точку при следовании примерно в одном направлении; результат интерференции определяет ту дополнительную разность фаз, которая возникла вследствие отражения. Подобная ситуация может быть реализована при больших  $\varphi$  зеркалом Ллойда, при малых — двукратным отражением.

3)  $n_1 > n_2 < n_1 \sin \varphi$ ,  $k_i N$ , как указывалось выше, — чисто мнимое,  $\cos \psi$  принимает чисто мнимые значения, и, как видно яснее всего из (3.20) и (3.21), отраженный свет поляризован эллиптически. В явном виде это можно записать, придав (3.22) и (3.23) вид <sup>1)</sup>:

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi + i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}{\cos \varphi - i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}, \quad (3.34)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{n_{21}^2 \cos \varphi + i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}{n_{21}^2 \cos \varphi - i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}, \quad (3.35)$$

$$\frac{E_{d\perp}}{E_{\perp}} = \frac{2 \cos \varphi}{\cos \varphi - i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}, \quad (3.36)$$

$$\frac{E_{d\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{2n_{21} \cos \varphi}{n_{21}^2 \cos \varphi - i (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}. \quad (3.37)$$

Легко убедиться, что  $|E_{r\perp}| = |E_{\perp}|$ ,  $|E_{r\parallel}| = |E_{\parallel}|$ , т. е. отражение — полное (рис. 8). Значение  $\varphi$ , при котором  $\sin \varphi = n_2/n_1$ , называется критическим,  $\varphi_{кр}$  ( $\psi_{кр} = 90^\circ$ , ср. рис. 3, б).

<sup>1)</sup> Определяя мнимое значение  $\cos \psi$ :

$$\cos \psi = \pm i \frac{1}{n_{21}} \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2},$$

следует взять знак «—», дабы удовлетворить условию излучения (волны должны быть затухающими, подробнее см. § 7).

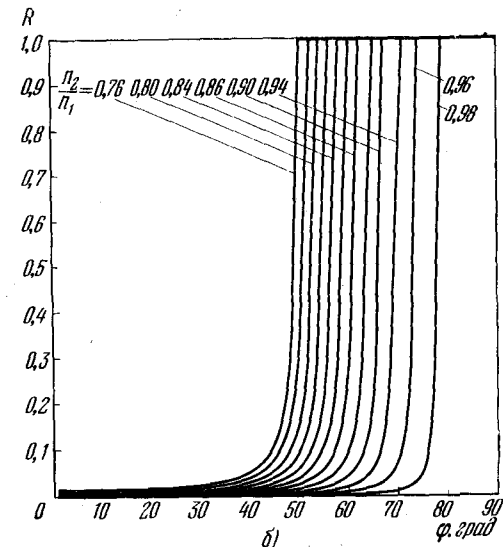
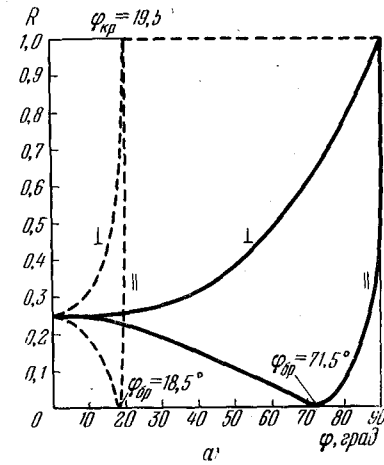


Рис. 8. Зависимость энергетических коэффициентов отражения от угла падения  $\varphi$ :

а) для  $\frac{n_2}{n_1} = 3,05$  и  $\frac{n_2}{n_1} = 0,33$  (пунктир) [26]; б) для естественного света при  $\frac{n_2}{n_1} = 0,76-0,98$  [65].

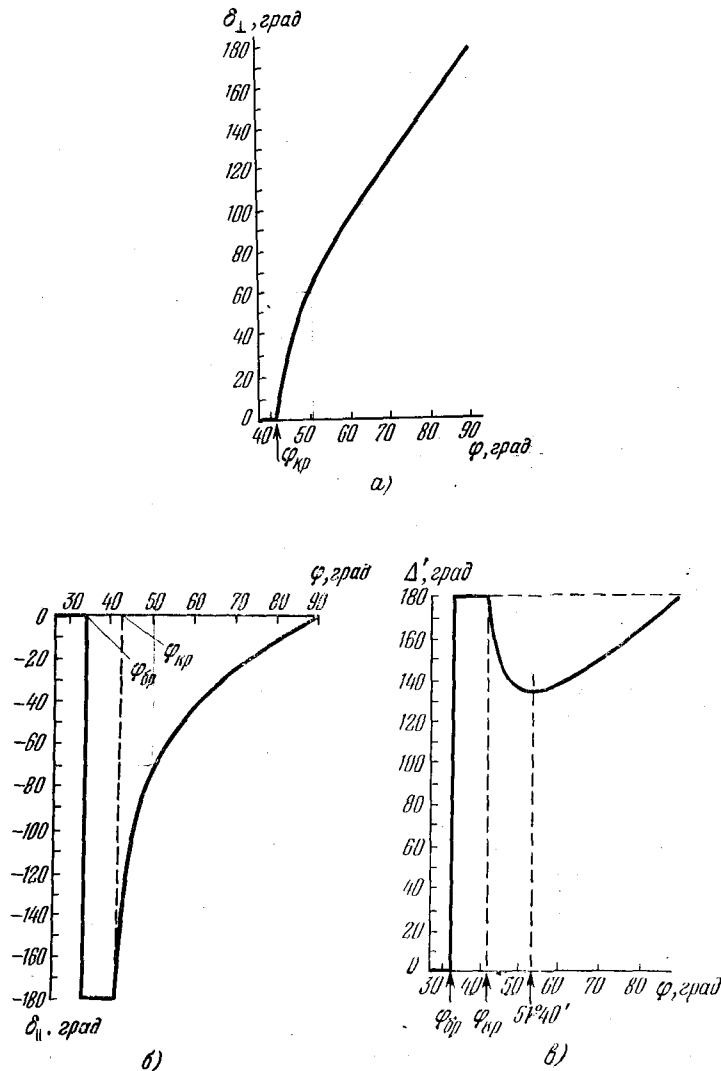


Рис. 9. Зависимость разности фаз от угла падения для  $n_1=1,52$  и  $n_2=1,0$  ( $n_{21}=0,658$ ): между падающей и отраженной волнами  $\delta_{\perp}$  (а) и  $\delta_{\parallel}$  (б); между компонентами отраженной волны  $\Delta'=\delta_{\perp}-\delta_{\parallel}$  (в).

Вычисление по формулам (3.34) и (3.35) дает для разности фаз между падающей и отраженной волной

$$\delta_{\parallel} = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}}{n^2 \cos \varphi} \right) - \pi,$$

$$\delta_{\perp} = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}}{\cos \varphi} \right)$$

(рис. 9, а, б). Если падающий свет поляризован линейно, то разность фаз  $\Delta'$  между  $E_{\perp}$  и  $E_{\parallel}$ , как легко убедиться, определяется по формуле

$$\operatorname{ctg} \Delta'/2 = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}}{\sin^2 \varphi}. \quad (3.38)$$

При  $n_1=1,52$  и  $n_2=1$  ( $n_{21} = \frac{1}{1,52} = 0,658$ ) получим результат, показанный на рис. 9, в. Отсюда видно, что при  $\varphi > \varphi_{\text{кр}}$  отраженный свет всегда поляризован эллиптически, если только  $E_{\perp}$  или  $E_{\parallel}$  не равны нулю ( $\alpha$  не равно  $0^\circ$  или  $90^\circ$ ). Угол  $\varphi_m$ , при котором  $\Delta'$  имеет минимум в области полного отражения, определяется

$$\sin \varphi_m = \sqrt{\frac{2n_{21}^2}{1+n_{21}^2}},$$

а соответствующее значение  $\Delta'_m = 4 \operatorname{arctg} n_{21}$ .

Отметим, что полное отражение может иметь место даже при  $\varphi=0$ , если  $n_2=0$ . Подобная ситуация может, например, сложиться при отражении от ионосферы [18] или от металла в области плазменных частот (см. § 28).

В некоторых задачах, касающихся лучистого обмена и радиационного баланса, представляет интерес коэффициент отражения изотропного излучения. Он может быть получен из формул Френеля, если усреднить по всем направлениям и всем ориентациям векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Когда излучение приходит из среды с  $n_1 < n_2$ , соответствующий коэффициент отражения в широком интервале  $n$  близок к коэффициенту для нормального падения (отличается не более чем на 5–6%). В обратном направлении коэффициент меньше в  $n_{21}^2$  раз, как того требуют термодинамические соображения (см. например, [010], [19, 20]).

#### § 4. Отражение от поглощающих изотропных сред

При выводе уравнений (3.20) и (3.21) нигде не предполагалась вещественность  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}_r$ ,  $\mathbf{k}_d$ , поэтому они применимы и для поглощающих сред, где  $\varepsilon$  (и  $\mu$ ) следует

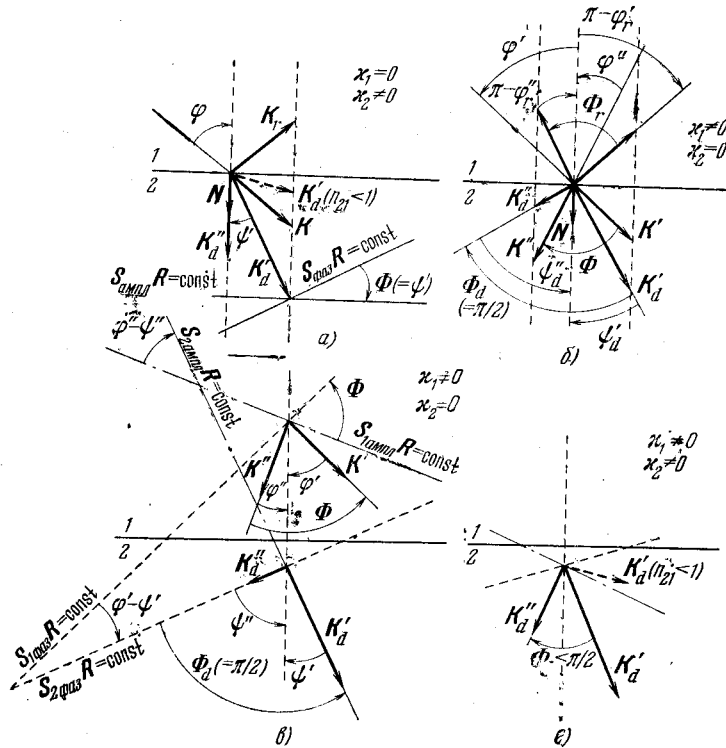


Рис. 10. Расположение волновых векторов для поглощающих сред при  $n_{21} > 1$  и при падении

*a* — из прозрачной на поглощающую среду; *б, в* — из поглощающей на прозрачную среду; *г* — из одной поглощающей среды на другую.

изображать комплексной величиной<sup>1)</sup>. Однако для сильно поглощающих сред особенно важно выяснить общую

<sup>1)</sup> Электропроводность формально может быть включена в мнимую часть  $\varepsilon$ ; вопрос о границах допустимости этого обсуждается в § 28. Среды, у которых в оптической области  $\mu \neq 1$  и комплексно, в последнее время исследуются в оптике (см., например, [21, 22]).

применимость макроскопического рассмотрения. Если оно применимо, то в том случае, когда среда 2 поглощает (а среда 1 прозрачна), волновой вектор преломленной волны, как известно, оказывается комплексным (см. приложение III); в общем случае

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}'_d - i\mathbf{k}''_d, \quad k_d^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\text{компл}} \mu_{\text{компл}}. \quad (4.1)$$

Волна в среде 2 принимает вид

$$\mathbf{E}_d = \mathbf{E}_{0d} e^{-\mathbf{k}''_d \cdot \mathbf{r}} e^{i(\omega t - \mathbf{k}'_d \cdot \mathbf{r})}, \quad (4.2)$$

т. е. является затухающей и в общем случае неоднородной (см. приложение III).

По аналогии с (3.1) можно положить

$$\mathbf{k}'_d = \frac{\omega}{c} n_{2\varphi} \mathbf{s}_{\text{фаз}} \quad s_{\text{фаз}}^2 = 1, \quad (4.3)$$

$$\mathbf{k}''_d = \frac{\omega}{c} \kappa_{2\varphi} \mathbf{s}_{\text{ампл}} \quad s_{\text{ампл}}^2 = 1, \quad (4.4)$$

однако аналогия ограничена, ибо  $n_{2\varphi}$ ,  $\kappa_{2\varphi}$  зависят, как оказывается, от  $\varphi$  (см. стр. 45).

Можно ввести «вещественный угол преломления»  $\psi'$ , используя закон преломления в виде

$$[\mathbf{kN}] = a = [\mathbf{k}_d \mathbf{N}]. \quad (1.11)$$

При комплексном  $\mathbf{k}_d$  из (1.11) имеем

$$a = [\mathbf{kN}] = [\mathbf{k}'_d \mathbf{N}] - i [\mathbf{k}''_d \mathbf{N}];$$

отсюда, поскольку  $a$  и  $[\mathbf{kN}]$  вещественны,

$$[\mathbf{k}''_d \mathbf{N}] = 0, \quad \text{т. е. } \mathbf{k}''_d \parallel \mathbf{N} \quad \text{и} \quad \mathbf{s}_{\text{ампл}} \parallel \mathbf{N}, \quad (4.5)$$

$$\widehat{\mathbf{k}}_d \mathbf{N} = \widehat{\mathbf{k}}_d \mathbf{k}''_d = \widehat{\mathbf{s}}_{\text{фаз}} \widehat{\mathbf{s}}_{\text{ампл}} = \psi' > 0. \quad (4.5a)$$

Расположение волновых векторов показано на рис. 10, *a*.

Отсюда следует, что плоскость  $\mathbf{k}_d$  параллельна плоскости падения и

$$\frac{\sin(\widehat{\mathbf{kN}})}{\sin(\widehat{\mathbf{k}'_d \mathbf{N}})} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi'} = \frac{n_{2\varphi}}{n_1}, \quad (4.5b)$$

где  $\varphi - \psi'$  — угол поворота поверхности равных фаз при преломлении.

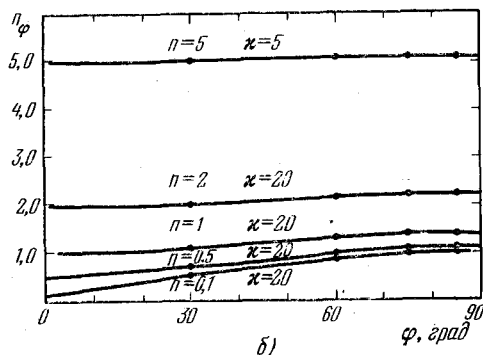
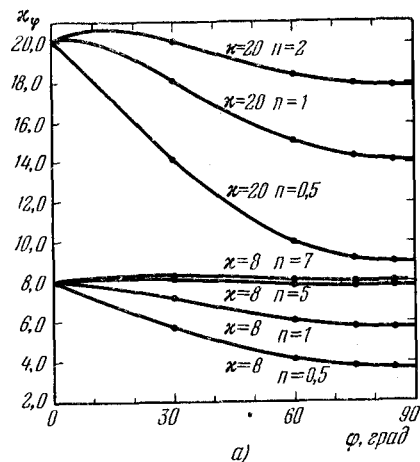


Рис. 11А. Зависимости  $k_\varphi$  (а) и  $n_\varphi$  (б) от угла падения для различных  $n$  и  $\kappa$  [рассчитано по формулам (4.8) и (4.9)].

Более удобно ввести формально «комплексный показатель преломления»  $\nu$

$$\nu_2^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k_d^2. \quad (4.6)$$

При подобном обозначении формулы Френеля (3.20) — (3.23) остаются формально пригодными, ибо при выводе их, как сказано, не предполагалась вещественность  $k_i$ .

Однако угол  $\psi$  в них должен быть заменен «комплексным углом преломления»  $\chi_2$ . Этот угол, по аналогии с (3.10) и (4.5), следует определить выражением

$$\begin{aligned} \sin \chi_2 &= \frac{\sin \varphi}{\nu_2}; \quad \cos \chi_2 = \\ &= \frac{1}{\nu_2} \sqrt{\nu_2^2 - \sin^2 \varphi}. \quad (4.7) \end{aligned}$$

Знак корня должен быть выбран так, чтобы  $k_d''$  в (4.2) было положительным, т. е.  $\kappa_{2\varphi}$  было  $> 0$  [см. (4.4)]. Мнимая часть должна иметь знак «—» (см. § 7).

Для  $n_{2\varphi}$ ,  $\kappa_{2\varphi}$  и  $\psi'$  из (4.1) — (4.5) можно получить (индекс 2 ниже опускается)

$$n_\varphi = (\sqrt{2})^{-1} \{n^2 - \kappa^2 + \sin^2 \varphi + [(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \varphi)^2 + 4n^2\kappa^2]^{1/2}\}^{1/2}, \quad (4.8)$$

$$\kappa_\varphi = (\sqrt{2})^{-1} \{-(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \varphi) + [(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \varphi)^2 + 4n^2\kappa^2]^{1/2}\}^{1/2}, \quad (4.9)$$

$$\sin \psi' = \sqrt{2} \sin \varphi \{n^2 - \kappa^2 + \sin^2 \varphi + [(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \varphi)^2 + 4n^2\kappa^2]^{1/2}\}^{-1/2}, \quad (4.10)$$

здесь  $n$  и  $\kappa$  — значения соответственно  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  при  $\varphi = \psi = 0$ ; они называются *главными показателями* соответственно *преломления* и *поглощения* (последний термин неудачен, правильнее было бы — «показатель затухания»).

Следует указать, что зависимость  $n_\varphi(\varphi)$  заметна только у очень сильно поглощающих сред, в частности, у хорошо проводящих металлов; у плохо проводящих металлов она уже очень слаба (см. рис. 11 А и Б, 12).

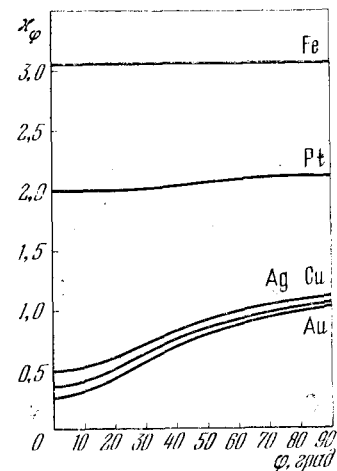


Рис. 11Б. Зависимость  $n_\varphi$  от  $\varphi$  для различных металлов (эксперимент):

Определение главных показателей следует из (4.1) — (4.6) <sup>1)</sup>:

$$n^2 - \kappa^2 = n_\phi^2 - \kappa_\phi^2 = I_1, \quad n\kappa = n_\phi \kappa_\phi \cos \psi' = I_2, \quad (4.11)$$

$$v^2 = (n - i\kappa)^2. \quad (4.12)$$

Отсюда видно, что  $v$  есть параметр среды, не зависящий от  $\phi$ ; это и составляет его удобство по сравнению с  $n_\phi, \kappa_\phi$ .

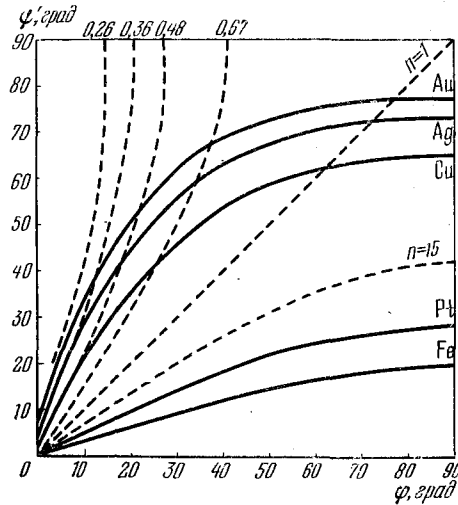


Рис. 12. Зависимость «фазового угла преломления»  $\psi'$  от угла падения  $\phi$  для металлов по данным рис. 11. Пунктир — зависимости  $\psi'$  от  $\phi$  для разных значений  $n_{21}$  (без поглощения).

Отметим попутно, что величины  $I_1, I_2$  представляют собой, очевидно, инвариантные характеристики среды, равноценные  $v, n$  и  $\kappa$  (оптические инварианты Кеттелера); уравнения (4.11) называются иногда формулами Кеттелера.

<sup>1)</sup> Уже из соображений симметрии следует, что при  $\phi = \psi = 0$ ,  $E_{\parallel} \parallel \kappa_{\phi}$ , волны являются затухающими, но однородными.

Вводя обозначения

$$a^2 = \frac{1}{2} \{ (n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \phi) + [(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \phi)^2 + 4n^2 \kappa^2]^{1/2} \} = n_\phi^2 \cos^2 \psi', \quad (4.13)$$

$$b^2 = \frac{1}{2} \{ - (n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \phi) + [(n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \phi)^2 + 4n^2 \kappa^2]^{1/2} \} = \kappa_\phi^2,$$

имеем

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{(a^2 + b^2 - \cos^2 \phi) + i(2b \cos \phi)}{a^2 + b^2 + 2a \cos \phi + \cos^2 \phi} = \frac{|E_{r\perp}| e^{i\delta_{r\perp}}}{|E_{\perp}|}, \quad (4.14)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = \left( \frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} \right) \frac{(a^2 + b^2 - \sin^2 \phi) \operatorname{tg}^2 \phi - i(2b \sin \phi \operatorname{tg} \phi)}{a^2 + b^2 + 2a \sin \phi \operatorname{tg} \phi + \sin^2 \phi \operatorname{tg}^2 \phi} = \frac{|E_{r\parallel}| e^{i\delta_{r\parallel}}}{|E_{\parallel}|}; \quad (4.15)$$

отсюда можно получить

$$R_{\perp} = \frac{|E_{r\perp}|^2}{|E_{\perp}|^2} = \frac{(a - \cos \phi)^2 + b^2}{(a + \cos \phi)^2 + b^2}, \quad (4.16)$$

$$R_{\parallel} = \frac{|E_{r\parallel}|^2}{|E_{\parallel}|^2} = \frac{[(a - \cos \phi)^2 + b^2][(a - \sin \phi \operatorname{tg} \phi)^2 + b^2]}{[(a + \cos \phi)^2 + b^2][(a + \sin \phi \operatorname{tg} \phi)^2 + b^2]}. \quad (4.17)$$

Зависимости  $R_i(\phi, n, \kappa)$  были показаны на рис. 4—5, см. также рис. 13 и 14.

При падении на границу раздела линейно поляризованной волны отраженная волна оказывается всегда поляризованной эллиптически; линейная поляризация может быть получена лишь в тех случаях, когда  $E_{\perp}$  или  $E_{\parallel}$  равны нулю. Ориентация и размеры эллипса колебаний существенно зависят от  $\phi$ .

Выбрав для упрощения в (3.31)  $\alpha = 45^\circ$ , из (3.22) и (3.23) получаем

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{r\perp}} = \frac{\cos(\phi + \chi_2)}{\cos(\phi - \chi_2)} = \rho e^{i\Delta},$$

$$\rho = \frac{|E_{r\parallel}|}{|E_{r\perp}|}; \quad \Delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}. \quad (4.18)$$

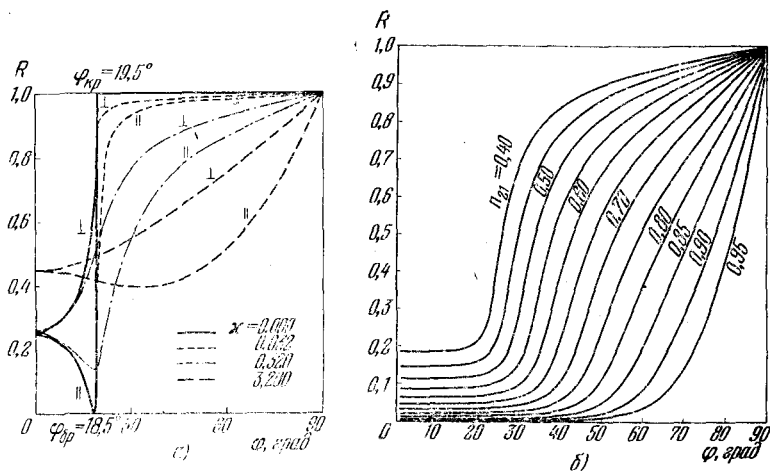


Рис. 13. Зависимости  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  от угла падения  $\varphi$   
 а) для  $n_{21}=0,33$  и разных значений  $\chi$  [26]; б) для естественного света при  $\chi=0,1$  и  $n_{21}=0,40-0,95$  [65].

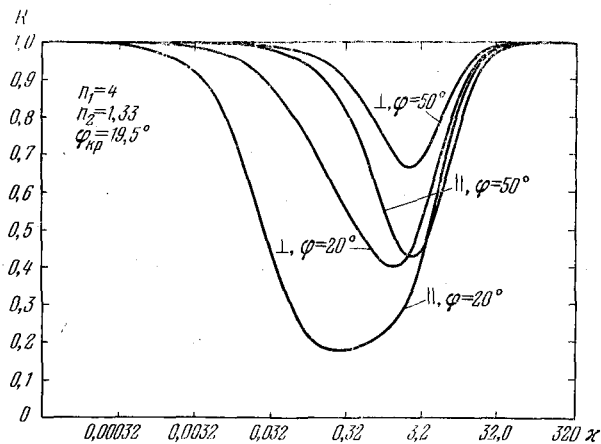


Рис. 14. Зависимость  $R$  от  $\chi$  при некоторых углах падения  $\varphi$  для случая, изображенного на рис. 13, а [26].

Приравняв вещественные и мнимые части, можно определить  $\rho$  и  $\Delta$  как функции  $\varphi$ ,  $n$ ,  $\chi$  (рис. 15, 16 и 17).

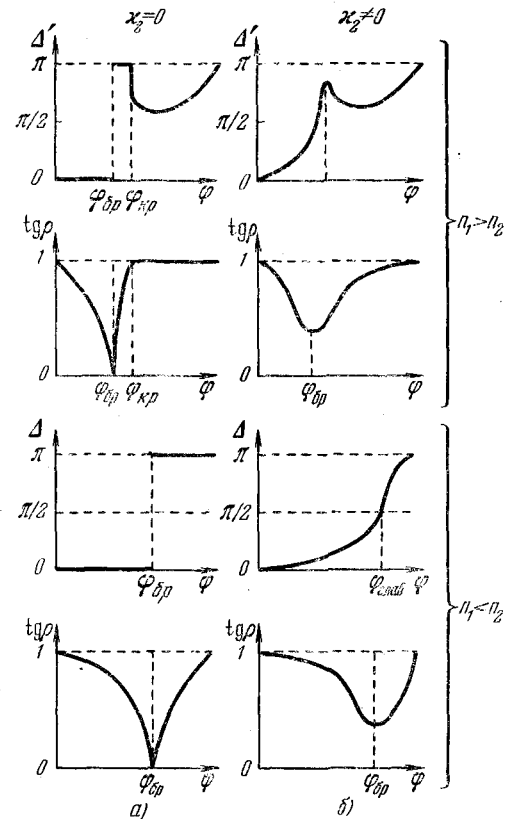


Рис. 15. Сравнительный ход изменения  $\Delta$  и  $\operatorname{tg} \rho$  для непоглощающих (а) и поглощающих (б) сред (схема).

Для  $\Delta$  получаем<sup>1)</sup>

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{2b \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi}{a^2 + b^2 - \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi}. \quad (4.19)$$

Эта формула дает  $\Delta > 0$ , т. е. (см. определение в работе [07])  $E_{\perp}$  опережает  $E_{\parallel}$ . Сравнение с опытом см. в § 6.

<sup>1)</sup> В литературе часто употребляют и величину  $\Delta' = -\Delta$ ; мы также иногда пользуемся ею.



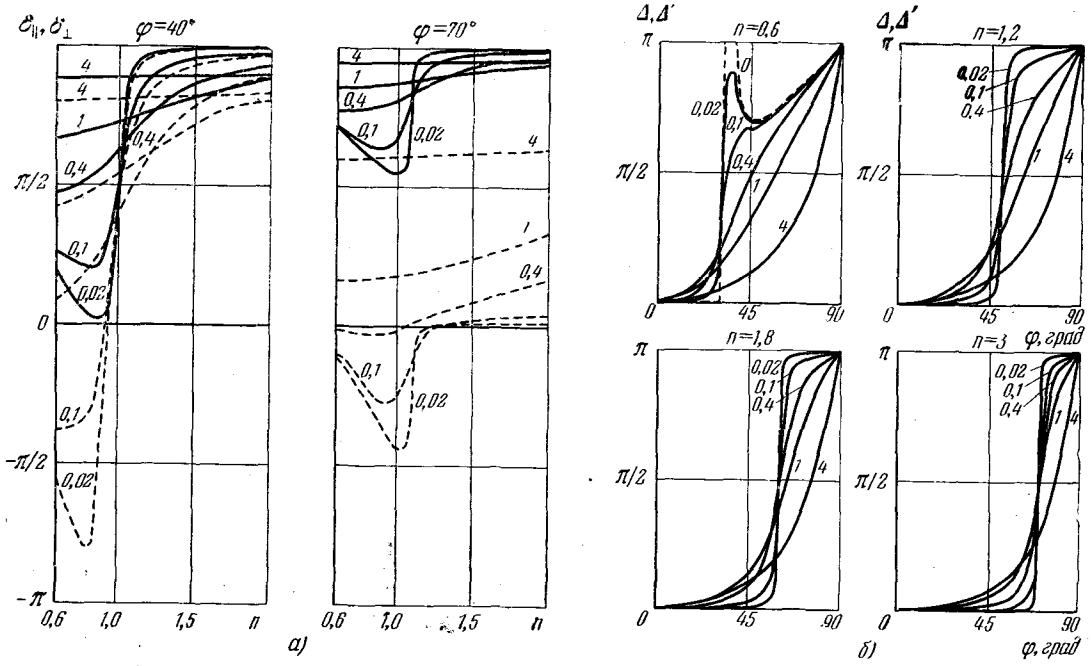


Рис. 16. Зависимости изменения фаз компонент при отражении  $\delta_{\parallel}$  (пунктир) и  $\delta_{\perp}$  от  $n$  и  $\chi$  (а) и разности фаз между компонентами отраженного света  $\Delta$  от угла падения для разных  $n$  и  $\chi$  [28] (б). На кривых указаны значения  $\chi$ .

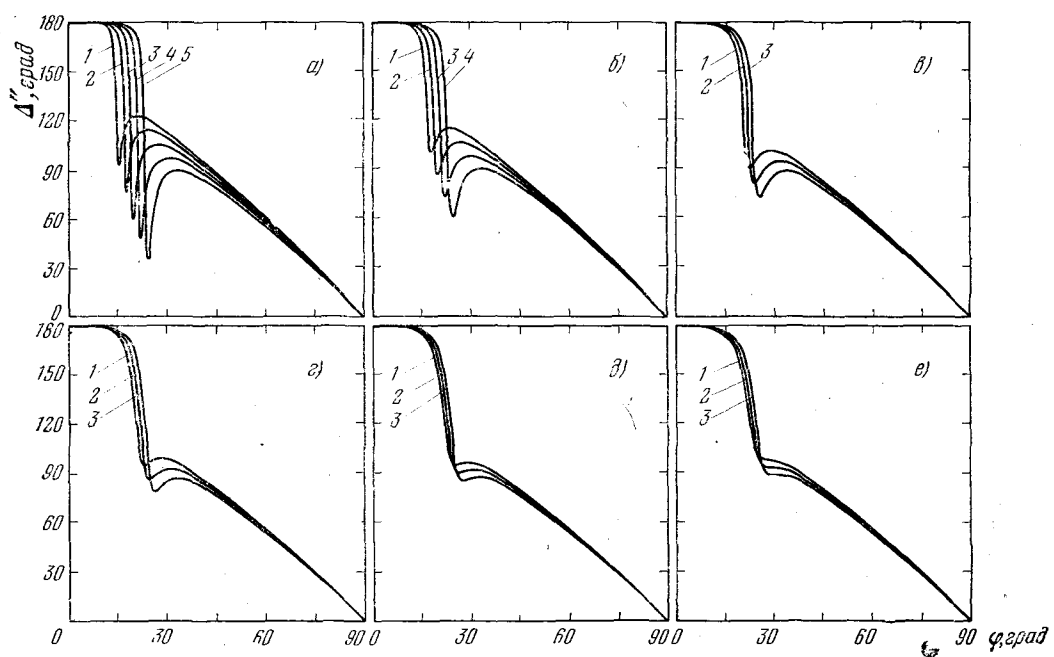


Рис. 17. Зависимость разности фаз  $\Delta'' = (180^\circ - \Delta')$  от угла падения  $\varphi$ : а)  $\chi = 0,01, n = 0,26$  (1), 0,30 (2), 0,34 (3), 0,38 (4), 0,42 (5); б)  $\chi = 0,02, n = 0,30$  (1), 0,34 (2), 0,38 (3), 0,42 (4); в)  $\chi = 0,03, n = 0,37$  (1), 0,40 (2), 0,43 (3); г)  $\chi = 0,04, n = 0,38$  (1), 0,42 (2), 0,44 (3); д)  $\chi = 0,05, n = 0,40$  (1), 0,42 (2), 0,44 (3); е)  $\chi = 0,06, n$  те же, что на рис. д [27].

Угол, при котором  $\Delta = \pi/2$ , называется *главным углом падения*  $\varphi_{гл}$ . Обозначая, аналогично (3.31),  $\rho = \text{ctg } \beta$  для этого случая имеем

$$\text{tg } 4\beta_{гл} = \frac{2n\kappa}{n^2 - \kappa^2 - \sin^2 \varphi_{гл}}. \quad (4.20)$$

В этом случае азимут  $\beta_{гл}$  есть азимут восстановленной линейной поляризации (см. приложение II,  $\beta_{гл} = \xi_{\Delta=90^\circ}$ ) и называется *главным азимутом*. Этот азимут имело бы колебание, если бы  $\Delta$  обратилось в нуль [ср. (3.31)] (рис. 18, 19 и 20).

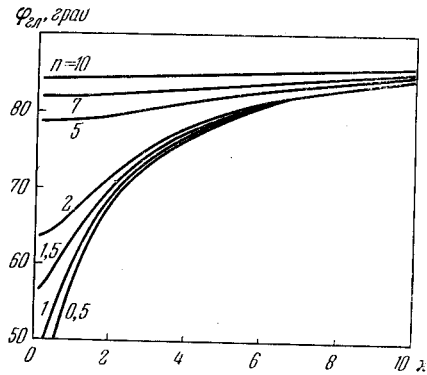


Рис. 18. Зависимость главного угла падения  $\varphi_{гл}$  от  $\kappa$  [28].

Как показывают вычисления по приведенным формулам, значение  $\varphi_{гл}$  можно определить из уравнения

$$\sin^4 \varphi_{гл} \text{tg}^4 \varphi_{гл} = (n^2 + \kappa^2)^2 - 2(n^2 - \kappa^2) \sin^2 \varphi_{гл} + \sin^4 \varphi_{гл} \quad (4.21)$$

или

$$a^2 + b^2 = \sin^2 \varphi_{гл} \text{tg}^2 \varphi_{гл}, \quad \text{tg}^6 \varphi_{гл} - \text{tg}^4 \varphi_{гл} + C \text{tg}^2 \varphi_{гл} - A^2 = 0, \quad (4.22)$$

где

$$A = n^2 + \kappa^2, \quad C = 2B - A^2, \quad B = n^2 - \kappa^2$$

(см. [23]).

Приведем здесь несколько формул, необходимых для практических применений; часто нужны соотношения,

обратные (4.13):

$$n^2 = \frac{1}{2} \{ (a^2 - b^2 + \sin^2 \varphi) + [(a^2 - b^2 + \sin^2 \varphi)^2 + 4a^2 b^2]^{1/2} \}, \quad (4.23)$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{2} \{ - (a^2 - b^2 + \sin^2 \varphi) + [(a^2 - b^2 + \sin^2 \varphi)^2 + 4a^2 b^2]^{1/2} \},$$

и соотношения

$$n^2 = \frac{1}{2} \text{tg}^2 \varphi_{гл} \{ (1 - 2 \sin^2 \varphi_{гл} \sin^2 2\beta_{гл}) + (1 - \sin^2 2\varphi_{гл} \sin^2 2\beta_{гл})^{1/2} \}, \quad (4.24)$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{2} \text{tg}^2 \varphi_{гл} \{ - (1 - 2 \sin^2 \varphi_{гл} \sin^2 2\beta_{гл}) + (1 - \sin^2 2\varphi_{гл} \sin^2 2\beta_{гл})^{1/2} \},$$

а также

$$a = - \frac{\sin \varphi \text{tg } \varphi \cos 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta}, \quad b = + \frac{\sin \varphi \text{tg } \varphi \sin \Delta \sin 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta}. \quad (4.25)$$

Иногда удобны так называемые формулы Арчера:

$$\varepsilon' = n^2 - \kappa^2 = \{ t^2 (\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta \sin^2 \Delta) / (1 + \sin 2\beta \cos \Delta)^2 \} + \sin^2 \varphi, \quad (4.26)$$

$$\varepsilon'' = 2n\kappa = (t^2 \sin 4\beta \sin \Delta) / (1 + \sin 2\beta \cos \Delta)^2, \quad (4.27)$$

$$t = \sin \varphi \text{tg } \varphi.$$

Эти формулы непосредственно связывают оптические константы с параметрами эллипса поляризации [24].

Для сильно поглощающих сред, когда можно считать  $1/|\varepsilon'| = (n^2 - \kappa^2)^{-1} \ll 1$ ; ( $\sin^2 \varphi \ll n^2$ ), особенно для металлов в инфракрасной области спектра, можно использовать приближенные формулы:

$$n = - \frac{\sin \varphi \text{tg } \varphi \cos 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta} (= a), \quad (4.28)$$

$$\kappa = + \frac{\sin \varphi \text{tg } \varphi \sin \Delta \sin 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta} (= b).$$

Г. П. Мотулевич предложила для металлов несколько более точные формулы (обычно пригодные для

видимой области, см. § 28):

$$n' = n \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \varphi}{n^2 + \kappa^2} \right), \quad \kappa' = \kappa \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \varphi}{n^2 + \kappa^2} \right), \quad (4.29)$$

где  $n$  и  $\kappa$  определяются (4.28) [25].

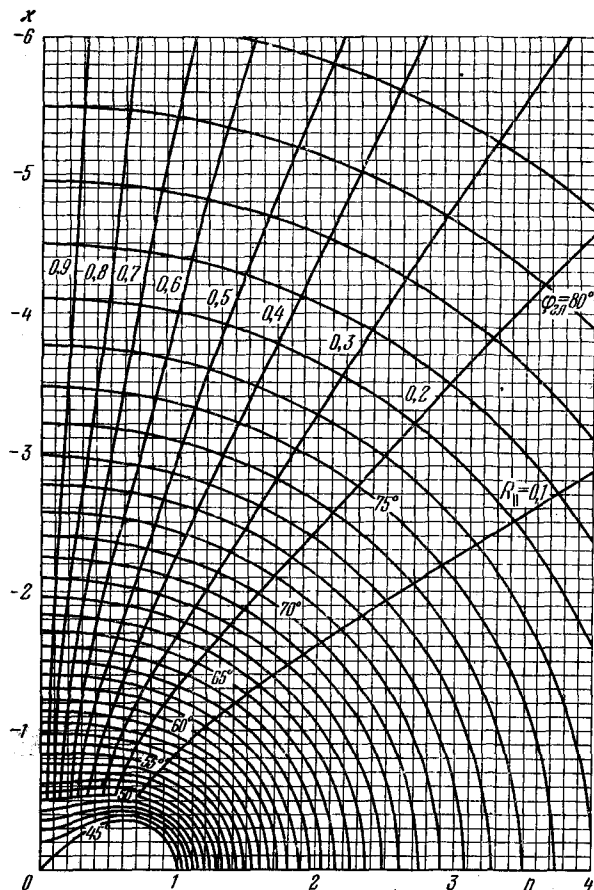


Рис. 19. Номограмма зависимости главного угла  $\varphi_{\text{гл}}$  и соответствующего ему значения энергетического коэффициента отражения  $R_{||}$  от  $n$  и  $\kappa$  [27].

При  $\Delta = \pi/2$  формулы (4.28) становятся проще:  $n = -\sin \varphi_{\text{гл}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{гл}} \cos 2\beta_{\text{гл}}$ ,  $\kappa = \sin \varphi_{\text{гл}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{гл}} \sin 2\beta_{\text{гл}}$ . (4.30)

Для случая слабого поглощения предложено приближение

$$n = -\frac{\operatorname{tg} \varphi \cos 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta}, \quad \kappa = \frac{\sin^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi \sin \Delta \sin 2\beta}{1 - \cos \Delta \sin 2\beta}, \quad (4.31)$$

что при  $\Delta = \pi/2$  дает

$$n = -\operatorname{tg} \varphi_{\text{гл}} \cos 2\beta_{\text{гл}}, \quad \kappa = \sin^2 \varphi_{\text{гл}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{гл}} \sin 2\beta_{\text{гл}}. \quad (4.32)$$

В настоящее время разработан и ряд других приближенных формул применительно к различным конкретным случаям и задачам; обзор их дан в гл. 7. Новые удобные для расчета строгие формулы предложены в § 36.

Формулы (4.13)–(4.17) намного упрощаются при нормальном падении; в этом случае

$$R_0 = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}, \quad (4.16a)$$

$$\Delta_0 = 0. \quad (4.16b)$$

Существенное упрощение формул заставляет часто в эксперименте работать при нормальном падении, хотя этим и сокращается получаемый объем информации, и точность измерений  $n$ ,  $\kappa$  понижается (ср. гл. 7, § 30 и 31).

Из рис. 5, б и других видно, что при  $n_1 = n_2$  для поглощающей среды отражение все же происходит, т. е. влияние  $\kappa$  и  $n$  более или менее «равноценно». Вместе с тем наличие малейшего поглощения особенно резко меняет ход кривых вблизи  $\varphi_{\text{кр}}$  (см. рис. 5, 8, а, 13, а); подробнее об этом см. на стр. 85 и в § 35.

Из рисунков видно также, что  $E_{||}$  имеет минимум, но, в отличие от непоглощающих сред в нуль не обращается. Углы, при которых  $E_{||}$  минимально (обычно по

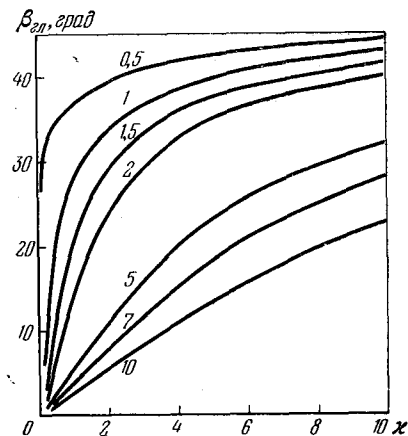


Рис. 20. Зависимость главного азимута  $\beta_{\text{гл}}$  от  $\kappa$  (значения  $n$  — у кривых) [28].

аналогии его называют *углом Брюстера*) и  $\rho$  минимально (*угол наибольшей поляризации*,  $\varphi_{\text{пол}}$ ), не равны друг другу. Угол  $\varphi_{\text{гл}}$ , при котором  $\Delta=90^\circ$ , — *главный угол падения*, отличается от двух первых. Некоторые зависимости

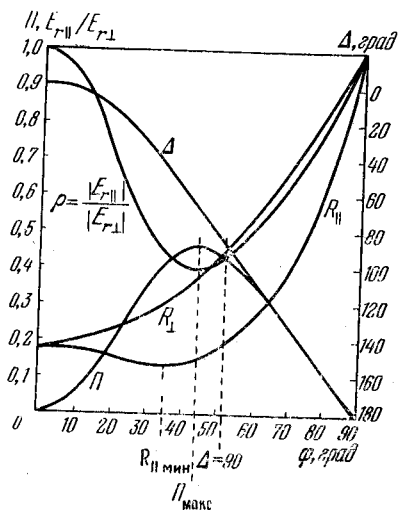


Рис. 21. Зависимость степени поляризации  $P$ , разности фаз  $\Delta$  между компонентами отраженного света, значений энергетических компонент отражения  $R_\perp$  и  $R_\parallel$  и отношения амплитуд компонент в отраженном свете  $\rho$  от угла падения  $\varphi$  по формулам (4.16), (4.17), (4.19), (4.36).

На рис. 21 приведен результат расчетов для тех значений  $n$  и  $k$ , при которых различие названных углов видно особенно наглядно.

Формулы можно преобразовать и так, чтобы в них фигурировали непосредственно измеримые величины,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $n_\varphi$ ,  $k_\varphi$  в явном виде. Справедливость формул Френеля с комплексными величинами  $\nu$ ,  $\kappa$  не вызывает сомнений (поскольку при их выводе вещественность  $k$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$  нигде не предполагалась). Однако возможно, конечно, записав в явном виде граничные

этих углов от  $n$ ,  $k$ ,  $\varphi$  показаны на рис. 21—24.

Значения  $\varphi_{\text{бр}}$  можно найти из уравнения [23]

$$a^2 + b^2 = A^2 \cot^2 \varphi_{\text{бр}} - \sin^2 \varphi_{\text{бр}} \quad (4.33)$$

или

$$C \operatorname{tg}^6 \varphi_{\text{бр}} - 3A^2 \operatorname{tg}^4 \varphi_{\text{бр}} + A^4 (\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{бр}} + 1) = 0. \quad (4.34)$$

Значение  $\varphi_{\text{пол}}$  можно получить из уравнения [см. 4.22)]

$$(1-C) \operatorname{tg}^8 \varphi_{\text{пол}} + (A^2-C) \operatorname{tg}^6 \varphi_{\text{пол}} + (A^2-C^2) \operatorname{tg}^4 \varphi_{\text{пол}} - 4A^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{пол}} - 4A^4 = 0. \quad (4.35)$$

При этом получается степень поляризации  $P_{\text{макс}}$ :

$$P_{\text{макс}} = \frac{|E_{r\perp}|^2 - |E_{r\parallel}|^2}{|E_{r\perp}|^2 + |E_{r\parallel}|^2} = \frac{2a \sin \varphi_{\text{пол}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{пол}}}{a^2 + b^2 + \sin^2 \varphi_{\text{пол}} \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{пол}}}. \quad (4.36)$$

условия, например, для  $E_\perp$  (3.11):

$$E_\perp + |E_{r\perp}| e^{i\delta_{r\perp}} = |E_{d\perp}| e^{i\delta_{d\perp}}$$

и присоединив к ним законы отражения (3.5) и преломления (4.5), произвести прямой расчет. Соответ-

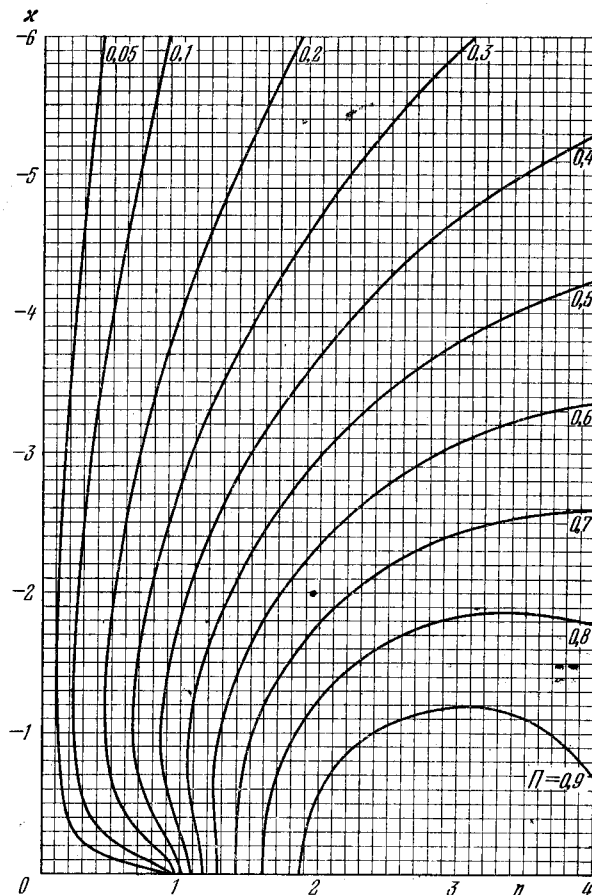


Рис. 22. Номограмма зависимости степени поляризации  $P$  от  $n$  и  $k$  для угла падения  $\varphi=70^\circ$  [27].

ствующие формулы (дающие, естественно, тот же конечный результат) получались, в частности, в работах

[29—32] для магнитных сред и для сред немагнитных в работе [33].

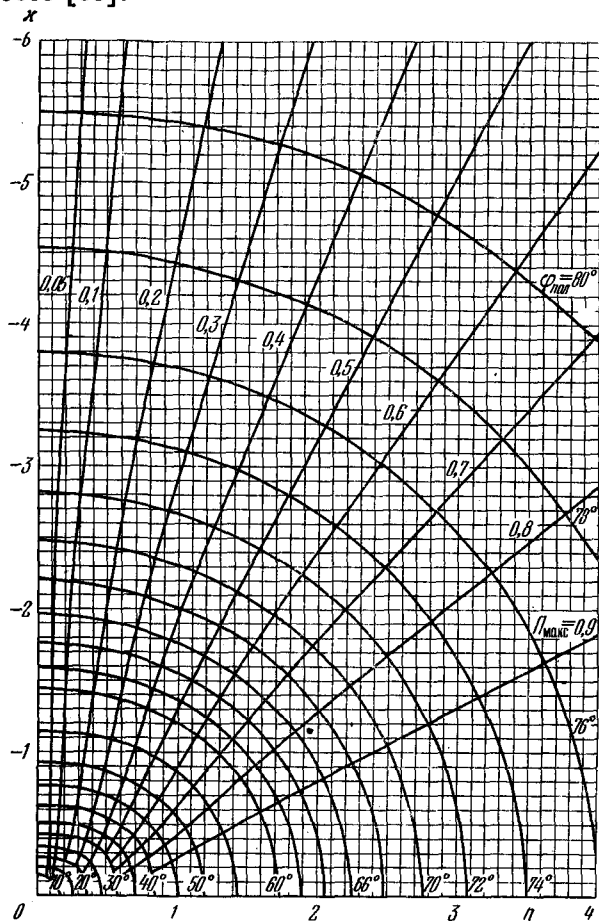


Рис. 23. Номограмма зависимости значения угла наибольшей поляризации  $\varphi_{\max}$  и степени наибольшей поляризации  $P_{\max}$  от  $n$  и  $\alpha$  [27].

Если поглощает среда 1, а среда 2 прозрачна, то картина более сложна. К границе приходит неоднородная волна; согласно (1.11) можно записать  $[\mathbf{k}' - i\mathbf{k}'', \mathbf{N}] = \mathbf{a} = [\mathbf{k}'_r - i\mathbf{k}''_r, \mathbf{N}]$ , т. е. отраженная волна тоже неоднородна.

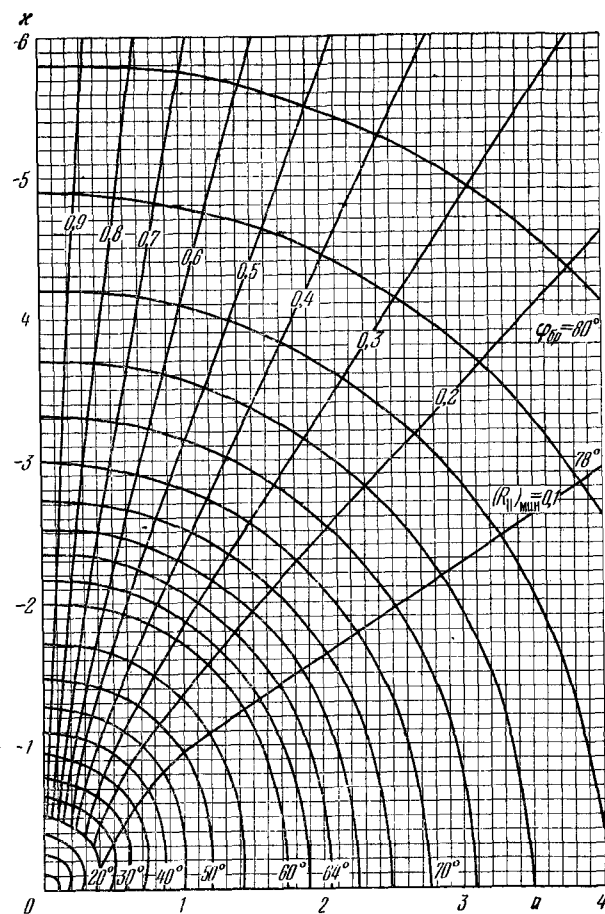


Рис. 24. Номограмма зависимости значения угла Брюстера  $\varphi_B$  и минимальных значений энергетического коэффициента отражения при этом  $(R_{\parallel})_{\min}$  от  $n$  и  $\alpha$ .

Далее, должно быть <sup>1)</sup>

$$\mathbf{a} = [\mathbf{k}'_d - i\mathbf{k}''_d, \mathbf{N}],$$

т. е. выходящая волна в прозрачной среде 2 также неоднородна, причем

$$\mathbf{k}'_d{}^2 - \mathbf{k}''_d{}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d = 0. \quad (4.38)$$

Если сохранить обозначения типа (4.6), (4.12), (4.11) и обозначить угол  $\widehat{\mathbf{k}'\mathbf{k}''}$  (теперь уже не равный углу  $\widehat{\mathbf{k}'_d \mathbf{N}} = \psi'$ ) через  $\Phi$  (соответственно  $\widehat{\mathbf{k}'_r \mathbf{k}''_r} = \Phi_r$  и  $\widehat{\mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d} = \Phi_d$ ), то можно написать

$$v_2^2 = \frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{k}'_d{}^2 = (n_2 - i\kappa_2)^2,$$

$$\frac{c^2}{\omega^2} (\mathbf{k}'_d{}^2 - \mathbf{k}''_d{}^2) = n_2^2 - \kappa_2^2 = n_{2\Phi}^2 - \kappa_{2\Phi}^2,$$

$$\frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d = n_2 \kappa_2 = n_{2\Phi} \kappa_{2\Phi} \cos \Phi;$$

на основании (4.38) и (4.5а)

$$\kappa_2 = 0, \quad \Phi = \widehat{\mathbf{k}'\mathbf{k}''} = \pi/2, \quad \cos \Phi = 0.$$

При этом формулы (4.8) и (4.9) несправедливы. Это происходит потому, что при их выводе падающая волна считалась однородной.

Расположение волновых векторов для всех рассмотренных случаев показано на рис. 10, б—г (стр. 42).

Следует обратить внимание, что  $\kappa_{2\Phi} \neq 0$ ; таким образом,  $\kappa_{2\Phi}$  здесь скорее — характеристика волны, а не среды (тогда как  $\kappa$  — характеристика среды). Для  $\kappa_{2\Phi}$  предлагался [34, 35] термин *коэффициент неоднородности волны* (ср. приложение III).

Если поглощает также среда 2, вместо (4.37) и (4.38) для немагнитных сред следует написать

$$\mathbf{k}'_d{}^2 - \mathbf{k}''_d{}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon', \quad (4.39)$$

$$\mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon'' \quad (\text{см. рис. 10}). \quad (4.40)$$

<sup>1)</sup> Поскольку углы  $\widehat{\mathbf{k}''\mathbf{N}}$  и  $\widehat{\mathbf{k}'\mathbf{k}''}$  в общем случае произвольны.

Формулы Френеля, обобщенные на эти случаи, можно получить, как и выше, двумя путями:

1) Полагать угол  $\varphi$  или (при поглощении в обеих средах) углы  $\varphi$  и  $\psi$  комплексными и вести расчеты аналогично тем, которые были проведены в формулах (4.6) и (4.12)—(4.18), но с введением аналогично (4.6) и (4.7) комплексных показателей преломления  $\nu_1$  и  $\nu_2$  для обеих сред.

2) Ограничиваясь вещественными углами  $\psi'$  и  $\psi''$  (или при поглощении в обеих средах вводя также вещественные углы  $\varphi'$  и  $\varphi''$ , как показано на рис. 10, б—г), находить отдельно фазовые и амплитудные соотношения. Углы  $\varphi'$  и  $\psi'$  можно называть «фазовыми углами соответственно падения и преломления», поскольку они, как сказано на стр. 45 (см. также рис. 10), определяют поворот поверхности равных фаз, а углы  $\varphi''$  и  $\psi''$  называть «амплитудными углами соответственно падения и преломления», поскольку они определяют положение поверхности равных амплитуд. Закон отражения и преломления в этом случае можно записать, пользуясь для определения (4.3) и (4.4) формулами, аналогичными (4.5б), с учетом комплексности  $\mathbf{k}$ :

$$[\mathbf{k}'\mathbf{N}] = [\mathbf{k}'_d \mathbf{N}] = [\mathbf{k}'_r \mathbf{N}]; \quad [\mathbf{k}''\mathbf{N}] = [\mathbf{k}''_d \mathbf{N}] = [\mathbf{k}''_r \mathbf{N}], \quad (4.41)$$

$$n_{\varphi 1} \sin \varphi' = n_{\varphi 2} \sin \psi', \quad \kappa_{\varphi 1} \sin \varphi'' = \kappa_{\varphi 2} \sin \psi'', \quad (4.42)$$

где соответственно  $\varphi' - \psi'$  — угол поворота поверхности равных фаз;  $\varphi'' - \psi''$  — угол поворота поверхности равных амплитуд. В общем случае формулы Френеля вторым способом еще получены не были.

Первый способ применялся в работах [03, 09—012], [29, 36] и многих других; второй способ в последнее время был особенно подробно развит в работах [30—32, 34, 35].

Сравнительные достоинства этих методов пока полностью не проанализированы. По-видимому, первый удобнее для энергетических расчетов, вычисления коэффициентов отражения, а второй — для построения наглядной картины, определения оптических постоянных  $n$ ,  $\kappa$ ,  $n_{\varphi}$ ,  $\kappa_{\varphi}$ , в частности, методом клина Ши, и анализа фазовых соотношений.

Однако обе методики имеют общую принципиальную трудность. По-видимому, в наиболее общем случае

описание явления заданием  $\perp$  и  $\parallel$  компонент не вполне адекватно задаче, или, во всяком случае, не вполне удобно. Компоненты представляют собой соответственно ТЕ- (трансверсально-электрические) и ТМ- (трансверсально-магнитные) волны, поведение которых различно и глубина проникновения которых — разная; они, видимо, взаимодействуют друг с другом. Как будет показано в § 8, движение энергии в ТЕ- и ТМ-волнах происходит по разным направлениям.

В этом случае определение коэффициента отражения не вполне однозначно [а запись (4.16) и (4.17) неприменима]. Определяя его как отношение среднего за период отраженного потока к среднему падающему потоку, можно ввести два определения<sup>1)</sup>

$$R = \frac{\operatorname{Re} \langle NS_r \rangle}{\operatorname{Re} \langle NS \rangle} \quad \text{или} \quad R = \operatorname{Re} \frac{\langle NS_r \rangle}{\langle NS \rangle};$$

первое употребляется большинством авторов, однако рекомендовалось и второе; выбор между ними еще дискутируется. Эти выражения не эквивалентны одно другому, если обе волны, и падающая, и отраженная, неоднородны.

К этому вопросу и указанной дискуссии мы вернемся в § 8, где будут более глубоко рассмотрены данные процессы.

### § 5. Отражение от анизотропных сред

Развитая выше общая физическая картина механизма явления отражения остается здесь в силе, но необходимо учитывать анизотропию (см. приложение IV). Для этого, сохраняя формулы (1.1)–(1.11), необходимо учесть тензорный характер величин  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ , что сопряжено со значительными математическими трудностями.

При произвольной ориентации падающего луча и поверхности раздела относительно осей тензоров физически обоснованный и математически удобный выбор системы координат становится затруднительным, и предпочтительны инвариантные методы расчета.

<sup>1)</sup> Второе определение аргументируется тем, что значения потоков по отдельности не измеряются и поэтому не обязательно вещественны, как это должно быть для наблюдаемых величин.

Подобные методы в наиболее общей форме развиты в последнее время в работах Ф. И. Федорова [015, 37–40] и его школы; в дальнейшем изложение ведется, следуя его методу.

Введем для краткости записи обозначения

$$m = \frac{c}{\omega} k \quad (\text{вектор рефракции}),$$

$$a' = \frac{c}{\omega} a, \quad \eta = Nm, \quad b = [Na'].$$

В § 3 дисперсионное уравнение (уравнение нормалей) (3.1) имело вид

$$k_i = \frac{\omega}{c} m_i = \sqrt{\epsilon_i \mu_i} s_i;$$

из уравнений (1.10a) и (1.11), аналогично (3.2) и (3.8), можно получить в новых обозначениях

$$m_i = [Na'] + (Nm)_i N = b + \eta_i N; \quad (5.1)$$

отсюда для  $\eta_i$  получается квадратное уравнение с решением

$$\eta_i = \pm \sqrt{m_i^2 - a'^2}, \quad (5.2)$$

аналогичное (3.4) и (3.10), но в новых обозначениях.

Для анизотропных сред уравнение нормалей в общем случае согласно [015] в новых обозначениях имеет вид (см. также приложение IV)

$$m^2 \cdot m \epsilon m - m (\hat{\epsilon}_0 - \hat{\epsilon}) m + |\epsilon| = 0; \quad (5.3)$$

здесь  $|\epsilon|$  — детерминант матрицы тензора  $\epsilon$  ( $|\epsilon| = \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$ , где  $\epsilon_i$  — главные значения  $\epsilon$ ),

$$\hat{\epsilon} = |\epsilon| \epsilon^{-1};$$

$\hat{\epsilon}_0$  — след тензора  $\hat{\epsilon}$ .

Решая (5.3) совместно с (1.11) или (5.1), определяем  $\eta_i$ . Получающееся отсюда уравнение для величины  $\eta^{(i)}$  оказывается полным уравнением 4-й степени. Подобно тому как решение уравнения (3.10) имело два корня, соответствующих приходящей и уходящей волнам, в анизотропных средах для  $\eta^{(i)}$  получаются четыре корня: две волны приходящие и две уходящие.



Отбирая, как и выше, решения для уходящих волн, можно найти их волновые векторы. Как известно, задание волновых векторов полностью определяет  $\mathbf{E}_r$ ,  $\mathbf{E}_d$ ,  $\mathbf{H}_r$ ,  $\mathbf{H}_d$  при заданных  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  (см. приложение IV).

Записывая далее, аналогично (3.19):

$$\mathbf{E} = A\mathbf{a}' + B[\mathbf{sa}'], \quad (5.4)$$

$$\mathbf{E}_r = A_r\mathbf{a}' + B_r[\mathbf{s}, \mathbf{a}'], \quad (5.5)$$

$$\mathbf{E}_d^{(1)} = A_d^{(1)}\mathbf{e}_d^{(1)}, \quad (5.6)$$

$$\mathbf{E}_d^{(2)} = A_d^{(2)}\mathbf{e}_d^{(2)}, \quad (5.7)$$

и подобные же обозначения для  $\mathbf{H}^{(i)}$  (здесь  $\mathbf{e}^{(i)}$  — единичные векторы, определяющие направления  $\mathbf{E}^{(i)}$ ), используя найденные значения  $\eta^{(i)}$  и граничные условия (1.3)–(1.6), получим формулы Френеля, обобщенные на анизотропные среды.

Поскольку существенных отличий в физическом механизме процессов в одно- и двуосных кристаллах нет, а математическая сложность уравнений для вторых весьма возрастает, ограничимся одноосными кристаллами (теорию для двуосных и магнитных кристаллов см. в [015] и работах [38, 39, 41]).

Рассмотрим сначала более простой случай, когда среда 1 изотропна (и прозрачна); тогда уравнения (3.1)–(3.5) остаются в силе. Для среды 2 уравнение нормалей для прозрачных кристаллов здесь распадается на два (см. приложение IV), и для среды 2 имеем (индексы «о» и «н» относятся к двум лучам — обыкновенному и необыкновенному)<sup>1)</sup>:

$$(\mathbf{m})^2 = \varepsilon^{(o)}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{m}^{(n)}\varepsilon\mathbf{m}^{(n)} = \varepsilon^{(o)}\varepsilon^{(n)}; \quad (5.9)$$

подставляя в (5.1)

$$\mathbf{m}^{(o)} = \mathbf{b} + \eta^{(o)}\mathbf{N},$$

<sup>1)</sup> Тензор  $\varepsilon$  в системе главных осей имеет вид

$$\begin{vmatrix} \varepsilon^{(o)} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{(o)} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{(n)} \end{vmatrix}.$$

аналогично (3.10) имеем

$$\eta^{(o)} = +\sqrt{\varepsilon^{(o)} - \mathbf{a}'^2}, \quad (5.10)$$

и соответственно

$$\mathbf{m}^{(n)} = \mathbf{b} + \eta^{(n)}\mathbf{N},$$

$$\eta^{(n)} = (\mathbf{N}\varepsilon\mathbf{N})^{-1} \{-b\varepsilon\mathbf{N} + (\varepsilon^{(o)}\varepsilon^{(n)}\mathbf{N}\varepsilon\mathbf{N} - \mathbf{a}'\varepsilon\mathbf{a}')^{1/2}\}. \quad (5.11)$$

Обозначая единичный вектор по оптической оси через  $\mathbf{c}$  и вводя индекс 2 для второй среды:

$$n_2^{(o)} = \sqrt{\varepsilon^{(o)}}, \quad (5.12)$$

$$n_{2\text{необ}}^{(n)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2^{(o)}\varepsilon_2^{(n)}}{\varepsilon_2^{(o)}[\mathbf{sc}]^2 + \varepsilon_2^{(n)}(\mathbf{sc})^2}}. \quad (5.13)$$

Тогда для обыкновенной волны, в которой вектор  $\mathbf{E}^{(o)}$ , как можно показать, перпендикулярен главному сечению (т. е. плоскости  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{c}$ ):

$$\mathbf{E}_d^{(o)} = A^{(o)}[\mathbf{m}_d^{(o)}\mathbf{c}], \quad (5.14)$$

и для необыкновенной, где  $\mathbf{E}^{(n)}$  лежит в плоскости главного сечения<sup>1)</sup>:

$$\mathbf{E}_d^{(n)} = A_d^{(n)}(\varepsilon^{(o)} - \mathbf{m}_d^{(n)}\mathbf{m}_d^{(n)})\mathbf{c} \quad (5.15)$$

и соответственно

$$\mathbf{H}_d^{(o)} = A_d^{(o)}[\mathbf{m}_d^{(o)}[\mathbf{m}_d^{(o)}\mathbf{c}]], \quad \mathbf{H}_d^{(n)} = A_d^{(n)}\varepsilon^{(o)}[\mathbf{m}_d^{(n)}\mathbf{c}].$$

Производя вычисления, получим

$$A_r = \frac{1}{\xi} \{A[(\eta_1 - \eta_2^{(o)})(X + Y) + (\eta_1 - \eta_2^{(n)})(Z + U)] + 2B(\eta_2^{(o)} - \eta_2^{(n)})(V - W)\}; \quad (5.16)$$

здесь  $\eta_1 = n_1 \cos \varphi$  и

$$B_r = \frac{1}{\xi} \{B[(\eta_1 + \eta_2^{(o)})(X - Y) + (\eta_1 + \eta_2^{(n)})(Z - U) - 2A(\eta_2^{(o)} - \eta_2^{(n)})(U + W)]\}, \quad (5.17)$$

$$\xi = (\eta_1 + \eta_2^{(o)})(X + Y) + (\eta_1 + \eta_2^{(n)})(Z + U), \quad (5.18)$$

$$X = E_2^{(o)}\eta_1\mathbf{m}_d^{(o)}[\mathbf{a}'\mathbf{c}]\mathbf{m}_d^{(n)}[\mathbf{a}'\mathbf{c}],$$

<sup>1)</sup>  $(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})_{ik} = A_iB_k$  — тензор, так называемая *диада*.

$$Y = n_1^2 m_d^{(o)} [a'c] \{ \eta_2^{(o)2} [Na']c - \eta_2^{(k)} a'^2 (Nc) \}, \quad (5.19)$$

$$Z = \varepsilon_2^{(o)2} \eta_{11} (a'c)^2, \quad U = \varepsilon_2^{(o)} n_1^2 \eta_2^{(o)} (a'c)^2, \quad (5.20)$$

$$V = \varepsilon_2^{(o)} n_1 \eta_{11} \eta_2^{(o)} (a'c) ([Na']c), \quad W = \varepsilon_2^{(o)} u \eta_{11} a'^2 (a'c) (Nc). \quad (5.21)$$

Эти формулы полностью описывают отражение света от границы одноосного кристалла при любой ориентации  $m, c, N$ .

Как видно, при отражении от границы изотропной прозрачной среды и одноосного кристалла получается одна отраженная волна; волновой вектор ее определяется формулами (3.3)—(3.5). При падении линейно поляризованной волны отраженная поляризована также линейно, амплитуды ее компонент определяются формулами (5.16) и (5.17).

Существенные отличия можно отметить в отношении свойств поляризации отраженного света.

Прежде всего здесь  $A_r = f'(A, B)$  и  $B_r = f''(A, B)$ , т. е., в отличие от случая изотропной среды,  $\perp$  и  $\parallel$  компоненты не независимы [в (3.22) и (3.23)  $E_{r\perp} = f'(E_{\perp})$  и  $E_{r\parallel} = f''(E_{\parallel})$ ].

Вследствие этого:

1) При падении линейно поляризованной волны отраженная поляризована также линейно, но поворот плоскости колебаний происходит иначе, формула (3.32) неприменима,  $d/d\alpha \left( \frac{\text{ctg } \beta}{\text{ctg } \alpha} \right) = f(\alpha)$ ; происходит поворот плоскости поляризации и при нормальном падении (рис. 25—27).

2) Коэффициенты отражения  $r_{\perp}, r_{\parallel}$  в отличие от изотропных сред, зависят в общем случае от  $\alpha$  — азимута колебаний падающего света.

3) Можно показать, что для каждого угла  $\varphi$  существуют два значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  таких, что  $\alpha_1 - \alpha_2 = 90^\circ$ , и при этом для соответствующих азимутов колебаний отраженного света  $\beta_1 - \beta_2 = 90^\circ$  («главные азимуты» по Корню), и для этих двух азимутов суммарное отражение максимально.

4) Можно подобрать такое значение, чтобы при всех  $\varphi$  было

$$\alpha = \beta : n_1 = \sqrt{n_2^{(o)} n_2^{(k)}}$$

(рис. 25, в).

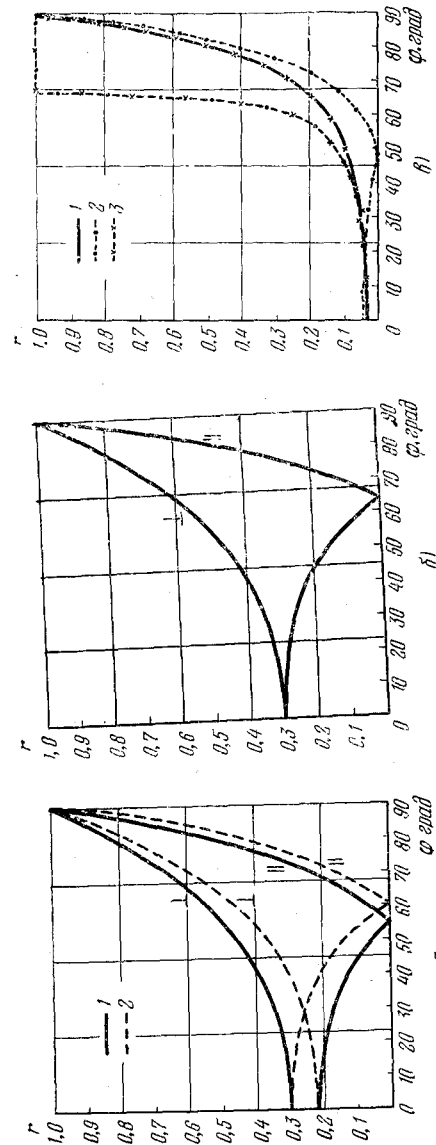


Рис. 25. Амплитудные коэффициенты отражения от границы вакуум — кальцит (отрицательный кристалл)  
 а)  $cn=0$  (случай I); 1 — случай IA ( $sa=0$ ); 2 — случай IB ( $sa=|a|$ ); б)  $cn=N$ ,  $sa=0$  (случай II); в) то же, для  $n_1 = \sqrt{n_2^{(o)} n_2^{(k)}}$  ( $n_2^{(o)} = 1,70$ , 1 — случай IA — обе компоненты; 2 — случай IB — левая кривая —  $\perp$  компонента; правая кривая —  $\parallel$  компонента; левая кривая —  $\perp$  компонента; правая кривая —  $\parallel$  компонента).

5) Не всегда существует угол полной поляризации: если  $n_2^{(o)} < n_1 < n_2^{(n)}$ , — его нет (рис. 25, в), т. е. при

$$\varphi + \psi = \pi/2 \quad (\operatorname{tg} \varphi = n), \quad E_{\parallel} \neq 0.$$

6) Наоборот, можно подобрать такое значение  $n_1$ , чтобы  $\beta$  не зависело от  $\alpha$ , т. е. поляризация отраженного света (при падающем естественном) была полной при любом  $\varphi$ :  $n_1 = n_2^{(o)}$ .

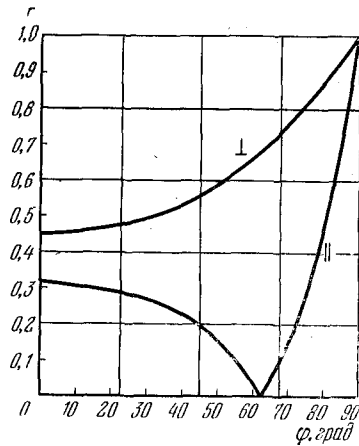


Рис. 26. Амплитудные коэффициенты отражения от границы вакуум — каломель.

$n_2^{(o)} = 1,96$ ;  $n_2^{(n)} = 2,60$ ,  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ; полужидкий кристалл, случай IB.

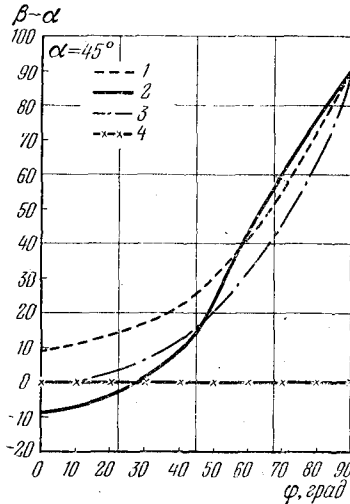


Рис. 27. Поворот плоскости поляризации при отражении.

1 — граница вакуум — каломель, случай IA; 2 — то же, случай IB; 3 — граница вакуум — изотропная среда с  $n_2 = 2,60$ ; 4 — граница изотропной среды с  $n_1 = \sqrt{n_2^{(o)} n_2^{(n)}}$  и кальцита, случай IA.

Поскольку решение (5.16) — (5.21) трудно обозримо, рассмотрим несколько наиболее важных случаев ( $n_{21o} = n_2^{(o)}/n_1$ ;  $n_{21n} = n_2^{(n)}/n_1$ ).

I. Оптическая ось (бинормаль) параллельна плоскости раздела

$$(cN) = 0.$$

A. Плоскость падения параллельна оптической оси ( $a'c) = 0$ :

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi - (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.22)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi - (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi + (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (5.23)$$

B. Плоскость падения перпендикулярна оптической оси ( $a'c) = |a'|$ :

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi - (n_{21n}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (n_{21n}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.24)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{n_{21o}^2 \cos \varphi - (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{n_{21o}^2 \cos \varphi + (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (5.25)$$

II. Оптическая ось перпендикулярна плоскости раздела  $c = N$ ; ( $a'c) = 0$ :

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi - (n_{21o}^{(2)} - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (n_{21o}^{(2)} - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.26)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi - (n_{21n}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi + (n_{21n}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (5.27)$$

Для нормального падения в этом случае

$$\left| \frac{E_r}{E} \right| = - \frac{n_{21o} - 1}{n_{21o} + 1}, \quad (5.27a)$$

однако ориентация векторов зависит от ориентации E относительно с и  $E_r$  не параллельна E.

III. Оптическая ось наклонна к плоскости раздела ( $cN = \alpha$ ). Для практики важно, когда плоскость падения есть одновременно главная плоскость (s, N, с компланарны):

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi - (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (n_{21o}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.28)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi - (n_{21o}^2 \sin^2 \alpha + n_{21n}^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{n_{21o} n_{21n} \cos \varphi + (n_{21o}^2 \sin^2 \alpha + n_{21n}^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (5.28a)$$

Следует отметить, что формулы (5.24) совпадают с формулами для изотропных сред с показателем преломления  $n_{21} = n_{21o}$ , а формулы (5.22), (5.25), (5.26), (5.28) — при  $n_{21} = n_{21o}$ . Таким образом, в отношении отражения в некоторых избранных направлениях и при избранных ориентациях кристалл ведет себя так же, как изотропная среда, и, очевидно, для наиболее отчетливого обнаружения его анизотропии и измерения соответствующих констант необходимо специально выбирать наиболее выгодную ориентацию кристаллографической оси относительно поверхности и луча (см. подробнее § 33).

Результаты расчетов по формулам (5.22) — (5.28) были даны на рис. 25—27.

Видно, что угол Брюстера различен для разных ориентаций кристалла; для  $\text{FeCO}_3$ , например, различие превышает  $8^\circ$ .

В подтверждение сказанного в п. 1 на стр. 66, видно, что в случае I происходит поворот плоскости поляризации и при нормальном падении.

Из рис. 25, в видно, что при  $n_1 = \sqrt{n_2^{(o)} n_2^{(h)}}$  угла полной поляризации нет,  $\alpha = \beta$ , согласно пп. 4 и 5.

В подтверждение п. 6 видно, что при  $n_1 = n_2^{(o)} (n_{21}^{(o)} = 1)$  для всех  $\varphi$

$$\text{в (5.22) } E_{r\perp} = 0,$$

$$\text{в (5.25) } E_{r\parallel} = 0,$$

$$\text{в (5.26) } E_{r\perp} = 0.$$

Видно также, что в случае IB то же имеет место при  $n_1 = n_2^{(h)} (n_{21}^{(h)} = 1)$  в (5.24)  $E_{r\perp} = 0$ .

Очевидно, что можно подобрать такие условия, при которых отраженной волны не будет вообще.

Весьма важный общий вывод заключается в том, что отражение от данного кристалла очень существенно зависит от взаимной ориентации  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{k}$  ( $\mathbf{m}$ ).

Намного сложнее случай, когда анизотропна среда 1 (пусть среда 2 для простоты изотропна). Этот случай подробно рассчитан для произвольных ориентаций в работе [40] (см. также [41, 42], где решение получено построением Гюйгенса, и [43]).

Некоторые экспериментальные измерения без полного математического анализа полученных результатов при-

ведены в работе [44] (расчеты выполнены методом сфер Пуанкаре в инвариантной форме, и поэтому лишь для некоторых весьма частных случаев; работы [37—40] автору, видимо, неизвестны).

Здесь при падении одной волны возникают в общем случае две отраженные волны — обыкновенная и необыкновенная. Важно подчеркнуть, что характер отражения существенно зависит от относительных ориентаций  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{m}$  (или  $\mathbf{k}$ ), и отражение будет происходить, даже если  $n_1^{(1)} = n_2^{(1)}$ , но ориентации  $\mathbf{s}$  различны. Так, например, будет наблюдаться отражение от поверхности раздела двойников<sup>1)</sup>.

При некоторых направлениях  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{m}_1$  будет возникать лишь одна отраженная волна, причём такая же, как падающая (т. е. обыкновенная — при падении обыкновенной, и наоборот). Это будет при  $\mathbf{a}' \perp \mathbf{s}$  и  $\mathbf{a}' \parallel \mathbf{s}$ . В последнем случае, если  $\epsilon_1^{(o)} = \epsilon_2$ , то при падении обыкновенной волны отражения не будет вообще. Полное внутреннее отражение может иногда иметь место и лишь для одной из волн, в зависимости от соотношения  $n_k^{(i)}$ .

В общем случае для углов отражения можно написать (для случая, когда  $\mathbf{s}$  не лежит в плоскости падения), используя (1.11):

1. Обыкновенная волна падает под углом  $\varphi_o$ :

$$\sin \varphi_{ro}^{(o)} = \sin \varphi_o,$$

$$\sin \varphi_{ro}^{(h)} = \frac{v_r^{(h)}}{v^{(o)}} \sin \varphi_o = \frac{n^{(o)}}{n_r^{(h)}} \sin \varphi_o.$$

2. Необыкновенная волна падает под углом  $\varphi_h$ :

$$\sin \varphi_{rh}^{(o)} = \frac{v^{(o)}}{v^{(h)}} \sin \varphi_h = \frac{n^{(h)}}{n^{(o)}} \sin \varphi_h,$$

$$\sin \varphi_{rh}^{(h)} = \frac{v_r^{(h)}}{v^{(h)}} \sin \varphi_h = \frac{n^{(h)}}{n_r^{(h)}} \sin \varphi_h;$$

здесь индекс в скобках указывает название отраженной волны, а индекс вне скобок — ее происхождение;  $v_r^{(h)}$  — скорость отраженной необыкновенной волны,

<sup>1)</sup> Формулы Френеля для падения обыкновенной волны на плоскость двойникования получены в работе [45].

$v^{(n)}$  — скорость падающей необыкновенной волны (обе эти величины зависят от  $\varphi$ ); те же обозначения и у  $n$ .

Видно, что в общем случае углы не равны друг другу, и только первый из четырех подчиняется (3.5), остальные углы отражения различны и не равны, даже  $n = \varphi_0$ .

На рис. 28 дан пример для кристалла кальцита.

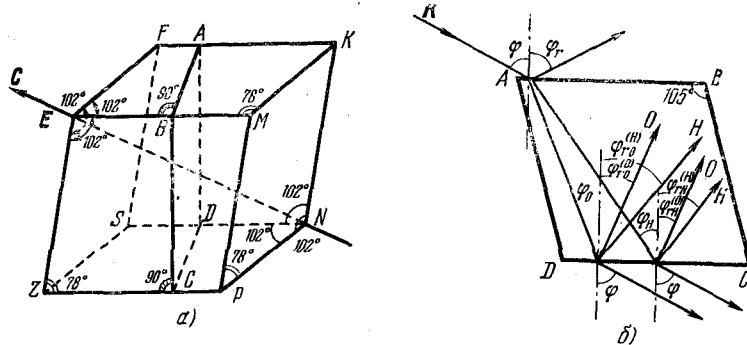


Рис. 28. Ромбоэдр спайности кальцита  $\text{CaCO}_3 \{1011\}$  (а) и отражение от плоскости  $EFAKMB$  и  $ZSDNPC$  (б); плоскость падения  $ABCD$ . Показаны углы отражения ( $\varphi_r - 180^\circ$ ) и направления волновых векторов. Обозначения даны в тексте.

Для указанного выше частного случая, когда оптическая ось лежит в плоскости падения ( $a'c=0$ ) и составляет с поверхностью угол  $\alpha$  и когда возникает лишь одна отраженная волна, для необыкновенной волны можно получить из приведенных формул:

$$\text{ctg } \varphi_{rK}^{(n)} = \text{ctg } \varphi^{(n)} + 2 \frac{\varepsilon^{(n)} - \varepsilon^{(o)}}{E^{(o)} \text{tg } \alpha + E^{(n)} \text{ctg } \alpha}.$$

Здесь  $\varphi_{rK}^{(n)} \neq \varphi^{(n)}$  (равенство имеет место, только если  $\alpha=0$  или  $\pi/2$ ). Для обыкновенной волны  $\varphi_{rO}^{(o)} = \varphi^{(o)}$ .

Следует иметь в виду, что все изложенное относится к ориентации волновых векторов («направлениям волн»). Направления векторов  $S$  или соответствующих этим направлениям единичных векторов  $u$  («направления лучей») будут, вообще говоря, иными. В частности, лучи отраженные могут не лежать в одной плоскости с лучами падающими, что резко отличается от изотропных сред.

Для рассмотрения частного случая ( $a'c=0$ ), обозначая  $(u_x/u_z) = \text{tg } \varphi_{\text{луч}}$ , можно получить

$$\text{tg } \varphi_{rK}^{(n)} = \text{tg } \varphi_{\text{луч}}^{(n)} + 2 \frac{\varepsilon^{(o)} - \varepsilon^{(n)}}{\varepsilon^{(o)} \text{tg } \alpha + \varepsilon^{(n)} \text{ctg } \alpha},$$

т. е.  $\varphi_{rK}^{(n)} \neq \varphi_{\text{луч}}^{(n)} \neq \varphi_{rK}^{(n)}$  при  $\varphi_{\text{луч}}^{(n)} = \varphi^{(n)}$ . Результаты расчетов по этой формуле показаны на рис. 29 (по [46]).

При отражении волны внутрь кристалла (от поверхности раздела с изотропной средой) поле в нем у поверхности значительно сложнее, чем при изотропной среде 1. Показано [47], что отраженная необыкновенная волна может быть и неоднородной, так же как и волна в среде 2 (изотропной), и указаны необходимые для этого условия.

Результаты расчетов [48] для коэффициентов отражения в кристалле рубина показаны на рис. 30 и 31.

В последнее время формулы для анизотропных сред получены по новой методике [49]. Геометрическая оптика одноосных кристаллов описана в работе [50].

Поскольку при выводе формул (5.16) и (5.17) нигде не предполагалась вещественность  $k_e^{(i)}$  и  $m_e^{(i)}$ , очевидно, можно обобщать их<sup>1)</sup> на случай одноосных поглощающих кристаллов, аналогично тому, как это

<sup>1)</sup> Это обобщение сделано в работе [51], авторы которой, видимо, не знакомы с монографией [015].

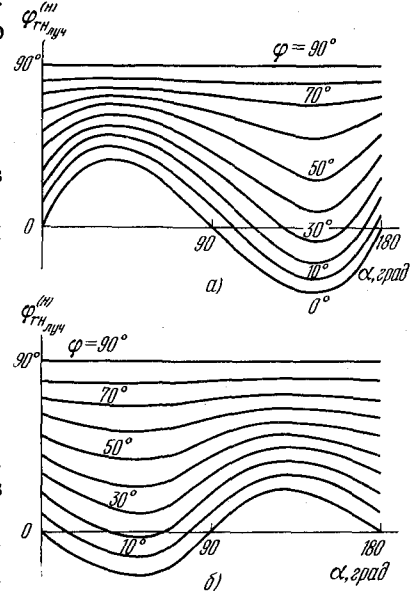


Рис. 29. Зависимости углов отражения  $\varphi_{rK}^{(n)}$  необыкновенных лучей для  $a \perp c$  (ось в плоскости падения) от угла  $\alpha = \angle c$  и угла падения  $\varphi$ . а)  $\frac{n^{(n)}}{n^{(o)}} = 0,71$ ; б)  $\frac{n^{(n)}}{n^{(o)}} = 1,22$ .

делалось в § 4, вводя соответственно

$$v^{(o)} = n^{(o)} - i\chi^{(o)} \text{ и } v^{(n)} = n^{(n)} - i\chi^{(n)}.$$

При отражении от границы вакуум — кристалл будет получаться по-прежнему одна отраженная волна, но, вообще говоря, поляризованная эллиптически.

Для наиболее простого частного, но практически важного случая II (оптическая ось с перпендикулярна плоскости раздела  $c \parallel \mathbf{N}$ ) можно получить формулы<sup>1)</sup>

$$E_{r\perp} = r_{\perp} e^{i\delta_{\perp}} E_{\perp}, \quad E_{r\parallel} = r_{\parallel} e^{i\delta_{\parallel}} E_{\parallel},$$

$$r_{\perp} = \frac{\cos \varphi - (v_{21}^{(o)})^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi + (v_{21}^{(o)})^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.29)$$

$$r_{\parallel} = - \frac{v_{21}^{(o)} v_{21}^{(n)} \cos \varphi - (v_{21}^{(n)})^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{v_{21}^{(o)} v_{21}^{(n)} \cos \varphi + (v_{21}^{(n)})^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (5.30)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{\perp} = \frac{2b^{(o)} \cos \varphi}{a^{(o)2} + b^{(o)2} - \cos^2 \varphi},$$

$$\operatorname{tg} \delta_{\parallel} = \frac{2(a^{(n)} f_1 - b^{(n)} f_2) \cos \varphi}{a^{(n)2} + b^{(n)2} - (f_1^2 + f_2^2) \cos^2 \varphi}; \quad (5.31)$$

здесь  $a^{(i)}$ ,  $b^{(i)}$  определяются формулами, аналогичными (4.13), и

$$f_1 = n^{(o)} \chi^{(n)} - n^{(n)} \chi^{(o)}, \quad f_2 = n^{(o)} n^{(n)} - \chi^{(o)} \chi^{(n)}$$

(индекс среды 2 для простоты опущен).

Отсюда получается коэффициенты отражения

$$R_{\perp} = \frac{|E_{r\perp}|^2}{|E_{\perp}|^2} = \frac{(a^{(o)} - \cos \varphi)^2 + b^{(o)2}}{(a^{(o)} + \cos \varphi)^2 + b^{(o)2}}, \quad (5.32)$$

$$R_{\parallel} = \frac{|E_{r\parallel}|^2}{|E_{\parallel}|^2} = \frac{(a^{(n)} - f_2 \cos \varphi)^2 + (b^{(n)} - f_1 \cos \varphi)^2}{(a^{(n)} + f_2 \cos \varphi)^2 + (b^{(n)} + f_1 \cos \varphi)^2} \quad (5.33)$$

[формула (5.32), естественно, аналогична (4.16)].

Для анизотропных сред можно также вводить величины  $n_{\varphi}^{(i)}$ ,  $\chi_{\varphi}^{(i)}$ , как это делалось для сред изотропных; довольно удобные формулы для их вычисления по  $n^{(o)}$ ,  $n^{(n)}$  и  $\chi^{(o)}$ ,  $\chi^{(n)}$  даны в работе [53]. Однако дальнейшие вычис-

<sup>1)</sup> Близкие формулы даны в работе [52].

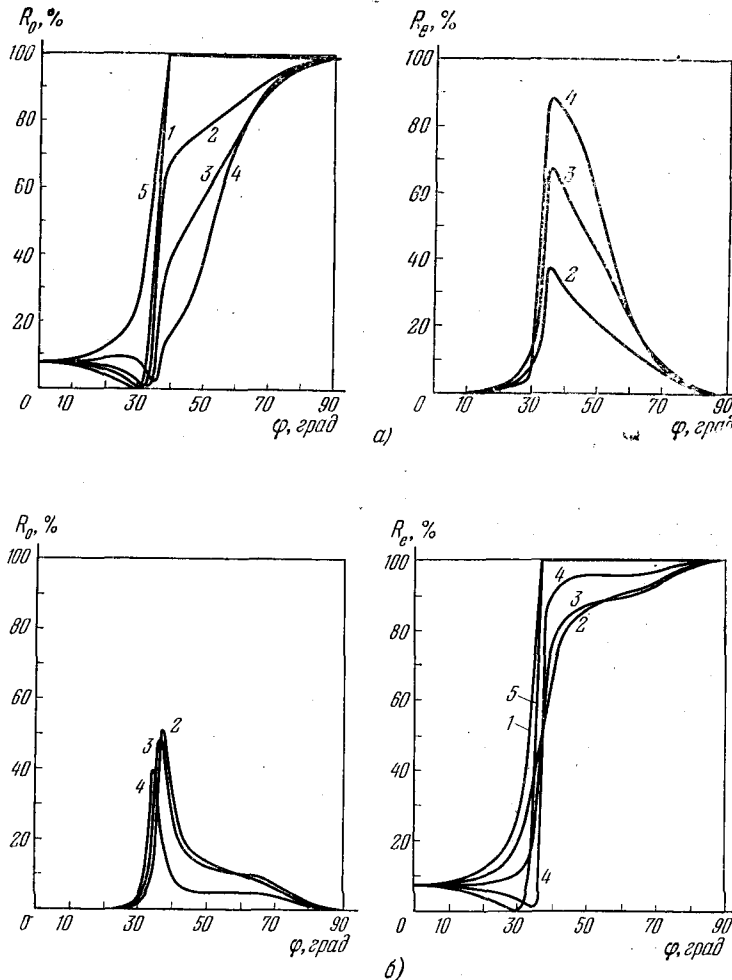


Рис. 30. Энергетические коэффициенты отражения для границы рутила ( $n_1^{(o)} = 1,7636$ ;  $n_1^{(n)} = 1,7556$ ) — вакуум

а) при падении обыкновенной волны, для отраженных, обыкновенной (слева) и необыкновенной (справа) волн, для углов  $\alpha$ : 1 — 0°, 2 — 30°, 3 — 45°, 4 — 60°, 5 — 90°; б) при падении необыкновенной волны, по [48].

