

*А.И.Гомонова, К.Н.Драбович, В.А.Макаров, С.Ю.Никитин, М.С.Полякова,
С.С.Чесноков*

Под редакцией К.Н.Драбовича, В.А.Макарова, С.С.Чеснокова

ПОДГОТОВКА К ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ЭКЗАМЕНАМ В МГУ. ФИЗИКА

Пособие разработано для подготовительных курсов факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова и охватывает все разделы программы по физике для поступающих в МГУ. Основу пособия составляют избранные задачи по физике из числа предлагавшихся абитуриентам ВМиК МГУ на протяжении последних 15 лет. Каждая тема предваряется краткой сводкой базовых теоретических сведений, необходимых для решения задач и безусловно окажущихся полезными при подготовке к экзаменам.

Для школьников, готовящихся к поступлению на факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редакторов	4		
1. Механика	Теория	Задачи	Ответы
1.1. Кинематика	5	16	277
1.2. Динамика	21	35	279
1.3. Законы сохранения в механике	42	52	281
1.4. Статика твердого тела	62	67	284
1.5. Механика жидкостей и газов	69	75	285
1.6. Механические колебания и волны. Звук	79	90	286
2. Молекулярная физика и термодинамика			
2.1. Основы молекулярно-кинетической теории	92	103	287
2.2. Элементы термодинамики.	108	118	289
2.3. Изменение агрегатного состояния вещества	123	132	290
3. Электродинамика			
3.1. Электростатика	136	150	291
3.2. Постоянный ток	156	179	293
3.3. Магнетизм	188	196	296
3.4. Электромагнитная индукция	198	202	297
3.5. Электромагнитные колебания и волны	206	218	298
4. Оптика			
4.1. Геометрическая оптика	220	232	298
4.1. Элементы физической оптики	246	256	303
5. Атом и атомное ядро	259		
6. Задачи для повторения		268	304
Литература	307		

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редакторов	4		
1. Механика	Теория	Задачи	Ответы
1.1. Кинематика	5	16	277
1.2. Динамика	21	35	279
1.3. Законы сохранения в механике	42	52	281
1.4. Статика твердого тела	62	67	284
1.5. Механика жидкостей и газов	69	75	285
1.6. Механические колебания и волны. Звук	79	90	286
2. Молекулярная физика и термодинамика			
2.1. Основы молекулярно-кинетической теории	92	103	287
2.2. Элементы термодинамики	108	118	289
2.3. Изменение агрегатного состояния вещества	123	132	290
3. Электродинамика			
3.1. Электростатика	136	150	291
3.2. Постоянный ток	156	179	293
3.3. Магнетизм	188	196	296
3.4. Электромагнитная индукция	198	202	297
3.5. Электромагнитные колебания и волны	206	218	298
4. Оптика			
4.1. Геометрическая оптика	220	232	298
4.1. Элементы физической оптики	246	256	303
5. Атом и атомное ядро	259		
6. Задачи для повторения		268	304
Литература	307		

Предисловие редакторов

Физика как учебный предмет базируется на сравнительно небольшом числе фундаментальных законов природы, однако их глубокое понимание требует уверенного владения многими непривычными и не всегда наглядными понятиями. Поэтому нужна большая и длительная практика по усвоению этих понятий, которая основывается в первую очередь на решении задач. Именно задачи являются тем учебным средством, при помощи которого можно увидеть, как реально “работают” физические законы при описании конкретных явлений в окружающем нас мире, при их объяснении и предсказании.

Основой настоящего пособия являются избранные задачи по физике из числа предлагавшихся абитуриентам ВМиК МГУ на протяжении последних 15 лет. Всего в пособие включено около 430 задач, которые сгруппированы по темам в полном соответствии с программой по физике для поступающих в МГУ. Составители сборника сочли целесообразным для оказания помощи учащимся при подготовке к экзаменам давать в начале каждой темы краткую сводку базовых теоретических сведений, представляющую собой по существу конспект ответов на соответствующие экзаменационные вопросы. Однако читателям должно быть ясно, что эти сведения носят сугубо справочный характер и не могут заменить стабильные учебные пособия, список которых приведен в конце книги.