ления при  $s$ , не параллельном  $N$ , этим не упрощаются. Формулы Френеля для общего случая отражения от границы раздела двух анизотропных поглощающих сред дают зависимости  $R=R(\varphi^{(i)}, \psi^{(i)})$  [43].

Для расчетов общие формулы трудны, так как требуют знания поляризации прошедшего луча.

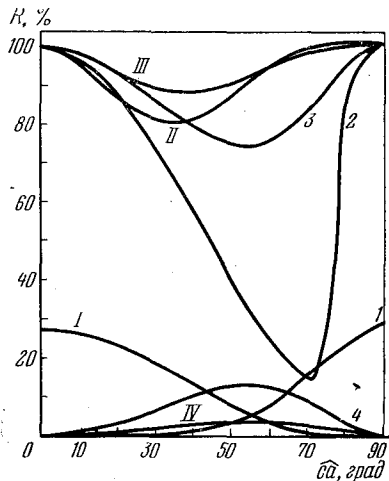


Рис. 31. Зависимость энергетических коэффициентов отражения для того же кристалла от его ориентации ([48]):

$I-4$  — падающая обыкновенная,  $I-IV$  — падающая необыкновенная волны. Для отраженной обыкновенной:  $I-3$ ,  $IV$ . Для отраженной необыкновенной:  $I-III$ ,  $4$ .  $I, 4, I, IV$   $\varphi=30^\circ$ ;  $II$   $\varphi=45^\circ$ ;  $III$   $\varphi=60^\circ$ .

Уравнение (1.9) проверялось в последнее время в работе [54]; изменение частоты при 24 отражениях не превышало  $5 \cdot 10^{-21}$ .

Выводы из закона отражения (1.11) — параллельность плоскостей падения и отражения и формула (3.7) — оправдываются со всей точностью современных угловых измерений.

Закон преломления (1.11) и (3.11) проверялся также со всей точностью современных угловых измерений и независимых методов определения фазовой скорости света (интерференционных и дифракционных). Можно утверждать, что для прозрачных сред границы точности

знания поляризации прошедшего луча.

Из всего изложенного ясно, что измерения отражения для анизотропных сред могут давать все сведения о значениях констант и, кроме того, служить для определения ориентации осей в кристалле, ориентации отражающей поверхности, симметрии кристалла и т. д.

Вопрос о методах определения констант по отражению рассмотрен в § 31.

## § 6. Сравнение с экспериментом

Законы отражения света в изложенном простейшем приближении проверялись неоднократно.

выполнения указанных закономерностей определяются возможностями приближения (в реальном эксперименте) к осуществлению плоской монохроматической волны. Так, ряд эффектов, возникающих при отражении световых пучков и не укладывающихся в изложенную схему, легко объясняется теорией, если учитывается роль ограничения фронта волны (разложение пучка на сумму плоских волн), как будет показано в § 8.

Естественно, что справедливость изложенных законов ограничена рамками сформулированных вначале исходных положений, т. е. предполагается и самая возможность феноменологического макроскопического описания путем задания параметров  $n$ ,  $\kappa$ . Границы этой возможности, позволительности неучета нелокальности взаимодействий и других факторов обсуждаются подробно в дальнейшем (см. также литературу [08, 018]).

К экспериментальной проверке формул Френеля (3.22) и (3.23) оптики возвращались неоднократно; этим вопросом занимались такие ученые, как Жамен, Рэлей, Друде, Вуд, Раман, Манделъштам (обзор этих работ см. в [55—58]).

Основные результаты проверок сводятся к следующему.

**1. Прозрачные среды.** В этой области имеются наибольшие возможности проверки теории, и точность проверок — наивысшая.

Опыт показывает, что от формул (3.22) и (3.23) наблюдаются некоторые отступления; укажем основные из них:

а) Согласно (3.23)  $E_{r\parallel}$  должно обращаться в нуль при  $\varphi=\varphi_{бр}$  (где  $\text{tg } \varphi_{бр}=n_{21}$  — угол Брюстера), а разность фаз  $\Delta$  между  $E_{r\perp}$  и  $E_{r\parallel}$  должна при этом скачкообразно измениться от 0 до  $\pi$ .

Эксперимент показывает, что  $E_{r\parallel}$  в нуль не обращается и имеет повышенные (относительно предсказываемых формул) значения в интервале  $\varphi_{бр} \pm (1-3^\circ)$ ; в этом же интервале плавно меняется значение  $\Delta$ . В результате в указанном интервале  $\varphi$  вблизи  $\varphi_{бр}$  отраженный свет оказывается эллиптически поляризованным, причем эллиптичность может достигать  $10^{-3}-10^{-2}$  и более. Из-

менения  $\Delta(\varphi)$  и  $\rho = \frac{|E_{r\parallel}|}{|E_{r\perp}|}$  для частного случая отражения

от поверхности чистых жидкостей показаны на рис. 32 [58, 59].

В работах [57] — [59] на примере жидкостей, где исключены погрешности, возникающие за счет механической обработки поверхности, было показано, что даже

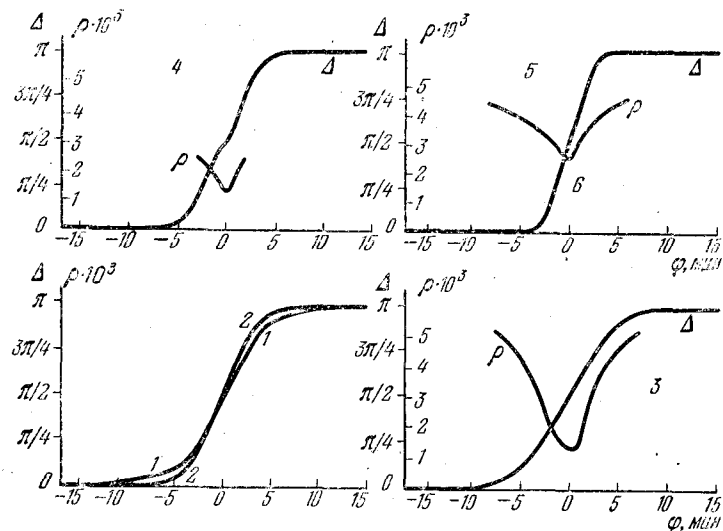


Рис. 32. Зависимость разности фаз  $\Delta$  между  $E_{r\perp}$  и  $E_{r\parallel}$  и отношения осей эллипса поляризации  $\rho = \frac{|E_{r\parallel}|}{|E_{r\perp}|}$  от  $\phi$  вблизи  $\phi_{Br}$ .

Угол Брюстера принят за нуль. 1 — ССl<sub>4</sub>; 2 — бромформ; 3 — керосол; 4 — хлорбензол; 5 — бромистоводородная кислота; 6 — циклогексанол [58, 59].

при полнейшей очистке вещества всеми современными методами эффект уменьшается, но не исчезает, остается и у поверхности, находящейся под вакуумом, причем эллиптичность не опускается ниже  $10^{-3}$ . Иначе говоря, несомненно, имеется остаточный эффект, не обусловленный загрязнением.

б) При  $n_1 = n_2$  отражения быть не должно, между тем оно наблюдается.

Л. И. Мандельштам [60] указал на ряд возможных причин этих отступлений. Его соображения развиты в работах [55, 56, 61].

В результате теоретического анализа там показано, что единственной возможной причиной появления эф-

фекта а) может быть наличие поверхностного слоя с особой молекулярной структурой, отличной от структуры вещества в толще (см. 22 и 23). Как известно, физическая граница раздела никогда не бывает геометрической плоскостью, и предположение, высказанное на стр. 22, — лишь первое грубое приближение. Соответственно можно ожидать, что и полученные на основании него формулы Френеля приближенны. Как будет показано в § 22, описанный эффект б) объясняется также наличием переходного слоя у границы раздела, если уточнить расчет до 2-го порядка.

Наличие подобного слоя с точки зрения молекулярной физики сомнений не вызывает. Известно, что естественная грань кристалла никогда не бывает ровной, причем неровности могут достигать десятков слоев и более. Всегда имеют место дислокации и дефекты. Всякая полировка поверхности твердых тел влечет деформацию структуры. Отвлекаясь от этого для твердых тел, или рассматривая свободную поверхность жидкости, необходимо учесть всегда возникающие загрязнения (осадки из атмосферы, выщелачивание, образование окислов и т. п.).

Если все перечисленные обстоятельства устранены путем применения специальных, весьма сложных экспериментальных приемов, выступают уже неустранимые факторы, связанные с самой структурой вещества. Дело в том, что асимметрия внутреннего поля у поверхности необходимо создает особую структуру вещества вблизи нее, особые энергетические уровни и т. п.

На основании изложенного, независимо от деталей, можно утверждать, что на поверхности любого вещества имеется поверхностный слой, а на границе раздела любых сред — переходный слой.

Все явления на поверхности и около нее, очевидно, чрезвычайно важны для понимания механизма отражения света и должны быть проанализированы любой теорией отражения. Влияние поверхностного слоя на отражение рассмотрено в гл. 5 и 6; указанные отступления найдут там свое объяснение. Рассмотрение микротeorии в гл. 3 показывает, что самый факт дискретной, а не континуальной структуры вещества уже приводит к эффектам, подобным описанным выше. Однако эффекты этого происхождения на порядок меньше эффектов, созданных



присущей поверхности структурой, и полностью маскируются последними.

Изменение фазы при полном внутреннем отражении (см. рис. 9) измерялось непосредственно в работе [62]; результаты совпадают с теорией в пределах точности эксперимента. Там же было показано, что при полном внутреннем отражении  $\Delta < 0$ , а для металлов  $E_{r\perp}$  опережает  $E_{r\parallel}$ .

**II. Поглощающие среды.** Точная проверка формул Френеля для поглощающих сред весьма нелегка. Для малых значений  $\kappa$ , где независимые его определения и определения  $n$  несложны и точны, структура формул (3.22) и (3.23), а также (4.14) и (4.15) такова, что большие изменения  $\kappa$  всюду, кроме  $\varphi_{кр}$ , весьма мало влияют на амплитуды и фазы  $E_r$  (подробное обсуждение точности измерений см. в § 32). При больших значениях  $\kappa$  (таких, как у металлов) независимые от отражения измерения  $n$  и  $\kappa$  и тем более  $n_\phi$ ,  $\kappa_\phi$  дают малую точность и весьма затруднительны. Прямые измерения фазовых скачков при отражении удается провести только с точностями порядка 15% (см., например, [62—64]).

Прямым доказательством правильности выбора одинаковых знаков минус в (3.22) и (3.23) служит равенство  $\Delta = 0$  при  $\varphi = 0$ ; в цитированных работах Н. И. Шкляревского с сотрудниками [12, 64] это равенство подтверждено экспериментально.

Весьма существенная трудность заключается в том, что глубина проникновения волны в сильно поглощающую среду невелика — порядка 100 Å и менее, и влияние поверхностных загрязнений, нарушений структуры и т. п. значительно сильнее, чем у непоглощающих сред.

Вследствие всего сказанного, обнаружение столь тонких эффектов, как рассмотренные выше, в настоящее время встречает трудности. В частности, исключительно трудно обнаружить малые эллиптичности и разности фаз на фоне больших аналогичных эффектов, имеющихся согласно § 4. В пределах точности измерений эксперимент подтверждает изложенную теорию.

Наконец, для многих металлов и некоторых других сред сами формулы Френеля принципиально неприменимы вследствие эффектов пространственной дисперсии (см. § 18 и 28).

## ГЛАВА ВТОРАЯ

### КОНФИГУРАЦИЯ ПОЛЕЙ И НАПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭНЕРГИИ

#### § 7. Непоглощающие среды

Формулы (3.22) и (3.23) позволяют полностью описать отраженную волну. Однако для понимания физического механизма возникновения этой волны, баланса и направления движения энергии при отражении необходимо проанализировать характер и конфигурацию поля в отражающей среде 2.

В ряде случаев некоторые практически важные стороны процессов удобно рассмотреть (так же, как и выше) на основе феноменологической теории, хотя она здесь дает общие итоги всего процесса в целом, без анализа цепи превращений энергии<sup>1)</sup>.

При падении плоской волны на границу раздела двух прозрачных сред при  $n_1 < n_2$  отраженная и преломленная волны, как видно из § 1, представляют однородные волны: векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  лежат в одной плоскости, перпендикулярной к  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{k}$ , и поляризованы одинаково. Электрическая и магнитная энергии в них равны (приложение I).

Векторы потока энергии

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad \mathbf{S}_r = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}_r\mathbf{H}_r], \quad \mathbf{S}_d = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}_d\mathbf{H}_d],$$

<sup>1)</sup> Подробности подобного процесса в свободной плазме и ионосфере рассмотрены, например, в работах [1, 2]; для других сред см. ниже.

по направлениям совпадают с  $s$ ,  $s_r$ ,  $s_d$ , т. е. лежат соответственно в плоскостях падения (рис. 33, а), отражения и преломления.

Потоки энергии через единицу площади на поверхности равны  $SN$ ,  $-S_rN$ ,  $S_dN$ ; очевидно

$$(S + S_r - S_d)N = 0. \quad (7.1)$$

Последнее уравнение имеет ясный физический смысл — оно фиксирует отсутствие накопления энергии на поверхности. Это уравнение имеет большую общность — оно может быть доказано строго, исходя только из уравнений Максвелла и граничных условий (1.3) — (1.6) для любых двух сред, в том числе и поглощающих. Однако для последующего важно подчеркнуть, что (7.1) справедливо только в рассматриваемом приближении, когда граница раздела

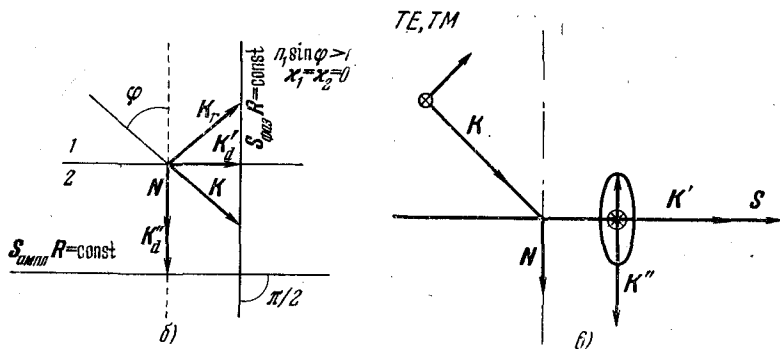
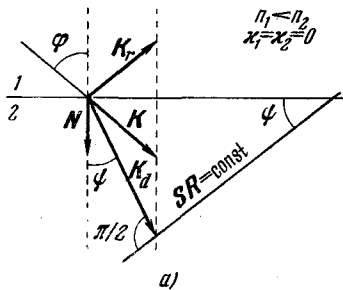


Рис. 33. Расположение волновых векторов:

а) при отражении,  $n_1 < n_2$ ; б, в) при полном внутреннем отражении.

считается геометрической плоскостью и отсутствуют поверхностные токи.

Энергетический баланс у поверхности сходится с той точностью, с какой суммарное поле описывается тремя волнами (1.1), (1.7) и (1.8). К последнему вопросу мы

вернемся на основе более глубокого рассмотрения (см. стр. 93).

Сложнее конфигурация поля при полном внутреннем отражении. Как было показано [формулы (1.11) и (3.13)],

$$k_d' k_d'' = 0, \quad [k_d' N] = a, \quad [k_d'' N] = 0.$$

Это означает, что  $k_d''$  направлен по  $N$ , а  $k_d'$  лежит в поверхности раздела (рис. 33, б, в); плоскость  $k_d$  параллельна плоскости падения.

Таким образом, волны неоднородны, и затухают вглубь среды 2. Фаза распространяется<sup>1)</sup> вдоль поверхности раздела, служащей как бы своеобразным волноводом, — поверхность равных фаз перпендикулярна плоскости падения и поверхности раздела.

Зависимость напряженности поля у поверхности раздела от угла падения может быть рассчитана по приведенным формулам.

Выбирая координаты, как показано на рис. 34, можно получить следующие выражения для поля (суммарного) у границы, со стороны среды 1 [3]:

$$|E_{\perp 0}^1| = |E_{y0}^1| = \frac{2 \cos \varphi}{(1 - n_{21}^2)^{1/2}}, \quad |E_{\parallel 0}^1|^2 = |E_{x0}^1|^2 + |E_{z0}^1|^2, \quad (7.2)$$

$$|E_{x0}^1| = 2 \frac{(\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2} \cos \varphi}{(1 - n_{21}^2)^{1/2} [(1 + n_{21}^2) \sin^2 \varphi - n_{21}^2]^{1/2}}, \quad (7.3)$$

$$|E_{z0}^1| = 2 \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{(1 - n_{21}^2)^{1/2} [(1 + n_{21}^2) \sin^2 \varphi - n_{21}^2]^{1/2}}; \quad (7.4)$$

<sup>1)</sup> Скорость неоднородных волн в данной среде меньше скорости волн однородных в той же среде и зависит от  $\varphi$ , см. приложение III.

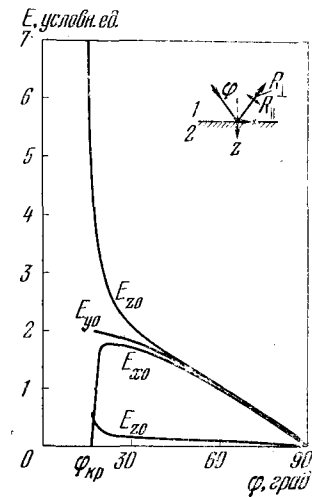


Рис. 34. Напряженность поля у поверхности при полном внутреннем отражении ( $n_1 > n_2$ ) в зависимости от  $\varphi$ .  $E_{x0}$  — со стороны среды 2,  $E_{y0}$  — то же,  $E_{z0}$  (верхняя кривая) — со стороны среды 2,  $E_{z0}$  (нижняя кривая) — со стороны среды 1.

амплитуда падающей волны принята за единицу. Множитель 2 появляется благодаря тому, что рассчитывается суммарное поле (падающая и отраженная волны).

Как легко убедиться,  $E_{x,y}$  непрерывны при переходе границы, а  $E_{z0}$  претерпевает разрыв, значение его у границы со стороны среды 2 получается из  $E_2^1$  умножением на  $n_1^2/n_2^2$ , при  $\varphi_{кр}$  оно равно  $2n_{12}$  в среде 1 и  $2n_{21}$  в среде 2.

На рис. 34 показаны результаты расчетов для границы Si — воздух.

Глубина проникновения  $l$  может определяться как расстояние, на котором  $E_d$  спадает в  $e$  раз; однако  $E_d$  сильно зависит от  $\varphi$  и поляризации подающей волны. Если рассчитать глубину проникновения для равных  $E$ , а не  $E_d$ , то формулы примут вид

$$\frac{l_{\perp}^E}{\lambda_1} = \frac{n_{21} \cos \varphi}{\pi (1 - n_{21}^2)^2 (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}, \quad (7.5)$$

$$\frac{l_{\parallel}^E}{\lambda_1} = \frac{n_{21} \cos \varphi (2 \sin^2 \varphi - n_{21}^2)}{\pi (1 - n_{21}^2) [(1 - n_{21}^2) \sin^2 \varphi - n_{21}^2] (\sin^2 \varphi - n_{21}^2)^{1/2}}. \quad (7.6)$$

На рис. 35 показаны эти отношения, а также  $l/\lambda_1$  (для равных  $E_d$ ). Вглубь среды 2 поле спадает, очевидно, экспоненциально; глубина проникновения — наибольшая у критического угла и с ростом  $\varphi$  спадает по-разному для  $E_{\perp}$  и  $E_{\parallel}$ .

Измерения глубины проникновения  $l$  поля в менее плотную среду 2 были произведены [4] наиболее точно — со счетчиком фотонов; значение  $l$  достигает порядка  $\sim 10\lambda$ , у критического угла оно наибольшее и с ростом  $\varphi$  спадает по-разному для  $E_{\perp}$  и  $E_{\parallel}$ ; согласие теории с опытом достаточно хорошее (см. § 8).

Отметим предварительно, что наличие ничтожного поглощения в среде 2 (менее плотной) резко меняет конфигурацию всего поля, полное внутреннее отражение практически исчезает (это было видно также из рис. 5, 13 и 14).

На рис. 36 и 37 показана область кривых  $R(\varphi)$  около  $\varphi_{кр}$  для очень малых  $\kappa$ . Изложенное свидетельствует о существенной зависимости размеров и формы области

формирования отраженной волны от окружения и свойств среды (подробнее см. § 8).

Поскольку волны в среде 2 неоднородны, их электрическая энергия  $\mathcal{E}_e$  не равна магнитной  $\mathcal{E}_m$ . Их соотношение зависит от характера поляризации. В работе [015] показано, что отношение  $\langle \mathcal{E}_e \rangle / \langle \mathcal{E}_m \rangle$  — наименьшее при  $E$  линейном, и наибольшее — при  $H$  линейном.

Для среднего потока энергии справедливо выражение [см. приложение III, формулы (П31) и (П34)]:

$$\langle S_d \rangle = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ |E_d|^2 (k_d + k_d^*) - [k_d - k_d^*, [E_d E_d^*]] \}, \quad (7.7)$$

$$\langle S_d \rangle = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ |E_d|^2 2k_d'' - 4 [k_d'' - [E_d' E_d'']] \} e^{-2k_d'' r}; \quad (7.8)$$

$k_d' \perp k_d''$  и  $[k_d'' [E_d' E_d'']] \perp k_d''$ , очевидно, и  $\langle S_d \rangle \perp k_d''$  и, следовательно,  $\langle S_d \rangle \perp N$  — поток энергии распространяется вдоль поверхности, т. е. притока энергии в среду 2 в среднем нет (конечно, только в установившемся процессе; см. § 16). Это и следовало ожидать, ибо отражение — полное. Энергия в среде 2 накапливается за время установления процесса.

При этом, поскольку  $k \perp a$  (см. рис. 33, б, в), из (7.7) следует

$$\langle S_d \rangle a = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ - [k_d - k_d^*, [E_d E_d^*]] a \}. \quad (7.9)$$

Вообще говоря, это выражение не равно нулю, т. е.  $S_d a \neq 0$ , вектор  $S_d$  имеет компоненту, перпендикулярную плоскости падения. Из (7.7) — (7.9) видно, что, при

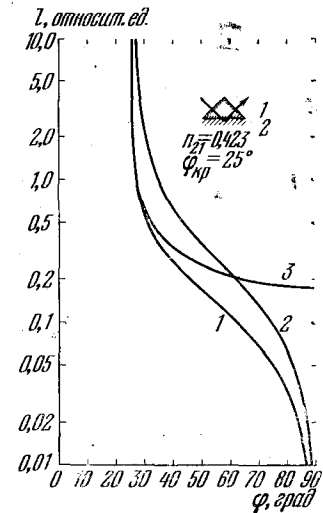


Рис. 35. Относительная глубина проникновения в среду 2:

$1 - \frac{l_{\perp}^E}{\lambda_1}$ ;  $2 - \frac{l_{\parallel}^E}{\lambda_1}$ ;  $3 - \frac{l}{\lambda_1}$  ( $l$  рассчитано на суммарный спад  $E_d$ );  $\varphi_{кр} = 25^\circ$  ( $n_{21} = 0,423$ ) [3].

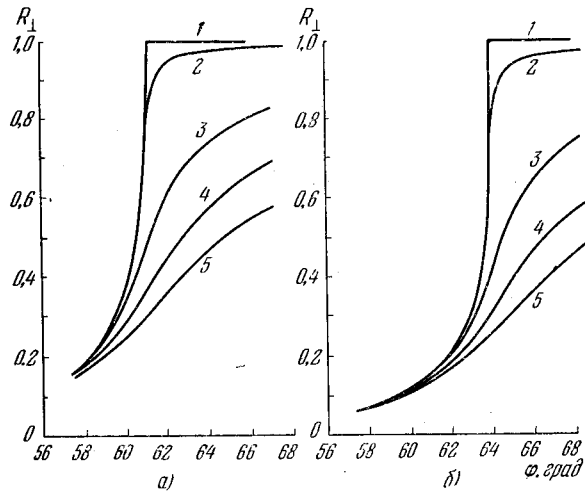


Рис. 36. Коэффициент отражения  $R_{\perp}$  при отражении в непоглощающий диэлектрик от слабо поглощающей среды.

1 — при  $\chi=0$ ; 2 — при  $\chi=0,001$ ; 3 — при  $\chi=0,01$ ; 4 — при  $\chi=0,02$ ; 5 — при  $\chi=0,03$ ; а)  $n_2/n_1=0,8733$ ; б)  $n_2/n_1=0,8998$ ; эксперимент [5].

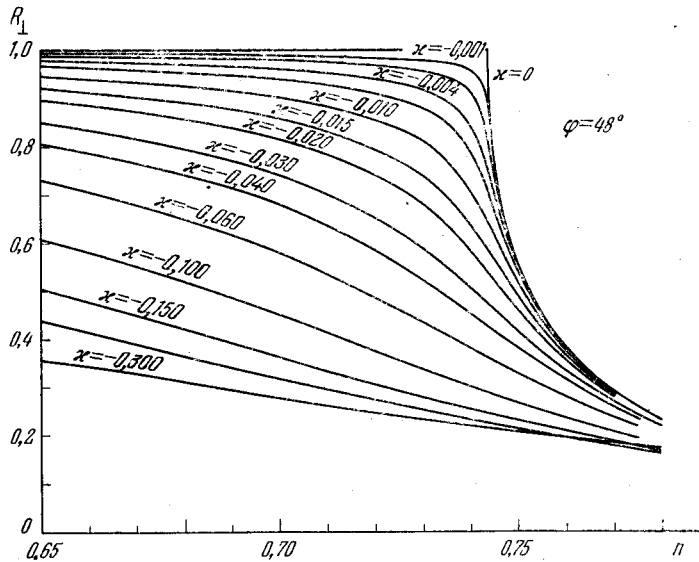


Рис. 37. Рассчитанная зависимость  $R_{\perp}$  от  $n$  при  $\varphi=48^\circ$  ( $n_{2кр}=0,743$ ) для разных  $\chi$  [1].

линейной поляризации  $\mathbf{E}_d$ ,  $\langle \mathbf{S}_d \rangle \mathbf{a} = 0$  — боковая компонента<sup>1)</sup> отсутствует; она имеет наибольшее значение при поляризации круговой<sup>2)</sup>.

Из формул Френеля видно, что при  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\perp}$  или  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel}$  отраженная и преломленная волны имеют также компоненты лишь в той же плоскости; эллиптическая поляризация отраженной волны возникает только, если в  $\mathbf{E}$  присутствуют обе компоненты. Рассмотреть картину подробно удобнее, получив отдельно выражение потоков энергии для ТЕ- и ТМ-волн, возникающих соответственно при  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\perp}$  и  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel}$ .

Используя формулу (П35) приложения III

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle = \frac{c^2}{8\pi} \{ [\mathbf{E}'_d \mathbf{H}'_d] + [\mathbf{E}''_d \mathbf{H}''_d] \} e^{-2k''_d r}, \quad (7.10)$$

имеем

ТЕ-волна:

$$\mathbf{E}''_d = 0, \quad \mathbf{E}_{0d} = \mathbf{E}'_d, \quad \mathbf{H}_{0d} = \mathbf{H}'_d + i\mathbf{H}''_d,$$

$$\mathbf{H}_{0d} = \frac{c}{\mu\omega} [k_d \mathbf{E}_{0d}], \quad \mathbf{H}'_d = \frac{c}{\mu\omega} [k'_d \mathbf{E}_{0d}], \quad (7.11)$$

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle = \frac{c^2}{8\pi\mu\omega} [\mathbf{E}_{0d} [k'_d \mathbf{E}_{0d}]] e^{-2k''_d r} = \frac{c^2}{8\pi\mu\omega} \mathbf{E}_{0d}^2 e^{-2k''_d r} k'_d; \quad (7.12)$$

поток направлен по  $\mathbf{k}'$ , т. е. вдоль поверхности по направлению пересечения плоскости падения с поверхностью раздела (см. рис. 33, б), вектор  $\mathbf{H}$  описывает эллипс в плоскости  $\mathbf{k}$  (см. приложение III);

ТМ-волна:

$$\mathbf{H}''_d = 0, \quad \mathbf{H}_{0d} = \mathbf{H}'_d, \quad \mathbf{E}_{0d} = \mathbf{E}'_d + i\mathbf{E}''_d,$$

$$\mathbf{E}_{0d} = -\frac{c}{\varepsilon\omega} [k_d \mathbf{H}_{0d}], \quad \mathbf{E}'_d = -\frac{c}{\varepsilon\omega} [k'_d \mathbf{H}_{0d}], \quad (7.13)$$

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle = \frac{c^2}{8\pi\varepsilon\omega} \mathbf{H}_{0d}^2 e^{-2k''_d r} k'_d. \quad (7.14)$$

Здесь эллипс в плоскости  $\mathbf{k}$  описывает уже вектор  $\mathbf{E}$ , см. рис. 33, в.

<sup>1)</sup> Возникновение этой компоненты физически связано с возникновением эллиптической поляризации отраженной волны при линейной поляризации падающей, т. е. с изменением спиральности фотонов при отражении, — «инерцией спинового момента фотона» [6].

<sup>2)</sup> Впервые это было показано, видимо, в работе [015], а предсказано А. И. Садовским.

Очевидно, что для обеих волн  $\langle S_d \rangle a = 0$ . Можно показать, что у ТЕ-волны  $\langle \partial_a / \partial_m \rangle < 1$  и наименьшее, а у ТМ-волны  $\langle \partial_a / \partial_m \rangle > 1$  и наибольшее. Равенство  $\langle \partial_a \rangle$  и  $\langle \partial_m \rangle$  имеет место в той волне, где векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  описывают одинаковые эллипсы, лежащие в разных плоскостях.

Следует иметь в виду, что потоки энергии этих двух типов волн неаддитивны, т. е. в «смешанной» волне в  $\mathbf{S}$  будут «перекрестные» (интерференционные) члены.

Фазовые соотношения при полном внутреннем отражении рассматривались в последнее время в работах [7, 8]. Рассчитана скорость распространения энергии при полном внутреннем отражении в среде 2; показано, что скорость немонотонно меняется с углом падения и проходит через максимум при  $\varphi = 0$  и  $\varphi_{кр}$  ( $v = c$ ), оставаясь меньше  $c$  при всех других  $\varphi$ , как и следует ожидать (ср. также [9]).

В связи с этим нужно отметить, что при падении сферической волны фронт отраженной при полном внутреннем отражении волны не будет сферическим, возникнут некоторые aberrации в результате сдвига фаз, различного для разных углов падения и поляризаций.

### § 8. Поглощающие среды

Для поглощающих сред вектор  $\mathbf{k}_d$  — комплексный; согласно (4.1)

$$\mathbf{k}_d^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\text{компл}} \mu_{\text{компл}} = \frac{\omega^2}{c^2} v_2^2,$$

показатель преломления  $v_2$  — комплексный. Расположение волновых векторов для этого случая показано на рис. 10 и 38. Если среда 1 прозрачна, то

$$[\mathbf{k}'_d \mathbf{N}] = a, \quad [\mathbf{k}''_d \mathbf{N}] = 0,$$

т. е. по-прежнему  $\mathbf{k}'_d \parallel \mathbf{N}$ , но  $\mathbf{k}''_d$  не перпендикулярен  $\mathbf{N}$ ; плоскость  $\mathbf{k}_d$ , как и ранее, параллельна плоскости падения.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d &= \frac{\omega^2}{c^2} n_2 \kappa_2 = \frac{\omega^2}{c^2} n_{2\varphi} \kappa_{2\varphi} \cos \psi', \\ \psi' &= \widehat{s_{\text{фаз}} s_{\text{ампл}}} = \widehat{s_{\text{фаз}} \mathbf{N}} = \widehat{\mathbf{k}'_d \mathbf{N}}. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Видно, что фронт волны (поверхность равных фаз) при входе в среду 2 поворачивается, происходит преломление под углом  $\psi'$ . Однако амплитуда волн меняется, спадая в направлении линии пересечения фронта плоскостью падения вглубь вещества.

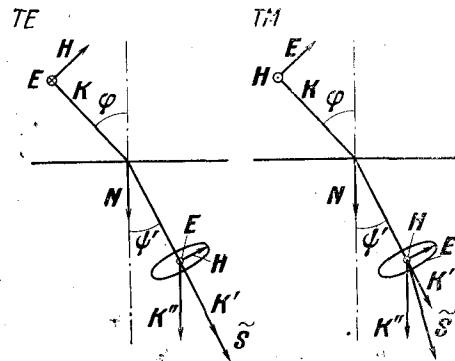


Рис. 38. Расположение волновых векторов и поляризация в поглощающей среде:  $n_{21} > 1$ .

Поляризация колебаний и положение вектора Пойнтинга, когда среда 1 прозрачна, а среда 2 поглощает (случай а рис. 10).

Типичные зависимости  $n_{\varphi}(\varphi)$  были показаны на рис. 11 (стр. 44). Эти зависимости существенны лишь для очень сильно поглощающих сред — некоторых металлов. Отметим попутно, что может, вообще говоря, быть и  $\psi' > \varphi$ ; это значит, что разность  $\varphi - \psi'$  может проходить через нуль. Это будет при (см. рис. 12, стр. 46).

$$\sin^2 \varphi = 1 + \frac{n_2^2 \kappa_2^2}{n_2^2 - \kappa_2^2 - 1}. \quad (8.2)$$

На рис. 10 показан случай  $\psi' < \varphi$ . Однако  $\psi'$  не достигает  $\pi/2$  и, как показано в § 4, полного отражения не происходит.

На рис. 36, а, 37 и 39 показан ход отражения вблизи  $\varphi_{кр}$ . Видно, что полное отражение исчезает уже при ничтожных значениях  $\kappa$ , и ход явлений очень сильно зависит от  $\kappa$ . Волны в среде 2 неоднородны, и, следовательно (см. приложение II), электрическая энергия не равна магнитной (в среднем); то же происходит и при чормальном падении.

Из формул (П 30А) приложения III для простейшего случая нормального падения на магнитную среду, где  $\text{Re } \mu = \mu$ , имеем

$$\langle \mathcal{E}_s \rangle = \frac{\epsilon'}{16\pi} |\mathbf{E}_d|^2, \quad \langle \mathcal{E}_m \rangle = \frac{\mu}{16\pi} |\mathbf{H}_d|^2 = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega^2} |\mathbf{k}_d|^2 |\mathbf{E}_d|^2; \quad (8.3)$$

следовательно,

$$\frac{\langle \mathcal{E}_s \rangle}{\langle \mathcal{E}_m \rangle} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\epsilon''/\epsilon')^2}}. \quad (8.4)$$

Для немагнитных сред, где имеется проводимость или диэлектрические потери,  $\langle \mathcal{E}_s/\mathcal{E}_m \rangle < 1$ ; в случае магнитных потерь (в отсутствие электрических) будет обратная картина. Как следует из формул (7.7)–(7.9) и рис. 10 и 38, поток энергии, в отличие от предыдущего, имеет компоненту, нормальную к поверхности раздела, ибо теперь

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle \mathbf{N} = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega^2}$$

$$|\mathbf{E}_d|^2 \mathbf{k}_d \mathbf{N} \neq 0$$

(угол  $\widehat{\mathbf{k}}_d \mathbf{N}$  — острый и  $\mathbf{S}_d$  направлено вглубь среды 2), и, как и в предыдущем случае, компоненту, нормальную к плоскости падения.

Используя формулы, следует теперь учесть комплекс-

ность  $\epsilon$  и  $\mu$ . Так, например, для ТМ-волны при комплексной  $\epsilon$  и вещественной  $\mu$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0d} &= -\frac{c}{\epsilon\omega} [\mathbf{k}_d \mathbf{H}_{0d}] = \mathbf{E}'_d + i\mathbf{E}''_d = \\ &= -\frac{c}{\omega} \frac{\mu(n^2 - \kappa^2 + i2n\kappa)}{(n^2 + \kappa^2)^2} [(\mathbf{k}'_d - i\mathbf{k}''_d) \mathbf{H}_{0d}], \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$\mathbf{E}'_d = -\frac{c\mu}{\omega(n^2 + \kappa^2)^2} \{ (n^2 - \kappa^2) [\mathbf{k}'_d \mathbf{H}_{0d}] + 2n\kappa [\mathbf{k}''_d \mathbf{H}_{0d}] \} \quad (8.6)$$

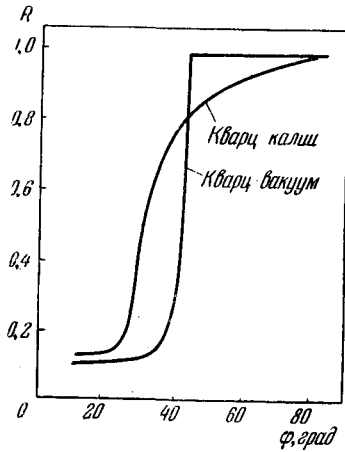


Рис. 39. Отражение от границ кварц — вакуум и кварц — калий (напыленный слой) [10],

$$\lambda = 2150 \text{ \AA}.$$

Металл в этой области почти прозрачен (см. § 28), однако ничтожное остаточное поглощение сказывается.

и аналогично  $\mathbf{E}''_d$ ; отсюда, а также из (7.8)

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle = \frac{c^2\mu}{8\pi\omega} \mathbf{H}_{0d}^2 e^{-2\kappa''_d r} \left\{ \frac{(n^2 - \kappa^2) \mathbf{k}'_d + 2n\kappa \mathbf{k}''_d}{n^2 + \kappa^2} \right\}, \quad (8.7)$$

г. е. поток теперь направлен вглубь среды 2:

$$\langle \mathbf{S}_d \rangle \mathbf{N} \neq 0 \quad (8.8)$$

и угол  $\widehat{\langle \mathbf{S}_d \rangle} \mathbf{k}' \neq 0$ , как легко вычислить, не мал (градусы и десятки градусов).

ТЕ-волна при вещественной  $\mu$  имеет вектор  $\langle \mathbf{S}_d \rangle$ , определяемый прежней формулой (7.8), но направленный теперь тоже вглубь среды, параллельно вектору  $\mathbf{k}'$ . Как видно, направления  $\mathbf{S}$  для ТЕ- и ТМ-волн в поглощающей среде различны (ср. также [11–14]). Как и ранее, для чисто ТЕ- и ТМ-волн  $\langle \mathbf{S}_d \rangle \mathbf{a} = 0$ .

Поскольку в хороших проводниках  $n < 1$  (см. рис. 11 и 12), поток в них приближается к поверхности раздела, двигаясь вдоль нее, как вдоль волновода.

Векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  расположены так, как показано на рис. 38; в общем случае оба вектора описывают эллипсы и здесь величина боковой компоненты  $\langle \mathbf{S}_d \rangle \mathbf{a}$  — наибольшая при круговой поляризации (наступающей одновременно у обоих векторов, см. приложение III). Различие в поведении ТЕ- и ТМ-волн объясняется, естественно, тем, что в данном примере  $\epsilon$  комплексна, а  $\mu$  вещественна. Это различие будет всегда иметь место в проводящих немагнитных средах<sup>1)</sup>. Если среда 2 маг-

нитна и  $\mu$  комплексна, то и для ТЕ-волны угол  $\widehat{\langle \mathbf{S}_d \rangle} \mathbf{k}' \neq 0$ .

При отражении от границы металл — диэлектрик явление становится сложнее. Как указано в § 4, здесь как падающая, так и отраженная волны неоднородны; расположение волновых векторов было показано на рис. 10 (стр. 42).

Подобная ситуация создается, например, при пропускании света через тонкий металлический клин в известных опытах Ши. Поскольку углы  $\widehat{\mathbf{k}''} \mathbf{k}'$ ,  $\widehat{\mathbf{k}''} \mathbf{N}$ ,  $\widehat{\mathbf{k}' \mathbf{N}}$  в общем

<sup>1)</sup> Кроме того, ТМ-волна создает в металле продольную компоненту, не учитываемую формулами Френеля (см. § 17 и 28). Могут еще возникнуть плазменные поверхностные волны [15].

случае произвольны, то

$$[\mathbf{k}'_d \mathbf{N}] \neq 0, \quad [\mathbf{k}''_d \mathbf{N}] \neq 0,$$

т. е. в выходящей волне  $\mathbf{k}'_d$  уже не лежит в поверхности раздела, в отличие от полного внутреннего отражения, а  $\mathbf{k}''_d$  не перпендикулярен к ней, как это было в случае прозрачной среды 1 и поглощающей среды 2. При этом согласно (4.38)

$$\mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d = 0,$$

т. е.  $\mathbf{k}'_d \perp \mathbf{k}''_d$ .

Если среда 2 тоже поглощает, то (4.38) уже не имеет места, и для немагнитных сред

$$\mathbf{k}'_d - \mathbf{k}''_d = \varepsilon' \frac{\omega^2}{c^2}, \quad \mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon'',$$

т. е.  $\widehat{\mathbf{k}'_d \mathbf{k}''_d} \neq \pi/2$ , и в направлении  $\mathbf{k}'_d$  происходит спад амплитуды вглубь среды 2. Анализ характера поляризации в этом случае не проведен.

Однако основная сложность задачи заключается в том, что направление волны (вектор  $\mathbf{k}'$ ) не совпадает с направлением луча (вектор  $\langle \mathbf{S} \rangle$ ), и ограничение пучков, необходимое при энергетических расчетах и просто вводимое, когда среда 1 не поглощает, здесь требует определенных предосторожностей и существенно зависит от состояния поляризации.

С другой стороны, поскольку среда 1 поглощает, часть потока электромагнитной энергии по мере распространения превращается в другие формы энергии.

Формулы Френеля представляют собой решение соответствующей краевой задачи приближения геометрической оптики, но ничего не говорят о взаимодействии волн вблизи плоскости отражения, именно, о возможной их интерференции — образовании стоячих волн. Последнее, в частности, должно повлиять на энергетический баланс. Область взаимодействия ограничивается лишь геометрическими факторами (областью перекрытия падающей и отраженной волн) и длиной когерентности.

Возникновение стоячих волн в непоглощающей среде создает лишь перераспределение энергии в пространстве по ходу луча. Это перераспределение происходит в про-

цессе формирования поля, а в стационарном режиме на баланс энергии на границе не влияет (происходит лишь перетекание энергии от узлов к пучностям и обратно, не сопровождающееся потерями).

В поглощающей среде возникновение стоячих волн<sup>1)</sup>, перераспределение энергии вдоль луча и пульсирующее перетекание от узлов к пучностям и обратно, вообще говоря, меняет также характер (стационарных) потерь, меняет спад амплитуд вдоль луча.

Обычные выражения суммарного потока, идущего из среды 1, записываются в виде

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S}_1 \rangle &= \frac{c}{4\pi} \frac{1}{T} \int_0^T [\operatorname{Re}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_r), \operatorname{Re}(\mathbf{H} + \mathbf{H}_r)] dt = \\ &= \langle \mathbf{S} \rangle + \langle \mathbf{S}_r \rangle + \frac{c}{16\pi} \{ [\mathbf{E}^* \mathbf{H}_r] + [\mathbf{E} \mathbf{H}_r^*] + [\mathbf{E}_r^* \mathbf{H}] + [\mathbf{E}_r \mathbf{H}^*] \} = \\ &= \langle \mathbf{S} \rangle + \langle \mathbf{S}_r \rangle + \langle \mathbf{S} \rangle_{\text{интер}}. \end{aligned} \quad (8.9)$$

Получается «интерференционный член»  $\mathbf{S}_{\text{интер}}$ . Вычисляя его значение для  $z=0$ , в общем случае получим

$$|\langle \mathbf{S}_{\text{интер}} \rangle| = \frac{c}{4\pi} \kappa_1 \frac{2(\kappa_1 n_2 - \kappa_2 n_1)}{(n_2 + n_1)^2 + (\kappa_2 + \kappa_1)^2} \neq 0 \text{ при } \varphi = 0, \quad (8.10)$$

т. е. поток через границу, вообще говоря, не равен нулю, если среда 2 — поглощающая. Поток идет в сторону среды с меньшим поглощением (это можно проверить прямым вычислением).

Физически это означает, что при возникновении стоячих волн в поглощающей среде баланс энергии (7.1) вследствие указанного перераспределения энергии нарушается; интерференционная слагающая<sup>2)</sup> переносит через границу необходимое для исправления баланса количество энергии.

Иными словами, выделение из суммарного поля отраженного и преломленного потоков энергии происходит не только на самой границе раздела (в силу граничных условий), но и вблизи нее в интерференционном поле (в силу интерференции). Толщина этого слоя  $l$  — порядка

<sup>1)</sup> В поглощающей среде этот термин не точен, ибо амплитуда волн убывает вдоль луча; мы употребляем его весьма условно.

<sup>2)</sup> Представления об «интерференционном члене» в последнее время рассматривались в работе [16], а также [17].

полуволны и зависит от скачка фаз на границе (по Борну  $l \approx c\delta/n\omega$ ) [18].

Существование стоячих волн у границы диэлектрик — металл не вызывает теоретических сомнений и доказано экспериментально (опыты Друде и Нернста, Айвса, Винера); поэтому вряд ли есть основания сомневаться в существовании их и для границы металл — диэлектрик. В первом случае, при  $\kappa_1=0$ , они с переносом энергии через границу не связаны, во втором  $(S_{\text{интер}})_{z=0} \neq 0$ .

Подобное различие вызвано тем, что на границе в этом случае нет узла (скачок фазы  $\neq 0, \pi/2$ )<sup>1)</sup>; следует также иметь в виду, что между соседними «узлами» (термин условен) есть определенный «перепад энергии» — амплитуда на расстоянии  $\lambda/2$  заметно меняется. При нормальном падении  $S_{\text{интер}}$  нормален к поверхности раздела, при наклонном — имеется некоторая слагающая вдоль поверхности, подобно тому, как это имеет место при полном внутреннем отражении. Однако здесь энергия циркулирует по некоторым замкнутым<sup>2)</sup> контурам (между «узлами» и «пучностями», хотя термины эти для наклонного падения не точны).

Если качественная картина здесь достаточно ясна, то количественный расчет служит до сего времени предметом оживленной дискуссии [19—25]; между тем, этот вопрос очень важен для практики (расчет пропускания тонких металлических пленок, испускания горячего металла и т. п.).

В работах [21, 25] были предложены два варианта выражений для общего случая границы двух поглощающих средств; последний из них:

$$1 - \frac{E_{r\parallel} E_{r\parallel}^*}{E_{\parallel} E_{\parallel}^*} = \text{Re} \left( \frac{v_2^* \cos \gamma_2}{v_1^* \cos \gamma_1} \right) \frac{E_{d\parallel} E_{d\parallel}^*}{E_{\parallel} E_{\parallel}^*}, \quad (8.11)$$

$$1 - \frac{E_{r\perp} E_{r\perp}^*}{E_{\perp} E_{\perp}^*} = \text{Re} \left( \frac{v_2^* \cos^* \gamma_2}{v_1^* \cos^* \gamma_1} \right) \frac{E_{d\perp} E_{d\perp}^*}{E_{\perp} E_{\perp}^*}. \quad (8.12)$$

<sup>1)</sup> Из формул § 4 следует, что при  $\kappa_1=0$  и нормальном падении  $\delta_{\perp} = \delta_{\parallel} = \delta$  и  $\text{tg } \delta = \frac{2\kappa_2^2}{1 - n_2^2 - \kappa_2^2}$ .

<sup>2)</sup> Существование подобной циркуляции впервые, видимо, отмечено М. Борном [18].

При подстановке  $E_i$ , вычисленных по формулам Френеля, равенство удовлетворяется; рассчитанные по этим формулам угловые зависимости интенсивности излучения, выходящего из нагретой поглощающей среды (рис. 40), довольно удовлетворительно согласуются с опытом.

Однако последовательного вывода предложенных формул пока не дано. Кроме того, здесь принимается, что фазы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в падающей и отраженной волнах одинаковы, что вряд ли верно при  $\chi \neq 0$ , ибо в неоднородных волнах эти фазы различны. Таким образом, эти формулы носят приближенный и эвристический характер, вопрос требует дополнительного обсуждения.

В ряде случаев представляет интерес вопрос о балансе энергии при отражении изотропного излучения (например, при выпуске излучения черного

тела через прозрачное окошко, расчете светимости раскаленных твердых или жидких тел и т. п.). Для границы раздела между двумя непоглощающими средами, как известно (см., например, [010]), справедливо соотношение

$$\frac{K_1(\omega)}{n_1^2(\omega)} = \frac{K_2(\omega)}{n_2^2(\omega)} = F(\omega, T), \quad (8.13)$$

где  $F(\omega, T)$  — универсальная термодинамическая функция, не зависящая от природы среды;  $K$  — «удельная интенсивность излучения в среде», определяемая как

$$K_i(\omega) = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{n_i(\omega)} \{ \mathcal{E}_s(\omega) + \mathcal{E}_m(\omega) \}. \quad (8.14)$$

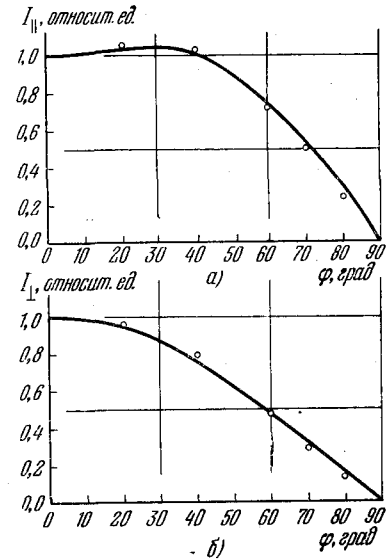


Рис. 40. Относительные интенсивности излучения  $I_{\parallel}$  (а) и  $I_{\perp}$  (б), выходящего из кварцевого стекла (полоса поглощения  $\lambda=8$  мкм,  $n=0,56$ ,  $\kappa=0,36$ ).

Кривая теорией по формулам (8.11) — и (8.12), считая излучение внутри кварцевого стекла изотропным; кружки — данные измерений [25],  $T=600^\circ \text{C}$ .



Выражение (8.13) можно получить также прямым расчетом по формулам Френеля; это показано в работе [19]. Множители  $n_i(\omega)$  отражают изменение апертур пучков при переходе из одной среды в другую.

Для поглощающих сред вопрос сложнее. По некоторой аналогии с (8.13) М. Лауэ предложил выражение

$$\frac{K_i(\omega)}{n_i^2(\omega) + \kappa_i^2(\omega)} = F(\omega, T). \quad (8.15)$$

Однако до сего времени оно служит предметом дискуссий (см., например, [20, 24, 25]); предлагалось также выражение

$$\frac{K_i(\omega)}{n_i^2(\omega)} \left( 1 + \frac{\kappa_i^2(\omega)}{n_i^2(\omega)} \right) = F(\omega, T). \quad (8.16)$$

Для интенсивности излучения, выходящего в направлении, перпендикулярном к поверхности металла,  $J'_\perp(\omega, T)$ , предложено соотношение

$$J'_\perp(\omega, T) = \frac{4n}{(n^2 + 1) + \kappa^2} J(\omega, T),$$

где  $J(\omega, T)$  — аналогичная интенсивность для черного тела; это означает, что различие в излучении, по [25], обуславливается только различием отражающей поверхности раздела.

Однако при получении приведенной формулы не учитывается, что волна, вышедшая из металла в вакуум, остается неоднородной [см. § 4, формулы (4.37) и (4.38)], и она требует проверки.

Следует иметь в виду, что определение  $F(\omega, T)$  и  $K(\omega)$  основывается на определении энергии поля  $\mathcal{E}$ . Для поглощающих сред определить эту энергию как термодинамическую величину и разделить ее на части, ответственные за изменение энергии электромагнитного поля и диссипацию, затруднительно (см., например, [1, 08, 018, 027]); во всяком случае для получения формул типа (8.13) или (8.16) требуется специальный анализ.

Здесь следует сделать общее замечание. Электродинамике Максвелла чуждо понятие частичной когерентности — все рассматриваемые выше поля полностью когерентны. В то же время в термодинамическом и радиа-

ционном балансах обычно фигурирует равновесное некогерентное излучение (здесь энтропии пучков аддитивны как вероятности некоррелированных, некогерентных в данном случае событий). Поэтому при переходе от электродинамических к термодинамическим расчетам, как показал еще М. Лауэ, должна быть учтена и введена когерентность. В частности, в расчетах Борна принималось, что при отражении на границе металлов когерентность теряется полностью. В дальнейшем высказывались сомнения в том, что в слое порядка долей  $\lambda$  (глубина проникновения) когерентность может теряться [20]. В § 15 мы излагаем некоторые соображения, говорящие о такой возможности, однако они качественны.

Анализ изменения когерентности при отражении только начат (см. § 16); после решения этого вопроса, вероятно, должны быть пересмотрены также вопросы баланса энергии.

При анализе процессов отражения от границы раздела поглощающих сред иногда применялся принцип обратимости Стокса и требовалось его соблюдение. Однако этот принцип установлен в механике лишь для консервативных систем, а в электродинамике — для прозрачных сред. В частности, обратимость процесса отражения показана, во-первых, для границы раздела непоглощающих сред и, во-вторых, для полностью когерентных пучков (для которых не имеет места аддитивность энтропии). Это означает, что он неприменим для расчета энергетического баланса для поглощающих сред и, во всяком случае, для теплого излучения.

От принципа Стокса несколько отличается по своей формулировке принцип обратимости уравнений Максвелла (неизменность решений при изменении  $t$  на  $-t$ ,  $B$  на  $-B'$  и  $\sigma$  на  $-\sigma'$ ), также применявшийся к решению задач отражения; однако его применение к поглощающим средам также требует осторожности, как показала недавняя дискуссия [26—29], а границы его применимости невелики. Существует прямое утверждение о необратимости применительно к поглощающей среде [30].

По указанным причинам для поглощающих сред расчеты, видимо, требуют особых оговорок.

Все изложенное показывает, что вопрос о балансе энергии при отражении от границы «металл — диэлект-

рик» и «металл — металл» еще дискуссионен. Следует отметить, что, независимо от этого, применимость данного приближения к металлу вообще относительна (см. § 28).

С вопросом об энергетическом балансе связан в некоторой мере вопрос о групповой скорости (см. примечание на стр. 29).

Л. И. Мандельштам указал, что при выводе формул Френеля неявно предполагается положительность групповой скорости в обеих средах. Между тем это не всегда так (в частности, например, при сильной пространственной дисперсии угол  $\widehat{kv}_{гр}$  может быть и более  $\pi/2$ )<sup>1)</sup>.

С этим же связан также вопрос о характере отражения от границы двух сред, из которых одна обладает положительной, а другая — отрицательной аномальной дисперсией. Такая ситуация может возникнуть на границе плазмы или среды с инверсной заселенностью уровней. Этот вопрос для световых волн подробно не рассматривался; укажем лишь на работу [31], содержащую некоторые соображения по этому вопросу. Возможно усиление света; при отражении от среды с отрицательной дисперсией может быть  $|E_r|^2 > |E|^2$ , нелинейное взаимодействие волн и др. Отражение от плазмы (для радиодиапазона) рассматривалось в [32, 33]. Макроскопический анализ превращения энергии поля в энергию возбуждения поглощающего диэлектрика и некоторая замена понятия групповой скорости при сильном поглощении даны в работе [34].

Отражение от слоя с отрицательной диэлектрической проницаемостью макроскопически рассмотрено в работе [35], а отражение при отрицательной проводимости — в работе [30] (см. также приложение III).

## § 9. Ограниченные пучки и дифракционные явления

Выше уже было сказано, что простейшая теория отражения (см. § 1) и формулы Френеля непригодны для ограниченных пучков. Для этого случая в приближении

<sup>1)</sup> Некоторые примеры различия знаков фазовой и групповой скорости были даны в гл. 1 — для кристалла [9] и для излучения Вавилова — Черенкова [10] (подробнее см. в [9a]).

волновой оптики можно получить обобщенные формулы Френеля с некоторыми добавочными членами, учитывающими дифракционные явления на краю пучка.

Если задать падающий пучок в виде (например, для нормальной к плоскости падения компоненты) [37]

$$E_{\perp} = \left\{ A_{\perp} A(u) - ia_{\perp} \alpha \frac{dA(u)}{du} \right\} e^{i\theta}, \quad (9.1)$$

где  $A(u)$  — некоторая (соответственным образом нормированная) функция, характеризующая распределение амплитуды по сечению пучка (рис. 41, задача считается двумерной);  $\alpha$  — постоянный коэффициент ( $\alpha \ll 1$ ), то для отраженного пучка, аналогично,

$$E_{r\perp} = \left\{ R_{\perp} A(u_r) - ir_{\perp} \alpha_r \frac{dA(u_r)}{du} \right\} e^{i\theta_{r\perp}}, \quad (9.2)$$

где  $R_{\perp}$  определяется формулой (3.22).

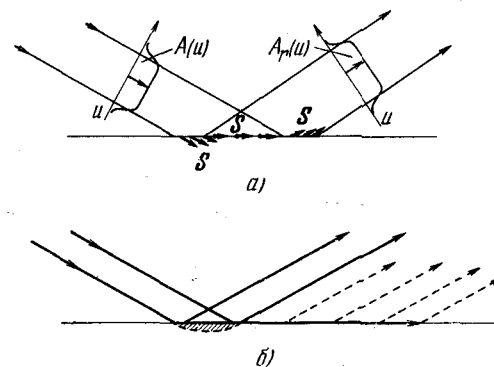


Рис. 41. Схема отражения ограниченного пучка (а) и образование побочной волны (б).

$A(u)$  — распределение амплитуды по направлению  $u$ .

Функцию  $A(u)$  принимают иногда вещественной, однако правильнее считать ее комплексной, отражая распределение фаз по сечению пучка; предположим, что  $dA(u)/du < \dot{A}(u)$ .

Вычислением, аналогичным приведенным в § 3, можно получить

$$a_{\perp} = \operatorname{tg} \psi \frac{n_2 \cos \psi - n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi}, \quad r_{\perp} = a_{\perp} \left( \frac{n_2 \cos \psi + 3n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi} \right). \quad (9.3)$$

Возросшее количество коэффициентов в (9.1) — (9.3) требует для их вычисления дополнительных предположений; они ищутся в требовании сохранения энергии при скользящем падении.

Проведенные разными авторами (в работе [37] дана полная библиография) расчеты незначительно различаются выбором  $A(u)$  и  $\alpha$ .

При рассмотрении отражения ограниченных пучков удается выяснить более тонкие детали механизма явлений в среде 2. Пользуясь языком лучевой оптики, можно высказать утверждение, что часто принимаемое предположение о возникновении отраженного луча в той же точке поверхности, куда приходит падающий луч, с точки зрения строгой теории бездоказательно.

Оказывается, что место выхода отраженного луча смещено относительно места падения входящего луча как в плоскости падения (вперед по ходу луча), так и в перпендикулярном направлении (смещения соответственно  $\Delta\rho$  и  $\Delta h$ ), т. е. плоскости падения и отражения параллельны, как этого требует (1.11), но не совпадают. Смещение зависит от поляризации падающего луча и от  $\varphi$ ,  $n$  и  $\kappa$ .

Физические причины изложенного заключаются в следующем. Если на пути падающей плоской волны ставится какая-нибудь ограничивающая ее диафрагма, то, как известно, прошедший пучок может быть изображен в виде суперпозиции набора плоских волн различных направлений. Наибольшую энергию несет та компонента, которая идет по прежнему направлению; по мере отклонения от этого направления, амплитуды и энергии быстро убывают [распределение  $A(u)$ ].

Поскольку коэффициент отражения и фаза отраженной волны зависят от  $\varphi$ , т. е. для разных компонент различны, при отражении происходит перераспределение энергии по сечению пучка [распределение в отраженном пучке  $A(u_r)$ ] и некоторое искажение формы фронта (см. стр. 88). При этом, вообще говоря, максимум энергии переместится по сечению пучка; это и дает указанные смещения  $\Delta\rho$  и  $\Delta h$ . По поводу бокового смещения  $\Delta h$  следует напомнить, что при отражении поток энергии в среде 2, вообще говоря, имеет, как было показано выше, компоненту  $\langle S \rangle_{\perp} \neq 0$ .

Поскольку зависимость  $R(\varphi)$  и  $\delta_r(\varphi)$  наиболее сильна вблизи  $\varphi_{кр}$  (см. рис. 8, 9, 17, 34 и 36) и  $\frac{d\delta}{d\varphi}$  вне этой области мала, наибольшего эффекта следует ожидать именно здесь.

Расчет, проведенный в указанном приближении для продольного смещения при полном внутреннем отражении в непоглощающих средах, при падении линейно поляризованного света дает

$$\Delta\rho_{\perp} = \frac{\lambda_1}{\pi \cos \varphi} \frac{\mu \sin \varphi \cos^2 \varphi}{(\mu^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi - n^2)(\sin^2 \varphi - n^2)^{1/2}}, \quad (9.4)$$

$$\Delta\rho_{\parallel} = \frac{\lambda_1}{\pi \cos \varphi} \frac{\varepsilon \sin \varphi \cos^2 \varphi}{(\varepsilon^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi - n^2)(\sin^2 \varphi - n^2)^{1/2}}, \quad (9.5)$$

где  $n = n_2/n_1$  ( $n_2 < n_1$ ); индексы  $\perp$  и  $\parallel$  относятся к поляризации падающего пучка [38].

Плотность энергии по сечению может меняться и не монотонно.

Анализ хода процессов следует вести с помощью общего выражения, пригодного и для слабопоглощающих сред 1 и 2, и для любой поляризации падающего света; это выражение менее удобно для практических расчетов, но лучше выявляет физическую картину явления:

$$\Delta\rho = -\frac{\lambda}{\pi \cos \varphi} \frac{1}{4} \left\{ (1 - P_r) \frac{d\delta_{r\parallel}}{d\varphi} + (1 + P_r) \frac{d\delta_{r\perp}}{d\varphi} \right\}, \quad (9.6)$$

где  $P_r$  — степень поляризации отраженной волны;  $\delta_{r\parallel}$  и  $\delta_{r\perp}$  — фазы соответствующих ее компонент [39].

Отсюда видно, что при неполном отражении от непоглощающей среды  $\Delta\rho = 0$  всюду, кроме  $\varphi_{кр}$ , где  $E_{r\parallel}$  меняет фазу, однако здесь  $E_{r\parallel}$  очень мало, и в пучке конечной апертуры (которым, по необходимости, является ограниченный пучок) основную роль играют лучи с несколькими смещенными ф. Для поглощающей среды  $\Delta\rho \neq 0$  но, вообще говоря, всюду, кроме области у  $\varphi_{кр}$ , мало.

На рис. 42 и 43 приведены результаты расчетов по формуле (9.6). Расчеты для непосредственной близости к  $\varphi_{кр}$  дают для  $\lambda = 300$  мкм смещения  $\Delta\rho$  порядка

50—300  $\lambda$ ; однако такие смещения возникают лишь при  $|\varphi - \varphi_{кр}|$  порядка 15—20' и менее.

Как видно из (9.6) и из рисунков, вблизи  $\varphi_{кр}$  при меньшем поглощении  $\Delta\rho$  больше, это обусловлено большими значениями  $d\delta/d\varphi$  в этом случае. Установлено [40], что наибольшее смещение получается при  $\varphi$ , превосходящем  $\varphi_{кр}$  на 5—10'', и зависит от сечения пучка.

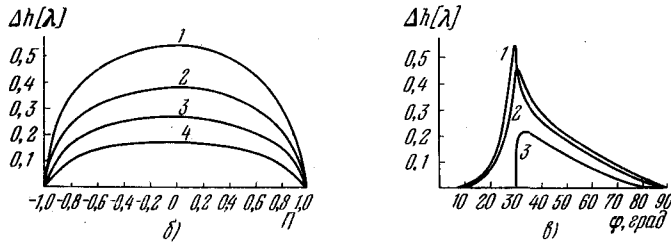
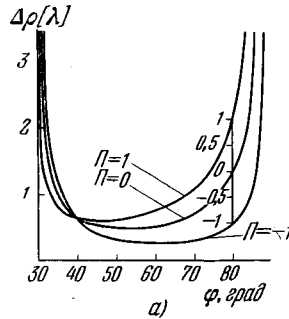


Рис. 42. Смещение отраженного луча:

а) в плоскости падения  $\frac{\Delta\rho(\varphi)}{\lambda}$  для разных значений поляризации падающего света  $\Pi$  ( $\Pi = \Pi_r$ ); б) перпендикулярно плоскости падения  $\frac{\Delta h(\varphi)}{\lambda}$  для разных значений поляризации падающего света при разности фаз между  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$  в падающем ( $\delta$ ) и отраженном ( $\gamma$ ) лучах: 1 —  $\delta = 90^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$ ; 2 —  $\delta = 0^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$ ; 3 —  $\delta = 45^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$ ; 4 —  $\delta = 0^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$ ; б)  $\frac{\Delta h(\varphi)}{\lambda}$  при  $n_1/n_2 = 2$ . Падающий луч поляризован: 1 — по кругу; 2 — по эллипсу; 3 — линейно [39].

Учет возможной анизотропии среды 2 не дает ничего принципиально нового, отличие лишь в том, что теперь значение  $\varphi_{кр}$  зависит от поляризации пучка. Именно этот случай показан на рис. 43.

Для смещения в направлении, нормальном к плоскости падения, зависимость несколько отличается от (9.6):

$$\Delta h = -\frac{\lambda}{2\pi \operatorname{tg} \varphi} \left\{ \sqrt{1 - \Pi_r^2} \sin(\delta_{r\parallel} + \delta_{r\perp} + \delta) + \sqrt{1 - \Pi^2} \sin \delta \right\}, \quad (9.7)$$

где  $\delta$  — разность фаз между компонентами в падающем луче;  $\Pi$  — степень его поляризации. Из (9.7) легко получить и явные выражения. Так, при циркулярной поляризации падающего луча ( $\Pi_r$  рассчитывается в функции  $\varphi$  и  $n$ ) можно получить

$$\Delta h_{\varphi < \varphi_{кр}} = \pm \frac{\lambda}{2\pi} \sin 2\varphi \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^4 \varphi + (n^2 - \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi}, \quad (9.8)$$

$$\Delta h_{\varphi > \varphi_{кр}} = \pm \frac{\lambda}{2\pi} \sin 2\varphi \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi - n^2 \cos^2 \varphi}. \quad (9.9)$$

Знаки «+» и «-» соответствуют правой и левой поляризации.

Результаты расчета по (9.7) даны на рис. 42. При линейной поляризации  $E$  наибольшее  $\Delta h$  получается при круговой поляризации  $E_r$ . Это согласуется с выводами из (7.9), точнее, есть физическое следствие существования поперечной компоненты потока энергии  $\langle S \rangle_{\perp}$ . Для поглощающей среды и полного внутреннего отражения  $\Delta h \neq 0$ .

Естественно, что подобный характер передвижения энергии в среде 2 существует и при отражении неограниченной волны; он лишь труднее обнаруживается.

При  $\varphi = \varphi_{кр}$  в уравнениях для  $\Delta\rho$  наблюдаются особенности, поэтому формулы пригодны лишь на некотором расстоянии, видимо, порядка угловой минуты, от  $\varphi_{кр}$ .

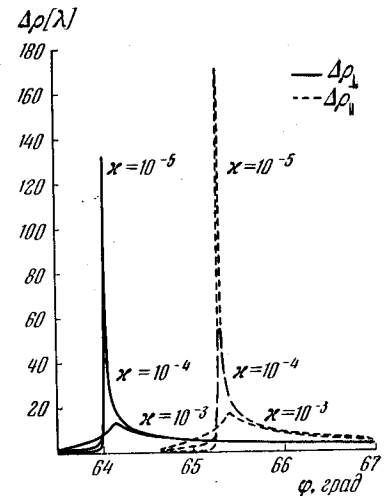


Рис. 43. Смещение отраженного луча при отражении от анизотропной среды  $\frac{\Delta\rho}{\lambda}$  для разных значений  $\chi$ . Оптическая ось перпендикулярна поверхности;  $n_2^{(o)} = 1,35$ ,  $n_2^{(h)} = 1,365$ ,  $n_1 = 1,5$ . Рассчитано для радиочастот [39].

Как сказано выше, расчеты  $\Delta\rho$  производились и другими исследователями (см., например, [11, 41—43] и подробную библиографию в работе [37]); формулы почти совпадают. Незначительные расхождения обусловлены различным заданием  $A(u)$  и  $\alpha$  и пренебрежением малыми членами в формулах.

Выводы из формул (9.4)—(9.6) в общем совпадают с экспериментом [44] для  $\Delta\rho$ , хотя проверка была неполной, а апертура пучка — слишком большой, порядка  $3'$ . В экспериментах [44]  $\Delta h$  не измерялось; в обстановке эксперимента (многократное отражение от противоположных граней стеклянной пластинки) смещение  $\Delta h$  при двух последующих отражениях компенсировалось.

В работе [12] для угла, близкого к критическому, но большего его, для  $\Delta h$  получено выражение, несущественно отличающееся по указанным выше причинам от (9.8) и (9.9); для круговой поляризации падающего луча

$$\Delta h = \pm \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\sin 2\varphi \sin^2 \varphi}{(\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi_{кр} + \sin^4 \varphi_{кр} \cos^2 \varphi)};$$

эксперимент дал хорошее согласие с теорией<sup>1)</sup>.

Смещение  $\Delta\rho$  наблюдалось в радиочастотной области [45] и в акустике [022].

В работах [46] показано, что подобные смещения происходят для любых волновых процессов и для элементарных частиц, обладающих волновыми свойствами.

В § 8 уже указывалось, что в суммарном потоке энергии есть «интерференционный член». Для анализа процесса в данной ситуации необходимо рассмотреть ограниченные пучки и учесть описанное выше смещение; это сделано в работе [37], где показано, что энергия втекает в среду 2 в краевой области падающего пучка и вытекает из нее в краевой области пучка отраженного. [Под краевыми областями мы понимаем те, где пучки не перекрываются (см. рис. 41) вследствие смещения.] Суммарный поток здесь равен нулю (среды непоглощающие) в установившемся процессе (в процессе установления поля в среде 2 происходит «накопление запаса энергии»).

<sup>1)</sup> В микроскопическом аспекте боковое смещение пучка и связанный с этим импульс, получаемый средой в обратном направлении ( $S_a \neq 0$ ), очевидно, зависят от изменения спиральности фотона (см. [6]).

Описанные явления, по существу, — дифракционные. К подобным же процессам относится и следующий; точные расчеты в волновом приближении показывают, что при полном внутреннем отражении ограниченного пучка, кроме пучка, отраженного так, как описано выше, существует еще «побочная» (lateral) волна, идущая вдоль поверхности, служащей своеобразным волноводом. Эта волна образуется той пространственной фурье-компонентой падающего пучка в разложении его по плоским волнам, которая падает точно (в пределах  $\pm 1''$ , максимум) под углом  $\varphi_{кр}$ .

По мере распространения этой волны некоторая часть ее энергии постепенно выходит в среду 1; соответствующие волны выходят под тем же углом  $\varphi_{кр}$  (см. рис. 41, б). Подробности явления исследованы теоретически [47] и экспериментально [48, 49]. Аналогичные волны играют большую роль в сейсмических процессах (и «приземных волнах» в радиопередаче) и там давно и легко наблюдаются (см., например, [022, стр. 242]).

Экспериментальные измерения были проведены в последнее время [50] при отражении лазерного пучка с малой расходимостью и большой интенсивностью. Было показано, что заметная интенсивность побочной волны имеется только в пределах  $|\varphi - \varphi_{кр}| \leq \sim 3'$ , спад до значения  $|E_r|^2/e$  происходит на расстоянии (вдоль поверхности раздела) порядка 10 мм, а волна обнаруживается еще на расстоянии 20 мм от места падения.

Траектории потока энергии и ориентации вектора Пойнтинга в ограниченном пучке при наличии смещений рассчитаны в работе [51] (ср. также [52, 53]). В работе [14] показано, что естественный луч при полном внутреннем отражении распадается на два вследствие разных смещений компонент, а в работе [13] установлена независимость компонент (в прозрачных средах интерференционный член в балансе энергии отсутствует; как и следует ожидать, по соображениям, изложенным в § 8, имеется лишь перераспределение энергии по пучку). О смещении луча при отражении от магнетика см. в [54].

## ГЛАВА ТРЕТЬЯ

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

§ 10. Среды молекулярного строения  
вдали от резонансов

Для простейшего случая прозрачного немагнитного диэлектрика вывод закона отражения и преломления света в микроскопическом рассмотрении может быть проведен по следующей схеме.

В качестве среды 1 для простоты удобно принять вакуум; падающая волна задается в прежнем виде (1.1). Среда 2 рассматривается как совокупность точечных неподвижных дипольных осцилляторов, взвешенных в вакууме и равномерно распределенных в «идеальном беспорядке»; осцилляторы считаются незатухающими, а их собственные частоты  $\omega_{res}$  — весьма далекими от частоты  $\omega$ .

Задание волны в виде (1.1) предопределяет рассмотрение стационарного установившегося процесса, как и в гл. 1, однако для выявления физического механизма полезно рассмотреть приближенно также процесс установления.

По вступлении волны (1.1) в среду 2 в первые моменты времени (до начала ответа среды) волна распространяется с прежней скоростью и в прежнем направлении. В осцилляторах, оказавшихся в поле волны, индуцируется переменный электрический дипольный момент (как будет видно ниже, возникает «волна поляризации» с фазовой скоростью  $c/n$ ); осцилляторы начинают совершать вынужденные колебания и в результате испускают вторичное когерентное излучение частоты  $\omega$  (выражаясь языком квантовой электродинамики, происходит коге-

рентное несмещенное рэлеевское рассеяние<sup>1)</sup>). Это вторичное излучение интерферирует с падающей волной; по установлении процесса осцилляторы среды оказываются под воздействием образовавшегося суммарного поля.

Для какого-либо избранного осциллятора, находящегося в точке с координатами  $\mathbf{r}$ , суммарное эффективное поле, в котором он находится, можно изобразить в виде

$$\mathbf{E}_{эфф} = \mathbf{E} + \sum_{i=0}^{i=N_1} \text{rot rot} \frac{\dot{\mathbf{p}} \left( t - \frac{R_i}{c} \right)}{R_i} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_{втор}, \quad (10.1)$$

$$R_i = |\mathbf{R}_i| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|; \quad \mathbf{p} = \beta \mathbf{E}_{эфф}, \quad (10.2)$$

$$\mathbf{H}_{эфф} = \mathbf{H} + \sum_{i=0}^{i=N_1} \frac{1}{c} \text{rot} \frac{\dot{\mathbf{p}} \left( t - \frac{R_i}{c} \right)}{R_i}, \quad (10.3)$$

где  $N$  — общее число молекул, а суммирование ведется по всем молекулам, кроме рассматриваемой;  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  — первичное поле (падающей волны);  $i$  — индексы окружающих молекул;  $\mathbf{r}$  — координаты рассматриваемого осциллятора (по которым ведется операция  $\text{rot rot}$ );  $\beta$  — поляризуемость молекулы — осциллятора (рис. 44).

Принятое предположение о точечных осцилляторах ограничивает применимость теории областью, где размеры атомов (молекул) и межатомные расстояния  $d \ll \lambda$ ; в теории рентгеновского излучения необходимы иные методы — анализ рассеяния на атоме. Подробнее о микротeorии для рентгеновской области см. в гл. 1 ссылки [5—8]. Вместе с тем, если  $d, R \gg \lambda$ , вторичные элементарные волны перестают быть когерентными (в силу неполной когерентности первичного излучения).

Суммирование в (10.1) обычно заменяется (как это принято в молекулярной оптике, когда  $d \ll \lambda$ ) усреднением по всем ориентациям молекул с введением «функции поляризации»  $\mathbf{P}$  (это эквивалентно предположению об «изотропности» осцилляторов):

$$\mathbf{P} = N_1 \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{P}(\eta, \vartheta, \zeta) d\eta d\vartheta \sin \zeta d\zeta \quad (10.4)$$

<sup>1)</sup> В данной задаче тензор рассеяния совпадает с тензором поляризуемости.

и

$$\mathbf{P} = N_1 \beta \mathbf{E}_{\text{эфф}} = N_1 \beta (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{втор}}) \quad (10.5)$$

(где  $\eta, \vartheta, \zeta$  — углы Эйлера осей молекулы;  $N_1$  — число молекул в единице объема), а затем интегрированием по всему объему среды 2, точнее, по всему пространству,

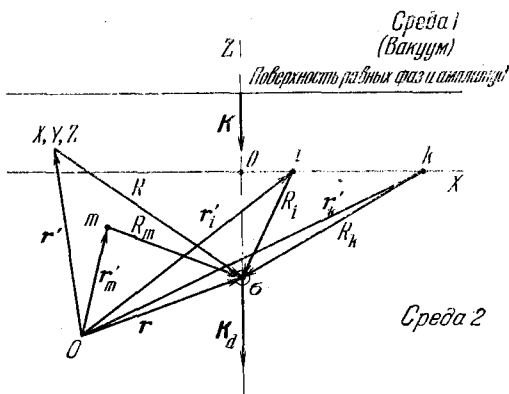


Рис. 44. Расположение взаимодействующих диполей.

0 — начало координат;  $m, i, k$  — номера диполей, влияющих на избранный (находящийся в сфере  $\sigma$ );  $X, Y, Z$  — точка вне среды 2; в среде 1 показан фронт первичной волны.

в котором поле молекул отлично от нуля, за исключением «сферы молекулярного действия» (поверхность  $\sigma$  с радиусом  $a$ ), окружающей рассматриваемый диполь:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_{V'} \text{rot rot} \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV' = \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{\text{втор}}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (10.6)$$

Позволительность усреднения (10.4) мотивируется предположением «идеальным беспорядком», т. е. равновероятностью всех ориентаций и большой величиной  $N_1$ . Замена суммирования интегрированием  $\mathbf{P}(\mathbf{r})$  означает как бы «размазывание» дипольного момента «точечного» диполя по объему пространства, приходящегося в среднем на один такой диполь.

Замена дискретной среды континуальной обычно мотивируется, кроме сказанного выше, линейностью уравнений колебаний поля; однако некоторое затруднение представляет учет особенностей, которыми обладает континуальное поле в местах самих осцилляторов (точки  $R=0$ ). С этим связана необходимость выделения сферы  $\sigma$  из объема интегрирования. Излагаемые ниже небольшие расхождения в данных различных авторов вызваны неодинаковым выбором и учетом «сферы действия» молекулы.

При расчете межмолекулярные силы и эффекты «связи осцилляторов» не учитываются. Не учитывается также возможность изменения частоты в излучающих центрах.

Решение интегродифференциального уравнения (10.6) ищется <sup>1)</sup> в виде

$$\mathbf{E}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} = \mathbf{A}_{\text{эфф}}^0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r})}, \quad (10.7)$$

где  $\mathbf{k}_s = n|\mathbf{k}|s_s$ ;  $n$  — некоторая величина, подлежащая определению;  $|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c}$ . Иначе говоря, ищется «волна поляризации»

$$\mathbf{P} = N_1 \beta \mathbf{A}_{\text{эфф}}^0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r})}. \quad (10.8)$$

Возникновение волны со скоростью  $\frac{c}{n} < c$  можно

объяснить следующим схематическим рассуждением. Пусть на поверхность раздела падает нормально к ней плоская волна  $\mathbf{E}$  (см. рис. 44). Эта волна возбуждает диполи, лежащие на поверхности раздела, с одинаковой амплитудой и фазой.

Вторичные волны, испускаемые этими диполями, будут приходить к избранному диполю в сфере  $\sigma$  с разными амплитудами и разными отставаниями по фазе (относительно волны от диполя на поверхности, отмеченного индексом 0, имеющей ту же фазу, что и  $\mathbf{E}$ ). Результирующая фаза избранного диполя будет как-то отставать от фазы волны  $\mathbf{E}$  (излучение диполей считается когерентным, т. е. время ответа среды считается равным нулю, см. § 16).

<sup>1)</sup> Очевидно, по аналогии с макроскопическим рассмотрением гл. 1.

Выбрав решение (10.7) и (10.8), можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{втор}} &= \int_{V'} \text{rot rot} \frac{\mathbf{P}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dv' = \\ &= N_1 \beta \int_{V'} \text{rot rot} \left\{ \frac{1}{R} \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') e^{i\omega t} e^{-i\frac{\omega}{c}R} \right\} dv', \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}_{\text{втор}} = N_1 \beta e^{-i\omega t} \int_{V'} \text{rot rot} \{ \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') B(R) \} dv' = \mathbf{A}_{\text{втор}} e^{i\omega t}, \quad (10.9)$$

$$B(R) = \frac{e^{-ikR}}{R}. \quad (10.10)$$

Очевидно,

$$\nabla^2 \mathbf{A}_{\text{эфф}} + n^2 k^2 \mathbf{A}_{\text{эфф}} = 0, \quad (10.11)$$

$$\nabla^2 B + k^2 B = 0. \quad (10.12)$$

Это — волновые уравнения для волн со скоростью  $c/n$  и  $c$ .

Операция  $\text{rot rot}$  берется по координате  $\mathbf{r}$  точки наблюдения; однако отмеченное выше наличие особенностей не позволяет менять эту операцию местом с интегрированием.

При некоторых добавочных предположениях о выборе «сферы действия» и величины  $a$  можно показать, что при  $a \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \int_{V'} \text{rot rot} \{ \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') B(R) \} dv' = \\ = \text{rot rot} \int \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') \mathbf{B}(R) dv' - \frac{8\pi}{3} \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}). \quad (10.13) \end{aligned}$$

Пользуясь теоремой Грина и учитывая (10.11) — (10.13), можно получить

$$\begin{aligned} \int_{V'} \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') B(R) dv' = \\ = \frac{1}{(n^2 - 1)k^2} \left\{ \int_{\Sigma} \left[ \mathbf{A}_{\text{эфф}} \frac{\partial B}{\partial N'} - B \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{эфф}}}{\partial N'} \right] ds' - \right. \\ \left. - \int_{\sigma} \left[ \mathbf{A}_{\text{эфф}} \frac{\partial B}{\partial N'} - B \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{эфф}}}{\partial N'} \right] ds' \right\}, \quad (10.14) \end{aligned}$$

где интеграл берется по поверхности  $\Sigma$ , ограничивающей объем  $V'$  снаружи и по поверхности  $\sigma$ , а  $\frac{\partial}{\partial N'}$  — производные по нормальям к этим поверхностям. Далее,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\text{втор}} &= \frac{N_1 \beta}{(n^2 - 1)k^2} \text{rot rot} \int_{\Sigma} \left\{ \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') \frac{\partial B(R)}{\partial N'} - \right. \\ &\quad \left. - B(R) \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}')}{\partial N'} \right\} ds' + N_1 \beta \left[ - \frac{1}{(n^2 - 1)k^2} \times \right. \\ &\quad \times \text{rot rot} \int_{\sigma} \left\{ \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}') \frac{\partial B(R)}{\partial N'} - B(R) \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}')}{\partial N'} \right\} ds' - \\ &\quad \left. - \frac{8\pi}{3} \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}) \right] = \mathbf{A}_{\text{втор}}^{\Sigma} + \mathbf{A}_{\text{втор}}^{\sigma}, \quad (10.15) \end{aligned}$$

и отсюда

$$\mathbf{E}_{\text{эфф}} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{втор}}^{\Sigma} + \mathbf{E}_{\text{втор}}^{\sigma}. \quad (10.16)$$

Очевидно, что в среде 2 прошедшее поле  $\mathbf{E}_d$  определится из соотношений

$$\mathbf{D}_d = n^2 \mathbf{E}_d = \mathbf{E}_d + 4\pi \mathbf{P} \quad (10.16a)$$

и

$$\mathbf{E}_d = \frac{4\pi}{n^2 - 1} \mathbf{P},$$

а также из выражений (10.7) — (10.9)

$$\mathbf{E}_d = \frac{4\pi}{n^2 - 1} N_1 \beta \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} = \frac{4\pi}{n^2 - 1} N_1 \beta \mathbf{A}_{\text{эфф}}^0(\mathbf{r}) e^{-in|\mathbf{k}|s_d} e^{i\omega t}, \quad (10.17)$$

где

$$s_d = s_{\text{э}}.$$

Интегралы в (10.15) можно вычислять разными методами и с разной точностью. Ограничиваясь простейшим вариантом расчета с упрощающими предположениями, можно получить

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{втор}}^{\sigma} &= \mathbf{A}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}) \frac{4\pi}{3} N_1 \beta \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} e^{i\omega t} = \\ &= \mathbf{A}_{\text{эфф}}^0(\mathbf{r}) \frac{4\pi}{3} N_1 \beta \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} e^{i\omega t} e^{-ik_{\text{э}} r}. \quad (10.18) \end{aligned}$$



Если переписать (10.16) без временных множителей, используя (10.18), получим

$$A_{\text{эфф}}^0(\mathbf{r}) e^{-in|\mathbf{k}|s_2 r} = E_0(\mathbf{r}) e^{-i|\mathbf{k}|sr} + \\ + A_{\text{эфф}}^\Sigma(\mathbf{r}) + A_{\text{эфф}}^0(\mathbf{r}) \frac{4\pi}{3} \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} N_1 \beta e^{-in|\mathbf{k}|s_2 r}. \quad (10.18a)$$

Поскольку экспоненты с разными показателями должны быть линейно независимы, отсюда следует

$$\frac{4\pi}{3} \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} N_1 \beta = 1, \quad (10.19)$$

$$E_0(\mathbf{r}) e^{-i|\mathbf{k}|sr} = A_{\text{втор}}^\Sigma(\mathbf{r}), \quad (10.20)$$

или иначе

$$E_{\text{эфф}} = E_{\text{втор}}^\sigma, \quad (10.21)$$

$$E + E_{\text{втор}}^\Sigma = 0. \quad (10.22)$$

Соотношение (10.22) носит название *теоремы погашения Озеена*. Физический смысл изложенного заключается в следующем. Эффективное поле в среде (10.6) состоит из внешнего поля  $E$  и поля вторичного излучения частиц среды. Последнее поле состоит из излучения точечных дипольных осцилляторов в вакууме. Оно может быть разделено на две составляющие — одна из них,  $E_{\text{втор}}^\Sigma$ , имеет скорость  $c$  и (внутри среды) гасит волну  $E$ ; отсюда название теоремы (10.22). Вторая составляющая  $E^\sigma$ , имеющая скорость  $c/n$ , дает преломленную волну; неизвестная константа  $n$ , введенная в (10.7), определяется из (10.19).

Это рассуждение, строго говоря, не является доказательством теоремы погашения, которая скорее представляет собой физическое утверждение (основанное на опыте и аналогии с феноменологическим решением), состоящее в следующем. Экспоненциальный множитель в  $A_{\text{втор}}^\Sigma(\mathbf{r})$  имеет вид

$$e^{-i|\mathbf{k}|R} e^{-in|\mathbf{k}|s_2 r'};$$

$A_{\text{втор}}^\Sigma$  — это сумма излучений точечных осцилляторов в вакууме (первый сомножитель), амплитуда которых модулирована волной поляризации (второй сомножитель). Теорема погашения представляет собой утверж-

дение о виде закона модуляции, необходимом для соблюдения (10.21) и (10.22).

Проведенное рассуждение показывает, что первичная волна гасится в основном осцилляторами, лежащими у поверхности (ибо вклад осциллятора в  $E_{\text{втор}}^\Sigma$  быстро спадает по мере удаления его от поверхности). Очевидно, что составляющая  $E_{\text{втор}}^\Sigma$  ответственна и за возникновение отраженной волны (поскольку именно здесь собраны слагающие с волновым вектором  $\mathbf{k}$ ).

Именно поэтому в среде 2 волна  $E$  отсутствует на заметных расстояниях от поверхности раздела.

Эффективное поле в месте нахождения какого-либо осциллятора [определяемое (10.21)] создается компонентой  $E_{\text{втор}}^\sigma$  — в основном полем ближних осцилляторов. Эти качественные соображения в настоящее время подтверждены точным расчетом (см. стр. 117).

Из формулы погашения можно получить условия для амплитуд (формулы Френеля) и определить направление  $\mathbf{k}_0$ . Прямым вычислением  $E^2$  для верхнего полупространства можно получить выражение для отраженной волны.

Путем некоторых несложных, но длительных преобразований, ограничиваясь приближением  $\mathbf{k}r \gg 1$  и используя известную формулу

$$\text{rot rot } A e^{i|\mathbf{k}|rs} \equiv -\mathbf{k}^2 [s [sA]] e^{i|\mathbf{k}|rs},$$

выражения (10.18a) — (10.22) можно привести к виду

$$E_0 e^{-i|\mathbf{k}|sr} = -\frac{2\pi}{n^2 - 1} N_1 \beta \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\sin \psi \cos \varphi} [s_\Sigma [s_\Sigma A_{\text{эфф}}^0(\mathbf{r})]] e^{-i|\mathbf{k}|s_2 r}, \quad (10.23)$$

где

$$\varphi = \widehat{sN'}, \quad \varphi - \psi = \widehat{ss_d},$$

отсюда

$$s_\Sigma = s;$$

можно получить

$$n \sin \psi = \sin \varphi.$$

Сопоставляя (10.17) и (10.23), можно получить формулы Френеля для амплитуд  $E_d$ .

Если точку наблюдения выбрать вне среды (в полупространстве 1), то в этой точке  $D = E_{\text{внеш}}$ ,  $P_{\text{внеш}} = 0$ ,  $E_{\text{внеш}} = E + E_r$ . В этом случае выделять сферу  $\sigma$  не нужно,

и операцию  $\text{rot rot}$  можно менять местами с интегрированием без поправок. Тогда получим

$$E_r = A_r(r) e^{i\omega t} = \text{rot rot} \int_{V'} \frac{\mathbf{P}(r', t - \frac{R}{c})}{R} dv', \quad A_r = A_{\text{втор}}^2;$$

аналогичными несложными, но длительными вычислениями получим  $\varphi_r = \pi - \varphi$ ,  $\varphi_r = \widehat{s, s}$  и формулы Френеля для амплитуд отраженного света.

Подробности всех промежуточных вычислений см., например, в работах [02, 03].

Все сказанное можно повторить в несколько иной форме. После составления основного уравнения (10.1) ищутся условия, при которых внутри среды, в результате интерференции первичной и всех вторичных волн, описываемой (10.1), формируется плоская световая волна (преломленная), вообще говоря, с иными значениями  $k$  и  $n$ , чем у падающей, а последняя в результате интерференции в среде гасится (отсюда название — «теорема погашения»). Таких условий должно быть, очевидно, два — одно представляет собой закон преломления (условие для  $\psi$ ,  $k$ ), другое есть условие для  $n$ . Только при этих значениях  $n$ ,  $\psi$ ,  $k$  устанавливается искомое волновое поле<sup>1)</sup>. Расчет поля вне среды при соблюдении указанных условий дает отраженную волну. Иначе говоря, интерференционное поле содержит два типа волн — распространяющихся со скоростью  $c/n$  и со скоростью  $c$ . Первые образуют отраженную волну и гасят первичную в среде, вторые образуют преломленную волну в среде. Эти утверждения справедливы лишь для установившегося процесса.

### § 11. Дальнейшие уточнения

Формула Лоренц — Лорентца (10.19)

$$\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} = \frac{3}{4\pi N_1 \beta} = C$$

получается в качестве условия для  $n$  лишь в упрощен-

<sup>1)</sup> Таким образом, теорема, по существу, есть граничное условие.

ных расчетах. Это естественно, ибо сделанные предположения о среде и характере внутреннего поля совпадают с теми, которые делаются при независимом выводе этой формулы. Вместе с тем, ограниченная применимость формулы для реальных сред указывает на ограниченную справедливость этих предположений и для нашего вывода (что, однако, не ограничивает применимости теоремы погашения).

В этих расчетах выбирается такой размер сферы  $\sigma$ , чтобы в нем находилось какое-то число молекул, суммарное усредненное влияние которых на выделенную молекулу принимается равным нулю (ср. также [1]).

При более совершенном выводе соотношения Лоренц — Лорентца следует вместо простого усреднения по распределению в пространстве и ориентациям, которые считаются случайными и некоррелированными [формула (10.4)], учесть функцию распределения, точнее, унарную и бинарную радиальные функции распределения и корреляцию ориентаций (уже не считая осцилляторы изотропными).

Попытка подобного учета проведена, например, в работе [2], где учитывалась и тернарная функция распределения. Было получено выражение

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\langle \beta \rangle \langle N_1 \rangle}{3} \frac{1 + R}{1 + \langle N_1 \rangle D(1 + R)}, \quad (11.1)$$

где  $D$  и  $R$  — некоторые функции, при термодинамическом равновесии зависящие лишь от  $\langle N_1 \rangle$ ,  $T$ ,  $\omega$  и учитывающие указанные распределения. Считается, что  $\lambda \gg l_{\text{корр}}$ . Объем  $\sigma$  выделяется так же, как и выше, и последующая процедура расчета интеграла остается без изменений; используется лишь значение  $n$  из (11.1) [3, 4].

В теории [5] выбиралось такое значение  $\sigma$ , чтобы в нем помещалась только одна рассматриваемая молекула, и  $a \ll \lambda$ , а решение искалось только для точек, удаленных от поверхности на  $r \gg \lambda$ ; тогда при вычислениях возможно разложение (10.18) в ряды по степеням  $a/\lambda$ . Соответственно при расчетах для  $n$  получено более сложное условие

$$\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} = \frac{n^2 + 10}{10} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2 + \frac{2}{3} i \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^3 = C. \quad (11.2)$$

В этих расчетах формулы Френеля получались как первые члены некоторых разложений по степеням  $a/\lambda$ , т. е. не были вполне точными и, строго говоря, были применимы лишь на расстояниях от поверхности, много больших  $a$ . Последний вывод, проведенный по той же схеме, но существенно более точный<sup>1)</sup>, дан в работе [6]; для  $n$  получено условие

$$3e^{-ia} \left\{ \left( \cos an - \frac{\sin an}{an} \right) \left( \frac{1}{n^2-1} - \frac{1}{(an)^2} - \frac{i}{(an)^2} \right) + \frac{1+ia \sin an}{n^2-1} \frac{1}{an} \right\} = C. \quad (11.3)$$

Здесь формулы Френеля получены как строгий результат<sup>2)</sup> (см. также [7, 8]). Ограничиваясь членами до третьего порядка по  $a$ , из (11.3) получим

$$\frac{n^2+2}{n^2-1} + \frac{n^2+10}{10} a^2 + i \frac{1}{3} a^3 = C. \quad (11.4)$$

Оценки [05] говорят, что формулы Френеля практически становятся применимыми уже на расстояниях порядка  $a$  от поверхности, т. е. во всех случаях, интересных для оптики.

Очевидно, что в изложенных рассуждениях заложена известная внутренняя нелогичность — поскольку в теореме погашения и последующих рассуждениях, а также в элементарном опыте показывается, что в стационарном режиме падающая волна  $E$  до молекулы, находящейся в глубине среды, не доходит (или, во всяком случае, поле  $E$  сильно деформируется), писать для такой молекулы уравнения (10.6)–(10.8) логически неправомерно.

По-видимому, изложенный вывод скорее дает молекулярную интерпретацию явления и физического смысла

<sup>1)</sup> Уточнения касались опять-таки вычисления интегралов.

<sup>2)</sup> Появление мнимых членов в (11.2) и (11.3) связано с тем, что при вычислении производных под интегралами (10.14) и (10.15), например,

$$\frac{\partial B(R)}{\partial N'} = \frac{\partial}{\partial N'} \frac{e^{-ikR}}{R} = -ikB(R) \frac{\partial R}{\partial N'} \left( 1 - \frac{i}{kR} \right),$$

учитывается также и дробь  $\frac{i}{kR}$ , отбрасываемая при упрощенном расчете для  $kR \gg 1$ .

констант, нежели доказывает единственность решения (10.6). Этот вопрос до сего времени дискутируется (см., например, работу [9], где автор метко замечает, что «молекула в глубине среды не видит поля  $E$ », а также работу [10]). Здесь, по-видимому, следует искать и определять некоторое «самосогласованное поле».

Предположение о беспорядочном расположении осцилляторов принципиально не существенно. Были сделаны расчеты для простой кубической решетки, где поверхность среды образована одной из граней решетки и, таким образом, представляет собой квадратную сетку молекул; вместо интегрирования производилось суммирование полей излучения указанных сеток. Этот метод предложен Эвальдом [11] и приводит к тем же результатам. Впоследствии он был усовершенствован Сивухиным [12] путем явного учета неоднородных компонент волнового поля внутри решетки и конечности расстояния, на котором нижележащие слои перестают давать свой вклад в поле у поверхности.

Можно показать, что влияние одних слоев на другие весьма быстро падает по мере их взаимного удаления. В работе [10] получены следующие относительные значения энергии диполь-дипольной связи между избранным диполем и смежным слоем — сеткой:

$\mathfrak{E}(0) - 0,359$	(в скобках указан порядковый номер
$\mathfrak{E}(1) - 0,013$	слоя, в котором находится избранный
$\mathfrak{E}(2) - 0,00002$	диполь).
$\mathfrak{E}(3) - 0,00000004$ и т. д.	

Была показана возможность динамического равновесия поля  $E$  с полем вторичного излучения осцилляторов — диполей и их колебаниями. Отметим, что подобная же возможность равновесия при наличии неоднородных волн (для частного случая полного внутреннего отражения) была показана также в работе Сотского и Федорова [6]. Вытекающая из изложенных теорий и расчетов комплексность  $n$  может быть учтена, как в гл. 1, введением комплексного угла  $\chi$  при сохранении неизменного вида формул Френеля или же записью этих уравнений в явно комплексном виде. Поскольку в данном случае мнимая часть весьма мала, второй способ удобнее для

практики. Сивухин получил формулы Френеля в виде

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)} \left\{ 1 + \frac{i4\pi d}{\lambda_2} \gamma_{\nu} \cos \varphi \right\}, \quad (11.5)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = -\frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} \left\{ 1 + i \frac{4\pi d}{\lambda_2} \frac{\gamma_x \cos^2 \psi - \gamma_z \sin^2 \psi}{\cos^2 \psi - \sin^2 \psi} \cos \varphi \right\} \quad (11.6)$$

(ось  $z$  направлена вглубь среды нормально к поверхности, ось  $x$  образуется пересечением плоскости падения с поверхностью);  $\gamma_x, \gamma_{\nu}, \gamma_z$  — некоторые вещественные параметры решетки, зависящие от выбора выражения для  $n$ ;  $d$  — ее постоянная.

Следует отметить, что все уточнения теории относились только к процедуре расчета, а не к исходным физическим предположениям о характере внутреннего поля<sup>1)</sup>, расположении и структуре излучателей и т. п., оставшихся неизменными<sup>2)</sup>.

Приведенный нами вывод более нагляден физически, однако пригоден лишь для границы вакуум — среда и должен быть пересмотрен особо для других случаев. Это было проведено для случая границы двух сред ( $n_1 < n_2$ ), для полного внутреннего отражения ( $n_1 > n_2 = 1$ ), для анизотропных и оптически активных сред [6, 16—18]. Как мы увидим ниже, теорема справедлива и в нелинейной оптике; обобщение ее было проведено также для нелинейных, неоднородных и анизотропных сред [19]. Доказан также аналог теоремы погашения для неоднородных сред [20—22].

В изложенных в настоящей главе теориях рассматривались только волны поляризации, следовательно, — непроводящие среды. Эти среды характеризовались полупрозрачностью параметром поляризуемости и в предположении идеального беспорядка и не взаимодействия молекул величиной  $N_1$ ; при дальнейших уточ-

<sup>1)</sup> Более совершенное выражение для внутреннего поля в решетке типа Эвальда было дано в [13], однако к расчетам погашения оно пока не применялось. Поправка на эффективное поле в кристалле при расчетах отражения (модели Лоренца и Онсагера) вводилась также в работе [14].

<sup>2)</sup> Отметим, что в работе [15] проведено вычисление, подобное рассмотренному, но для однородной (слабо) среды  $-n = n(x, y, z)$ .

нениях вводились параметры  $a, R, D, \gamma$ , учитывающие взаимодействия.

В такой постановке теория применима лишь для веществ молекулярной структуры. При наличии зонной структуры ее применимость должна быть рассмотрена дополнительно.

В первую очередь необходимо учитывать все виды проводимости различными носителями. Попытка доказательства теоремы погашения для среды, где основную роль играет проводимость, сделана Сотским. Принимается классическая модель свободных электронов в металле, и считается, что упорядоченная компонента скорости электронов может быть определена:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad \mathbf{v}_0 \perp \mathbf{k}_d.$$

Для излучения электрона записываются обычные выражения вектор-потенциала  $\mathbf{A}$  и скалярного  $X$ ; вместо выражения (10.6) тогда получается

$$\mathbf{E}_{\text{эфф}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_{V'} N_{\text{эл}} \left\{ -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}'t - \frac{R}{c})}{\partial t} - \nabla X(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}) \right\} dV'; \quad (11.7)$$

далее ход доказательства — прежний [18].

Не входя в обсуждение деталей расчета, которые связаны с примитивностью модели, позволительностью для неоднородных волн предположения  $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{k}_d$  и т. д.<sup>1)</sup>, отметим, что теорема погашения оказывается применимой и при наличии токов проводимости как основного фактора взаимодействия со светом; этот вывод, видимо, остается справедливым и при уточнении теории и в применении к другим веществам зонной структуры.

Показано [10], что и при значительной пространственной дисперсии (вблизи полос экситонного поглощения) при наличии экситон-фотонных взаимодействий мод (поляритонов) имеет место теорема погашения; ее аналог справедлив и в средах нелинейных.

<sup>1)</sup> При наличии в проводнике сторонних токов показатель преломления должен зависеть от взаимной ориентации тока носителей и волнового вектора света как в силу пространственной дисперсии, так и в силу релятивистского эффекта Доплера.

Сказанное говорит о полной универсальности теоремы и, по-видимому, о том, что она не связана с какой-либо конкретной макроскопической моделью. А priori это представляется естественным проявлением в теории экспериментального факта отсутствия прошедшей первичной непреломленной волны.

То обстоятельство, что формулы Френеля оказывались в простейших выводах приближенными и справедливыми лишь на некотором расстоянии от поверхности, дало повод впоследствии высказывать предположения (правда, небезупречно обоснованные) о том, что теорема погашения справедлива не строго и лишь в оптической области. Однако в современных расчетах, как указывалось, доказательство теоремы достаточно строго.

В работе [23] задача об отражении света решена совершенно иным путем — макроскопическим расчетом методом функции Грина, причем получены интегральные уравнения, выражающие теорему погашения в общем виде.

Иначе говоря, эта теорема оказывается просто следствием уравнений Максвелла и не специфична для конкретной модели и макроскопического рассмотрения.

К аналогичному выводу приходят авторы работы [24], в которой теорема погашения получена иным путем из уравнений Максвелла и уравнений связи. При надлежащем выборе уравнений связи теорема применима для проводников и сверхпроводников, диэлектриков, оптически активных веществ (ср. [25, 26]) и магнетиков.

Характер получаемого соотношения для  $n$  зависит от выбора граничных условий; в частности, характер граничных условий и, следовательно, соотношения для  $n$  зависит от дискретности или непрерывности среды (уже в § 1 было отмечено, что все исходные предположения о физических процессах на границе — характере поверхностных токов проводимости, поляризации и смещения — заложены в выборе граничных условий). Дискретность структуры приводит к возникновению поверхностных токов. Авторы приходят к тому же выводу, что и Сивухин: дискретность поверхности может быть формально учтена введением некоторого переходного слоя (ср. § 22).

Теорема погашения в ее макроскопическом аспекте есть следствие теоремы Кирхгофа — Гельмгольца, (вер-

нее последняя может быть получена из первой [1, 27]). Таким образом, эта теорема не специфична для оптической области; однако следует все же иметь в виду, что она представляет динамическое соотношение, неприменимое для поля статического.

Как уже указывалось, изложенная теория не учитывает межмолекулярных взаимодействий и эффектов связи осцилляторов, находящихся в близких зонах друг от друга (что всегда имеет место, ибо  $\lambda \gg d$ , во всяком случае в конденсированных фазах). Между тем, эти взаимодействия, вообще говоря<sup>1)</sup>, сказываются уже вдали от резонансов среды. Попытки учесть это обстоятельство делались рядом авторов [28—34], однако окончательной общепринятой теории эффективного поля в среде нет. В области резонансов взаимодействия оказываются гораздо заметнее; они весьма важны для поглощающих веществ и растворов последних в прозрачных растворителях. Теория эффективного поля для этого случая, его влияния и учета этого влияния развита в ряде работ [35] (см. также [36]).

Учитывать влияние окружения при исследованиях отражения поглощающих (молекулярных) сред не менее важно, чем при прямых исследованиях поглощения. Это следует, видимо, делать, внося некоторые поправки в значения  $n$  и  $\kappa$ , фигурирующие в формулах § 4. К вопросу об учете связи осцилляторов мы вернемся в § 15.

Значение предположения о неподвижности осцилляторов будет обсуждено в § 13.

## § 12. Экспериментальные следствия

Простейшее микроскопическое рассмотрение, как было сказано ранее, приводит к формулам Френеля и, таким образом, дает только их молекулярную интерпретацию и выражение для определения  $n$  по молекулярным параметрам. Более точные вычисления приводят к появлению мнимых добавок в выражениях для  $n$  (11.2), (11.3) или в формулах Френеля (11.5), (11.6), т. е. говорят о наличии неоднородных волн.

<sup>1)</sup> Учет корреляций источников приведет к появлению продольных электромагнитных волн [28].

Вместе с тем, исходные данные (мономатические волны, выбор выражения для излучения диполей) предполагают отсутствие поглощения и затухания осцилляторов и стационарный процесс (неограниченные во времени волны).

Объяснение этого необходимо искать в следующем.

1. Рассматривается сложение плоских волн с быстроубывающими с  $R$  сферическими волнами элементарных излучателей. В результате фронты суммарных волн будут обладать периодическими микронеоднородностями; в результате интерференции в некоторых направлениях могут получаться также неоднородные компоненты.

2. Розенфельд [3] пытался учесть затухание, вводя радиационные потери осциллятора (пренебрегая всеми иными видами поглощения), заменяя соответственно  $\beta$  на

$$\beta_k = \left\{ \frac{1}{\beta_0} + \frac{2i}{3} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 \right\}^{-1}, \quad (12.1)$$

где второе слагаемое справа — классическое «радиационное торможение»; далее, по аналогии с (10.19), предполагается

$$\frac{1}{4\pi N \beta_k} = \frac{v^2 + 2}{3(v^2 - 1)} \cong \frac{n^2 + 2}{3(n^2 - 1)} + 2in\kappa \frac{1}{(n^2 - 1)^2}. \quad (12.2)$$

При этом существенно, что в теореме погашения фигурирует  $v$ , а не  $n$ .

Розенфельд считает, что в идеальном кристалле радиационное торможение отсутствует — потери компенсируются полностью когерентным излучением соседних диполей. Для неограниченного бесконечного кристалла это, видимо, справедливо [37, 38]. Вопрос о роли границы раздела изложен ниже.

3. С другой стороны, комплексность  $n$  и  $\kappa$  указывает не на поглощение как таковое, а на отток энергии из того вида поля (тех видов волн), которое рассматривается в задаче. Иначе говоря, кроме «интерференционных максимумов отражения и преломления» происходит некоторое рассеяние<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> В теории рассеяния света неоднородными непоглощающими средами описание явлений обычно производится введением комплексного показателя преломления  $n^* = n' - in''$  [39], в котором  $n''$  характеризует уход энергии из рассматриваемого пучка вследствие рассеяния в стороны.

Отметим, что при выводе не учтено влияние поверхности на излучение близлежащих частиц.

Как известно, в однородной среде рассеяние света не происходит. Однако при наличии неоднородности в виде поверхности раздела положение меняется. В работе Л. И. Мандельштама [37] показано, что для излучателей, находящихся на расстоянии от поверхности порядка  $\lambda$  (поверхность в ближней зоне), правильное отражение и преломление сменяется рассеянием; между тем, в нашей задаче ближайшие к поверхности излучатели находятся в таких условиях, и именно они играют важную роль в отражении<sup>1)</sup>.

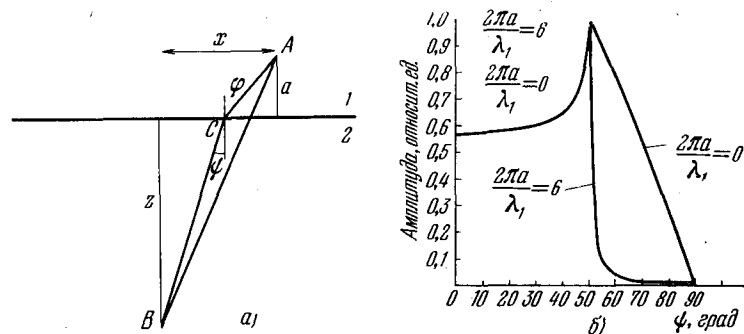


Рис. 45. Излучатель около поверхности

а) Колебания параллельны плоскости чертежа;  $\varphi$  — угол падения;  $\psi$  — угол преломления; б) результаты расчета амплитуды световых колебаний при  $n_{21} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = 1,33$ ; случай  $\sin \varphi < n_{21}$ .

На рис. 45 показан результат расчета амплитуды световых колебаний  $E_{\parallel}$ , приходящих в точку  $B$  от источника  $A$  при  $z \gg \lambda$  и  $a$ , сравнимом с  $\lambda$ . Видно, что при  $\frac{a}{\lambda} \gg 1$  граница света и тени резка, но при  $\frac{a}{\lambda} \rightarrow 0$  амплитуда спадает лишь постепенно, так как имеется

<sup>1)</sup> В теории антенн влияние близлежащей поверхности на характер излучения широко и давно известно (см. также [09]). Влияние поверхности на параметры самого излучателя здесь не рассматривается (оно будет обсуждено в § 23—28). В работах [40, 41] показано, что излучение диполя в анизотропной среде (а  $E_{\text{эфф}}$  у границы всегда анизотропно) несколько отличается от такового в среде изотропной.

сильное рассеяние. В работах [37, 42] показана обратимость хода лучей, а в [42] показано, что явления резче выражены, когда  $z \approx \lambda$ . Расчеты, проведенные в работах [37, 42], значительно позже были повторены [43] по несколько иному поводу, но с тем же результатом, хотя без указания на обратимость.

Появление комплексных выражений означает эллиптическую поляризацию отраженного света. Из формул (11.5) и (11.6) легко убедиться, что эллиптичность заметна лишь в области угла Брюстера. В § 6 указывалось, что эллиптичность действительно наблюдается.

Расчет по формулам (11.5) и (11.6) для разности фаз между  $E_{r\parallel}$  и  $E_{r\perp}$  дает

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{4\pi}{\lambda} (\gamma_x - \gamma_z) \frac{\cos \varphi \sin^3 \varphi}{\sin^2 \varphi - \cos^2 \psi}, \quad (12.3)$$

а для эллиптичности при  $\Delta = \pi/2$  ( $\varphi = \varphi_{\text{бр}}$ )

$$\omega = \rho = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 + 1} (\gamma_x - \gamma_z). \quad (12.4)$$

Схематический расчет при весьма упрощенных предположениях дает [12]

$$\gamma_x - \gamma_z = 6\pi B (n^2 - 1) \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\frac{3}{2\pi} (n^2 - 1) A - (n^2 + 2)} - \frac{2}{\frac{3}{\pi} (n^2 - 1) A + (n^2 + 2)} \right\},$$

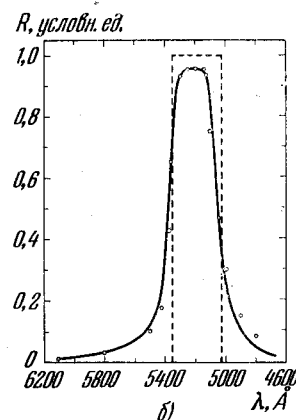
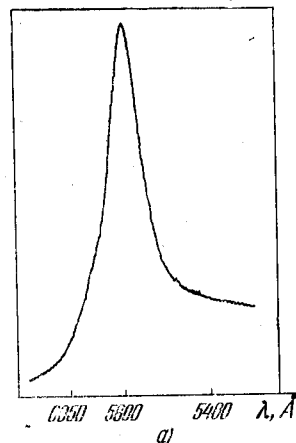
где  $A = 2,26$ ,  $B = 0,0021$ , или, используя (10.19),

$$\gamma_x - \gamma_z = 8\pi^2 \beta B \frac{1}{d^3} \left\{ \frac{1}{2 \frac{\beta}{d^3} A - 1} - \frac{2}{4 \frac{\beta}{d^3} A + 1} \right\}; \quad (12.5)$$

отсюда получаются значения  $\rho$ , примерно на порядок меньшие, чем наблюдаемые на опыте. Причины расхождения, как будет показано в § 23, заключаются в том, что данный эффект маскируется более значительным, вызванным особой структурой поверхности.

Поскольку эти отличия весьма малы, поляризационные измерения, видимо являются единственными, дающими достаточную точность. Указанная маскировка эффектов не позволяет провести количественную проверку.

Здесь важно подчеркнуть принципиально важный вывод, что сам факт дискретной структуры вещества



приводит к некоторым отличиям от случая континуальной структуры. Эти отличия, очевидно, будут возрастать при увеличении отношения  $d/\lambda$ ; для рентгеновской области, как известно, интенсивность «побочных максимумов» сравнима с интенсивностью «отраженного и преломленного максимумов». Эти отличия возрастают также с увеличением размеров молекул и соответственно

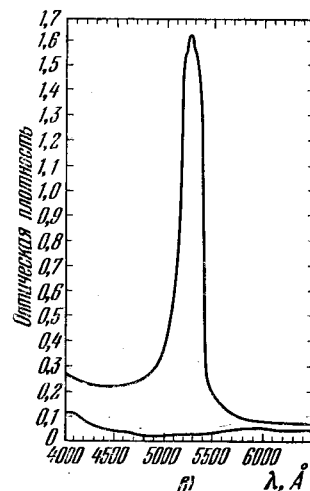


Рис. 46. Микрофотограмма спектра отражения от поверхности раздела стекло — холестерилвалерат  $\text{H}_9\text{C}_4\text{COOC}_{27}\text{H}_{44}$ ;  $\varphi = 35^\circ$ ,  $T = 76^\circ$  (а). Спектр отражения холестерического жидкого кристалла; точки — эксперимент [43], кривая — теория [44] (б). Спектр пропускания циркулярно поляризованного света (смесь производных холестерила) (в). На рис. в нижняя кривая — правополяризованный свет (проходит); верхняя — левополяризованный (почти полностью отражается) [43]. Во всех кристаллах полоса поглощения — в области  $\lambda < 3300 \text{ Å}$ .

других структурных размеров. Таковы явления при отражении света от жидких кристаллов. Эти вещества

состоят из крупных молекул сильно вытянутой формы, упорядоченно ориентированных и расположенных в слоистых структурах. Вследствие больших размеров молекул здесь уже в оптической области возникают дифракционные эффекты на этих молекулах, точнее, на образованных ими трехмерных структурах, с отражением от указанных молекулярных слоев, подчиняющимся условиям Брэгга—Вульфа. В результате вещества, обладающие поглощением лишь в далеком ультрафиолете, дают резко селективное отражение в середине видимой области (рис. 46 [44], а также данные лаборатории автора<sup>1)</sup>), причем положение максимума зависит от угла падения, как и следует из условия Брэгга—Вульфа (ср. также [45]).

### § 13. Влияние теплового движения частиц; рассеяние на поверхности

В § 10 предполагалось, что частицы неподвижны и равномерно распределены в пространстве. Однако преимущество микротеорий заключается в возможности понять механизм явления и при наличии теплового движения (вопрос об упорядоченных, коллективных движениях рассматривается в дальнейшем).

Л. И. Мандельштам [37] показал, что тепловое движение частиц как таковое не нарушает когерентности и не меняет характера процесса, т. е. не приводит к рассеянию.

Рассеяние возникает только вследствие флуктуаций плотности, анизотропии и флуктуаций концентрации в случае раствора, когда правильность интерференции вторичных элементарных волн нарушается вследствие некогерентности этих флуктуаций. Это рассеяние отличается от того, о котором говорилось в § 10, тем, что оно, так же как и создающие его флуктуации, некогерентно с отраженным светом (однако теорема погашения все же и здесь оказывается справедливой).

Очевидно, что характер перечисленных флуктуаций в приповерхностных слоях, вообще говоря, иной, нежели в объеме, вплоть до расстояний (вглубь среды) поряд-

ка длины корреляции флуктуаций, могущей достигать  $\sim 15-1500 \text{ \AA}$ .

Особенно это относится к флуктуациям концентрации в растворах, ибо известно, что у поверхности существует слой, обедненный поверхностно активной компонентой, поверхностное натяжение у которой сильнее (см. § 26). Этот вопрос ни теоретически, ни экспериментально не исследован. Однако более важно то, что на самой поверхности, особенно в жидкостях, могут возникать флуктуации формы—шероховатости молекулярных размеров и капиллярные волны. Изображая подобные шероховатости в виде разложения Фурье на набор поверхностных волн и рассматривая отражение от подобной периодической структуры, можно рассчитать возникающие отражения и добавочное рассеяние. Последнее оказывается обратно пропорциональным поверхностному натяжению среды; зависимость от  $\lambda$  здесь, в отличие от объемного рэлеевского рассеяния,  $\sim \frac{1}{\lambda^2}$ . Если размеры шероховатостей  $\ll \lambda$ , то рассеяние аддитивно добавляется к отражению и преломлению, рассчитанным по формулам Френеля для гладкой поверхности.

Подробное изложение теории этого рассеяния и сводка имеющихся экспериментальных данных приведены в монографии [46]. О современных методах расчета рассеяния такого рода, основанных на теории возмущений, см. § 17. Последние измерения интенсивности приведены в работе [47], а спектральное распределение ее—в работе [48]. Эксперимент согласуется с теорией. Рассеяние особенно сильно вблизи критической температуры, где поверхностное натяжение падает, и на границе двух жидкостей вблизи критической температуры расслаивания.

Г. С. Ландсберг показал [49], что для зеркально отраженной компоненты Френеля эффект Допплера отсутствует: для компоненты, рассеянной на поверхности, эффект Допплера должен иметь место, но смещение частоты лежит за пределами возможностей наблюдения.

Рассеяние на поверхности быстро и сильно возрастает при загрязнении и служит источником многих

<sup>1)</sup> Данные получены Л. Т. Колдаевой и Е. П. Сухенко.



значительных ошибок эксперимента: оно мешает в работе ОКГ.

При больших мощностях падающей волны (порядка  $10^8$ — $10^{10}$  вт/см<sup>2</sup>) возникает ряд нелинейных эффектов. Прежде всего вследствие электрострикции и эффекта Керра возникают периодические в пространстве изменения показателя преломления, а в случае жидкости появляются интенсивные капиллярные волны, что приводит к сильному рассеянию. Происходит также сильный нагрев поверхности и ряд других явлений. Нелинейные эффекты рассмотрены в § 20.

#### § 14. Квантовомеханический расчет

Строгими методами квантовой электродинамики задача в полном объеме не решалась.

В работе [50] проведен полуклассический расчет с использованием принципа соответствия. В качестве центров рассеяния приняты квантовые системы — водородоподобные одноэлектронные атомы (без учета влияния спина), причем учитываются электрически и магнитодипольные и электрически квадрупольные моменты. Фигурирующая в выражении классической электродинамики для поля подобного излучателя плотность тока  $\gamma$  рассматривалась как шредингеровская плотность тока в атомной системе. Значение этой плотности вычислялось методом теории возмущений (для отдельного атома, возмущаемого падающей волной  $E$ ), с учетом вероятностей дипольных и квадрупольных переходов. Изложенная выше общая схема дальнейших расчетов сохранена полностью, применяется теорема погашения. При расчете взаимодействия с полем автор ограничивается линейной локальной электродинамикой.

Как и следовало ожидать, для электрически дипольного излучения получены формулы Френеля и условие (10.19), причем формально введенный параметр поляризуемости заменен обычным квантовомеханическим выражением

$$\beta = \frac{e^2}{m} \sum_k \frac{f_{nk}}{\omega_{nk}^2 - \omega^2}, \quad (14.1)$$

где

$$f_{nk} = \frac{2m |D_{nk}|^2 \omega_{kn}}{e^2 \hbar},$$

здесь  $f_{nk}$  — сила осциллятора для соответствующих электрически дипольных переходов;  $D_{nk}$  — матричный элемент электрически дипольного момента.

Для электрически квадрупольного излучения (магнитно-дипольное излучение у данных излучателей отсутствует) получены следующие выражения:

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\sin(\varphi - \psi) \cos(\varphi + \psi)}{\sin 2\varphi} BN'_{\text{кв}} (C - D), \quad (14.2)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{\sin(\varphi - \psi) \cos(\varphi + \psi)}{\sin 2\varphi} BN'_{\text{кв}} \{[1 - \text{tg}(\varphi + \psi)] C - D\}, \quad (14.3)$$

где

$$B = \frac{4\pi}{n^2 - 1}, \quad C = \frac{e^2}{m\omega^2} \sum_s \frac{\omega_{sn}^2}{\omega_{sn}^2 - \omega^2} q_{sn},$$

$$D = \frac{e^2}{m\omega^2} |k|^2 \int_0^{\infty} r^4 R_n^2(r) dr;$$

$q_{sn}$  — сила осциллятора электрически квадрупольного перехода;  $R_{nl}$  — радиальная часть волновой функции;  $N'_{\text{кв}}$  — число квадруполей в 1 см<sup>3</sup>.

Как видно, эти формулы существенно отличаются от (3.22) и (3.23) — имеются иные угловые зависимости и иные интенсивности, отсутствует угол Брюстера, имеет место эллиптическая поляризация при отражении. Очевидно, что эти обстоятельства в принципе могут быть использованы для определения природы излучателей.

Вместо (10.19) получено выражение

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi}{5} N'_{\text{кв}} \{(2n^2 + 3)C - (n^2 + 4)D\}. \quad (14.4)$$

В работе [51] учтено также влияние спина, принимается нерелятивистская плотность тока с учетом спина по Гордону, а взаимодействие излучения с атомом рассчитывается по Крамерсу — Гейзенбергу. Для ди-

польного излучения получено выражение (14.1), но величина  $f_{nh}$  — иная. Экспериментально эти результаты, насколько нам известно, пока не проверялись.

Из изложенного следует важный вывод о том, что формулы Френеля в виде (3.22) и (3.23) справедливы лишь в случае дипольного излучения среды, а для излучений иной природы их форма меняется. Меняется и закон дисперсии — зависимость  $n(\omega)$ . (Эти выводы будут справедливы и в случае классического расчета для мультипольных излучателей.)

В приведенном в § 10 микроскопическом расчете предположение о дипольном характере излучения было существенным при выборе выражений (10.1) — (10.5) и (10.16a). В феноменологической теории это предположение предопределило выбор вида образующихся волн (1.7) и (1.8) и выбор выражения для поляризации в (1.5), (1.14), (10.16a); для квадрупольных излучателей вместо  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$  следует написать (ср. [52])

$$\mathbf{D} = \epsilon_{kv} \mathbf{E} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} - \nabla Q;$$

здесь  $Q$  — квадрупольный момент на единицу объема; важно, что  $\epsilon_{kv}$  в изотропной среде — уже не скаляр, а диада.

Общие принципы изложенной в § 10 теории — возникновение вторичного излучения центров в среде под действием первичной, падающей волны, суммирование элементарных волн отдельных излучателей, теорема поглощения и расчет отраженной волны, — несомненно, применимы к любой среде. Однако приведенный конкретный расчет, конечно, применим лишь для непроводящих сред молекулярной структуры (газы, молекулярные жидкости, молекулярные кристаллы), непоглощающих или слабо поглощающих. Под слабым поглощением следует понимать такое, когда поглощением первичной волны на расстоянии длины когерентности (для падающей волны) можно пренебречь.

Если для «дипольной» непоглощающей среды квантовомеханический расчет не дает, в сущности, ничего нового, то для поглощающих сред, вообще говоря, уже невозможно не учитывать квантовые эффекты.

Если частота падающего света приближается к области резонансов, то кроме процесса 2-го порядка (коге-

рентного несмещенного рэлеевского рассеяния) возникают процессы 1-го порядка — поглощение, люминесценция и т. п. При больших мощностях (ОКГ) может стать заметным и фотоэффект [53]. С другой стороны, взаимодействия между частицами в областях резонансов уже не пренебрежимы.

Для учета квантовых эффектов взаимодействия — поглощения и испускания фононов, соударений и, наконец, внутреннего или внешнего фотоэффекта или фотоэлектрического поглощения — требуются уже конкретные модели. Поэтому вычисление  $n$  и  $\kappa$ , если эти параметры и сохраняют смысл, вообще говоря, представляет собой задачу микроскопической теории строения рассматриваемой конкретной среды; в общем виде, подобно тому как это сделано в § 10 и 11, дать решение затруднительно.

Далее необходимо учесть следующее. Уже в макроскопической теории рассмотренное приближение двух идеально однородных сред и геометрической плоскости раздела оказывается непригодным; необходимо учитывать переходный поверхностный слой. Характеристику вещества в объеме можно получить лишь на основании независимых экспериментов иного рода или теоретических соображений, связывающих свойства поверхности с объемными. Это обстоятельство следует отчетливо иметь в виду, особенно для металлов. При этом часто бывает неприемлемо приближение локальной теории и необходимо учитывать пространственную дисперсию в поверхностном слое.

По этим причинам микромеханизм отражения от сильно поглощающих сред рассматривается в другом месте (см. § 27 и 28).

### § 15. Размеры области формирования отраженного пучка

При рассмотрении микроскопического механизма явления отражения возникает ряд вопросов, на которые полученные формулы ответа не дают. Мы указали в § 10, основываясь на математической методике вычислений, что отраженные волны формируются приповерхностными слоями. Однако остаются неясными размеры той области, в которой формируется отраженная волна.

длительность ее формирования и свойства когерентности отраженного света. Вопрос о размерах области формирования отраженной волны распадается, в свою очередь, на два:

а) На каком расстоянии от отражающей поверхности можно выделить из общего поля отраженную волну?

б) Какова практически глубина того слоя отражающей среды, которая определяет свойства отраженной волны?

Первый вопрос обсуждался выше на основании макроскопических соображений. Здесь обсуждается второй вопрос. В применении к поглощающим средам он может быть сформулирован (несколько неадекватно первой формулировке) следующим образом:

Какая глубина проникновения достаточна, например, для того, чтобы отраженная волна приобрела симметрию отражающей среды?

Для упрощения рассмотрим случай, когда среда  $l$  представляет собой вакуум.

Расчеты, приведенные в § 10, очевидно, определяют поле на расстояниях  $l$  от поверхности, значительных по сравнению с микроскопически характерным для среды размером — размером молекул или расстоянием между ними  $d$ ; эти расстояния, вообще говоря, зависят от угла падения пучка и от конфигурации поля (§ 4). По-видимому, граница пригодности формул лежит значительно ближе к поверхности — на расстоянии порядка нескольких  $d$ .

В отношении области формирования можно сказать следующее. Для прозрачных сред верхний предел этой области определяется длиной когерентности, т. е. тем расстоянием, на котором вторичное излучение частиц среды, приходящее к поверхности, еще когерентно с падающей волной. В рассмотренном выше приближении невзаимодействующих частиц и слабого поля излучения длина когерентности определяется свойствами падающего света (в этом приближении даже многократное рассеяние когерентно [54]; если частицы взаимодействуют, это не так, — см., например, [55—57]).

Для грубой качественной оценки можно высказать предположение, что величины смещений ( $\Delta\rho$ ,  $\Delta h$  в § 9,

или, скорее, их слагающие по оси  $z$ :  $l = \Delta\rho \operatorname{ctg} \psi$ ,  $\Delta h \operatorname{ctg} \psi$ ) характеризуют глубину формирующего слоя. Поскольку, как было показано,  $\Delta\rho$ ,  $\Delta h$  — наибольшие при  $\varphi_{\text{кр}}$ , величина порядка 50—100 $\lambda$  с этой точки зрения представляет собой верхний предел. Эксперимент для полного внутреннего отражения, как указано в § 7, говорит, что в этом случае слой толщиной около  $\sim 10\lambda$  уже почти полностью формирует отраженную волну.

С другой стороны, согласно данным по поверхностным слоям (§ 24), первые 1—8 молекулярных слоев вносят лишь незначительный вклад в структуру отраженной волны, т. е. весь формирующий слой много толще, а толщина этих слоев — лишь нижний предел  $l$ .

Для сильно поглощающих сред верхний предел определяется другим фактором — глубиной проникновения, например, для металла — долями  $\lambda$ . Здесь, однако, следует иметь в виду два соображения. С одной стороны, при наличии нелокальных связей (пространственной дисперсии), что часто имеет место для наиболее сильно поглощающих сред, например, металлов (см. § 28), размер слоя, влияющего на формирование отраженного света, будет больше глубины проникновения за счет явления переноса.

С другой стороны, при рассмотрении отражения от поглощающих сред пренебрегать взаимодействием поглощающих центров (независимо от механизма поглощения) уже нельзя. Это взаимодействие может существенно изменить длину когерентности в данной среде, сделав ее весьма малой, менее даже глубины проникновения, и этот фактор снова станет определяющим; в других случаях она может и повыситься (см. ниже).

Взаимодействия могут быть весьма разнообразными, особенно при приближении к области резонансов<sup>1)</sup>. Так, может иметь место взаимодействие осцилляторов через их общее поле излучения, приводящее к возникновению коллективных процессов — когерентности в колебаниях центров. Вместо независимых колебаний отдельных центров с радиационной шириной  $\gamma$  возникает колебание системы  $N$  осцилляторов с шириной  $N\gamma$  (см., например,

<sup>1)</sup> Здесь и ниже имеются в виду, конечно, специфические явления вблизи резонансов, а не универсальные взаимодействия типа Ван дер Ваальса, о которых говорилось в конце § 11.

[56]). Могут возникать также и экситонные эффекты (см. гл. 4) и т. д.

Взаимодействие между поглощающими частицами может осуществляться не только непосредственно, но и через промежуточные нерезонирующие частицы (виртуальные экситоны [58]) и через фононное поле [60, 61].

Все эти процессы существенно зависят от наличия трансляционной симметрии. Кроме того, они в принципе, сильно зависят и от величины рассматриваемого объема. Так, для упомянутых коллективных колебаний эффект может иметь место лишь в малых объемах,  $v \ll \lambda^3$ ; в бесконечной же, идеально изотропной среде радиационное затухание, как уже упоминалось ранее, компенсируется. Применительно к отражению эти эффекты могут возникать лишь при условии, что толщина участвующего в отражении слоя много меньше глубины проникновения, а это трудно реализуется.

Все эти процессы весьма сложно и по-разному зависят от расстояния, поэтому для их выяснения наиболее удобно проследить ход отражения при изменении расстояния между частицами, например, при увеличении давления отражающих паров или концентрации примесных центров в прозрачной матрице или прозрачном растворителе. Таким образом, весьма большой интерес представляет изучение концентрационных зависимостей отражения.

В качестве одного из примеров приведем описание опытов, позволяющих подойти с новой стороны к процессу отражения: проследить процесс «формирования отражающей поверхности».

Отсылая за подробностями к работам [62—64], изложим схему опыта (рис. 47).

В кювету помещено некоторое количество щелочного металла или ртути; нагреванием постепенно повышается упругость паров. При малых давлениях происходит очень слабое и малоселективное отражение от поверхности раздела стекло—вакуум. Пучок проникает на большую глубину и вызывает на пути люминесценцию паров (первые подобные опыты были поставлены еще Вудом).

По мере возрастания концентрации глубина проникновения падает, а люминесценция слабеет вследствие

концентрационного тушения; интенсивность отраженного света растет, появляется отражение от поверхности раздела стекло—пары, чтобы при глубине проникновения  $\sim 1-2\lambda$  стать полностью «металлическим» (со всеми его признаками—эллиптичность и т. п.). Вместе с

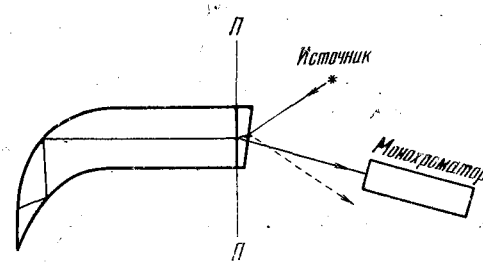


Рис. 47. Схема опыта по отражению света от границы пара или раствора.

тем отражение селективное («металлическое») только в линиях и вблизи них (рис. 48А и Б, 49); в промежутках происходит лишь относительно слабое «френелевское» неселективное отражение. При этом даже в максимуме полосы отражения последнее составляет лишь долю (проценты) отражения от поверхности, например, жидкой ртути (уже неселективного в широких пределах). Это естественно, ибо структура поверхности совершенно иная, иная и доля энергии, уходящей в тепло.

С квантовомеханической точки зрения в парах происходит переход от некогерентных однофотонных процессов—поглощения с последующим (спустя промежуток времени порядка  $10^{-8}$  сек) испусканием—к двухфотонному когерентному резонансному рассеянию. Последний процесс—2-го порядка, малозаметный при малых плотностях паров,—начинает играть большую роль при увеличении плотности, ибо первый процесс исчезает за счет концентрационного тушения и безызлучательных переходов. (Если он не исчезает, то превращается в когерентную резонансную флуоресценцию [021, 65].) Вдобавок повышение давления сокращает длину пробега и доплеровское смещение (что повышает степень когерентности отдельных излучателей).

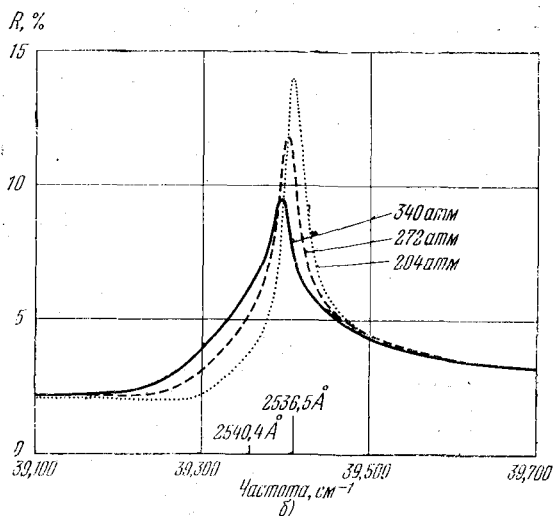
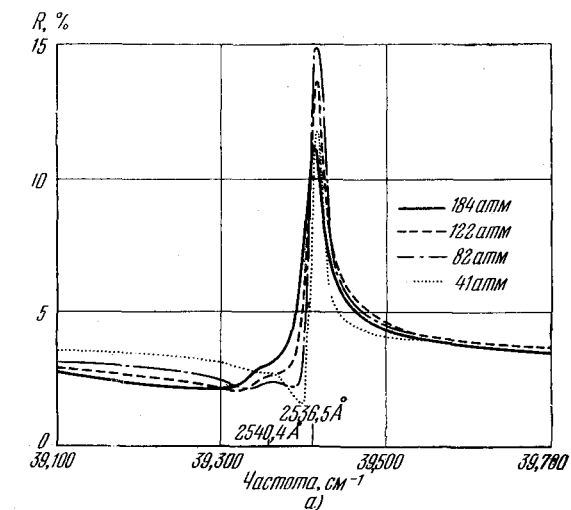


Рис. 48А. Изменения контура линии отражения паров Hg с давлением (мм рт. ст.) (а, б).

Подобные же исследования проведены в работах [62] для растворов красителей; интерпретация их в общих чертах та же, она проведена, в частности, в работах Давыдова [66]. В результате анализа было, например, выяснено, что тушение люминесценции наступает

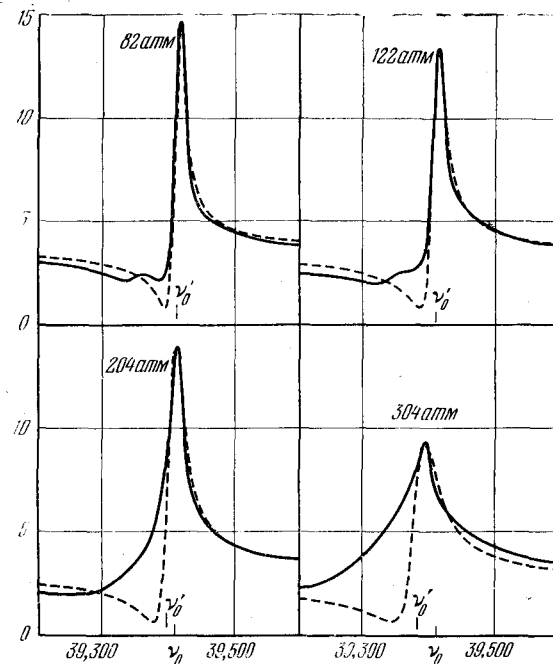


Рис. 48Б. Аппроксимация этих контуров линией отражения «паров классических дипольных осцилляторов» (пунктир) [63].

при межмолекулярных расстояниях  $\sim 50-150 \text{ \AA}$  (газокинетический диаметр молекул  $\sim 5 \text{ \AA}$ ), заметное селективное правильное отражение — при существенно меньших расстояниях и, наконец, взаимодействие, меняющее силы осцилляторов поглощения, — при еще меньших расстояниях ( $\sim 10-30 \text{ \AA}$ ).

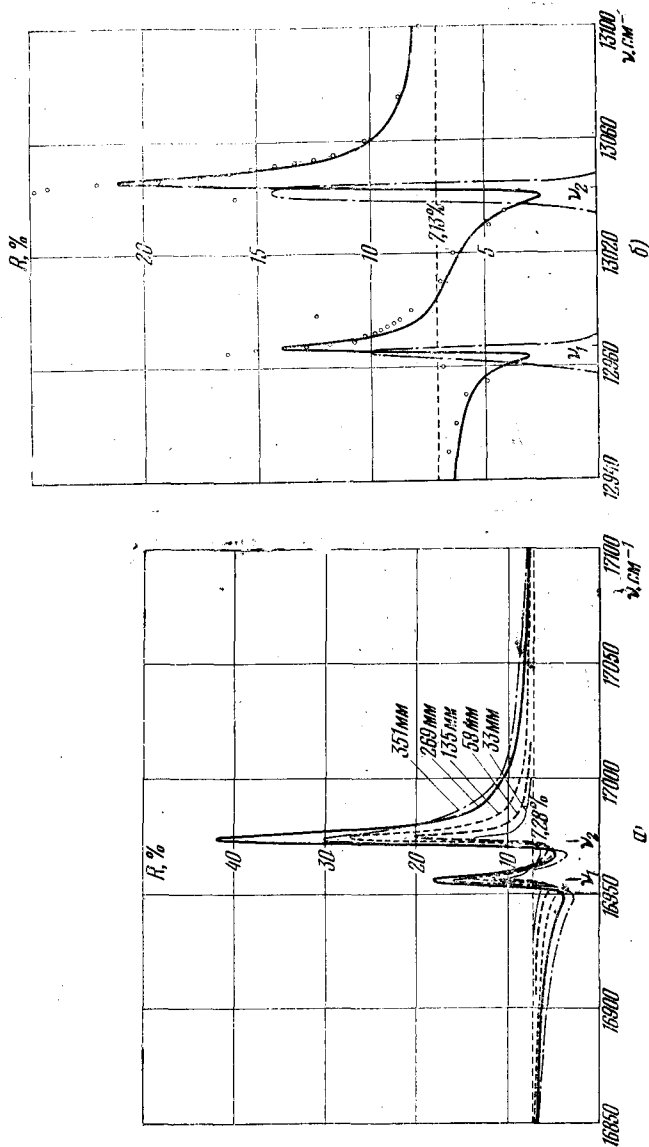


Рис. 49. Изменения контура линии отражения паров Na (а) и паров K (б) с давлением. Для K пунктиром показано расхождение теории (сплошная кривая) и опыта (точки), т. е. отступления от «классического осциллятора» [64].

В работах [63—64] высказано предположение о наличии когерентной резонансной флуоресценции<sup>1)</sup> и особом механизме затухания. На рис. 48 и 49 показано изменение формы линии отражения — и, следовательно, линии поглощения и характера дисперсии — при сближении частиц (для атомов Hg, Na, K). Очевидно, при этом меняются и глубина проникновения и длина когерентности, причем по-разному для разных значений  $\lambda$ .

Подробности квантовомеханической трактовки для паров изложены в работах [38, 70, 71, 65, 67, 69]; дискуссия теории еще продолжается, и полного истолкования явлений еще нет.

Для нашего анализа важен тот факт, что, если детали трактовки явлений в работах [62—64], несомненно, могут оспариваться, сама возможность наблюдения постепенного развития взаимодействий не подлежит сомнению.

Таким образом, подобные опыты позволяют проследить постепенное (по мере сближения) развитие взаимодействия частиц, возникновение отражения от образующей ими постепенно поверхности и замену некогерентного излучения когерентным рассеянием. При этом отчетливо выявляется связь интенсивности селективного отражения, области формирования, глубины проникновения и характера взаимодействия.

Как видно, эта часть теории отражения света еще далеко не завершена и требует изучения.

## § 16. Время установления поля при отражении и когерентность

Выше описывались лишь стационарные процессы, вопрос о ходе установления этих процессов не рассматривался.

Как указывалось в § 10, в начальные моменты времени пришедшая из вакуума волна распространяется в среде 2 по прежнему направлению и с прежней скоростью, ибо время ответа любых реальных атомно-молеку-

<sup>1)</sup> На рис. 49, б пунктиром показана разность между опытом и дисперсионной формулой, приписываемая авторами возникновению этой флуоресценции.

лярных систем конечно; отраженная и преломленная волны формируются постепенно по мере развития ответа.

Отсюда сразу очевидно, что передовой фронт любого сигнала должен распространяться со скоростью, равной скорости света в вакууме  $c$ . Для определения амплитуды и структуры поля у этого фронта необходим уже анализ процесса.

Из развитой выше теории следует, что время установления поля определяется двумя факторами: временем, необходимым для распространения первичной и элементарных вторичных волн в среде 2 в области формирования отраженной волны (со скоростью  $c$ )<sup>1)</sup>, и временем ответа среды (точнее, частиц) на пришедшее возмущение.

Поскольку для анализа хода установления поля необходим ограниченный как-либо сигнал, первичное излучение в силу этого немонахроматично, и необходимо учесть дисперсию. При  $\omega \rightarrow \infty$  ответ, очевидно, не развивается вообще.

Распространение фронта немонахроматической волны в диспергирующей среде было предметом подробного обсуждения в работах Зоммерфельда [72], Бриллюэна [73], Леонтовича [74, 75]. Сделан вывод, что при вступлении сигнала в среду с любым показателем преломления  $n$ , но диспергирующую, возникает «предвестник» очень высокой частоты, движущийся со скоростью  $c$ ; за ним следует область переходного процесса, где колебания затухают, а частота их падает. За ней следует второй предвестник, имеющий малую частоту (почти апериодический), но возрастающую амплитуду и скорость  $v = \frac{c}{n}$ . Далее частота растет, приближаясь к  $\omega$ , а амплитуда снова падает; наконец, после прохождения этих двух предвестников развивается стационарное колебание частоты  $\omega$  (скорость  $v = c/n$ ). Эти расчеты основаны на классической теории колебаний, квантовые эффекты не учитываются. Два предвестника соответствует двум ветвям кривой дисперсии.

<sup>1)</sup> На языке геометрической оптики — временем «от входа до выхода».

Групповая скорость сигнала ни в какой момент не превосходит  $c$ , даже если  $v_{\text{фаз}} > c$ , как это может быть в плазме<sup>1)</sup>.

Экспериментальное подтверждение теории Зоммерфельда—Бриллюэна получено впервые для СВЧ-диапазона (0,6 гц) в работе [76]; исследовалось распространение сигнала в волноводе с ферритмагнетиком.

Трудно сомневаться в применимости теории для световых волн, если не учитывать время ответа — возбуждения частиц, где необходим квантовомеханический анализ.

Рассмотрим вопрос подробнее для отражения.

Пусть на поверхность раздела падает нормальная волна (среда 1 — вакуум) вида

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - kz)}, & t > \frac{z}{c}, \\ 0, & t < \frac{z}{c}; \end{cases} \quad (16.1)$$

тогда для ближайших к фронту частей сигнала в первом приближении можно пренебречь временем возбуждения и релаксации атомно-молекулярных частиц в среде.

Можно провести расчет двумя способами. Следуя работе [77] можно принять в указанном приближении в качестве  $n_2$  часто принимаемое для плазмы выражение

$$n_2(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{\omega^2}\right)^{1/2},$$

где  $\omega_{\text{пл}}$  — электронная плазменная частота.

Тогда  $E_r$  и  $E_d$  находятся в виде сумм рядов функций Бесселя, и при малых  $t$

$$E_d \sim I_0 \left( \omega_{\text{пл}} \left[ t^2 - \frac{z^2}{c^2} \right]^{1/2} \right), \quad (16.2)$$

$$E_r \sim 1/2 I_2 \left( \omega_{\text{пл}} \left[ t - \frac{z}{c} \right] \right). \quad (16.3)$$

<sup>1)</sup> Если величина  $v_{\text{гр}}(\omega) = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{\omega_{\text{рез}}}$  становится больше  $c$ , она теряет смысл групповой скорости.

Результат для  $E_d$  близок к полученному в работе Зоммерфельда (см. также [78]).

Положение первого максимума  $I_2$ , определенное в работе [77] для  $N_{эл} = 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , дает «задержку» при отражении ближних к фронту частей волны порядка  $0,3 \cdot 10^{-15} \text{ сек}$  (что соответствует глубине области формирования передней части сигнала  $\sim 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ ).

В работе [79] расчет проводился для близких условий — металла с малой величиной  $\epsilon$ ; дисперсия, время ответа среды и деформация сигнала не учитывались, и производился расчет времени, необходимого для распространения поля (со значениями  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  для частоты  $\omega$ ).

Расчет производился для радиочастотного диапазона; результаты показаны схематически на рис. 50.

«Задержка при отражении» (здесь вычислялось время, за которое амплитуда отраженной волны у поверхности достигает 99% стационарной) определялась как

$$\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-8} \frac{\mu_2}{\sigma^2};$$

отсюда для меди  $\Delta t \sim 0,5 \cdot 10^{-15} \text{ сек}$ , для пермаллоя  $0,4 \cdot 10^{-9} \text{ сек}$ . Эти цифры не противоречат предыдущим, ибо там рассчитывалась задержка ближних к фронту частей, т. е. составляющих с большими  $\omega$ .

Попытка дать весьма грубую оценку нижнего предела  $\Delta t$  сделана в заметке [80], где для металлического зеркала на основании примитивного расчета в духе элементарной классической теории дана цифра  $10^{-10} \text{ сек}$ ; такого порядка задержка на отражение  $\Delta t$  может объяснить расхождения в результатах измерений скорости света в установках с однократным и многократными отражениями.

Результаты этого расчета не следует переоценивать; важно лишь указание на возможность экспериментальной оценки.

В работе [81] сделана попытка экспериментального разделения (селективно) отраженного света и люминесценции по параметру длительности. Однако вследствие недостаточного временного разрешения аппаратуры

оценен лишь верхний предел  $\Delta t < \frac{1}{40} \tau_{\text{люм}}$ . Вопрос о времени установления поля не анализировался.

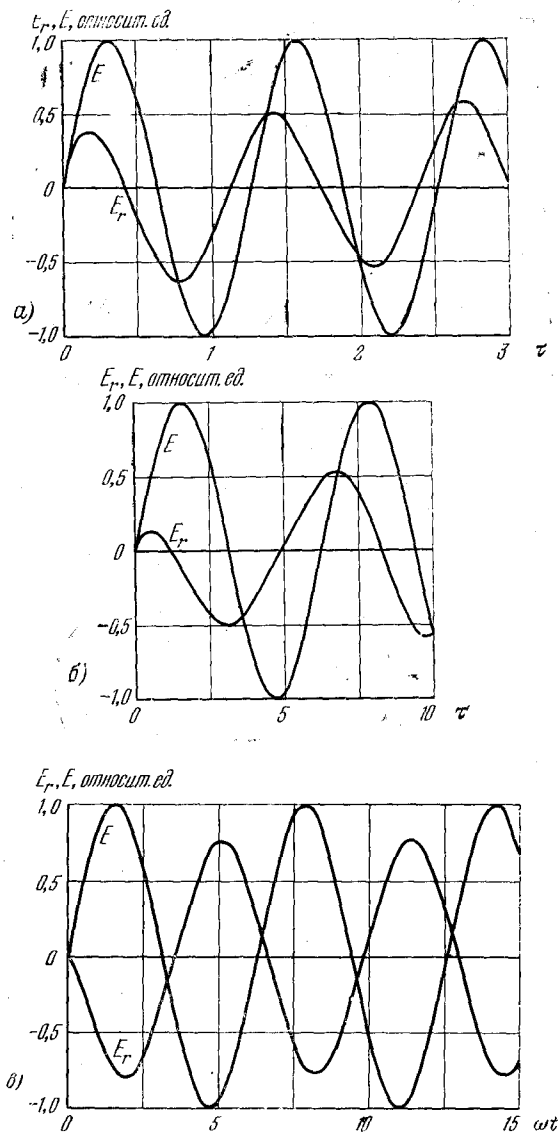


Рис. 50. Соотношение амплитуд падающей и отраженной волн.

$\tau = \frac{t}{T}$ ,  $T = \frac{\mu_2}{\sigma^2}$  — время релаксации поля; а) приближение для больших частот ( $\omega T = 5$ ), б) — для средних частот ( $\omega T = 1$ ), в) — для низких частот ( $\omega T = 1/25$ , шкала времени) [79].



В работе [82] проведено измерение на установке, где импульсы пластмассового сцинтилляционного люминофора, возбуждаемые  $\beta$ -облучением, регистрировались двумя счетчиками: одним — непосредственно, а другим — после 50—100 отражений. Показано, что  $\Delta t < 10^{-12}$  (предел разрешения аппаратуры). Однако здесь не достаточно учтены, с одной стороны, корреляции (несомненно) разных фотонов, попадающих в разные счетчики, и, с другой стороны, спектральная ширина импульса люминесценции (дискуссию по поводу учета этих обстоятельств, проведенную при обсуждении опытов Брауна — Твисса, см. в работе [83]). Таким образом, вопрос еще окончательно не разрешен. Возможный путь оценки  $t$  указан в работе [84].

Обсуждение распространения двусторонне ограниченного сигнала в диспергирующей среде, где  $v_{гр} \neq v_{фаз}$ , проведено в работе [85]; наиболее важен вывод о том, что при очень коротком импульсе (порядка 100 периодов) возникает рассеянное излучение, идущее в обратном направлении, если скорость группы велика, а импульс короче указанной величины; на обратное излучение может уходить до 25—30% энергии. Подобный эффект должен влиять на отражение, особенно при малых углах падения.

Этот расчет качественно согласуется с идеей теоремы погашения. Если «предвестник» является первичной волной, которую не успел погасить еще не развившийся ответ среды, то обратное излучение представляет результат ответа среды, развившийся после прохождения первичного импульса и поэтому не погашенный последним. Отсюда можно грубо оценить и порядок времени установления поля — порядка  $10^{-12}$ — $10^{-13}$  сек как верхний предел; это не противоречит приведенным выше оценкам нижнего предела.

В работе [86] рассмотрено отражение  $\delta$ -импульса от поверхности раздела вакуум — плазма (холодная и однородная). Решение найдено в виде разложения по функциям Бесселя и Струве; амплитуда отраженного сигнала осциллирует вокруг нуля, причем сигнал сильно растягивается во времени: амплитуда заметно отличается от нуля в течение интервала  $\Delta t$  порядка  $\Delta t \approx \frac{10}{\omega_{пл}} \cos \varphi$ .

Вопрос об обратном сигнале не рассматривался. Деформация импульса в радиодиапазоне в последнее время рассмотрена в работе [87]; см. также [022, стр. 116].

Изменение когерентности при отражении рассмотрено в работах [88, 89]. При падении волны типа (1.1), т. е. при полностью когерентном свете, отраженный свет также полностью когерентен (рассмотрене велось для прозрачных сред); при падении частично когерентного света когерентность пучка меняется при отражении, если  $\varphi \neq 0$ , и переменна вдоль пучка и по сечению пучка.

Когерентность по существу есть характеристика микроструктуры света, однако, как известно (см., например, [90]), понятие когерентности и численной меры — степени когерентности вводится формально и в макроскопическом рассмотрении, которое проведено в указанных работах.

Следует иметь в виду, что параметры, характеризующие когерентность, различны для источников разной мультипольности. Этот вопрос подробнее рассмотрен в работе [91].

### § 17. Физические особенности диффузного отражения

При исследовании структуры вещества иногда бывает невозможно получить зеркальную поверхность. В других случаях шероховатость поверхности обусловлена самой постановкой задачи. Часто приходится исследовать вещество в виде порошков, эмульсий, суспензий и т. п., а также неоднородные среды.

Микроскопический, молекулярный, механизм диффузного отражения по существу — тот же, что и для зеркального: имеет место то же рэлеевское несмещенное когерентное рассеяние света. Различие заключается в ходе и результате сложения первичной волны и вторичных волн элементарных источников и особенностях распространения первичной волны. Теория здесь весьма сложна и выходит за рамки настоящей работы. Отсылая за подробностями к обзорам и монографиям [016, 024—026, 92—100], отметим здесь лишь некоторые физические моменты, иллюстрирующие общую теорию отражения.

При анализе отражения от шероховатых поверхностей возможны несколько подходов в зависимости от структуры поверхности. Для большинства оптических задач наиболее интересны статистически неровные поверхности и соответственно статистические методы.

В простейших методах поверхность представляется в виде плоских или малой кривизны площадок, размер, форма и ориентация которых определяется некоторым законом распределения. Отраженное поле рассчитывается как совокупность волн, зеркально отраженных этими площадками (метод Кирхгофа) (см. обзор [100] и приведенную там литературу).

В наиболее простом случае роль (неровных) ребер и дифракция на краях не учитываются (см., например, [101—109]). В § 1 и 2 уже указывалось, что такой подход для площадок, размеры которых сравнимы с  $\lambda$ , примитивен, и результаты мало точны<sup>1)</sup>. Для уточнения приходится вводить поправку на дифракцию (ср., например, [110, 111]). При больших углах падения необходимо также учитывать затенения [112, 113].

Для мелких шероховатостей (размеры неровностей малы по сравнению с  $\lambda$ ) метод Кирхгофа становится непригодным и применяются методы, рассматривающие шероховатость как возмущение [100, 114, 115]. Более сложные методы позволяют учесть также многократное рассеяние [96, 100]. В диффузном отражении также есть, конечно, определенное своеобразие, когда излучатель находится близко к поверхности [116].

Максимум отражения, вообще говоря, может получаться и при  $\varphi \neq \varphi$ , в зависимости от характера неровностей (см., например, [117—118]).

В таком отражении поляризация может быть довольно заметной; пример приведен на рис. 51 [105].

Очевидно, что ход событий зависит от когерентности [119] падающего света<sup>2)</sup>; отражение излучения ОКГ должно быть рассмотрено особо [120—123]. Основная принципиальная трудность теории отражения от

<sup>1)</sup> Критерий применимости для плавных шероховатостей, в оптике встречающихся реже, см. в обзоре [100].

<sup>2)</sup> Точнее, от соотношения между длиной когерентности и размерами профиля, от этого зависит результат интерференции между лучами, идущими в данном направлении от разных площадок.

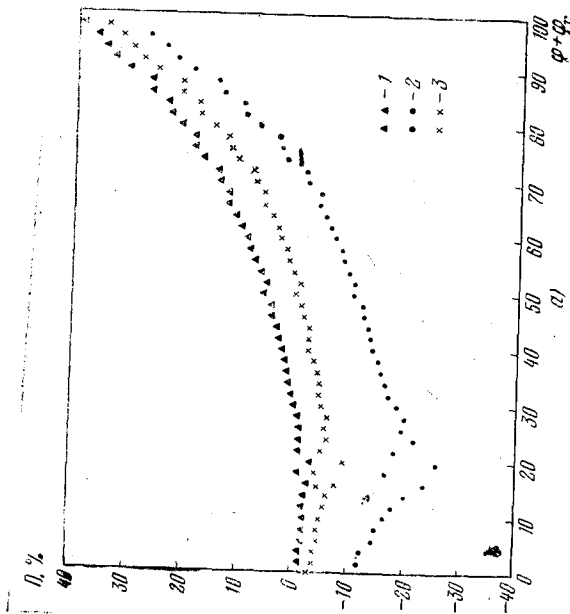
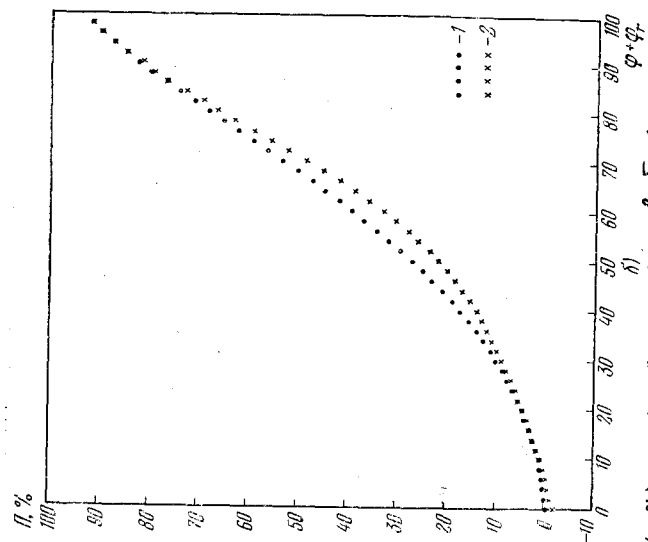


Рис. 51. Зависимость поляризации (в %) от  $\varphi + \varphi_r (= \psi)$  плоских площадок  $\varphi_r = 10^\circ$ ,  $n_1 = 1$ , наклоны площадок  $\alpha$  меняются через  $1/2^\circ$ ; а)  $n_2 = 1.7$ , 1 — все  $\alpha$  равновероятны, альbedo 0.16, 2 — большие наклоны значительно более вероятны, альbedo 0.096, 3 — большие наклоны немного более вероятны, альbedo 0.14; б) 1 —  $n_2 = 1.4$ , альbedo 0.031, 2 —  $n_2 = 2.56$ , альbedo 0.082, все ориентации равновероятны.

неоднородных сред заключается в четком разграничении падающей, отраженной и преломленной волны. Уже в простейшей постановке проблемы отражения (см. § 1 и 2) задание отраженной и преломленной волны в виде (1.7) — (1.8) недостаточно обосновано; это положение, в сущности, сохраняется и в микроскопической трактовке (см. замечание на стр. 122). Выше уже говорилось о трудности разграничения регулярного отражения и дифракции при больших углах падения. Весьма важна степень неоднородности — размах изменений оптических параметров и степень плавности или скачкообразности этих изменений (ср. § 21). Подробнее об этом см. в работах [94—99].

Для произвольного неоднородного слоя любой толщины<sup>1)</sup> при единственном условии непрерывного изменения параметров удастся показать, что полное поле можно разделить на прямую и обратные парциальные волны. Во «входной» области, т. е. там, где оптические параметры практически не отличаются от параметров среды 1, одна функция переходит в падающую волну, другая — в отраженные. Если слой имеет конечную толщину, то в области, где среда 2 становится однородной, первая функция переходит в прошедшую волну, а вторая обращается в нуль. Однако подобное разделение не всегда получается однозначным; для определенности необходимо уточнить граничные условия, способы же осуществления этого уточнения не всегда ясны.

Отметим здесь в заключение, что для мутных и дисперсных сред весьма большой практический интерес представляет вопрос о времени задержки сигнала  $\Delta t$  при отражении и об искажении его формы. Здесь  $\Delta t$  могут быть весьма велики, а искажения очень значительны. Это объясняется тем, что эффективные длины пробега фотонов, формирующих отраженный импульс, могут быть огромны и могут очень сильно зависеть от дисперсности среды и частоты света.

В качестве примера укажем на работы [124—127], где рассматривалось время задержки и искажения формы сигнала для мутных сред и туманов (см. также [016, 128]).

## ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

### НЕЛОКАЛЬНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ

#### § 18. Отражение от сред, обладающих пространственной дисперсией

Общие формулы для распространения света в средах, обладающих пространственной дисперсией (п. д.), и, в частности, для отражения света от подобных сред, еще не получены.

Если ограничиться сравнительно слабой п. д., что для большинства «обычных» оптических сред (кроме плазмы и ферромагнетиков) вне области резонансов достаточно, то для однородной непроводящей среды в виде определения можно написать [017, 018, 1]<sup>1)</sup>

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon_{ij}(\omega) + i\gamma_{ij}(\omega)k_i + \alpha_{ijlm}(\omega)k_l k_m + \dots, \quad (18.1)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + [q_1 \nabla, \mathbf{E}] + q_2 \text{rot rot } \mathbf{E} + q_3 \text{grad div } \mathbf{E}, \quad (18.2)$$

где  $q_1$  — тензор 2-го ранга;  $\gamma$  — тензор 3-го ранга;  $q_2, q_3$  —  $\alpha$ -тензоры 4-го ранга, характеризующие свойства среды.

Здесь первые слагаемые справа описывают локальную связь, а последующие — нелокальные взаимодействия: вторые слагаемые — п. д. 1-го порядка (гиротропию), третьи — п. д. 2-го порядка, и т. д.

Аналогичные выражения следует, вообще говоря, написать для  $\mu, \mathbf{B}$ . Однако в теории п. д. удобнее определить электрическую индукцию  $\mathbf{D}$  несколько иначе и ввести вместо  $\epsilon, \mu$  параметр  $\hat{\epsilon}$ , описывающий также магнитные свойства среды (это определение см. в приложении V).

<sup>1)</sup> Т. е., в частности, и для занимающего полупространство 2.

<sup>1)</sup> Общие сведения по теории п. д. даны в приложении V.

1. *Гиротропные среды.* Если  $q_1 \neq 0$  и  $\gamma \neq 0$ , последующими членами можно пренебречь; тогда для плоских монохроматических волн

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j + i[\mathbf{aE}]_i, \quad (18.3)$$

$$B_i = \mu_{ij} H_j + i[\mathbf{vH}]_i, \quad (18.4)$$

или же в упомянутых иных определениях:

$$D'_i = \hat{\epsilon}_{ij} E_j + i[\hat{gE}]_i, \quad (18.5)$$

где  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v}$  — соответственно электрический и магнитный (псевдо) векторы гирации;  $\hat{g}$  — псевдовектор гирации.

Из этих уравнений и уравнений Максвелла можно получить дисперсионное уравнение (уравнение нормалей), описывающее волны в подобных средах.

Как известно, при распространении света в гиротропных изотропных средах в рассматриваемой области частот происходит вращение плоскости поляризации, а в анизотропных средах — эллиптическое двупреломление (вращение происходит лишь в направлении оптической оси).

Получив уравнение нормалей, можно далее провести расчет отражения аналогично § 5. Отражение для областей, далеких от резонансов (где поглощения нет и тензоры  $\hat{\epsilon}$ ,  $\hat{\gamma}$  вещественны), рассчитывалось на основе формул (18.3) и (18.4) в работах [2]. Получающиеся формулы малонаглядны; ниже рассматриваются результаты для простейшего случая изотропной среды.

При падении линейно поляризованного света отраженный свет, в отличие от света, отраженного средой негиротропной, поляризован эллиптически, причем эллиптичность  $\omega$  сильно зависит от  $\varphi$ . При  $E = E_{\parallel}$  и  $\varphi = 0$ ,  $\omega = 0$  эллиптичность незначительно растет с увеличением  $\varphi$ ; на расстоянии нескольких угловых секунд от некоторого  $\varphi_{\text{лин}}$ , близкого к  $\varphi_{\text{бр}}$ , она сильно возрастает, достигает единицы (круговая поляризация), падает до нуля при  $\varphi = \varphi_{\text{лин}}$ , снова возрастает до круговой, но с обратным знаком, на том же расстоянии и быстро падает до малой величины, далее незначительно убывая и при  $\varphi = \pi/2$  обращаясь в нуль. В случае  $E = E_{\perp}$  эллиптичность очень мала и мало меняется по величине с изменением  $\varphi$ . При промежуточных ориентациях  $\mathbf{E}$   $\omega$  стано-

вится меньше (существенное принципиальное отличие от поглощающих сред без п. д., где, наоборот, при  $E = E_{\perp}$  и  $E = E_{\parallel}$ ,  $\omega = 0$  и максимально при некоторой промежуточной ориентации).

Подробный анализ зависимости  $\omega$  от азимута  $\alpha$  колебаний  $\mathbf{E}$  показывает, что есть два симметричных относительно плоскости падения азимута колебаний падающего линейно поляризованного света  $\alpha_{\text{лин}}$ , при которых  $\mathbf{E}$ , также линейно поляризован. Однако интервал значений  $\varphi$ , в котором разыгрываются указанные существенные изменения  $\omega$ , составляет, например, для кварца около  $6''$ ; поэтому для экспериментального обнаружения эффектов нужны световые пучки с расходимостью порядка  $1''$ , что практически неосуществимо.

Таким образом, измерения гиротропии и, в частности, вращения плоскости поляризации по отражению, видимо, почти невозможны.

Оражение от гиротропных сред в той же области частот рассматривалось несколько менее подробно в работе [4], исходя также из формул вида (18.3) и (18.4). При этом не были сделаны численные оценки и не был проведен подробный анализ угловой зависимости. Общие результаты согласуются с предыдущей работой. В [3] был проведен расчет также для случая, когда гиротропна среда 1. В этом случае при отражении, вообще говоря, должны возникать две волны с разными скоростями. Если падающая волна — правая, то  $\varphi_r^+ = \varphi$  и  $n_1^- \sin \varphi_r^- = n_1^+ \sin \varphi$  — левая отраженная «необыкновенна». При уменьшении  $\varphi$  амплитуда отраженной «плюс-волны» стремится к нулю, а амплитуда отраженной «минус-волны» растет; при нормальном падении остается только последняя (при этом прошедшая волна — правая).

В области частот, близких к резонансам среды, где, однако, поглощение еще мало, дисперсионное уравнение может иметь три вещественных корня, т. е. в среде могут распространяться три волны вместо обычных двух для кристаллов; картина более сложна<sup>1)</sup>. Эти явления могут иметь место со стороны  $\omega < \omega_{\text{рез}}$ .

<sup>1)</sup> Об экспериментальном обнаружении третьей волны и доказательстве ее существования см. [4] и приведенную литературу.

Отражение для этой области рассмотрено Аграновичем и Гинзбургом [018] для нормального падения.

В этом случае при решении краевых задач для сред с п. д. число граничных условий должно быть больше, чем при выводе формул (3.22) и (3.23). Действительно, если возникает «новая волна», должно возрасти также количество граничных условий. Этот вопрос рассмотрен в работе [018], где дополнительные граничные условия сформулированы в виде

$$D_i(z=0) + \hat{\Gamma}_{ij} E_j(z=0) = 0;$$

здесь  $\hat{\Gamma}_{ij}$  — тензор, характеризующий свойства поверхности (должны быть учтены и поверхностные состояния, благодаря которым поляризуемость слоя может стать гиротропной [5]).

Общие формулы для  $E_r$  и  $R(\omega, \varphi, \alpha)$  при п. д. 1-го порядка содержат ряд параметров, которые трудно поддаются экспериментальной проверке, весьма громоздки и малонаглядны.

Более важны следующие выводы.

В отражении должна получаться эллиптическая поляризация при линейной поляризации падающего света.

При падении света, поляризованного циркулярно, значения  $R$  для правой и левой волн различны; при этом в той области, где существует третья волна значение  $R$  для одной из волн (у правого кристалла — одной из двух левых) близко к единице.

В этом, видимо, существенное отличие гиротропных сред. В этой области  $\kappa$  еще весьма мало и, таким образом, происходит сильное отражение при малом поглощении; это следует отнести за счет того, что весьма велики значения  $n$  для третьей волны и

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}$$

становится близким к единице (подробнее см. § 34).

В работе [6] граничные условия были даны в развернутом виде. Для границы вакуум — среда с п. д. вместо (1.4) и (1.5) дается

$$[(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \mathbf{N}] = \frac{1}{c} \theta_2' \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)_2 \mathbf{N} \right],$$

$$(\{\epsilon_2 \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1\} \mathbf{N}) + \theta_2'' (\text{rot } \mathbf{E}_2, \mathbf{N}) = 0,$$

где  $\theta_2'$  и  $\theta_2''$  — некоторые псевдоскаляры, характеризующие свойства среды 2. Условия (1.3) и (1.6) сохраняются.

Проблема дополнительных граничных условий дискутируется также в работе [7]; предлагается несколько иной подход и производится расчет для некоторого частного случая. Согласно [7], при падении из вакуума возникает одна отраженная волна (как в обычной кристаллооптике) и три прошедшие — две поперечные и одна продольная. Амплитуда этой последней отличается от нуля лишь при  $\varphi \neq 0, \pi/2$  (что показывает недостаточность расчетов при нормальном падении) и максимальна при некотором  $\varphi$ , несколько меньшем  $\varphi_{бр}$ .

Дополнительные граничные условия сформулированы также в работе [8]. Получен следующий вывод:  $R_{\text{прав}}$  и  $R_{\text{лев}}$  различны, как и выше, и амплитуды отраженных правой и левой волн зависят одна от другой;  $R$  зависит (даже для кубических кристаллов) от кристаллографического направления. Вероятно, вопрос о граничных условиях при наличии пространственной дисперсии должен еще пересматриваться и решаться обязательно совместно с учетом влияния поверхностного слоя. Вблизи области резонансов учет этого обстоятельства может привести к весьма существенным поправкам (см., например, [6, 8а]).

Отражение в области сильного поглощения — кругового дихроизма — рассмотрено в работе [9] для случая оптически изотропных сред, причем введены некоторые упрощающие предположения (в частности, предполагается аддитивность вращения и преломления, что справедливо лишь при пренебрежении квадратичными по  $\mathbf{g}$  членами и принимается  $\mathbf{a} = \mathbf{v}$ ). Волны в среде 2 неоднородны, причем углы  $\psi'$  для правой и левой волн различны, а плоскости равных амплитуд смещены (рис. 52а).

Полагая для правой и левой волн соответственно

$$n_2^{(+)} = n_2 - n'$$

и

$$n_2^{(-)} = n_2 + n',$$

где  $n_2$  — комплексный показатель преломления в

отсутствие (аддитивного) вращения, и задавая падающую волну в виде [см. (3.19), круговая поляризация]

$$|a| \mathbf{E} = E_{\perp} \mathbf{a} - iE_{\parallel} \mathbf{sa}, \quad E_{\perp} = E_{\parallel},$$

авторы работы [9] получают:

$$E_{r\perp} = \frac{[(n_2^2 - n_1^2) c_1 (c_2^+ + c_2^-) + 2n_1 n_2 (c_2^+ c_2^- - c_1^2)] E_{\perp} + 2n_1 n_2 c_1 (c_2^+ + c_2^-) E_{\parallel}}{(n_2^2 + n_1^2) c_1 (c_2^+ + c_2^-) + 2n_1 n_2 (c_2^+ c_2^- + c_1^2)}, \quad (18.6)$$

$$E_{r\parallel} = \frac{i2n_1 n_2 c_1 (c_2^+ + c_2^-) E_{\perp} + [(n_2^2 - n_1^2) c_1 (c_2^+ + c_2^-) + 2n_1 n_2 (c_2^+ c_2^- - c_1^2)] E_{\parallel}}{(n_2^2 + n_1^2) c_1 (c_2^+ + c_2^-) + 2n_1 n_2 (c_2^+ c_2^- + c_1^2)}, \quad (18.7)$$

где

$$c_1 = \cos \varphi, \quad c_2^+ = \cos \psi^{(+)}, \quad c_2^- = \cos \psi^{(-)}.$$

Отсюда видно, что например, при  $E_{\parallel} = 0$ ,  $E_{r\parallel} \neq 0$ . При этом  $E_{r\parallel}$  смещен по фазе относительно  $E_{r\perp}$  на  $90^\circ$ , т. е. получаем эллиптическую поляризацию в отраженном свете.

Весьма важен для практики тот факт, что циркулярность отраженного света  $G$

$$G = \frac{I_r^{(+)} - I_r^{(-)}}{I_r^{(+)} + I_r^{(-)}}$$

зависит от  $\varphi$  (см. рис. 52, б); при  $\varphi = 0$ , т. е. в однородных волнах, она равна нулю. Это показывает, что в теории ограничение однородными волнами при наличии дихроизма уже нерационально, а при измерениях необходим выбор оптимального угла падения (на рис. 52, б — около  $60^\circ$ ).

Экспериментальных сведений об отражении от гиротропных сред практически нет.

В работе [10] проводились поиски третьей волны по отражению, однако результат был отрицателен.

Вероятно, причина заключается в малой силе осциллятора поглощения; хотя объект и обладает большим круговым дихроизмом (см. подробнее [11]), абсолютные величины  $\kappa^{(+)}$  и  $\kappa^{(-)}$  не очень велики, и отражение мало-

селективно<sup>1)</sup>. В работе [4], в частности, был затронут также вопрос об отражении от ферромагнитной среды. Вопросы отражения от ферромагнетиков рассмотрены в работе [12] с помощью феноменологического макроскопического расчета по формулам типа (18.2) и (18.3), что для частот в области поглощения их (достаточно широкой) вряд ли справедливо. В работе [13] даны формулы Френеля для непроводящих ферритов; они весьма громоздки. Для таких диэлектрических ферромагнетиков, как ферриты, эффект схож (однако с оговоренными в [13] отличиями) с эффектом, рассмотренным на стр. 152, но значительно превосходит его по величине.

Отражение от ферромагнитных гиротропных анизотропных сред изучалось теоретически в работах [14—16]. И для этих сред получен максимум отражения в области, где в принципе возможно появление новой волны. Рассматривался также пример для антиферромагнетика; экспериментальные данные и обсуждение их для антиферромагнетика имеются также в работе [17].

В большинстве работ, относящихся к ферромагнетикам, рассматривались эффекты, возникающие при намаг-

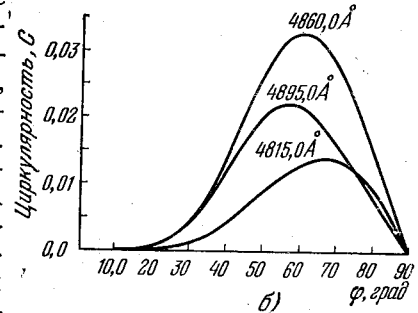
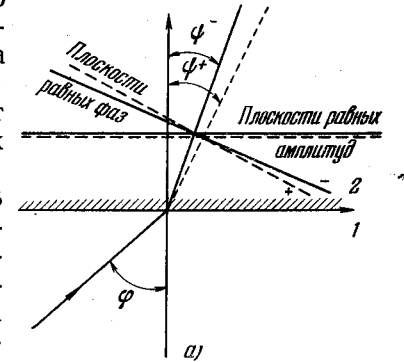


Рис. 52. Направления волновых нормалей, поверхностей равных фаз и равных амплитуд в изотропной гиротропной дихроичной среде (а), среда левовращающая; зависимость циркулярности отраженного света  $C$  от угла падения  $\varphi$  для этого случая (б),  $C = \frac{I^- - I^+}{I^- + I^+}$ .

<sup>1)</sup> См. также примечание на стр. 151.

ничивании их, т. е. при возникновении «магнитной гиротропии», или «искусственной гиротропии», отличной по свойствам симметрии и обусловленной эффектом Фарадея — изменением тензоров  $\epsilon$  и  $\mu$  или  $\hat{\epsilon}$  в магнитном поле (см., например, [12, 18, 014] и приложение V, ср. § 29). При намагничивании возникает так называемый эффект Керра — эллиптическая поляризация отраженной волны при линейной поляризации падающей (при падении циркулярно-поляризованной волны отраженная поляризована таким же образом). Подробный анализ оптических аспектов «естественной гиротропии» в отсутствие внешнего поля для ферромагнетиков не проведен.

В металлическом ферромагнетике, благодаря наличию проводимости и циркулярного магнитного дихроизма, явления сложнее; общие формулы для отражения в функции  $\phi$  отсутствуют.

В работе [19] подробно проанализирован ход отражения от магнитоэлектрической среды (см. приложение V). Автор этой работы принял в формулах (П42) — (П43)  $\eta = \xi$ , причем  $\eta^2 \ll \epsilon\mu$ . Подобное упрощение, видимо, не вполне позволительно, но ошибка при этом мала.

При падении света, поляризованного линейно, отраженный поляризован тоже линейно. При нормальном падении плоскость поляризации при отражении должна поворачиваться; в отраженном луче угол  $\hat{E}N$  немного отличается от прямого (для  $Cr_2O_3$ , где  $\eta \sim 4 \cdot 10^4$ ,  $\hat{E}N \sim \pi/2 + 1'$ ).

При наклонном падении плоскость поляризации тоже поворачивается, особенно сильно при  $\phi_{6p}$ ; компонента  $E_{\parallel}$  отражается и при  $\phi_{6p}$ . Экспериментальных подтверждений пока нет.

В работе [20] произведен расчет энергетических коэффициентов отражения для отражения от магнитоэлектрической среды в предположении (как и в [19]), что  $\eta = \xi$  и что  $\epsilon$  и  $\mu$  — скаляры (приложение V), а

$$\eta = \begin{vmatrix} \eta_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \eta_{zz} \end{vmatrix}.$$

Возникает двойное лучепреломление; при падении волны ТМ в отраженном свете имеется еще ТЕ-компонента, и наоборот. Вычислены величины суммарных коэффициентов:

$$R_{TM} = R_{нн} + R_{не}, \quad \text{падает ТМ-волна,}$$

$$R_{TE} = R_{ее} + R_{ен}, \quad \text{падает ТЕ-волна,}$$

где  $R_{нн}$  — коэффициент отражения ТМ-компоненты, а  $R_{не}$  — коэффициент другой, возникающей, компоненты (ТЕ); эта последняя при некоторых углах падения может стать больше первой. Соответственно  $R_{ее}$  — коэффициент отражения ТЕ-компоненты, а  $R_{ен}$  — коэффициент возникающей здесь ТМ-компоненты.

Характер отражения существенно зависит от анизотропии параметра  $\eta$ . Примеры результатов расчета [20] даны на рис. 53.

Оценки порядка величин показывают, что для получения значительных эффектов величина  $\eta$  должна быть больше, чем в обычных известных магнитоэлектрических средах, примерно на 2 порядка.

Весьма интересен результат теории для особого класса веществ — холестерических жидких кристаллов, которые представляют довольно протяженные цепочки молекул, изогнутые по цилиндрической спирали; вследствие этого они гиротропны. Вращение плоскости поляризации здесь на 2—4 порядка больше, чем в обычно встречающихся веществах, например, в обычных кристаллах и в растворе (молекулы активны).

Подробный анализ картины отражения света для подобных веществ, исходящий из модельных представлений о молекуле-спирали с шагом  $h$ , проведен в работе [21] для произвольного угла падения и в работе [22] — для нормального падения. Выводы в общем совпадают с изложенными выше, полученными из макроскопических расчетов для общего случая — отражение правых и левых волн различно, имеет место почти полное отражение одной из них вблизи резонанса, и т. д.

При данной конкретной модели ход явлений сильно зависит от соотношения  $h$  и  $\lambda$ . При некоторых условиях могут возникать своеобразные стоячие волны. Экспериментальных сведений относительно отражения нет, но

этот объект, вероятно, удобен для проверки предсказываемых теорией явлений (ср. стр. 126).

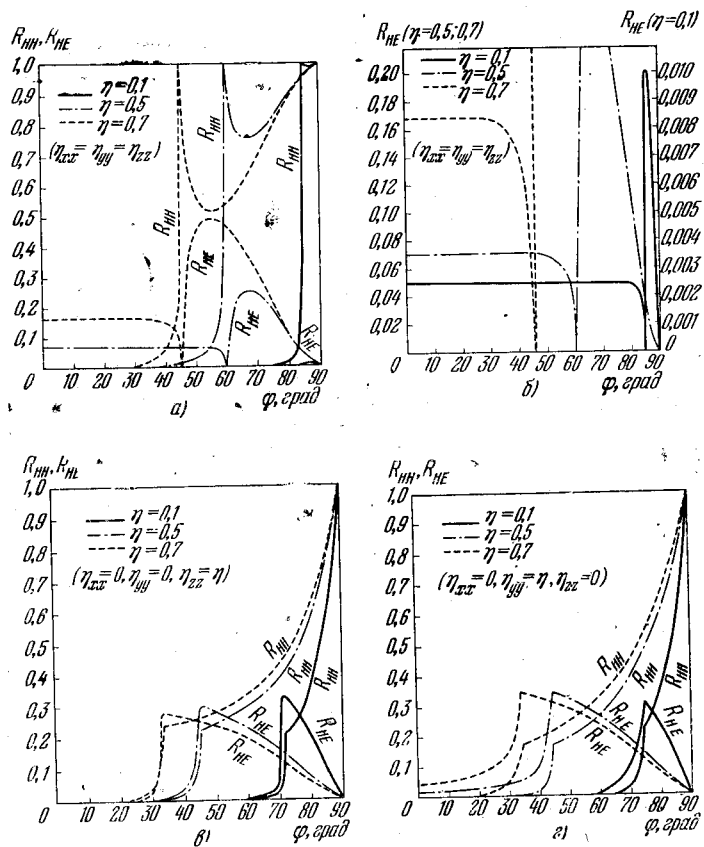


Рис. 53. Коэффициенты отражения от магнитоэлектрической среды  $R_{НН}$  и  $R_{НЕ}$  при  $\eta = \xi$ .

а) Для изотропной среды и значений  $\eta$ , указанных на рисунке (общий вид); б) то же, область малых значений  $R$ ; в) для анизотропной по  $\eta$ , но изотропной по  $\epsilon$  среды, при  $\eta_{xx} = 0$ ,  $\eta_{yy} = 0$ ,  $\eta_{zz} \neq 0$ ; г) при  $\eta_{xx} = 0$ ,  $\eta_{yy} \neq 0$ ,  $\eta_{zz} = 0$ .

Отражение от холестерических жидких кристаллов рассчитывалось также в работе [44] гл. 3, однако не вполне ясно, насколько там учтена гиротропия.

2. Среды, обладающие п. д. 2-го порядка (негиротропные). Если  $\hat{\gamma}_{ин} = 0$ , необходимо рассматривать п. д.

2-го порядка. Здесь также возможно возникновение добавочных волн (в этом случае уже двух), но в области частот, более близкой к резонансу (порядка  $10 \text{ \AA}$ ).

Отражение от изотропной среды для этого случая при нормальном падении рассмотрено в работе [018]. Формулы, аналогичные формулам Френеля, даны также в работе [23] для кристалла класса  $O_h$  и любых  $\varphi$ ; как методика расчета (микроскопического), так и результаты несколько отличны от данных в работе [018], хотя конечные общие выводы аналогичны. Отражение анизотропно относительно осей кристалла, ход его зависит от поляризации падающего света. Проведен также расчет отражения [24]; показано, что добавочные волны могут влиять на фазу отраженного света, смещая ее на большие углы (порядка  $5-20^\circ$ ).

Отражение при наличии поверхностных экситонов, наиболее заметно обнаружимое, см. в § 27.

Отражение от сред, где ожидается пространственная дисперсия 2-го порядка, исследовалось экспериментально для ряда веществ, однако истолкование результатов не однозначно (подробно об этом см. в § 34). Следует отметить, что единственным бесспорным экспериментальным доказательством существования эффектов 2-го порядка является анизотропное поглощение в кристалле  $\text{Si}_2\text{O}$  в области квадрупольной линии. Эффекты, связанные с объемными экситонами, наблюдаются при отражении в жидком и твердом Хе [25], однако наблюдения в основном качественные (см., впрочем, [5]).

Отражение от среды с сильной п. д.-плазмой, в том числе и релятивистской, рассмотрено в работах [017, 1, 26-28]. Эффекты п. д.—нелокальной связи  $\gamma$  и  $E$ , когда имеет место аномальный скин-эффект, оказываются существенными при рассмотрении отражения от металлов (см. § 28).

### § 19. Отражение от нелинейных сред

Вопрос о границах применимости линейного приближения для анализа распространения электромагнитных волн рассмотрен, например, в работах [29]. Показано, что, помимо плазмы, нелинейной уже при слабых полях, эффекты нелинейности при ныне осуществимых напря-



женностях полей могут обнаруживаться и в других средах. Границы линейности для металлов исследованы также в работах [30, 31]<sup>1)</sup>.

Обычно квантовая оптика ограничивается рассмотрением двухфотонных процессов рассеяния — эффектов 2-го порядка, т. е. 2-го приближения теории возмущений, и использует получаемую в этом приближении формулу Крамерса—Гейзенберга (см., например, [32]). Это рассеяние представляет поглощение первичного фотона с импульсом  $k_0$ , с одновременным испусканием вторичного с импульсом  $k$ . При рассмотрении нелинейных сред (н. л. с.) необходимо учесть и «трехфотонные процессы»; дисперсионные формулы, учитывающие это, третье, приближение, впервые были получены, видимо, в работе [33] (см. также [34]); подробные, более современные расчеты для рассеяния света на атомах даны в [35, 36, 019].

Взаимодействие электромагнитных волн с веществом в этом приближении рассматривалось в ряде работ (см., например, обзоры [36—40]). Показано, что возможна макроскопическая трактовка явлений с введением тензора нелинейной поляризуемости, который уже должен быть рассчитан из микроскопической теории.

Предварительно отметим, что нелинейные эффекты могут возникать не только за счет нелинейной поляризуемости отдельных молекул.

Световой луч, проходя через среду, состоящую из анизотропных молекул, будет оказывать ориентирующее действие на них. Этот эффект сделается средой нелинейной. Впервые это обстоятельство отмечено, видимо, в работах [41, 42], где было указано, что необходимая для получения заметного эффекта в непоглощающем диэлектрике плотность энергии имеет порядок  $10^5$  вт/см<sup>2</sup> (т. е. в настоящее время достижима). Подробная теория дана недавно в работе [43]. Для поглощающих веществ будет возникать и ориентационный фотодихроизм; это явление обнаружено и исследовано авторами работ [44, 45]. Нелинейность может также возникнуть вследствие пространственной дисперсии нелокализованных возбуждений [46]. Мы не касаемся здесь «параметрических эф-

фектов» — изменения неоптических параметров под действием света (см. ниже).

Как показано в гл. 6, появление упорядоченной ориентации молекул даже в 1—2 поверхностных слоях проявляется в отражении света измеримым образом. Даже если ориентация, внесенная световым полем, незначительна, область, охваченная ею, намного превосходит по размерам моно- или бимолекулярные слои, и обнаружить эффекты по отражению, несомненно, возможно.

Поскольку напряженности для светового поля даже для ОКГ все же много менее внутримолекулярных, можно представить поляризуемость (вдали от собственных частот<sup>1)</sup>) в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t) = & \int_{-\infty}^t \beta(t') \mathbf{E}(t-t') dt' + \\ & + \int_{-\infty}^t \int \chi(t', t'') \mathbf{E}(t-t') \mathbf{E}(t-t'-t'') dt' dt'' + \int_{-\infty}^t \int \hat{\chi}(t', t'', t''') \times \\ & \times \mathbf{E}(t-t') \mathbf{E}(t-t'-t'') \mathbf{E}(t-t'-t''-t''') dt' dt'' dt''' + \dots, \end{aligned} \quad (19.1)$$

и в простейшем случае плоских монохроматических волн для компонент Фурье:

$$\begin{aligned} P_i(\omega) = & \beta_{ij}(\omega) E_j(\omega) + \chi_{ijk}(\omega) E_j(\omega) E_k(\omega) + \\ & + c_{ij}(\omega) E_j(\omega) E_k(\omega) E_l(\omega) + \dots, \end{aligned} \quad (19.2)$$

где функции ответа системы  $\hat{\beta}(t', \omega)$ ,  $\hat{\chi}(t', t'', \omega)$ ,  $\hat{c}(t', t'', t''', \omega)$  определяются дисперсионными формулами микротемории. Анализ свойств симметрии этих тензоров проведен в работах [019, 47]. Соответственно может быть записана формула Лоренц — Лорентца:

$$\mathbf{E}_{\text{эфф}} = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P}_{\text{лин}} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P}_{\text{кв}} + \dots$$

При распространении волны (1.1)  $\mathbf{E}(\omega)$  в нелинейной среде возникают, как изложено в гл. 3, волны поляризации  $\mathbf{P}(\omega)$  и, в соответствии с (19.1), волны поляризации  $\mathbf{P}(n\omega)$ , где  $n=2, 3, \dots$ . Вообще говоря, они могут и отличаться направлением, амплитудой и поляризацией от  $\mathbf{P}(\omega)$ .

<sup>1)</sup> В области резонансов будут наблюдаться, сверх того, двух- и трехфотонное поглощения, которые здесь не рассматриваются.

<sup>1)</sup> Мы не рассматриваем здесь ферро- и ферромагнитные среды и сегнетоэлектрики; частоты переориентации доменов весьма низки.

При наличии неоднородности в виде границы раздела каждая из этих волн создает с помощью механизма, рассмотренного в гл. 3, вторичные световые волны в средах 1 и 2 (причем возникшие результирующие волны частот  $n\omega$  в среде 1 немного условно именуется *отраженными*, а в среде 2 — *преломленными*).

Однако волны  $\mathbf{P}(\omega)$  и  $\mathbf{P}(n\omega)$ , в силу нелинейности среды, уже не независимы, а взаимодействуют между собой, причем происходит сложная передача энергии из одной волны в другие и обратно. Поэтому, в отличие от линейного случая, интенсивность, например, «отраженной» волны зависит не только от  $|\mathbf{E}(\omega)|^2$  и восприимчивости, но и от фазовых соотношений (см. ниже).

1. *Генерация 2-й гармоники в отражении.* Симметрия тензора  $\chi$  рассмотрена в работах [019, 47]; он отличен от нуля только в нецентросимметричных средах.

Из теории 3-го приближения следует, что при распространении в н. л. с. монохроматической волны возникает индуцированный момент частоты  $2\omega$ . Он направлен по волновому вектору основной волны; поэтому излучение в направлении этого вектора отсутствует, и проходящие волны частоты  $\omega$  в идеальной однородной изотропной среде 2-й гармоники не создают [35, 48]. При наличии неоднородности в виде границы раздела 2-я гармоника будет возникать. Эти соображения несколько упрощены; в частности, они относятся к сравнительно слабо диспергирующей среде (где скорости  $c_\omega$  и  $c_{2\omega}$  мало различаются)<sup>1)</sup>. Процессы отражения, где среда 2 нелинейна, рассмотрены в работах [019, 39, 48, 50, 51].

Расчеты [48, 50] для наиболее простого случая отражения неограниченных плоских монохроматических волн на границе линейной (1) и оптически изотропной нелинейной (2) сред приводят к следующей картине вдали от областей поглощения. Кроме обычных отраженной и преломленной волн основной частоты (углы соответственно  $\varphi$  и  $\psi$ ), согласно (19.1) и (19.2), в н. л. с. возник-

<sup>1)</sup> При сильной дисперсии среды, особенно вблизи собственных частот ее, явления усложняются [49]; еще более усложняются они, если волна квазимонохроматична. В анизотропной среде, где число лучей больше (разная анизотропия  $\beta$  и  $\chi$ ) и между ними может возникнуть интерференция [50], ход отражения будет зависеть от глубины проникновения.

кает волна нелинейной поляризации  $\mathbf{P}(2\omega)$  частоты  $2\omega$  (аналогично волне линейной поляризации; см. гл. 3), идущая под углом  $\psi_{\text{пол}}^{(2\omega)} = \psi$ ; эта волна имеет продольную компоненту. Она создает отраженный луч частоты  $2\omega$ , идущий под углом  $\varphi_r^{(2\omega)}$ , и преломленный луч, идущий под углом  $\psi^{(2\omega)}$ . При этом

$$\sin \varphi_r^{(2\omega)} = \frac{n_1(\omega)}{n_1(2\omega)} \sin \varphi, \quad (19.3)$$

где  $n_1(\omega)$  и  $n_1(2\omega)$  — показатель преломления для линейного приближения. Для этих волн при микроскопическом рассмотрении, аналогичном приведенному в гл. 3, может быть доказана теорема погашения, что придает последней весьма большую общность.

Для амплитуд получены [019, 50] выражения (для оптически изотропной среды):

$$\begin{aligned} E_{r\perp}(2\omega) &= -4\pi P_{\text{кв}\perp}(2\omega) \{n_2(2\omega) \cos \psi^{(2\omega)} + \\ &+ n_1(2\omega) \cos \varphi^{(2\omega)}\}^{-1} \{n_2(2\omega) \cos \psi^{(2\omega)} + n_2(\omega) \cos \psi\}^{-1}, \quad (19.4) \\ E_{r\parallel}(2\omega) &= -4\pi P_{\text{кв}\parallel}(2\omega) [\sin \alpha \{n_1(2\omega) \cos \psi^{(2\omega)} + \\ &+ n_2(2\omega) \cos \varphi^{(2\omega)}\}^{-1} \{1 - [n_2^{-2}(\omega) + n_2^{-2}(2\omega)] \times \\ &\times n_1^2(2\omega) \sin^2 \varphi^{(2\omega)}\} + \{n_2(\omega) \cos \psi^{(2\omega)} + n_2(2\omega) \cos \psi\}^{-1} + \\ &+ \cos \alpha \sin \psi \{n_2(2\omega) n_2(\omega) \cos \psi^{(2\omega)} + n_2(2\omega) \cos \varphi^{(2\omega)}\}^{-1}], \quad (19.5) \end{aligned}$$

здесь  $\alpha$  — угол  $\widehat{\mathbf{P}_{\text{кв}\parallel} \mathbf{k}_d}$ , а  $n = \sqrt{\epsilon_{\text{лин}}}$ .

Напомним, что анизотропия тензора  $\chi$  отлична от таковой для  $\hat{\epsilon}$ .

Как следует из (19.1),  $\mathbf{P}_{\text{нл}}$  определяется значением  $\mathbf{E}_d$  в нелинейной среде.

Экспериментальная проверка теории для случая, когда среда почти прозрачна для основной частоты, но поглощает гармонику, проведена для монокристалла GaAs [52, 53]. Особое внимание (по причинам, излагаемым ниже) уделено процедуре полировки кристалла; глубина съеза, деформированного обработкой, не превышала  $\sim 25 \text{ \AA}$ . После этого поверхность кристалла протравливалась, но лишь настолько, чтобы не возникли неровности. В [52] было проверено соотношение (19.3) при погружении кристалла в бензол  $\varphi - \varphi_r^{(2\omega)} = 2^\circ 10'$  в

согласии с теорией<sup>1)</sup>; отражение происходило от грани  $1, \bar{1}, 0$  (рис. 54).

На этом же монокристалле исследована зависимость  $E_{r\perp}(2\omega)$  и  $E_{r\parallel}(2\omega)$  от ориентации плоскости падения относительно кристаллографических направлений (рис. 55А). Результат совпадал с предсказаниями теории.

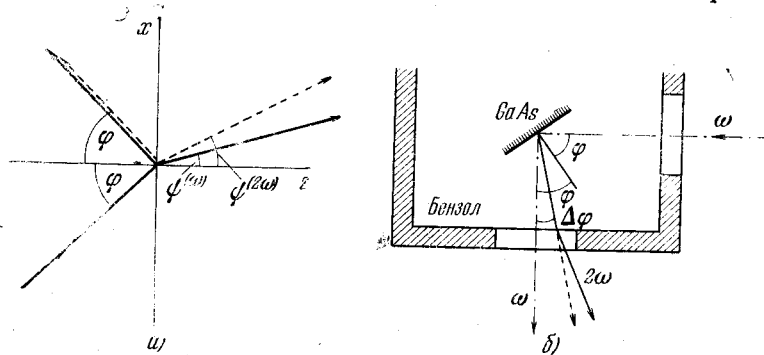


Рис. 54. Отражение света от нелинейной среды 2:

а) в недиспергирующую изотропную среду (вакуум), пунктир — 2-я гармоника; б) в диспергирующую среду.

При отражении от плоскости  $[1, 1, 0]$  были исследованы зависимости  $E_{r\perp}(2\omega)$  и  $E_{r\parallel}(2\omega)$  от  $\varphi$  (рис. 55Б); они сравнивались также при отражении от плоскости  $[0, 0, 1]$ . Полученные значения для  $\epsilon(\omega)$  и  $\epsilon(2\omega)$  хорошо согласуются с данными работами [54].

Из теории следует также, что отношение интенсивностей отраженного и прошедшего света 2-й гармоники не зависит от  $\chi$ . Это отношение измерено для  $\lambda_{\text{возб}} = 1,06 \text{ мк}$  [52], причем результат хорошо совпал с теорией.

Опыты с InSb и Te дали также согласие с теорией.

2. *Смешивание частот.* Теория предсказывает далее [019, 50], что при падении на поверхность н. л. с. двух волн частоты  $\omega_1 = \omega_2$  под углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в поле излучения возникают (кроме обычных отраженных волн частоты  $\omega$ ) три отраженные волны частоты  $2\omega$  с углами отражения для случая, когда  $k_1$  и  $k_2$  лежат в одной

<sup>1)</sup> Следует, однако, иметь в виду, что теория развита для непоглощающих сред.

плоскости:

$$\sin \varphi_{11}^{r(2\omega)} = 2 \frac{k_1(\omega) b_1}{|k_r(2\omega)|}, \quad (19.6a)$$

$$\sin \varphi_{12}^{r(2\omega)} = \frac{k_1(\omega) b_1 + k_2(\omega) b_1}{|k_r(2\omega)|}, \quad (19.6b)$$

$$\sin \varphi_{22}^{r(2\omega)} = 2 \frac{k_2(\omega) b_1}{|k_r(2\omega)|}. \quad (19.6b)$$

Здесь  $b_1$  — единичный вектор направления линии пересечения плоскости падения с поверхностью (оси  $x$ ).

Если  $\omega_1$  и  $\omega_2$  различны, волна (19.6б) будет иметь частоту  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . Некоторые подробности квантовой теории генерации суммарных и разностных частот см. в работах [55, 56].

3. *Генерация 3-й гармоники в отражении.* В последнее время теоретически и экспериментально исследовано возникновение при отражении 3-й гармоники, соответствующей третьим членам разложений (19.1) и (19.2). Теория возникновения ее продолжена в работах [57, 58]. В последней работе исследованы амплитуды и (теоретически)<sup>1)</sup> фазы отраженного света (см. рис. 56) (ср. также [59, 60]).

Здесь также возникает волна  $P(3\omega)$ , направленная под углом  $\psi$ , и отраженная и преломленные волны

$$\sin \varphi_r^{(3\omega)} = \frac{n_1(\omega)}{n_1(3\omega)} \sin \varphi, \quad (19.7)$$

$$\sin \psi^{(3\omega)} = \frac{n_1(\omega)}{n_2(3\omega)} \sin \varphi, \quad (19.8)$$

[ср. (19.3)].

<sup>1)</sup> Однако фазы вычислены без учета поглощения.

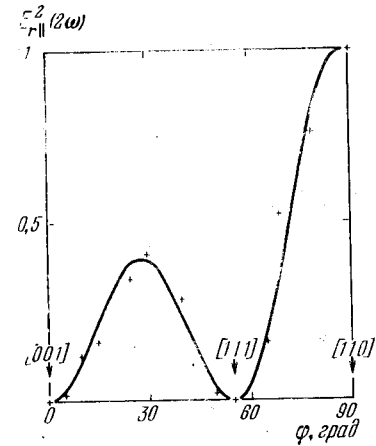


Рис. 55А. Интенсивность 2-й гармоники, возникающей при отражении от кристалла GaAs [52, 53]. Зависимость от азимута плоскости падения  $\varphi$  относительно оси  $[0, 0, 1]$  при неизменном  $\varphi$ ; компонента  $E_{r\parallel}(2\omega)$  в относительных единицах.

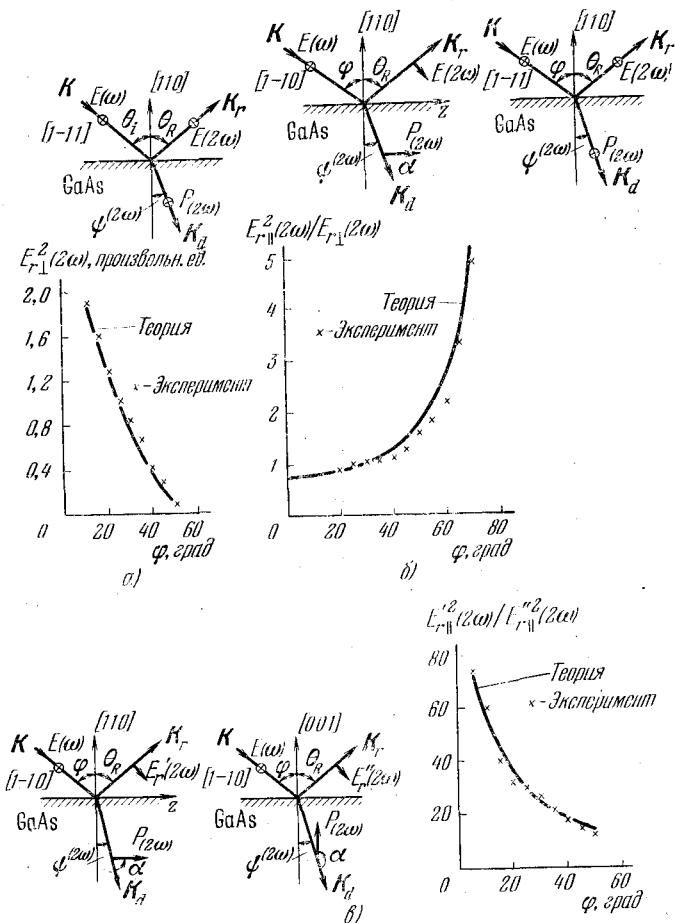


Рис. 55Б. Зависимость от угла падения  $\varphi$ .

а)  $E_{\perp}^2(2\omega)$  при отражении от грани (1,1,0), плоскость падения совпадает с плоскостью (1, -1,1); б) относительная интенсивность компонент при отражении от плоскости (1,1,0),  $E_{\parallel}(2\omega)$  получено при совмещении плоскости падения с плоскостью (1, -1,0),  $E_{\perp}(2\omega)$  — при совмещении плоскости падения с плоскостью (1, -1,1) (в падающем свете в обоих случаях присутствует только компонента  $E_{\perp}(\omega)$ ); в) относительная интенсивность параллельных компонент при отражении от плоскостей (1,1,0) и (0,0,1); плоскость падения совпадает с плоскостью (1,-1,0), в падающем свете присутствует только компонента  $E_{\perp}(\omega)$ .

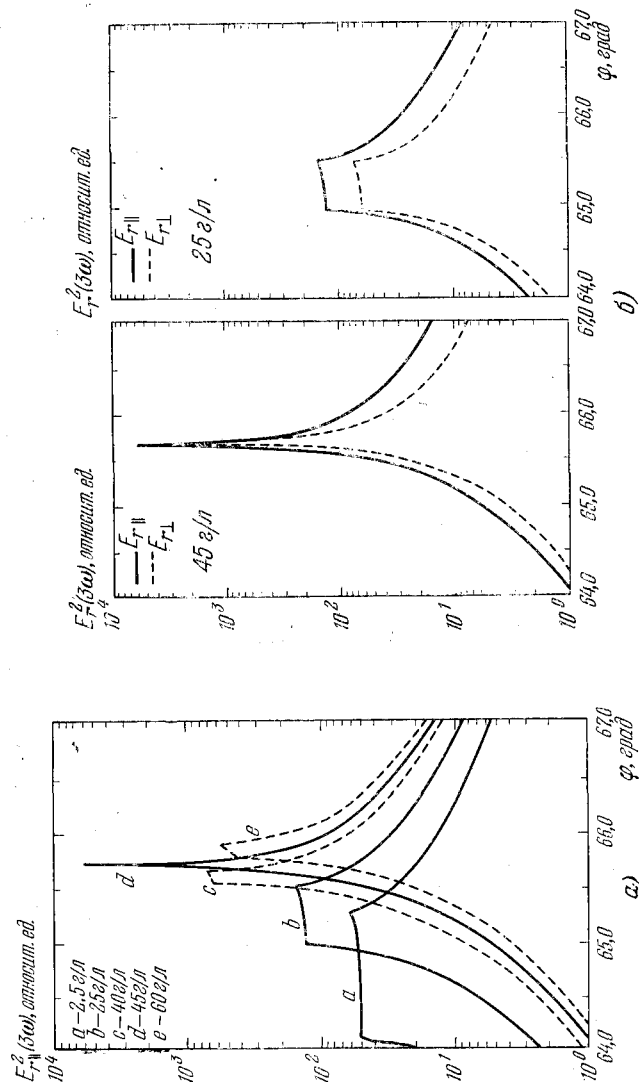


Рис. 56. Зависимость интенсивности  $E_{\parallel}^2(3\omega)$  3-й гармоники от  $\varphi$ :

а) при отражении от грани плоского кварца — расчет для разных концентраций (e/n) красителя; б) для  $E_{\parallel}(3\omega)$  и  $E_{\perp}(3\omega)$  при концентрациях 45 и 25 e/n.

Для амплитуд получены следующие выражения:

$$E_{r\perp}(3\omega) = -4\pi P_{\text{кв}}(3\omega) \{ [n_2(3\omega) \cos \psi^{(3\omega)} + n_1(3\omega) \cos \varphi_r^{(3\omega)}] \times \\ \times [n_2(3\omega) \cos \psi^{(3\omega)} + n_2(\omega) \cos \psi] \}^{-1} \quad (19.9)$$

$$E_{r\parallel}(3\omega) = -4\pi P_{\text{кв}}(3\omega) \{ 1 - [n_2^2(3\omega) + n_2^2(\omega)/n_2^2(3\omega)] (\sin^2 \psi) \times \\ \times [n_2(3\omega) \cos \psi + n_2(\omega) \cos \psi^{(3\omega)}]^{-1} [n_2(3\omega) \cos \varphi_r^{(3\omega)} + \\ + n_1(3\omega) \cos \psi^{(3\omega)}]^{-1} \} \quad (19.10)$$

здесь

$$P(3\omega) = 3\hat{c} [E_a(\omega)]^3.$$

Теория, в общем, согласуется с экспериментом.

В предыдущем в основном рассматривались оптически изотропные нелинейные среды. В двупреломляющих средах картина оказывается сложнее (см. примечание на стр. 162): обе волны создают свои волны поляризации и, кроме того, возникает волна поляризации, обусловленная их взаимодействием.

В частности, для одноосных кристаллов возникают

$$P_{\text{об}} \sim |E|_{\text{об}}^2, \quad P_{\text{необ}} \sim |E|_{\text{необ}}^2, \quad P_{\text{взаим}} \sim E_{\text{об}} E_{\text{необ}}.$$

Распространение и отражение 2-й гармоники в кристаллах наиболее подробно рассматривалось в работе [61], еще ранее — Клейнманом [62] и менее подробно — в работе [50]. Некоторые выводы Клейнмана, видимо, приближенны; так, автором с сотрудниками [63] показано, что 2-я гармоника в отражении возникает от кристаллов дитионатов класса  $D_6$  и от  $\text{TeO}_2$ , что не согласуется с выводами Клейнмана; ср. также [64].

Интенсивность гармоник в отраженном свете пропорциональна  $|E(\omega)|^n$  и соответствующей восприимчивости  $\chi$ ,  $\hat{c}$  и существенно зависит от того, синхронны ли волны  $\omega$  и  $n\omega$ ; для «перекачки» энергии основной волны в энергию гармоник необходимо, чтобы разность фаз этих волн сохраняла нужное значение на возможно большем интервале расстояний.

Для мощности 2-й гармоники теория дает

$$W(2\omega) \sim [W(\omega)]^2 k_1^2 \chi^2 \frac{\sin^2 1/2 l(k_2 - 2k_1)}{(k_2 - 2k_1)^2}, \quad (19.11)$$

где  $l$  — длина когерентности; за  $l$  можно принять расстояние, на котором сдвиг фаз становится порядка  $\pi$ . Аналогичное условие получается и для 3-й гармоники.

В обычных условиях  $l$  имеет порядок  $10^{-3}$  (для рубинового ОКГ и кварца). Для повышения  $W(2\omega)$  необходимо добиться, чтобы скорости волн сближались<sup>1)</sup>:

$$2k \approx k_2 \quad \text{или} \quad v(\omega) = v(2\omega).$$

Чтобы выполнить это условие в диспергирующей среде, необходимы особые условия, без которых интенсивность 2-й гармоники будет мала. Так, для кристалла КДП  $\chi$  — порядка  $3 \cdot 10^{-9}$  CGSE и при поле  $10^{-5}$  в/см получим интенсивность гармоники  $10^{-12}$  от основной волны. Для полупроводника GaAs  $\chi$  — порядка  $2,1 \cdot 10^{-6}$ , и интенсивность отраженной гармоники — порядка  $10^{-6}$ , что еще измеримо. Того же порядка цифры можно ожидать для InSb и Te.

Необходимый «волновой синхронизм» может осуществляться, например, следующими способами:

1. При отражении от кристалла подбираются (выбором относительной ориентации оси кристалла, отражающей плоскости и направления колебаний  $E$ ) условия, когда основная волна — обыкновенная, а 2-я гармоника — необыкновенная (или, наоборот, в зависимости от знака кристалла); тогда в некотором направлении для определенных кристаллов может быть (см. приложение IV):

$$v^{(n)}(2\omega) = v^{(o)}(\omega).$$

Подробности условий для кристаллов разных классов рассмотрены в работах [019, 61, 62, 66, 67], а для двуосных — в работе [08]. Двуосные кристаллы имеют 10 направлений синхронизма, и могут быть синхронизованы 2-я и 3-я гармоники.

2. При отражении от жидкости в последней растворяется краситель, обладающий в нужной области полосой поглощения. В области такой полосы ход  $n(\omega)$  немонотонен; можно выбрать такой краситель, чтобы условие (19.9) соблюдалось (см. [58]), где 3-я гармоника

<sup>1)</sup> Вообще говоря, необходимо, особенно для 3-й гармоники, также некоторое согласование  $\chi$ , ибо характер неоднородной волны зависит и от  $\chi$  [65].

получена при отражении от нелинейной среды — раствора фуксина в  $\text{HS}$  и  $(\text{CF})_2\text{CO} \cdot 1,5\text{H}_2\text{O}$  (см. рис. 56). Аналогично возможно получение и 2-й гармоники (см. ниже).

3. Используется эффект вращения плоскости поляризации. В гиротропной среде при падении циркулярно поляризованной основной частоты 2-я гармоника поляризована циркулярно в обратном направлении, а 3-я — в том же, что 1-я, но с иным углом поворота [69, 70]. Это дает возможности синхронизации. Однако расчеты показывают, что для реальных условий необходимы очень значительные углы поворота, обычными средами не даваемые.

Конкретные условия для различных классов даны в работе [71]. Особо благоприятны условия для 2-й гармоники, ибо гиротропные среды нецентросимметричны. Вопрос о возможности использования эффектов в отражении пока открыт в связи с соображениями, высказанными в § 21, как и вопрос о смешивании частот [72] в отражении.

4. Весьма благоприятные условия для синхронизации получаются [50, 73, 74] при полном внутреннем отражении, когда направление согласования фаз в кристалле лежит в отражающей плоскости, а угол падения соответствует  $\varphi_{\text{кр}}^{2(\omega)}$ ; интенсивность 2-й гармоники возрастает на 3—4 порядка (кристалл  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  иммерсированный в более плотной линейной жидкости).

Именно таким образом была получена 3-я гармоника в упомянутых опытах (см. рис. 56). Теория явления разработана для сред, прозрачных для обеих частот ( $\omega$  и  $2\omega$ ); для случая раствора фуксина, непрозрачного для 3-й гармоники, она вряд ли строго применима, ибо здесь собственно полного внутреннего отражения нет (см. гл. 1 и особенно рис. 19). Однако в последнем случае эффект все же, видимо, объясняется тем, что здесь волна основной частоты в среде 2 — фуксина претерпевает почти полное отражение и идет на относительно большом пути вдоль поверхности (§ 9), не поглощаясь, а излучение 3-й гармоники выходит наружу, лишь слабо поглощаясь в тонком поверхностном слое. Очевидно, и здесь имеет место боковое и продольное смещения луча; смещается как луч основной частоты, так и гармоники относительно первой. Различное смещение этих двух лу-

чей, вероятно, и есть причина появления на рис. 56 двух максимумов (в работе [75] развита теория вопроса). Действие неоднородных волн, вероятно, не отличается от действия однородных.

Вопрос об области формирования и когерентности для случая нелинейных сред значительно более сложен; если для линейных компонент остаются в силе соображения, высказанные в § 15 и 16, то для нелинейных картина меняется. Как было сказано, фазы  $E(\omega)$  и  $E(2\omega)$  без особых условий не согласуются, фазовые скорости волн неодинаковы. Линейные и нелинейные процессы оказываются некогерентными или не вполне когерентными; однако два нелинейных процесса одинакового порядка когерентны между собой, если они возникли в результате действия двух когерентных волн основной частоты [53] (см. также обзор [76]). Вследствие этого отраженный луч 2-й гармоники формируется практически в слое порядка не более  $\lambda$  даже в прозрачной среде, например, КДР, остальные же области вклада почти не вносят, если не принять описанные выше специальные меры по синхронизации.

В поглощающей среде область формирования определяется глубиной проникновения, которая различна для основной частоты и гармоники, как это видно из приведенных выше цифр, например, для GaAs. Этот кристалл почти прозрачен при  $\lambda = 1,06$  мкм и сильно поглощает при  $\lambda(2\omega)$ ; для 2-й гармоники глубина области формирования поэтому (в отличие от основной волны) не превосходит  $\lambda/6$ . Этой глубины, как видно, достаточно для придания отраженному лучу свойств симметрии среды.

При этом необходимо, однако, иметь в виду, что в нескольких первых молекулярных слоях симметрия (даже при тех мерах предосторожности при обработке, которые были описаны выше, или без обработки — в жидкостях) может и должна быть ниже, чем в объеме. Это может также вносить вклад при отражении от сред, обладающих центром симметрии в толще.

В частности, в работе [77] развита теория, описывающая генерацию отраженной 2-й гармоники для изотропной среды как следствие смещения ионов и электронного облака у поверхности и возникновения электрического двойного слоя. Вследствие больших градиентов  $E$  здесь

могут играть роль вклады квадрупольных эффектов. Эксперимент в общем согласуется с теорией. Наличие адсорбированных слоев может в несколько раз снизить интенсивность отраженной гармоники [78]. Об условиях синхронизма см. также [79].

### § 20. Отражение от нелинейных сред, обладающих центром симметрии. Параметрические эффекты

Нелинейное отражение с образованием 2-й гармоники наблюдалось и от Au, Ag [80, 81]. Здесь сказываются два обстоятельства. Как указывалось, значения  $\chi_{ijk}$  отличны от нуля лишь для среды, лишенной центра симметрии, однако это справедливо лишь в дипольном приближении; в электрическом квадрупольном и магнитно-дипольном приближениях имеет место обратная ситуация. Кроме того, создаваемая волной ориентация диполей в изотропной среде (см. стр. 160) создает условия для генерации 2-й гармоники [82].

Исследовалось отражение от металла гигантских импульсов рубинового лазера с модуляцией добротности [83] (ранее была краткая работа [84]). Мощность 2-й гармоники составляла  $10^{-15}$  от падающей. Показано, что, например, для Ag (класс симметрии  $O_h$ ) при  $\varphi = 45^\circ$  и  $E = E_\perp$  отражение 2-й гармоники равно нулю, при  $E = E_\parallel$  оно максимально, а в промежуточных случаях  $|E_r| \approx \cos^4 \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между  $E$  и плоскостью падения.

Как выяснено, существенные вклады в нелинейную квадрупольную поляризуемость может давать как плазма электронов проводимости, так и оболочки ионов; теория и эксперимент описаны в работах [85, 87], причем рассмотрены вклады внутри- и межзонных переходов и особые «поверхностные квадрупольные уровни». В работе [88] удалось наблюдать в отражении от Ge, Au, Ag и 3-ю гармонику (разрешенную в инверсионных средах в дипольном приближении). Нелинейное отражение (появление 2-й гармоники и сложение частот) наблюдалось также автором работы [89]; суммарные частоты зависят от углов падения  $\varphi_1(\omega_1)$  и  $\varphi_2(\omega_2)$ .

Изложенные выше теории подтверждаются экспериментом [90], где исследовалось отражение от Ag (99,9999%) в высоком вакууме.

Имеется ряд других эффектов, кроме образования гармоник, которые могут наблюдаться в любых средах, независимо от их симметрии.

Прежде всего отметим, что конфигурация поля в среде 2 у границы при нелинейной диэлектрической проницаемости становится более сложной [91]. Помимо поперечной возникает продольная компонента, а помимо обычной затухающей волны может быть пространственно периодичная компонента. Эти эффекты, несомненно, повлияют на отражение; однако теория отражения для этого случая еще отсутствует. Далее, в области поглощения начинает играть роль нелинейное поглощение. В частности, происходит уменьшение коэффициента поглощения («просветление») в результате перехода заметной доли поглощающих центров в верхнее состояние, (широко используемое в пассивных модуляторах добротности ОКГ). Происходящее здесь уменьшение  $\kappa$  влечет за собой изменение отражения.

В качестве примера укажем работу [92], где даны теория и экспериментальные данные по изменению отражения раствора фталоцианина в нитробензоле; изменение отражения доходит до 14%. Появление инверсной заселенности наблюдается, естественно, и при полном внутреннем отражении и может быть использовано для генерации. Возникновение инверсной заселенности в среде 2 при полном внутреннем отражении приводит [93] к тому, что разрыв непрерывности появляется не только в  $dR/d\varphi$ , но и в  $R$ , при  $\varphi = \varphi_{кр}$ . При этом со стороны  $\varphi > \varphi_{кр}$  значение  $R$  становится большим единицы (см. рис. 57, заимствованный из работы [93]). Отметим, что глубина проникновения при этом падает. Очевидно, что здесь имеет место перетекание энергии из инверсной среды 2 в прозрачную среду 1 (ср. п. 4, стр. 170).

Кроме указанных прямых эффектов, при отражении наблюдается ряд параметрических эффектов, связанных, в первую очередь, с электрострикцией, эффектом Керра, локальными нагревами и многим другим и приводящих к отступлениям от линейных формул Френеля при больших мощностях падающей волны — порядка  $10^8$ — $10^{10}$  вт/см<sup>2</sup>. Возникает периодическое в пространстве изменение показателя преломления, слоистость, созданная такой модуляцией свойств среды [94], «пьезоэлектриче-

ские» поверхностные волны [95, 96] и для жидкости — затухающие, но интенсивные капиллярные волны, что приводит к сильному рассеянию на поверхности (ср. § 13).

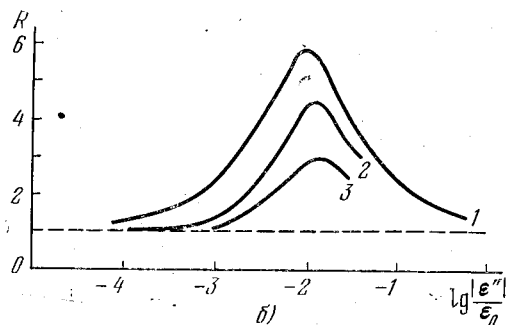
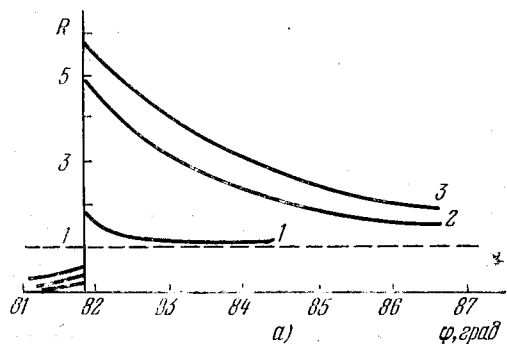


Рис. 57. Зависимость энергетического коэффициента отражения  $R$  инверсной среды:

а) от угла падения  $\varphi$  при  $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 0,98$  и различных значениях  $\frac{|\epsilon_2|}{\epsilon_1}$ : 1 —  $10^{-3}$ ,

2 —  $10^{-2}$ , 3 —  $2 \cdot 10^{-2}$ ; б) от значения  $\lg \frac{|\epsilon_2|}{\epsilon_1}$  при  $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 0,99$  и различных  $\varphi$ :

1 —  $\varphi = \varphi_{кр} = 84^\circ 17'$ , 2 —  $\varphi = 84^\circ 50'$ , 3 —  $\varphi = 85^\circ 57'$ .

Это рассеяние особенно заметно при  $\varphi = \varphi_{кр}$ . Эффект на жидкостях исследовался экспериментально в работе [97], там же дан теоретический расчет на основе гидродинамики несжимаемой жидкости и учета электрострикции.

тострикции. Возникает как сильная несмещенная рассеянная компонента, так и боковые частоты, даже в вязких жидкостях [98].

Бриллюэновский спектр света, рассеянного на поверхности раздела жидкость — газ, исследован теоретически и экспериментально [99]. Оказывается возможным определять константы вязкости и упругости и исследовать ряд поверхностных явлений, важных для отражения. Вынужденное рассеяние отводит значительную мощность (см. обзор [100] и работы [101, 102]). Некоторые расчеты, показывающие возможность значительных отступлений от формул Френеля, даны в работе [103]; отметим, что рассеянное излучение направлено в основном вдоль отраженного пучка (ср. гл. 3, ссылки [47, 48]).

Вынужденное рассеяние на поверхности наблюдается, конечно, и при полном внутреннем отражении [104]. Это рассеяние рассмотрено также в работе [105], а для хороших проводников — теоретически в работе [106].

Нелинейные взаимодействия с флуктуациями электронной плазмы приводят к некогерентному комбинационному рассеянию в металлах [107—109]; комбинация происходит как с ленгмюровскими, так и с поверхностными колебаниями, особенно с последними.

Кроме электрострикции и эффекта Керра, при падении мощного пучка на отражающую поверхность возникают весьма значительные термические флуктуации плотности среды, дающие сильное, так называемое *стимулированное термическое отражение* [110, 111].

Возникающее в поверхностном слое диэлектрика (толщиной 2—20 нм) сильное поглощение энергии и сильное нагревание, причины которого еще не вполне ясны, может вызвать и разрушение отражающей поверхности (см., например, [112]). Вероятно, во многих случаях причиной их служат микроскопические включения частиц пыли, сажи и т. п., сильно поглощающие и поэтому оказывающиеся центрами «тепловых взрывов». При меньших мощностях может произойти деформация (выпучивание) отражающей поверхности.

Металлическая поверхность вследствие нагрева может перейти из металлического в диэлектрическое состояние [113], что сопровождается сильным уменьшением отражения.



В некоторых случаях в приповерхностном слое вещество переходит в состояние плазмы [114, 115], возможно, с образованием газового пузыря, что, естественно, радикально меняет ход отражения: так называемое *самоотражение*, или, в случае образования пленки паров, *самоэкранирование* [116].

В развитие соображений § 9, отметим, что, независимо от возникновения перечисленных параметрических эффектов, отражение и в нелинейном случае сильно меняет распределение энергии по сечению ограниченного пучка и в связи с этим — характер самофокусировки в среде 1, если таковая нелинейна [117].

Общие обзоры по оптике нелинейных сред см. в сборнике [118] и книге [39].

## ГЛАВА ПЯТАЯ

### ОТРАЖЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРЕХОДНОГО СЛОЯ

#### § 21. Общие положения. Толстые слои

Как уже неоднократно указывалось, считать, что отражение происходит от геометрической плоскости (границы раздела идеально однородных сред) — чрезмерное упрощение; практически всегда имеется известный переходный слой, который может быть создан самой молекулярной структурой поверхности или возникнуть в результате обработки, эрозии, коррозии или загрязнений. Во многих случаях переходный слой создается искусственно, например, отражающие и антиотражающие покрытия, прозрачные токо- или теплопроводящие слои и т. п. Поэтому отражение от переходного слоя необходимо рассматривать в оптических задачах (общие вопросы отражения от слоистых сред см. [022, 1—4]).

Задача формулируется следующим образом: свет из среды 1 ( $n_1$ ) падает на слой ( $n$ ) и отражается как от поверхности раздела среда 1 — слой, так и от поверхности раздела слой — среда 2 ( $n_2$ ). Требуется определить характеристики отраженной волны в среде 1 на достаточном расстоянии от границы слоя.

Плоскость слоя примем за плоскость  $xy$ , направим ось  $z$  вглубь слоя в направлении проходящей волны. Выбор начала отсчета  $z$  зависит от характера задачи;  $n = n(z)$ .

Следует отметить, что решение весьма чувствительно к параметрам слоя; в частности, весьма сильно сказывается наличие разрывов в  $n(z)$  или  $dn(z)/dz$ .

На рис. 58 показана в качестве примера зависимость коэффициента отражения  $R$  от толщины слоя  $l$  для двух слоев с весьма близкими зависимостями  $n(z)$ , где в

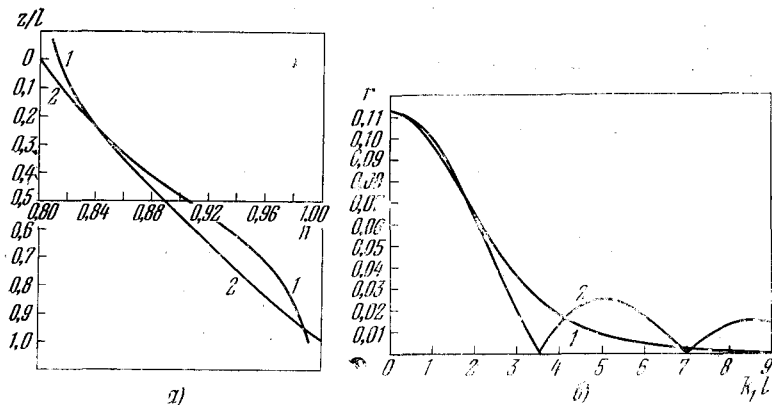


Рис. 58. Зависимость коэффициента отражения  $R$  от толщины слоя  $l$  для двух слоев с близкими значениями  $n(z)$ .

а) Изменение показателя преломления  $n$  в зависимости от глубины  $z$  (отсчитываемой от поверхности раздела среда 1 — слой) при  $n_1=0,8$  и  $n_2=1,0$  для двух видов (1 и 2) переходного слоя; 1 — толщина слоя; б) амплитудные коэффициенты отражения этих слоев [022].

случае а) величины  $n$  и  $\frac{dn}{dz}$  меняются непрерывно и асимптотически приближаются к граничным значениям в средах 1 и 2, а в случае б) имеются разрывы у границы в  $dn/dz$ ; как видно, различие в коэффициенте отражения весьма велико.

Рассмотрим кратко несколько случаев:

#### А. Однородный толстый слой, $n$ испытывает разрыв.

Под толстым слоем здесь и ниже подразумевается такой слой, толщина  $l$  которого  $d \ll l \geq \lambda$ . Пусть  $n_1 < n = \text{const} < n_2$ .

Решение этой задачи рассмотрено во многих руководствах [02, 05, 09, 022].

Задавая падающую волну и волну, прошедшую в среду 2, в виде (1.1) — (1.8), а волновое поле в слое — в виде

$$E_{\text{с.л.}} = A e^{i(\omega t - k_c r)} + B e^{i(\omega t - k'_c r)}$$

(где первое слагаемое справа изображает волны, иду-

щие от среды 1 к среде 2, а второе — идущие в обратном направлении), и обычные граничные условия на поверхностях раздела, получим для простейшего случая  $E = E_{\perp}$  или  $\dot{E} = E_{\parallel}$

$$\frac{E_r}{E} = \frac{r_1 + r_2 e^{2ik_c l \cos \varphi}}{1 + r_1 r_2 e^{2ik_c l \cos \varphi}}; \quad (21.1)$$

здесь  $r_1$  и  $r_2$  — коэффициенты Френеля (соответственно отношения  $E_{ir}/E$  для 1-й границы в отсутствие 2-й и для 2-й границы в отсутствие 1-й).

Ограничиваясь случаем  $\varphi=0$  и находя условие, при котором  $E_r=0$ , получим

$$n = \sqrt{n_1 n_2}, \quad l = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (m - \text{целое}),$$

Это — известное уравнение, применяемое при *просветлении оптики*. Аналогично можно найти и условие наибольшего отражения.

Задача может решаться также иными приемами:

а) можно проследить отдельно поведение волны, отраженной от 1-й границы, и волны, претерпевших одно, два, и более отражений от 2-й границы с последующей их суперпозицией. Этот метод, впервые примененный Эйри, удобен при рассмотрении отражения ограниченных пучков, особенно в интерференционных приборах [2]; б) можно также пользоваться понятием поверхностного импеданса [022]; это особенно удобно при приближенных расчетах отражения от металлов и отражения радиоволн, так как позволяет ограничиваться лишь параметрами верхней среды с хорошим приближением.

Очевидно, что эффект просветления весьма хроматичен, причем хроматичность растет с увеличением  $m$ . При  $\varphi \neq 0$  спектральные зависимости становятся сложными и немонокотными; подробный анализ для этого случая дан в работе [5]. Как было видно в предыдущих главах, без покрытия коэффициент отражения  $R_{\perp}$  всегда больше  $R_{\parallel}$ . Используя покрытия специального типа, можно получить  $R_{\parallel}$  равным или даже большим  $R_{\perp}$  [6].

Зависимость  $R = |E_r|/|E|$  от  $l$  показана на рис. 59, а, б. Наиболее характерно появление осциллирующей зависимости от толщины слоя. Если слой поглощает,

осцилляции  $R$  также имеют место, но размах их меньше и убывает с  $l$  (см. рис. 59, в); значение  $R$  при больших  $l$  очевидно приближается к значению  $R$  для отражения от границы среды и массивного вещества слоя за счет

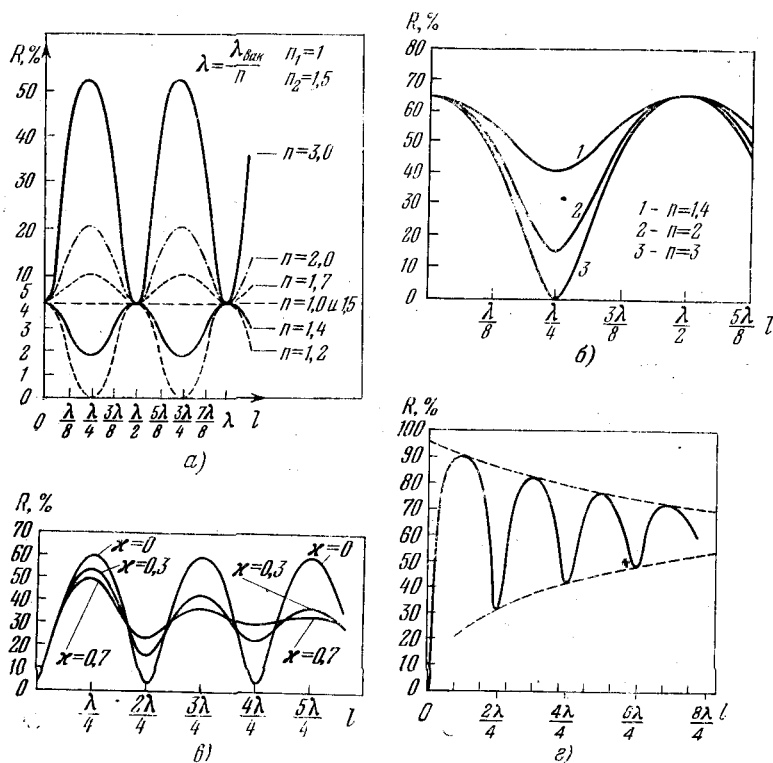


Рис. 59. Энергетический коэффициент отражения  $R$  прозрачного слоя в зависимости от его толщины  $l$  ( $l$  выражено в долях длины волны в слое).

а)  $n_1=1$ ,  $n_2=1,5$ ; б)  $n_1=1$ ,  $n_2=9$  (вода при  $\lambda_1=9,35$  см); в) энергетический коэффициент отражения  $R$  слоя при наличии в нем поглощения;  $n=3,5$ , поглощение — цифры у кривых; г)  $n_1=n_2=1$  и  $n=9$ ,  $\chi=0,8$ .

ослабления прошедшей волны. Отражение уже не равно нулю при любых толщинах слоя.

Весьма важен для практики случай, когда  $n_1=n_2$ , т. е. рассматривается отражение от пластинки, погру-

женной в однородную среду. Этот случай для изотропных сред рассматривается во многих руководствах ([02, 05, 09, 022], см. рис. 59, г).

Значительно сложнее решение последней задачи для анизотропной пластинки. Строгие расчеты при произвольной ориентации осей тензора  $\epsilon$  даны в работах [1, 7] для одноосных прозрачных кристаллов, в [8] — при наличии у кристалла оптической активности, и в [9] — в общем виде. Имеется решение для мутного слоя [10].

Все перечисленные расчеты и данные относятся к полностью когерентному излучению. В работе [11] приведены данные с учетом (существенного) влияния когерентности.

**Б. Неоднородный толстый слой;  $n$  непрерывно,  $dn/dz$  испытывает разрыв.** Для этого случая решено лишь несколько частных задач. Так, известно решение для переходного слоя (т. е. слоя, где  $n$  меняется от  $n_1$  до  $n_2$ ) с линейной зависимостью  $n^2(z)=\epsilon(z)$  [022, 1].

Для случая изменения  $n$  в слое по закону

$$z < 0: \epsilon = \epsilon_1, \quad n = n_1,$$

$$0 < z < l: \epsilon(z) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \frac{z}{l}; \quad n = \sqrt{n_1^2 + (n_2^2 - n_1^2) \frac{z}{l}},$$

$$z > l: \epsilon = \epsilon_2, \quad n = n_2,$$

решение находится в функциях Бесселя.

На рис. 60 показаны зависимости коэффициента отражения и разности фаз между  $E_r$  и  $E$  от  $\varphi$  для  $E_{\perp}$  в случае  $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{2}{1}$ ; показана та же зависимость для пропускания в среду 2 (через поверхность  $z=0$ ). Нарушения баланса энергии здесь нет, ибо, как указывалось на стр. 85, нормальная слагающая потока энергии через поверхность равна нулю и речь идет о потоке в среде 2, параллельном поверхности. Эта энергия аккумулируется в процессе установления поля, уравнениями Френеля для стационарного процесса не описываемого. На рис. 60 показана также зависимость  $R(\varphi)$  для случая  $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{1}{2}$ .

В работе [12] рассмотрена зависимость фазы от толщины для такого слоя; показано, что она осциллирует

вокруг нуля. Видно, что угловые зависимости — совершенно иные, чем для одной поверхности раздела.

Рассматривался также слой с зависимостью

$$z < 0: \quad \varepsilon = \varepsilon_1, \quad n = n_1,$$

$$0 < z < l: \quad \varepsilon(z) = \frac{a^2}{(b+z)^2}, \quad n = \frac{a}{b+z},$$

$$z > l: \quad \varepsilon = \varepsilon_2, \quad n = n_2.$$

На этом примере удобно подробнее рассмотреть зависимость от толщины. Выберем случай  $n_1 \ll n \ll n_2$ .

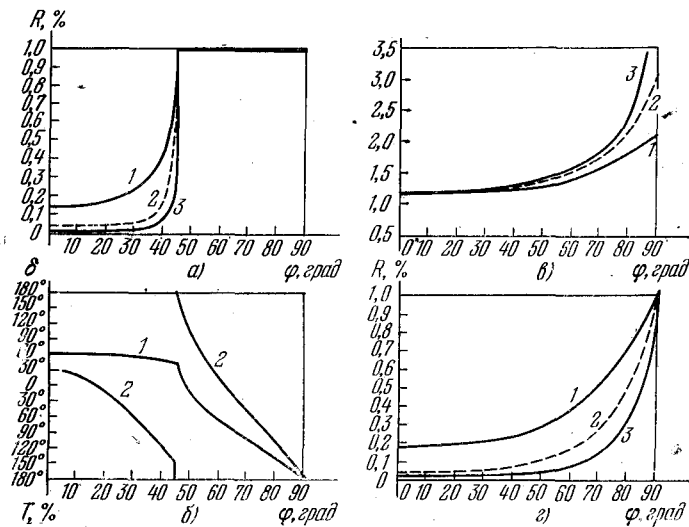


Рис. 60. Отражение при линейном изменении  $\varepsilon$  в слое (естественный свет).

а) Энергетический коэффициент отражения  $R$  при  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 2$ ; б) разность фаз между падающей и отраженной волнами для этого случая; в) пропускание  $T$  через переднюю поверхность в слой; г)  $R$  при  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 1/2$ . Кривые 1, 2, 3 получены для разных толщин слоя.

Пусть волна линейно поляризована и падает на слой нормально; среды немагнитны и прозрачны. Записывая уравнение Максвелла и граничные условия, находим значения  $E_r$  и  $E_d$ . Если толщина слоя  $l \gg \lambda$ , коэффициент

отражения равен

$$R = \frac{|E_r|^2}{|E|^2} = \frac{1}{4p^2} \sin^2 \left( p \lg \frac{n_2}{n_1} \right),$$

$$p = 2\pi \frac{n_1 n_2}{n_1 - n_2} \frac{l}{\lambda_1}.$$

Видно, что и здесь  $R$  осциллирует с ростом  $l/\lambda_1$ , но убывает неограниченно (пропорционально  $l^2$ ), в отличие от примеров, где  $n$  менялось скачком. Это означает, что при непрерывном изменении  $n(z)$  отражение стремится к нулю с ростом толщины слоя, т. е. со спадом градиента  $n$ ; этот вывод, как можно показать, справедлив, независимо от вида функции  $n(z)$  [105].

**В. Неоднородный толстый слой;  $n$  и  $dn/dz$  непрерывны.** Для выяснения хода явлений можно использовать хорошо изученный теоретически случай, когда

$$1 - \varepsilon(z) = 1 - n^2(z) = N \frac{e^{mz}}{1 + e^{mz}} + M \frac{4e^{mz}}{(1 + e^{mz})^2}.$$

Рассмотрим два наиболее наглядных случая [022, 1]: «Переходный слой»  $M=0$

$$n^2(+\infty) = 1 - N = n_2^2,$$

$$n^2(0) = 1 - N/2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2},$$

$$n^2(-\infty) = 1 = n_1^2.$$

«Симметричный слой»  $N=0$

$$n^2(+\infty) = 1 = n_2^2 = n_1^2,$$

$$n^2(0) = 1 - M = n_{\text{макс}}^2,$$

$$n^2(-\infty) = 1 = n_1^2 = n_2^2.$$

Зависимость  $n$  от  $z$  показана на рис. 61. За толщину симметричного слоя  $l$  можно принять удвоенное

расстояние от максимума до точки, где

$$1 - n^2(z) = \frac{1}{2} (1 - n^2(z)_{\text{макс}}).$$

Это будет

$$l_{1,2} = 0,28 \frac{2k_1}{m} = 3,52 \frac{1}{m}.$$

Ход отражения для переходного слоя при  $n_1=1$  и двух значениях  $n_2=n_{z \rightarrow +\infty}$  показан на рис. 62, а, б, а для симметричного для двух значений  $n_{\text{макс}}$  — на рис. 62, в, г. Видно, что  $R$  с увеличением  $l$  меняется монотонно; осцилляции с изменением толщины происходят только при наличии разрывов  $n$  или  $dn/dz$  (см. рис. 58, б). Видно также, что и здесь при нормальном падении отражение стремится к нулю с ростом толщины слоя, т. е. со спадом градиента  $n$ . Естественно, что это происходит при утолщении слоя при неизменном  $n_2$ ; если задать, например, убывание по определенному закону без этого ограничения, результат будет, конечно, иной. При неограниченном убывании  $n$  будет происходить полное отражение, а при возрастании его

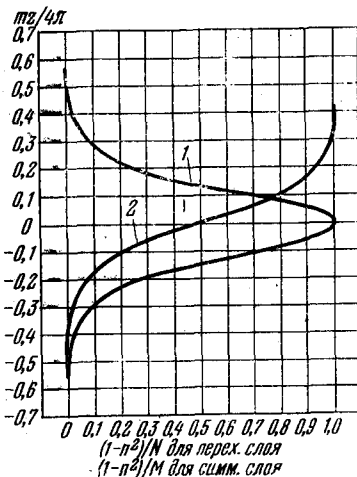


Рис. 61. Зависимость показателя преломления  $n$  от глубины  $z$  для «симметричного» (1) и «переходного» (2) слоев.

Обозначения даны в тексте. Отсчет  $z$  — от середины слоев.

будет происходить полное отражение, а при возрастании его

$$R = \frac{\lambda_1}{8\pi \cos^2 \varphi} \left( \frac{dn}{dz} \right)_{z=0}.$$

Для слоев с непрерывным изменением параметров можно, как и в случае скачкообразного их изменения, подобрать  $n(z)$  так, чтобы отражение отсутствовало [13]. Общие черты решения в общем виде для слоя, где  $\varepsilon$  и  $\mu$  — непрерывные (комплексные) функции  $z$ , имеющие производные до второй включительно, даны в работе [14].

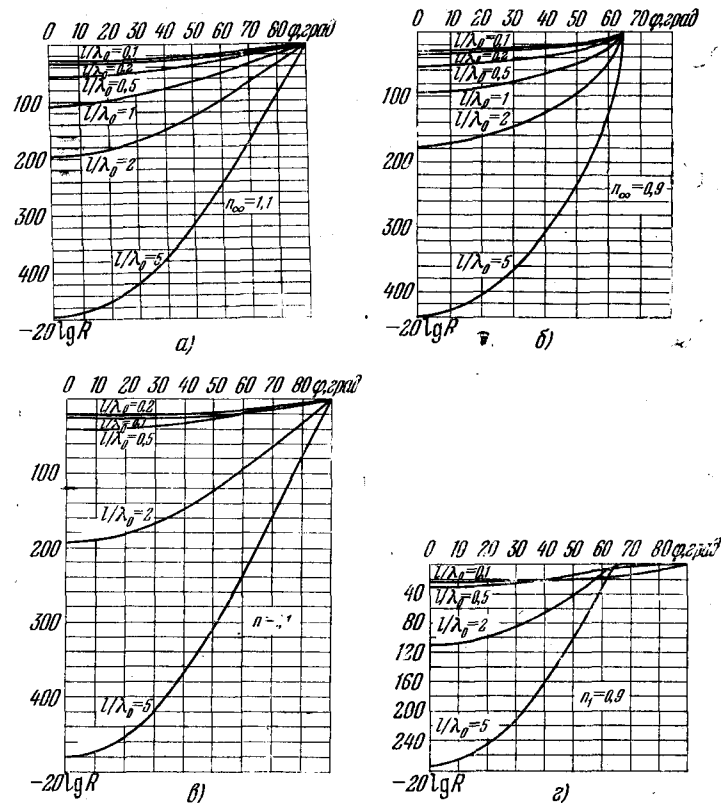


Рис. 62. Энергетический коэффициент отражения  $R$  в зависимости от угла отражения  $\varphi$  для слоев, показанных на рис. 61.

а) переходный слой,  $n_1=1, n_\infty=1,1$ ; б) переходный слой,  $n_1=1, n_\infty=0,9$ ; в) симметричный слой,  $n_1=n_2=1, n_{z=0}=1,1$ ; г) симметричный слой,  $n_1=n_2=1, n_{z=0}=0,9$ .

### § 22. Отражение при наличии тонких поверхностных слоев

Дать полное решение в общем виде для произвольной зависимости  $n(z)$  возможно лишь в случае очень тонкого слоя, для которого  $l/\lambda \ll 1$ . Поскольку макроскопический расчет допустим, если  $l \gg d$  (где  $d$  — характерный микроскопический размер среды, например, постоянная решетки, длина пробега, дебаевский радиус), границы применимости такого решения не очень широки (см. ниже).

Расчеты такого рода делались в последнее время [15] (где дан обзор более старых работ, см. также [16]). Предполагается, что показатель преломления  $n$  существующего на границе двух сред переходного слоя толщины  $l$  непрерывно меняется от  $n_1$  до  $n_2$ . Слой считается непоглощающим; решение задачи приближенно и дается в виде разложения по степеням  $l/\lambda$ . Применяется тот же метод, который упоминается на стр. 117 — среда разбивается на слои, параллельные поверхности, но толщина этих слоев выбирается  $> d$ , что необходимо для макроскопического расчета. Если расположить ось  $z$  нормально к плоскостям  $n = \text{const}$  и направить в глубь среды, а за ось  $x$  принять сечение указанной плоскости плоскостью падения (показатели преломления для этих направлений соответственно  $n_z$  и  $n_x$ ), то

$$E_{r\perp} = E_{\perp} (\alpha + i|\mathbf{k}|\beta + |\mathbf{k}|^2 \tau), \quad (22.1)$$

$$E_{r\parallel} = E_{\parallel} (\alpha' + i|\mathbf{k}|\beta' + |\mathbf{k}|^2 \tau'); \quad (22.2)$$

здесь  $\alpha$  и  $\alpha'$  определяются формулами (3.22) и (3.23);

$$\beta = 2n_1 \cos \varphi \frac{p - \ln_2^2}{(n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi)^2},$$

$$\beta' = 2n_1 \cos \varphi \frac{\ln_2^2 - p \cos^2 \psi - qn_1^2 n_2^2 \sin^2 \varphi}{(n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi)^2},$$

$$\tau = 2n_1 n_2 \frac{h - f}{(n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi)^2} \cos \varphi \cos \psi +$$

$$+ 2n_1 \cos \varphi \frac{p - \ln_2^2}{(n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi)^3} (-p + \ln_1^2 \sin^2 \varphi - \ln_1 n_2 \cos \varphi \cos \psi),$$

$$\tau' = 2 \frac{(f-h)n_1 n_2 \cos \varphi \cos \psi}{(n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi)^2} + 2 \frac{(s-r)n_1^2 n_2 \sin^2 \varphi \cos \varphi \cos \psi}{(n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi)^2} +$$

$$+ 2n_1 \cos \varphi \frac{\ln_2^2 - p \cos^2 \psi - qn_1^2 n_2^2 \sin^2 \varphi}{(n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi)^3} \times$$

$$\times (-\ln_1 n_2 - p \cos \varphi \cos \psi + qn_1^2 n_2 \sin^2 \varphi),$$

$$p = \int_0^l n_x^2(z) dz, \quad q = \int_0^l \frac{dz}{n_z^2(z)},$$

$$f = \int_0^l zn_x^2(z) dz, \quad h = \int_0^l p'(z) dz, \quad r = \int_0^l q'(z) n_x^2(z) dz,$$

$$s = \int_0^l \frac{p'(z)}{n_z^2(z)} dz, \quad p'(z) = \int_0^z n_x^2(\xi) d\xi; \quad q'(z) = \int_0^z \frac{d\xi}{n_z^2(\xi)}.$$

Если в этих формулах перейти к предельному случаю  $l=0$ , получаются формулы Френеля (3.22) и (3.23); таким образом, последние представляют собой нулевое приближение для реальных поверхностей раздела.

Ограничиваясь членами первого порядка относительно  $l/\lambda$  (т. е. полагая  $\tau = \tau' = 0$ ), получим формулу первого приближения

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)} \left\{ 1 + i \frac{4\pi d}{\lambda} \gamma_y \cos \varphi \right\}, \quad (22.3)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = -\frac{\text{tg}(\varphi - \psi)}{\text{tg}(\varphi + \psi)} \left\{ 1 + i \frac{4\pi d}{\lambda} \frac{\gamma_x \cos^2 \psi - \gamma_z \sin^2 \varphi}{\cos^2 \psi - \sin^2 \varphi} \cos \varphi \right\}; \quad (22.4)$$

здесь  $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$  — некоторые вещественные параметры решетки, зависящие, в частности, от выбора выражений, для  $E_{\text{вфн}}$ ,  $n$ , а  $d$  — ее постоянная. Если слой достаточно толст для применения макроскопического описания первого приближения, то

$$\gamma_x = \gamma_y = \frac{p - \ln_2^2}{d(1 - n_2^2)}, \quad (22.5)$$

$$\gamma_z = \frac{(l - qn_2^2)}{d(1 - n_2^2)}. \quad (22.6)$$

При таких значениях  $\gamma$  формулы (22.3)—(22.4) носят название *формул Друде*.

Эти формулы по виду совпадают с (11.5) и (11.6) и отличаются лишь значениями  $\gamma$ , что и следовало ожидать, поскольку принцип расчета, приведенный в § 11, пригоден для любых толщин [см. также (12.5)]. Этот факт позволяет попутно высказать утверждение, что наличие у среды не континуальной, а молекулярно-дискретной структуры с точки зрения отражения света формально эквивалентно наличию на поверхности сплошной среды некоторого поверхностного слоя (ср. § 11).

Как указывалось, расчеты применимы лишь при  $l \gg d$ , где  $d$  — микроскопически характерный размер среды; с другой стороны (особенно если ограничиваться первым приближением) должно быть  $l \ll \lambda$ , т. е.  $5 \text{ \AA} \ll l \ll 5000 \text{ \AA}$ .

Это говорит о том, что область строгой применимости формул Друде не особенно велика<sup>1)</sup>. Существуют и другие расчеты, где делаются несколько иные допущения и приближения. Таковы, например, формулы в работе [17], которые по измерениям, проведенным в работе [18], лучше согласуются с опытом.

Обзор некоторых работ такого рода дан в монографии [3] и обзоре [19] (см. также § 32). Следует полагать, что для разных объектов и разных толщин необходимо подбирать различные методики расчета и делать различные приближения и допущения. Отметим еще, что формулы Друде и при тонких пленках, лежащих на металле, применимы не для любых значений  $n$  [20]. Для диэлектрических пленок уже при  $l \sim 25 \text{ \AA}$  заметны отклонения [21].

Макроскопические формулы первого порядка для отражения от анизотропного слоя с учетом рассеяния в поверхностном слое, его дихроизма<sup>2)</sup> и двойного лучепреломления даны в работе [22].

<sup>1)</sup> В работе [10] дана даже более жесткая верхняя граница:  $l < 100 \text{ \AA}$  для первого и  $l < 1000 \text{ \AA}$  для второго приближений (различие между этими приближениями вряд ли столь велико).

<sup>2)</sup> Применимость формул Друде для (сильно) поглощающих слоев вызывает большие сомнения.

Из формул первого порядка следует, что при наличии поверхностного слоя  $E_{\parallel}$  при  $\varphi = \varphi_{\text{бр}}$  не обращается в нуль, фаза  $\delta$  меняется плавно и отраженный свет вблизи  $\varphi_{\text{бр}}$  поляризован эллиптически, т. е. имеют место все явления, описанные в § 6. Таким образом, отмеченные отступления от формул Френеля качественно объясняются предположением о наличии некоторого поверхностного слоя.

Отметим здесь, что в некоторых работах формулы Друде объявляются пригодными даже для мономолекулярных слоев и даже для отражения от поверхностей, лишь частично покрытых мономолекулярным слоем<sup>1)</sup>. Это, очевидно, ошибочно. Можно лишь отметить, что формулы (22.3) и (22.4), как будет показано ниже, пригодны и для мономолекулярных слоев, но с иными значениями  $\gamma$ . Поэтому в указанных работах просто подбираются формально некоторые эффективные значения параметров  $\gamma$ , лишенные физического содержания, и измеряется усредненная по полю зрения эллиптичность.

Если положить, как делалось выше,

$$\frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}} = \rho e^{i\Delta},$$

то из (22.3) и (22.4) можно, аналогично (12.3) и (12.4), получить

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{4\pi}{\lambda} (\gamma_x - \gamma_z) \frac{\cos \varphi \sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi}, \quad (22.7)$$

и для практически удобного значения  $\Delta = \pi/2$  для  $\frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}} = \operatorname{ctg} \alpha = 1$  эллиптичность  $\omega$  равна

$$\omega = \rho = \frac{\pi}{\lambda} (n^2 + 1)^{1/2} (\gamma_x - \gamma_z). \quad (22.8)$$

Ниже будет показано подробнее, что величины  $\gamma_x$  и  $\gamma_z$ , как это видно из формул (22.5) и (22.6), слабо зависят от  $\lambda$ , а  $(\gamma_x - \gamma_z)$  — тем более; от  $\varphi$  они не зависят вообще, если слой — непоглощающий. Структура формул

<sup>1)</sup> Так, Арчер и Гобели в работе [23] эти формулы считают годными до 0,02 монослоя и до 0,07  $\text{\AA}$ .

такова, что это обстоятельство можно использовать для проверки предсказываемых ими угловых и спектральных зависимостей без вычислений  $\gamma_c$ . Как показывает опыт, эти зависимости правильно предсказываются формулами. Примеры будут приведены в гл. 6.

Однако полную экспериментальную проверку формул (22.3) и (22.4) провести довольно трудно, ибо определение входящих в них величин независимым способом сложно, а часто и невозможно<sup>1)</sup>.

Обобщение формул (22.3) и (22.4) на случай среды с пространственной дисперсией дано в работе [25] (см. гл. 4, § 18). Значения эллиптичности немного изменяются, основное же отличие состоит в том, что эллиптичность должна наблюдаться и при  $\alpha=0$  или  $\pi/2$  (т. е. когда  $E_{\perp}$  или  $E_{\parallel}$  равны нулю), что формулы (22.3) и (22.4) не дают. Подобное же явление должно наблюдаться при наличии пространственной дисперсии и в отсутствие поверхностного слоя (см. § 18).

Формулы 2-го порядка дают более сложную картину. Оказывается, что угол Брюстера ( $\operatorname{tg} \varphi_{\text{бр}} = n$ ), «угол поляризации» ( $E_{\parallel}$  минимально) и «главный угол» ( $\Delta = \pi/2$ ) не совпадают и для непоглощающих сред. Это, как показали, например, работы, цитированные в гл. 1 ([57—59]), действительно имеет место, хотя различие не превышает  $1'$ . Расчет второго приближения дает также отражение при  $n_1 = n_2$ , полученное в экспериментах Вуда и Рэлея. Точных количественных проверок этих формул не производилось.

Рассмотренные формулы (22.3) и (22.4) получены методами классической электродинамики. Однако в ряде случаев (даже при толщинах, когда по изложенным критериям еще применима макроскопическая теория) необходимо учесть квантовые размерные эффекты. Движения и колебания частиц в направлении оси  $z$  оказываются квантованными. Эти эффекты могут проявляться уже при толщинах порядка  $l < 600\text{—}1000 \text{ \AA}$ , особенно в металлических и отчасти в полупроводниковых пленках.

При наличии квантовых размерных эффектов весьма существенно состояние поверхности; если поверхность

<sup>1)</sup> Наличие на поверхности пылинок и т. п. формально можно описать, введя некоторый условный поверхностный слой [24].

шероховата, должны возникать некоторые добавочные поверхностные локализованные состояния.

Некоторые теоретические и экспериментальные сведения о влиянии подобных эффектов на отражение для тонких пленок получены в работах [22—27]. Они играют роль и в сверхпроводящих пленках. Размерные эффекты имеют место, конечно, и в кристаллах. Для молекулярных кристаллов этот вопрос рассмотрел А. С. Давыдов [28] (см. также [29]).

Во всех случаях имеется немонотонная, осциллирующая зависимость эффективных оптических параметров от толщины пленки или кристалла (конечно, с иным, меньшим, периодом осцилляции, чем показанный на рис. 59, поскольку физические причины ее иные).

Экспериментально этот эффект может быть отделен от интерференции, кроме периода осцилляций (и факта их появления при  $l \ll \lambda$ ), по температурному ходу; при повышении температуры уровни расплываются и осцилляции становятся менее заметными.

Кроме специфических квантовых размерных эффектов, следует упомянуть также размерные эффекты, непосредственно с квантовой трактовкой не связанные. При отражении от тонкого слоя в области резонансов, если оптическая толщина его значительно меньше глубины проникновения и длины волны, должен проявляться кооперативный радиационный эффект, т. е. радиационная ширина соответствующих переходов возрастает и становится равной  $N\gamma$  (где  $N$  — число излучающих осцилляторов, а  $\gamma$  — радиационная ширина изолированного атомного осциллятора [30—31]).

Это, очевидно, одно из частных проявлений того обстоятельства, что рассмотренная выше интерференция первичной и всех вторичных волн в очень тонких слоях оказывается уже «неполной», и проявление связей осцилляторов, не учтенных в (10.1) и (10.6).

В последнее время приобрел большой интерес вопрос об отражении света тонким движущимся слоем — фронтом ударной волны. Оценки толщины этого слоя весьма грубы, и теория отражения почти не развита, хотя для исследователей эти явления весьма интересны и используются для качественных наблюдений.



## ГЛАВА ШЕСТАЯ

ВЛИЯНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ  
ПОВЕРХНОСТИ НА ОТРАЖЕНИЕ§ 23. Диэлектрические молекулярные кристаллы  
и жидкости

В § 6 были высказаны общие соображения о роли строения поверхности. Ниже рассмотрен лишь случай «молекулярно-гладкой» поверхности без загрязнений, окислов и т. п., когда ее структура связана с молекулярным строением чистого вещества.

Когда размеры поверхностного слоя становятся сравнимыми с характерным микроскопически размером среды  $d$ , феноменологическое описание невозможно и необходимо построить микроскопическую картину.

Единогласно подхода к построению теории связи структуры поверхности с характером отражения еще нет. При рассмотрении, например, поверхности диэлектрических (атомных или молекулярных) жидкостей вдали от областей резонансов в основном учитываются изменения в ориентации молекул и межмолекулярных расстояниях. Изменение энергетических уровней молекул (проявляющееся в изменении тензора поляризуемости) рассматривается как явление второстепенное.

Для полупроводников основным фактором является деформация энергетических зон и появление поверхностных состояний, поверхностных экситонов и др. В металлах, помимо этих факторов, важную роль играет отражение электронов проводимости от поверхности и изменения их скоростей в поверхностном слое.

В связи с этим дать общую теорию затруднительно.

Ниже рассматриваются некоторые примеры, позволяющие оценить влияние различных факторов на ход отражения и возможности методики.

Для диэлектрических молекулярных жидкостей и кристаллов наиболее удобно воспользоваться методом Д. В. Сивухина (см. § 22), поскольку он рассматривает вещества молекулярного строения, не ограничен предположениями о толщине слоя, пригоден и для слоев молекулярных размеров (до мономолекулярных), а параметры, характеризующие свойства слоя, выступают в явном виде. Могут быть применены формулы (22.3) и (22.4), в которых необходимо вычислить для данного случая величины  $\gamma_i$ . Для этого можно воспользоваться той же моделью кубической решетки, предполагая, однако, что ее поверхностные слои имеют отличную от толщи структуры.

В соответствии со сказанным следует предположить, что у поверхности как межмолекулярные расстояния, так и ориентации частиц — иные, нежели в объеме.

Пусть расстояния между слоями, параллельными поверхности  $d_{nz}$  ( $n$  — номер слоя от поверхности,  $n=0, 1, 2, \dots$ ), отличаются от  $d$  для первых  $N$  слоев, а (анизотропные) молекулы в этих  $N$  слоях расположены определенным образом, именно так, что главные оси тензора поляризуемости параллельны координатным осям (главные значения  $\beta_{0x}, \beta_{0y}, \beta_{0z}$ ). В последующих слоях (где  $n > N$ ) уже  $d_{nz}=d$ , а ориентации произвольны (средняя поляризуемость  $\beta$ ).

Д. В. Сивухин получил формулы

$$\gamma_x = \gamma_y = \frac{1}{1 - (A/2d^3)\beta_{0x}} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0x}}{\beta} + \frac{\beta_{0x}}{2d^3} \left( \frac{8\pi}{3} - A + B \right) \right\} \quad (23.1)$$

и

$$\gamma_z = \frac{1}{1 + (A/d^3)\beta_{0z}} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0z}}{\beta} - \frac{\beta_{0z}}{d^3} \left( \frac{8\pi}{3} - A + B \right) \right\}, \quad (23.2)$$

где  $A=9,035$  и  $B=0,329$ .

Можно провести расчеты несколько иначе, приняв  $d_{nz}=d$ , т. е., что расстояние между слоями у поверхности не меняется, но в плоскости первого слоя расстояния между молекулами  $d_{xy} \neq d$ , и обозначив  $d_{xy}/d = \sigma$ . Вместо

(23.1) и (23.2) тогда (пренебрегая  $B$ ) получим [1]

$$\gamma_x = d\sigma^{-2} \left( 1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\beta_{0x}}{\sigma^3 d^3} \right)^{-1} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0x}}{\beta} + \frac{4\pi}{3d^3} \left( 1 - \frac{1}{\sigma^3} \right) \beta_{0x} \right\} \quad (23.3)$$

и

$$\gamma_z = d\sigma^{-2} \left( 1 + \frac{8\pi}{3} \frac{\beta_{0z}}{\sigma^3 d^3} \right)^{-1} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0z}}{\beta} - \frac{8\pi}{3d^3} \left( 1 - \frac{1}{\sigma^3} \right) \beta_{0z} \right\}. \quad (23.4)$$

Таким образом, эллиптическая поляризация отраженного света [формулы (22.7) и (22.8)] связывается с параметрами, характеризующими структуру поверхности.

Применение изложенной теории к кристаллам наталкивается на ряд трудностей. Получение достаточно гладкой естественной поверхности с регулярной структурой затруднено наличием структуры роста, ступенчатостью, наличием дислокаций и других нарушений структуры. Практически любой способ полировки твердого тела существенно нарушает структуру поверхности на глубину до 100 мкм [2]. Единственный способ получения достаточно зеркальной поверхности с малодеформированной структурой — так называемая электрополировка [3—5]; однако она применима только для металлов и (с некоторыми оговорками) для полупроводников. Обзор современных методов очистки поверхностей дан в работах [6].

Вряд ли можно сомневаться в существовании на поверхности кристаллов особой, отличной от толщи структуры [7—10]<sup>1)</sup>, однако вдали от резонансов по указанным причинам экспериментально обнаружить ее чрезвычайно трудно, особенно по отражению<sup>2)</sup>.

Для жидкостей перспективы применения отражения гораздо более широки. Как известно, законченной теории жидкого состояния еще не существует: нет и полного представления о структуре ее поверхности. Поэтому возникающая здесь возможность исследования структуры поверхности представляет большой интерес для всей теории жидкого состояния, тем более что на поверхности,

<sup>1)</sup> О структуре поверхности кристаллов см. обзор [11].

<sup>2)</sup> Укажем, например, что на необработанной поверхности германия высокой чистоты электрографически показано существование слоя с особой структурой толщиной порядка  $10^{-7}$  см [12].

благодаря асимметрии внутреннего поля, отчетливее выступают особенности межмолекулярных взаимодействий; отражение становится ценным инструментом исследования. Перечисленные экспериментальные трудности здесь отпадают и жидкости представляют собой предпочтительный объект для проверки теории.

На этом примере следует остановиться подробнее, как как он весьма показателен. Чтобы судить о том, насколько возможно применять теорию, следует проанализировать имеющиеся сведения о структуре поверхности жидкостей.

Наличие поверхностного слоя с упорядоченным расположением и ориентацией молекул для тонких пленок жидкостей, слоев на границах раздела жидкость — жидкость и жидкость — твердое тело, по-видимому, твердо доказано экспериментально (см. [13—16] и приведенную там литературу). Ориентирующее влияние твердой стенки на жидкость простирается на расстояния до нескольких микрон. Что касается существования такого слоя на свободной поверхности жидкости, то ряд соображений делает его весьма вероятным [14—17]. Правда, экспериментальные данные косвенны, и прямых доказательств немного. В сущности, это лишь данные, к тому же весьма немногочисленные, рентгено- и электроструктурного анализа (обзор этих данных см. в [18, 19]). Вопрос о толщине поверхностного слоя еще дискутируется.

Вычисления для поверхности раздела бинарного изотропного раствора с его паром показывают [20], что граничный слой постепенно переходит в объем, а толщина его растет с  $T$  (обращаясь при  $T = T_{кр}$  в  $\infty$ ). Этот вывод, вероятно (поскольку авторы пользуются дырочной теорией), применим и к гомогенной жидкости («раствору из дырок и молекул»).

Методом коррелятивных функций для  $T \ll T_{кр}$  [21] толщина слоя  $l$  была оценена  $\leq 20 \text{ \AA}$ ; при повышении  $T$  значение  $l$  растет много быстрее расстояния между молекулами [22]. Это последнее расстояние оценивается в 2—3 межмолекулярных промежутка.

В работе [10] переход к объему получается плавным; толщины слоя оцениваются в 1—2 межмолекулярных расстояния с последующим переходом. Однако в более строгой статистической теории [17] поверхностный

слой получается плавным и протяженным лишь вблизи критической точки, при более же низких температурах свойства слоя должны осциллировать вдоль оси  $z$ , а протяженность его должна быть порядка константы  $\sigma$  потенциала Леннарда-Джонса, т. е.  $\sim 3-8 \text{ \AA}$  (см. также [23]). Близкий к этому выводу получен в работе [24], где толщина слоя отождествляется с «расстоянием корреляции», за пределами которого корреляционная функция пары молекул равна нулю.

Как видно, все теоретические соображения говорят о толщине слоя порядка не менее двух молекулярных слоев (см. также [25]).

Для простых жидкостей ( $\text{Ar}$ ,  $\text{N}_2$ ) согласно работе [26] толщина — порядка восьми молекулярных слоев; для сложных, видимо, может быть и больше. На основании термодинамических расчетов [27] для толщины поверхностного слоя получены значения от 1,4 до 8,7  $\text{ \AA}$ .

Прямых экспериментальных сведений о межмолекулярных расстояниях нет. Однако само представление об отличии поверхности от объема, естественно, влечет за собой и предположение об иных расстояниях. Таким образом, для жидкостей исходные предположения теории оправданы.

С введением ряда упрощающих допущений предыдущий расчет был распространен на жидкость, причем ее молекулы предполагались анизотропными, и для главных поляризуемостей записывалось

$$\beta_{0x} + \beta_{0y} + \beta_{0z} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 3\beta,$$

(если ориентации молекул различны, как это предполагается для жидкостей, например, теория [28], за  $\beta_{0i}$  можно принять усредненные по всем молекулам слоя величины).

Здесь получены следующие выражения [1]:

$$\gamma_x = \gamma_y = \left(1 - \frac{4\pi}{3b^3} \beta_{0x}\right)^{-1} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0x}}{\beta} + \frac{B}{2b^3} \beta_{0x} \right\}, \quad (23.5)$$

$$\gamma_z = \left(1 + \frac{8\pi}{3b^3} \beta_{0z}\right)^{-1} \left\{ \frac{\beta - \beta_{0z}}{\beta} - \frac{B}{b^3} \beta_{0z} \right\}, \quad (23.6)$$

$b^3$  — объем, приходящийся на одну молекулу жидкости.

Формулы показывают, что и при  $\beta_{0x} = \beta_{0z} = \beta$ , т. е. при хаотической ориентации, и  $b = b_z$  некоторый эффект

остается:

$$\gamma_x = \left(1 - \frac{4\pi}{3b^3} \beta\right)^{-1} \frac{B\beta}{2b^3} = \frac{B\beta}{2b^3 - \frac{8\pi}{3}\beta}, \quad (23.7)$$

$$\gamma_z = \left(1 - \frac{8\pi}{3b^3} \beta\right)^{-1} \frac{B\beta}{b^3} = \frac{B\beta}{b^3 - \frac{8\pi}{3}\beta}. \quad (23.8)$$

Эти формулы весьма близки к формулам (12.5).

Для грубых оценок можно использовать также формулы (23.3) и (23.4), заменив  $d_z$ ,  $d_{xy}$  на  $b_z$ ,  $b_{xy} \neq b$ ; однако теоретически это мало оправдано.

Несколько иначе вычисляется параметр  $(\gamma_x - \gamma_z)$  в работах [21, 29, 30]. Пренебрегая взаимодействием жидкости и пара, авторы находят унарную  $F_1(z)$  и бинарную  $F_2(z, z')$  функции распределения в поверхностном слое по методам, предложенным в работах [23, 31].

Ограничиваясь суперпозиционным приближением, бинарную функцию выражают через унарную и радиальную функции распределения:

$$F_2(z, z') = F_1(z) F_1(z') q(r).$$

Для унарной функции принимается формула

$$F_1(z) = 1 - \frac{2\pi}{b^3} \int_z^\infty dt \int_t^\infty \{q(r) - 1\} r dr,$$

где  $q(r)$  — радиальная функция распределения [23].

Для  $(\gamma_x - \gamma_z)$  получено выражение

$$\gamma_x - \gamma_z = \pi\beta \int_0^\infty F_1(z) \left\{ 1 - 3/4 \int_0^\infty F_1(z') Q(|z - z'|) dz' \right\} dz, \quad (23.9)$$

где

$$Q(|z - z'|) = \int_{|z-z'|}^\infty \frac{1}{r^4} q(r) [r^2 - 3(z - z')^2] dr.$$

Всеми ориентационными эффектами здесь пренебрегается.

В качестве  $q(r)$  принимается асимптотическое выражение функции, предложенной для жидких  $\text{Ar}$ ,  $\text{Ne}$  [32].

## § 24. Проверка общих положений теории и сравнение с экспериментом

Для проверки общего вывода теории, связывающей  $\Delta$ ,  $\rho$  с существованием поверхностного слоя, необходимо сравнить с опытом общие выражения для  $\rho$  и  $\Delta$ , следующие из (22.7) и (22.8) и не зависящие от размеров слоя и предположений о его структуре [ср. также формулы (12.3) и (12.4)].

Определяя для некоторого значения  $\lambda_0$  величины  $(\gamma_x - \gamma_z)$  по измерениям  $\rho(\lambda_0, \varphi_{бр})$  и зная  $n(\lambda_0)$ , можно

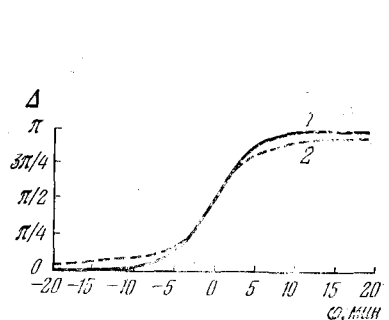


Рис. 63. Зависимость разности фаз  $\Delta$  между компонентами в отраженном свете от угла падения  $\varphi$ . За нуль принят угол Брюстера (граница воздух — 0 ксилол,  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ ); 1 — теория, 2 — эксперимент.

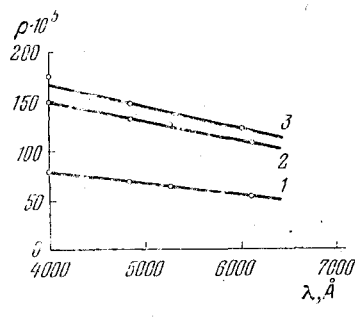


Рис. 64. Зависимость эллиптичности отраженного света  $\rho$  при отражении под углом Брюстера от длины волны: 1 — этиленгликоль, 2 — циклогексанол, 3 — хлорбензол; точки — экспериментальные данные.

вычислить  $\Delta(\lambda_0, \varphi)$  и  $\rho(\lambda_1, \varphi_{бр})$ . На рис. 63 и 64 показаны эти зависимости для некоторых гомогенных жидкостей [18, 19]. Согласие с теорией хорошее; оно подтверждает справедливость формул и возможность их применения к слоям молекулярных размеров.

Проведены также измерения степени эллиптической поляризации света, отраженного монослоями жирных кислот<sup>1)</sup> (рис. 65 и табл. 1).

<sup>1)</sup> Известно, что жирные кислоты, растекаясь по поверхности воды, образуют мономолекулярную пленку.

Таблица 1

Кислота	Коэффициент эллиптичности света, отраженного чистой кислотой	Коэффициент эллиптичности света, отраженного монослоями на воде	
		данные работы [19]	данные работы [33]
Пальмитиновая	$106 \cdot 10^{-5}$ ( $T = 110^\circ$ )	$563 \cdot 10^{-5}$	$633 \cdot 10^{-5}$
Стеариновая	$108 \cdot 10^{-5}$ ( $T = 80^\circ$ )	$672 \cdot 10^{-5}$	$650 \cdot 10^{-5}$

Угловые и спектральные зависимости в этом случае имеют тот же вид, что на рис. 63, и столь же хорошо согласуются с теорией. Таким образом, независимо от механизма явления и значений  $\gamma_i$  формулы (12.3) и (12.4) оказываются справедливыми, а величина  $\rho$  (эллиптичность отраженного света при  $\varphi = \varphi_{бр}$ ) может служить некоторым эмпирическим мерилем отличия свойств поверхности от толщи вещества.

Для иллюстрации возможностей исследований по отражению света рассмотрим вопрос подробнее.

Проводились исследования эффекта для свободной поверхности некоторых жидкостей [34—37], причем количественной интерпретации не делалось. Общие недостатки указанных работ — недостаточная очистка веществ<sup>1)</sup> и недостаточная чистота (открытой) поверхности. Между тем для поверхностных явлений чистота особенно важна. Даже малые примеси, не меняющие заметно свойства вещества в объеме, могут, если они поверхностно активны, исказить структуру поверхности. Открытая поверхность жидкости, находящаяся в контакте с атмосферой, постепенно «портится»;

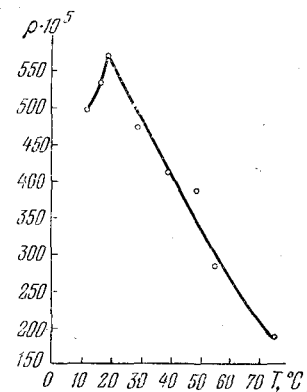


Рис. 65. Зависимость эллиптичности  $\rho$  от температуры  $T$  для слоя пальмитиновой кислоты на воде.

<sup>1)</sup> В последней по времени работе [36] применялись устаревшие методы очистки, поэтому значение  $\rho$  для воды получено порядка  $100-250 \cdot 10^{-5}$ , тогда как уже в работах Рэлея [37] получено  $\sim 40 \cdot 10^{-5}$ .

в частности, возрастает значение  $\rho$ , что свидетельствует о возникновении поверхностного слоя загрязнений.

Зависимость от температуры в указанных работах не исследовалась.

В ряде работ [18, 19, 38] производилось обширное (около 100 жидкостей) исследование. Для полного устранения возможных загрязнений и измерения зависимости от температуры была произведена особая очистка веществ и измерения в запаянных под вакуумом кюветках. В результате очистки величины  $\rho$ , как и следовало ожидать, снижаются по сравнению со значением, полученным при открытой поверхности; последние этапы очистки уже практически не имеют значения. Это говорит о том, что необходимая для данного случая чистота поверхности достигнута и остаточное значение  $\rho$  обусловлено уже не загрязнениями поверхности, а определенными свойствами молекулярной структуры ее.

В табл. 2 и 3 (ср. также рис. 32) приведены некоторые результаты измерений эллиптичности (величина  $\omega = \rho$  при  $\varphi = \varphi_{бр}$ ) и расчетов по формулам (23.5) —

Таблица 2

Жидкость	Оптическая анизотропия молекул, $\gamma^2 \cdot 10^{16}$	$\rho \cdot 10^5$		
		эксперимент	теория	
			расчет по [1]	расчет по [30]
Нитрометан	21,8	35	279	—
Вода	—	45	—	57
Метиловый спирт	1,6	46	125	—
Гексан	15,0	80	160	105
Бензофенон	138,0	80	290	—
Октан	28,0	90	178	122
Этиловый спирт	2,0	95	104	—
Нитробензол	75,4	97	260	—
Четыреххлористый углерод	0	107	16	114
Циклогексан	5,9	110	70	104
Олово четыреххлористое	0	110	20	—
Толуол	48,0	114	214	130
Метилэтилкетон	11,3	120	151	—
Хлорбензол	54,5	123	234	135
Бензол	35,5	127	147	122
Пиридин	32	151	177	—
Дибромметан	—	180	—	—

(23.9). Можно сделать следующие общие выводы (не зависящие от теоретической интерпретации):

1. Величина  $\rho$  меняется в сравнительно узких пределах — от  $35 \cdot 10^{-5}$  до  $220 \cdot 10^{-5}$ , а для подавляющего большинства жидкостей — от  $60 \cdot 10^{-5}$  до  $180 \cdot 10^{-5}$ .

2. Имеется вполне закономерный ход в гомологических рядах. В начале ряда  $\rho$  быстро растет, а затем стремится к определенному пределу.

Таблица 3

Жидкость	Оптическая анизотропия молекул $\gamma^2 \cdot 10^{16}$	Эксперимент	$\rho \cdot 10^5$			
			Теория [1], расчет по формулам (23.5) и (23.6)			
			$\beta_{Oz} = \beta_3$	$\beta_{Oz} = \beta_2$	$\beta_{Oz} = \beta_1$	$\beta_{Oz} = \beta_{Oz} = \beta_{cp}$
Нитрометан	21,8	35	279	56	—	10
Метиловый спирт	1,6	46	125	-1,8	—	8,5
Дибромбензол	130,0	92	329	5,6	—	22
CCl <sub>4</sub> ( $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$ )	0	105	—	—	—	16
Нафталин	190,0	110	350	63,2	-466	23,4
Дифенил	160,0	120	220	164	—	35
Бензол ( $\beta_2 = \beta_3$ )	35,0	127	147	—	-109	17,5
CS <sub>2</sub> ( $\beta_2 = \beta_3$ )	92,0	142	412	—	—	27

Исследование зависимости эллиптичности от температуры приводит к результатам, показанным на рис. 66. С несомненностью установлена значительная зависимость эффекта от температуры. У большинства жидкостей, точка затвердевания которых лежит в изученном интервале, явно заметен крутой спад вблизи точки затвердевания и значительно более пологий ход вдали от нее.

Ход кривых вдали от точки затвердевания (на расстоянии более  $10-30^\circ$ ) коррелирует с параметрами, характеризующими ориентирующие взаимодействия в жидкости [19, 38]. Это позволяет высказать предположение, что для жидкостей, где  $\rho$  сильно убывает с температурой, возникновение эллиптичности обусловлено в значительной мере ориентационными эффектами — различиями во взаимной ориентации молекул в толще и на поверхности, убывающими, как всякий ориентационный эффект, с температурой. Действительно, для одноатомных спиртов и карбоновых кислот у поверхности рент-

генографическими методами найдена большая степень упорядоченности, чем в объеме; она не обнаружена у

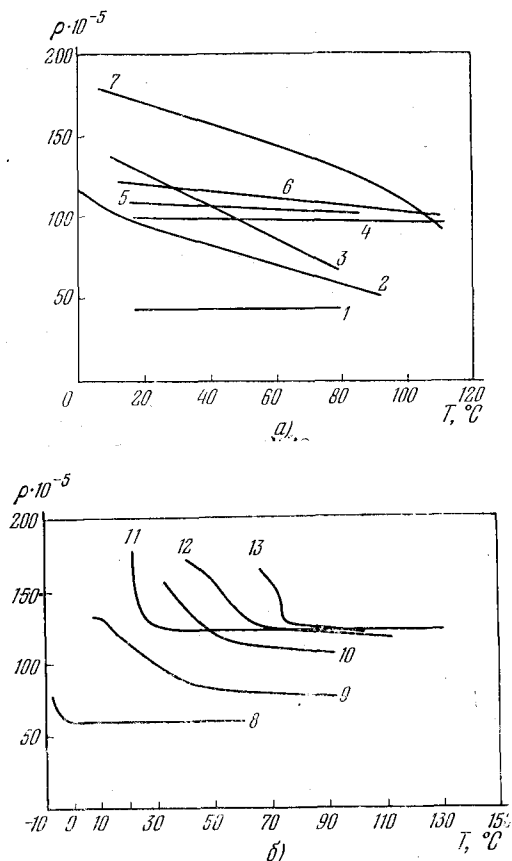


Рис. 66. Зависимость эллиптичности отраженного света  $\rho$  от температуры  $T$ .

( $\lambda=5160 \text{ \AA}$ , отражение под углом Брюстера); а) 1 — нитрометан, 2 — капроновая кислота, 3 — дихлорэтан, 4 —  $\text{CCl}_4$ , 5 — масляная кислота, 6 — хлорбензол, 7 — дибромметан; б) 8 — бензофенон, 9 — бромистый этилен, 10 — 0-нитрофенол, 11 — циклогексанол, 12 — метилнафталин, 13 — дифенил [18, 19, 38].

предельных углеводов, двухатомных спиртов и дикарбоновых кислот. В полном согласии с этим у предельных углеводов и этиленгликоля температурный

ход  $\rho$  отсутствует, а у одноатомных спиртов и предельных кислот он довольно значителен.

Для веществ с изотропными молекулами, где фактор ориентации не должен играть роли, зависимости от температуры нет; и здесь высказанные предположения оправдываются. Для очень многих веществ, где зависимости от температуры нет, значения  $\rho$  довольно велики. Поскольку среди этих жидкостей имеются и такие, у которых анизотропия свободных молекул не мала, для них, видимо, эффект ориентации молекул не играет столь большой роли (может быть, потому, что в пограничном слое сохраняются большие углы между их осями). Во всяком случае, ориентационные эффекты явно выделяются и наблюдаются с помощью данной методики достаточно четко.

Вместе с тем, очевидно, существует и другая причина отличия свойств поверхности от объема, кроме эффекта ориентации. Эта причина, несомненно, может заключаться только в отличии функции распределения у поверхности от таковой в толще.

Расчет по формулам (23.5) и (23.6) основан на предположении, что на поверхности молекулы расположены своими осями наибольшей поляризуемости перпендикулярно к ней (именно такое предположение обычно делается в теории поверхностных явлений). Если расположить так оси наименьшей поляризуемости, то  $\rho$  будет иметь неверный знак (минус). В табл. 3 даны результаты расчетов для промежуточной ориентации и для полного отсутствия преимущественных ориентаций. Видно, что значения для сильно анизотропных молекул завышены, а для изотропных — занижены, т. е. роль ориентации преувеличена.

Это можно объяснить либо неполной ориентацией в поверхностном слое, либо расположением осей соседних молекул под некоторыми углами.

Вопрос о корреляции ориентаций молекул рассматривался во многих работах. В работе [39] показано, что следует предположить сравнительно большие углы между осями соседних молекул, а в работах [40—42] вычисляется наиболее выгодный угол между осями соседних свободных молекул; он лежит в пределах  $60\text{--}90^{\circ}$ . Расчеты выполнены для свободных молекул и

непосредственно к поверхности неприменимы; однако и здесь можно ожидать непараллельного расположения осей. Это, очевидно, приведет также к уменьшению эффективного  $\beta_{0i}$  (см. также [43]).

Наконец, желательно учесть анизотропию внутреннего поля; можно попытаться вместо обычного выражения Лоренц — Лорентца

$$E_{\text{эфф}} = E + \frac{4\pi}{3} P, \quad (24.1)$$

принять для различных направлений [44—46]

$$E_{\text{эфф},i} = E_i + \xi_i P_i. \quad (24.2)$$

Если воспользоваться значениями  $\xi_i$ , найденными для кристалла дифенила ( $\xi_1=6$ ;  $\xi_2=4$ ;  $\xi_3=2,5$ ) [47], то при нормальной к поверхности оси 2 получим по (24.1)  $\rho=220 \cdot 10^{-5}$ , а по (24.2) —  $179 \cdot 10^{-5}$ ; при нормальной оси 3 — соответственно получим  $164 \cdot 10^{-5}$  и  $119 \cdot 10^{-5}$ . Как видно, согласие с опытом становится лучше; однако для жидкостей поправка, конечно, много меньше.

Развивая теорию Сивухина для бимолекулярного слоя (считая, что ориентация во втором слое — такая же, как в первом), получим:

	$(\gamma_x - \gamma_z)_{\text{мон}}$	$(\gamma_x - \gamma_z)_{\text{бимол}}$
Парадихлорбензол	3,72	4,08
	3,75	4,40
Нитрометан	2,84	3,21

т. е. согласие с опытом не улучшается  $[(\gamma_x - \gamma_z)$  растет, а не падает].

Формулы (23.9) хорошо согласуются с опытом для изотропных молекул, но не объясняют сильной и разнообразной зависимости от температуры для анизотропных. Видимо, теории удачно дополняют одна другую и оба фактора играют известную роль в явлении. На основании этого в дальнейшем была дана формула,

описывающая влияние обоих факторов [30]:

$$\gamma_x - \gamma_z = \left\{ \frac{\beta_{0z} - \beta_{0x}}{\beta} + \frac{4\pi\beta}{3b^3} \left[ \frac{2\beta_{0z}}{\beta} \left( 1 - \frac{\beta_{0z}}{\beta} \right) + \frac{\beta_{0x}}{\beta} \left( 1 - \left( \frac{\beta_{0x}}{\beta} \right) \right) \right] \int_0^{\infty} F_1(z) dz + \frac{1}{3} \left( \frac{2\beta_{0z}^2}{\beta^2} + \frac{\beta_{0x}^2}{\beta^2} \right) (\gamma_x - \gamma_z)_{\text{изотр}} \right\}; \quad (24.3)$$

здесь через  $(\gamma_x - \gamma_z)_{\text{изотр}}$  обозначена величина, полученная по формуле (23.9). Результат, как и выше, зависит от предположений о характере ориентации молекул.

Предположив (см. табл. 3)  $\beta_{0z} = \beta_1$ , получаем хорошее согласие с опытом [30]; если положить  $\beta_{0z} = \beta_3$ , результаты в случае анизотропных молекул получатся завышенными. Наличие температурного хода получает объяснение.

## § 25. Явления отражения в области кристаллизации

Ход политерма эллиптичности отраженного света вблизи равновесной номинальной температуры кристаллизации  $T_{\text{крист}}$  и при переохлаждении показан на рис. 66, б, а с большими подробностями — на рис. 67. У всех жидкостей, где  $T_{\text{крист}}$  лежит в изученном интервале, заметен наступающий крутой подъем политермы вблизи  $T_{\text{крист}}$ ; изломы выходят далеко за пределы точности измерений. Этот эффект, несомненно, функционально связан с процессом кристаллизации. Так, для изомеров ксилола ход вдали от  $T_{\text{крист}}$  одинаков. Вблизи  $T_{\text{крист}}$ , равной для пара-, мета- и ортоксилолов соответственно +13, —25, —47, кривые расходятся.

Для уксусной кислоты ход явлений вдали от  $T_{\text{крист}}$  не зависит от примеси воды (поверхностно-активной компонентой служит кислота), но вблизи у тщательно обезвоженного препарата подъем  $\rho$  крут, а по мере внесения воды, сильно снижающей  $T_{\text{крист}}$ , кривые идут все более полого [19, 38]. Для сильно переохлаждающихся бензофенона и салола ход явлений зависит от внесения кристаллов (которое делалось без нарушения вакуума) или от «предыстории» образца.

При медленном расплавлении с медленным подходом к  $T_{\text{крист}}$  и при охлаждении после прогрева до  $150^\circ$ ,

уничтожившего зародыши, ход  $\rho(T)$  в этой области различен. Когда салол при охлаждении застекловывается, политерма  $\rho(T)$  после перехода области стеклования снова идет почти горизонтально.

Подобный же «гистерезис» получен для нафталина, фенола, дибромбензола, ацетамида.

Вместе с тем, для жидкостей, «тренированных» многократными сильными прогревами, где кристаллизация наступала уже при

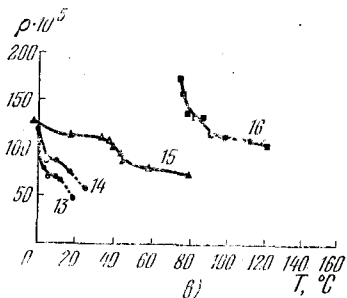
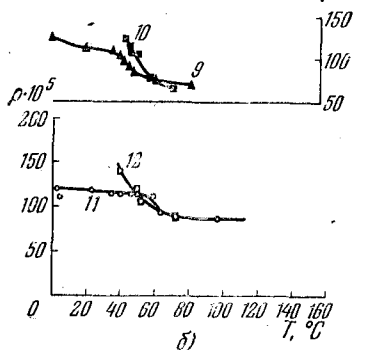
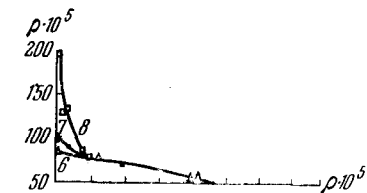
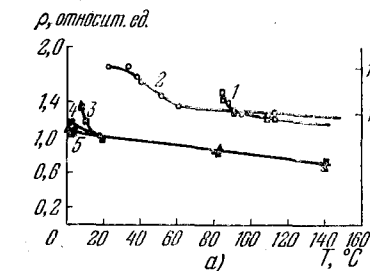


Рис. 67. Зависимость эллиптичности  $\rho$  отраженного света от температуры  $T$  (с подробностями эксперимента).

а) 1 — *п*-хлорнитробензол, 2 — *о*-хлорнитробензол, 3 — *п*-ксилол; 4 — *о*-ксилол, 5 — *м*-ксилол, б) 6 — уксусная кислота со следами воды, 7 — то же, несколько обезвоженная, 8 — то же, высшей очистки, 9 — салол, медленное охлаждение и стеклование, 10 — то же, при охлаждении внесены кристаллы, 11, 12 — то же для бензофенона; в) 13 — вода без очистки, 14 — то же, высокой очистки, 15 — салол, стеклование, 16 — ацетамид [18, 19, 38].

одной и той же определенной  $T$ , результаты при нагреве и охлаждении совпадают хорошо.

Отмечается связь хода кривых с индивидуальными свойствами вещества. Так, перегиб кривых в области  $4^\circ$

у воды, видимо, связан с известным резким изменением ее структуры, характера связи и межмолекулярных расстояний, а общий крутой ход — с постоянным изменением характера связей [48—51].

У монокрипно-полиморфных веществ отмечаются перегибы кривых при температурах, соответствующих переходам в кристаллической фазе и т. д.; подробный анализ дан в работах [19, 38].

Можно, по-видимому, предположить следующую схему явлений. Хорошо известно, что структура жидкостей сильно меняется с температурой. В общем случае в жидкости в интервале от  $T_{\text{крист}}$  до  $T_{\text{кр}}$  можно усмотреть три области состояний, условно назвав их: 1) квазикристаллической вблизи  $T_{\text{крист}}$ ; 2) свободного вращения и малой упорядоченности — вблизи  $T_{\text{кр}}$ ; 3) промежуточной.

В различных жидкостях та или иная область может быть и не представлена (например, свободное вращение наблюдается лишь в немногих простых жидкостях —  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{CH}_4$  и некоторых других), у инертных газов «квазикристаллическость» отсутствует. С другой стороны, у такой жидкости, как  $\text{H}_2$ , отмечено [52] появление в жидкости за  $6^\circ$  до  $T_{\text{крист}}$  структуры, сохраняющейся затем почти неизменной при кристаллизации и глубоком охлаждении; видимо, это говорит о возникновении в жидкости подобия кристаллической структуры.

Области могут быть резко ограничены скачкообразным изменением параметров и даже образовывать особую фазу (например, жидкие кристаллы с квазикристаллическим строением, создающим макроскопическую анизотропию, или пластические кристаллы, где и в «квазитвердой» фазе есть свободное вращение).

В большинстве же сравнительно простых жидкостей изменение параметров (например, координационное число  $z_1$ , вязкость  $\eta$ , характеризующая ближний порядок) монотонно, и усмотреть определенные границы областей можно не всегда, чаще речь идет просто о постепенном увеличении  $z_1$  или  $\eta$ .

Таким образом, у всех «обычных» жидкостей со снижением температуры  $T$  происходят заметные изменения структуры, обычно сильно нарастающие при приближении к  $T_{\text{крист}}$  и заключающиеся в приближении  $z_1$  к  $n_1$



(координационное число в кристалле) и некотором упорядочении. Это нарастание может быть монотонным, а для некоторых веществ — с определенного момента резко возрастет; в последнем случае часто применяют термин «предкристаллизация» (см. монографию [53]).

Все теории жидкого состояния, в частности, и наиболее строгая статистическая [17], приходят к выводу, что в непосредственной близости к точке затвердевания структура жидкости значительно упорядочивается. Это подтверждают и данные нейтронографии.

В работах [54, 55] на моделях показано, что при наличии поверхности около нее наблюдается значительно большее упорядочение, чем в объеме. Если принять эту точку зрения, то полученные результаты естественно объясняются наступающим при приближении к точке затвердевания упорядочением, значительно сильнее развивающимся и дальше идущим вблизи поверхности.

Иначе можно сказать, что «кристаллизация подготовляется с поверхности». Подобный вывод кажется естественным следствием большей упорядоченности у поверхности, структура здесь ближе к кристаллической. Если это так, то изменение величины  $\rho$  показывало бы степень относительного упорядочения у поверхности, а температура, при которой начинается подъем  $\rho$ , дает ту границу, начиная с которой упорядочение становится существенным, и то расстояние от  $T_{затв}$ , на котором можно говорить, в меру указанных выше соображений о «квазикристаллической области» или «области предкристаллизации», хотя содержание этих понятий разные авторы толкуют по-разному.

Такая точка зрения означает также, что отмечаемое упорядочение на поверхности представляет собой весьма универсальное свойство всех жидкостей.

Независимо от деталей теоретической трактовки, важно отметить следующие общие положения, отчетливо видные из приведенных примеров:

1) 1—2 молекулярных слоя дают экспериментально обнаружимый вклад в отражение; при наблюдении «на просвет» этот вклад не обнаруживается.

2) Из анализа параметров отраженного света можно извлечь весьма большую информацию о структуре поверхности, процессах кристаллизации и др.

3) Отсюда же можно получить информацию о мономолекулярных адсорбционных слоях на поверхности, ее загрязнениях.

4) Независимо от применимости изложенных теорий, экспериментально доказана высокая чувствительность параметра эллиптичности к самым разнообразным факторам и влияниям.

5) Описанный метод по существу является «нулевым», ибо эллиптичность характеризует отличия структуры поверхности от объема.

В последнее время предложена строгая теория отражения от поверхностного мономолекулярного слоя, лежащего на подложке. Подложка рассматривается как классическая континуальная среда с показателем преломления  $\nu = n - ik$ , а излучение молекул слоя рассчитывается методами квантовой электродинамики. Далее анализируется интерференция сферических волн, рассеянных молекулами адсорбата, и плоских волн от подложки (получаемых макроскопическим расчетом обычного типа). Молекулы слоя характеризуются компонентами поляризуемости в направлениях  $\perp$  и  $\parallel$  поверхности. Расчет проведен для нескольких газов, адсорбированных на кремниевой подложке, поэтому провести прямое сравнение с формулами Сивухина затруднительно; однако расхождение получается не более 50—70%, что в данном случае вполне удовлетворительно.

Если среда обладает пространственной дисперсией, отражение при наличии поверхностного слоя может быть рассчитано по формулам, упомянутым в гл. 5 (ссылка [25]), где, однако, параметры  $\gamma_x$ ,  $\gamma_z$ ,  $\theta'$ ,  $\theta''$  должны быть выведены на основании микротемории в духе расчетов § 23; ожидаемая добавочная эллиптичность вдали от резонансов по оценкам должна быть менее  $10^{-4}$ . В работах [18, 19] были проведены измерения для оптически активных жидкостей — скипидара и расплава бензола, однако добавочный эффект не обнаруживался; вероятно, это обусловлено его малостью (ср. § 18 и ссылки [2, 3] гл. 4).

Во всех изложенных теориях решалась статическая задача, т. е. не учитывалось взаимодействие с фоновыми. Между тем, фонный спектр у поверхности — иной, нежели в объеме [10]; здесь кроме обычных

рэлеевских капиллярных волн<sup>1)</sup>, существуют особые поверхностные моды [57, 58].

Эти вопросы особенно важны для молекулярных кристаллов и для инфракрасной области (см. стр. 222).

### § 26. Явления в растворах

Как известно, в смесях и растворах взаимодействия молекул с одноименными и разноименными соседями различны. Это различие особенно явно и удобно проявляется для наблюдения в поверхностных слоях, где велика асимметрия и анизотропия поля; эти слои обеднены более сильно взаимодействующими молекулами того компонента, у которого поверхностное натяжение сильнее. Таким образом, на поверхности имеется слой («слой Гиббса»), существенно отличающийся по свойствам от толщи раствора. Исследование этого слоя позволяет судить об указанных взаимодействиях и о характере поля. Оценка толщины этого слоя дает сведения о радиусе действия сил. Экспериментальных доказательств существования такого слоя весьма много [15, 25, 28, 59, 60], однако сведений о толщине его почти нет; мало известно также о его свойствах.

В работе [26] толщина слоя Гиббса определена порядка 8 слоев, как и для чистых жидкостей. Существование этого слоя доказывалось, в частности, методом измерения эллиптичности отраженного света [35]; в водных растворах неорганических солей (где поверхностный слой обогащен водой) значения  $\rho$  не отличались от значений для воды.

Теоретический анализ для бинарных растворов приведен в работах [20]. Вычисления для поверхности раздела бинарного изотропного раствора с его паром показали, что толщина адсорбционного слоя с температурой возрастает (см. ниже). Для этого случая отличия в структуре слоя с температурой не меняются или меняются мало, и  $\rho$  должно быть больше, чем для компонент, и расти с температурой.

Автор и А. Ф. Степанов измеряли величину  $\rho$  для смесей бензол — хлорбензол и бензол — бензиловый

<sup>1)</sup> Для последних показано [1], что они прямого вклада в эллиптичность не дают.

спирт; в обоих случаях бензол служит поверхностно-активной компонентой с очень слабой температурной зависимостью. В первом случае [61] адсорбционный слой мономолекулярен, во втором — полимолекулярен. Значения  $\rho$  для соответствующих чистых жидкостей близки (и температурный ход у них подобен), поэтому при комнатной температуре  $\rho$  мало отличается (рис. 68, а) от  $\rho$

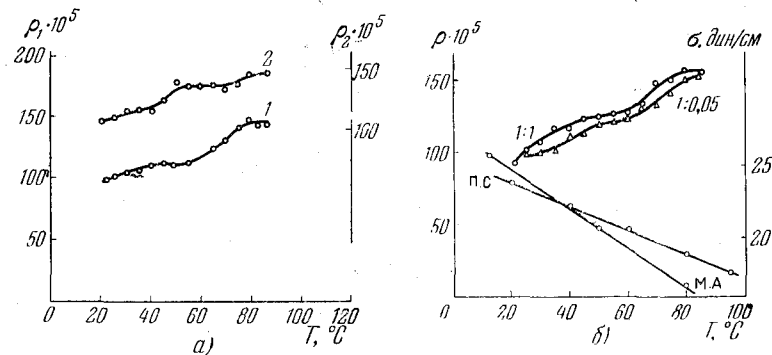


Рис. 68. Зависимость эллиптичности  $\rho$  отраженного света от температуры  $T$ .

а) 1 — для раствора бензол (0,6 мол. доли) — хлор-бензол, 2 — бензол (0,6 мол. доли) — бензиловый спирт; б) пропиловый спирт (п. с.) и метилацетат (м. а.) (тонкие линии — поверхностное натяжение компонент  $\sigma$ ). Цифры у кривых — состав раствора, мол. доли.

для чистого бензола. Однако при нагреве и возрастании толщины адсорбционного слоя эффект возрастает, ибо здесь отличия структуры от толщи не уменьшаются. В обоих случаях ход явления примерно одинаков. Значения  $\rho$  не сильно отличаются от чистых жидкостей; это говорит о том, что толщина слоя — того же порядка, что и у последних.

Далее были проведены опыты, в которых смешивались компоненты, имеющие различные зависимости поверхностного натяжения от температуры, и поэтому при нагреве сменяющие друг друга в качестве поверхностно-активных компонент. Была взята смесь пропиловый спирт — метилацетат. Значения  $\rho$  для них мало отличаются, поэтому смена не оказывает заметного влияния (рис. 68, б). Таким образом, выводы теории подтверждаются. Возможное убывание  $\rho$  с температурой для

изолированных компонент только увеличит надежность этого вывода.

Подобные исследования были продолжены [62]; исследованы растворы спиртов в гексане и воде.

На рис. 69 приведены некоторые результаты измерений политерм эллиптичности и термодинамических расчетов максимальной возможной толщины слоя. Как видно, ход политерм немонотонен и имеется определенная

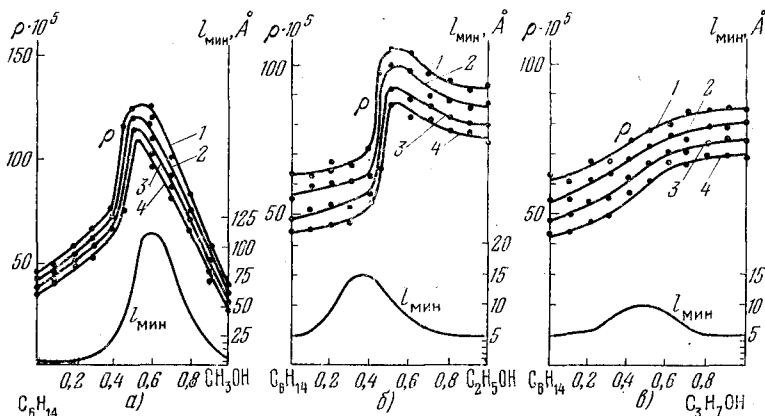


Рис. 69. Изотермы коэффициента эллиптичности отраженного света  $\rho$  и вычисленной из термодинамических соображений минимально возможной толщины  $l$  поверхностного слоя для систем спирты — гексан [62].

а) метиловый спирт, 1—33°C, 2—35°, 3—40°, 4—45°; б) этиловый спирт, 1—20°, 2—25°, 3—30°, 4—35°; в) пропиловый спирт, 1—20°, 2—25°, 3—30°, 4—35°.

корреляция оптических и термодинамических параметров. По-видимому, подобный метод исследований весьма многообещающ.

Отметим еще, что немонотонный ход политерм для растворов наблюдался также для других параметров и объяснялся некоторыми структурными изменениями раствора [63], происходящими с температурой. Наблюдение смесей, интересное само по себе, весьма существенно также с точки зрения изучения влияния примесей на ход явлений. Видно, что наличие примесей приводит к зависимости от температуры, обратной наблюдаемой в чистых жидкостях.

Отсюда можно сделать вывод, что наличие примесей может только уменьшить спад  $\rho(T)$  и, таким образом, наблюдаемые изменения для гомогенных жидкостей не могут быть следствием загрязнений. В заключение укажем, что данный метод значительно чувствительнее люминесцентного метода, ибо последний не позволяет уловить отличия поверхности от объема.

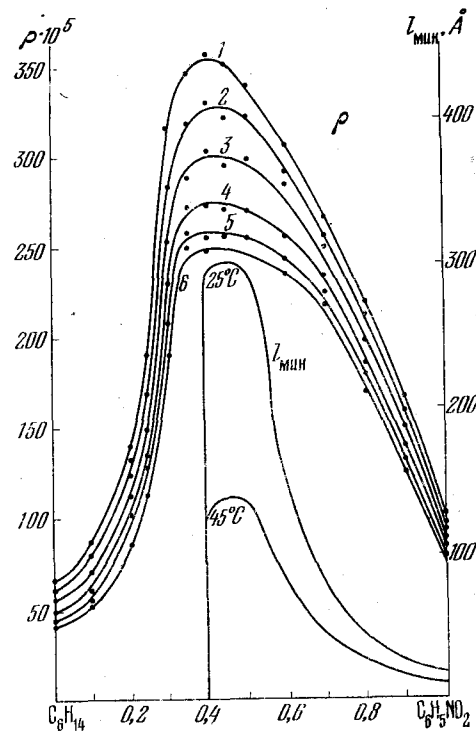


Рис. 70. Изотермы коэффициента эллиптичности отраженного света  $\rho$  и минимально возможной толщины поверхностного слоя  $l$  для системы нитробензол — гексан ( $T_{\text{рассл}} = 20,8^\circ\text{C}$ ,  $C_{\text{рассл}} = 43$  мол % нитробензола) [65].

1—21,5°; 2—23°; 3—25°; 4—30°; 5—35°; 6—40°C.

В последнее время исследовалась также поверхность расслаивающегося раствора вблизи температуры расслаивания в закритической области (на  $0,7^\circ$  выше тем-

пературы расслаивания). Показана корреляция  $\rho$  и толщины поверхностного слоя, рассчитанной термодинамически, и рост  $\rho$  при приближении к  $T_{\text{рассл}}$ , особенно вблизи состава, отвечающего критической точке расслаивания [64, 65].

На рис. 70 показаны результаты, полученные для системы нитробензол — гексан. Следует отметить, что на том расстоянии от  $T_{\text{кр}}$ , при котором велись измерения, в растворе могут уже возникать некоторые градиенты плотности и концентрации<sup>1)</sup>. Интересно было бы

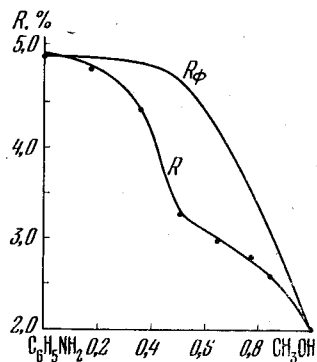


Рис. 71. Коэффициенты отражения при нормальном падении от поверхности раздела воздух — раствор для системы метиловый спирт — аннлин при  $20^\circ\text{C}$ :  $R$  — измеренный;  $R_f$  — рассчитанный в отсутствие поверхностного слоя [65].

связать полученные результаты с ходом других поверхностных явлений, найденных в работах [20, 26, 28] и др. для бинарных растворов.

Мы рассматривали явления, связанные со структурой поверхности, но не с загрязнениями; однако из изложенного видно, что эллиптичность служит очень хорошим индикатором появления и природы различных загрязнений. Вместе с тем видно, что неконтролируемые загряз-

<sup>1)</sup> Отражение вблизи  $T_{\text{кр}}$  при  $\varphi=0$  с учетом гравитационного эффекта проанализировано в работе [66].

нения представляют большую опасность, ввиду крайней чувствительности к ним эффекта.

Методы эллипсометрии широко используются для исследования молекулярных адсорбционных слоев [67]; о подробностях применений см. § 34.

Существуют также более простые по технике экспериментальные методы, дающие, однако, меньше информации. Так, в работе [68] и ряде других (см. список литературы в работе [65]) производились измерения коэффициента отражения при нормальном падении от границы раздела пар — раствор и вычислялись коэффициенты отражения для гипотетического случая, когда поверхностных слоев нет, среды идеально однородны, а поверхность раздела — геометрическая плоскость. Расхождение соответствующих кривых (рис. 71), служит некоторой эмпирической характеристикой поверхностного слоя. Для системы нитробензол — гексан при  $\Delta T = T_{\text{кр}} - T = 0,4^\circ\text{C}$  авторы работы [65] оценивают толщину слоя в  $1100 \text{ \AA}$ , а для  $\Delta T = 5^\circ$  — в  $100 \text{ \AA}$  (рис. 72); в работе [20] получены близкие цифры для системы циклогексан — метанол.

## § 27. Поверхностные состояния и отражение света от полупроводников

Теория связи оптических постоянных твердых тел с их структурой в объеме, в отличие от соответствующей теории для жидкостей, разработана достаточно хорошо и освещена в ряде монографий [69], поэтому здесь рассматриваются только специальные вопросы, связанные со структурой поверхности.

В предыдущих параграфах предполагалось, что у поверхности молекулы или другие элементарные излучатели расположены и ориентированы особым образом. Однако свойства этих излучателей считались неизменными; иначе говоря, предполагалось, что структура энергетических уровней у поверхности — та же, что и в объеме вещества. Необходимо учесть, однако, что вблизи поверхности всегда имеют место специфические поверхностные состояния и (при наличии зонной структуры) поверхностные зоны, создаваемые либо дефектами

решетки сверхстехиометрическими атомами и т. п., либо (даже в случае идеальной решетки) отличиями в межмолекулярных взаимодействиях, симметрии внутреннего поля у поверхности от таковых в объеме, т. е. «поверхностью, как дефектом» [020, 8, 70—73]. Таковы, например, «уровни Тамма» в чистых полупроводниках с идеальной решеткой. В примесных полупроводниках могут возникать дополнительные плазменные состояния, обусловленные обеднением приповерхностной области электронами и появляющимся вследствие этого изгибом энергетических зон [74].

Вопросу о поверхностных уровнях, соответствующих им поверхностных зонах, поверхностных возбуждениях и их перемещениях посвящена большая литература. Рассматривается не только возникновение особых поверхностных экситонов, но и влияние границ на поведение объемных экситонов. Не входя здесь в подробности этих теорий, подчеркнем лишь большое разнообразие возможных состояний. Глубина слоя, в котором должны наблюдаться эти явления, зависит от типа состояния<sup>1)</sup>.

Конкретных соображений или экспериментальных данных о глубине слоя, в котором располагаются поверхностные состояния, мало. Обычно дается оценка порядка 5 слоев решетки [72], однако в работе [76] из общих теоретических соображений глубина области поверхностных состояний оценивается примерно в 50 элементарных ячеек; это, вероятно, верхний предел.

Для глубины слоя поверхностных экситонов даются оценки от нескольких ангстрем для экситонов Френкеля до  $\sim 100 \text{ \AA}$  для экситонов Ванье—Мотта [018]. Особенно заметны эти явления в кристаллических средах при наличии трансляционной симметрии и зонной структуры, в области резонансов среды. Сведений об экситонных явлениях в аморфных средах и жидкостях мало, а о поверхностных экситонах практически нет совсем [71, 77].

В полупроводниках и металлах, где поглощение падающей волны происходит обычно на глубине порядка

<sup>1)</sup> Общие сведения о структуре поверхности чистых полупроводников, где исключена роль загрязнений, даны, например, в [75].

100—500  $\text{\AA}$ , вклад поверхностных явлений в отражение должен быть значительным.

В качестве примера приведем схематический, но наглядный расчет [78], сделанный для «уровней Тамма» в полупроводниках.

Вводя представление о «поверхностной зоне», возникшей из этих уровней, автор рассматривает движение электронов (дырок) в ней. Эти электроны должны быть сосредоточены в приграничной области — слое, имеющем по оценке автора толщину порядка 1  $\text{\AA}$ , поэтому их движение можно рассматривать как поверхностный ток. Вводя соответственно поверхностную проводимость  $\sigma(\omega)_{\text{пов}}$ , автор получает, например, для случая  $E = E_{\perp}$  и  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ :

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos \varphi - (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2} - \xi}{\cos \varphi + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2} + \xi}, \quad (27.1)$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = - \frac{\cos \varphi \{n_{21}^2 + \xi (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}\} - (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}{\cos \varphi \{n_{21}^2 + \xi (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}\} + (n_{21}^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (27.2)$$

где

$$\xi = \frac{4\pi\sigma(\omega)_{\text{пов}}}{cn_{21}},$$

а  $\tau$  — среднее время пробега.

В частном случае, когда  $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_d|$ , т. е. отражение при отсутствии поверхностных уровней не должно иметь места, из (27.1) получим:

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = - \frac{\xi}{2 \cos \varphi + \xi} \neq 0. \quad (27.3)$$

На рис. 73 показаны найденные зависимости компонент от угла падения. Для сравнения эти зависимости показаны для случая, когда имеется объемная проводимость и для случая непроводящего поверхностного слоя с  $n_{\text{сл}} = 1,05 n_2$  при расчете по формулам Друде. Как видно, при поверхностной проводимости угловая зависи-

мость, особенно для  $E_{r\parallel}$ -компоненты, — совершенно иная. Эта особенность может быть использована для обнаружения. Численные оценки говорят, что обнаружение

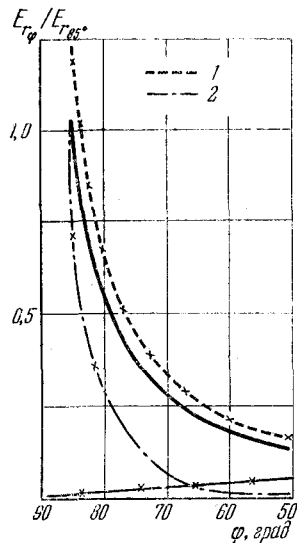


Рис. 73. Зависимости амплитуд компонент отраженного света  $E_r$  от угла падения  $\varphi$ .

( $E_r$  при  $\varphi=85^\circ$  принято за единицу). Сплошные кривые — при наличии поверхностных состояний; 1 — при наличии поверхностного непроницающего слоя с  $n=1,05i$ , (по формулам Друде); 2 — при наличии объемной проводимости; крестиками показаны компоненты  $E_{r\parallel}$ .

явлениями поверхностных дислокаций и микрорельефа поверхности, если она не обработана, и текстуры в случае обработки. Экспериментальных данных пока нет. По-видимому, происходит также ряд других явлений; примером тому может служить отражение от поверхности полупроводника (InSb), имеющего тонкий поверхностный слой с повышенной концентрацией носителей. Вблизи

в принципе возможно; так, вдали от полосы поглощения, при наполовину заполненной зоне ( $N_{\text{пов}} \sim 10^{15} \text{ см}^{-2}$ )  $n_2=2$ ,  $\xi=1$  и  $\varphi=60^\circ$  коэффициенты отражения  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  равны соответственно 40 и 4%, а в отсутствие поверхностных состояний — соответственно 15 и 0,3%. Для диэлектрика, когда  $\varepsilon_2=\varepsilon_1$  и влияние поверхностных состояний наиболее заметно,  $R$  может достигать нескольких процентов.

Видимо, можно предполагать, что существенно особая угловая зависимость отражения при наличии поверхностных состояний для волн разной поляризации имеет место независимо от деталей расчета или конкретных исходных предположений, и есть общий важный отличительный критерий существования поверхностных эффектов.

Необходимо, однако, отметить, что при экспериментальном наблюдении эффект, вероятно, будет маскироваться значительно более заметными влияниями

плазменных частот коэффициент отражения  $R$  меняется; оказывается возможным определить концентрацию  $m_{\text{эфф}}$  носителей [79, 80, 81].

В работе [82] показана возможность исследования областей гетеропереходов, функции распределения носителей и т. п., и дана теория эффектов.

Подобным методом контролировалась также чистота поверхности InSb [83, 84]; существование поверхностного слоя доказано также для кристаллов GaAs, CdSe [85, 86]. Из этих примеров видно, насколько обширны возможности применения отражения к исследованию полупроводников.

Имеется весьма большое число работ (см., например, [87—89]), в которых наличие поверхностных состояний в полупроводниках обнаруживается по появлению максимума на кривой поглощения [определяемой по отражению по макроскопическим формулам типа (4.16) и (4.17)], соответствующего каким-то уровням вне зоны проводимости. Исследований важных для проверки теории угловых зависимостей для разных компонент не производилось. Измерения при нормальном падении или одном угле падения позволяют по положению в спектре максимума  $\chi$ , рассчитанного по (4.16) и (4.17), судить о положении уровня относительно основной зоны, но не о его природе или происхождении.

Отметим работу [90], в которой было показано явление на поверхности свободных электронов в зоне проводимости с ростом температуры. Вследствие этого отражение в весьма широком спектральном интервале возрастает (на 20—40%) линейно без изменения профиля кривой, т. е. неселективно. Для согласования теории с опытом приходится предположить, что параметры этих электронов «поверхностного происхождения» отличаются от параметров тех, которые поставляются примесями легирования и загрязнения. Влияние поверхностных состояний может сказаться и в том, что поляризуемость поверхностного слоя может стать гиротропной (см. гл. 5, ссылка [5]); хотя гиротропия и не вносит большого вклада в отражение, это все же следует иметь в виду.

Близок к вопросу, рассмотренному выше, также вопрос о влиянии на отражение поверхностных экситонов;

при наличии их должна быть учтена пространственная дисперсия. Общая теория поверхностных экситонов развита довольно подробно (см., в основном для молекулярных кристаллов, работы [018, 91]); однако имеются лишь качественные соображения о влиянии их на отражение, а важнейший для эксперимента вопрос об угловых зависимостях не рассмотрен вообще.

Показано, что наличие поверхностных экситонов приводит к зависимости  $n$ ,  $\kappa$  от поляризации (как и все поверхностные эффекты). Оно приводит также к уменьшению отражения света, особенно вблизи частот поверхностных экситонов, где должен быть минимум отражения (см. § 34). По-видимому, спектроскопическое их обнаружение более или менее легко там, где поглощение объемными экситонами слабо.

Далее, если время жизни поверхностного экситона велико (практически оно определяется только радиационными процессами), то отражение происходит без поглощения фотона (может иметь место лишь когерентная резонансная флуоресценция, для которой справедлива теорема погашения и имеет место правильное отражение, и когерентное рассеяние).

При меньшем времени жизни (вследствие, например, взаимодействия с фононами) при отражении возникают некоторые смещенные частоты. Подробнее вопрос исследовался в работе [91].

Влияние поверхностных экситонов на отражение было показано экспериментально [92] для кристалла антрацена, свойства которого в объеме хорошо изучены. Наиболее четко эффект наблюдался на чистых поверхностях кристаллов, выращенных в вакууме. Авторы пользовались формулой, предложенной Сугаковым (см. гл. 5, [29]) для нормального падения.

$$R(\omega) = \frac{[1 - n(\omega) - 2\alpha n(\omega - \Delta)\kappa(\omega - \Delta)]^2 + [\kappa(\omega) - \alpha n^2(\omega - \Delta)]^2}{[1 + n(\omega) + 2\alpha n(\omega - \Delta)\kappa(\omega - \Delta)]^2 + [\kappa(\omega) - \alpha n^2(\omega - \Delta)]^2},$$

где  $\alpha \sim 10^{-2}$ , а  $\Delta = \omega_{\text{рез. пов}} - \omega_{\text{рез. объема}}$ .

Поправки велики лишь в области вблизи  $\omega_{\text{рез. пов}}$ .

На рис. 74 показаны результаты экспериментов<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Автор весьма признателен М. С. Бродину и С. В. Марисовой за предоставление полученных результатов еще до их опубликования.

Согласно трактовке авторов, в случаях 1—3 возбуждаются поперечные поверхностные экситоны. В случае 2 поверхностные уровни находятся в области сильного (объемного) экситонного поглощения ( $25298 \text{ см}^{-1}$ ), где поправка к  $\kappa$  велика; учет ее приводит к малым значениям  $R$ . В случае 1 поверхностные уровни смещены (на величину давидовского расщепления).

Максимум около  $25100 \text{ см}^{-1}$  соответствует основному бесфононному переходу, сильно поляризованному. В случаях 4—5 возбуждаются поперечно-продольные экситоны, энергия их выше. Отсылая за подробностями к оригинальной работе, подчеркнем здесь весьма сильную зависимость отражения от угла падения, ориентировки кристалла и поляризации, характерную для поверхностных явлений. Это показывает, что для обнаружения эффектов необходим выбор ориентаций (ср. § 30, а также [92 а]).

В дальнейшем была дана теория для наклонного падения [93]; полного сравнения ее с опытом еще не проведено.

Исследование отражения, обусловленного поверхностными экситонами, видимо, может давать весьма обширную информацию о поверхностных состояниях и структуре поверхности и служить ценным инструментом исследования.

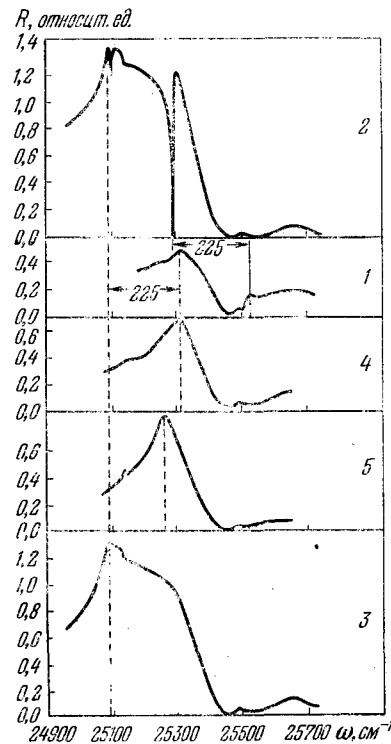


Рис. 74. Зависимость формы 0—0-полосы поглощения кристалла антрацена от направлений  $\kappa$  и  $E$  [92] при  $T = 4^\circ \text{K}$ .

$\kappa \perp$  грани {001}: компонента  $E \parallel$  оси  $a$  (1); компонента  $E \parallel$  оси  $b$  (2);  $\kappa \perp$  грани {201}: компонента  $E \parallel$  оси  $b$  (3);  $\kappa \perp$  грани {111}: компонента  $E \parallel$  оси  $b$  (4); компонента  $E \perp$  оси  $b$  ( $\perp$  плоскости  $ac$ ) (5).

Экситонные эффекты в отражении наблюдались также на эпитаксиальных слоях GaAs [94]; здесь также предполагаются продольные и поперечные поверхностные экситоны.

Вопрос о влиянии на отражение экситон-фононных взаимодействий для сильно поглощающих молекулярных кристаллов типа кристаллов красителей ( $R \sim 60-80\%$ ) рассмотрен теоретически [95, 96] и экспериментально в [97, 98]; согласие с опытом удовлетворительное (о влиянии экситон-фононных взаимодействий см. также в работе [99]).

Отражение света с учетом влияния эффектов пространственной дисперсии у поверхности, иных, нежели в объеме, и поверхностных экситон-фотонных мод — поляритонов — проанализировано в работе [100]. Показано, что существенно влияют не более чем 1—2 первые слоя решетки. Однако удобных для экспериментальной проверки результатов не дано; по оценке авторов эффект должен быть очень малым, если обменные и экситонные эффекты отсутствуют. В полном внутреннем отражении наблюдались некоторые эффекты поверхностных поляритонов [100 а] (см. также ссылку [10] в гл. 3).

Естественно, конечно, что поверхностные эффекты будут существовать не только в области частот электронных переходов, но, как отмечалось и в области частот колебаний молекул и кристаллической решетки. Влияние поверхности на колебания решетки в оптической и акустической ветвях, роль поверхности как своеобразного дефекта кристалла рассмотрены, например, в работах [7—10]; некоторые дополнительные эффекты указаны в работах [57, 58]. Подробности влияния этих явлений на отражение света исследованы мало. Возникновение поверхностных оптических колебаний проанализировано теоретически [101—103] и исследовано экспериментально [101] по отражению для ионных кристаллов. Показано существование таких колебаний (они проявляются оптически только под действием неоднородных световых волн, например, при полном внутреннем отражении); получены их дисперсионные кривые и во всяком случае доказано влияние поверхности. Отмечены 2 типа колебаний: один развивается в слое тол-

щиной порядка  $d$ , другой — в слое толщиной порядка  $1000d$ .

Поскольку фонный спектр у поверхности — иной, фактор Дебая — Уоллера в поверхностном слое отличается от объемного в 3—4 раза и анизотропен [104].

На поверхностные колебания решетки сильно влияет ступенчатость (и шероховатость) поверхности [105].

## § 28. Отражение света от металлов

Оставаясь в рамках локальной теории поля, для  $\epsilon$  в простейшем случае принимают выражение

$$\epsilon(\omega) \equiv \{\eta(\omega) - i\kappa(\omega)\}^2 = \epsilon'(\omega) + i \frac{4\pi\sigma_0}{\omega}, \quad (28.1)$$

где  $\sigma_0$  — статическая проводимость. Однако это приемлемо лишь для очень длинных инфракрасных волн; величиной  $\epsilon'$  здесь можно пренебречь.

Для оптической области в общем виде следует написать

$$\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\{\epsilon''_{\text{пров}}(\omega) + \epsilon''_{\text{межз}}(\omega) + \epsilon''_{\text{ф-э}}(\omega) + \epsilon''_{\text{колл}}(\omega)\} \quad (28.2)$$

где  $\epsilon'$  включает, вообще говоря, поляризацию атомного остатка;  $\epsilon''_{\text{пров}}$ ,  $\epsilon''_{\text{межз}}$ ,  $\epsilon''_{\text{ф-э}}$ ,  $\epsilon''_{\text{колл}}$  — соответственно потери на внутризонную проводимость, межзонные переходы, фотоэлектрическое поглощение и коллективные потери (в  $\epsilon'$  можно выделить также подобные составляющие, в первую очередь «межзонную» и «внутризонную»).

Из левой части равенства (28.1) легко получить расстояние, на котором поле убывает в  $l$  раз; глубина проникновения, обычно называемая для металлов глубиной скин-слоя  $L$ , равна

$$L_{\text{лок}} = \frac{c}{\omega\kappa} = L_{\text{норм}}; \quad (28.3)$$

индекс «лок» означает приближение локальной теории, «норм» — «нормальный» скин-эффект;  $L_{\text{норм}} \approx 200-500 \text{ \AA}$ .

Как уже указывалось, для отражения света от металлов модель двух полубесконечных однородных сред с геометрической плоскостью раздела непригодна. Здесь необходимо выделить две приповерхностные области.



Упрощенный расчет в рамках модели свободных электронов с предположением о наличии прямоугольного потенциального барьера [106] показывает, что плотность электронного облака спадает до нуля на расстоянии  $\sim 3 \text{ \AA}$ ; при реальной форме барьера это расстояние значительно растёт. Это — одна область; её роль в отражении слабо изучена, но, видимо, именно в ней проходящие из глубины электроны отражаются от поверхности; это отражение даже при хорошей полировке, как показывает эксперимент, диффузно<sup>1)</sup>, тем более что всегда имеет место дифракция электронов на поверхности.

При отражении электронов всегда имеется определенный перенос энергии от электромагнитного поля у поверхности к электронной плазме в глубине, т. е. поле совершает работу над отраженными электронами.

Толщина второго приповерхностного слоя, которым в основном определяются явления отражения света, имеет, порядок длины пробега; у хороших проводников  $l \geq L$  или  $l \gg L$ . При комнатной температуре  $l \approx 10-500 \text{ \AA}$ . Таким образом, весь процесс отражения света практически протекает именно в этом поверхностном слое, и только в далекой инфракрасной области  $L$  становится больше  $l$ . Необходимо также иметь в виду, что «глубина проникновения» для фотоэффекта составляет примерно  $50-600 \text{ \AA}$ , т. е. фотопроцессы разыгрываются в том же слое. Все это означает, что теория отражения света от «хороших» металлов есть одновременно теория отражения поверхностным слоем, если даже считать, что структура решетки у поверхности не отличается от структуры в объеме, что на самом деле не имеет места (см. выше).

Наличие указанного переноса подтверждает, что пользование локальной теорией «нормального скин-эффекта» и описание металла параметрами  $n$  и  $\kappa$ , строго говоря, возможно лишь при  $l \ll L$ , т. е. в основном (для хороших проводников) лишь в более или менее далекой инфракрасной области, и что отнесение получаемых из

<sup>1)</sup> Зеркальным оно становится, видимо, при углах падения электронов более  $89^\circ 30'$ , что для отражения света обычно уже малосущественно.

опыта параметров к металлу в объеме должно производиться с осторожностью.

Однако в работе Гинзбурга и Мотулевич [107] показано, что в определенной области частот (при «слабом аномальном скин-эффекте») отражение от металлов можно еще достаточно точно описать обычными формулами Френеля с введением некоторых эффективных величин

$$\varepsilon(\omega)_{\text{эфф}} = \{n(\omega)_{\text{эфф}} - i\kappa(\omega)_{\text{эфф}}\}^2, \quad (28.4)$$

сохраняя приближение геометрической плоскости раздела (точнее, пренебрегая изменением плотности электронного облака).

Поскольку расчеты отражения от металлов практически всегда несколько приближенны, часто пользуются понятием поверхностного импеданса [108]:

$$Z(\omega) = \frac{4\pi}{c} \left( \frac{E_x}{H_y} \right)_{z=0} = -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{E_y}{H_x} \right)_{z=0} = \frac{4\pi}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.$$

Используя формулы Френеля, можно написать:

$$Z_{\parallel}(\omega) = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\varepsilon(\omega)}},$$

$$Z_{\perp}(\omega) = -\frac{4\pi}{c} (\sqrt{\varepsilon(\omega)} - \sin^2 \varphi)^{-1},$$

и при  $|\varepsilon| \gg 1$  и  $|\varepsilon'| \gg 1$  приближенно

$$Z(\omega) \approx Z(\omega)_{\varphi=0} = \frac{4\pi}{c \sqrt{\varepsilon(\omega)}}, \quad (28.5)$$

т. е. импеданс в этом случае универсален (не зависит от  $\varphi$  и поляризации).

Это выражение можно рассматривать как приближенное<sup>1)</sup> граничное условие, связывающее компоненты поля в среде 1, не требующее при вычислении отраженной волны знания поля в среде 2 (чего требуют формулы Френеля) и поэтому чрезвычайно удобное. Согласно Гинзбургу и Мотулевич, это условие в общем сохраняет

<sup>1)</sup> Применимость его определяется соблюдением условия  $L \ll \lambda$  или  $\left( \frac{\partial E}{\partial z} \gg \frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y} \right)_{z>0}$ .

смысл и тогда, когда локальная теория начинает становиться неприменимой (скин-эффект «слабо аномален»), если положить

$$Z(\omega) = \frac{4\pi}{c\sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}}. \quad (28.6)$$

При этом для отражения света сохраняются, в частности, предсказываемые формулами Френеля угловые зависимости  $R$ , и отражение от среды по-прежнему может характеризоваться двумя параметрами  $n_{\text{эфф}}$  и  $\kappa_{\text{эфф}}$ , физический смысл которых, однако, несколько отличен от  $n$  и  $\kappa$ .

Критерий «нормальности» скин-эффекта или, лучше, применимости локальной теории, можно точнее сформулировать следующим образом: ток и поляризация в данной точке должны определяться полем в той же точке. Очевидно, что электронный ток в данной точке определяется полем в области, окружающей эту точку, с размерами порядка  $l$ , и следовательно, поле на этом расстоянии должно мало меняться. Поскольку поле сильно меняется на расстоянии  $L$ , должно быть

$$l \ll L. \quad (28.7)$$

Поляризация определяется смещением электронов; за период это смещение имеет порядок  $v_{\text{эл}} \frac{2\pi}{\omega}$ . Чтобы на этом пути поле мало менялось, должно быть

$$v_{\text{эл}} \frac{2\pi}{\omega} \ll \lambda = \frac{2\pi c}{n\omega}, \text{ т. е. } v_{\text{эл}} \ll v_{\text{света}}; \quad (28.8)$$

здесь  $v_{\text{эл}}$  — очевидно, значение на границе Ферми.

Если соблюдаются условия (28.7) и (28.8), т. е. достаточна локальная теория, и если граница внутреннего фотоэффекта достаточно далека

$$\omega_{\text{ф-э}}^2 \gg \omega^2 \gg \zeta^2$$

(здесь  $\zeta$  — частота соударений электронов с решеткой) и другими квантовыми эффектами — поглощением и испусканием фотонов и рождением и уничтожением фононов — можно пренебречь, т. е. можно написать  $\hbar\omega \ll kT$  или, более строго,

$$\hbar\omega \ll k\theta \quad (28.9)$$

( $\theta$  — дебаевская температура,  $k$  — постоянная Больцмана), то скин-эффект нормален и теория наиболее проста. Здесь по Гинзбургу и Мотулевич пригодны «классические» формулы для свободного электронного газа (и нормального скин-эффекта):

$$\epsilon'_{\text{норм}} = n_{\text{норм}}^2 - \kappa_{\text{норм}}^2 = 1 - \frac{4\pi e^2 N_{\text{пр}}}{m(\omega^2 + \zeta^2)}, \quad (28.10)$$

$$\sigma_{\text{норм}} = \frac{n_{\text{норм}} \kappa_{\text{норм}} \omega}{2\pi} = \frac{e^2 \zeta N_{\text{пр}}}{m(\omega^2 + \zeta^2)}, \quad (28.11)$$

где  $N_{\text{пр}}$  — концентрация свободных электронов. Роль соударений заключается в этом приближении лишь в ограничении длины свободного пробега [вследствие (28.9)].

По измерениям  $n$  и  $\kappa$  в этой области возможно получение важнейших параметров металла:  $N_{\text{пр}}$  и  $\zeta$ , относящихся к объему. В дальнейшем указанные авторы усовершенствовали теорию для этой области и области «слабо аномального» скин-эффекта с учетом влияния межзонных переходов и периодического потенциала решетки. В области, где межзонные переходы дают малый вклад, можно принять

$$n_{\text{эфф}} - i\kappa_{\text{эфф}} = (n_{\text{норм}} - i\kappa_{\text{норм}})(1 - \alpha); \quad (28.12)$$

здесь  $\alpha$  — малая поправка для области слабо аномального эффекта, зависящая от  $n_{\text{эфф}}$ ,  $\kappa_{\text{эфф}}$  [определяемых по формулам (28.10), (28.11)], скоростей электронов и вида поверхности Ферми. Была развита процедура эксперимента — измерений отражения и дополнительных измерений, позволяющая определять одновременно с  $N_{\text{пр}}$  и временем релаксации также скорость Ферми, псевдопотенциал, а для некоторых металлов — энергетическую щель и вклад межзонных переходов<sup>1)</sup>. Можно оценить также частоту межэлектронных соударений и соударений с примесями и дефектами (процедура рас-

<sup>1)</sup> Указано, в частности, что, проводя измерения при слабо аномальном скин-эффекте в «длинноволновой» области, где роль межзонных переходов можно пренебречь, и в «коротковолновой» области, где их влияние заметно, можно оценить вклад межзонных переходов и фурье-компоненты псевдопотенциала. В длинноволновой области, в отличие от коротковолновой, получаемые по приведенным формулам значения  $N$  перестают зависеть от  $\lambda$ .

четов описана в работах [109, 110], а техника эксперимента — в [110, 111], см. также § 32—33).

Если пространственной дисперсией пренебречь уже нельзя и скин-эффект существенно аномален, теория усложняется. Описание среды с помощью только двух вещественных величин  $n, \kappa$  (или  $\epsilon', \sigma$ ) становится невозможным (см. схему на рис. 75).

В работе [112] для коэффициентов отражения получены выражения через импедансы, различные для двух компонент поля, с характеристикой среды двумя комплексными величинами — лонгитудинальной ( $\epsilon_l$ ) и трансверсальной ( $\epsilon_t$ ) диэлектрическими проницаемостями (определяющими продольные и поперечные волны [017]):

$$R_{\perp} = \left| \left( \frac{4\pi - cZ_{\perp} \cos \varphi}{4\pi + cZ_{\perp} \cos \varphi} \right) \right|^2, \quad (28.13)$$

$$R_{\parallel} = \left| \left( \frac{4\pi \cos \varphi - cZ_{\parallel}}{4\pi \cos \varphi + cZ_{\parallel}} \right) \right|^2, \quad (28.14)$$

где

$$Z_{\perp} = 8i\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{\omega^2 \epsilon_t - k^2 c^2},$$

$$Z_{\parallel} = 8i\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{k^2} \left( \frac{k_x^2}{\omega^2 \epsilon_t} + \frac{k_z^2}{\omega^2 \epsilon_l - k^2 c^2} \right);$$

здесь

$$\epsilon_t = \epsilon_t(\omega, k) \quad \text{и} \quad \epsilon_l = \epsilon_l(\omega, k).$$

Если эффекты пространственной дисперсии пренебрежимо малы  $\epsilon_t = \epsilon_l = \epsilon$ , принимая для  $\epsilon$  выражения (28.10) и (28.11), получим

$$Z_{\perp} = \frac{4\pi}{c} (\epsilon - \sin^2 \varphi)^{-1/2}, \quad Z_{\parallel} = -\frac{4\pi}{c} (\epsilon - \sin^2 \varphi)^{1/2} \frac{1}{\epsilon},$$

а для  $R_{\perp}, R_{\parallel}$  — обычные выражения (3.22) и (3.23).

Когда пространственной дисперсией пренебречь нельзя, авторы предлагают процедуру расчета  $\epsilon_t, \epsilon_l$ , предпо-

лагая зеркальное отражение электронов, и получают результаты, показанные на рис. 76. Отсылая за подробностями теории строения металлов к оригиналу, укажем лишь, что различия в результатах становятся существенными в области, где время релаксации велико:

$$\omega_{\text{пл}} \tau \geq 10^3 - 10^5, \quad (28.15)$$

и в области больших частот

$$\frac{\omega}{\omega_{\text{пл}}} \geq 10^{-2}, \quad (28.16)$$

где  $\omega_{\text{пл}}$  — частота плазменных колебаний<sup>1)</sup>.

Результат, вообще говоря, зависит от предположений о характере отражения электронов от поверхности<sup>2)</sup>. Для нормального падения результаты авторов совпадают с результатами [114], но для наклонного вносят существенные дополнения.

Несколько иной расчет предлагается авторами монографии [017]. Вводя феноменологически для описания поверхностных потерь (при отражении электронов) в плазме поверхностную проводимость  $\sigma_n(\omega)$  и уравнение

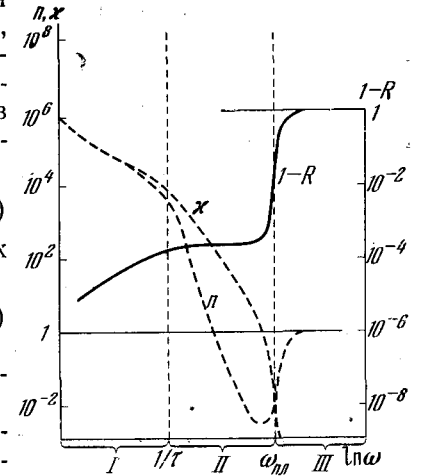


Рис. 75. Схематический ход зависимости поглощения  $A = (1 - R)$ ,  $n, \kappa$  от частоты  $\omega$  для металлов [123]. I — область применимости формул (28.10), (28.11),  $\omega < \frac{1}{\tau}$ ; II — область применимости формул (28.13), (28.14) или (28.17), (28.18),  $\omega_{\text{пл}} \gg \omega > \frac{1}{\tau}$ ; III — область прозрачности,  $\omega > \omega_{\text{пл}}$ .

<sup>1)</sup> Под  $\omega_{\text{пл}}$  обычно подразумевается  $\omega_{\text{пл}}^2 = \frac{4\pi e^2 N_{\text{пр}}}{m_{\text{эфф}}}$ .

<sup>2)</sup> Особенно при больших  $\varphi$  и для электронов, у которых углы падения и отражения сильно различаются: первые велики, а вторые малы, т. е. когда электрон, пришедший из глубины, остается в слое при поверхности. Подробный анализ взаимодействия электронов с поверхностью дан в работе [113].

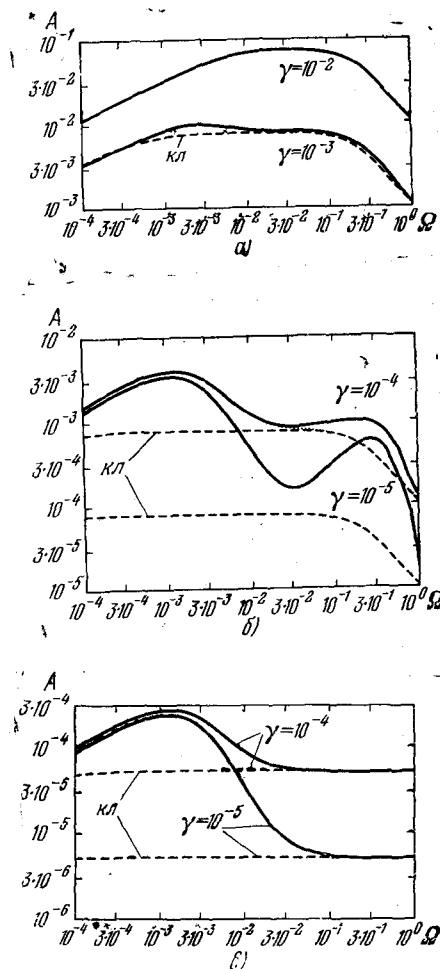


Рис. 76. Зависимость величины поглощения  $A = (1 - R)$  для металла

$$\text{от } \Omega = \frac{\omega}{\omega_{\text{пл}}} \text{ и } \gamma = \frac{1}{\omega_{\text{пл}} \tau_0}.$$

$\tau_0$  — время релаксации на поверхности Ферми [112],  $\varphi = 75^\circ$ ; а)  $R_{\parallel}$ , сплошная кривая — рассчитано по формулам (28.13) и (28.14), пунктир — рассчитано по формулам (28.10) и (28.1); б)  $R_{\parallel}$ , то же; точки — расчет по [114]; в)  $R_{\perp}$ , то же.

связи для поверхностных токов

$$\mathbf{i}_{\text{пов}} = \sigma_n(\omega) \{ \mathbf{E} - N(\mathbf{NE}) \},$$

получают формулы Френеля, показатели преломления в которых зависят от поляризации и угла падения:

$$|\mathbf{v}_{\perp}(\varphi, \omega)|^2 = \varepsilon(\omega) + \frac{8\pi\sigma_n(\omega)}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \varphi} + \left( \frac{4\pi\sigma_n(\omega)}{c} \right)^2, \quad (28.17)$$

$$|\mathbf{v}_{\parallel}(\varphi, \omega)|^2 = \varepsilon(\omega) + \frac{8\pi\sigma_n(\omega)}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \varphi} + \left( \frac{4\pi\sigma_n(\omega)}{c} \right)^2 + \frac{4\pi\sigma_n(\omega)}{c} \frac{\sin^2 \varphi}{\sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \varphi}}. \quad (28.18)$$

Более подробная и общая теория для сильной пространственной дисперсии, учитывающая разную глубину проникновения поперечных и продольных волн и уточняющая некоторые выводы [112], развита в последнее время Силиным и Фетисовым [115] (ср. также [116]). Экспериментальная проверка этих формул представляла бы большой интерес. Получаемые из приведенных теорий значения  $n$  и  $k$  уже нельзя, конечно, без дальнейшего анализа относить к металлу в объеме. Теория аномального скин-эффекта для радиодиапазона дана в работах [116, 117].

Теория для больших частот, учитывающая при аномальном скин-эффекте также внутренний фотоэффект и поляризацию атомных остатков, развита в работах Гинзбурга [107] и Дингля [119]. Теория отражения совместно с теорией внешнего фотоэффекта (который, если он есть, для металлов играет гораздо большую роль, чем внутренний) на квантовомеханической основе предлагалась в работе [89], однако она не была доведена до применимых практически формул. Обзор и анализ этих теорий дан в работах [107—110], а также [018].

При переходе к более высоким частотам приближается область, где начинает уже играть роль электрон-электронное взаимодействие — возникают коллективные процессы (коллективные колебания свободных электронов проводимости или слабо связанных валентных электронов, так называемые плазмоны). Как известно (см., например, [017, 112, 121, 122]), условием возникно-

вения плазмонов является обращение в нуль величины  $\epsilon(\omega)$ ; соответствующая частота имеет порядок  $\omega_{пл}$ . В этой области металл становится прозрачным и отражение происходит подобно отражению от диэлектрика, поляризация отраженного света остается линейной (согласно соображениям § 4, при  $\epsilon$  малом положительном имеет место прозрачность, при  $\epsilon \leq 0$  — полное отражение), см. также [123—125].

Следует отметить, что эти эффекты качественно предсказываются и классической теорией Друде [формулы (28.10) и (28.11)]; на рис. 75 показаны схематически зависимости  $n(\omega)$ ,  $\kappa(\omega)$ , даваемые этой теорией.

Влияние плазменных колебаний на отражение можно рассмотреть количественно. Условие существования плазмонов эквивалентно, как известно, условию существования продольных волн; поэтому в глубине металла распространяются две волны — продольная и поперечная, а у самой поверхности (со стороны металла) имеется весьма сложная конфигурация переходного поля. Формулы (3.22) и (3.23) получены лишь для чисто поперечных волн, поэтому в данном случае в них должны быть внесены некоторые дополнения. Так, в работе [124] для  $R_{||}$ , например, получено выражение (для  $\omega \sim \omega_{пл}$ ):

$$R_{||\text{плазм}} = R_{||\text{френ}} \left[ \left( 1 + 2 \frac{\cos \varphi \sin^2 \varphi}{\eta (\cos^2 \varphi \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \sin^2 \varphi)} \right) \right]^2,$$

где

$$R_{||\text{френ}} = \left| \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} \right|^2, \quad \eta = \frac{c}{v_{\text{фер}}} \left\{ \frac{5}{3} \left[ \left( \frac{\omega + i/\tau}{\omega_{пл}} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{1/2};$$

здесь  $v_{\text{фер}}$  — скорость Ферми.

Результаты расчета для натрия даны на рис. 77; параметры для расчета взяты по литературным данным.

Подводя итоги, можно сказать, что для нашей темы существенны три общих вывода:

1. При надлежащем выборе области спектра, в которой проводятся измерения отражения света (для каждого металла индивидуально), даже пользуясь упрощенными формулами (28.10) и (28.11), можно извлечь весьма большую информацию о свойствах металла в объеме, основываясь на достаточно надежной теории.

2. В более коротковолновой области спектра металл приходится характеризовать двумя особыми константами для каждой из двух составляющих волны, если макроскопическое описание вообще возможно, и угловые зависимости для компонент становятся существенно различными. В этом смысле положение такое же, как для полупроводников.

3. Большинство эффектов пространственной дисперсии, плазменных колебаний и т. п. проявляется особенно заметно при больших углах падения.

К этому следует добавить, что отражение металла падает с повышением температуры, как и следует ожидать: большая доля энергии электронов уходит в соударениях.

Зависимости отражения металлов от температуры вплоть до  $T_{\text{плав}}$  на основе теории Друде и теории электрон-фононных столкновений исследованы теоретически в работе [126]; возможность предплавления и перехода металла в диэлектрик не учитывалась, и для Ag обнаружено расхождение с опытом.

В табл. 4 даны приближенные сведения о границах областей, выделенных выше для некоторых металлов (см. также [127]).

Согласно Мотулевич, нормальный скин-эффект имеет место в жидких и аморфных металлах, многих сплавах и некоторых металлах при комнатных температурах в видимой и ближней инфракрасной области. При  $T_{\text{ком}}$  для одновалентных металлов в этих областях эффект может быть слабо аномален, для поливалентных металлов это имеет место при всех температурах. Существен-

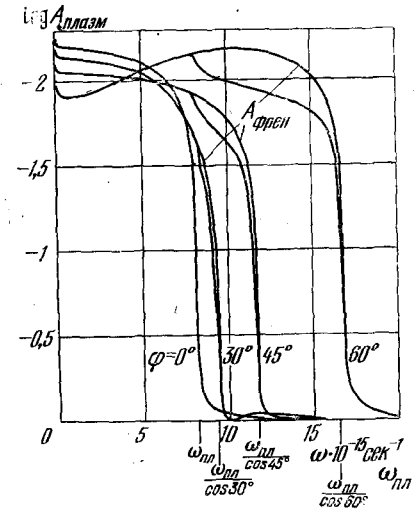


Рис. 77. Зависимость поглощения при наличии плазмонов  $A_{\text{плазм}} = (1 - R_{\text{плазм}})$  от частоты  $\omega$  для разных углов падения  $\varphi$  [150].  $A_{\text{френ}}$  — расчет по обычным формулам Френеля; для  $\varphi = 0$  кривые совпадают.

Таблица 4

Металл	Граница прозрачности, $\text{Å}$ [128, 129]	Граница кол-лективных потерь (энергии плазмон), $\text{Å}$ [121]	Красная граница внешнего фотоэффекта, $\text{Å}$	Красная граница внутреннего фотоэффекта, $\text{Å}$ [119]	$k\theta$ , $\text{см}^{-1}$ [123]
Натрий	1600—2100	2180	5600	6200	105
Калий	2300—3150	3180	5500	9100	70
Цезий	3800—4400	4300	6650	12300	38
Медь	—	615	2640	6000	220
Серебро	—	540	2640	4000	150
Золото	—	515	2530	5000	126
Алюминий	830	830	3100	80000	292
Индий	800	1120	—	—	76
Олово	500	1030	—	90000	149
Свинец	—	950	3100	—	62
Висмут	500	880	2860	—	82

но аномален эффект для металлов первой группы при низких температурах.

Для иллюстрации сказанного приведем некоторые результаты, полученные Мотулевич (табл. 5) для  $\text{In}$ , где  $N_{\text{пр}}$  не зависит от  $\lambda$  начиная с 6  $\mu\text{м}$ , и для  $\text{Au}$ , где независимость  $N_{\text{пр}}$  начинается с 4  $\mu\text{м}$ .

Таблица 5

Металл	$n'$	$\kappa$	$\alpha$	$N_{\text{пр}}/N_1$
Индий $\lambda = 10 \mu\text{м}$ 295° К 4,2° К	24,8	51,9	0,031	1,76
	13,5	62,3	0,046	1,42
Золото $\lambda = 12 \mu\text{м}$ 295° К	15,4	80,5	0,068	0,95

Как видно, в этой области пренебрежение межзонными переходами допустимо<sup>1)</sup>, а поправка  $\alpha$  очень мала. Подобный же вывод был получен [132] для серебра в

<sup>1)</sup> Вопрос об учете вклада межзонных переходов рассмотрен в работе [130], а необходимая для его обнаружения точность эксперимента оценена в работе [131].

области от 4 до 24  $\mu\text{м}$  ( $\omega_{\text{плт}}$  — соответственно от 15 до 2).

При отражении определенную роль играет также анизотропия металла; теория отражения для этого случая рассмотрена на примитивной модели поверхности Ферми [133]; в работе [134] дан обзор экспериментальных данных.

Некоторые соображения об отражении от сверхпроводящих металлов имеются в работах [116, 135, 136]. Экспериментально отличий от обычных металлов в отражении обнаружить не удалось.

Отражение от жидких металлов интерпретируется легче, чем от твердых. Здесь существенно легче получить чистые гладкие поверхности; аномальности скин-эффекта проявляются в меньшей мере, а чаще, как было сказано выше, вообще отсутствуют в видимой части [137, 138]. Так же обстоит дело и для аморфных металлов.

В цитированных работах, а также в [139—142] исследовалось, в частности, отражение жидкой ртути. Обнаружена существенная разница в отражении света жидкой и кристаллической ртутью. Изменение симметрии (потеря трансляционной симметрии при плавлении) существенно влияет на поглощение энергии при межзонных переходах и меняет проводимость и отражение. То же отмечалось при плавлении олова и свинца — концентрация электронов проводимости менялась втрое.

Применять для металлов описанные в § 23 и 24 методы исследования структуры поверхности трудно потому, что свет, отраженный от металла, поляризован эллиптически, и обнаружить малую эллиптичность, создаваемую поверхностными эффектами на фоне большой, чрезвычайно сложно.

Однако показано хорошее согласие результатов с классическими формулами (28.10) и (28.11), т. е. нормальный характер скин-эффекта (средняя длина пробега — порядка 7  $\text{Å}$ , глубина проникновения  $\sim 30\text{—}150 \text{Å}$ , межзонное расстояние  $\sim 3 \text{Å}$ ), но отмечены некоторые отступления в абсолютных значениях  $R$  и угловых зависимостях от результатов расчета без учета поверхностного слоя (и расхождение между константами, полученными по измерениям  $R$  и по эллипсометрии).

Был проведен расчет в предположении о существовании поверхностного слоя с проводимостью  $\sigma(z)$ , меняющейся по так называемому «профилю Эпштейна» (применяемому в теории ионосферы, см. в гл. 5, § 21, п. В и ссылку [1]):

$$\sigma(z) = \frac{e^{z/l}}{1 + e^{z/l}} \left( \sigma_{\text{объемн}} + \frac{\sigma_{\text{пов}}}{1 + e^{z/l}} \right),$$

где  $\sigma_{\text{пов}}$  — параметр, характеризующий поверхность. Из-за математических трудностей этот профиль аппроксимировался совокупностью однородных слоев.

Предположение обосновано тем, что данные о (довольно значительном) поверхностном натяжении ртути приводят, в согласии с изложенным в § 24, к выводу о существовании на поверхности жидкой ртути поверхностного слоя (несколько атомных слоев) с повышенной плотностью [142]. В этом же слое происходит и тот спад плотности электронного облака, о котором говорилось выше.

Согласие с опытом было получено при вполне правдоподобных значениях  $l$  (порядка 2—6 Å). Это показывает, что вопрос о естественной (не связанной с обработкой) структуре поверхности и для металлов весьма важен — главным образом, конечно, при малой длине свободного пробега, т. е. нормальном скин-эффекте. (Длина пробега должна быть сравнима с толщиной слоя.)

Этот поверхностный слой особенно сильно меняется при плавлении [140], что вполне подтверждает изложенные в § 25 предположения; именно это и вызывает существенное изменение отражения при плавлении. Таким образом, и для металлов картина, представленная в § 23—25, видимо, качественно пригодна.

Все изложенное относится к чистой поверхности. Роль загрязнений, как и дефектов, вызванных полировкой, весьма велика. Отражение рентгеновских лучей при очень больших углах ( $\varphi > 89^\circ 40'$ ), по-видимому, позволяет исследовать структуру слоев (и наличие примесей) толщиной 10—200 Å, т. е. как раз тех слоев, в которых и происходит отражение. Например, в работе [143] показано, что глубина слоя окиси на меди достигает по-

рядка 150 Å. В работе [2] глубина текстуры при шлифовке оценена электронографически примерно в 10 мк. При пользовании специальными тонкими абразивами эта глубина может быть снижена (при особой тщательности) до 200—500 Å. Очевидно совершенно необходима электрополировка; при этом снимают 25—100 мкм.

Появлялись работы, в которых наблюдалось отражение от неупорядоченных бинарных сплавов и прослеживался по отражению ход их упорядочения; и здесь отражение оказывается тоже весьма чувствительным к упорядочению на поверхности [144, 145]. В поверхностях покрытий сложного состава наблюдалось старение поверхности из-за образования интерметаллических соединений; в [146] это старение замечается по отражению.

Большую роль в отражении играет возбуждение поверхностных плазмонов — оно снижает отражение вблизи резонансов (см. гл. 2, ссылка [15]) [147—150]. Эти эффекты особенно сказываются при наличии шероховатостей (возникают компоненты поверхностных токов, нормальные к поверхности). Теоретический анализ в последнее время проведен в работе [151]<sup>1)</sup>. О поверхностных состояниях в сверхпроводниках см. [153].

Проведен специальный анализ отражения шероховатой поверхностью металла с учетом возбуждения поверхностных плазмонов [154—156]; подобные эффекты, видимо, сказываются на работе отражательных решеток [157, 158]. Аномалия в кривой отражения от алюминия у 5400 Å связывается [159] с существованием поверхностных плазмонов; однако доказательство ее принадлежности не бесспорно.

Отражение света от ферромагнитных металлов рассмотрено в книге [014], некоторые уточнения для области вблизи резонансов обсуждены в § 18.

Теория отражения света тонкими металлическими пленками с учетом нелокальных эффектов развита авторами работы [160] на основании предыдущих работ [112]. Показано, что и здесь (как во всех тонких плен-

<sup>1)</sup> Связь шероховатости с ходом плазмон-фотонных взаимодействий наиболее подробно (связь со степенью шероховатости) рассмотрена в работе [152].

ках, см. подробнее § 22) возникают квантовые размерные эффекты и коэффициент отражения осциллирует с изменением толщины пленки или изменением частоты. Расстояние между максимумами имеет порядок  $1/d$ ; осцилляции особо заметны, когда  $\omega/\omega_{пл} \geq 1$  (см. также [116, 161], а для радиодиапазона [117]). Влияние поверхностных плазмонов рассмотрено также в работе [162].

Несколько сложнее вопрос об отражении гранулированными пленками. Для прозрачных и поглощающих подложек этот вопрос исследован теоретически и экспериментально в работах [163—166].

В этих пленках появляются некоторые резонансные эффекты, связанные, видимо, с плазменными колебаниями электронов в гранулах; число электронов и характер их колебаний зависят от размеров гранул. Кроме того, в каждой грануле, по нашему мнению, должны иметь место поверхностные эффекты. Сообщалось [164] и о некоторых эффектах типа интерференционных. По нашему мнению, здесь могут иметь место явления, сходные с рассмотренными для жидких кристаллов.

В работе [167] гранулярный слой рассматривался как «двумерный коллоид» с частицами, размер которых много меньше  $\lambda$  (настолько, чтобы не сказывались эффекты Ми), а концентрация велика; подложка рассматривалась феноменологически как континуум. При слиянии частиц основные предположения теории теряют силу.

В гранулированных пленках старение поверхности проявляется весьма значительно (меняется их зернистость и т. п.), см. [168].

### § 29. Воздействие внешних полей

Из всего предыдущего следует, что любое внешнее воздействие, изменяющее структуру поверхности, влияет на отражение и может быть обнаружено по отражению.

Наиболее существенно с точки зрения техники эксперимента то, что внешнее воздействие может быть модулировано, и вызванное им изменение отражения  $\Delta(R)$ ,

$\Delta(\delta)$  может быть выделено (например, радиоэлектронными методами) на фоне большого постоянного или не селективного отражения, большой эллиптичности и т. п.; можно получить хорошее отношение сигнал/шум.

Обычно измеряется отношение

$$R' = \frac{R(W) - R(0)}{R(0)},$$

где  $W$  — внешнее воздействие. При применении модуляции современная техника эксперимента позволяет производить измерения до  $R' \sim 10^{-6}$ . Это далеко превосходит точность измерений отражения в «статических» методах (1—0,1% в лучшем случае) и вызывает стремительный рост интереса к этим методам [169, 170]. По-видимому, развитие экспериментальной техники отражения будет происходить именно в этом направлении.

Вопрос о механизме процессов, вызванных внешним воздействием, и возникающих здесь возможностях исследования структуры относится, естественно, к теории строения вещества. Он освещен, в частности, в обзорах [69, 70, 73, 171, 172]; мы ограничимся весьма краткими сведениями.

**А. Электроотражение.** При воздействии на поверхность электрического поля могут возникать: 1) обратный пьезоэлектрический эффект («индуцированное пьезоотражение»), описываемое тензором 3-го ранга; 2) известный эффект Франца—Келдыша (изменение межзонного расстояния), макроскопически описываемый тензором 4-го ранга, т. е. имеющий иную симметрию; 3) ряд явлений, связанных с вызванными полем переходами из валентной полосы на свободные поверхностные уровни, с заполненными поверхностными уровнями в полосу проводимости, «модулированным поглощением»<sup>1)</sup> вакансиями и свободными электронами [173—175].

В принципе эти эффекты, вероятно, можно также охарактеризовать тензором 4-го ранга; они должны быть весьма селективны и особенно проявляться в области частот соответствующих переходов и экситонных частот. Ход явлений, естественно, зависит от глубины проникновения поля [176—178], существенно различной для

<sup>1)</sup> Поле модулирует, точнее, плотность функции состояний.



световой волны и постоянного или модулирующего поля (для постоянного поля, например, эта глубина составляет при хорошей проводимости несколько ангстрем). Это обстоятельство, видимо, полностью оценено лишь в последнее время и должно быть приведено в связь с толщиной поверхностного слоя, особенностями структуры поверхности и поверхностными загрязнениями при интерпретации результатов.

Поскольку симметрия тензора  $\epsilon$  выше симметрии тензоров, определяющих эффекты электроотражения, поляризационные и ориентационные явления будут сказываться более заметно, и проявятся даже у кубических кристаллов, изотропных оптически (по  $\epsilon$ ), но анизотропных пьезооптически<sup>1)</sup>.

Подобным методом исследовались полупроводники [180—184] (см. также библиографию в указанных выше обзорах), металлы [177, 185, 186], сегнетоэлектрики [187] и др. Обнаружено влияние поля на отражение 2-й гармоники [178]. Для повышения градиента поля у поверхности практиковалась иммерсия в электролит [188].

**Б. Фотоотражение.** По существу, здесь имеет место электроотражение с высокочастотной модуляцией (обычно используется освещение ОКГ), лишь осложненное возможным нагревом и добавочными электрострикционными эффектами, заметными в полях такой силы [189—191] (см. также стр. 128 и 175).

**В. Пьезоотражение.** Используется влияние модулированного давления [192—194] с различной ориентацией относительно поверхности и кристаллографических осей и, вообще говоря, разным характером напряжений. Симметрии тензоров напряжений, деформаций и упругости различны и по-разному связаны с симметрией кристалла (теория изложена в работе [195]). Несколько иной метод применялся автором и А. Ф. Степановым при изучении отражения поверхностным слоем диэлектрической жидкости. На поверхность накладывалось мощное ультразвуковое поле, разрушающее упорядочение на поверхности; эллиптичность отраженного света, вызванная этой упорядоченностью, как и следовало ожидать, падала (см. § 26, а также [176]).

<sup>1)</sup> Анализ роли симметрии в теории электроотражения дан в работе [179].

**Г. Термоотражение.** Исследуется влияние (переменного) нагрева, общего или локального нагрева (см., например, [195, 196]). Наиболее часто здесь, видимо, применяется прогрев излучением ОКГ и те эффекты, которые были рассмотрены в связи с вопросами параметрической модуляции в § 20; здесь они играют вспомогательную роль. Часто применяется переменный ток низкой (несколько герц) частоты.

**Д. Магнитоотражение.** Если поместить вещество в магнитное поле, тензоры проницаемостей его также будут претерпевать изменения — возникает эффект Фарадея. Для простейшего случая изотропной среды, когда магнитное поле направлено по оси  $z$ , тензоры приобретают вид:

$$\epsilon \rightarrow \begin{vmatrix} \epsilon & -i\epsilon M_z & 0 \\ i\epsilon M_z & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{vmatrix}, \quad \mu \rightarrow \begin{vmatrix} \mu & -i\mu M_z & 0 \\ i\mu M_z & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{vmatrix}, \quad (29.1)$$

где  $\epsilon_z = \epsilon_0$ ,  $\mu_z = \mu_0$  — значения в отсутствие поля; коэффициенты  $M_i$  заметно отличны от единицы лишь для ферромагнитных сред и вблизи магнитных резонансов.

В непоглощающей среде  $M_z$  и  $M_x$  вещественны, и тензоры  $\epsilon$  и  $\mu$ , следовательно, имеют симметричную вещественную и антисимметричную чисто мнимую части. При наличии поглощения  $M$  комплексны и симметрия становится более низкой.

Очевидно, что свойства сред с такими параметрами во многом напоминают свойства обладающих пространственной дисперсией первого порядка гиротропных сред (см. § 18 и приложение V); поэтому среды носят название *электрически-* или *магнитно-гиротропных*, если соответственно  $\epsilon$  или  $\mu$  описываются (29.1), или же *бигиротропных*, если  $\epsilon$  и  $\mu$  следуют (29.1). Однако свойства симметрии  $\text{Im}\epsilon$  и  $\text{Im}\mu$  отличны от свойств введенных в гл. 5 тензоров  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{g}$ , описывающих физические процессы пространственной дисперсии; это отличие выяснено в приложении V.

Известен ряд ферро-, ферри- и антиферриманетиков, прозрачных в оптической области, что заставляет при отражении света рассматривать и их. Давно известен также эффект Керра — появление характера особо-

го отражения от ферромагнитного металлического зеркала после его намагничивания.

Микромеханизм явлений здесь весьма разнообразен. Наряду с «обычным» эффектом Фарадея, возникающим вследствие спин-орбитального взаимодействия и прецессии моментов, в поле  $\mathbf{H}$  играют роль обменные эффекты, вклад  $s-d$  переходов, спиновые волны (магнитные взаимодействия). Подробности этих явлений см., например, в работах [197—199]. Величины эффектов в магнитных средах особенно велики и легче наблюдаются.

Г. С. Кринчик предложил формулы для отражения света от сред, описываемых формулой (29.1). Для случая «поперечного эффекта» (вектор намагниченности  $\mathbf{M}$  перпендикулярен плоскости падения,  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{a}$ ) [200, 201]:

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{n \cos \varphi - \varepsilon_0 \cos \psi}{n \cos \varphi + \varepsilon_0 \cos \psi} - 2iM_m \frac{\varepsilon_0 \cos \varphi \sin \varphi}{(n \cos \varphi + \varepsilon_0 \cos \psi)^2},$$

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = -\frac{n \cos \varphi - \mu_0 \cos \psi}{n \cos \varphi + \mu_0 \cos \psi} + 2iM_s \frac{\mu_0 \cos \varphi \sin \varphi}{(n \cos \varphi + \mu_0 \cos \psi)^2},$$

где

$$n = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

Отражение от ферромагнетиков исследовано также теоретически и экспериментально [202, 203].

Кроме указанных эффектов, где проявляются в отражении изменения свойств вещества в объеме, существуют также поверхностные явления. Возникают поверхностные магнитные уровни [204—207], меняется ход скин-эффекта, поверхностное сопротивление имеет осциллирующую зависимость от магнитного поля вследствие особых стационарных состояний электронов проводимости — электроны описывают дуги, опирающиеся на поверхность [205, 208]. Можно сказать, что у поверхности имеют место особые циклотронные и спиновые волны, а в связи с этим — квантовые осцилляции поверхностного импеданса [209—211]. Влияние магнитного поля на отражение металлов рассматривалось также теоретически [212]; некоторые экспериментальные данные приве-

дены в работе [213] (рис. 78—80). Магнитные уровни играют особенно существенную роль в случае шероховатой поверхности [216].

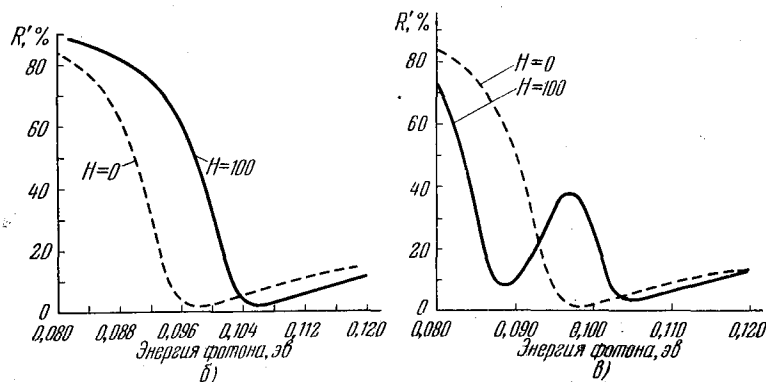
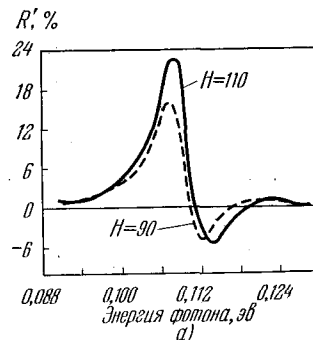


Рис. 78. Спектральная зависимость магнитоотражения.

а) Величина  $R' = \frac{R(H) - R(0)}{R(0)}$  для Sb; поле перпендикулярно плоскости симметрии кристалла (эксперимент), плазменная частота — в области  $\sim 0,107$  эВ; б) теоретический расчет  $R(H)$  для HgTe; свет поляризован циркулярно. \*  $\mathbf{H}_{\text{внеш}} \parallel \mathbf{a}$ ; в) то же, свет поляризован линейно,  $\mathbf{H}_{\text{внеш}} \perp \mathbf{a}$  (волны  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{a}$  в крystalлах).

Из сказанного ясно, что магнитоотражение — очень перспективный метод исследования, позволяющий получить большую информацию. Однако сложность и многообразие явлений при магнитоотражении затрудняют интерпретацию экспериментальных данных.

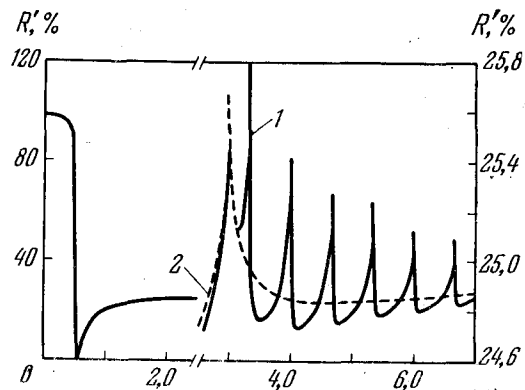


Рис. 79. Зависимость коэффициента отражения  $R'$  от энергии фотонов (в условных единицах).

Левые кривая и шкала — область внутризонных переходов; правые — область межзонных переходов; 1 — сильное поле; 2 — без поля; расчет [212].

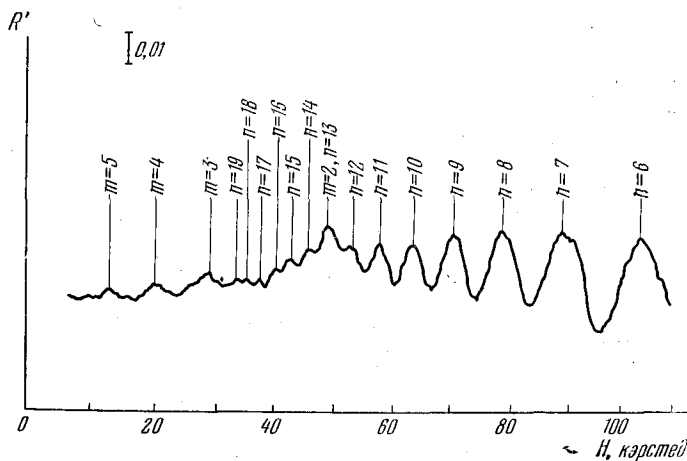


Рис. 80. Экспериментальная кривая (осциллограмма)  $R' = \frac{R(H) - R(0)}{R(0)}$  для графита.

$H_{\text{внеш}} \parallel C \parallel k$ ; две серии максимумов; индексы проставлены в соответствии с зонной моделью [214].

Упомянем, что предлагался метод определения оптических констант по совместному измерению эллиптичности отраженного света и магнитного эффекта Керра. Однако указанные поверхностные эффекты весьма затрудняют интерпретацию данных измерений и переход к  $n, k$ .

Весьма заметных эффектов следует ожидать в магнитоотражении от сверхпроводников. Здесь в силу эффекта Майснера магнитное поле спадает до нуля на расстоянии порядка  $10^{-5}$  см или менее; поэтому уже при слабых полях будут иметь место огромные градиенты, и все перечисленные и показанные на рисунках явления будут резко выражены.

## ГЛАВА СЕДЬМАЯ

## ПРИМЕНЕНИЯ ЯВЛЕНИЙ ОТРАЖЕНИЯ

## § 30. Определение оптических постоянных вещества по параметрам отраженного света

Из всего предыдущего видно, что в очень большом числе случаев оптические свойства вещества достаточно полно описываются феноменологическими параметрами  $n$  и  $\kappa$  и что значение этих параметров позволяет выявить многие детали микроструктуры вещества<sup>1)</sup>. Лишь в некоторых случаях число параметров приходится увеличивать (например,  $n_{||}$ ,  $n_{\perp}$ ) и лишь в небольшом числе особых, специально рассмотренных выше вопросов эти параметры неприменимы. Таким образом, практически задача в широком круге проблем сводится к определению спектров  $n$  и  $\kappa$  по измерениям спектра отражения  $R(\lambda)$ .

Некоторые аспекты данного вопроса рассмотрены в монографиях [014, 020, 024], а также в гл. 1 [26, 28] и в работах [1—3].

Из предыдущего видно, что измерения  $R$  дают значительно большую информацию, нежели, например, измерения поглощения: по отражению определяются  $n$  и  $\kappa$ , тогда как во втором случае — только  $\kappa$ <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> С точки зрения теории строения вещества часто более удобны первичные параметры  $\epsilon'$  и  $\epsilon''$ , имеющие более глубокий физический смысл. Однако связь с ними  $n$  и  $\kappa$  достаточно однозначна, а экспериментально в оптике именно эти два параметра определяются непосредственно.

<sup>2)</sup> Это, в частности, очень важно, когда необходимо учитывать влияние внутреннего поля при переходе от  $\kappa(\omega)$  к коэффициенту Эйнштейна  $B(\omega)$ .

Помимо того, что они дают большее количество информации, измерения по отражению являются единственными возможными для сильно поглощающих сред, так как необходимые для измерений поглощения толщины оказываются слишком малыми как с точки зрения практических возможностей изготовления образцов, так и с точки зрения несходства их структуры со структурой массивного вещества. При измерении жидкостей сказываются трудности измерения толщины слоя и адсорбция на окошках.

Поэтому для металлов, сильно поглощающих молекулярных кристаллов и красителей методы «на просвет» почти неприменимы, а для жидкостей часто неудобны.

Кроме того, в тонких слоях возникают интерференционные явления, усложняющие (см. гл. 4) теоретические расчеты и увеличивающие ошибки эксперимента. Существуют следующие принципы измерений:

- 1) Измерения коэффициентов отражения и углов отражения.
- 2) Измерения фазовых и амплитудных соотношений в отраженном свете (эллипсометрия).
- 3) Метод нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО).
- 4) Метод параметров Стокса и ему подобных.
- 5) Использование соотношений между  $n$  и  $\kappa$  ( $\epsilon'$  и  $\epsilon''$ ) в дополнение к измерениям отражения.

**Измерения коэффициентов и углов отражения.** Поскольку для данного значения  $\lambda$  необходимо определение двух констант, следует произвести по крайней мере два независимых измерения. Существует много различных методов такого определения. Это могут быть:

**А.** Измерения коэффициента отражения  $R_{\text{вст}}$  (для естественного света) при нормальном падении из двух разных внешних сред («сред 1»). Сюда относится, например, метод Крауца [4]. Он заключается в нанесении исследуемого вещества на две различные прозрачные подложки. Для кристаллов и массивных образцов методика усложняется и становится неудобной, так как на образец необходимо наносить два различных прозрачных покрытия или применять две иммерсии. Для жидких сред, красителей и им подобных этот метод удобен и применяется [5, 6].

**Б.** Одновременные измерения на отражение и на просвет, дающие соответственно  $R_{\text{ест}}$  и  $\kappa$ . В ряде случаев их трудно технически проводить, ибо отчетливое селективное отражение начинается при таких значениях  $\kappa$ , когда измерения на просвет уже сложны (см. выше). Однако для малоселективного отражения методика все же применима.

Наиболее рациональный вариант методики и анализ ее возможностей дан в работе [7] для тонких поглощающих пленок на прозрачной подложке. Расчеты проведены по формулам Френеля (т. е. без учета поверхностных эффектов) для толщин порядка  $400 \text{ \AA}$ , для четырех измерений пропускания  $T$  и отражения  $R$  в двух направлениях. Показано, что удастся определить  $n$ ,  $\kappa$ ,  $l$  с удовлетворительной точностью. Метод, видимо, особенно ценен для дальней инфракрасной области спектра [8].

**В.** Измерения  $R$  при падении из определенной среды под разными углами:

- 1)  $R_{\text{ест}}$  при двух углах падения.
- 2)  $R_{\perp}$  или  $R_{\parallel}$  при двух углах падения. Эти два варианта часто объединяют под названием «метода Шимона» [9—11]. Точность удается повысить, производя измерения при трех разных углах падения.
- 3)  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  при одном угле падения (см. ниже и § 34).
- 4) Измерение отношения  $R_{\perp}/R_{\parallel}$  при двух углах падения «метод Эвери» [12—15].
- 5)  $R_{\perp}$  или  $R_{\parallel}$  или  $R_{\parallel}/R_{\perp}$  при произвольном угле падения и угле Брюстера. Вторым вариантом применялся [16] с определением минимального  $R_{\parallel}/R_{\perp}$ .
- 6)  $R_{\perp}$  или  $R_{\parallel}$  и угол Брюстера.
- 7)  $\frac{R_{\perp}}{R_{\parallel}}$  при  $\varphi_{\text{бр}}$  и угол Брюстера.
- 8)  $R_{\perp}$ ,  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\alpha=45}$  при одном угле падения («метод Битти—Кона» [17] с дополнениями Бахшиева [18] и Одарич [19]). На основании этих измерений определяются значения  $\rho$  и  $\Delta$ , а затем  $n$  и  $\kappa$ .

**Г.** Измерения физически выделенных углов:

- 1) Измерения трех характерных углов — главного угла, угла Брюстера и угла наибольшей поляризации [20].

2) Измерения главного угла и главного азимута [21].

Подобных комбинаций непосредственно измеряемых параметров можно предложить (и предлагается по сей день) очень много. Поскольку связь  $F(n, \kappa, \varphi; R, \alpha)$  весьма сложна и немонотонна, однозначность определения  $n$  и  $\kappa$  по  $R$  и точность измерений сильно зависят от значений параметров.

Сравнительный анализ точности этих методов и областей их применимости производился в ряде цитированных работ и многими другими авторами [22—33].

На рис. 81 и 82 приведен результат расчетов [32] и др. для различных методов, а на рис. 83 — оформленные несколько иначе данные [33] для способа В, 2). На рис. 84 и 85 даны номограммы для  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$ . Как видно, точность результатов при данной точности экспериментальных измерений и для данных значений  $n$  и  $\kappa$  существенно различна в разных методах и зависит от выбранных значений  $\varphi$ .

Из этих расчетов и всех обсуждений видно, что оптимального универсального метода измерения  $n$  и  $\kappa$  из числа указанных выбрать нельзя, и методика должна меняться в зависимости от значений этих величин. Наиболее широко, видимо, применимы метод Битти—Кона [метод В, 8)] с указанными дополнениями, методы эллипсометрии, а также метод В, 2) с измерением при трех  $\varphi^1$ .

В соответствии с методами разнообразны и оптические схемы измерений. Многие схемы описаны в цитированной литературе; обзор ряда схем дан, например, в обзоре [34] (см. ниже § 35). В последнее время для измерений отражения, как и для других оптических измерений, применяются методы фурье-спектрометрии (применительно к отражению см. [35, 36]). Они сложнее технически, но существенно повышают объем получаемой информации, давая сведения не только об амплитудах, но и о фазах.

Следует обратить внимание, что точность измерений  $n$  и  $\kappa$  различна, и в разных диапазонах соотношения точностей также различно.

<sup>1)</sup> По-видимому, очень универсален метод, изложенный в конце § 36.

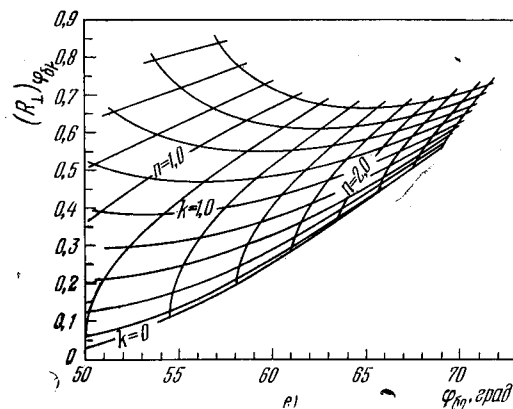
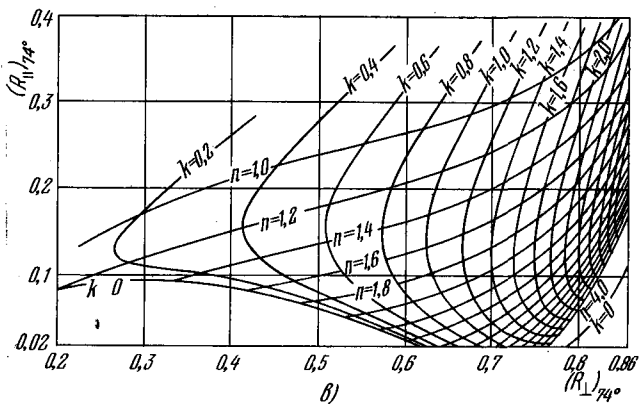
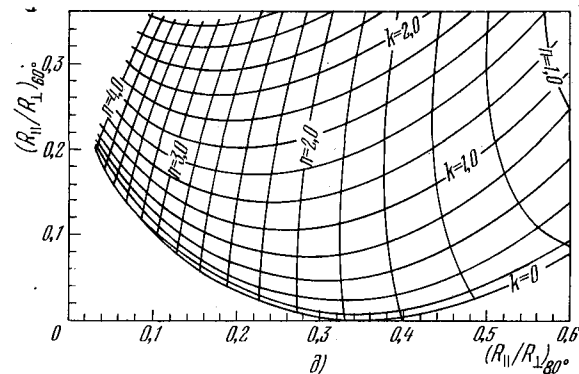
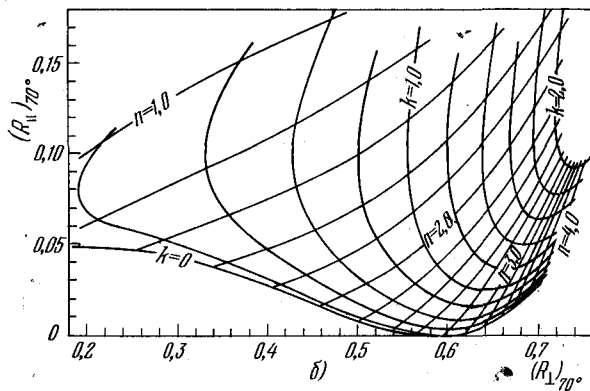
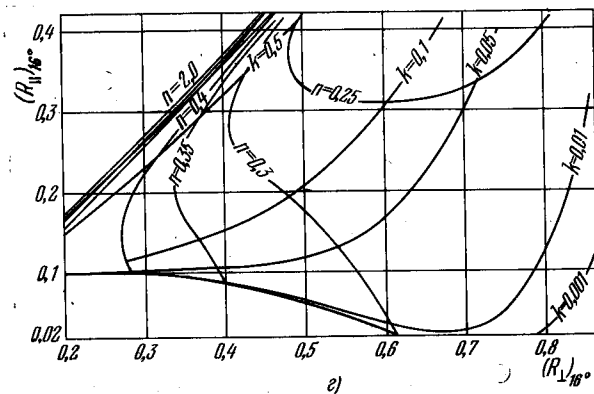
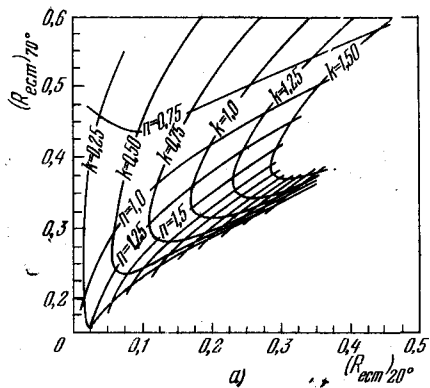


Рис. 81. Чувствительность методов:

а) метод В, 1), при  $\varphi_1=20^\circ$  и  $\varphi_2=70^\circ$ ; б) метод В, 3),  $\varphi=70^\circ$ ; в) то же,  $\varphi=74^\circ$ ;

Рис. 81 (продолжение)

г) метод В, 3),  $\varphi_1=16^\circ$ ; д) метод В, 4),  $\varphi_1=60^\circ$ ,  $\varphi_2=80^\circ$ , е) метод В, 6), измеряется  $R_\perp$  при угле Брюстера,

Это относится ко всем принципам измерений, приемам вычислений, номограммам (по вопросу выбора методов измерений и вычислений см. табл. 6). С точки зрения техники эксперимента здесь можно указать:

1) Точность методов, требующих измерений абсолютных значений  $R$ , всегда ниже точности методов с измерением  $R_{\parallel}/R_{\perp}$ .

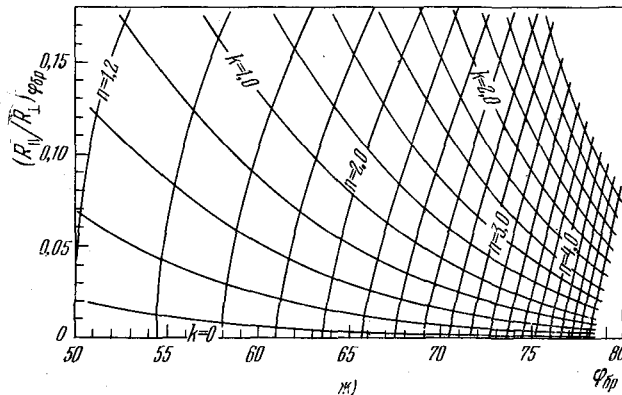


Рис. 81 (продолжение)

ж) метод В, 7), измеряется  $\frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}}$  при угле Брюстера.

2) Измерения при нормальном падении упрощают эксперимент и расчеты, однако содержат меньше информации и поэтому менее точны (см. номограммы и рис. 81—85).

3) При измерении  $R_{\text{ест}}$  [методы А, Б, В, 1)] можно использовать обычные методики измерений коэффициентов отражения, более простые, чем поляризационные.

4) Измерения при двух углах падения сложнее экспериментально. Расчеты показывают, что рационально брать углы по разные стороны от угла Брюстера и не слишком близкие к нулю и  $90^\circ$ ; последнее сделать часто трудно, ибо при больших  $n$  и  $k$  угол  $\phi_{\text{бр}}$  велик. Обычно берут углы порядка  $20^\circ$  и  $65\text{--}80^\circ$ ); однако в

<sup>1)</sup> На рис. 82 показаны области значений  $R_{\perp}$ , соответствующих реальным (вещественным и положительным) значениям  $n$ ,  $k$  для разных углов падения. Ср. также [265].

последнем случае для получения приемлемой светосилы необходимы большие образцы (и при разных  $\phi$  размеры

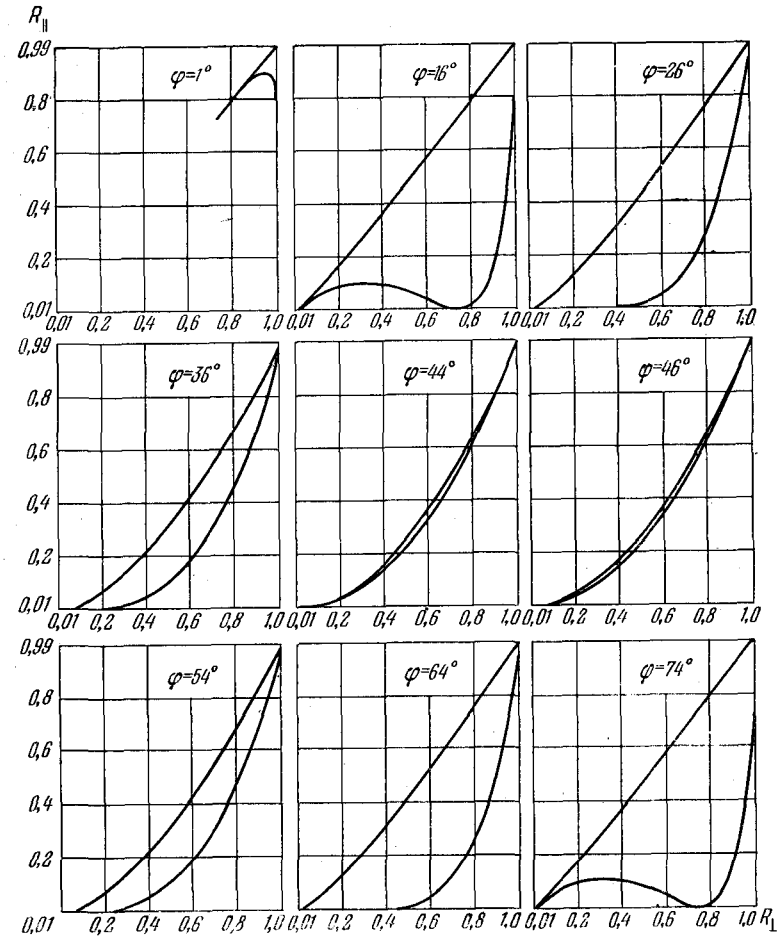


Рис. 82. Области значений  $R_{\perp}$ , внутри которых  $n$  и  $k$  реальны (вещественны и положительны) при разных углах падения  $\phi$ .

измеряемой площадки образца и засветка приемника меняются). Некоторый выход — в применении многократного отражения (см. ниже).

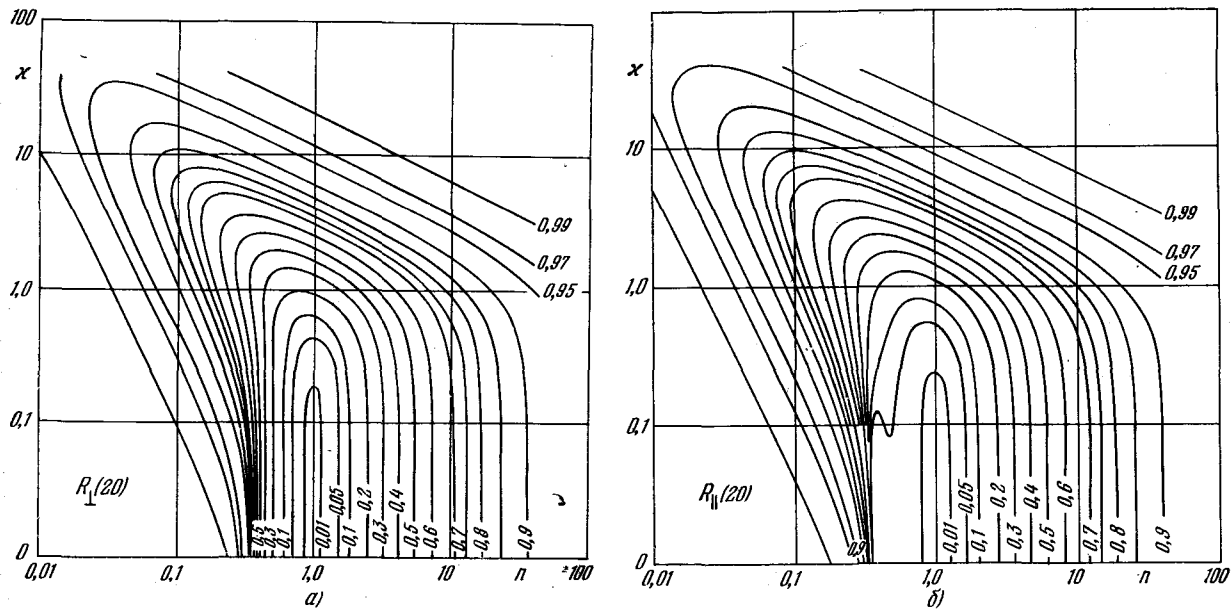


Рис. 83. Номограммы для способа В, 2).  
 а) Значения коэффициента отражения  $R_{\perp}$  (у кривых) для  $\varphi_1=20^\circ$ ; б) то же для  $R_{\parallel}$ .

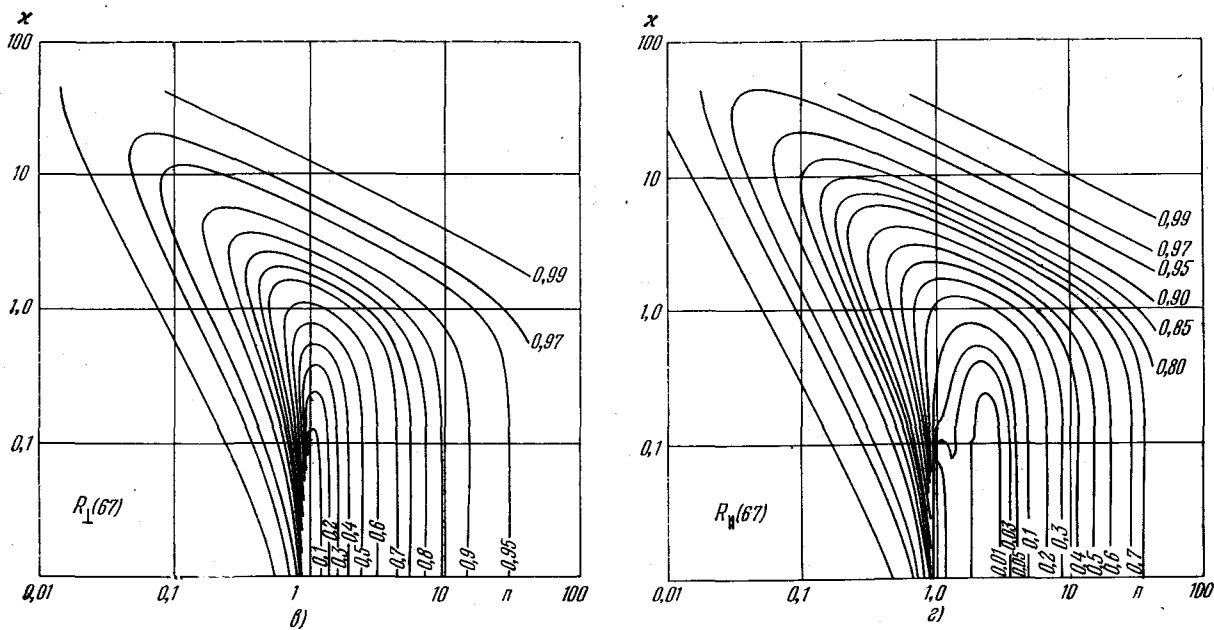


Рис. 83 (продолжение)  
 а) значения  $R_{\perp}$  (у кривых) для  $\varphi_2=67^\circ$ ; б) то же для  $R_{\parallel}$ .



5) Измерения трех характерных углов затруднительны тем, что углы эти не сильно отличаются друг от друга,

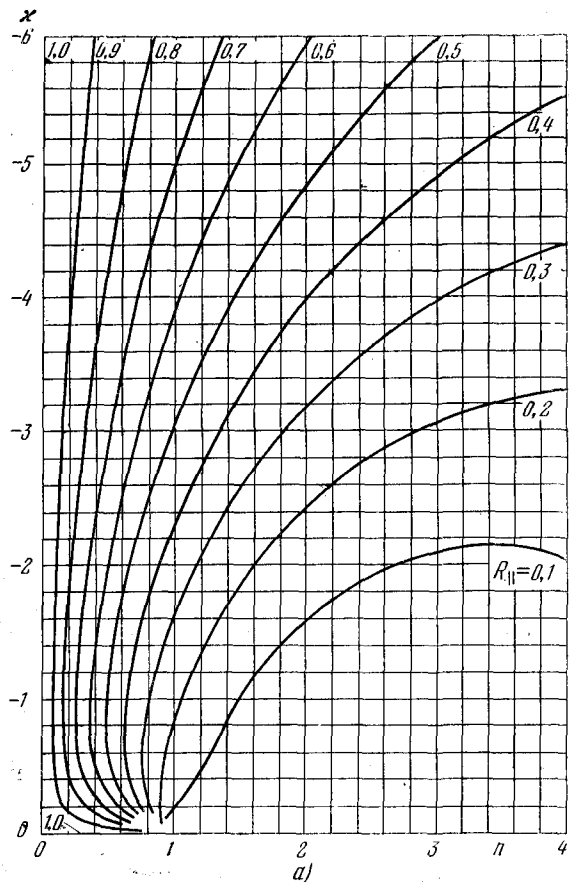


Рис. 84. Номограммы зависимости коэффициента отражения  $R_{||}$  от  $n$  и  $x$  (см. гл. 1 [27]).  
а) для угла падения  $\varphi=70^\circ$ .

друга, а трансцендентные уравнения для расчета сложны.

Независимо от выбора метода, обработка результатов и вычисления сложны. Это заставляет искать методики вычислений, либо графические и приближенные ме-

тоды. Кроме приближенных формул общего характера (4.26)—(4.32), предложен и ряд других (см. монографию [012]). Методики вычислений и приближений рассматривались в работах [14, 37—40].

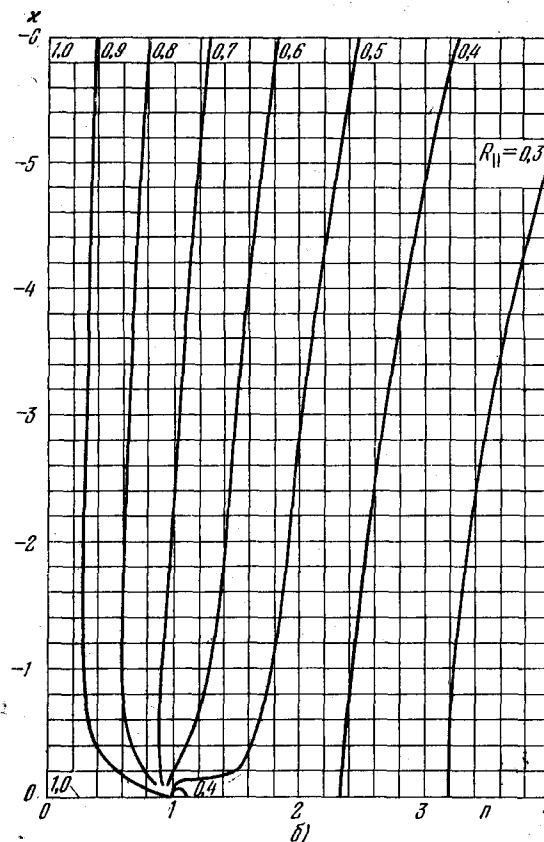


Рис. 84 (продолжение)  
б) для угла падения  $\varphi=85^\circ$ .

Предлагался ряд приемов расчета применительно к тем или иным вариантам способов измерений из числа рассмотренных выше; так, для сравнительно универсального варианта В, 8) методика вычислений предложена

в работе [41], для некоторых других — в работах [38, 42—45].

В работе [38] предложены рекомендации по применению ряда методов расчета, в том числе и предло-

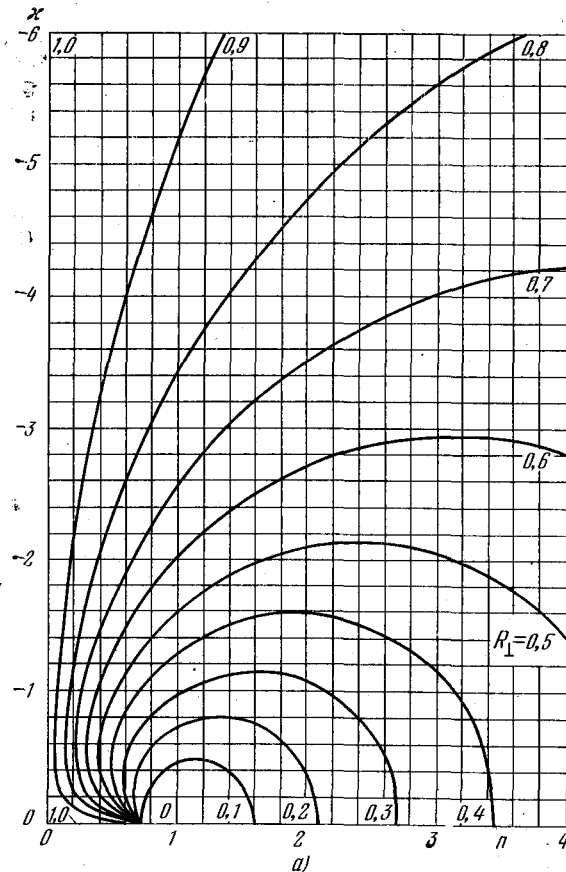


Рис. 85. Номограммы зависимости коэффициента отражения  $R_{\perp}$  от  $n$  и  $\chi$  (см. гл. I [27]).

а) для угла падения  $\varphi=40^{\circ}$ ;

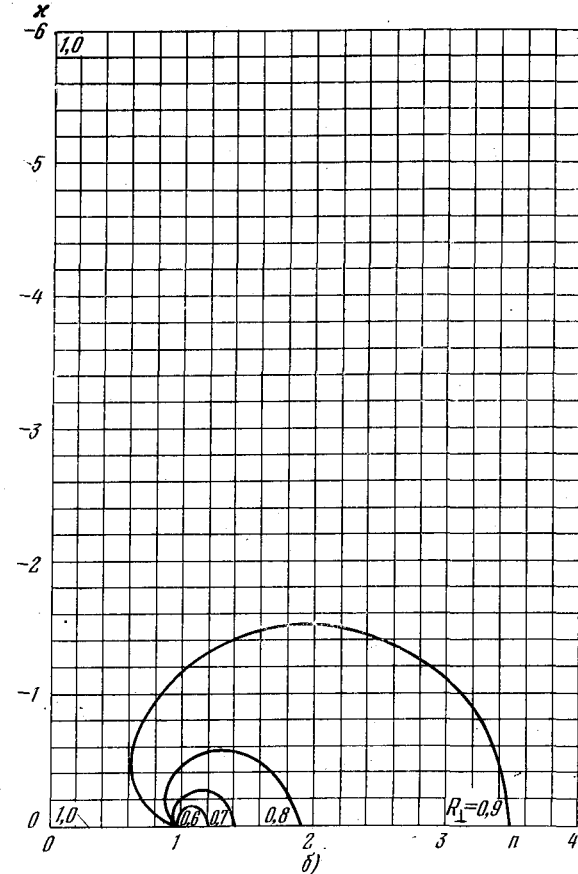


Рис. 85 (продолжение)

б) для угла падения  $\varphi=85^{\circ}$ .

женных специально для способа НПВО (см. § 33), но пригодных и для других случаев (табл. 6).

Предлагались методы, особо удобные для машинного счета [46]. Существуют графические методы: так назы-

ваемый метод пересекающихся окружностей [14, 47], метод кривых постоянного отражения [48], который дает, однако, заметную ошибку при больших  $\chi$  (см. также [49, 50]).

Кроме показанных на рис. 19, 22—24, 84, 85, номограммы предлагались также в работе [13].

Таблица коэффициентов отражения дана Холлом [51] для  $n, \chi=0,1-6$ ; Вашичком [52] с дополнениями

Таблица 6

Метод измерения	Полное внутреннее отражение		Внешнее отражение
	$\kappa > 1$	$\kappa < 1$	
Метод В, 2) Измеряются $R_{\perp}$ , $\varphi_1$ , $\varphi_2$ Измеряются $R_{\parallel}$ , $\varphi_1$ , $\varphi_2$ Метод В, 3) Измеряются $R_{\perp}$ , $R_{\parallel}$ , $\varphi$	*	при $\kappa < 0,2$ по [42] при $\kappa < 0,3$ по [43]	*
* Рекомендуется метод Ньютона — Рафсона.	*, и по [40, 44, 45]		

[53] для  $0,1 < n < 7$  и  $0 < \kappa < 6$ ; Одарич [54], Пришивалко для  $-0,1 < n < 10$  и  $0 < \kappa < 10$  (см. гл. 1, ссылка [28]); Гольманом и Степановым [55] и Шимоном [10] для  $0,1 < n < 100$ .

### § 31. Эллипсометрия

Особенно широкое применение получил так называемый метод Друде, чаще называемый ныне *эллипсометрией*<sup>1)</sup> в котором измеряются два параметра эллипса колебаний отраженного света, отношение полуосей и их ориентации. Это означает (см. приложение II) измерение отношения  $E_{\parallel}/E_{\perp} = \rho e^{i\Delta}$ . Точность измерения здесь получается гораздо выше, чем при измерениях  $R$  или  $R_{\perp}/R_{\parallel}$  [56]. Непосредственно могут измеряться отношение полуосей эллипса и азимут большой оси, азимут восстановленной линейной поляризации или азимут круговой поляризации. Некоторые примеры применения метода в том его варианте, где  $\Delta$  подбирается равным  $90^\circ$  и  $\rho$  равно  $\rho$  — отношение полуосей эллипса, даны в гл. 6; существуют и другие варианты.

Параметры  $\rho$  и  $\Delta$  могут связываться с константами  $n$  и  $\kappa$  для однородных массивных сред посредством формул (4.18) — (4.36).

<sup>1)</sup> Иногда эллипсометрией называют методы определения толщины пленок по параметрам отраженного света (§ 32), однако мы считаем более правильной принятую здесь терминологию.

В таком виде методика применяется для исследования металлов [014, 57, 58] и полупроводников [020].

Общие принципы техники эллипсометрии и полная библиография изложены в ряде обзоров и монографий [59—63].

Чтобы получить большее значение  $\Delta$  при меньших  $\varphi$  (что, как указано выше, увеличивает точность), применяется метод многократного отражения [58—64]. Легко убедиться в том, что при  $m$ -кратном отражении

$$\frac{r_{\parallel}^{(m)}}{r_{\perp}^{(m)}} = \rho^m e^{im\Delta},$$

однако часто трудно иметь 3—4 одинаковых образца. Особенно важно увеличение  $\Delta_{\text{сум}}$  для инфракрасной области, где компенсаторов нет и необходимо (многократным отражением и подбором  $\varphi$ ) приводить  $\Delta_{\text{сум}}$  к  $0, 90^\circ$  или  $180^\circ$ .

В случае фотоэлектрического приемника часто удобно получать при отражении циркулярную поляризацию, фиксируемую по неизменности сигнала при повороте анализатора. Нахождение азимута восстановленной линейной поляризации можно осуществить достаточно точно лишь при качании плоскости поляризации [65]; это одновременно обеспечивает модуляцию сигнала, повышая еще точность.

Точность измерений сильно зависит от ориентации поляризационных приспособлений относительно плоскости падения в зависимости от  $\rho$  и  $\Delta$  (рекомендации и номограммы для подбора даны в работах [66, 67]). Анализ других возможностей повышения точности приведен в работах [68, 69], а машинные обработки результатов методики — в работах [70].

Для расчетов обычно применяются формулы (4.26) — (4.31) или строгие формулы (4.23) — (4.25). Сложность расчетов заставляет и с точки зрения вычислительной предпочитать  $\Delta = \pi/2$ ; как было видно в § 4, это сильно упрощает вычисления.

Техника эксперимента развивалась также в ряде работ, приведенных в следующем параграфе. Эллипсометрия может быть применена и для шероховатых поверхностей; обсуждение этого см. в работах [60, стр. 131] и [71].

Из данных и графиков, приведенных в § 30, видно, что все методы в общем дают низкую точность при слабом поглощении.

Как было показано в § 23—26 и в цитированных работах по адсорбционным слоям [59—62 и др.] (см. § 32), эллипсометрические измерения позволяют уловить весьма тонкие явления в непоглощающих слоях и пленках, оценивать их толщины и т. п., однако при измерении заметного, но малого поглощения ( $\kappa \leq 0,2—0,3$ ) и они не особенно точны. Кроме того, при малых поглощениях весьма усложняет дело наличие неселективного фона. Поэтому для малых  $\kappa$  (см. также табл. 6) приходится искать иные методы. Особенно это относится к отражательной спектроскопии в химии, где очень часто представляют интерес слабые полосы поглощения; в ряде случаев увеличение поглощения повышением концентрации раствора вносит добавочные осложнения вследствие ассоциации и иных межчастичных взаимодействий. Поэтому для малых  $\kappa$  широкое распространение получили методы НПВО, особенно удобные именно в этом диапазоне (ср. рис. 14).

Следует остановиться на применении всех описанных методик к исследованию кристаллов. Очевидно, что число измерений в этом случае должно быть больше — по крайней мере четыре для одноосных кристаллов, ибо последние характеризуются четырьмя параметрами —  $n_o$ ,  $n_n$ ,  $\kappa_o$ ,  $\kappa_n$ . Видимо, необходимо, или, во всяком случае желательнее, чтобы число измерений было больше [72]. С другой стороны, анализ [015] показывает, что проводя для прозрачных кристаллов измерения интенсивности и поляризации отраженного света, можно в принципе определить все параметры по отражению от одного аншлифа (одной отполированной плоскости) как для одно-, так и для двусосного кристалла. Это можно осуществить, в частности, только измерениями состояния поляризации или же их сочетанием с измерениями интенсивностей.

В качестве одного из примеров возможного комплекта измерений Ф. И. Федоров указывает (для одноосного прозрачного кристалла):

1) отыскание главной плоскости поворотом кристалла;

2) измерение трех углов падения, дающих в отражении колебания в трех определенных (заданных) азимутах;

3) определение угла полной поляризации, т. е. всего 5 измерений.

Подобных комбинаций можно предложить много. Однако в § 5 было показано, что для наиболее точного измерения параметров анизотропии кристалла необходимо выбрать определенную ориентацию его оси относительно отражающей поверхности и плоскости падения. Обсуждение и выбор наиболее выгодных методик для поглощающих кристаллов в полном объеме еще не проведены, главным образом вследствие чрезвычайной громоздкости общих формул.

В работах [73—79] даны некоторые рекомендации, а в работе [80] — алгоритм решения. В частности, рекомендовалось измерять коэффициент отражения  $R_{\parallel}$  при трех углах падения и составлять их отношения при расположении оси (одноосных) кристаллов в отражающей поверхности и двух ее других ориентациях ( $c \perp N$ ;  $c \parallel a$  и  $c \perp a$ ). Для одноосных кристаллов предложен способ определения  $n$  и  $\kappa$  сравнительно простой графической процедурой на основании двух измерений  $R_{\parallel}$  в тех же положениях. Видимо, положение оси в отражающей плоскости — одно из наиболее чувствительных для определения  $n_2^{(o)}$  —  $n_2^{(n)}$  и ориентации; это видно и из наших рис. 25—27.

В литературе рассматривался способ ориентации кристаллов по отражению [015], а также некоторые особые приемы [43], однако они пригодны при качественных естественных гранях, а при произвольной ориентации поверхности отражения недостаточны; здесь необходимы обычные кристаллографические приемы. Рекомендована [81] методика, позволяющая определить ориентацию и дисперсию осей. Удобные формулы для определения осей эллипсоида  $\epsilon$  даны в работе [82].

Ориентация кристалла важна не только с точки зрения измерения констант с большей точностью, но и потому, что возбуждение тех или иных переходов происходит с разной интенсивностью при различных ориентациях. На рис. 86 [83] приведен пример для кварца;

видно, как при различных углах  $\widehat{cN}$  выявляются различные моды колебательного спектра (продольные и поперечные) (см. стр. 222).

Во многих цитированных выше работах производились измерения для аншлифа, сделанного на одноосных кристаллах перпендикулярно оптической оси. Ориентация

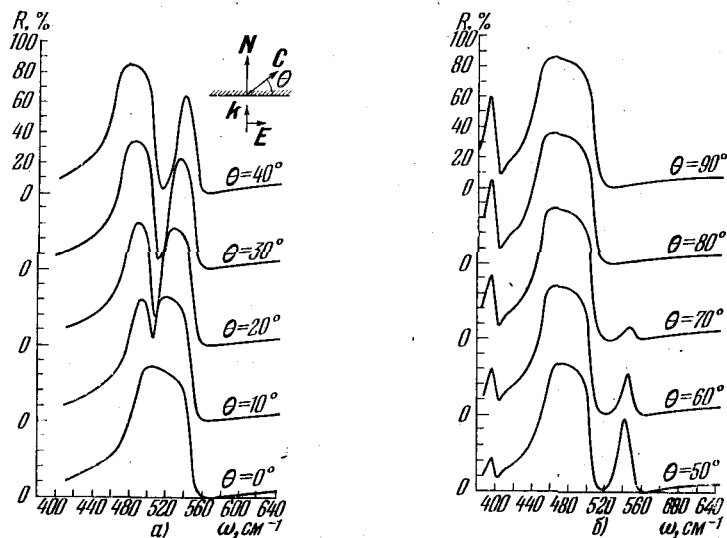


Рис. 86. Отражение от поверхности кристалла кварца при нормальном падении в зависимости от ориентации оптической оси: а) ориентация векторов и отражение при  $\theta=0-40^\circ$ ; б) отражение при  $\theta=50-90^\circ$ . В кристалле прошедший луч — необыкновенный.

производилась либо по естественной грани, либо кристаллографическими методами (таким же способом, а не оптическим методом по отражению определялась и ориентация оси при ином направлении аншлифа). Это значительно упрощает вычисления (и в некоторой мере методику), однако ориентация отражающей поверхности перпендикулярно оси ( $c \parallel N$ ), как видно из рис. 25—27, — не самая лучшая для получения наибольшей точности. Вопрос еще подлежит обсуждению.

## § 32. Измерения на тонких слоях и пленках

Исследования по методу отражения особенно часто проводятся для тонких слоев и пленок. Таким образом исследуются адсорбционные слои, поверхностные слои, технические покрытия оптотехники и др., напыленные слои и т. п. Это объясняется тем, что метод позволяет определить сразу три параметра:  $n$ ,  $\kappa$ ,  $l$ . Представляют особый интерес измерения толщины при  $\lambda \gg l$ , когда интерференционные измерения технически или принципиально неудобны, а микроскопические требуют нарушения целостности слоя.

Техника самих измерений остается в принципе той же, что и для массивных образцов; чаще всего применяется эллисометрия. Расчеты для слоев, толщина которых допускает макроскопическую трактовку, проводятся по двум схемам:

1) Сравнительно толстые слои — по методам, указанным в § 21, п. А, и др., причем производится расчет отражения на каждой границе раздела по формулам Френеля.

2) Сравнительно тонкие слои — методом расчета отражения от рассматриваемого слоя как от переходного слоя по формулам Друде (22.3) — (22.6).

Границы применимости методик обсуждены в § 21—23.

Следует отметить, что в ряде работ формулы Друде считаются пригодными даже для мономолекулярных слоев и для адсорбционных монослоев, лишь частично покрывающих подложку; это, очевидно, ошибочно. Для слоев молекулярных размеров должны применяться иные формулы, например, типа формул (23.5), (23.6) или (23.1), (23.2). Поскольку эти формулы по виду совпадают с формулами Друде, но физический смысл параметров в них иной, вычисления по формулам Друде дают эмпирические параметры, могущие иногда коррелировать с ходом явлений или полезные в ином отношении, но лишенные физического смысла.

Эти замечания в равной мере относятся к определениям толщины.

В работе [84], например, для слоев Ag при толщинах 20—100 Å данные прямых измерений  $l$  уже отличаются

от результатов эллипсометрии с расчетами по формулам Друде в пределах 30—50%, хотя для сильно поглощающих металлов толщины, при которых пригодны формулы Френеля, должны быть, вероятно, меньше (применение формул Друде при очень сильном поглощении следует обсудить особо, см. также замечания на стр. 188)<sup>1)</sup>.

Для тонких пленок при слабом поглощении желательны измерения при многократном отражении [85]. Ряд приближенных формул для вычисления  $n$ ,  $\kappa$ ,  $l$  в случае тонких пленок дан в работах Абеле [40, 86], Зоммерфельда (в удобной форме формулы последнего даны и продискутированы в работах [87—89]; см. также [021] и гл. 5 [17, 19, 22]). Для сильно поглощающих пленок расчеты Абеле должны быть несколько уточнены [90].

Вопросы, касающиеся специально измерений толщины пленок, обсуждались в работах [30, 91—97] и гл. 2 [17]. Выбор оптимального угла падения для получения наибольшей точности в определении толщины рассмотрен в работе [98].

Имеются обзоры экспериментальных методик [63, 99] и специальное обсуждение методик расчета [71, 100]. Даны таблицы для определения  $l$  в пределах от 1000 до 2000 Å [101] и номограммы [69, 101, 102]. Существует ряд методик расчета по формулам Френеля, разработанных применительно к излагаемому ниже методу НПВО (см. § 33); однако они могут быть применены в принципе и для тонких пленок, поскольку в методе НПВО измеряемые слои также тонки. Эти методики указаны в табл. 6.

Ряд приближенных формул для металлических тонких слоев, приведен и подробно проанализирован теоретически в работах [103, 104], где проведена также экспериментальная проверка по специально разработанной графической методике.

Общий вывод заключается в том, что в каждом отдельном случае следует выбирать наиболее подходящую формулу в зависимости от интервала значений парамет-

<sup>1)</sup> Возможно, что причина расхождений лежит в структуре слоев (их гранулированность).

ров и в ряде случаев предлагаемые формулы не лучше формул Друде.

Предложены формулы для отражения тонкими слоями на подложках, основанные на формулах (21.1), но с комплексными  $k$  и с рядом упрощений [105], и обстоятельно проанализирован вопрос о границах их применимости. Показано, что, в общем, подобные формулы применимы до толщин  $l \geq 100 \text{ Å}$ , и указаны оптимальные  $\varphi$ , области значений  $n$  и  $\kappa$ , при которых получаются наилучшие результаты.

### § 33. Методы НПВО

Физической основой методов является описанная в гл. 1 сильная чувствительность хода полного внутреннего отражения (ПВО), особенно вблизи  $\varphi_{\text{кр}}$ , к изменению  $n$  и  $\kappa$ . Существуют два варианта (см. гл. 2 [3]): «ослабленное» ПВО (attenuated) и «разрушенное» ПВО (frustrated), сокращенно соответственно ATR [106] и FTR [107]. В русской литературе и в нашем изложении термин «нарушенное ПВО» — «НПВО» применяется обычно к первому варианту.

Первый вариант основан на резком изменении хода ПВО при появлении ничтожного поглощения в среде 2 (см. гл. 1 и 2). На рис. 87 и 88 показаны зависимости  $F(R, n, \kappa, \varphi)$  для разных случаев. Как указывалось выше, другие методики дают низкую точность именно при малых  $\kappa$ , что и выделяет данный метод. Это делает его особо удобным при измерениях слабых полос поглощения растворов, измерениях контуров и особенно крыльев линий и полос и вообще в области химической спектроскопии, особенно органических соединений. Техника измерений и обзор применений см. в работах [106, 108—111]; полная библиография приведена в работе [112].

Наиболее обычно полусфера или трехгранная призма из материала с большим  $n$  приводится в оптический контакт отражающей грани с исследуемым (см. рис. 88) веществом при угле  $\varphi > \varphi_{\text{кр}}$ , но возможно близким к нему; часто применяется многократное отражение. Измеряются  $R_{\perp}$  или  $R_{\parallel}$  при двух углах падения или две величины  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  при одном угле. Рекомензуемые методики расчетов даны в табл. 6 и в § 30.

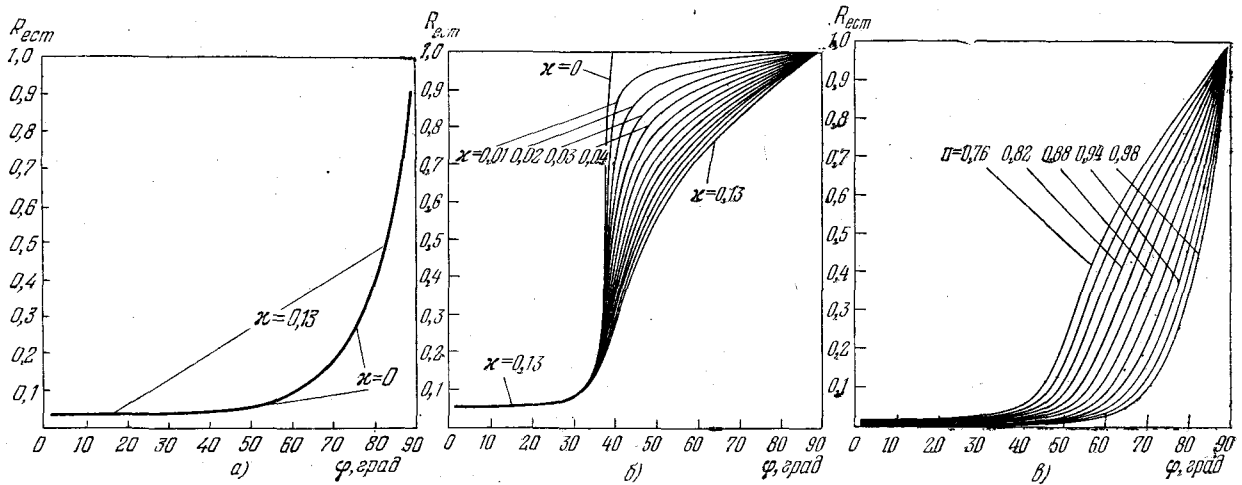


Рис. 87. Коэффициенты отражения для естественного света:

а) при обычном отражении  $\frac{n_2}{n_1} = 1,5$  и  $\kappa$ , меняющемся от 0 до 0,13; б) при ПВО  $\frac{n_2}{n_1} = 0,625$  (значения  $\kappa$  — у кривых);  
 в) при  $\kappa = 0,1$  и  $\frac{n_2}{n_1}$ , меняющемся от 0,76 до 0,98.

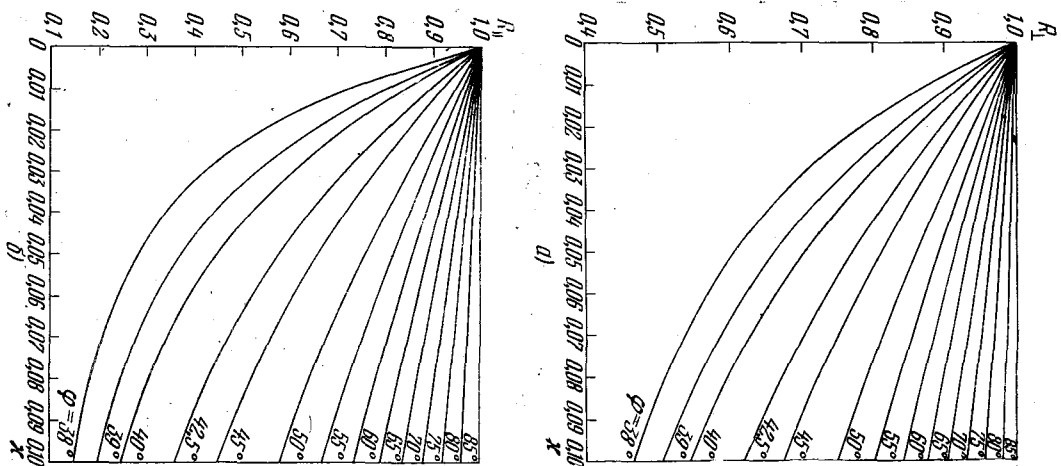


Рис. 88. Зависимость энергетических коэффициентов отражения  $R$  от  $\kappa$  для разных углов падения  $\varphi$ :  
 $n_1 = 1, n_2 = 0,6$ .

Выбор условий для получения наибольшей точности рассматривался как в цитированных работах, так и в других; выбор толщин слоя обсуждался в работах [113, 114], предел применимости и выбор углов падения — в работах [42, 115]. Выгоднее измерять  $R_{\perp}$ ; иногда выгоднее большие углы падения (естественно, при надлежащем подборе  $n_2/n_1$ ). В § 30 и в помещенной там табл. 6 были указаны некоторые методики расчетов (см. также гл. 1 [65]) и рекомендации по методике машинного счета.

Некоторое объединение этого метода с методом Т. П. Кравца, состоящее в рекомендации по подбору  $n_2$ ,  $n_1$ , проводится в работе [116], а специфика применения в дальней инфракрасной области дана в работе [117].

Второй вариант, FTR, предназначен в основном для измерения величин  $n$  прозрачных веществ. Часть энергии из среды 2 выводится в сторону с помощью прозрачного призма или полусферы с достаточно большим  $n$ , приближаемых к отражающей поверхности раздела сред 1 и 2 на расстояние  $d \leq \lambda$  так, чтобы поверхности их были параллельны (известный «оптический телефон» Цейсса). Можно измерять отражение в среду 1 или пропускание образовавшегося тонкого зазора (см. гл. 2 [3]).

В обоих вариантах одно из преимуществ заключается в избавлении от осложнений, связанных с интерференцией в тонких кюветах.

Для практической спектроскопии и применений метод удобен тем, что спектр отражения близок по форме к спектру поглощения, а положения максимумов полос близки или почти точно совпадают. В ряде случаев для практических целей возможно даже (подробности см. в гл. 2, ссылка [3]) обходиться без пересчетов (всегда сложных); однако в общем случае игнорирование различия в спектрах может привести для некоторых длин волн к серьезным ошибкам (см. § 34).

Метод удобен также тем, что при его применении физически выделяются некоторые типы колебаний. Это объясняется тем, что скорости неоднородных волн в среде 2 меняются с  $\varphi$  (см. примечание на стр. 83) и могут быть подобраны близкими к резонансам, или т. п. Так (см. гл. 2, ссылки [15]), предложен способ возбуждения

и исследования плазменных волн в хорошем металле, где  $n < 1$ , т. е. условия похожи на НПВО. Скорость неоднородных волн в металле меняется путем изменения  $\varphi$  и может быть подобрана равной  $\omega_{пл}/k_{пл}$ , что способствует возбуждению.

В работе [118] на одних и тех же объектах проведены и сопоставлены измерения колебательных спектров методами В, 3) и НПВО. Оказалось, что первые лучше выявляют продольные оптические моды, а поперечные — хуже, и только в перпендикулярной компоненте (ср. стр. 263 и 264 и рис. 86, 99 и 100).

Методы, подобные НПВО, развиваются в последнее время в рентгеновской области. Явление НПВО можно использовать для пассивных модуляторов добротности в ОКГ. Эффекты смещения луча при ПВО (см. § 9) предлагалось использовать для диагностики плазмы (см. гл. 2, ссылка [39]).

Метод НПВО, особенно при пользовании многократным отражением, позволяет обнаруживать поверхностную ориентацию и упорядоченность в твердых полимерах и других объектах, подобную рассмотренной в § 23—26.

### § 34. Форма полосы отражения

Из формул (4.16) и (4.17) видно, что одни и те же значения  $R$  могут быть получены при различных  $n$  и  $\kappa$ . Поэтому при произвольных зависимостях  $n(\omega)$ ,  $\kappa(\omega)$  форма полосы отражения может быть любой, иначе говоря, контуры полос поглощения  $\kappa(\omega)$  и отражения  $R(\omega)$  могут совпасть лишь в особых случаях. В частности, максимальные значения  $R(\omega)$  могут получаться при иных значениях  $\omega$ , чем максимумы  $\kappa(\omega)$ . Некоторые ограничения могут накладываться лишь интегральными (в пределах от  $\omega=0$  до  $\omega \rightarrow \infty$ ) дисперсионными соотношениями Крамерса — Кронига для  $n$  и  $\kappa$  [017, 018], справедливыми для любых  $n(\omega)$  и  $\kappa(\omega)$ , если они аналитичны (см. § 35). Анализ ряда возможных видов полосы  $R(\omega)$  приведен в работе [119].

Для реально встречающихся зависимостей  $n(\omega)$  и  $\kappa(\omega)$  форма  $R(\omega)$  более определена, ибо  $n$  и  $\kappa$  функционально связаны.



Рассмотрим простейший случай изолированной полосы поглощения для вещества молекулярной структуры.

Спектральная зависимость параметров изолированной полосы поглощения, связанной с одноосцилляторным дипольным переходом (в двухуровневой системе) для свободных атомов или молекул (например, в разреженном газе), обычно удовлетворительно описывается «классическим дисперсионным контуром» [02, 06, 120, 121]

$$n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{2e^2 N_1 f}{m \omega_p} \frac{\omega_p - \omega}{(\omega_p - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (34.1)$$

$$n\kappa = \frac{e^2 N_1 f}{m \omega_p} \frac{\Gamma}{(\omega_p - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (34.2)$$

где  $N_1$  — число осцилляторов в  $1 \text{ см}^3$ ;  $f$  — сила осциллятора;  $\omega_p$  — резонансная частота;  $\Gamma$  — «константа затухания».

На рис. 89 и 90 и в табл. 7 приведены некоторые результаты наших расчетов по этим формулам<sup>1)</sup>. Они могут быть применены для других значений  $\omega_p$ ,  $N_1$ ,  $f$ , учитывая, что эти величины входят только в сочетании  $\frac{N_1 f}{\omega_p}$ .

Расчеты приведены для случая нормального падения, т. е.

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}.$$

Из этих данных можно сделать следующие выводы:

- 1) полоса отражения значительно шире полосы поглощения;
- 2) она имеет менее острый максимум;
- 3) она всегда сдвинута относительно  $\omega_p$  и  $\kappa_{\text{макс}}$  в область больших частот<sup>2)</sup>;

<sup>1)</sup> Расчеты проведены совместно с К. Ф. Луканиным, которому автор приносит благодарность.

<sup>2)</sup> В некоторых особых случаях, когда полоса поглощения имеет иное физическое происхождение, чем описываемая «одноосцилляторными» формулами (34.1) и (34.2), и когда  $n(\omega)$ , вследствие особенностей процесса, всюду  $> 1$ , этот вывод может оказаться несправедливым.

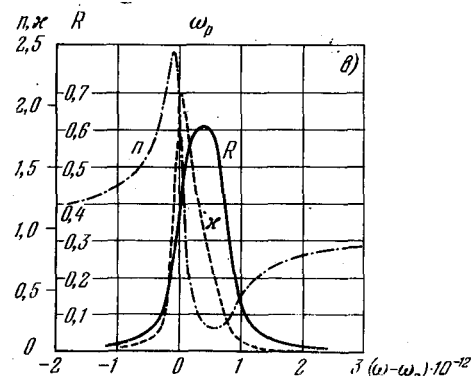
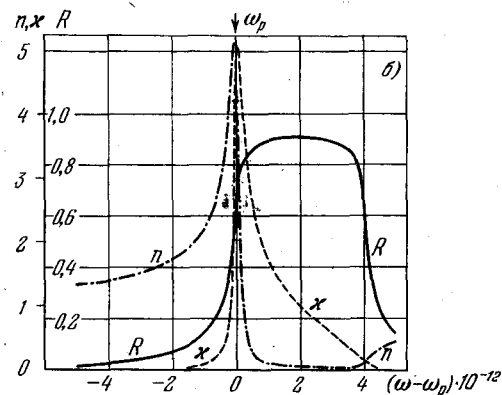
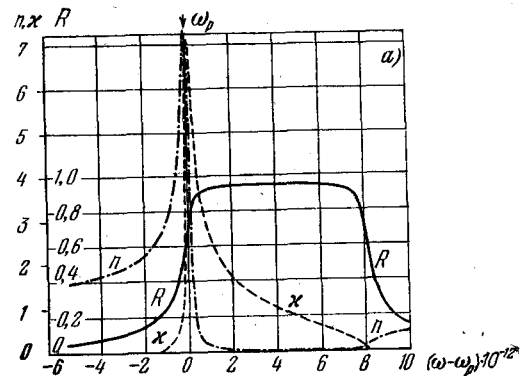


Рис. 89. Результаты расчета по формулам (34.1) и (34.2) для значений параметров, указанных в табл. 7;

$$\omega_p = 2 \cdot 10^{15}.$$

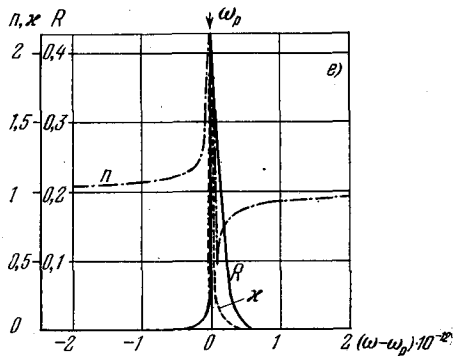
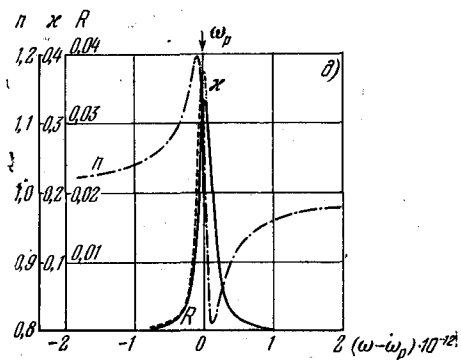
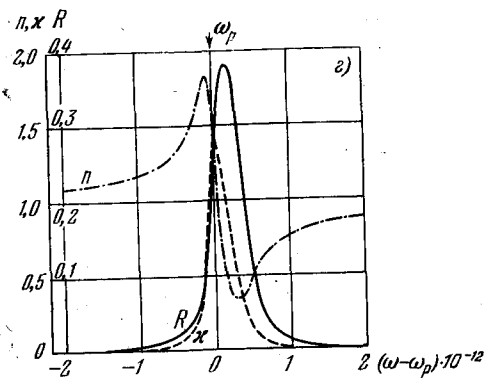


Рис. 89 (продолжение)

4) при малых  $Nif$  и  $\Gamma$  контур полосы отражения почти совпадает с контуром полосы поглощения и имеет максимум очень близко к  $\omega_{рез}$ ;

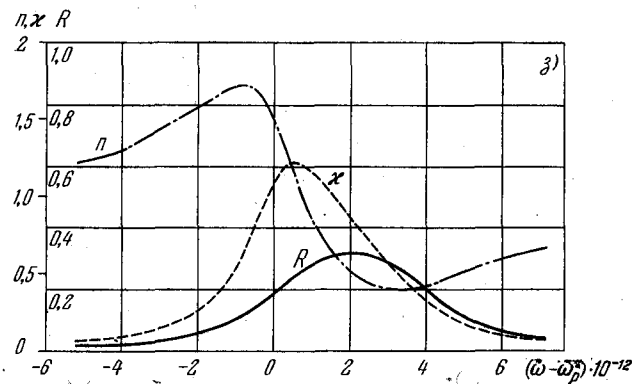
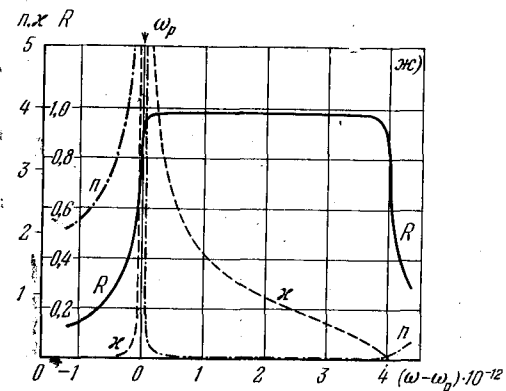


Рис. 89 (продолжение)

5) при росте  $Nif$  отражение усиливается, максимум смещается в сторону больших частот и становится менее острым, полуширина полосы отражения растет;

6) при росте  $\Gamma$  отражение падает<sup>1)</sup>, максимум не смещается и становится менее острым, полуширина растет;

<sup>1)</sup> Физическая причина этого заключается в том, что с ростом затухания в среде 2 все большая часть электромагнитной энергии диссипируется.

7) в областях, где поглощение практически отсутствует,  $n$  асимптотически приближается к единице, а  $R$  стремится к нулю.

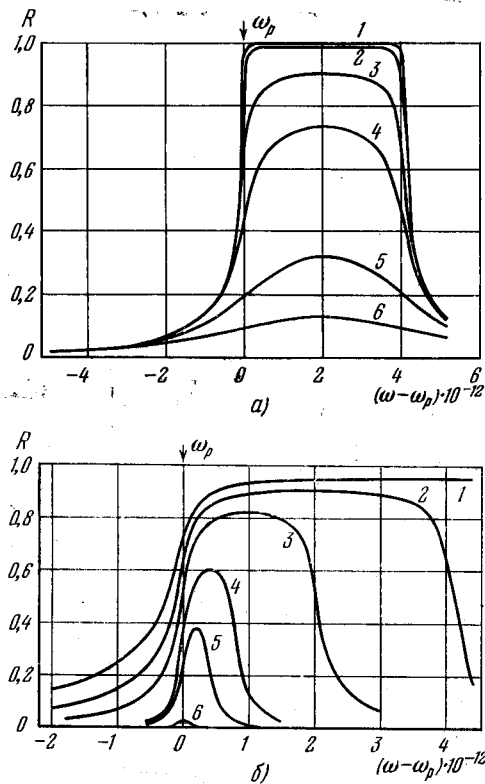


Рис. 90. Результаты расчета по формулам (34.1) и (34.2) для значений  $\omega_p = 2 \cdot 10^{15}$ ,

а) для значений  $Nf = 5 \cdot 10^{18}$  и  $\Gamma = 2 \cdot 10^9$  (1),  $2 \cdot 10^{10}$  — (2),  $2 \cdot 10^{11}$  — (3),  $6 \cdot 10^{11}$  — (4),  $12 \cdot 10^{11}$  — (5),  $48 \cdot 10^{11}$  — (6); б) для значений  $\Gamma = 2 \cdot 10^{11}$  и  $Nf = 10^{19}$  — (1),  $5 \cdot 10^{18}$  — (2),  $2,5 \cdot 10^{18}$  — (3),  $10^{18}$  — (4),  $5 \cdot 10^{17}$  — (5),  $10^{17}$  — (6).

Если, кроме рассматриваемой полосы, есть и другие, достаточно далекие, чтобы их вклад в дисперсию мог изображаться постоянной величиной  $n_0$  (или поглощающие частицы находятся в прозрачных растворителях

или матрицах с показателем преломления  $n_0$  для  $\omega \sim \omega_p$ ), то в правой части (34.1) и (34.2) вместо единицы следует поставить  $n_0^2$ . В этом случае на кривой  $R(\omega)$  возникает справа минимум.

Таблица 7

$\Gamma$	$2 \cdot 10^{10}$	$10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$	$6 \cdot 10^{11}$	$12 \cdot 10^{11}$	$24 \cdot 10^{11}$	$48 \cdot 10^{11}$
$Nf$							
$10^{17}$	$R=0,36$ $\kappa=1,88E$ $n=2,13$	0,092 0,665 1,29	0,037 0,384D 1,20	0,0043 —	0,001 —	0,00023 —	0,00007 —
$5 \cdot 10^{17}$		$R=0,61$ $\kappa=1,88$ $n=2,13$	0,38 1,39Г 1,84	— —	0,092 —	— —	0,0068
$10^{18}$			$R=0,61$ $\kappa=2,11B$ $n=2,44$	— —	0,092 —	— —	0,007
$5 \cdot 10^{18}$	$R>0,99$ $\kappa=14,1Ж$ $n=14,2$	$>0,95$ 6,89 7,01	0,91 5,01B 5,15	0,74 2,51 2,84	— —	0,32 1,22 1,73	0,13 0,743 1,40
$10^{19}$			$R=0,95$ $\kappa=7,14$ $n=7,24$	— —	— —	— —	0,33 1,23 1,73
$5 \cdot 10^{19}$		$R>0,99$ $\kappa=44,7$ $n=44,7$	$>0,99$ 14,14 14,1				

$R_{\text{макс}}, \kappa_{\text{макс}}, n_{\text{макс}}$  могут относиться к различным значениям  $\omega$ .

На рис. 91 приведен результат расчета [020] для  $n_0 = \sqrt{14}$  и близких к нашим прочим параметрам; ср. также рис. 48, 49, 78.

На рис. 92 показаны кривые  $R(\omega)$  для «остаточных» лучей («решеточного отражения») от некоторых полупроводников.

Сдвиг  $R_{\text{макс}}$  и  $\kappa_{\text{макс}}$  для остаточных лучей может быть весьма значительным.

Так, для «остаточных лучей» получено [02]:

Положение максимума, мкм	мкм	
	Поглощение	Отражение
Фтористый литий	32,6	17,0
Хлористый рубидий	84,8	73,0

В прикладных измерениях это часто упускается из вида. Кривые  $R(\omega)$ , подобные изображенным на рис. 89—92, на опыте получаются весьма часто, но в ряде случаев имеются некоторые отклонения (не меняющие, однако, качественную картину)<sup>1)</sup>.

Практически важно следующее. При реально встречающихся значениях  $n_0$  не менее  $\sim 1,5$  (обусловленных наличием матрицы или растворителя, а также вкладом других удаленных мощных полос поглощения) «неселективное отражение»

$$R_0 = \frac{(n_0 - 1)^2}{(n_0 + 1)^2}$$

имеет порядок  $\sim 5\%$ , чаще более.

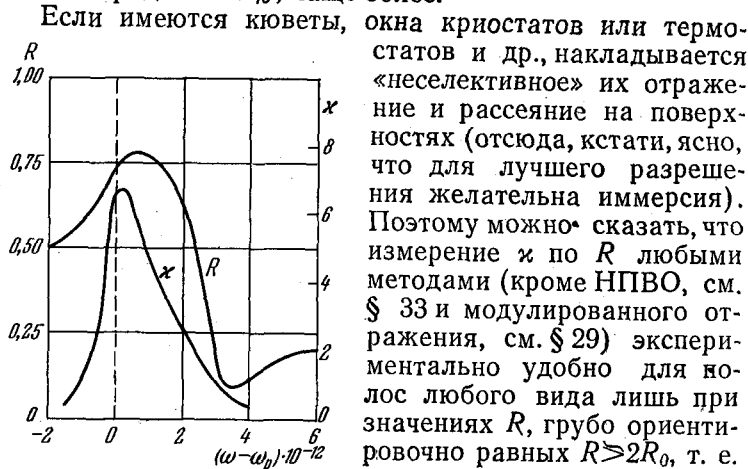


Рис. 91. Зависимости  $R$ ,  $\kappa$  при  $n_0=4$ ,  $Nf \sim 5 \cdot 10^{18}$ ,  $\Gamma \sim 2 \cdot 10^{10}$ .

т. е. согласно табл. 7 при  $\kappa \geq 0,3$  — глубине проникновения  $l \ll \lambda^2$ ).

$$R \geq 2 \times 0,05 = 0,1,$$

<sup>1)</sup> О влиянии рассеяния и многократного отражения на форму контура см. подробнее в работах [122, 123].

<sup>2)</sup> В качестве примера укажем, что для растворов красителей, где силы осцилляторов очень велики, поглощение «на просвет» легко обнаруживается уже при концентрациях  $10^{-7}$ — $10^{-6}$  моль/л, но отражение становится заметно селективным лишь около  $10^{-2}$  моль/л и выше (когда глубина проникновения света уже порядка десятка длин волн и менее).

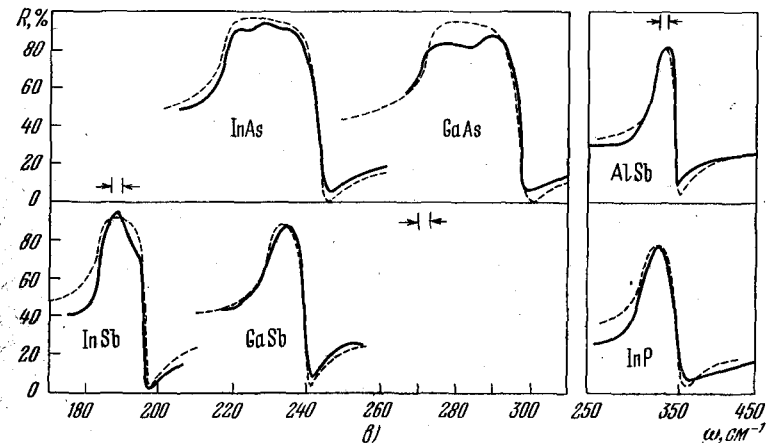
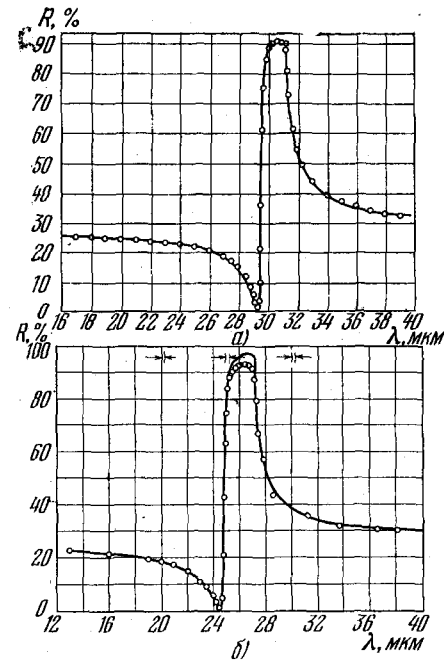


Рис. 92. Остаточное отражение («решеточное отражение»).

а) расчет для AlSb по формулам (34.1) и (34.2) с  $n_0 \neq 1$ ; кружки — данные эксперимента; б) то же для GaP; в) то же для разных соединений; сплошная кривая — данные эксперимента, пунктир — расчет по формулам (34.1) и (34.2) с  $n_0 \neq 1$ ; слева — кривые  $T=4^\circ \text{K}$ ; справа — кривые (AlSb и InP)  $T=293^\circ \text{K}$  (см. гл. 6, [212]).

Если рассматриваемый центр, например, молекула, находится под внешним влиянием (в прозрачном растворителе), контур полосы деформируется в результате взаимодействия с колебаниями молекул последнего (фононным спектром) — так называемых «динамических взаимодействий». Формулы для этого случая при локализованном возбуждении центра в отсутствие экситонных эффектов и связанной с ними пространственной дисперсии даны А. С. Давыдовым [124]. Для полосы поглощения они дают гауссов контур и при ослаблении связи с растворителем постепенно переходят в (34.1) и (34.2)<sup>1)</sup> (рис. 93). Подобными формулами хорошо описываются полосы примесных центров в кристаллах

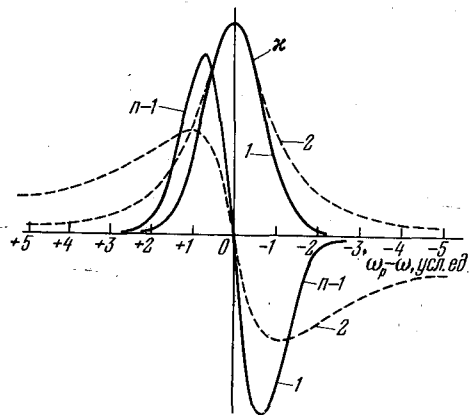


Рис. 93. Кривые зависимости  $(n-1)$  и  $\chi$  от  $(\omega_p - \omega)$ .

1 — по А. С. Давыдову; 2 — по формулам (34.1) и (34.2), затухание слабое.

(рис. 94 [126]), красителей в растворах (рис. 95, 96 [127]) и многие другие. При заметном поглощении контур становится асимметричным, как и контур (34.1) и (34.2).

Необходимо также иметь в виду, что в растворах контур полосы поглощения несколько деформируется за счет наложения (в грубом приближении аддитивном) дисперсии растворителя (когда полоса поглощения ши-

<sup>1)</sup> О переходе от одной формы контура к другой см. также работу [125].

рока). Строго говоря, следует учесть, что взаимодействие с внутренним (кристаллическим) полем («статическое взаимодействие») в растворах, расплавах, твердой

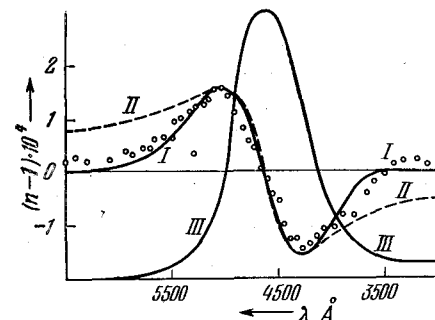


Рис. 94. Дисперсия внутри F-полосы в NaCl.

Точки — данные эксперимента; I —  $(n-1)$  по А. С. Давыдову; II — по формулам (34.1) и (34.2); III — поглощение.

фазе может сдвигать максимум полосы поглощения и деформировать ее<sup>1)</sup>. Связь наблюдаемого и «истинного» (т. е. для свободной молекулы) контуров рас-

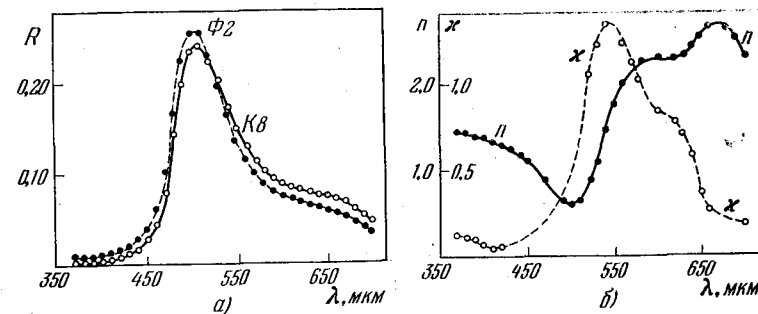


Рис. 95. а) Полоса отражения напыленного на различные стекла слоя кристаллиоволета; б) определенные отсюда по способу А величины  $n$  и  $\chi$ .

смотрена в цикле работ [128—132] и ряде других. Не входя в детали вопроса, следует отметить, что и в слу-

<sup>1)</sup> Ср. также с рис. 48 и 49. Видно, как по мере увеличения давления, т. е. усиления влияния окружения увеличивается расхождение с формулами (34.1) и (34.2).

чае динамических или статических воздействий можно, видимо, утверждать, что при смещении и деформации  $\kappa(\omega)$  приведенные соображения о связи  $\kappa(\omega)$  и  $R(\omega)$  качественно (только!) останутся справедливыми.

Все сказанное относится к случаю полностью локализованного возбуждения. Если имеют место экситонные явления с нелокализованными возбуждениями, картина усложняется. Линии становятся асимметричными,

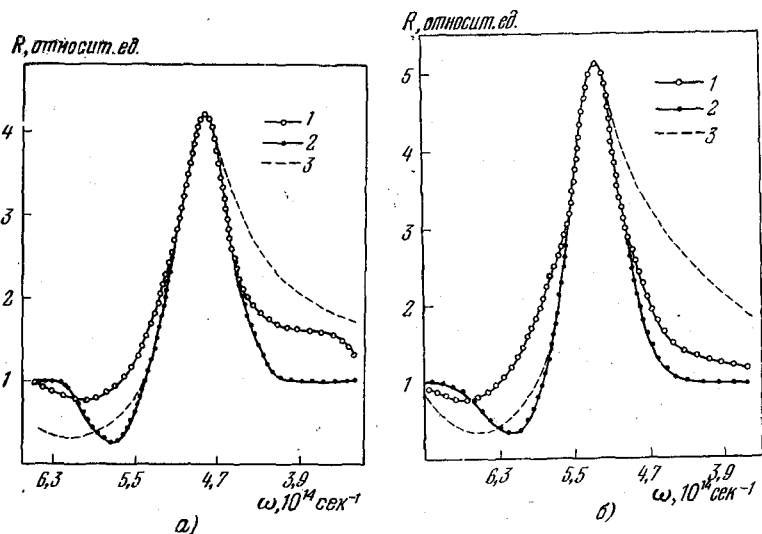


Рис. 96. Полоса отражения а) раствора метилвиолета (0,12 моль/л) в анилине; б) раствор фуксина (0,36 моль/л).

1 — данные эксперимента; 2 — аппроксимация по формулам для сильной связи; 3 — то же для слабой связи.

появляются вторичные пики и т. д. (подробности см., например, в работах [124, 133, 134]).

В качестве примера на рис. 97 приведены данные расчетов [134] для отражения от молекулярного кристалла при наличии экситонных эффектов (без учета поправок на добавочные эффекты п. д. и третью волну). Кривые, подобные изображенным, получены в ходе эксперимента [135].

При наличии заметной пространственной дисперсии, если со стороны  $\omega < \omega_p$  в области, где  $\kappa$  мало, а  $(n-1)$

еще велико, возникает третья волна с очень большими  $n$ , то в этой области (согласно [018]) может иметь место столь сильное отражение, несмотря на малость  $\kappa$ ,

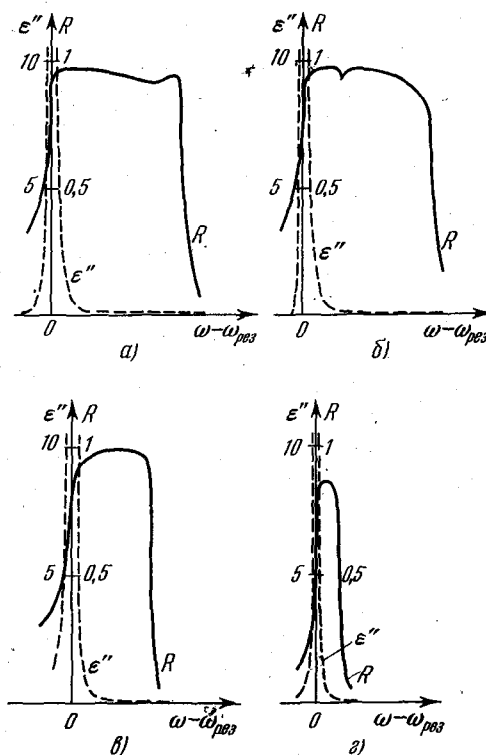


Рис. 97. Формы полосы отражения при различных формах экситонных зон.

$T \sim 0^\circ \text{ К}$ , без учета п. д.;  $m_{\text{эфф}}$  экситонов  $< 0$  (теория).

что максимум  $R(\omega)$  сместится сюда. Это не нарушает дисперсионных соотношений<sup>1)</sup>, ибо они интегральны. Подобное сильное отражение в области очень малых  $\kappa$

<sup>1)</sup> Вопрос о применимости дисперсионных соотношений для третьей волны (аналитичности функции в верхней полуплоскости), как и вопрос о величине и роли поглощения, обсуждался в работе [136].

при  $\omega < \omega_p$  действительно наблюдалось для ряда веществ (GaS [137, 138], ZnO [139], ZnTe [137]) и может считаться доказательством наличия пространственной дисперсии в этих веществах (хотя и не абсолютно безусловным [018]).

Однако следует подчеркнуть, что в общем случае здесь необходима осторожность, ибо формулы (34.1) и (34.2) и им подобные пригодны лишь для одноосцилляторной полосы. Между тем, например, полосы красителей — обычно двухосцилляторные, т. е. образованы наложением двух близких переходов (см. [140] и рис. 95, а, б [141]); этим объясняются некоторые видимые на рис. 95 и 96 отклонения со стороны малых частот.

Вообще, как известно, при наличии нескольких возможных переходов (соответственно нескольких собственных частот и нескольких «эффективных осцилляторов») в формулах (34.1) и (34.2) должно быть суммирование членов подобного вида с разными  $N_i$ ,  $f_i$ ,  $\omega_{pi}$ , т. е. аддитивное наложение полос. В принципе это может вызвать деформацию полосы отражения и в отсутствие пространственной дисперсии. Кроме того, может иметь место также смешивание квантовых состояний.

Как сказано ранее, рассмотренный контур полосы отражения представляет, строго говоря, крайний случай для свободных молекул, например, газа или раствора в пассивном растворителе. Другим крайним схематическим случаем может быть отражение твердого тела с зонной структурой, обусловленное только свободными носителями без учета релаксации (см. также § 27)

$$\epsilon'(\omega) = 1 - \frac{4\pi e^2 N_1}{\omega^2 m_{\text{эфф}}} = 1 - \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{\omega^2} = n^2 - \kappa^2,$$

$$\epsilon''(\omega) = 2n\kappa = 0, \quad \omega_{\text{пл}} = \frac{4\pi e^2 N_1}{m_{\text{эфф}}}.$$

Поскольку  $n$  и  $\kappa$  вещественны и больше нуля, то решения примут вид

$$\omega < \omega_{\text{пл}}, \quad n = 0, \quad \kappa = \left( \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2},$$

$$\omega > \omega_{\text{пл}}, \quad n = \left( 1 - \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{\omega^2} \right)^{1/2}, \quad \kappa = 0,$$

что даст результат, представленный схематически на рис. 98 (кривая 1). Если изобразить вклад межзонных переходов постоянной  $\epsilon_{\text{мз}}$

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_{\text{мз}} \left( 1 - \frac{\omega_{\text{пл}}'^2}{\omega^2} \right), \quad \omega_{\text{пл}}' = \frac{\omega_{\text{пл}}}{\sqrt{\epsilon_{\text{мз}}}},$$

то получится кривая типа 2. Наконец, при наличии слабого затухания получится кривая типа 3.

Подобный ход  $R$  может схематично описывать (весьма приблизительно) отражение от металлов и вырожденных полупроводников (ср. также [142]).

Для данных  $n$  и  $\kappa$  значение  $R$  изменяется с углом падения; эти изменения для разных абсолютных значений  $n$  и  $\kappa$  и разных их сочетаний неодинаковы. Отсюда

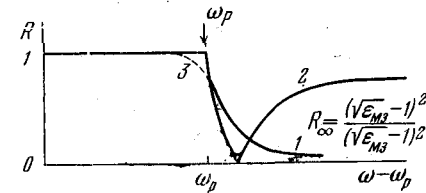


Рис. 98. Схематическая зависимость коэффициента отражения  $R$  от  $\omega$  для вещества с зонной структурой (только свободные носители).

ясно, что при изменении  $\phi$  контур будет деформироваться; в частности, полоса отражения расширяется или сужается.

В связи со всем сказанным возникает исключительно важный для приложений вопрос об экспериментальном измерении  $\kappa(\omega)$  по отражению. Как указывалось, ширина полосы  $R(\omega)$  значительно больше ширины  $\kappa(\omega)$ , и разрешение «в отражении» поэтому хуже, за исключением малых значений  $\kappa$  и  $\Gamma$  (см. рис. 89 и 90); кроме того, воспроизведение  $\kappa(\omega)$  по  $R(\omega)$ , если форма контура заранее неизвестна, довольно сложно. Поэтому в каждом конкретном случае необходим выбор оптимальных условий для лучшего выявления контура и структуры  $\kappa(\omega)$ . Подобные условия рассматривались в § 30; некоторые детали указаны в работе [119]. Наиболее желательно измерение  $E_{\text{пл}}$  под углом Брюстера.

На рис. 99 показаны спектры отражения [119]  $\text{Cu}_2\text{O}$ , снятые при разных условиях; видно, какую важную роль играет выбор условий ( $\varphi_{\text{вп}} \sim 72^\circ$ ).

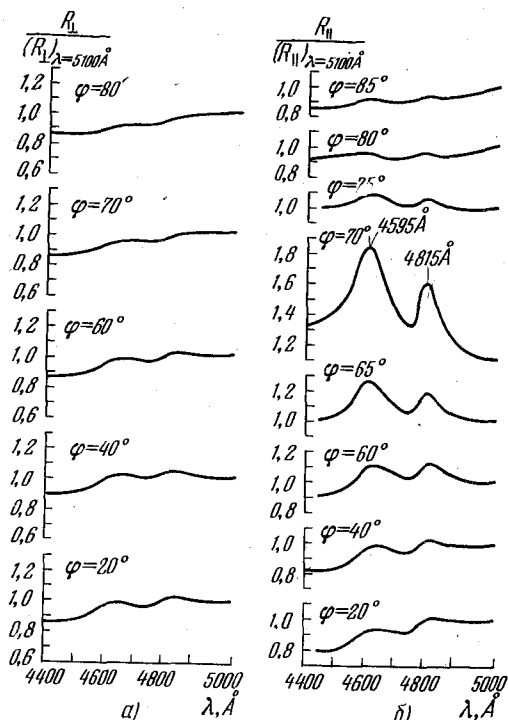


Рис. 99. Спектры отражения кристалла  $\text{Cu}_2\text{O}$  для разных углов падения  $\varphi$ :

а) для  $R_{\perp}$ ; б) для  $R_{\parallel}$ .

На рис. 100 показано определение  $\kappa(\omega)$  по  $R(\omega)$  [143] методом НПВО; результаты достаточно хорошие даже в случае, когда полоса отражения значительно менее отчетливо выявлена, чем полоса поглощения (см. также стр. 263 и 271).

Эти вопросы особенно важны, если приходится пользоваться диффузным отражением (неполированный образец, порошок, поликристалл, эмульсии, суспензии). Здесь могут реализовываться случаи отражений различной кратности и промежуточного захода луча в ве-

щество (см., например, рис. 101). В каждом случае форма полосы отражения, в согласии со сказанным ранее, будет особой, и состав суммарного отраженного света сильно зависит от профиля поверхности или характера измельчения и т. п. При этом сказываются наличие текстуры и поверхностные эффекты. В общем

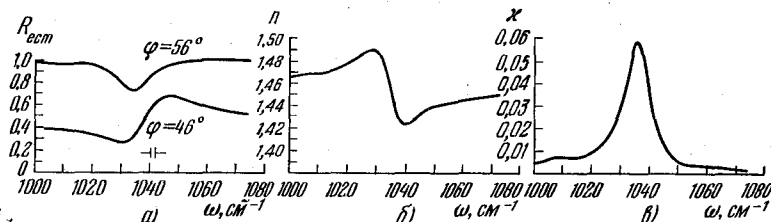


Рис. 100. Измеренные значения  $R_{\text{срт}}$  при двух углах падения  $\varphi$  (а) и вычисленные по ним значения  $n$  (б) и  $\kappa$  (в) для бензола в области колебательных частот.

виде подобные задачи решаются теорией диффузного отражения (см. § 17). Здесь мы рассмотрим лишь узкоприкладные аспекты.

Методика определения  $n(\omega)$ ,  $\kappa(\omega)$  вещества по параметрам диффузно отраженного света далеко не полно разработана. Обзор состояния ее дан, например, в работах [144—147] (ср. также [148, 149]). Весьма важно подчеркнуть, что для порошков, эмульсий и суспензий существует некоторая оптимальная степень дисперсности, при которой это определение наиболее точно. Условия наибольшей точности и пути определения необходимой степени дисперсности см. [147, 150, 151]. Применяемые для порошков методы иммерсии или прессования в матрицах (например, KBr и т. п.) применимы лишь в определенных пределах, рассмотренных в [144], ибо зависимости  $n(\omega)$  у матрицы и исследуемого вещества различны.

В технических измерениях наиболее часто употребляется так называемая методика Кубелки—Мунка<sup>1)</sup> [153—156], хотя она несовершенна, устарела и теоретические ее обоснования недостаточны. Некоторые

<sup>1)</sup> Эта методика была предложена впервые Гуревичем [152].



обоснования этой методики и иные варианты см. в монографиях [024—026], существенные замечания по методике имеются в работах [157—162]. Специфические соображения для инфракрасной области приведены в работе [162]. При всех несовершенствах методики с ее помощью удастся выделить даже колебательную структуру [163]. Однако все же предпочтительны более современные способы.

Попытка решения задачи об отражении от порошкообразной среды современным способом как процесса

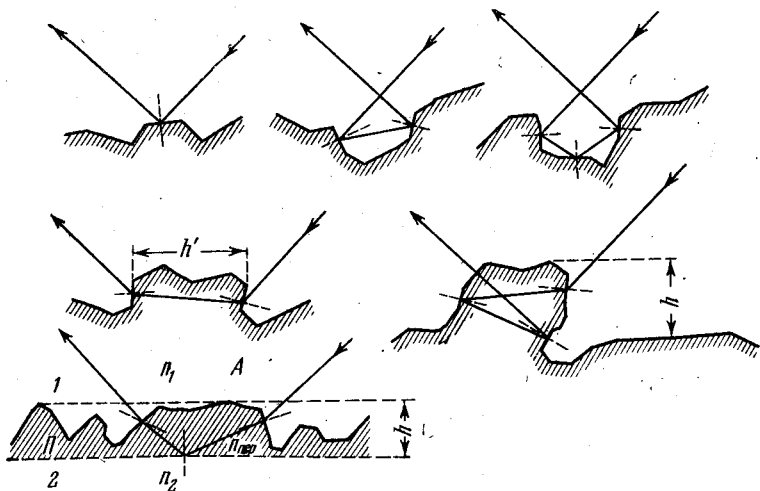


Рис. 101. Различные случаи отражения от шероховатой поверхности. Буквой А отмечен случай, когда на поверхности имеется слой, структура которого изменена обработкой, или условная замена шероховатого слоя плоским слоем толщиной  $h$  с переходным показателем преломления.

диффузии фотонов сделана в работе [164]. Проведена экспериментальная проверка для цветных стекол как в пластинках, так и измельченных до  $\sim 1$  мкм. Согласие лучше, чем по Кубелке — Мунку (см. также [165] и литературу в работе [164]).

Для характеристики отражения предложен комплекс 9 коэффициентов отражения [166], например: 1) пучка, падающего по направлению  $\varphi$  при измерении отражения по направлению  $\varphi$ , («направленно-направленное» отражение), и 2) того же падающего пучка при измерении

отражения интегрально по верхнему полупространству («направленно-диффузное» отражение), и т. д.

Интегральные связи этих коэффициентов даны в работе [166], а также [167]. Очень часто различают «зеркальную» компоненту и «диффузную» — суммарную остаточную энергию, рассеянную в верхнее полупространство.

Вопрос о том, какие из указанных коэффициентов и компонент практически выгоднее для определения оптических констант, недостаточно выяснен.

### § 35. Использование связей дисперсии и поглощения. Рефлексометры и эллипсометры

Описанные в предыдущих параграфах методы давали определения  $n$  и  $k$  как независимых параметров; между тем эти величины функционально связаны. Как указывалось, точности определения  $n$  и  $k$ , вообще говоря, существенно разные. Поэтому желательно иметь возможность уточнить один, плохо определяемый параметр, по другому, определяемому точно, или же вообще ограничиться только измерением этого последнего параметра. Иначе говоря, желательно ограничиться одним измерением вместо двух.

Наиболее естественно использовать дисперсионные соотношения, имеющие весьма большую общность и не зависящие от конкретных свойств вещества<sup>1)</sup>. Здесь возможны два пути: измерение одной из констант (например,  $k$  или  $\epsilon''$ ) и вычисление другой (соответственно  $n$  или  $\epsilon'$ ), или же (что при использовании отражения удобнее) одно измерение отражения с последующей обработкой результатов с помощью формул Крамерса — Кронига.

Существует ряд методов пользования этими формулами [020, 172—177]. Обычно вычисления строятся следующим образом: измеряя экспериментально  $R(\omega)_{\varphi=0}$ , находят затем амплитудный коэффициент отражения для нормального падения  $r(\omega)$  (среда 1 — вакуум):

$$r(\omega) e^{i\theta(\omega)} = \frac{v(\omega) - 1}{v(\omega) + 1}, \quad r(\omega) = \sqrt{R(\omega)}, \quad (35.1)$$

<sup>1)</sup> Подробный анализ условий их применимости дан в работах [168—171].

где  $\theta(\omega)$  определяется по формуле

$$\theta(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \ln \frac{R(\omega)}{R(\omega_0)} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} d\omega_0. \quad (35.2)$$

Из (36.1) и (36.2) можно получить

$$n(\omega) = \frac{1 - R(\omega)}{\{1 - \sqrt{R(\omega)}\}^2 + 4\sqrt{R(\omega)} \sin^2 \theta}, \quad (35.3)$$

$$\kappa(\omega) = \frac{2R(\omega) \sin \theta(\omega)}{\{1 - \sqrt{R(\omega)}\}^2 + 4\sqrt{R(\omega)} \sin^2 \frac{\theta(\omega)}{2}}. \quad (35.4)$$

Основная трудность здесь заключается в том, что интегрирование в формулах должно производиться по всей области, где  $(n-1)$  и  $\kappa$  отличны от нуля, тогда как реальные измерения проводятся в весьма ограниченном спектральном интервале, обычно не включающем, например, мощные полосы поглощения в дальнем ультрафиолете ( $\lambda < 2000 \text{ \AA}$ ). Поэтому основная проблема здесь заключается в разумной экстраполяции данных за пределы, в которых проведены измерения, в том интервале частот, где отражение существенно зависит от частоты, и в корректном учете возникающих отсюда погрешностей и внесении соответствующих поправок. Весьма важно при этом иметь хотя бы качественное представление об общем виде спектра или грубо приближенные измерения поглощения в широком интервале. В литературе рассмотрены процедуры экстраполяции, оценка погрешностей и допустимости экстраполяции, методы подбора оптимальных пределов интегрирования [178—180], а также возможности выбора дискретных опорных точек [181]. По-видимому, в ряде случаев можно практически добиться точности 0,5—1%. Наиболее приемлема, видимо, экстраполяция, использующая определенные предположения об асимптотическом поведении коэффициента отражения (см. [182, а также 183]).

Особенно важно учесть, что дисперсионные соотношения применимы только к истинному поглощению (т. е. к случаю, когда имеется диссипация и диэлектрическая проницаемость среды комплексна), поскольку они уста-

навливают связь вещественной и комплексной части этой проницаемости.

Так, например, в случае, когда наблюдается селективное отражение жидких кристаллов, обусловленное интерференционными явлениями (см. § 12), в спектре прошедшего света наблюдается, естественно, провал в области селективно отраженных частот; однако этот провал не связан с поглощением и диссипацией (в этих веществах  $\lambda_{\text{погл}} < 3000 \text{ \AA}$ , а селективное отражение наблюдается в области 5000—6000  $\text{\AA}$ ). Здесь соотношения Крамерса — Кронига без соответствующих поправок не применимы, так же как и к другим интерференционным эффектам, не сопровождаемым диссипацией, и к случаю пространственной дисперсии [184].

Важно также выбрать углы падения; в большинстве работ проводятся измерения при нормальном падении или близком к нему, однако иногда выгодно наклонное падение; можно обойтись одним углом [185]. Однако при наклонном падении из среды  $I$ , если это не вакуум, по ряду соображений необходимы поправки, могущие быть весьма значительными для оптических частот [186]. Для облегчения вычислений предлагались и полуграфические методы (см. также [187]).

В последнее время было показано, что обсуждаемую методику можно применить и для более сложных объектов — тонких пленок и многослойных покрытий [188] (авторы оставались в рамках применимости формул Френеля, т. е. ограничивались не слишком тонкими слоями). Соотношения применялись также к мягкому рентгеновскому излучению [189]. Рассмотрен также случай, когда среда  $I$  поглощает [190].

В некоторых работах использовались более конкретные предположения о связи дисперсии и поглощения. Такова работа [191], где используется линейная зависимость; в работах [192, 193] принимается суперпозиция нескольких классических осцилляторов, а в работе [194] принимались формулы А. С. Давыдова (см. стр. 280) при малых значениях  $\kappa$  (см. также [195]). Применимость таких методик, естественно, ограничена применимостью выбранных моделей, степенью учета влияния внутреннего эффективного поля  $E_{\text{эфф}}$  и т. д.

В цитированных в настоящей книге работах и монографиях и в ряде других источников описано весьма большое количество приборов для измерений коэффициентов отражения — рефлексометров разнообразных типов. Вместе с тем многие конструкции различаются лишь второстепенными деталями.

Ниже приводится краткий обзор некоторых основных принципов техники эксперимента. Поскольку количество описанных в литературе конструкций велико, а различаются они часто лишь второстепенными деталями, то ссылки на те или иные конкретные описания даются лишь в порядке иллюстрации, не преследуя цель дать полную библиографию вопроса.

Ряд приемов рефлексометрии аналогичен приемам фотометрии и спектрофотометрии, описанным во многих руководствах (см., например, [196—198]). В первую очередь это относится к источникам света и приборам для спектрального разложения. Сведения о приемниках имеются в этих же руководствах, а также в работах [199, 200]. Специальный анализ важного для рефлексометрии вопроса об измерении малых изменений отражения на фоне постоянного сигнала большой интенсивности проведен, например, в работе [201]. Методы счета фотонов имеются в работах [202—205] (и гл. 2, ссылка [4]).

Несомненное преимущество имеют приборы со сравнением отражения образца и эталона, или двухлучевые, а также производящие последовательные измерения образца и эталона [206—210] (и гл. 6, ссылка [140]). За эталон чаще всего принимается слой  $MgO$ , почти идеально диффузно и неселективно рассеивающий и отражающий не менее 95% в интервале  $2400 \text{ \AA} - 3 \text{ мкм}$ , а также  $SeO_2$ ,  $TiO_2$ . В современных приборах применяются практически исключительно фотозлектрические (болометрические и некоторые другие [199] только в дальней инфракрасной области) приемники с последующим радиоэлектронным усилением.

Сигнал, как правило, модулируется с выделением при помощи узкополосного усиления одной фурье-компоненты для снижения отношения сигнал/шум и усиления на переменном токе [211]. Модуляция осуществляется прерыванием света, периодической сменой образца

и эталона, при применении поляризационных методик — вращением поляризатора [78] или промежуточных фазосдвигающих устройств [212], или качанием ее с помощью ячеек Покельса или Фарадея [211, 213], механического качания [214] (о выборе между этими приемами см. [65]). Ячейки Фарадея обычно имеют большие апертуры; предпочтительнее применять в них жидкости и лишь в инфракрасной области необходимо использовать ферриты — гранаты, ортосиликат  $Eu$ , кремний и германий. В некоторых случаях, особенно для инерционных приемников типа болометров, желательна двойная модуляция низкой и высокой частотой [215]; она часто нужна и при изучении электроотражения, термо- и пьезоотражения. Общие обзоры методов модуляции см. в работах [216, 217].

Оптические схемы рефлексометров специально рассмотрены в работах [34, 218]. Важным узлом конструкции является угломерное устройство для изменения  $\varphi$ . Существенная трудность заключается в том, что без специальных трудноосуществимых мер при разных углах засвечивается разная площадь образца (и при больших  $\varphi$  требуется образец большого размера).

При измерениях в поляризованном свете ( $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$ ) очень важно, чтобы было обеспечено высокое качество поляризационных устройств (отсутствие рассеянного света), их соосность и отсутствие эксцентриситетов. Большое внимание следует уделять учету дефектов поляризационной оптики и ее центровке [219, 220]. Весьма важно учитывать деполяризацию в оптическом тракте [221] и окошках [222]<sup>1)</sup>.

Выше уже указывалось, что при измерениях отражения уже начинают пользоваться методами фурье-спектроскопии [35, 36, 223].

Были предложены установки для измерения степени частичной линейной и круговой поляризации (например, для диффузного отражения [224]).

Весьма разнообразны методы установки образца. Описывались конструкции для образцов малых размеров [225, 226], приборы с криостатом [16], установки для измерений с двумя иммерсиями [227].

<sup>1)</sup> Ср. ниже [239].

Для различных областей спектра, где приходится применять разную оптику по всему оптическому тракту, особенно весьма различной конструкции поляризаторы, предложен ряд специализированных конструкций для вакуумного ультрафиолета [228—231] и для инфракрасного [232].

Касаясь специфики эллипсометрии, отметим, что здесь установилась довольно определенная схема измерений: поляризатор в падающем пучке, анализирующий комплекс (анализатор и компенсатор) — в отраженном. Как указывалось, часто, особенно в инфракрасной области, стараются освободиться от последнего, подбирая  $\Delta = 90^\circ$ , ибо изготовить компенсатор здесь трудно. Часто подбирают  $E_\perp$  и  $E_\parallel$  так, чтобы в этом случае получалась (см. приложение II) круговая поляризация; ее фиксируют по неизменности сигнала при повороте анализатора.

Предпочтительно иметь возможность плавно изменять значения  $\varphi$ . Описана модуляция с вращением поляризационных устройств [14, 39, 58, 64] (см. также гл. 6, ссылка [125]).

Разработаны конструкции, дающие особую точность [233, 234], и автоматическая [235]; некоторые варианты конструкций имеются в работах [235, 237]. Разработаны методы учета ошибок на дефекты поляризационной оптики и внесение соответствующих поправок [68, 219, 221, 238, 239]. Анализ возможных ошибок, их причины и возможности повышения точности измерений в последнее время проведены также в работах [240—245]. Специальные номограммы для пользования эллипсометром даны в [246].

### § 36. Параметры Стокса и метод расчетов. Точные формулы для определения $n$ и $k$

В предыдущем изложении реальные световые пучки описывались амплитудными и фазовыми характеристиками. При этом отражение может быть описано (в рамках линейного приближения) «амплитудной матрицей отражения», или «матрицей Джонса», преобразующей вектор напряженности поля падающего луча в вектор напряженности поля отраженного луча.

Этот способ удобен, например, при описании нескольких последовательных отражений от зеркал или граней кристалла; конечный результат получается умножением амплитуды начального пучка на матрицу, составленную произведением матриц для каждого отдельного акта отражения, а вычислять промежуточные амплитуды и фазы не нужно [247]. Однако такой метод применим лишь в тех случаях, когда световые поля с достаточной для данной задачи точностью [03] описываются волнами типа (I.1), т. е. монохроматичны и когерентны. Если когерентность существенно теряется при отражении (как, например, при отражении от шероховатых поверхностей или мутных сред, ср. § 17) и тем более если уже падающий свет некогерентен (или, в общей формулировке, во всех случаях, когда существенно проявляет себя статистическая структура светового поля [248]), необходимы иные способы описания, основанные на задании поля энергетическими характеристиками, аддитивными для некогерентных пучков и потоков, и описание отражения соответственно «энергетическими матрицами».

Наиболее удобен способ описания светового потока параметрами Стокса — четырьмя однородными величинами, имеющими размерность интенсивности. Он дает возможность применить матричный метод для описания процессов взаимодействия излучения с веществом, в чем и состоит его основное преимущество (см. гл. 1, ссылка [28], а также гл. 3, ссылки [249—251]).

Как известно, световой поток непосредственно регистрируется, как правило, квадратичными («энергетическими») приемниками, измеряющими усредненные значения интенсивности (энергии) за интервал времени, значительно больший периода колебаний.

Полная информация о свойствах произвольного светового потока может быть получена (см. гл. 3, ссылки [94, 95, 97, 129], а также [03, 250]) при попеременном пропускании потока через четыре разных линейно независимых анализатора (имеется в виду система поляризационных устройств) с измерением в каждом случае интенсивности приемником указанного типа.

Изображая, например, электрический вектор в виде (см. приложение II)  $\mathbf{E} = (A_u e^{i\delta_u} \mathbf{e}_u + A_w e^{i\delta_w} \mathbf{e}_w) e^{i\theta}$ , где  $u$

и  $\omega$  — произвольно выбранные взаимно ортогональные азимуты;  $e_u, e_w$  — соответствующие орты;  $A_i, \delta_i$  — мгновенные значения амплитуды и фазы, можно ввести параметры Стокса:

$$S_1 = \langle A_u \rangle^2 + \langle A_w \rangle^2,$$

$$S_2 = \langle A_u \rangle^2 - \langle A_w \rangle^2,$$

$$S_3 = 2\langle A_u A_w \cos \Delta \rangle,$$

$$S_4 = 2\langle A_u A_w \sin \Delta \rangle;$$

$\langle \rangle$  означает усреднение в указанном выше смысле;  $\Delta = \delta_u - \delta_w$ , или иначе:

$$S_1 = \langle E_u E_u^* \rangle + \langle E_w E_w^* \rangle,$$

$$S_2 = \langle E_u E_u^* \rangle - \langle E_w E_w^* \rangle,$$

$$S_3 = \langle E_u E_w^* \rangle + \langle E_w E_u^* \rangle,$$

$$S_4 = i \langle E_u E_w^* \rangle - i \langle E_w E_u^* \rangle.$$

Параметр  $S_1$ , очевидно, представляет полную интенсивность потока. Если принять условно  $S_1$  за единицу, то  $S_2$  будет степенью линейной поляризации в азимуте  $u$ ,  $S_3$  — степенью линейной поляризации в азимуте  $u \pm \pi/4$ ,  $S_4$  — степенью циркулярной поляризации<sup>1)</sup>.

Совокупность параметров Стокса представляет собой полную систему однородных линейно независимых величин. Каждый световой поток можно описать набором таких параметров, и это представляет собой исчерпывающую, в рамках возможностей измерений с указанными приемниками, информацию о световом потоке. Потоки, характеризуемые одинаковым набором параметров, идентичны для такого наблюдателя.

1) Практический рецепт измерений, очевидно, таков: 1) измерение суммарной интенсивности, показание прибора  $v_1$ ; 2) измерение интенсивности света, прошедшего через линейный поляризатор, в азимуте  $u$ , показание прибора  $v_2$ ; 3) то же в азимуте  $u \pm \pi/4$ , показание прибора  $v_3$ ; 4) измерение интенсивности света, прошедшего через правый поляризатор, показание прибора  $v_4$ ; тогда, например,  $S_2 = 2v_2 - v_1$ .

Более подробно связь параметров Стокса с амплитудными и фазовыми характеристиками и матрицей когерентности описана в работе [146].

В частном случае, когда световой поток описывается плоской монохроматической волной (1.1), параметры Стокса легко связать с использовавшимися ранее характеристиками. Параметр  $S_1$  по-прежнему описывает интенсивность, для прочих же в обозначениях приложения II можно написать:

$$S_2 = -S_1 \cos 2\xi \cos \eta,$$

$$S_3 = S_1 \cos 2\xi \sin 2\eta,$$

$$S_4 = S_1 \sin 2\xi.$$

Имеет место соотношение

$$S_1^2 = S_2^2 + S_3^2 + S_4^2.$$

Принимая  $S_1 = 1$ , свет, линейно поляризованный в азимуте  $u$ , можно в этом случае описать параметрами  $(1, 1, 0, 0)$ ; линейно поляризованный в азимуте  $u + 90^\circ$  — параметрами  $(1, -1, 0, 0)$ , в азимуте  $u \pm \pi/4$  — параметрами  $(1, 0, \pm 1, 0)$ , циркулярно поляризованный — параметрами  $(1, 0, 0, \pm 1)$ . В этом случае измерение параметров Стокса дает несколько избыточную информацию (см., однако, ниже).

Если световой поток состоит из ряда некогерентных компонент, то, вследствие аддитивности интенсивностей, параметры Стокса такого потока можно представить в виде суммы параметров составляющих его компонент:

$$S_i = \sum_k S_{ik}.$$

Подобным образом может быть изображен например, полихроматический свет, естественный свет [параметры его  $(1, 0, 0, 0)$ ]; частично поляризованный свет может быть, как известно, представлен в виде суммы полностью эллиптически поляризованного света и полностью деполаризованного (естественного) света, со своими параметрами Стокса у каждой составляющей.

Здесь

$$S_1^2 \geq S_2^2 + S_3^2 + S_4^2.$$

Таким образом, аппарат параметров Стокса может быть применен для описания статистических световых потоков в единой символике с когерентными монохроматическими потоками с одинаковой полнотой; в этом его важное преимущество. Недавно было предложено иное, несколько более полное описание светового потока [252]; однако к вопросам отражения оно еще не применялось (ср. также [253]).

Отметим здесь, что параметры Стокса, введенные выше чисто формально, имеют и глубокий физический смысл, ибо служат характеристикой вероятности поляризации фотонов (см., например, [021]).

Если световой поток вступает во взаимодействие с веществом, то интенсивность и поляризация его после взаимодействия зависят от интенсивности и поляризации первичного потока и от характера взаимодействия. Процессы взаимодействия можно разделить на «когерентные» (например, зеркальное отражение) и «статистические» (рассеяние, диффузное отражение), хотя это разделение — несколько условное. Ранее (стр. 145) упоминалось, что частично когерентный пучок при наклонном падении даже при зеркальном отражении меняет свойства когерентности.

При «некогерентном» взаимодействии световой поток после отражения состоит из совокупности некогерентных между собой световых потоков. Однако во всех случаях, благодаря линейности и однородности уравнений Максвелла, происходит линейное преобразование каждой компоненты потока.

Обозначая совокупность параметров Стокса до и после взаимодействия соответственно буквами  $S$  и  $S'$ , любой процесс преобразования светового потока можно представить в виде

$$S' = DS,$$

где  $D$  — матрица преобразования светового потока (4.4), характеризующая процесс взаимодействия. Так, для идеального белого рассеивателя

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

для зеркального отражения

$$D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} r_{\parallel} r_{\parallel}^* + r_{\perp} r_{\perp}^* & r_{\parallel} r_{\parallel}^* - r_{\perp} r_{\perp}^* & 0 & 0 \\ r_{\parallel} r_{\parallel}^* - r_{\perp} r_{\perp}^* & r_{\parallel} r_{\parallel}^* + r_{\perp} r_{\perp}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{\parallel}^* r_{\perp} + r_{\parallel} r_{\perp}^* & i(r_{\parallel} r_{\perp}^* - r_{\parallel}^* r_{\perp}) \\ 0 & 0 & i(r_{\parallel}^* r_{\perp} - r_{\parallel} r_{\perp}^*) & r_{\parallel}^* r_{\perp} + r_{\parallel} r_{\perp}^* \end{pmatrix};$$

поворот плоскости поляризации при отражении (нормируя интенсивность к единице) изобразится матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2(\beta - \alpha) & -\sin 2(\beta - \alpha) & 0 \\ 0 & \sin 2(\beta - \alpha) & \cos 2(\beta - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Суммарный результат последовательных преобразований опишется матрицей, представляющей собой произведение матриц отдельных преобразований. Некоторые примеры матриц, в частности, для многих проблем рассеяния и отражения можно найти в работах [247, 249—251, 253—261].

При описании статистических взаимодействий матричный метод — единственный строгий способ расчленения и упорядочения информации; однако получение матриц в общем виде встречает большие трудности из-за отсутствия полного алгоритма для их нахождения. Формулы Френеля в матричной форме даны в работе [262].

Используя введение параметров Стокса в качестве вычислительного приема, можно получить удобные строгие формулы для определения  $n$  и  $\kappa$  по отражению для случая приближения плоской монохроматической волны и зеркального отражения, рассмотренного в § 4, 30 и 31.

Записав в (4.7) (стр. 45) комплексность угла  $\chi_2$  в явном виде:

$$\sin \chi_2 = \frac{\sin \varphi}{v} = \frac{\sin \varphi}{n - i\kappa} = \sin(x + iy), \quad (36.1)$$

и приравнявая вещественные и мнимые части, получим

$$\sin x \operatorname{ch} y = \frac{n \sin \varphi}{n^2 + \kappa^2}, \quad (36.2)$$

$$\cos x \operatorname{sh} y = -\frac{\kappa \sin \varphi}{n^2 + \kappa^2}. \quad (36.3)$$

Из этих соотношений сразу находим выражения для параметров  $n$  и  $\kappa$  через  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$  ( $\neq 0$ ):

$$n = \frac{\sin x \operatorname{ch} y \sin \varphi}{\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y}, \quad (36.4)$$

$$\kappa = \frac{-\cos x \operatorname{sh} y \sin \varphi}{\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y}. \quad (36.5)$$

Отсюда попутно можно получить связь между  $n$  и  $\kappa$  в поглощающей среде для данной длины волны

$$\frac{n}{\kappa} = -\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{th} y}. \quad (36.6)$$

Воспользуемся далее в качестве измеряемых величин параметрами Стокса отраженного света, считая отражение зеркальным, а падающую волну — типа (1.1).

Выберем для простоты параметры падающей волны (1, 0, 1, 0), т. е. линейную поляризацию с  $\alpha=45^\circ$ ; тогда параметры отраженного света

$$\begin{aligned} S_1 &= E_{\perp} E_{\perp}^* + E_{\parallel} E_{\parallel}^* = 1/2 (r_{\perp} r_{\perp}^* + r_{\parallel} r_{\parallel}^*), \\ S_2 &= E_{\perp} E_{\perp}^* - E_{\parallel} E_{\parallel}^* = 1/2 (r_{\perp} r_{\perp}^* - r_{\parallel} r_{\parallel}^*), \\ S_3 &= E_{\parallel} E_{\perp}^* + E_{\perp} E_{\parallel}^* = 1/2 (r_{\parallel}^* r_{\perp} + r_{\perp}^* r_{\parallel}), \\ S_4 &= (E_{\parallel}^* E_{\perp} - E_{\perp}^* E_{\parallel}) i = i/2 (r_{\parallel}^* r_{\perp} - r_{\perp}^* r_{\parallel}). \end{aligned} \quad (36.7)$$

Подставляя значения  $r_{\perp}$  и  $r_{\parallel}$  по формулам Френеля, после ряда несложных преобразований получим

$$\operatorname{th} 2y = \frac{S_4 \sin 2\varphi}{S_1 - S_3 \cos 2\varphi}, \quad (36.8)$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{S_2 \sin 2\varphi}{S_3 - S_1 \cos 2\varphi}. \quad (36.9)$$

Формулы существенно упрощаются в двух частных случаях. Если принять  $\varphi=45^\circ$ , то

$$\operatorname{th} 2y = \frac{S_4}{S_1} = \sin 2\xi, \quad (36.10)$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{S_2}{S_3} = -\operatorname{ctg} 2\eta. \quad (36.11)$$

Если принять  $\varphi=\varphi_{\text{гл}}$ , то  $S_3=0$  и

$$\operatorname{th} 2y = \frac{S_4 \sin 2\varphi_{\text{гл}}}{S_1} = \sin 2\varphi_{\text{гл}} \sin 2\xi_{\text{гл}}, \quad (36.12)$$

$$\operatorname{tg} 2x = -\frac{S_2 \sin \varphi_{\text{гл}}}{S_1 \cos 2\varphi_{\text{гл}}} = \cos \xi_{\text{гл}} \operatorname{tg} 2\varphi_{\text{гл}}. \quad (36.13)$$

Вычислив по этим формулам значения  $x$ ,  $y$ , по измеренным параметрам Стокса можно определить  $n$  и  $\kappa$ . Наиболее точны и удобны формулы (36.12) и (36.13), так как определения вблизи главного угла при данной точности измерений дают наибольшую точность.

Из формул (36.8) и (36.9) следует, что для определения двух величин  $n$  и  $\kappa$  требуется произвести четыре измерения четырех параметров Стокса, т. е. задача переопределена. Действительно, информация о степени деполаризации, содержащаяся в параметрах Стокса, — излишняя, поскольку рассматривается случай идеально зеркального отражения плоской монохроматической волны; кроме того, не используется величина абсолютной интенсивности отраженного света, ибо в формулы входит лишь отношение параметров.

Рассмотренные частные случаи свободны от этих недостатков, поскольку в них требуется не измерение параметров Стокса (вводимых в этих частных случаях лишь в качестве вычислительного приема), а измерение двух величин эллипсометрии —  $\varphi_{\text{гл}}$  и  $\xi_{\text{гл}}$  или  $(\eta)_{\varphi=45^\circ}$  и  $(\xi)_{\varphi=45^\circ}$ .

Из вывода видно, что формулы (36.8) — (36.13) — строгие и получены без каких-либо упрощающих допущений.

Кроме изложенных в этой главе методов, более или менее широко распространенных и стандартизованных, непрерывно ищутся и разрабатываются новые принципы методик.

Таковы, например, методы с применением частично поляризованного света, предложенные для изотропных и одноосных сред [263], т. е. одновременное измерение двух компонент с независимой поляризацией.

Отметим особо метод, в котором измеряются не сами коэффициенты отражения, но их производные  $dR/d\varphi$ , причем изменение  $R$  с углом падения используется (периодическим изменением  $\varphi$  в небольшом интервале) для

модуляции, всегда повышающей точность измерений [264].

Вопрос о выборе оптимальных  $\varphi$  рассмотрен в общем плане заново в работе [265], где даны удобные номограммы.

Эта область применений явлений отражения развивается все шире и весьма быстро.

Простой и древний закон отражения света, если подвергнуть его глубокому анализу, оказывается далеко не тривиальным, не исчерпанным и не выясненным до конца. Буквально в каждом его аспекте оказывается возможным отметить нерешенные вопросы и новые применения.

Это еще раз говорит о том, сколь полезен для науки постоянный критический пересмотр ее фундаментальных положений, всегда открывающий исследователям ряд новых возможностей и ставящий перед ними новые задачи.

Если автору удалось показать это в настоящей книге, то задача его выполнена.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### I. СВОЙСТВА ОДНОРОДНЫХ ПЛОСКИХ ВОЛН В ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Уравнения Максвелла для плоских волн имеют вид <sup>1)</sup>

$$\mathbf{D} = -\frac{c}{\omega} [\mathbf{kH}], \quad (\text{П1})$$

$$\mathbf{B} = \frac{c}{\omega} [\mathbf{kE}], \quad (\text{П2})$$

$$\mathbf{kD} = 0, \quad (\text{П3})$$

$$\mathbf{kB} = 0; \quad (\text{П4})$$

к этим уравнениям необходимо добавить уравнения связи

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \quad (\text{П5})$$

решение их:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}. \quad (\text{П6})$$

Очевидно, можно записать для амплитуд

$$\varepsilon \mathbf{E}_0 = -\frac{c}{\omega} [\mathbf{kH}_0], \quad \mu \mathbf{H}_0 = \frac{c}{\omega} [\mathbf{kE}_0]. \quad (\text{П6a})$$

Если исключить из уравнений (П1) — (П2)  $\mathbf{H}$ , то получим систему уравнений для определения  $\mathbf{E}$ . Условие существования нетривиальных решений этой системы (условие совместности) дает связь  $\mathbf{k}$  с  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\omega$  — так называемое *дисперсное уравнение* (иногда, особенно в кристаллооптике, его именуют *уравнением нормалей*). Это уравне-

<sup>1)</sup> В этом виде уравнения удобно задавать, когда пренебрегаются явления пространственной дисперсии, т. е. когда

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon(\omega) \quad \text{и} \quad \mu(\omega, \mathbf{k}) = \mu(\omega).$$

Уравнения при наличии пространственной дисперсии даны в приложении V.



ние указывает, какие волны типа (П6) могут существовать в данной среде в заданных направлениях.

Умножив векторно на  $\mathbf{k}$ , из (П2) получим

$$[\mathbf{k}\mathbf{V}] = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k} [\mathbf{k}\mathbf{E}]],$$

отсюда для изотропных сред

$$[\mathbf{k}\mathbf{V}] = \frac{c}{\omega} \mathbf{k}^2 \mathbf{E} = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \mu \mathbf{E} \quad (\text{П7})$$

и

$$\mathbf{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu.$$

Это уравнение называется *дисперсионным уравнением*.

Вещественными  $\varepsilon$  и  $\mu$  описываются среды, где отсутствует поглощение (диссипация), т. е. где для произвольной замкнутой поверхности  $\Sigma$ , ограничивающей не содержащий источников объем  $V$  внутри среды, поток вектора Пойнтинга через эту поверхность равен нулю:

$$\int_{\Sigma} S_n d\Sigma = - \int_V \text{div } S dV = 0.$$

Вектор  $\mathbf{k}$  будет вещественным, если  $\varepsilon > 0$  и  $\mu > 0$ ; среды, описываемые такими параметрами, называются *прозрачными*.

При вещественных положительных  $\varepsilon$  и  $\mu$ ,  $\mathbf{k}$  также веществен, и

$$\varepsilon \text{Re } \mathbf{E} = -\frac{c}{\omega} [\mathbf{k} \text{Re } \mathbf{H}], \quad \mu \text{Re } \mathbf{H} = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k} \text{Re } \mathbf{E}]. \quad (\text{П7a})$$

Волны такого типа с вещественными  $\mathbf{k}$  называются *однородными*. Здесь

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \mathbf{s} = \frac{\omega}{c} n \mathbf{s}, \quad s^2 = 1, \quad (\text{П8})$$

где  $n$  — показатель преломления.

Из уравнений видно, что  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  лежат в одной плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{k}$  и являющейся плоскостью равных фаз.

Эта же плоскость, очевидно, есть плоскость равных амплитуд; уравнение ее

$$\mathbf{s}\mathbf{R} = \text{const.}$$

Единичный вектор  $\mathbf{s}$  именуется *волновой нормалью*, а плоскость — также *фронтом волны*.

В однородных волнах поляризация  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  одинакова (см. приложение II) — концы векторов описывают в одном направлении кривые одинаковой формы, лишь повернутые друг относительно друга на  $90^\circ$ :

$$\sqrt{\varepsilon} |\mathbf{E}| = \sqrt{\mu} |\mathbf{H}|, \quad \sqrt{\varepsilon} |\text{Re } \mathbf{E}| = \sqrt{\mu} |\text{Re } \mathbf{H}|. \quad (\text{П9})$$

Плотности электрической  $\mathcal{E}_0$  и магнитной  $\mathcal{E}_M$  энергий в поле этих волн равны

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\varepsilon}{8\pi} (\text{Re } \mathbf{E})^2 = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) \right\}^2, \quad (\text{П10})$$

$$\mathcal{E}_M = \frac{\mu}{8\pi} (\text{Re } \mathbf{H})^2 = \frac{\mu}{8\pi} \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{H} + \mathbf{H}^*) \right\}^2,$$

или

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\varepsilon}{32\pi} (\mathbf{E}_0^2 e^{i2(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} + \mathbf{E}_0^{*2} e^{-i2(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} + 2|\mathbf{E}_0|^2), \quad (\text{П11})$$

аналогично и для  $\mathcal{E}_M$ . Практически на опыте в оптике измеряется только среднее по времени

$$\langle \mathcal{E}_0 \rangle = \frac{\varepsilon}{16\pi} |\mathbf{E}_0|^2 = \frac{\varepsilon}{16\pi} |\mathbf{E}|^2, \quad \langle \mathcal{E}_M \rangle = \frac{\mu}{16\pi} |\mathbf{H}_0|^2 = \frac{\mu}{16\pi} |\mathbf{H}|^2. \quad (\text{П12})$$

Умножая (П7a) соответственно на  $\text{Re } \mathbf{E}$ ,  $\text{Re } \mathbf{H}$ , получим

$$\varepsilon (\text{Re } \mathbf{E})^2 = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k} \text{Re } \mathbf{H}] \text{Re } \mathbf{E} = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k} \text{Re } \mathbf{E}] \text{Re } \mathbf{H} = \mu (\text{Re } \mathbf{H})^2, \quad (\text{П12a})$$

т. е.

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_M,$$

и следовательно,

$$\langle \mathcal{E}_0 \rangle = \langle \mathcal{E}_M \rangle.$$

Для потока энергии, согласно его определению,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\text{Re } \mathbf{E} \text{Re } \mathbf{H}] = \frac{c}{16\pi} [\mathbf{E} + \mathbf{E}^*, \mathbf{H} + \mathbf{H}^*], \quad (\text{П13})$$

отсюда для среднего по времени значения

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c}{16\pi} \{ [\mathbf{E}\mathbf{H}^*] + [\mathbf{E}^*\mathbf{H}] \}. \quad (\text{П14})$$

Используя (П1) — (П2) и учитывая, что  $\mathbf{k}$  вещественно, имеем

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c^2}{8\pi\mu\omega} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{k} = \frac{c^2}{8\pi\varepsilon\omega} |\mathbf{H}|^2 \mathbf{k}. \quad (\text{П15})$$

Выражение (П14) можно записать и в ином виде, явно показывая комплексность амплитуд:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\theta} = (\mathbf{E}' + i\mathbf{E}'') e^{i\theta}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\theta} = (\mathbf{H}' + i\mathbf{H}'') e^{i\theta};$$

тогда

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c}{8\pi} \{ [\mathbf{E}'\mathbf{H}'] + [\mathbf{E}''\mathbf{H}''] \}. \quad (\text{П16})$$

## II. ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПЛОСКОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

Состояние поляризации любого из векторов световой волны можно описать двумя способами. Для определенности в качестве примера выберем вектор

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\theta}.$$

1. Разложим  $\mathbf{E}$  на две составляющие по двум взаимно перпендикулярным координатам  $X$  и  $Y$ ; пусть

$$E_{0x} = A_x e^{i\delta_x}, \quad E_{0y} = A_y e^{i\delta_y}.$$

В вещественной форме

$$E_x = A_x \cos(\theta + \delta_x), \quad E_y = A_y \cos(\theta + \delta_y).$$

Исключая  $\theta$ , получим ( $\Delta = \delta_y - \delta_x$ )

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \Delta = \sin^2 \Delta.$$

— уравнение эллипса, показанного на рис. I.

Параметрами эллипса, удобными при оптических измерениях, являются: азимут большой оси  $\eta$  и отношение длин осей  $b/a = \operatorname{tg} \xi$ . Как легко убедиться (см. рис. I),

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2, \quad (\text{III7})$$

$$\operatorname{tg} 2\eta = \operatorname{tg} 2\beta \cos \Delta,$$

$$\sin 2\xi = \pm \sin 2\beta \sin \Delta,$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{A_y}{A_x} = \rho.$$

Знак «+» или «-» зависит от направления обращения (т. е. от того, лежит ли большая ось в 1—3 или 2—4 квадрантах).

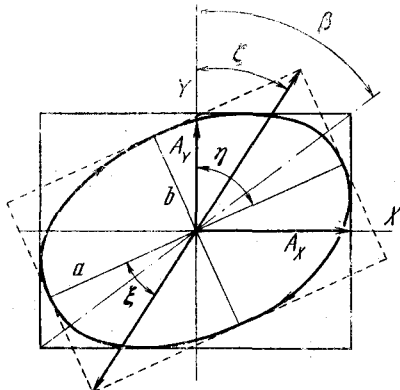
Из этих формул следуют условия для частных случаев поляризации.

Если  $\Delta = e\pi$ ,  $e = 0, \pm 2, \dots$ , имеем линейную поляризацию в 1—3 квадрантах, при  $\Delta = e'\pi$ ,  $e' = \pm 1, \pm 3, \dots$ , — в 2—4 квадрантах.

Если  $\Delta = \pi/2 + 2e''\pi$ ,  $e'' = 0, \pm 1, \pm 2$ , то поляризация будет правой, а при  $\Delta = -\pi/2 + 2e''\pi$  — левой

Рис. I. Эллипс колебаний. В случае отражения  $y$  лежит в плоскости падения.

«глядя навстречу лучу».



Е — возст. линейн. поляр.

Иногда для отношения  $b/a$  пользуются также термином «эллиптичность»  $w$ :

$$w = b/a = \left( \frac{1 + \rho^2 - [(1 + \rho^2)^2 - 4\rho^2 \sin^2 \Delta]^{1/2}}{1 + \rho^2 + [(1 + \rho^2)^2 - 4\rho^2 \sin^2 \Delta]^{1/2}} \right)^{1/2}; \quad (\text{III8})$$

при  $\Delta = \pi/2$ ,  $w = b/a = \rho$ ,  $\eta = 90^\circ$ ; при  $\Delta = 0$ ,  $w = b/a = 0$ .

2. В векторной инвариантной форме можно задать амплитуду в явно комплексном виде:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}' + i\mathbf{E}'';$$

тогда

$$\mathbf{R} = \operatorname{Re} \mathbf{E} = \mathbf{E}' \cos \theta - \mathbf{E}'' \sin \theta;$$

отсюда получим

$$[\operatorname{Re}' ]^2 + [\operatorname{Re}'' ]^2 = [\mathbf{E}' \mathbf{E}'' ]^2,$$

т. е. уравнение, определяющее эллипс, описываемый концом  $\mathbf{R}$ . В этих обозначениях можно сформулировать критерий поляризации в инвариантном виде<sup>1)</sup>. Условие круговой поляризации имеет вид

$$\mathbf{R}^2 = \mathbf{E}'^2 + (\mathbf{E}''^2 - \mathbf{E}'^2) \sin^2 \theta - \mathbf{E}' \mathbf{E}'' \sin 2\theta = \operatorname{const};$$

для этого необходимо

$$\mathbf{E}' \mathbf{E}'' = \mathbf{E}'^2 - \mathbf{E}''^2 = 0. \quad (\text{III9})$$

Учитывая, что

$$\mathbf{E}_0^2 = \mathbf{E}'^2 - \mathbf{E}''^2 + 2i\mathbf{E}' \mathbf{E}'' ,$$

получим условие в иной форме:

$$\mathbf{E}_0^2 = 0 \quad (\text{III10})$$

или

$$\mathbf{E}^2 = 0.$$

Условием линейной поляризации (неизменности направления  $\mathbf{R}$ ) будет (рис. II)

$$\left[ \mathbf{R} \frac{d\mathbf{R}}{d\theta} \right] = 0; \quad (\text{III11})$$

отсюда

$$\left[ \mathbf{R} \frac{d\mathbf{R}}{d\theta} \right] = -[\mathbf{E}' \mathbf{E}'' ] = 0; \quad (\text{III12})$$

так как

$$[\mathbf{E} \mathbf{E}^* ] = [\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^* ] = -2i[\mathbf{E}' \mathbf{E}'' ],$$

то условие линейной поляризации в иной форме будет

$$[\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^* ] = [\mathbf{E} \mathbf{E}^* ] = 0. \quad (\text{III13})$$

<sup>1)</sup> Подобная форма применялась в работах [02, 011, 015, 1].

Так, в частности, бывает при  $E_0 = E^*_0$ , т. е. вектор веществен. Если при общем случае эллиптической поляризации

$$s \left[ R \frac{dR}{d\theta} \right] > 0,$$

обход эллипса совершается, очевидно, вправо (правая поляризация); при обратном знаке — влево. Соответственно неравенства

$$is [EE^*] > 0,$$

$$is [E_0 E^*_0] > 0$$

будут условиями правой поляризации в иной форме.

3. Оба метода описания, очевидно, эквивалентны и равноценны.

Отметим, что векторы  $E'E''$ , как можно показать, представляют собой сопряженные полу диаметры эллипса колебаний. Для данного эллипса можно выбрать бесконечное число пар таких диаметров. Совершенно так же для заданного эллипса можно любым образом выбрать расположение осей  $X$  и  $Y$ .

Однако в обоих способах описания задание любой из пар  $E'E''$  или  $E_x, E_y$  (и разности фаз между ними) однозначно определяет эллипс колебаний.

4. В эксперименте состояние поляризации может определяться следующим образом:

а) Определяются  $\zeta$  и  $\eta$ . На пути волны располагается «пластинка  $1/4$  волны» в азимуте  $\eta$  или  $\eta + \pi/2$ .

Тогда получается «восстановленная линейная поляризация» в азимуте  $\zeta_b = \eta + \xi$  или  $\eta - \xi$ . По  $\xi$  определяется  $b/a$ , а по (П17)  $\rho$  и  $\Delta$ .

б) Определяются  $\rho$  и  $\Delta$ . На пути волны ставится компенсатор в азимуте  $x$  или  $y$  (в конкретном случае отражения азимут  $y$  определяется плоскостью падения). Разность хода  $\Delta$  дополняется до 0 или  $\pi$ ; тогда «азимут восстановленной линейной поляризации» будет  $\zeta_b = \pm \beta$ .

Удобно подобрать условия опыта (в конкретном случае отражения, выбирая  $\Phi_{г\lambda}$  или применяя многократное отражение) так, чтобы  $\Delta = \frac{\pi}{2}$ , тогда  $\eta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\zeta_b = \pm \beta = \pm (90 - \xi)$ .

в) Если сделать  $A_x = A_y$  (в конкретном случае отражения, подбирая  $\phi$  и  $\alpha$ ), то при дополнении компенсатором  $\Delta$  до  $\pi/2$  можно получить круговую поляризацию.

Достижение состояний линейной и круговой поляризации экспериментально фиксируется наиболее удобно (полное потемнение или отсутствие потемнения при вращении анализатора). Последнее фиксируется фотозлектрически.

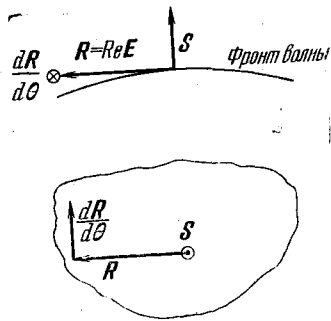


Рис. II. Вектор колебаний и его изменение.

### III. СВОЙСТВА НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛН

Если в уравнениях Максвелла для плоских волн

$$\epsilon E = -\frac{c}{\omega} [kH], \quad \mu H = \frac{c}{\omega} [kE]$$

величина  $k$  комплексна,  $k = k' - ik''$ , что может иметь место при наличии проводимости, диэлектрических или магнитных потерь, или же мнимая, как например, при полном внутреннем отражении<sup>1)</sup>, то волны будут, вообще говоря, неоднородными.

В феноменологической теории для сред, обладающих поглощением, какова бы ни была его физическая причина, можно, как известно, формально ввести комплексную диэлектрическую (и если надо, магнитную) проницаемости  $\epsilon_{\text{компл}} = \epsilon' - i\epsilon''$ ,  $\mu_{\text{компл}} = \mu' - i\mu''$ .

При этом термодинамические соображения требуют, чтобы  $\epsilon''$  и  $\mu''$  были положительны. Если рассмотреть, как выше, некоторый объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $\Sigma$  и не содержащий источников, то энергия, входящая в объем, в единицу времени, будет

$$\int_{\Sigma} \langle S_n \rangle d\Sigma = - \int_V \text{div} \langle S \rangle dV = \int_V Q dV,$$

где  $Q$  — количество тепла, выделенного в единице объема (ибо в монохроматическом поле и недиспергирующей среде электромагнитная энергия должна быть постоянной). Отсюда, используя уравнение (П14), получаем (полагая для простоты  $\mu' = 1$ ,  $\mu'' = 0$ ):

$$Q = \frac{\omega \epsilon''}{8\pi} EE^*;$$

$Q$  должно быть  $\geq 0$ . Аналогично и доказательство для  $\mu''$ .

В общем случае

$$k^2 = \frac{\omega}{c} \epsilon_{\text{компл}} \mu_{\text{компл}}.$$

Проводимость может быть формально включена в  $\epsilon$ ; см. приложение V и § 28. Выражение для волны будет иметь вид

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kr)} = E_0 e^{-k''r} e^{i(\omega t - k'r)},$$

т. е. волна будет затухающей. Выбор знака «+» у первой экспоненты предопределяет выбор знака «-» в  $k$  (т. е.  $k = k' - ik''$ ), согласно требованиям принципа излучения в нашей формулировке.

Очевидно, что такого типа волны могут существовать только вблизи границы раздела.

<sup>1)</sup>  $k$  будет мнимым также в случае, когда  $\epsilon$  или  $\mu$  вещественно, но отрицательно. Некоторые соображения по оптике подобных сред, в частности, ионосферы, где  $\epsilon$  может быть меньше нуля, см. в работах [05, 017, 2, 3].

Для компактности формул в дальнейшем иногда удобно, следуя [015], ввести обозначения  $\mathbf{m} = \frac{c}{\omega} \mathbf{k}$  («вектор рефракции»); тогда (индекс «компл» здесь и далее опускается):

$$\mathbf{m}^2 = \varepsilon \mu = (\mathbf{m}' - i\mathbf{m}''), \quad \varepsilon \mathbf{E} = -[\mathbf{m}\mathbf{H}], \quad \mu \mathbf{H} = [\mathbf{m}\mathbf{E}].$$

Отсюда следует

$$\begin{aligned} \mathbf{m}^2 &= \frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{k}^2 = (\varepsilon' - i\varepsilon'')(\mu' - i\mu''), \\ \mathbf{m}'^2 - \mathbf{m}''^2 &= \frac{c^2}{\omega^2} (\mathbf{k}'^2 - \mathbf{k}''^2) = \varepsilon'\mu' - \varepsilon''\mu'', \\ 2\mathbf{m}'\mathbf{m}'' &= \frac{2c^2}{\omega^2} \mathbf{k}'\mathbf{k}'' = \varepsilon''\mu' + \varepsilon'\mu''; \end{aligned}$$

из сказанного выше

$$\frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{k}'\mathbf{k}'' = \mathbf{m}'\mathbf{m}'' \geq 0.$$

Можно, аналогично «волновой нормали» [формула (3.1), см. также приложение I], ввести понятие «амплитудной нормали»

$$\mathbf{m}' = n_{\varphi} \mathbf{s}_{\text{фаз}}, \quad \mathbf{k}' = \frac{\omega}{c} n_{\varphi} \mathbf{s}_{\text{фаз}} s_{\text{фаз}}^2 = 1,$$

$$\mathbf{m}'' = \kappa_{\varphi} \mathbf{s}_{\text{ампл}}, \quad \mathbf{k}'' = \frac{\omega}{c} \kappa_{\varphi} \mathbf{s}_{\text{ампл}} s_{\text{ампл}}^2 = 1;$$

$s_{\text{ампл}} R = \text{const}$  — очевидно, поверхность равных амплитуд. Величины  $n_{\varphi}$ ,  $\kappa_{\varphi}$  зависят как от свойств среды, так и от характера и происхождения волны [см., например, § 4, формулы (4.8) и (4.9)]. Поверхности равных фаз и амплитуд, вообще говоря, не совпадают, но составляют между собой (острый) угол  $\psi' = \mathbf{s}_{\text{фаз}} \mathbf{s}_{\text{ампл}}$ :

$$\mathbf{m}'^2 - \mathbf{m}''^2 = \frac{c^2}{\omega^2} (\mathbf{k}'^2 - \mathbf{k}''^2) = n_{\varphi}^2 - \kappa_{\varphi}^2,$$

$$\mathbf{m}'\mathbf{m}'' = \frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{k}'\mathbf{k}'' = n_{\varphi} \kappa_{\varphi} \cos \psi'.$$

Значения  $n_{\varphi}$ ,  $\kappa_{\varphi}$ , которые они принимают, когда  $\psi = 0$ , называются главными показателями соответственно преломления и поглощения.

Из соотношения  $\mathbf{k}$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  следует, что (для простоты полагая  $\mu'' = 0$ )  $\mathbf{k}'^2 \gg \varepsilon'\mu'$  (так как  $\mathbf{k}''^2 \gg 0$ ) и при тех же  $\varepsilon'\mu'$  скорость неоднородных волн меньше, чем однородных, и приближается к последней при  $\psi' \rightarrow 0$  и  $\kappa_{\varphi} \rightarrow 0$  (однако сопоставлять подобным образом металл и диэлектрик в общем случае не следует, ибо у многих металлов  $\varepsilon < 1$  меньше, чем у многих диэлектриков).

Непараллельность плоскости равных фаз и равных амплитуд служит наиболее отчетливым физическим отличием неоднородной

волны. В этих волнах, следовательно, амплитуда на поверхности равных фаз меняется по фронту волны.

На рис. III схематически изображен характер затухания волны. Если при данном выборе координат раскрыть выражение для волны, получится

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = E_0 \exp \left[ -\frac{\omega}{c} \kappa_{\varphi} x \sin \psi' \right] \exp \left[ -\frac{\omega}{c} \kappa_{\varphi} z \cos \psi' \right] \times \\ \times \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{\omega}{c} n_{\varphi} z \right) \right]; \end{aligned}$$

первая экспонента показывает затухание вдоль поверхности равных

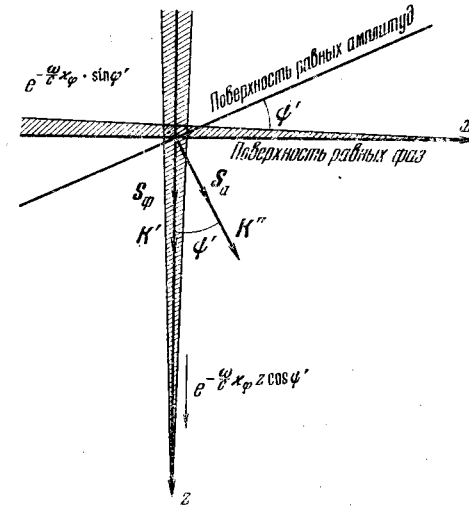


Рис. III. Схема неоднородной волны, распространяющейся в направлении  $z$ .

фаз (за которой обычно сохраняется название фронта волны); это затухание исчезает при  $\psi' = 0$ .

Таким образом, определением неоднородной волны будет

$$[\mathbf{m}'\mathbf{m}''] = -\frac{1}{2i} [\mathbf{m}\mathbf{m}^*] \neq 0 \quad \text{или} \quad [\mathbf{k}'\mathbf{k}''] \neq 0, \quad [\mathbf{k}\mathbf{k}^*] \neq 0; \quad (\text{П24})$$

с этой точки зрения волны, где

$$[\mathbf{m}'\mathbf{m}''] = 0, \quad [\mathbf{m}\mathbf{m}^*] = 0$$

или

$$[\mathbf{k}'\mathbf{k}''] = 0, \quad [\mathbf{k}\mathbf{k}^*] = 0,$$

следует называть однородными, но затухающими волнами, ибо здесь плоскости  $s_{\text{волн}} R = \text{const}$  и  $s_{\text{ампл}} R = \text{const}$  параллельны (подобные

волны могут возникать при нормальном падении света на поверхность поглощающей среды). Более подробное рассмотрение структуры поля неоднородных волн [015] дает следующую картину.

Учитывая, что векторы  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{m}^*$ ,  $[\mathbf{m}\mathbf{m}^*]$  линейно независимы, можно представить  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{H}_0$ , как и любые векторы, в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= b_1 \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m}^* + b_3 [\mathbf{m}\mathbf{m}^*], \\ \mathbf{H}_0 &= a_1 \mathbf{m} + a_2 \mathbf{m}^* + a_3 [\mathbf{m}\mathbf{m}^*]; \end{aligned}$$

а из уравнения (П6а)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= a [\mathbf{m}[\mathbf{m}\mathbf{m}^*]] + \mu b [\mathbf{m}\mathbf{m}^*], \\ \mathbf{H}_0 &= b [\mathbf{m}[\mathbf{m}\mathbf{m}^*]] - \varepsilon a [\mathbf{m}\mathbf{m}^*], \end{aligned} \quad (\text{П25})$$

где  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $a$ ,  $b$  — произвольные скалярные (вообще говоря, комплексные) величины.

Из этих выражений можно легко получить

$$\mathbf{E}_0^2 = \mu [\mathbf{m}\mathbf{m}^*]^2 (\varepsilon a^2 + \mu b^2), \quad (\text{П26})$$

$$[\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*] = [\mathbf{m}\mathbf{m}^*]^2 (|a|^2 [\mathbf{m}\mathbf{m}^*] + \mu ab^* \mathbf{m} - \mu ba^* \mathbf{m}^*), \quad (\text{П27})$$

$$\mathbf{H}_0^2 = \varepsilon [\mathbf{m}\mathbf{m}^*]^2 (\varepsilon a^2 + \mu b^2) = \frac{\varepsilon}{\mu} \mathbf{E}_0^2, \quad (\text{П28})$$

$$[\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^*] = [\mathbf{m}\mathbf{m}^*]^2 (|b|^2 [\mathbf{m}\mathbf{m}^*] - \varepsilon a^* b \mathbf{m} + \varepsilon a b^* \mathbf{m}^*). \quad (\text{П29})$$

Из формул следует, что линейной поляризации  $\mathbf{E}$ , условие которой [формула (П23)]  $[\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*] = 0$ , соответствует  $[\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^*] \neq 0$ , и наоборот; это значит, что поляризации  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в общем случае различна. Только при круговой поляризации ( $\mathbf{E}^2 = 0$ ) [формула (П20)] имеем  $\mathbf{H}^2 = 0$ , т. е. поляризации одинаковы.

Плоскости, в которых колеблются  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , в общем случае не совпадают (и волны не вполне поперечны). Условие совпадения их эквивалентно условию

$$[\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*] \parallel [\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^*],$$

а это, в силу независимости  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{m}^*$ ,  $[\mathbf{m}\mathbf{m}^*]$ , требует, согласно (П27) — (П29), соблюдения

$$\frac{|a|^2}{|b|^2} = \frac{\mu ab^*}{-\varepsilon a^* b} = \frac{-\mu ba^*}{\varepsilon ab^*},$$

т. е. условия круговой поляризации

$$\varepsilon a^2 + \mu b^2 = 0; \quad (\text{П30})$$

только в этом частном случае плоскости колебаний совпадают, в общем же — не совпадают. Таким образом, состояние круговой поляризации оказывается физически выделенным.

Более подробный анализ дает следующую картину (рис. IV).

Если линейно поляризован вектор  $\mathbf{E}$  ( $\mathbf{E}_0$  веществен), то должно быть  $\mathbf{k}' \mathbf{E} - i \mathbf{k}'' \mathbf{E} = 0$ , т. е. вектор  $\mathbf{E}$  перпендикулярен плоскости  $\mathbf{k}$ ; так как по (П23) при этом  $[\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*] = 0$ , то согласно (П25) должно быть  $a = 0$ , и

$$\mathbf{H}_0 = b [\mathbf{m}[\mathbf{m}\mathbf{m}^*]] = b \frac{c^3}{\omega^3} [\mathbf{k}[\mathbf{k}\mathbf{k}^*]],$$

т. е.  $\mathbf{H}$  описывает эллипс в плоскости  $\mathbf{k}$ ; параметры эллипса зависят от соотношения  $\mu$  и  $\varepsilon$ . Таким образом, волна поперечна по  $\mathbf{E}$  и непоперечна по  $\mathbf{H}$ ; она носит название ТЕ-волны (трансверсальная электрически). Аналогичная картина получается если линейно поляризован вектор  $\mathbf{H}$  (ТМ-волна, трансверсальная магнитно).

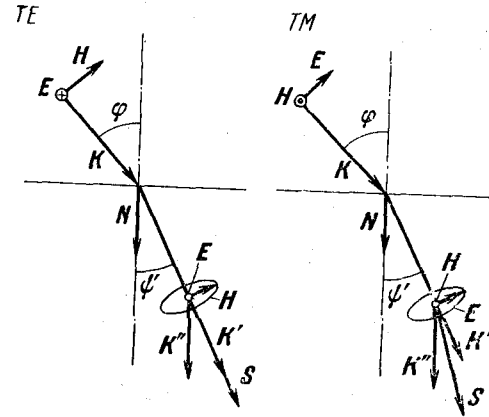


Рис. IV. Схема поляризации волн на примере преломления в поглощающей среде.

При круговой поляризации волна непоперечна по обоим векторам.

Переходя к энергии волн<sup>1)</sup>, отметим, что формулы (П12) остаются справедливыми, однако переход (П12а) не имеет места, так как

$$\langle \mathcal{E}_s \rangle = \frac{\varepsilon'}{16\pi} |E|^2, \quad \langle \mathcal{E}_m \rangle = \frac{\mu'}{16\pi} |H|^2. \quad (\text{П30а})$$

Из (П1) и (П2), умножая их соответственно на  $\mathbf{E}^*$  и  $\mathbf{H}^*$ , имеем

$$\varepsilon |E|^2 = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} [\mathbf{E}^* \mathbf{H}], \quad \mu |H|^2 = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} [\mathbf{H}^* \mathbf{E}],$$

т. е.

$$\langle \mathcal{E}_s \rangle \neq \langle \mathcal{E}_m \rangle,$$

в отличие от однородных волн.

<sup>1)</sup> Напомним, что понятие энергии электромагнитного поля в поглощающих средах несколько условно. Соответственно несколько условно оно и для чисто монохроматического поля (строго говоря, в поглощающих и, следовательно, диспергирующих средах не существующего) (подробнее см. [08]). Понятие же плотности потока энергии полностью сохраняет свой смысл во всех случаях.

Для вектора потока энергии по-прежнему справедливо (П13) и (П14). Однако далее, используя (П1), следует записать

$$\langle S \rangle = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ |E|^2 (k + k^*) - E(kE^*) - E^*(k^*E) \}, \quad (\text{П31})$$

$$\langle S \rangle = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ |E|^2 (k + k^*) - [k - k^*, [EE^*]] \}, \quad (\text{П32})$$

$$\langle S \rangle = \frac{c^2}{16\pi\mu\omega} \{ |E|^2 2k' - i2[k'' [EE^*]] \}. \quad (\text{П33})$$

Второй член в (П33) веществен, ибо, записывая в явном виде комплексность амплитуды

$$E = E_0 e^{i\theta} = (E' + iE'') \exp [i(\omega t - k'r - ik''r)],$$

получим из (П33)

$$\langle S \rangle = \frac{c^2 e^{-2k''r}}{16\pi\mu\omega} \{ 2(E'^2 + E''^2) k' - 4[k'' [E'E'']] \}. \quad (\text{П34})$$

Наконец, вместо (П16) имеем

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \{ [E'H'] + [E''H''] \} e^{-2k''r}. \quad (\text{П35})$$

Следует специально подчеркнуть сказанное вначале, что неоднородные волны могут быть реализованы физически не только в рассмотренном случае поглощающей среды, но и в среде прозрачной. На стр. 38, 83 описаны неоднородные волны, возникающие при полном внутреннем отражении от границы прозрачных сред. Они будут возникать в прозрачной среде 2 и в том случае, когда среда 1 поглощает, и приходящие из нее волны неоднородны (см. стр. 60). Такая ситуация, например, создается при пропускании света через тонкий металлический клин, по выходе из него (известный опыт Шн).

#### IV. ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Для анизотропных сред уравнения Максвелла в форме (П1) — (П4) справедливы; уравнения связи (П5) в рамках локальной теории также справедливы, однако в анизотропных средах, как известно,  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  представляют собой ортогональные тензоры 2-го ранга.

Для прозрачных сред тензоры  $\epsilon$ ,  $\mu$ , как это следует из требований закона сохранения энергии, должны быть эрмитовыми, а в отсутствие пространственной дисперсии — симметричными и положительно (см. примечание на стр. 309) определенными.

Такие тензоры могут быть приведены к диагональному виду, но не одновременно (т. е. главные оси тензоров могут не совпадать — это будет иметь место у сред низкой симметрии, см. ниже). В поглощающих кристаллах тензоры  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  для низких симметрий могут и вообще не приводиться к диагональному виду.

В простейшем случае немагнитной непоглощающей среды, когда  $D_i = \epsilon_{ij} E_j$  и  $\mu = 1$ , преобразованном, аналогичным (П7), можно

получить дисперсионное уравнение в виде

$$\left| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} \right| = 0.$$

Однако для рассмотрения явлений отражения (и преломления) в общем случае удобнее инвариантная форма. Такая форма была предложена Ф. И. Федоровым; для немагнитных прозрачных сред она имеет вид [015]

$$m^2 \cdot mem - m (\hat{\epsilon}_c - \hat{\epsilon}) m + |\epsilon| = 0; \quad (\text{П36})$$

здесь через  $m$  (вектор рефракции) обозначена величина  $\frac{c}{\omega} k$ ; это

делает запись более компактной. Здесь  $|\epsilon|$  — детерминант матрицы тензора  $\epsilon$  ( $|\epsilon| = \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$ , где  $\epsilon_i$  — главные значения  $\epsilon$ );  $\epsilon_c$  — след этой матрицы;  $\hat{\epsilon}$  — тензор, взаимный<sup>1)</sup> к  $\epsilon$ . Отметим, что формула (П36) не предполагает вещественность  $\epsilon$  и, следовательно, пригодна для поглощающих кристаллов (для магнитных см. [015]). Уравнение (П36) можно привести к виду (уравнение Френеля)

$$\sum_1^3 \frac{s_i^2}{\frac{1}{\epsilon_i} - \frac{1}{n^2}} = 0,$$

где  $s_i$  — проекции  $s$  на главные оси  $\epsilon$ , или записать в более краткой форме:

$$s (\hat{\epsilon} - mem)^{-1} s = 0. \quad (\text{П37})$$

Уравнение (П36) 6-го порядка относительно фазовой скорости света  $v = c/n$ ; скорость сложно зависит от направления и поляризации волны. Можно показать, что задание вектора рефракции волны, идущей в данном направлении, однозначно определяет (при заданной амплитуде) векторы  $E$ ,  $H$ ,  $D$ .

Можно показать также, что для заданного направления уравнение имеет два и только два вещественных положительных решения для  $n$ , соответствующих двум линейно поляризованным волнам, и что всегда имеются два компланарных направления, по которым скорости волн любой поляризации одинаковы; они именуются оптическими осями (биноормальями).

Из уравнений (П1) — (П5) ввиду тензорного характера величин  $\epsilon$  следует, что  $D$  не параллельно  $E$  (причем, поскольку  $\epsilon > 0$ , угол между ними — острый). Далее  $D \perp k \perp H$  и  $E \perp H \perp S$ , т. е.  $S$  не параллельно  $k$ , это значит, что волны поперечны по  $D$ , но не поперечны по  $E$ . Направление волны, т. е. вектор  $k$ , не совпадает с направлением луча или вектором  $S$ .

Можно показать также, что в указанных двух могущих распространяться в данном направлении волнах векторы  $D$  ортогональны ( $D^{(1)} D^{(2)} = 0$ ).

<sup>1)</sup> Взаимным к  $\epsilon$  тензором называется тензор  $\hat{\epsilon} = |\epsilon| \epsilon^{-1}$ .

Сказанное означает, что распространение света внутри кристалла из точечного источника<sup>1)</sup> можно описать геометрически, проводя из источника как центра радиусы-векторы, длина которых равна скорости света в данном направлении. Концы этих векторов образуют двуполостную (соответственно двум возможным в данном направлении скоростям) «волновую поверхность» 6-го порядка, самопересекающуюся в четырех точках, лежащих попарно на двух пересекающихся линиях — оптических осях (рис. V).

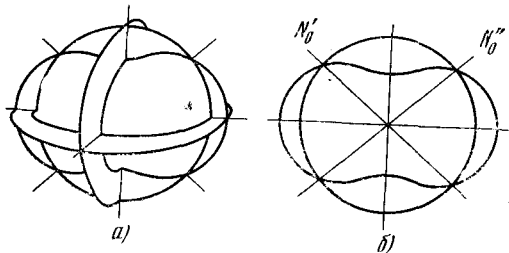


Рис. V. Волновая поверхность двuosного кристалла.  
 $N'_0, N''_0$  — бинормали, или оптические оси.

Для характеристики свойств среды удобнее рассмотреть характеристическую поверхность тензоров, например,  $\epsilon$  или  $\epsilon^{-1}$ . Такая поверхность для тензора 2-го ранга с положительными  $\epsilon_{ik}$  является эллипсоидом. Поверхность для тензора  $\epsilon^{-1}$  называется индикатрисой; в координатах главных осей

$$\sum x_i^2 \frac{1}{\epsilon_i} = 1.$$

Радиус-вектор, проведенный из центра такого эллипсоида к какой-либо точке его поверхности, —  $|r| = \sqrt{\epsilon_r}$ , где  $\epsilon_r$  — диэлектрическая проницаемость в данном направлении. Свойства тензоров  $\epsilon, \mu, \sigma$  существенно зависят от симметрии среды (табл. I). В «одноосных» кристаллах эллипсоид  $\epsilon$  есть эллипсоид вращения, причем ось вращения фиксирована. Вводятся названия

$\epsilon_1 = \epsilon$  «обыкновенное» ( $\epsilon_o$ ),  $\epsilon_3 = \epsilon$  «необыкновенное» ( $\epsilon_n$ ).

Для одноосных прозрачных кристаллов уравнение (III) распадается на два:

$$m^2 = \epsilon_o, \quad n_o = \sqrt{\epsilon_o}, \quad (П38)$$

$$m\epsilon m = \epsilon_o \epsilon_n,$$

$$n_n = \sqrt{\frac{\epsilon_o \epsilon_n}{\epsilon_o [sc]^2 + \epsilon_n (sc)^2}}, \quad (П39)$$

где  $s$  — единичный вектор в направлении оптической оси.

<sup>1)</sup> Имеется в виду изотропный излучатель; об излучении электрического диполя в анизотропной среде см. гл. 3, ссылки [40, 41].

Таблица I

Наличие осей симметрии (характеризующая симметрия)	Нет	Одна ось 2-го порядка (взаимно $\perp$ )	Одна ось			Четыре оси 3-го порядка
			3-го порядка	4-го порядка	6-го порядка	
Сингония	Триклинная	Моноклинная	Ромбическая	Тригональная	Тетрагональная	Кубическая
Оси тензоров $\epsilon, \mu, \sigma$	Не совпадают	Совпадает 1 ось	Совпадают все оси	Свободны		
Симметрия тензоров $\epsilon_{ik}, (\mu_{ik}, \sigma_{ik})$	$C_i$	$C_{2h}$	$D_{2h}$	$D_{\infty h}$	$K_h$	
Индикатриса $\epsilon_{ik} (\mu_{ik}, \sigma_{ik})$	Трехосный эллипсоид		Эллипсоид вращения		Шар	
Оси эллипсоида $\epsilon_{ik}$ (или $\mu_{ik}, \sigma_{ik}$ )	3 оси поворачиваются с $\lambda$	1 ось закреплена, 2 оси поворачиваются с $\lambda$	Все оси фиксированы по $c_2$ осям	1 ось фиксирована, 2 оси свободны		
Тензор, приведенный к главным осям	$\begin{vmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ \epsilon_{31} & 0 & \epsilon_{33} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{vmatrix}$		
Оптическая классификация кристаллов	Двуосный		Одноосный		Изотропный	
	Дисперсия осей					
	Есть	Нет				

Соответственные волны именуется обыкновенной и необыкновенной. Волновая поверхность имеет вид сферы и овалоида вращения,

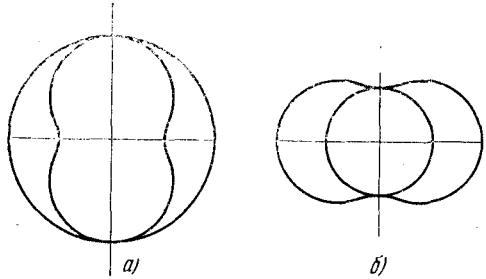


Рис. VI. Волновые поверхности одноосного положительного (а) и отрицательного (б) кристаллов.

соприкасающихся в двух точках, лежащих на одном диаметре (рис. VI).

Если для какого-либо  $s$  провести плоскость ( $sc$ ), именуемую главной плоскостью, то, как можно показать,

$$[E_o [sc]] = 0$$

( $E_o$  перпендикулярно главной плоскости, ТЕ-волна) и

$$E_n [sc] = 0$$

( $E_n$  лежит в главной плоскости, ТМ-волна).

## V. ВОЛНЫ В СРЕДАХ, ОБЛАДАЮЩИХ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Общая теория пространственной дисперсии изложена в ряде статей и монографий [017, 018].

При составлении материальных уравнений электромагнитного поля необходимо учитывать два фактора:

- инертность всех участвующих в процессе частиц и конечность времени ответа среды на любое их возмущение;
- влияние на рассматриваемые частицы процессов в соседних областях (например, из-за явлений передвижения частиц или переноса энергии).

В общем виде можно записать:

$$D(r, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dr' \epsilon(t, t', r, r') E(r', t'), \quad (\text{П40})$$

$$B(r, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dr' \mu(t, t', r, r') H(r', t').$$

Зависимость от  $t'$  описывает временную или частотную дисперсию [фактор (а)], а зависимость от  $r'$  — пространственную дисперсию [фактор (б)].

Эффекты частотной дисперсии играют в оптике важнейшую роль. Величина же эффектов пространственной дисперсии (п. д.), определяемая [017, 018], грубо говоря, отношением  $a/\lambda$  (где  $a$  — характерный для данного процесса размер среды, например, расстояние между взаимодействующими частицами, постоянная решетки, расстояние переноса), в оптическом диапазоне обычно невелика, и они обнаруживаются труднее.

Ограничиваясь случаем монохроматического поля вида  $E(r, t) = E(\omega, k)e^{i(\omega t - kr)}$  и т. д., получаем в пространственно однородной неограниченной среде соотношения между компонентами Фурье [017]

$$D(\omega, k) = \epsilon(\omega, k) E(\omega, k), \quad B(\omega, k) = \mu(\omega, k) H(\omega, k), \quad (\text{П41})$$

где

$$\epsilon(\omega, k) = \int dr e^{ikr} \epsilon(\omega, r), \quad \mu(\omega, k) = \int dr e^{-ikr} \mu(\omega, r). \quad (\text{П42})$$

Для большей общности, в частности, для описания, скажем, некоторых магнитных сред, следует записать [4—8]

$$D = \epsilon(\omega, k) E + \eta(\omega, k) H, \quad (\text{П43})$$

$$B = \xi(\omega, k) E + \mu(\omega, k) H \quad (\text{П44})$$

и соответственно изменить последующие формулы. Подобные среды именуется магнитоэлектрическими<sup>1)</sup>.

Здесь необходимо попутно отметить, что запись в таких формах, строго говоря, удобна лишь для анализа процессов при малых частотах. Для частот оптического диапазона часто предпочтительно пользоваться иной формой описания свойств среды [017, 018], поскольку разделить физически обоснованно индуцируемый ток на части разного происхождения (ср. также гл. 4, ссылка [6]) становится трудно; вводится величина

$$D'(r, t) = E(r, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t dt' j(r, t'), \quad \text{div } D' = \text{div } D = 0, \quad (\text{П45})$$

где  $j$  — плотность всех видов токов, индуцируемых в среде. При таких обозначениях вместо уравнения

$$\text{rot } H = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_{\text{пров}},$$

где  $j_{\text{пров}}$  — токи проводимости, получим

$$\text{rot } B = \frac{1}{c} \frac{\partial D'}{\partial t}, \quad (\text{П46})$$

не вводя понятия  $H$ . Подробнее см. в монографиях [017, 018].

<sup>1)</sup> Классификация магнитных кристаллов, могущих обладать подобными свойствами, приведена в работах [9, 10].



Иначе говоря, вместо векторов поляризации  $\mathbf{P}$  и намагниченности  $\mathbf{M}$  вводят вектор (ограничиваясь, как и выше, плоскими монохроматическими волнами)

$$P'_i = P_i + \frac{c}{\omega} \epsilon_{ilm} M_l k_m, \quad (\text{П47})$$

где  $\epsilon_{ilm}$  — абсолютно антисимметричный единичный тензор, и далее

$$D'_i = E_i + 4\pi P'_i, \quad H'_i = B_i. \quad (\text{П48})$$

В этом случае все описания свойств среды заключены в одной величине  $\hat{\epsilon}_{ij}$ , вводимой аналогично (П10):

$$D'(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' \hat{\epsilon}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t'). \quad (\text{П49})$$

Далее, аналогично (П41):

$$D' = \epsilon(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{E}, \quad (\text{П50})^1$$

а для магнитных сред [4]

$$D' = \hat{A}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{E}, \quad (\text{П53})$$

где  $\hat{A}$  определяется из (П42), (П43), (П47) и (П48).

Уравнение (П1) теперь имеет вид

$$D' = -\frac{c}{\omega} [\mathbf{k}\mathbf{B}]. \quad (\text{П54})$$

Если ограничиваться случаем «слабой пространственной дисперсии», когда поле изменяется на протяжении  $a$  сравнительно мало, можно разложить тензор  $\hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{k})$  в ряд по степеням  $\mathbf{k}$  [018], например <sup>2)</sup>,

<sup>1)</sup> Можно таким же путем ввести понятие тензора проводимости  $\hat{\sigma}(\omega)$ :

$$j_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' \hat{\sigma}_{ij}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}', t'), \quad (\text{П51})$$

и, аналогично (П41), записать

$$\hat{\sigma}(\omega, \mathbf{k}) = \int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{\sigma}(\omega, \mathbf{r}); \quad (\text{П52})$$

эта величина, как можно показать [018], связана с  $\hat{\epsilon}$ :

$$\hat{\sigma}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{i\omega}{4\pi} \{ \hat{\epsilon}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) - \delta_{ij} \}.$$

<sup>2)</sup> Вопрос о позволительности замены  $\hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{k}=0)$  на  $\hat{\epsilon}(\omega)$  рассмотрен в монографии [018].

для монохроматических плоских волн

$$\hat{\epsilon}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \hat{\epsilon}_{ij}(\omega) + i\hat{\gamma}_{ijl}(\omega) \frac{c}{\omega} k_l + \hat{\alpha}_{ijlm}(\omega) \frac{c^2}{\omega^2} k_l k_m. \quad (\text{П55})$$

В более общем виде можно записать уравнение связи в виде [018, 11]

$$D' = \hat{\epsilon} \mathbf{E} + [\hat{q}_1 \nabla, \mathbf{E}] + \hat{q}_2 \text{rot rot } \mathbf{E} + \hat{q}_3 \text{grad div } \mathbf{E}, \quad (\text{П56})$$

откуда для плоских монохроматических волн получится (П55). Здесь  $\hat{q}_1$  — тензор 2-го ранга;  $\gamma$  — тензор 3-го ранга;  $\hat{q}_2, \hat{q}_3, \hat{\alpha}$  — тензоры 4-го ранга. Аналогично можно написать и выражения для  $\mathbf{D}, \mathbf{e}, \mathbf{B}$ .

Выражения (П55) и (П56) представляют, по существу, разложения по степеням параметра  $a/\lambda$  [08], где  $a$  — характерный размер среды для данного процесса (например, расстояние между теми центрами, взаимодействие которых приводит к п. д.). Учет высших производных в рамках макроскопического расчета, видимо, не нужен.

Второй справа член в (П55) и (П56) описывает пространственную дисперсию (п. д.) 1-го порядка (гиротропия), третий член — «п. д. 2-го порядка», и т. д. Поскольку последние члены меньше предыдущих в  $a/\lambda$  раз, рассматривать их рационально только в том случае, если члены 1-го порядка обращаются в нуль.

1. Ограничиваясь пространственной дисперсией 1-го порядка, формулу (П56) можно записать в виде

$$D'_i(\omega, \mathbf{k}) = \hat{\epsilon}_{ij}(\omega) E_j + \hat{\gamma}_{ijl}(\omega) \frac{\partial E_j}{\partial x_l}.$$

Часто пользуются понятием «(псевдо)тензора гирации»  $\hat{q}ml$ , определяя его в (П55) в виде

$$\hat{\gamma}_{ijl} = \frac{c}{\omega} e_{ijm} \hat{g}_{ml}$$

(где  $e_{ijm}$  — единичный абсолютно ассимметричный тензор;  $\hat{g}ml$  — тензор, дуальный  $\hat{\gamma}_{ijl}$ ), или вводят «псевдовектор гирации»  $\hat{g}$ .

$$D'_m = \epsilon_{mj}(\omega) E_j + i[\mathbf{g}\mathbf{E}]_m. \quad (\text{П57})$$

Исходя из записи вида (П43) и (П44), можно, конечно, также получить разложением аналогично (П55) в качестве определения гиротропии при слабой п. д. [11]

$$D_m = \epsilon_{mj}(\omega) E_j + i[\mathbf{a}\mathbf{E}]_m, \quad (\text{П58})$$

где  $\mathbf{a} = \hat{q}_1 \mathbf{k}$  и аналогично

$$B_m = \mu_{mj}(\omega) H_j + i[\mathbf{v}'\mathbf{H}]_m, \quad (\text{П59})$$

где  $\mathbf{a}, \mathbf{v}'$  — соответственно «электрический и магнитный (псевдо) векторы гирации».

Если провести все изложенные рассуждения для магнитных сред, т. е. исходить не из  $\mathbf{v}_0$  (П43) и (П44) или (П53), тензор  $\hat{\gamma}_{ijl}$  будет

комплексным, а соответственная формула для  $\hat{A}(\omega, \mathbf{k})$  будет описывать и вклад магнитоэлектрических эффектов<sup>1)</sup>. Общие свойства симметрии тензоров  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\gamma}$  и классификация эффектов даны в табл. II.

Для непоглощающих сред тензор  $\hat{\gamma}_{ijl}$  будет эрмитовым; для поглощающих это места не имеет и деление на симметричную и антисимметричную части невозможно.

Свойства тензора  $\hat{\gamma}$  (они такие же, как и для  $\hat{\gamma}$ ) зависят от симметрии кристалла; они проанализированы в [018, 11]<sup>2)</sup>.

В центросимметричных средах  $\text{Re}\hat{\gamma}=0$ ; этот тензор отличен от нуля в классах  $C_1, C_s, C_2, C_{2v}, D_2, C_3, D_3, S_4, C_4, D_{2d}, D_4, C_6, D_6, T, O$ .

Таблица II

Часть тензора	Симметрия относительно		Название эффекта
	обращения в пространстве	обращения во времени	
$\text{Re } \hat{\epsilon}$ симм.	Четная	Четная	Двупреломление
$\text{Im } \hat{\epsilon}$ антисимм.	Четная	Нечетная	Эффект Фарадея
$\text{Re } \hat{\gamma}$ антисимм.	Нечетная	Четная	Оптическая активность (гиротропия)
$\text{Im } \hat{\gamma}$ симм.	Нечетная	Нечетная	Гиротропное двупреломление [14]

В общем случае анизотропной гиротропной среды дисперсионное уравнение (уравнение нормалей) было получено [15] и для однородных волн [018] для области, где поглощением можно пренебречь. Это уравнение 6-й степени относительно  $n$  или  $\mathbf{k}$  получается более сложным, чем в случае неактивных сред, и как оказывается, может в некоторых случаях иметь уже не два, а три вещественных решения для  $n$ ; это означает, что в среде могут распространяться три нормальные волны.

Анализ свойств симметрии показывает, что третья волна может иметь место не во всех кристаллических классах. В частности, эта волна в кубических кристаллах отсутствует, в некоторых других возникает только при  $v \neq 0$ . Здесь, видимо, необходимы уточнения<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> В [12] вводятся аналогичные обозначения и термины. Вместе с тем там не учитывается возможность появления членов с  $\eta \neq 0$  и  $\xi \neq 0$ . Эта возможность показана теоретически в работе [5] и экспериментально в [7, 13].

<sup>2)</sup> Квантовомеханический анализ соображений симметрии показывает [14], что в формулах (П43) и (П44) должно быть  $\eta_{ik} = -\xi_{ki}$  и имеется связь  $\hat{g}_{ml} = -\hat{g}_{lm}$ , такая же, как между  $\epsilon$  и  $\mu$  [017].

<sup>3)</sup> Автор с сотрудниками высказал сомнение [16] о форме закона сохранения энергии, примененной в работе [15]. Возражения были далее развиты [17] и продискутированы [18]; здесь вывод о третьей волне может быть иным (см. гл. 4, ссылки [6]).

Подробное рассмотрение [018] приводит к выводу, что эта волна может реально существовать с конечной амплитудой лишь в узкой области недалеко от резонанса, где поглощение еще очень мало, а дисперсия уже весьма велика (грубо говоря, на расстоянии 100—200 Å от  $\omega_{\text{рез}}$  со стороны меньших частот — в изотропных средах). В анизотропной среде, по Аграновичу, это расстояние может уменьшаться в 2—3 раза, причем в случае широких экситонных зон дисперсионное уравнение может иметь всего два вещественных решения [19]. Показатель преломления для третьей волны во всех случаях должен быть весьма велик.

В области, далекой от резонанса, в прозрачной среде, где могут существовать лишь две волны, картина выглядит следующим образом (ср. с приложением IV для негиротропных кристаллов).

В анизотропной гиротропной среде нормальными волнами<sup>1)</sup> являются волны с эллиптической поляризацией. В среде могут распространяться с разной скоростью, по разным направлениям две волны, поляризованные по эллипсам, причем эллипсы несколько различны, а направления их обхода противоположны. Оси эллипсов взаимно перпендикулярны, однако векторы индукции в них не ортогональны ( $\mathbf{D}^{(1)}\mathbf{D}^{(2)} \neq 0$ ). Эллиптичность зависит от направления; она наибольшая (ближе всего к круговой) в направлении оптических осей.

Таким образом, в общем случае двуосного кристалла, при падении на него линейно поляризованного света, в нем будет происходить двойное эллиптическое лучепреломление. При распространении такого луча вдоль оптических осей незначительная эллиптичность будет оставаться (вследствие упомянутого различия эллипсов), причем по мере распространения лучей направление эллипса будет поворачиваться (вследствие различия в скоростях компонент).

В наиболее общем случае кристалла низкой сингонии этот поворот может быть различным для двух осей как по знаку, так и по величине [20, 21]. Различие в скоростях волн показывает, что волновая поверхность — двуполостная; ее полости, в отличие от негиротропных кристаллов, не соприкасаются. В одноосных кристаллах в направлении оптической оси эллипсы вырождаются в окружности, двупреломления не происходит, но скорости право- и левополяризованных лучей остаются различными; поэтому происходит поворот плоскости поляризации линейно поляризованного луча<sup>2)</sup>.

В изотропных средах вращение плоскости поляризации без двупреломления имеет место во всех направлениях.

В области, где возможно существование трех волн, картина более сложна. В частности, при распространении света вдоль оси в одноосных кристаллах (и в изотропной среде) могут существовать (в правом кристалле, например) две лево- и одна право-циркулярно поляризованные волны, которые могут интерферировать [018].

<sup>1)</sup> Нормальными волнами называются такие волны типа (III), которые могут распространяться в данной среде по данному направлению без изменения волнового вектора и состояния поляризации.

<sup>2)</sup> В некоторых классах ( $C_{2v}, S_4, D_{2d}, C_{3v}, C_{4v}, C_{6v}$ ) вращение в направлении оси места не имеет. В классах  $C_{3v}, C_{4v}, C_{6v}$  должна быть лишь «слабая гиротропия» [018, 11].

В области вблизи  $\omega_{\text{рез}}$ , где поглощение уже значительно, тензоры  $\hat{\gamma}_{ikl}$  и  $\hat{\epsilon}_{ij}$  становятся комплексными и неэрмитовыми, и  $\hat{\gamma}$  зависит, кроме  $\omega$ , также от  $s$ . Здесь имеет место круговой дихроизм — различное поглощение право- и лево-циркулярно поляризованных компонент. Для этой области подробная теория отсутствует. Некоторые соображения и расчет кривых  $n_{1,2,3}(\omega)$  и  $\kappa_{1,2,3}(\omega)$  для этой области даны в работе [018] для различных значений микропараметров (см. также [22]). Простейший случай распространения волн в гиротропной изотропной среде и кристаллах кубической сингонии (оптически изотропных) подробно рассмотрен в работе [23]. Круговой дихроизм имеет место только при  $v \neq 0$  [авторы пользуются формулами (П58) и (П59)]; в любом направлении распространяются две волны, поляризованные по кругу, с различными скоростями и различными (вследствие дихроизма) амплитудами. Результирующая волна вследствие этого поляризована уже не линейно, но (слабо)эллиптически<sup>1)</sup>.

II. В случае, если  $\hat{\gamma}_{ijk} = 0$ , должна быть учтена п. д. 2-го порядка; свойства симметрии тензора  $\hat{\alpha}$  — иные, чем у тензоров  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\gamma}$ , они проанализированы в [018]. В некоторых случаях, рассмотренных там же, могут появиться третья и четвертая волны по обе стороны от  $\omega_{\text{рез}}$ , но уже на расстоянии 10–20 Å от нее. Векторы индукции в этих волнах также неортогональны. Во всех случаях кубические кристаллы даже высшей симметрии  $O$  оказываются анизотропными по  $\hat{\alpha}$  [24]. В самой области поглощения условия для возникновения подобных волн, видимо, неблагоприятны.

<sup>1)</sup> То же будет иметь место в кристалле одноосном при распространении волн вдоль оптической оси.

## ЛИТЕРАТУРА

### Общие руководства

01. Ландсберг Г. С., Оптика, 4-е изд., ГТТИ, 1957.
02. Born M., Wolf E., Principles of optics, 4-th ed., Oxford, 1970.
03. Борн М., Вольф Э., Основы оптики, Изд. «Наука», 1970.
04. Зоммерфельд А., Оптика, ИЛ, 1953.
05. Сивухин Д. В., Физическая оптика, ч. I и II, Новосибирский Гос. Ун-т, 1968—69.
06. Дитчберн Р., Физическая оптика, Изд. «Наука», 1965.
07. Горелик Г. С., Колебания и волны, Физматгиз, 1959.
08. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Электродинамика сплошных сред, ГТТИ, 1957.
09. Стрэттон Д., Теория электромагнетизма, ГТТИ, 1948.
010. Шефер К., Теоретическая физика, т. III, ГОНТИ, 1938, гл. I и II.
011. Bell E. E., Handb. d. Physik, bd. 25/2a, Berlin, 1967.
012. König E., Handb. d. Physik, bd. 20, Berlin, 1928.
013. Основные формулы физики, ИЛ, 1957.
014. Соколов А. В., Оптические свойства металлов, Физматгиз, 1961.
015. Федоров Ф. И., Оптика анизотропных сред, Изд. АН БССР, Минск, 1958.
016. Иванов А. П., Оптика светорассеивающих сред, Изд. АН БССР, Минск, 1969.
017. Силин В. П., Рухадзе А. А., Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Госатомиздат, 1961.
018. Агранович В. М., Гинзбург В. Л., Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, Изд. «Наука», 1965.
019. Бломберген Н., Нелинейная оптика, Изд. «Мир», 1966.
020. Moss T., Optical properties of semiconductors, London, 1959; перевод: Мосс Т., Оптические свойства полупроводников, ИЛ, 1961.
021. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Релятивистская квантовая теория, I, Изд. «Наука», 1968.
022. Бреховских Л. М., Волны в слоистых средах, Изд. АН СССР, М., 1957.
023. Bouman J., Physica 35, 341, 1967.
024. Vendlandt W., Hecht H., Reflection Spectroscopy, N. Y., 1966.

025. Modern Aspects of Reflection Spectroscopy. Сб. под ред. Vendlandt W., N. Y., 1968.  
 026. Kortum G., Reflexionsspectroscopie, Berlin, 1969.  
 027. Askne I., Lind B., Phys. Rev. A2, 2335 (1970); Proc. IEEE 60 901 (1972).

## К главе 1

1. Surface Science 16, 33, 1969 (дискуссия).
2. Хапалюк А. П., Опт. и спектр. 12, 106 (1961); 28, 317 (1970).
3. Федоров Ф. И., Опт. и спектр. 14, 100 и 250 (1963); 15, 792 (1963).
4. Фок В. А., УФН 36, 308 (1948).
5. Ершов О. А., Ляховская И. И., Савинов Е. П., Ковалева Э. А., Опт. и спектр. 27, 342 (1969).
6. Джеймс Р., Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, ИЛ, 1950.
7. Блохин М. А., Оптика рентгеновских лучей, ГТТИ, 1953.
8. McGee J., Hesser D., Milton J., V Int. Congress on X-Ray Opt. Tubing, Berlin, 1969.
9. Мандельштам Л. И., Полное собрание трудов, т. V, Изд. АН СССР, 1951.
- 9а. Болотовский Б. М., Столяров С. Н., в сб. «Проблемы теорет. физики», Изд. «Наука», 1972, стр. 267, 493.
10. Пафомов В. Е., ЖЭТФ 51, 208 (1967).
11. Friedmann G., Sandhu N., Amer. J. Phys. 33, 135 (1965); 39, 388 (1971).
12. Шкляревский И. Н., Милославский В. К., Опт. и спектр. 3, 362 (1957); 11, 752 (1961).
13. Ellis W., JOSA 56, 746 (1966).
14. Горбань И., Шайкевич О., Опт. и спектр. 11, 752 (1961).
15. Dupajsky N., Czechsl. J. Ph. 12, 742 (1962); 18, 771 (1968).
16. Muller R., Surface Science 16, 141 (1969).
17. Javid M., Brown P., Field Analysis, N. Y., 1963.
18. Гинзбург В. А., Распространение э.-м. волн в плазме, Физматгиз, 1960.
19. Stern T., Appl. Opt. 3, 111 (1964).
20. Друде П., Оптика, ОНТИ, 1935.
21. Hognreich R., J. Appl. Phys. 39, 432 (1968).
22. Статьи в УФН 98, № 1 (1969); Hüfner S., Journ. de Phys. 32, suppl. № 2—3, C1—710 (1971).
23. Damany H., Opt. Acta 12, 95 (1965); JOSA 55, 1558 (1965).
24. Archer R., Manual on Ellipsometry, Chicago, 1968.
25. Мотулевич Г. П., УФН 97, 211 (1969).
26. Харрик Н., Спектроскопия внутреннего отражения, Изд. «Мир», 1970.
27. Hall H. B., JOSA 57, 683 (1967); в сб. Sympos. on Thermal Rad. of Solids, Washington, 1965, p. 45; The Reflection of Electromagnetic Radiation, Alabama, 1963.
28. Пришивалко А. П., Отражение света от поглощающих сред, Изд. АН БССР, Минск, 1963.
29. Mahan A., JOSA 46, 913 (1956).
30. Lefèvre M. R., Academie de Lille, Rapport № L13-70 ORX, Lille, 1971.

31. Lefèvre M. R., Montel M., 6-th Intern. Conf. X-ray Optics a. microanalysis, Osaka, 1971.
32. Lefèvre M. R., Montel M., C. R.272B, 25 (1971); 273B, 329, 1971; Opt. acta 19, 467 (1972).
33. Bell R., Armstrong K., Nichols S., Bradley R., JOSA 59, 187, 1008 (1969); 60, 701 (1970).
34. Billard J., Moises A., Coll. d'Opt. Ultrahertz., Bordeaux, 1970.
35. Cuvelier P., Moises A., Billard J., C. R. 272B, 1172 (1971).
36. Potter R., JOSA 54, 904 (1964).
37. Федоров Ф. И., Теория упругих волн в кристаллах, Изд. «Наука», 1965.
38. Федоров Ф. И., Инж.-физ. журн. 1, 41 (1958).
39. Федоров Ф. И., Кристалл 3, 322 (1958).
40. Федоров Ф. И., Филиппов В. В., ЖПС 9, 1031 (1968); Опт. и спектр. 30, 318 (1971); Кристалл 16, 36 (1970).
41. Chmela P., Optik 26, 134 (1967).
42. Chmela P., Acta Univ. palack. Olomouc, Fac. rer. nat. 30, 203 (1969).
43. Ramachandran G., Ramaseshan S., Kristaloptik. Hb. der Physik, Bd. XXVII, Berlin, 1961.
44. Varghese V., JOSA 57, 86, 90, 1351 (1967).
45. Райс Г. Б., Опт. и спектр. 6, 84 (1959).
46. Хапалюк А. П., ДАН БССР 4, 505 (1960).
47. Федоров В. И., Филиппов В. В., Опт. и спектр. 29, 56 (1970).
48. Филиппов В. В., Опт. и спектр. 30, 734 (1971).
49. Wünsche A., Ann. d. Physik 25, 113, 200 (1970).
50. Thomescheit E., Optik 32, 283, 539 (1970).
51. Damany H., Uzan E., Opt. Acta 17, 131 (1970).
52. Moosteller F., Wooten L., JOSA 58, 511 (1968).
53. Ergun S., Nature 213, 135 (1967).
54. Shamir A., Fox R., Phys. Lett. 231 314 (1966).
55. Сивухин Д. В., ЖЭТФ 13, 361 (1943); 18, 976 (1948); 30, 374 (1956).
56. Сивухин Д. В., ЖЭТФ 21, 367 (1951); Вестн. Моск. Ун-та № 2 (1952).
57. Кизель В. А., ЖЭТФ 26, 228 (1954).
58. Кизель В. А., ЖЭТФ 29, 658 (1955).
59. Кизель В. А., Степанов А. Ф., ЖЭТФ 31, 527 (1956).
60. Мандельштам Л. И., Полное собрание трудов, т. V, Изд. АН СССР, 1951, стр. 419, 463.
61. Сивухин Д. В., ДАН 36, № 8, 247 (1942).
62. Шкляревский И. Н., Костюк В. П., Лелюк Л. Г., Яровая Р. Г., Опт. и спектр. 18, 853 (1965).
63. Rare D., Optik 26, 99 (1967).
64. Шкляревский И. Н., Милославский В. Л., Власенко Н. А., Носуленко Н. А., Опт. и спектр. 9, 640 (1960).
65. Hansen W., Spectrochim. Acta 21, 815 (1965); ISA Trans. 4, 263 (1965).
66. Fahrenfort J., Wisser W., Spectrochim. Acta 18, 1103 (1962).

## К главе 2

1. Гинзбург В. Л., Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
2. Пиля А. Д., Федоров В. И., ЖЭТФ 57, 1198 (1969).
3. Харрик Н., Спектроскопия внутреннего отражения, Изд. «Мир», М., 1970.
4. Goop G., Amer. J. Phys. 34, 240 (1966).
5. Грачева Т. И., Опт. и спектр. 2, 792 (1957).
6. Beauregard C., Cahiers de Phys. 18, 471 (1964).
7. Picard J., C. R. 270, B381 (1970); Nouv. Rev. Opt. Appl. 1, 273 (1970); C. R. 274, 384B (1972).
8. Lévy Y., C. R. 270, B680 (1970).
9. Carniglia C. Mandel L., JOSA 61, 1041 (1971).
10. Sutherland J., Arakava E., JOSA 58, 1081 (1968).
11. Ravageau J., C. R. 268, 634, 737 (1969); 263, 276, 352, 856 (1966).
12. Imbert C., C. R. 264, 12 (1967); 269, 1227 (1969); 270, 529 B (1970); Phys. Lett. 31, 337 (1970).
13. Costa de Beauregard O., C. R. 274 B, 433 (1972).
14. Mazet A., Imbert C., Huard S., C. R. 273B, 592 (1971).
15. Otto A., Optik 29, 246 (1969); Zs. f. Phys. 216, 398 (1968); Opt. Commun. 3, 254 (1971); Ph. Stat. Sol. 42, K37 (1970).
16. Santávy I., Atti Fondaz. G. Ronchi 25, 201 (1970).
17. Schwinn C., Penland H., Zs. f. Phys. 158, 1, 12 (1960).
18. Born M., Ladenburg L., Phys. Zs. 12, 198 (1911).
19. Laue M., Martens E., Phys. Zs. 8, 853 (1907).
20. Fragstein C., Ann d. Physik 7, 63 (1950); Optik 26, 299 (1967).
21. Keussler V., Manogg P., Optik 17, 603 (1960).
22. Dold B., Optik 22, 615 (1965).
23. Knittl Z., Czech. G. Fys. 13, 189 (1963).
24. Vasicek A., Thin Films 1, 7 (1968).
25. Keussler V., Optik 24, 139 (1966); 30, 138, 158 (1969).
26. Dällénbach A., Arch. Electrot. 36, 153 (1942).
27. Budden K., Proc. Camb. Ph. Soc. 50, 604 (1954).
28. Knittl Z., Santávy J., Opt. Acta 8, 301 (1961); 14, 51 (1967).
29. Grivet P., Symp. on Modern Opt. N. Y., 1967, p. 467.
30. Медведев Ю. А., Плотников Е. В., ЖТФ 40, 936 (1970).
31. Кадомцев Б. Б., Михайловский А. Г., Тимофеев А. В., ЖЭТФ 47, 2267 (1964).
32. Heading J., Radio Sci. 4, 441 (1969); Mason D., Physica 60, 41 (1972).
33. Wait J., Radio Sci. 4, 401 (1969).
34. London R., Journ. Phys. 3A, 233 (1970).
35. Рытов С. М., Юдкевич Ф. С., ЖЭТФ 10, 887 (1940).
36. Zombory L., Proc. 4-th Coll. Microv. Comm. Budapest, 1970, v. 3.
37. Lotsch H., JOSA 58, 551, 1968; Optik 32, 116, 189, 299, 553 (1970).
38. Renard R., JOSA 54, 1190 (1964).
39. Schilling H., Ann. d. Physik 16, 122 (1966); 20, 348 (1968); Beitrage aus d. Plasmaphysik 5, 273 (1965); 6, 45 (1966).
40. Horowitz B., Tamir T., JOSA 61, 586 (1971).
41. Artmann K., Ann d. Physik 2, 87 (1948); 15, 1 (1954).

42. Fragstein C., Ann. d. Physik 4, 271 (1949); 12, 84 (1953).
43. Picht J., Zur Theorie der Total-reflection, Berlin, 1956.
44. Goos F., Haenchen H., Ann. d. Physik (6), 43, 383 (1943).
45. Forstlerling K., Lassen A., Hochfrequenztechn. u. Elektroakustik 42, 158 (1933).
46. Hora H., Optik 17, 409 (1960); JOSA 61, 1640 (1971).
47. Tamir T., Oliner A., JOSA 59, 942 (1969); 61, 1397 (1971).
48. Aloque A., Guillemet C., C. R. 250, 4328 (1960).
49. Osterberg C., JOSA 54, 1073 (1964).
50. Dungan R., Bryant R., JOSA 58, 283 (1968).
51. Costa de Beauregard O., C. R. 272, B112, 1172 (1971).
52. Agudin I., Phys. Lett. A35, 107 (1971).
53. Steers M., Cuvelier P., Billard J., C. R. 274B, 773 (1972).
54. Schilling H., Ann. d. Physik 27, 370 (1971).

## К главе 3

1. Lalor E., Opt. Commun. 1, 50 (1969).
2. Mazur P., Adv. in Chem. Phys. v. 1, N. Y., 1958, p. 308.
3. Rosenfeld L., Theory of Electrons, Amst., 1951.
4. Mazur P., Postma P., Physica 25, 251 (1959).
5. Lundblad R., Untersuchungen über die Optik der dispergierenden Medien, Uppsala, 1920.
6. Сотский Б. А., Федоров Ф. И., Опт. и спектр. 4, 365, 557 (1968).
7. Darwin G., Trans. Camb. Soc. 23, 137 (1924).
8. Bothe W., Ann. d. Physik. 64, 693 (1921).
9. Ball M., McLachlan A., Proc. Roy. Soc. 282, 433 (1964).
10. Mahan G., Obermair G., Phys. Rev. 183, 835 (1969); Birman J., Sein J., Phys. Rev. 6B, 2482 (1972).
11. Evald P., Ann. d. Physik 49, 117 (1916); Rev. Mod. Phys. 37, 46 (1965).
12. Сивухин Д. В., ЖЭТФ 18, 976 (1948); ДАН СССР 36, 247 (1942).
13. Wette F., Schacher A., Phys. Rev. 137, A78 (1965).
14. Шаганов И. И., Соловьева Г. С., Либаев В. С., Опт. и спектр. 30, 714 (1971).
15. Фахен Н., Zs. f. Phys. 2, 218 (1920).
16. Сотский Б. А., Диссертация, Минск, 1959.
17. Сотский Б. А., Опт. и спектр. 11, 229 (1959).
18. Сотский Б. А., Опт. и спектр. 14, 113 (1963).
19. Кислюк М. Ж., Материалы научно-технической конференции Ленингр. эл.-техн. ин-та связи, 1969, вып. 4, 176.
20. Brown W., Symp. on Mod. Optics N. Y., 1967, pp. 299, 717.
21. Татарский В. И., ЖЭТФ 46, 946, 1399 (1964).
22. Suzuki T., JOSA 61, 1029 (1971).
23. Хижняк Н. А., ЖЭТФ 28, 1592 (1958).
24. De Goede J., Mazur P., Physica 58, 568 (1972).
25. Maaskant W., Oosterhoff L., Molec. Phys. 8, 319 (1964).
26. Terwiel R., Mazur P., Physica 30, 625 (1964).
27. Sein I., Opt. Comm. 2, 170 (1970).
28. Bullough R., Proc. Phys. soc. 1, 409 (1968).

29. Buckingham A. D., Proc. Roy. Soc. 255, 32 (1960).
30. Coulson C., Proc. Roy. Soc. 255, 69, 80 (1960).
31. Sadhan B., Adv. Quant. Chem. 1, 145 N. Y., 1964.
32. Липтэй В. В., Современная квантовая химия, т. II, Изд. «Мир», 1968, стр. 179.
33. Condell W., Mandelberg H., JOSA 54, 97 (1964).
34. Kagarise R., Solvent-induced effects on infrared spectra, Wash., 1963.
35. Бахшиев Н. Г., Опт. и спектр. 14, 478, 1963; 16, 921 (1964); 19, 345, 535, 698 (1965).
36. Зелинский В. В., Опт. и спектр. 16, 345 (1964).
37. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов, т. I, Изд. АН СССР, 1949, стр. 109, 269.
38. Алексеев В. А., Виноградов А. В., Собельман И. И., УФН 102, 43 (1970).
39. Waterman P., Truett R., Journ. Math. Ph. 2, 512 (1961).
40. Гинзбург В. Л., ЖЭТФ 10, 601 (1940).
41. Потехин А. И., Излучение и распространение э.-м. волн в анизотропной среде, Изд. «Наука», 1971.
42. Sommerfeld A., Ann. d. Physik 28, 665 (1909).
43. Carniglia C., Mandel L., Drexnage K., JOSA 64, 479 (1972).
44. Subramaniam S., Appl. Opt. 10, 317 (1971); Ferguson J., Appl. Opt. 7, 1729 (1968).
45. Eppulat R., Mol. Cryst. a. Liq. Cryst. 13, 337 (1971).
46. Фабелинский И. Л., Молекулярное рассеяние света, Изд. «Наука», 1965, § 3 и 20.
47. Bouchiat M. et. al., C. R. 266, 255, 301 (1968); 268B, 92 (1969); 272B, 1357 (1971).
48. Katul R., Ingard N., Phys. Rev. Lett. 19, 64 (1967); 20, 248 (1968).
49. Ландсберг Г. С., УФН 36, 284 (1948).
50. Wierzbicki A., Acta Phys. Polon. 21, 557 (1962).
51. Wierzbicki A., Acta Phys. Polon. 27, 123 (1965).
52. Freedhoff H., Journ. Chem. Phys. 54, 1618 (1971).
53. Ферсман И. А., Хазов Л. Д., Доклады 5-й Всесоюзной конференции по нелинейной оптике, Кишинев, 1970.
54. Guiochon A., Blamont F., Brosseau O., C. R. 243, 1859 (1956).
55. Fano A., Amer. J. Phys. 29, 539 (1961).
56. Файн В. М., Ханин Я. И., Квантовая радиофизика, Изд. «Советское Радио», 1965.
57. Вольф Э., Мандель Л., УФН 87, 491 (1965); 88, 347, 619 (1966); Bonifacio R., Preparata G., Phys. Rev. 2, 336 (1970).
58. Агранович В. М., Опт. и спектр. 9, 113 (1960).
59. Van Uitert L., Johnson L., Journ. Chem. Phys. 44, 3514 (1966); 45, 1578 (1966).
60. Нагибаров В. Р., Нагибарова И. А., Опт. и спектр. 20, 814 (1966).
61. Orbach R., Tachini M., Phys. Rev. 158, 524 (1967).
62. Кизель В. А., Рубинов В. М., Тр. Комиссии по спектроскопии АН СССР 3, 297, 1965, 1. Опт. и спектр. 7, 62 (1959); 15, 512 (1963).

63. Welsh H., Kastner L., Lauritsen R., Canad. J. Res. 28A, 93 (1950); Canad. J. Phys. 29, 216 (1951).
64. Galt J., Welsh H., Canad. J. Phys. 35, 98, 114 (1957).
65. Степанов Б. И., Апанасевич П. А., Опт. и спектр. 7, 437, № 4 (1959).
66. Давыдов А. С., УФН 82, 444 (1964).
67. Weisskopf V., Ann. d. Physik 9, 23 (1931).
68. Weisskopf V., Ph. Zs. Sowiet Union 4, 97 (1933).
69. Гайтлер В., Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956.
70. Vaughan J., Phys. Rev. 166, 13 (1968).
71. Kuhn H., Lewis E., Vaughan J., Phys. Rev. Lett. 15, 687 (1965).
72. Sommerfeld A., Ann. d. Physik 44, 177 (1914).
73. Brillouin L., Ann. d. Physik 44, 203 (1914).
74. Леонтович М. А., см. в [75], стр. 329.
75. Мандельштам Л. И., Полное собрание трудов, т. V, Изд. АН СССР, 1951.
76. Plechko P., Palocz J., Phys. Rev. Lett. 22, 1201 (1969).
77. Скроцкая Е. Г., Махлин А. И., Кашин В. А., Скроцкий Г. В., ЖЭТФ 56, 220 (1969).
78. Денисов Н. Г., ЖЭТФ 21, 1354 (1951).
79. Ollendorff F., Arch. Electr. Ubertr. 22, 143 (1968).
80. Miller R., Lopez A., JOSA 49, 930 (1959).
81. Hansen A., Webb S., Phys. Rev. 72, 332 (1947).
82. Sigfridson B., Erman P., Arkiv f. Fisik 30, 55 (1965).
83. Twiss L., Brown H., Nature 189, 324 (1957); Proc. Roy. Soc. Edinb: A (GB) 66, pt. II, III (1963); Brannen A., Ferguson P., Canad. J. Phys. 36, 871 (1958).
84. Перельман М. Е., Рубинштейн Г. М., ДАН СССР 203, 798 (1972).
85. Crisp M., Opt. Commun. 1, 59 (1969).
86. Wait J., Phys. of Fluids. 12, 1521 (1969).
87. Marconi, Rev. 31, 209 (1968).
88. Zardecki A., Acta Phys. Polon. 28, 823 (1965).
89. Roman P., Wolf E., Nuovo Cimento 17, 447, 462 (1962).
90. Вольф Э., Мандель Л., УФН 87, 491 (1965); 88, 347, 619 (1966).
91. Zardecki A., Acta Phys. Polon. 35, 271 (1969).
92. Beckmann P., Progr. in Opt. VI, Amsterdam 1967, 53; The Depolarisation of Electromagn. Waves, Boulder, 1968.
93. Beckmann P., Spizzichino A., The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces, Oxford, 1963.
94. Шифрин К. С., Рассеяние света в мутных средах, ГТТИ, 1951.
95. Ван-дер-Хюлст А., Рассеяние света малыми частицами, Физматгиз, 1961.
96. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И., УФН 102, 3 (1970).
97. Kerker M., The Scattering of Light, N. Y., 1969.
98. Рытов С. М., Введение в статистическую радиофизику. Изд. «Наука», 1966, § 53—54.
99. Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света, Минск, 1971; Басс Ф. Г., Фукс И. М., Рассеяние волн на статист. неровных поверхностях, Изд. «Наука», 1972.

100. Шмелев А. Б., УФН 106, 459 (1972).
101. Горюдинский А. С., Опт. и спектр. 16, 112 (1964).
102. Hodgkinson I. J., Phys. E3, 341 (1970).
103. Marten J., Ann. Telecommun. 23, 257 (1968).
104. Torrance K., Trans. ASME 91, 287 (1969).
105. Mc Coyd G., JOSA 57, 1345 (1967).
106. Устенко Э. П., Опт. и спектр. 28, 759 (1970) (и библиограф.).
107. Шостко С. П., Травин Г. А., Опт. и спектр. 25, 157 (1968).
108. Жуковский А. П., Изв. вузов, Радиофизика 12, 1482 (1969); 13, 1501 (1970).
109. Исакович М. А., Труды АКИН АН СССР, V, 152 (1969).
110. Полянский В. К., Рвачев В. П., Опт. и спектр. 18, 1057 (1965); 22, 279 (1967).
111. Полянский В. К., Опт. и спектр. 24, 989 (1968).
112. Павельев А. Г., Радиотехн. и электр. 13, 811 (1968).
113. Басс Ф. Г., Фукс И. М., Изв. вузов, Радиофизика 7, 101 (1964).
114. Fung A. K., J. Frankl. Inst. 285, 125 (1968); Canad. J. Phys. 48, 127 (1970).
115. Jugalek M., Zs. f. Phys. 233, 324 (1970).
116. Шмелев А. Б. Труды Радиотехн. ин-та АН СССР 5, 48 и 54 (1971).
117. Smith A., Muller P., Frost W., Hsia Nan. AIAA Paper, № 861, 1970; AIAA Journ. 7, 2274, 1969.
118. Топорец А. С., Опт. и спектр. 16, 1021 (1964); Исследование отражающих свойств шероховатых поверхностей, Изд. ГОИ, Л., 1970.
119. Köpf U., Zs. Angew. Phys. 31, 156 (1971).
120. Анисимов В. В., Козел С. М., Локшин Г. Р., Опт. и спектр. 27, 483 (1969); 31, 476 (1971); Радиотехн. и электр. 15, 539 (1970).
121. Козел С. М., Локшин Г. Р., Опт. и спектр. 33, 165 (1972).
122. Полянский В. К., Ковальский Л. В., Опт. и спектр. 31, 784 (1971).
123. Nagata K., Yoshida N., Nishiwaki I., Japan. Journ. Appl. Ph. 9, 505 (1970).
124. Гирин О. П., Степанов Б. И., ЖЭТФ 27, 458, 467 (1954).
125. Кабанов М. В., Самохвалов И. В., Изв. вузов, Физика 3, 1969, 80 (и библиограф.).
126. Панов Ю. А., ЖПС 11, 873, 1969 (и библиограф.).
127. Кацев И. А., Иванов А. П., ЖПС 7, № 5 (1967); Изв. АН СССР, сер. физ. атмосф. 3, № 7 (1967).
128. Розенберг Г. В., В сб. [99], стр. 159.

#### К главе 4

1. Гинзбург В. Л., Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
2. Бокуть Б. Ф., Федоров Ф. И., Опт. и спектр. 9, 635 (1960); 15, 797 (1963).
3. Мергелян О. С., Изв. АН Армянской ССР 15, 75 (1962).
4. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. ЖЭТФ 61, 1243 (1971).
5. Квенцель Г. Ф., Пекар С. И., ФТТ 4, 2818 (1962).
6. Агранович В. М., Гинзбург В. Л., ЖЭТФ 68, 838 (1972).

7. Agarwal G., Pattanayak D., Wolf E., Phys. Rev. Lett. 27, 1022 (1971); Opt. Comm. 4, 255, 260 (1971); Sein J., JOSA 62, 1037 (1972).
8. Цвирко И. Л., Толмазина М. А., ФТТ 3, 1393 (1961).
- 8a. Stahl A., Wolters M., Zs. f. Phys. 255, 227 (1972).
9. Yoh-Han Pao, Onstatt J., Int. Journ. Quant. Chem. 3, 3 сумм. 119 (1969).
10. Кизель В. А., Красилов Ю. И., Шамраев В. Н., ФТТ 10, 27 (1967).
11. Бурков В. И., Кизель В. А., Красилов Ю. И., Мадий В. А., Алиханова З. М., Опт. и спектр. 27, 635 (1969).
12. Гуревич А. В., Ферриты на сверхвысоких частотах, Физматгиз, 1961, гл. 7.
13. Mueller R., Journ. Appl. Phys. 42, 2264 (1971).
14. Каганов М. И., Янкелевич Р. П., ФТТ 10, 2771 (1968).
15. Маевский В. М., Болотин Г. А., Физ. мет. и металл.-вед. 32, 1168 (1971).
16. Ковенский В. И., Хапалюк А. П., Изв. АН БССР, сер. физ.-мат. 5, 101 (1972).
17. Caille A., Wallace P., Phys. Stat. Sol. 42, 311 (1970).
18. Волькенштейн М. В., Молекулярная оптика, ГТИИ, 1951.
19. Любимов В. И., Кристалл 13, 1008 (1968).
20. Tsutsumi M., Tomija T., Aoyagi K., Trans. Inst. Electron. a. Comm. Japan B53, 444 (1970).
21. Кац Е. И., ЖЭТФ 59, 1854 (1970).
22. Coppens G., JOSA 58, 873 (1968).
23. Цеквава А. С., ФТТ 2, 482 (1960).
24. Машкевич В. С., Страшникова М. И., Тр. Комиссии по спектроскопии АН СССР 3, 448, 1964; Укр. физ. журн. 10, 410 (1965).
25. Beaglehole D., Phys. Rev. Lett. 15, 551 (1965).
26. Силин В. П., Фетисов Е. П., ЖЭТФ 41, 158 (1961).
27. Кондратьев И. Г., Диссертация, Горький, 1965; Mason D., Physica, 60, 41 (1972).
28. Гинзбург И. А., ДАН СССР 95, 753 (1954).
29. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В., УФН 706, 201, 393 (1960).
30. Боровик-Романов А. В., ДАН СССР 91, 771 (1953).
31. Butcher A., McLean V., Proc. Phys. Soc. 81, 19 (1963).
32. Гайтлер В., Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956.
33. Güttinger P., Helv. Phys. Acta 5, 237 (1932).
34. Kramers H. A., Quantum Mechanics, Amsterdam, 1957, p. 482.
35. Armstrong J., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P., Phys. Rev. 127, № 6, 1919 (1962).
36. Бонч-Бруевич А. М., Ходовой В. А., УФН 85, 3, № 1 (1965).
37. Maker P., Terhune R., Contemporary Physics 6, 10 (1964).
38. Овандер Л. Н., УФН 86, 3, № 1 (1965).
39. Ахманов С. А., Хохлов Р. В., Проблемы нелинейной оптики, Изд. АН СССР, М., 1964; УФН 87, 17 (1965).
40. Hung Cheng, Miller D., Phys. Rev. 134, A 683, № 3A (1964).
41. Сивухин Д. В., Диссертация, М., 1944.
42. Buckingham A., Proc. Phys. Soc. B69, № 435B, 3, 344 (1965).
43. Piekar A., Kielich S., Elect. Quant. C. R. 3 Conf. Int., Paris, 1964, p. 1603

44. Непорент Б. С., *Опт. и спектр.* 10, 287 (1961).
45. Непорент Б. С., Столбова О. В., *Опт. и спектр.* 14, 624 (1963); 16, 533 (1964); 31, 557 (1971).
46. Машкевич В. С., В сб. «Квантовая электроника», Изд. «Наукова думка», Киев, 1966, стр. 3.
47. Giordmaine J., *Phys. Rev.* 138, 1599A (1965).
48. Kronig R., Boukema J., *Proc. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap.* B66, 8 (1963).
49. Манькин Э. А., Афанасьев А. М., *ЖЭТФ* 48, 931 (1965).
50. Bloembergen N., Pershan P., *Phys. Rev.* 128, № 2, 606 (1962).
51. Broer L., Sarluu P., *Physica*, 30, № 7, 1421 (1964).
52. Ducuing J., Bloembergen N., *Phys. Rev. Lett.* 10, № 11, 474 (1963); *Phys. Lett.* 6, № 1, 5 (1963).
53. Chang R., Bloembergen N., *Phys. Rev.* 144, № 2, 775 (1966).
54. Ehrenreich N., Philipp N., *Phys. Rev.* 128, 1622 (1962).
55. Agarwal G., *Opt. Comm.* 1, 132, 195 (1969).
56. Senitzky J., *Phys. Rev.* 183, 1069 (1969).
57. Wang C., Baardsen E., *Phys. Rev.* 185, 1079 (1969).
58. Bey P., Giuliani J., Rabin H., *Phys. Rev.* 184, 849 (1969); *Phys. Lett.* 28A, 89 (1968).
59. Сухоруков А. П., Талеев И. В., *ЖЭТФ* 58, 1626 (1970).
60. Chang R., Galbraith L., *Phys. Rev.* 171, 993 (1968).
61. Fischer R., *Phys. Stat. Sol.* 19, 757 (1967).
62. Kleinman D., *Phys. Rev.* 128, 1761 (1962).
63. Кизель В. А., Ковальчук В. М., Матер. V Всесоюз. конф. по нелинейной оптике, Кишинев, 1970; *ФТТ* 15, 905 (1973); *Письма ЖЭТФ* 17, 61 (1973).
64. Singh H., Bonner W., Van Uitert L., *Phys. Lett.* A38, 407 (1972); Chemla D., Jerphagnon J., *Appl. Phys. Lett.* 20, 222 (1972).
65. Трифионов Е. Д., Трошин А. С., *Опт. и спектр.* 29, 407 (1970).
66. Giordmain J., *Phys. Rev. Lett.* 8, 19 (1962).
67. Бокуть Б. В., *ЖПС* 7, 621 (1967).
68. Орлов Р. Ю., *Изв. вузов, Радиофизика* 12, 1351 (1969).
69. Rabin H., Bey P., *Phys. Rev.* 156, 1010 (1967).
70. Ахманов С. А., Жариков В. И., *Письма ЖЭТФ* 6, 644 (1967).
71. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., *ЖПС* 12, 65 (1970).
72. Rentzepis P., Giordmaine J., Wecht K., *Phys. Rev. Lett.* 16, 792 (1966).
73. Bloembergen N., Lee C., *Phys. Rev. Lett.* 19, 835 (1967); Tamir T., *Optik* 36, 209 (1972).
74. Hass M., Henvis B., *Journ. Phys. Chem. Sol.* 23, 1099 (1962).
75. Shin H., Bloembergen N., *Phys. Rev.* A3, 412 (1971).
76. Pershan P., *Progr. in Optics* 5, 85 (1965).
77. Wang C., *Phys. Rev.* 178, 1457 (1969).
78. Brown F., Matsuoka N., *Phys. Rev.* 185, 985 (1969).
79. Giordmaine J., *Phys. Rev. Lett.* 8, 19 (1962).
80. Bloembergen N., Chang R., *Physics in Quantum Electronics*, N. Y., 1966, pp. 80, 119.

81. Brown F., Parks R., Sleeper A., *Phys. Rev. Lett.* 14, 1029 (1965).
82. Kielich S., *IEEE Journ. Quant. Electr.* 5, 562 (1969).
83. Iha S., *Phys. Rev. Lett.* 15, 412, 1965; *Phys. Rev.* 140, A 2020 (1965); Финкельберг В., *УФН* 87, 731 (1965).
84. Фан Ли-Чжи, *Acta Phys. Sinica* 20, 817 (1964).
85. Bloembergen N., Chang R., Iha S., Lee C., *Phys. Rev.* 174, 813 (1968); *Phys. Rev. Lett.* 16, 986 (1966).
86. Brown F., Parks R., Sleeper A., *Phys. Rev. Lett.* 14, 1029 (1965).
87. Iha S., Warke C., *Phys. Rev.* 153, 751 (1967).
88. Bloembergen N., Burns W., Matsuoka M., *Opt. Comm.* 1, 195, № 4 (1969).
89. Кривошеков Г. В., Строганов В. И., *ФТТ* 11, 2252 (1969).
90. Sonnenberg H., Heffner H., *JOSA* 58, 209 (1968).
91. Елеонский В. М., Силин В. П., *ЖЭТФ* 60, 1927 (1971).
92. Mascomber J., Kestner N., *Journ. Appl. Phys.* 40, 3218 (1969).
93. Коган Б. Я., Волков В. М., Лебедев С. А., *Письма ЖЭТФ* 16, 144 (1972); Романов Г. Н., Шахиджанов С. С., *Письма ЖЭТФ* 16, 298 (1972).
94. Tseng C., *Journ. Appl. Phys.* 41, 2270 (1970).
95. Reng S., Cassedy E., *Symp. on Mod. Opt.*, N. Y., 1967.
96. Duncan R., Bryant H., *JOSA* 58, 2831 (1968).
97. Бункин В. Ф., Самохин А. А., Федоров М. В., *ЖЭТФ* 56, 1057 (1969).
98. Бункин В. Ф., Божков А. Н., *ЖЭТФ* 56, 1976, 1969; 61, 2279 (1971).
99. Mann J., Baret J., Dechoue F., Hansen R., *Journ. Coll. a. Interface Sci.*, 37, 14 (1971).
100. Бломберген Н., *УФН* 97, 307 (1969).
101. Гавриков В. К., Кац А. В., Конторович В. М., *ЖЭТФ* 58, 1318 (1970).
102. Тер-Микаэлян М. Л., Меликян А. О., *ЖЭТФ* 58, 281 (1970).
103. Чабан А. А., *Опт. и спектр.* 24, 805 (1968).
104. Божков А. И., *Изв. вузов, Радиофизика* 15, 233 (1972).
105. Bouchiat M., Meunier J., *J. de Phys.* 32, 561 (1971); 33, C1-M (1972).
106. Кац А. В., Маслов В. В., *ЖЭТФ* 62, 496 (1972).
107. Maradudin A., Mills D., *Ann. of Phys.* 56, 504 (1970).
108. Митина Н. И., Падалка В. Г., Степанов К. Н., *Письма ЖЭТФ* 11, 391 (1970).
109. Buchenauer C., Cardona M., Pollak F., *Phys. Rev.* B3, 1243 (1971).
110. Bouchiat M., Langevin D., *C. R.* 272 B, 1357 (1971).
111. Gires F., *C. R.* 266, 596 (1968).
112. Бонч-Бруевич А. М., Алешин И. В., Имас Я. А., Павшуков А. В., *ЖТФ* 63, 586 (1972).
113. Батанов А. А., Бункин Ф. В., Прохоров А. М., Федоров В. Б., *ЖЭТФ* 63, 586 (1972); Кутателадзе С. С., Рубцов Н. А., Верте А. Э., *ДАН СССР* 206, 71 (1972).



114. Бункин Ф. В., Письма ЖЭТФ 10, 561 (1969).
115. Аскарьян Г. А., Письма ЖЭТФ 8, 19 (1968).
116. Попов В. Г., Прозалов А. А., ДАН СССР 19, 805 (1970).
117. Власов С. Н., Тезисы VI Всесоюз. конф. по нелинейной оптике, Минск, 1972, стр. 13.
118. Нелинейные свойства твердых тел, Изд. «Мир», 1972.

## К главе 5

1. Гинзбург В. Л., Распространение э.-м. волн в плазме, Физматгиз, 1960.
2. Розенберг Г. В., Оптика тонкослойных покрытий, Физматгиз, 1958; Metfessel С., Тонкие пленки, Госэнергоиздат, 1963; MacLeod H., Thin — film Optic filters, London, 1969.
3. Wait A., Electromagnetic waves in Stratified Media, London, 1968.
4. Wolter M., Handb. d. Physik, bd. XXIV, Berlin, 1965, S. 461.
5. Крылова Т. Н., Опт.-мех. промышл. 11, 18, 1968 и 3, 8 (1970).
6. Минков И. М., Опт. и спектр. 33, 332 (1972).
7. Федоров Ф. И., Котяш Т. Л., Опт. и спектр. 12, 298 (1962); Holmes D., JOSA 54, 1115 (1964).
8. Федоров Ф. И., Константинова А. Ф., Опт. и спектр. 12, 407, 505 (1962).
9. Гончаренко А. М., Федоров Ф. И., Опт. и спектр. 14, 94 (1963).
10. Orchard S., JOSA 59, 1584 (1969).
11. Хапалюк А. П., Клюканова Н. А., ЖПС 9, 794 (1968).
12. Wait J., Spies K., Canad. J. Phys. 47, 820 (1969).
13. Kofink W., Ann. d. Physik 1, 119 (1947).
14. Разумовский В. И., Опт. и спектр. 25, 914 (1968); 28, 378 (1970).
15. Сивухин Д. В., ЖЭТФ 13, 361 (1943).
16. Nomura S., Kinoshita K., Journ. Ph. Soc. Japan. 14, 297, № 3 (1959).
17. Archer R., JOSA 52, 970 (1962).
18. Burge D., Bennett H., JOSA 54, 1428 (1964).
19. Zaininger K., Reversz A., RCA Review 25, 108 (1964).
20. Hall A., Appl. Phys. Lett. 6, 37 (1965).
21. Hofmeister A., Zs. f. Physik 136, 137 (1953); 149, 340 (1957).
22. Rassow J., Optik 22, 369 (1965); Engelsen D., JOSA 61, 1460 (1971).
23. Archer R., Gobeli G., Journ. Phys. Chem. Sol. 26, 343 (1965); Bootsma G., Meyer F., Surf. Sci. 14, 52 (1969).
24. Berreman D., JOSA 60, 499 (1970).
25. Agronovich V. M., Ydson V. J., Opt. Comm. 5, 422 (1972).
26. Алексеевский Н. Е., Веденеев С. И., Цебро В. И., Письма ЖЭТФ 6, 865 (1967); 10, 181 (1969).
27. Рытова Н. С., ФТТ 8, 1725 (1966); Коган В. Г., Кресин В. З., ФТТ 11, 3230 (1969).
28. Давыдов А. С., Теория молекулярных экситонов, Изд. «Наука», 1968.

29. Сугаков А. И., ФТТ 6, 1301 (1964); Укр. физ. журн. 14, 1425 (1969); 15, 2060 (1970).
30. Dicke R. H., Phys. Rev. 93, 99 (1954).
31. Алексеев В. А., Виноградов А. В., Собельман И. И., УФН 102, 43 (1970).

## К главе 6

1. Сивухин Д. В., ЖЭТФ 21, 94, 367 (1952); Вестн. Моск. ун-та, № 2 (1952); ЖЭТФ 18, 976 (1948); 30, 374 (1956).
2. Малкин Г. М., Терман Ю. А., Линева Н. А., ПТЭ 2, 205 (1972); Lin D., Wilman H., J. Phys. D5, 2068 (1972).
3. Попилов Л. Я., Зайцева Л. П., Электрополирование и электротравление, Машгиз, 1955.
4. Cottin M., Haissinsky M., Journ. Chem. Phys. 47, 431 (1950); Sullivan M., Journ. Electrochem. Soc., 110, 412 (1963).
5. Лексина И. Е., Диссертация, М., 1970; Магас Е. П., Примаченко В. Е., Электрохимия 7, 1377 (1971).
6. Clean surfaces and their preparation. Sympos. Rayleigh. N. Y., 1970; Vedam K., So S., Surf. Sci. 29, 379 (1972).
7. Henzler M., Surf. Sci. 9, 34 (1968); Fingerland A., Surf. Sci. 32, 639 (1972); Александров Л. Н., Кристалл 17, 1031 (1972).
8. Valenta L., Phys. Stat. Sol. 17, 903 (1966).
9. Иона А., Ширане К., Семетозлектрические кристаллы, Изд. «Мир», 1965, стр. 253.
10. Марадудин А., Дефекты и колебательный спектр кристаллов, Изд. «Мир», 1968.
11. Ducros P., Bull. Soc. Franc. miner. Crist. 94, 235 (1971).
12. Cardona M., Journ. Appl. Phys. 34, 813 (1963).
13. Базаров Д. Б., Дерягин Б. В., Булгадаев А. В., ЖЭТФ 51, 969 (1966).
14. Френкель Я. И., Кинетическая теория жидкостей, Изд. АН СССР, 1945.
15. Русанов А. И., Термодинамика поверхностных явлений, Изд. «Химия», 1960.
16. Оно С., Кондо С., Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях, ИЛ, 1963.
17. Фишер И. З., Статистическая теория жидкостей, Физматгиз, 1961.
18. Кизель В. А., ЖЭТФ 26, 228, № 2 (1954); 29, 658 (1955).
19. Кизель В. А., Степанов А. Ф., Материалы X Всесоюз. совещания по спектроскопии 1, 126, М., 1957; ЖЭТФ 31, 527 (1956); Опт. и спектр. 11, 263, № 2 (1957).
20. Sahn J., Hilliard J., Chem. Phys. 28, 258 (1958); Gilmer G., Gilmore W., Huang J., Webb W., Phys. Rev. Lett. 14, 491 (1965).
21. Антоненко Т. И., Сб. Поверхностные явления, Нальчик, Изд. КБГУ, 1965.
22. Кизель В. А., Труды Узб. гос. ун-та 74, 15 (1957).
23. Куни Ф. М., Вестник ЛГУ 4, 11 (1965).
24. Widom В., Journ. Chem. Phys. 43, 3892 (1965).
25. Русанов А. И., Фазовые равновесия и поверхностные явления, Изд. «Химия», 1967; Progress in Surface and Membrane Science 4, 57 (1971).

26. Plesner J., Platz O., Journ. Chem. Phys. **48**, 5361, 5304 (1968).
27. Ramanaidhan M., Ind. Journ. Pure. Appl. Ph. **6**, 517 (1968).
28. Марселен А., Поверхностные растворы, ОНТИ, 1936.
29. Антоненко Т. И., Рыков В. И., Докл. 8 Всесоюзн. совещания по строению жидкостей, Киев, 1967; Изв. вузов, Физика, **9**, 13 (1970).
30. Антоненко Т. И., Уч. зап. Кишиневск. ун-та **69**, 23 (1964); **110**, 33 (1970); Автореф. диссерт., Кишинев, 1966; Антоненко Т. И., В сб. «Поверхностные явления в жидкостях и твердых растворах», вып. 1, Изд. ЛГУ, 1972.
31. Кунн Ф. М., Русанов А. И., ЖФХ **42**, 849, 1189, 1723, 2563 (1968).
32. Kirkwood J., Levinson V., Alder B. J., Chem. Phys. **20**, 929 (1952).
33. Hofmeister E., Zs. f. Phys. **136**, 137 (1953).
34. Raman C., Ramdas L., Phil. Mag. **31**, 220 (1967).
35. Bouhret A., Ann. de Phys. **15**, 5 (1931).
36. Kinoshita K., Yokota H., J. Phys. Soc. Jap. **20**, 1086 (1965).
37. Rayleigh R., Phil. Mag. **33**, 1 (1892).
38. Кизель В. А., Степанов А. Ф., Труды САГУ, т. 91, физ.-мат. науки, кн. **15**, 43 (1957).
39. Ансельм А. И., ЖЭТФ **17**, 489 (1947).
40. Davies P., Coulson C., Trans. Farad. Soc. **48**, 777 (1952).
41. Гиршфельдер Д., Кертисс З., Берд Р., Молекулярная теория газов и жидкостей, ИЛ, 1961, гл. 13.
42. Buckingham A. D., Disc. Far. Soc. N **43**, 205 (1967).
43. Venoit H., Stockmayer W., Journ. Phys. Rad. **17**, 21 (1956).
44. Волькенштейн М. В., Молекулярная оптика, ГТТИ, 1951.
45. Андреев Н. Н., Сб. памяти С. И. Вавилова, Изд. АН СССР, 1952, стр. 330.
46. Guerlin R., Stern F., Phys. Rev. **134**, A 247 (1964).
47. Sundraradjan K., Zs. Krist. **93**, 238 (1936).
48. Coulson C., Eisenberg D., Proc. Roy. Soc. **291**, 445 (1966).
49. Берналь Д., Фаулер Р., УФН **14**, 586 (1934).
50. Narten A., Danford M., Levy H., Disc. Far. Soc. N **43**, 97 (1967).
51. Luck W., Disc. Far. Soc. N **43**, 115 (1967).
52. Allin S., Hare A., McDonald. Phys. Rev. **98**, 544 (1955).
53. Уббеллоде А., Плавление и кристаллическая структура, Изд. «Мир», 1969.
54. Bernal J., Proc. Roy. Soc. **280**, 299 (1964).
55. Scott G., Nature **188**, 908 (1960).
56. Atkins P., Wilson A., Surf. Sci. **22**, 433 (1970).
57. Wallis R., Surf. Sci. **2**, 146 (1964).
58. Allen R., Aldredge G., Phys. Rev. Lett. **23**, 1285 (1969).
59. Адам Н. К., Физика и химия поверхностей, ГТТИ, 1947.
60. Warren C., Webb W., J. Chem. Phys. **50**, 3686, 3694 (1969).
61. Старобинец Г. М., Фишер И. З., Мальчина М. Г., Коллоидн. журн. **15**, 219 (1953); ЖФХ **32**, 758 (1958).
62. Русанов А. И., Пшеницын В. И., Зонов В. А., Вестн. ЛГУ № **10**, 96 (1971).

63. Елфимов В. И., В сб. «Межмолекулярное взаимодействие в жидкостях и растворах. Самарканд, Изд. «Наука» Узб. ССР, Ташкент, 1966.
64. Русанов А. И., Пшеницын В. И., ДАН СССР **187**, 619 (1969); ЖФХ **16**, 1031 (1972).
65. Пшеницын В. И., Русанов А. И., В сб. «Вопросы термодинамики гетерогенных систем и теории поверхностных явлений», Изд. ЛГУ, 1971, стр. 198. Русанов А. И., Левичев С. А., Пшеницын В. И., В сб. «Поверхностные явления в жидких и твердых растворах», вып. 1, стр. 3, Изд. ЛГУ, 1972 г.
66. Цыганов Н. Л., Чалый А. В., ЖЭТФ **61**, 1605 (1971); Укр. физ. журн. **17**, 21 (1972).
67. Optical Studies of Adsorbt. Layers at Interfaces. Sympos. of the Farad. Soc. № **4**, 1970.
68. Абрамов Е. В., Гладышев П. П., ЖФХ **61**, 1549 (1967).
69. Общие обзоры по оптическим свойствам твердых тел: Stern F., Solid State Phys. **15**, 299 (1963).  
Оптические свойства полупроводников, под ред. Е. Ф. Гросса, Изд. «Мир», 1970.  
Cardona M., Optical Properties of Solids, N. Y., 1969.  
Филлипс Дж., Оптические свойства твердых тел, Изд. «Мир», 1968.  
Тауц Я., Оптические свойства полупроводников, Изд. «Мир», 1967.  
Parry W., Journ. Phys. C. Sol. St. Phys. **4**, 1387 (1971); Optical Properties of Sol. Proc. Inter. School of Phys. London, 1966.
70. Электронные явления на поверхности полупроводников, под ред. Ляшенко В. И., Изд. «Наукова думка», Киев, 1968.
71. Nicolis A., Rice S., J. Chem. Phys. **46**, 4445, 47, 2292 (1967).
72. Heine V., Phys. Rev. **138**, 1689 (1965).
73. Frankl D., Electr. Propert. of Semicond. Surfaces, N. Y., 1967; Davison S., Levine J., Surface States. В сб. Solid St. Physics **25**, 2 (1970); Fingerland A., Surf. Sci. **32**, 639 (1972).
74. Константинов О. В., Шик А. Я., ЖЭТФ **58**, 1662 (1970).
75. Геланд Г., УФН **82**, 325 (1964).
76. Klose W., Entel P., Hertel P., Zs. d. Phys. **245**, 347 (1971).
77. Christiaens W., Pharisseau P., Physica **38**, 155 (1968).
78. Пикус Г. Е., ЖЭТФ **22**, 331 (1952).
79. Howson R., Journ. Phys. **D3**, 863 (1970).
80. Berg Z., Surface Sci. **2**, 75 (1964).
81. Сконяков Г. П., Чукина Г. П., ФТПП **4**, 1250 (1970).
82. Биленко Д., Ильина В., Галишникова И., Inter. Conf. Chem. Semic., Budapest, 1970, т. 2, стр. 229.
83. Белле М. Л., Голованов В. В., ФТТ **8**, 159, № 1 (1966).
84. Saxena A., Appl. Phys. Lett. **7**, 113, № 5 (1965).
85. Flinn J., Briggge M., Surface Sci., **2**, 136 (1964).
86. Вищакас Ю. К., Медейтис А. С., Литов. физ. сб. **11**, 81 (1971).
87. Samoggia G., Nucciatti A., Chiarotti G., Phys. Rev. **144**, 749 (1966).
88. Chiarotti G., Del Signore G., Nonparone S., Phys. Rev. Lett. **21**, 1170 (1968).
89. Harrick J., Phys. Rev. **125**, 1165 (1962).

90. Kenzo S., *J. Phys. Soc. Jap.* **27**, 89 (1969).
91. Агранович В. М., Теория экситонов. М., 1968.
92. Бродин М. С., Марисова С. В., Дудинский М. А., *Опт. и спектр.* **31**, 749 (1971); **34**, 101 (1973).
- 92a. Пермогоров С. А., Травников В. В., Селькин А. В., *ФТТ* **14**, 3642 (1972).
93. Сураков В. И., *ФТТ* **14**, 1977 (1972); *ФТПП* **6**, 1637 (1972).
94. Sell D., Dingle R., Stokowski S., DiLorenzo J., *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1644 (1971).
95. Hopfield J., *Phys. Rev.* **112**, 1555 (1958).
96. Fano U., *Phys. Rev.* **103**, 1202 (1956).
97. Fanconi B., Gerhold G., Simpson U., *Molec. Cryst. a Liquid Cryst.* **6**, 41 (1969).
98. Eckhardt C., Pennelly R., *Chem. Phys. Lett.* **9**, 572 (1971).
99. Давыдов А. С., Теория молекулярных экситонов, Изд. «Наука», 1968.
100. Mahan G., Obermaier G., *Phys. Rev.* **183**, 835 (1969).
- 100a. Marschall N., Fischer V., *Phys. Rev. Lett.* **28**, 811 (1972).
101. Брыксин В. В., Гербштейн Ю. М., Мирлин Д. Н., *ФТТ* **13**, 1603, 2125 (1971); **14**, 543 (1972); *Письма ЖЭТФ* **16**, 445 (1972).
102. Kliever K., Fuchs R., *Phys. Rev.* **140**, A 2076 (1965); **144**, 495 (1966); *JOSA* **58**, 319 (1968).
103. Ruppin R., *Solid. Stat. Comm.* **8**, 1129 (1970).
104. Tabor D., Wilson J., Bartow T., *Surface Sci.* **26**, 471 (1971).
105. Maszi P., Allan G., Dobrzynski L., *J. de Phys.* **33**, 85 (1972).
106. Makinson R., *Proc. Roy. Soc.* **162**, 370 (1937).
107. Гинзбург В. Л., Мотулевич Г. П., *УФН* **55**, 469 (1955).
108. Леонтович М. А., *Изв. АН СССР, сер. физ.* **8**, 16 (1944); *ЖЭТФ* **16**, 557 (1946).
109. Мотулевич Г. П., *УФН* **97**, 211 (1969).
110. Мотулевич Г. П., Диссертация, ФИАН СССР, М., 1968.
111. Мотулевич Г. П., Головашкин А. И., *ЖЭТФ* **53**, 1526 (1967); *ПТЭ* **5**, 74 (1960).
112. Kliever K., Fuchs R., *Phys. Rev.* **153**, 498 (1967); **172**, 607 (1968).
113. Андреев А. Ф., *УФН* **105**, 113 (1971).
114. Reuter G., Sondheimer E., *Proc. Roy. Soc. A* **195**, 336 (1949).
115. Silin V. P., Fetisov E. P., *Phys. St. Sol.* **39**, 49 (1970).
116. Mattis D., Bardeen J., *Phys. Rev.* **111**, 412 (1958).
117. Канер Э. А., Скобов В. Г., *УФН* **89**, 367 (1966).
118. Гинзбург В. Л., *ДАН СССР* **97**, 999 (1954).
119. Dingle R., *Physica* **19**, 312, 348, 729 (1953).
120. Schiff L., Thomas J., *Phys. Rev.* **47**, 860 (1935).
121. Пайнс Д., *УФН* **62**, 399 (1957).
122. Steimann W., *Phys. St. Sol.* **28**, 437 (1968).
123. Киттель Ч., Квантовая теория твердых тел, Физматгиз, 1967; Введение в физику твердого тела, Физматгиз, 1963; Займан Д., Принципы теории твердого тела, Изд. «Мир», 1966.

124. Zauter F., *Zs. f. Phys.* **203**, 488 (1967); Forstmann F., *Zs. f. Phys.* **203**, 495 (1967).
125. Melnyk A., Harrison M., *Phys. Rev.* **B2**, 835, 851 (1970).
126. Ujihara K., *Journ. Appl. Phys.* **43**, 2376 (1972).
127. *Optical Properties and Electronic Struct. of Metals. Proc. Int. Coll. (Paris, 1965), Amsterdam, 1966*, pp. 47, 154.
128. Robin S., Robin S. I., *Journ. Phys. Rad.* **19**, 913 (1958).
129. Walker W., Weissler G., Rustgi O., *JOSA* **48**, 1017 (1958).
130. Fao E., Hopfield J., *Phys. Rev.* **173**, 635 (1968).
131. Wooten F., Pajanne E., Bergersen B., *Phys. Stat. Sol.* **37**, 367 (1970).
132. Bennett H., Bennett J. M., *Phys. Rev.* **165**, 755 (1968).
133. Englman R., *Proc. Phys. Soc.* **72**, 277 (1958).
134. Lenham A., Freherne D., Woodall A., см. [127], стр. 40.
135. Tinkham M., см. [127], стр. 431.
136. Gupta Kà., Iha S., *Phys. Rev.* **156**, 444 (1967).
137. Faber T. E., см [127], стр. 259, Faber T., Smith N., *JOSA* **58**, 102 (1968).
138. Hodgson J., *Phil. Mag.* **7**, 229 (1962).
139. Mueller W., Thompson J., *Phys. Rev. Lett.* **23**, 1037 (1969).
140. Bloch A., Rice S., *Phys. Rev.* **185**, 933 (1969).
141. Choyke W., Vorko S., O'Keefe T., *Solid. Stat. Comm.* **9**, 361 (1971).
142. Lu W., Yhon M., Ree T., Eyring H., *J. Chem. Phys.* **46**, 1075 (1967).
143. Parratt L., *Phys. Rev.* **95**, 359 (1954).
144. Velicky B., Levin K., *Phys. Rev.* **B2**, 938 (1970).
145. Stahl R., Spranger H., Aubauer H., *Zs. f. Metallkunde* **60**, 933 (1969).
146. Hunter W., Mikes T., Anslead R., Osantowski J., *Appl. Opt.* **10**, 2199 (1971).
147. Ritchie R., *Surface Sci.*, **3**, 497 (1965).
148. Stanford J., *JOSA* **60**, 49 (1970).
149. Feuerbacher B., Steinmann W., *Opt. Comm.* **1**, 81 (1969).
150. Crowell J., Ritchie R., *JOSA* **60**, 794 (1970).
151. Melnyk A., Harrison M., *Phys. Rev.* **B2**, 835, 851 (1970).
152. Daude A., Savary A., Robin S., *JOSA* **62**, 1 (1972).
153. Maldonado I., Koch I., *Phys. Rev.* **B1**, 1031 (1970).
154. Porteus I., *JOSA* **53**, 1394 (1963).
155. Crowell I., *JOSA* **60**, 794 (1970).
156. Cretschman E., *Zs. f. Phys.* **227**, 412, 1969; **241**, 313 (1971); *Opt. Commun.* **5**, 331 (1972).
157. Hagglund J., Sellberf F., *JOSA* **56**, 1031 (1966).
158. Ritchie R., Arakava E., *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1530 (1968).
159. Yi-Vong-Teng, Stern E., *Phys. Rev. Lett.* **19**, 511 (1967).
160. Jones W., Kliever K., Fuchs R., *Phys. Rev.* **178**, 1201 (1969).
161. Kretschman E., *Zs. Naturf.* **22a**, 1623 (1967); **23a**, 615 (1968), *Zs. f. Phys.* **241**, 313 (1971).
162. Economou E., *Phys. Rev.* **182**, 539, 1969.

163. Шкляревский И. Н., Корнеева Т. И., *Опт. и спектр.* **24**, 744 (1968); **31**, 623 (1971).
164. Шкляревский И. Н., Корнеева Т. И., Усоскин А. И., Шкляревский О. И., *Опт. и спектр.* **27**, 840 (1969); *ФТТ* **10**, 397 (1968).
165. Rassigny G., *Rev. d'Opt.* **41**, 383, 566 (1962).
166. Richard I., *Ann. de Phys.* **9**, 697 (1964).
167. Розенберг Г. В., *Оптика тонкослойных покрытий*, Физматгиз, 1958.
168. Yoshida S., Yamaguchi T., Kinabara A., *JOSA* **61**, 463 (1971).
169. Cardona M., *Modulation Spectroscopy*, N. Y., 1969, перевод: Кардона М., *Модуляционная спектроскопия*, Изд. «Мир», 1972.
170. Cardona M., *Modulation spectroscopie der Halbleiter; Festkorperprobleme X*, Berlin, 1970.
171. Ржанов А. В., *Электронные процессы на поверхности полупроводников*, Изд. «Наука», 1971.
172. Кринчик Г. С., *УФН* **94**, 143 (1968).
173. Aspnes D., *Phys. Rev.* **147**, 554 (1966); **153**, 992 (1967); **166**, 921 (1968); Aspnes D., Rowe J., *Phys. Rev.* **5B**, 4072 (1972); Fischer J., Aspnes D., *Phys. stat. solid.* **55B**, 9 (1972).
174. Kyser D., Rehn V., Handler P., Plossey D., *Solid, Stat. Com.* **8**, 1437 (1970).
175. Samoggia G., Nucciatti A., Chiarotti G., *Phys. Rev.* **144**, 749 (1966).
176. Seraphin B., Bottka N., *Solid. Stat. Com.* **7**, 497 (1969).
177. Buckman A., Bashara N., *Phys. Rev.* **174**, 719 (1968); *JOSA* **58**, 700 (1968); **60**, 416 (1970).
178. Lee C., Chang R., Bloembergen N., *Phys. Rev. Lett.* **18**, 167 (1967).
179. Bottka N., Fischer J., *Phys. Rev.* **B3**, 2514 (1971).
180. Seraphin B., *Phys. Rev.* **140**, A 1716 (1965).
181. Seraphin B., Hess R., *Phys. Rev. Lett.* **14**, 138 (1965).
182. Seraphin B., Bottka N., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 104 (1965); *Phys. Rev.* **139**, A 560 (1965).
183. Dmitruk N. L., Tyagau V. A., *Phys. Stat. Sol.*, **43B**, 557 (1971).
184. Gerhardt U., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 401 (1965); Nishino T., Hamakawa Y., *Jour. Phys. Soc. Japan* **26**, 403 (1969).
185. Hansen N., *Phys. Rev.* **174**, 500 (1968).
186. Prostau A., Hansen W., *Phys. Rev.* **160**, 600 (1967).
187. Froya A., Boddy P., *Phys. Rev.* **153**, A 606 (1967); **157**, 700 (1967).
188. Cardona M., Shaklee K., Polak E., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 883 (1965); *Phys. Rev.* **154**, 696 (1967).
189. Mahory R., Shay J., *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1569 (1968).
190. Gay J., Klander L., *Phys. Rev.* **172**, 811 (1968).
191. Shay J., *Phys. Rev.* **B2**, 803 (1970).
192. Gobeli G., Kane E., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 142 (1965).
193. Camassel J., Auvergne D., Mathieu H., Pistolet B., *Phys. Stat. Sol.* **42**, 147 (1970).
194. Berglund C., *Journ. Appl. Ph.* **37**, 3019 (1966).
195. Halcomb L., Bashara N., *JOSA* **61**, 608 (1971).

196. Batz B., *Solid. Stat. Com.* **4**, 241 (1966).
197. Кринчик Г. С., Четкин М. В., *УФН* **98**, 3 (1969).
198. Еременко В. В., Беляева А. И., *УФН* **98**, 27 (1969).
199. Мория Т., *УФН* **98**, 81 (1969).
200. Кринчик Г. С., *Вестн. МГУ* **12**, 61 (1955).
201. Кринчик Г. С., Четкин М. В., *ЖЭТФ* **36**, 1924 (1959).
202. Буц В. А., *Изв. вузов, Радиофизика* **14**, 926 (1971).
203. Breuer W., Jaumann J., *Zs. f. Phys.* **173**, 117 (1963).
204. Dobrzynski L., *Ann. de Phys.* **4**, 637 (1969).
205. Хайкин М. С., *ЖЭТФ* **55**, 1862 (1968); *УФН* **96**, 409 (1968).
206. Бланк А. Я., *ЖЭТФ* **58**, 1862 (1970).
207. Фальковский Л. А., *ЖЭТФ* **58**, 1830 (1970).
208. Канер Э. А., Макаров Н. А., *ЖЭТФ* **57**, 1435 (1969); **58**, 1972 (1970); *Письма ЖЭТФ* **10**, 253 (1969).
209. Минц Р. Г., *Письма ЖЭТФ* **11**, 128 (1970).
210. Дубовский Л. Г., *ЖЭТФ* **58**, 865 (1970).
211. Ah-Sam L., Jones M., *Phys. Rev.* **B1**, 3896 (1970).
212. Dresselhaus M., Dresselhaus G., *Phys. Rev.* **125**, 499 (1962).
213. Brown R., *Phys. Rev. Lett.* **5**, 243 (1960).
214. Dresselhaus M., Mavroides J., *Solid. Stat. Comm.* **2**, 297 (1964).
215. Srivastava G., Kumar A., Kathari P., *Phys. St. Sol.* **48b**, K167 (1971).
216. Макаров Н. М., Фукс И. М., *ЖЭТФ* **60**, 806 (1971).

## К главе 7

1. Fahrenfort J., *Infrared spectroscopy*, N. Y., 1963.
2. Sherman A., *Appl. Spectrosc.* **18**, 7 (1964).
3. *Modern Aspects of Reflection Spectroscopy*, ed. Wendlandt W., N. Y., 1968.
4. Кравец Т. П., Пескина А. Л., Жидкова З. В., *Изв. АН СССР, сер. физ.* **14**, 493 (1950); **20**, 410 (1956).
5. Vincent-Geisse J., Leconte J., *Appl. Opt.* **1**, 575 (1962).
6. Sameo M., *C. R.* **252**, 1434 (1961).
7. Baldinin G., Rigaldi L., *JOSA* **60**, 495 (1970).
8. Sobotta H., Riede V., *Wiss. Zs. K. Marx Univ. Leipzig, Math. naturw.* **20**, 147, 155 (1971).
9. Field G., Murphy E., *Appl. Opt.* **10**, 1403 (1971); Graves R., Lenham A., *JOSA* **58**, 884 (1968).
10. Šimon J., *JOSA* **41**, 336 (1951).
11. Crawford B. *et al.*, *Journ. Phys. Chem.* **70**, 1520 (1966); Власов А. Г., Смирнова Е. В., *Опт. и спектр.* **26**, 124 (1969).
12. Avery E., *Proc. Phys. Soc.* **65**, 426 (1953); **66**, 134 (1953).
13. Lindquist R., Ewald A., *JOSA* **53**, 247 (1963).
14. Афанасьева Л. А., Носков М. М., Черепанов В. И., *Физ. металл. и металловед.* **1**, 566 (1959).
15. Ibrahim M., Bashara N., *JOSA* **61**, 1622 (1971); Kolb D., *JOSA* **62**, 599 (1972).
16. Potter R., *JOSA* **54**, 904 (1964); *Appl. Opt.* **4**, 53, (1965); Kachare A., Layfield J., *RSJ* **43**, 625 (1972).

17. Beattie I., Conn G., *Phil. Mag.* **46**, 222, 235 (1955).
18. Бахшиев Н. Г., *Опт. и спектр.* **2**, 818 (1957).
19. Одарич В. А., *ЖПС* **12**, 164 (1970); *Укр. физ. журн.* **15**, 139 (1970).
20. Damany H., *Optica Acta* **12**, 95 (1965); *Rev. d'Opt.* **44**, 1 (1965).
21. Swindell W., *Appl. Opt.* **7**, 943 (1968).
22. Ishiguro K., Sasaki, Nomura S., *Scient. Pap. Coll. Gen. Educ. Univ., Tokyo* **10**, 207 (1960); **12**, 19, № 1 (1962).
23. Скорняков Г. П., Кириллова М. М., *Опт. и спектр.* **6**, 248 (1959).
24. Smith P. H., *Surf. Sci.* **16**, 137 (1969).
25. Lauckner J., *Wiss. Zs. Techn. Hochsch. Magdeburg* **15**, 225 (1971).
26. Bonnel B., *C. R.* **274B**, 736 (1972).
27. Jaffe J., *Advances in spectroscopy* **2**, 263 (1961).
28. Muller S., *Adv. Molec. Spectr.* **1**, 104 (1962).
29. Kudo K., *Sci. Light* **13**, 11 (1964); *Oyo Buturi* **34**, 498 (1965).
30. Ward L., Nay A., *Journ. of Phys.* **3D**, 462 (1970).
31. Hunter W., *JOSA* **55**, 1197 (1965).
32. Humphreys-Owen S., *Proc. Phys. Soc.* **17**, 949, № 497 (1961).
33. Hafele H., *Zs. f. Phys.* **168**, 530 (1962).
34. Лисица М. П., *Физ. техн. полупроводн.* **3**, 578 (1969).
35. Chamberlain J., Gibbs J., Gebbie H., *Infrared Physics* **9**, 185 (1969); *Phys. Bull.* **22**, 333 (1971).
36. Johnson K. W., Bell E. E., *Phys. Rev.* **187**, 1044 (1969).
37. Querry M., *JOSA* **59**, 876 (1969).
38. Rusch P., Koehler W., Lagonski J., *Spectrochim. Acta* **25 A**, 1527 (1969).
39. Носков М. М., *Физ. металл. и металловед.* **10**, 487 (1960).
40. Abeles F., *Rev. d'Opt.* **31**, 127 (1952).
41. Bohme H., *Optik* **31**, 439 (1970); *Zs. Angw. Phys.* **25**, 208 (1968).
42. Hansen W., *Spectrochim. Acta* **21**, 815 (1965); *ISA Trans.* **4**, 263 (1965).
43. May W., *Rev. Sc. Inst.* **41**, 774 (1970).
44. Heilmann G., *Zs. Naturforschung* **16**, A 714 (1961).
45. Hirschfeldt T., *Appl. Opt.* **6**, 715 (1967).
46. Vincent-Geisse J., Dayet J., *Journ. de Phys.* **26**, 66 (1965); **29**, 1005 (1968).
47. Саяпина В. Н., *ЖПС* **10**, 873 (1959).
48. Engelsrath A., Loevenstein E., *Appl. Opt.* **5**, 565 (1966).
49. Dold B., *Optik* **22**, 519 (1965).
50. Pail B., Fratini A., *Journ. Molec. Spectrosc.* **14**, 1 (1964).
51. Hall H. B., *JOSA* **57**, 683 (1967); в сб. «Sympos. on Ther. Rad. of Solids», Washington, 1965; *The Reflection of Electromagnetic Radiation*, Alabama, 1963.
52. Vasicek A., *Tables of determination of Optical Constants*, Praha, 1964.
53. Kucirek I., Sladkova J., *Spisy prirodoved fak. univ. Brne*, № 2,77 (1968).
54. Одарич В. А., *Укр. физ. журн.* **15**, 1392 (1970).

55. Гольман Л. П., Степанов Б. И., *Уч. зап. БГУ* **32**, 183 (1957).
56. Conn G., Eaton G., *JOSA* **44**, 546 (1954).
57. Гинзбург В. Л., Мотулевич Г. П., *Fortschr. d. Phys.* **3**, 309 (1955).
58. Мотулевич Г. П. *УФН* **97**, 211 (1969) (и библиография); *Диссертация*, М., 1968.
59. Archer R., *Manual on Ellipsometry*, Chicago, 1968.
60. *Ellipsometry in the Measurements of Surfaces*; *Proc. of 1963 Symp. Washington*, 1964.
61. Zaininger K., Revezs A., *RCA Review* **25**, 108 (1964).
62. *Surface Science*, v. 10, august 1969: *Proceed of the Symposium on Recent Development in Ellipsometry*.
63. Векманн К., *Angew. Chemie* **80**, 213 (1968).
64. Шкляревский И. Н., Милославский В. К., *Опт. и спектр.* **3**, 361 (1957); **4**, 792 (1958).
65. Кизель В. А., Костровский В. М., Шамраев В. Н., *ПТЭ* № 1 (1967).
66. Schmidt E., *JOSA* **60**, 490 (1970).
67. Lukes F., *Spisy Prirodov. Univ. Brne*, № 8, 335, 350 (1970).
68. Hunter W., Faton D., Sah C., *Surf. Sci.* **20**, 355 (1970).
69. Vedam K., Knausenberger O., *JOSA* **59**, 64 (1969).
70. McCrackin F. A., *Fortran program for analysis of ellipsometric measurements*, *Wash. 1964*; статья в [60]; *Journ. Res. Nat. Bur. Stand USA* **67A**, 363 (1963); Shewshuk I., Rowe E., *J. Appl. Phys.* **41**, 4128 (1970).
71. Ohlidal J., Lukes F., *Opt. Comm.* **5**, 323 (1972).
72. Berman, Kerchner M., Ergun S., *JOSA* **60**, 646 (1970).
73. Graves R., Lenham A., *JOSA* **58**, 884 (1968).
74. Graves R., *JOSA* **59**, 1225, 1969; **61**, 274 (1971).
75. Uzan E., *Opt. Acta.* **15**, 237 (1968).
76. Damany H., Uzan E., *Opt. Acta.* **17**, 131 (1970).
77. Рапп И. Ю., Яровая Р. Г., *Опт. и спектр.* **27**, 855 (1968).
78. Monin J., Houdard J., Boutry G., *C. R.* **267 B**, 1078 (1968).
79. Федоров Ф. И., *Опт. и спектр.* **30**, 528 (1971).
80. Marquardt D., *Journ. Soc. Ind. Appl. Math.* **11**, 431 (1963).
81. Anex B., Fratini A., *Journ. Molec. Spectr.* **14**, 1 (1964).
82. Cervelle B., Caye R., Billard J., *Bull. Soc. franc. miner. crist.* **93**, 72 (1970).
83. Onstott J., Lucovsky G., *J. Ph. Chem. Sol.* **31**, 2171 (1970).
84. Bennett H., Burge D., Reck R., Bennett J., *JOSA* **59**, 675 (1969).
85. Holmes D., Feucht D., *JOSA* **57**, 755 (1967).
86. Abeles F., *Progr. in Opt.* **2**, 250 (1963); *Surface Science* **5**, 325 (1966).
87. Schopper H., *Zs. f. Phys.* **130**, 427, 565 (1951).
88. Шкляревский И. Н., Шкляревский О. И., *Опт. и спектр.* **27**, 654 (1969).
89. Butcher E., Dyer A., Gilbert N., *Brit. Journ. Appl. Phys.* **1**, 1673 (1968).
90. Macomber J., *JOSA* **61**, 308 (1971).

91. Froissart C., *Opt. Acta* **16**, 45 (1969).
92. Ruiz-Urbita M., Eckert E., *JOSA* **61**, 351 (1971).
93. Bey P., *RSI* **42**, 57 (1971).
94. McCrackin F., Passaglia E., Stromberg R., Steinberg H., *Journ. res. Nat. Bur. Stand. A* **67A**, 363 (1963).
95. Ward L., Nag A., Duxon C., *Brit. J. Appl. Ph.* **2**, 301 (1969).
96. Shewchuk J., Rowe E., *J. Appl. Ph.* **41**, 4128 (1970).
97. Oldham W., *Surf. Sci.* **16**, 97 (1969).
98. Miller R., Taylor A., *Journ. Phys. D., Appl. Phys.* **4**, 1100, 1419 (1971).
99. Heavens O., *Optical Properties of Thin Films*. В «Reports on Progr. in Phys». **23**, London, 1960; Vasicek A., *Optics of Thin Films*, Amsterdam, 1960.
100. Colson J., *Journ. Res. Nat. Bur. Stand.* **67A**, 363 (1963).
101. Ghezzi M., *JOSA* **58**, 368 (1968); *Brit. Journ. Appl. Phys.* **D2**, 655 (1969).
102. Berning P. V., *Physics of Thin Films*, N. Y., 1963, v. 1; Anfel J., *Appl. Opt.* **11**, 1303 (1972).
103. Шкляревский И. П., Костюк В. П., Карась В. Р., *Опт. и спектр.* **23**, 147 (1967); **29**, 1144 (1970).
104. Шкляревский И. П., Агеев Л. А., Костюк В. П., Разинский И. Л., *ФТТ* **10**, 3097 (1968).
105. Som S., Chowdhury C., Boivin A., *Nouv. Rev. d'Opt. Appl.* **1**, 313 (1970); **2**, 389 (1971); *JOSA* **62**, 10 (1972).
106. Fahrenfort J., *Spectroch. Acta* **17**, 698 (1961).
107. Harrick N., *Journ. Ph. Chem.* **64**, 1110 (1960); *Ann. N. Y., Acad. Sci.* **101**, 3928 (1963); *Surface Sci.* **13**, 134 (1969).
108. Fahrenfort J., Visser M., *Spectroch. Acta* **18**, 1103 (1962); **21**, 1433 (1965).
109. Hansen W., *Spectroch. Acta* **21**, 815 (1965); *JSA Trans.* **4**, 263 (1965).
110. *Modern Aspects of Reflection Spectr.* NG, 1968, pp. 170, 207.
111. Irons G., Thompson H., *Proc. Roy. Soc.*, **298**, 160 (1957).
112. Золотарев В. М., *ЖПС* **7**, 286 (1967).
113. Harrick N., du Pre F., *Appl. Opt.* **5**, 1739 (1966).
114. Wilks P., *Appl. Spectr.* **22**, 782 (1968).
115. Золотарев В. М., Кисловский Л. Д., *Опт. и спектр.* **19**, 809 (1965); Баленко Д. И., *Изв. вузов, Радиофизика* **4**, 153 (1972).
116. Золотарев В. М., *ЖПС* **5**, 62 (1966).
117. Carlson G., Fateley W., *Appl. Spectr.* **23**, 374 (1969).
118. Bates J. V., Brooker M. H., *Journ. Phys. Chem. Sol.* **32**, 2404 (1971).
119. Чжан Гуан-Инь, *Опт. и спектр.* **13**, 536 (1962).
120. Давыдов А. С., *Квантовая механика*, Физматгиз, 1963.
121. Гинзбург В. Л., *УФН* **106**, 151 (1972).
122. Spiller E., *Appl. Opt.* **10**, 557 (1971).
123. Misell D., Jones A., *Proc. Phys. Soc.* **A2**, 540 (1969).
124. Давыдов А. С., *Теория молекулярных экситонов*, Изд. «Наука», 1968, стр. 256—267.
125. Кизель В. А., Сапожников М. Н., *Опт. и спектр.* **25**, 85 (1968); *Phys. Stat. Solid* **41**, 207 (1970); *ФТТ* **12**, 2083 (1970).

126. Klennman D., Spitzer W., *Phys. Rev.* **118**, 110 (1960).
127. Кизель В. А., Рубинов В. М., *Опт. и спектр.* **7**, 62 (1959); **15**, 512 (1963).
128. Condell W., Mandelberg H., *JOSA* **54**, 847, 973 (1964).
129. Бахшиев Н. Г., Гирин О. П., *Опт. и спектр.* **24**, 691 (1968); **23**, 229 (1967); **14**, 478, 745 (1963); *ДАН СССР* **176**, 805 (1967); **150**, 1256 (1963).
130. Зелинский В. В., Колобков В. Н., *Опт. и спектр.* **16**, 345 (1964).
131. Липтэй В. В., В сб. «Современная квантовая химия», Изд. «Мир», 1968, 11—5.
132. Basu S., *Advances Quant. Chem. London*, 1964, f. 145.
133. Давыдов А. С., Мясников Е. М., *Phys. Stat. Sol.* **20**, 150 (1967).
134. Мясников Е. М., *Укр. физ. журн.* **12**, 1507 (1967).
135. Apex V., Simpson W., *Rev. Mod. Phys.* **32**, 466 (1960).
136. Давыдов А. С., *ЖЭТФ* **43**, 1832 (1962).
137. Hopfield J., Thomas D., *Phys. Rev.* **132**, 562 (1963); в сб. «Труды IX Межд. конф. физ. полупр.», М., 1969, т. I, стр. 223.
138. Бродин М. С., Страшников М. И., *Укр. физ. журн.* **10**, 410 (1965).
139. Reynolds D., Sattrup T., *Solid. Stat. Comm.* **7**, 869 (1962).
140. Феофилов П. П., Фаерман И. Г., *ДАН СССР*, **87**, 931 (1952).
141. Прибыткова Н. А., Агроскина М. И., *Опт. и спектр.* **2**, 628 (1957).
142. Kohl F., *Opt. Comm.* **2**, 157 (1970).
143. Fahrenfort J., Wisser W., *Spectroch. Ac.* **18**, 1103 (1962).
144. Розенберг Г. В., *УФН* **69**, 57 (1959); **91**, 569 (1967) (и библиография).
145. Кортюм Г., Браун В., Герцог Г., *УФН* **85**, 305 (1965).
146. Lecomte J., Vincent-Geisse J., *Zs. f. Ph.* **473**, 149 (1963).
147. *Спектроскопия светорассеивающих сред*, Изд. АН БССР, Минск, 1963.
148. NagaraJa Rao S., Takashima T., Chen H., *J. Phys.* **D4**, 1057 (1971).
149. Полищук И., Дианов-Клоков В. И., Кропоткина Е. П., *ЖПС* **10**, 137 (1969).
150. Розенберг Г. В., Самсонов Ю. Б., *Опт. и спектр.* **17**, 927 (1964).
151. Розенберг Г. В., Соковнин А., Гуминецкий А. Б., *Опт. и спектр.* **23**, 790 (1967).
152. Гуревич М. М., *Phys. Zs.* **31**, 753 (1930); *Труды ГОИ* **6**, 1 (1931).
153. Kubelka P., Munk F., *Zs. Techn. Ph.* **20**, 593 (1931).
154. Kubelka P., *JOSA* **38**, 448, 1067 (1948).
155. Proksh G., *Pecsi tanakkerzo foisk.* **10**, 103 (1966).
156. Wendlandt W., *Lab. Manag.* **6**, 22—32 (1968).
157. Blevin W., Brown W., *JOSA* **52**, 1250 (1962).
158. Tung-Po Lin, Kan H., *JOSA* **52**, 1252 (1962).

159. Krevinghaus A., Appl. Opt. 8, 807 (1969).
160. Dube D., Parshad R., Journ. Phys. 3, 677 (1970).
161. Tandon S., Gupta I., Ind. Journ. Pure Appl. Ph. 8, 231, 362 (1970).
162. Masato M., Journ. Japan. Chem. 251, 200 (1971).
163. Ishii E., Mamiya M., Murakami T., Nippon Kagaku kaishi, № 2, 353 (1972).
164. Gate L., J. Phys. d. Appl. Ph. 4, 1049 (1971).
165. Brinkworth B. J., Phys. d. Appl. Ph. 4, 1105 (1971).
166. Judd D., JOSA 57, 445 (1967).
167. Nicodemus F., Appl. Opt. 9, 1474 (1970).
168. Toll J., Phys. Rev. 104, 1760 (1956).
169. Гинзбург В. Л., Мейман Н. П., ЖЭТФ 46, 243 (1964).
170. Sharnoff M., Amer. J. Phys. 32, 40 (1964).
171. Галышев В. С., Опт. и спектр. 8, 417 (1960).
172. Robinson T., Proc. Phys. Soc. B65 (1952); B66, 969 (1953).
173. Philipp H., Taft E., Phys. Rev. 113, 1002 (1959); 4, 136 A, 1445 (1964).
174. Priol M., Lawor M., Robin S., C. R. 259, 3983 (1964).
175. Stern A., Sol. Stat. Phys. 15, 337 (1963).
176. Vincent-Geisse J., Journ. de Phys. 24, 259 (1963).
177. Vasko A., JOSA 55, 894 (1965).
178. Andermann G., Caron A., Dous D., JOSA 55, 1210 (1965).
179. Roessler D., Brit. Journ. Appl. Phys. 16, 1119, 1359 (1965); 17, 1313 (1966); Nilsson P., Appl. Opt. 7, 435 (1968).
180. Velicky V., Chech. Journ. Phys. B11, 541, 787 (1961).
181. Wilhelmi B., Ann. d. Phys. 19, 244 (1967).
182. Тулвинский В. Б., Терентьев Н. И., Опт. и спектр. 28, 894 (1970).
183. Ahesenkiel R., JOSA 61, 1651 (1971); Neufeld J., Andermann G., JOSA 62, 1156 (1972).
184. Skettrup T., Phys. St. Sol. 42, 813 (1970).
185. Bowlden H., Wilmsurts J., JOSA 53, 1073 (1963); Berreman D., Appl. Opt. 6, 1519 (1967).
186. Clifford A., Duckels M., Walker B., Trans. Farad. Soc. 68, 407 (1972).
187. Balkanski M., Besson J., JOSA 55, 200 (1965).
188. Лукашко Е. А., Милославский В. К., Шклярский И. Н., Опт. и спектр. 24, 257 (1968); 29, 789 (1970).
189. Ершов О. А., Чернов С. И., Опт. и спектр. 26, 597 (1969).
190. Abraham A., Tauc I., Velicky V., Phys. Stat. Sol. 3, 767 (1963).
191. Boyrivent C., Boyrivent A., Gaume T., C. R. 267, B775 (1968).
192. Cameo M., Vincent-Geisse J., C. R. 252, 1579 (1961).
193. Verleur M., JOSA 58, 1356 (1968); Vierne R., Opt. Acta 19, 209 (1972).
194. Кизель В. А., Рубинов В. М., Опт. и спектр. 7, 62 (1959); 15, 511 (1963).
195. Либов В. С., Бахшиев Н. Г., Опт. и спектр. 16, 233 (1964).

196. Булатов М. И., Калинин И. П., Практическое руководство по спектрофотометрическим методам, Изд. «Химия», Л., 1972.
197. Шишловский А. А., Прикладная физическая оптика, Физматгиз, 1961.
198. Бабушкин А. А., Бажулин П. А. и др., Методы спектрального анализа, Изд. МГУ, 1962.
199. Шоль Ж., Марфан И., Мюнш М., Торель П., Комбеш П., Приемники инфракрасного излучения. Изд. «Мир», 1969.
200. Росс М., Лазерные приемники, Изд. «Мир», 1969.
201. Сигенаро Г., Oyo Butury 37, 963 (1968).
202. Свищев Г. М., Опт. и спектр. 18, 614 (1965); Изв. АН СССР, сер. физ. 27, 696 (1963); Диссертация, М., 1967.
203. Rakosch K., Messtechnik 80, 45 (1972); Foord R., Jones R., Oliver C., Pike E., Appl. Opt. 8, 1975 (1969).
204. Damsen W., Meth. Phys. Anal., [7] num. spect. 32 (1971).
205. Перцев А. Н., Подольный Э. И., Резников И. В., ПТЭ № 3, 234 (1969); ЖПС 12, 523 (1970).
206. Lassen L., Rev. Sci. Instr. 40, 1088 (1969); Pointeau F., Nouv. Rev. Opt. Appl. 3, 103 (1972).
207. Sandell B., Nilsson P., Magstrom S., Ph. St. Sol. A1, 253 (1970).
208. Schmidt E., Lukes F., Ceskosl. casop. fys. A 17, 208 (1967).
209. Sullivan W., Appl. Opt. 10, 1550 (1971).
210. Bor I., Przybylski J., Journ. Sci. Instr. 40, 108 (1963).
211. Budde W., Appl. Opt. 1, 201 (1962).
212. Leray J., Scheibling G., C. R. 251, 349 (1960).
213. Takasaka H., JOSA 51, 463, 1146 (1961); Appl. Opt. 3, 833 (1964); Journ. Appl. Ph. Jop. 29, 468 (1960).
214. Nomarski G., Robin G., Geleoc P., C. R. 269, B290 (1969).
215. Кнаузенбергер В., Schmidt E., JOSA 60, 1141 (1970); Воробьев Б. С., Кузнецов А. И., ЖПС 17, 484 (1972).
216. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н., Методы модуляции и сканирования, Изд. «Наука», 1970.
217. Ellis B., Walton A., Infrared Phys. 11, 85 (1971).
218. Дергачев В. П., Казанджян Л. В., Труды ин-та метрологии, вып. 90 (150), 101 (1967).
219. Azzam R., Bashara N., JOSA 61, 600, 773 1380 (1971); 62, 700 (1972).
220. Graves H., Appl. Opt. 10, 2679 (1971).
221. Azzam R., Bashara N., JOSA 61, 1236 (1971).
222. Scherer J., Bailey G., Appl. Spectry. 24, 259 (1970).
223. Birch I., Infrared Phys. 12, 29 (1972).
224. Бурков В. И., Кизель В. А., Красилов Ю. И., ЖПС 9, 1062 (1969).
225. Jones D., Lettington A., Richmond W., Journ. Sci. Instr. (J. Phys. E) 2, 623 (1969).
226. Агроскин Л. С., Папаян Г. В., Раутиан Л. И., ДАН СССР 197, 62 (1971).
227. Lukes F., Knausenberger W., Wedam K., Surf. Sci. 16, 112 (1969).

228. Huen T., Irani G., Wooten F., Appl. Opt. **10**, 552 (1971).
229. Kerr G., Cox J., Painter L., Birkhoff R., RSI **42**, 1418 (1971).
230. Scouler W., Appl. Opt. **3**, 341 (1964).
231. Schliedermann M., Skidowski M., 3-rd Int. Conf. Vacuum Ultraviolet Rad. Tokyo 1971, p. 30.
232. Blatte M., Opt. Commun. **1**, 460 (1970).
233. Jerrard H., Surf. Sci. **16**, 137 (1969).
234. So S., Knausenberger W., Wedam K., JOSA **61**, 124 (1971).
235. Cohan B., Spanier R., Surf. Sci. **16**, 166 (1969).
236. Schmidt E., Knausenberger W., JOSA **59**, 857 (1969).
237. Willmanns J., Surf. Sci. **16**, 147 (1969).
238. McCrackin F., JOSA **60**, 57 (1970).
239. Aspnes D., JOSA **61**, 1077 (1971).
240. Holtz F., Zs. Angev. Ph. **30**, 196 (1970).
241. Loescher D., Detry R., Clauser M., JOSA **61**, 1230 (1971).
242. Dignam M., Moskowitz M., Appl. Opt. **9**, 1868 (1970).
243. Aspnes D., Studna A., Appl. Opt. **10**, 1024, 1031 (1971); JOSA **61**, 1077 (1971).
244. Loescher D., Appl. Opt. **10**, 1031 (1971); JOSA **61**, 1230 (1971).
245. Muller R., Surf. Sci. **16**, 1, 63 (1969).
246. Azzam R., Bashara N., Surf. Sci. **30**, 101 (1972).
247. Шерклиф У., Поляризованный свет, Изд. «Мир», 1963.
248. О'Нейл Э., Введение в статистическую оптику, Изд. «Мир», 1966.
249. Schmieder R., JOSA **59**, 297 (1969).
250. Розенберг Г. В., Физ. энциклопедическ. словарь, ст. «Стокса параметры», Изд. «Советская Энциклопедия», 1966.
251. Розенберг Г. В., УФН **55**, 77 (1955).
252. Федоров Ф. И., ЖПС **4**, 58 (1966).
253. Kaspar E., Optik **28**, 311 (1968).
254. Reiniger S., Optik **34**, 22 (1971).
255. Clarke D., Grainger J., Polarized Light and Optical Measurements, Oxford, 1971.
256. Kattler F., JOSA **50**, 483 (1960).
257. Kerker M., Matijevic E., JOSA **50**, 721 (1960).
258. Jagoszewski E., Pr. nauk Inst. fiz. techn. PWr **41**, 43 (1970).
259. Watermann P., Truett R., Journ. Math. Phys. **2**, 512 (1961).
260. Кисловский Л. Д., Пучков В. В., Опт. и спектр. **32**, 843 (1972).
261. Сахновский М. Ю., Опт. и спектр. **32**, 786 (1972).
262. Collett E., Amer. J. Phys. **39**, 517 (1971).
263. Thomas J., Lennuier J., Robin S., Opt. Acta **19**, 983 (1972); Le Calvez Y., Stephan G., Robin S., Opt. Acta **15**, 583 (1968).
264. Hunderi O., Appl. Opt. **11**, 1572 (1972).
265. Armaby B., Ochoa J., Look D., Appl. Opt. **11**, 2901 (1972).

## К приложениям

1. Nisbet A., Wolf E., Proc. Camb. **50**, 614 (1954).
2. Гинзбург В. Л., Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
3. Веселаго А. Б., УФН **92**, 518 (1967).
4. Hornreich R., Journ. Appl. Ph. **39**, 432 (1968); Phys. Rev. **171**, 1065 (1968).
5. Yatom H., Englman R., Phys. Rev. **188**, 793 (1969).
6. Дзялошинский И. Е., ЖЭТФ **38**, 984 (1960).
7. Астров Д., ЖЭТФ **38**, 984 (1960).
8. Birss R., Shrubbsall R., Phil. Mag. **15**, 687 (1967).
9. Birss R., Rept. Progr. Phys. **26**, 307 (1963).
10. Любимов В. Н., ДАН СССР **181**, 858 (1968).
11. Федоров Ф. И., Опт. и спектр. **6**, 85 (1959).
12. Гуревич А. Г., Ферриты на сверхвысоких частотах, Физматгиз, 1960.
13. Rado G., Folen V., Phys. Rev. Lett. **7**, 310 (1961); Journ. Appl. Ph. Suppl. **33**, 1126 (1962).
14. Schlagheck U., Symmetriebeziehungen bei der Optischen Aktivitat, Aachen, 1970; Zs. Phys. **258**, 223 (1973).
15. Бокуть Б. В., Федоров Ф. И., Опт. и спектр. **6**, 537 (1959).
16. Кизель В. А., Красилов Ю. А., Шамраев В. Н., ФТТ **9**, 726 (1967).
17. Александров В. Н., Кристалл **15**, 996 (1970).
18. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Федоров Ф. И., Кристалл **15**, 1002 (1970); ЖЭТФ **61**, 1808 (1971); Бокуть Б. В., Константинова А. Ф., Сердюков А. М., Кристалл **17**, 812 (1972); Гинзбург В. Л., УФН **108**, 749 (1972); Федоров Ф. И., **108**, 762 (1972).
19. Агранович В. М., ФТТ **11**, 1650 (1969).
20. Бокуть Б. В., Кристалл **14**, 1002 (1969); **15**, 486 (1970).
21. Иванов Н. Р., Константинова А. Ф., Кристалл **15**, 490 (1970).
22. Агранович В. М., Теория экситонов, Изд. «Наука», 1968.
23. Бокуть Б. В., Федоров Ф. И., Опт. и спектр. **7**, 558 (1959).
24. Федоров Ф. И., Власов Р. А., ЖПС **5**, 780 (1966).



*Владимир Александрович Кизель*

ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА

(Серия: «Физика и техника  
спектрального анализа»)

М., 1973 г., 352 стр. с илл.

Редактор *Л. В. Гессен*

Техн. редактор *И. Ш. Аксельрод*

Корректор *О. В. Булусова*

---

Сдано в набор 18/VI 1973 г. Подписано к печати  
11/XII 1973 г. Бумага 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Физ. печ. л. 11.  
Условн. печ. л. 18,48. Уч.-изд. л. 18,27. Тираж  
5000 экз. Т-19 913. Цена книги 1 р. 36 к. Заказ № 112.

---

Издательство «Наука»

Главная редакция

физико-математической литературы

117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

---

4-я типография издательства «Наука»,  
Новосибирск-77, Станиславского, 25.