В коллективе, которому поручено готовить экзаменационные билеты по физике для поступающих на ВМК МГУ, на протяжении многих лет работали Б.Б. Буховцев, Л.Н. Капцов, В.Л. Кузнецов, Г.Я. Мякишев, С.Ю. Никитин, И.П. Николаев, Н.Б. Подымова, М.С. Полякова, С.В. Попов, А.В. Приезжев, С.С. Чесноков, Л.А. Шенявский, В.И. Шмальгаузен. Нельзя не отметить их огромный вклад в формирование сложившегося к настоящему времени стиля экзаменационных заданий и соответствующего ему уровня требований к поступающим на ВМК.

1. Механика

1.1. Кинематика

Вопросы программы

- *Механическое движение. Относительность механического движения. Материальная точка. Система отсчета. Траектория. Вектор перемещения и его проекции. Путь. Скорость, сложение скоростей. Ускорение.*
- *Прямолинейное равномерное и равнопеременное движения. Зависимости скорости, координат и пути от времени.*
- *Криволинейное движение. Равномерное движение по окружности. Угловая скорость. Период и частота обращения. Ускорение тела при движении по окружности.*
- *Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела. Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Дальность и высота полета.*
- *Поступательное и вращательное движение твердого тела.*

Определения, понятия и законы

Механическое движение. Относительность механического движения. В механике изучается наиболее простая форма движения – механическое движение. *Механическим движением* называется изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел, происходящее с течением времени. Любое механическое движение всегда является *относительным*. В природе не существует абсолютного движения или абсолютного покоя. Поэтому для описания механического движения необходимо указать конкретное тело, относительно которого наблюдается движение других тел. Это тело называют *телом отсчета*. Таким образом, механическое движение – это изменение положения тел относительно выбранного тела отсчета.

Материальная точка. Для математического описания движения в кинематике используются различные модели физических тел. *Материальная точка* – простейшая модель тела, используемая для описания движения в тех случаях, когда размерами и формой тела можно пренебречь. Эта модель применима, когда 1) размеры тела малы по сравнению с характерными размерами области движения тела, или когда 2) твердое тело совершает поступательное движение (см. ниже). Положение *материальной точки* в пространстве определяется положением изображающей ее *геометрической точки*.

Системой отсчета называют тело отсчета, связанную с ним систему координат и прибор для измерения времени (часы). Положение материальной точки в пространстве определяется *тремя координатами* x, y, z (рис. 1.1.1). Оно может быть задано также *радиус-вектором* \vec{r} , соединяющим начало координат с материальной точкой, причем

$$\vec{r} = \{x, y, z\}. \quad (1.1.1)$$

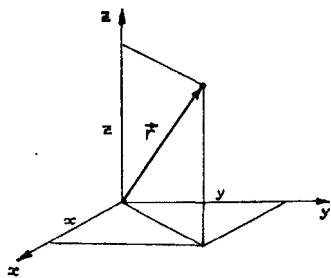


Рис. 1.1.1

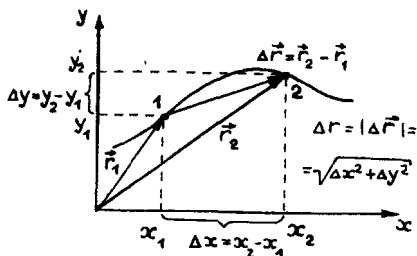


Рис. 1.1.2

Единица для измерения длины, установленная в Международной системе единиц (СИ), называется *метром*. Приблизительно он равен $1/40\,000\,000$ части земного меридиана. По современному определению один метр – это расстояние, которое свет проходит в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды. Таким образом, определение единицы расстояния связано с определением единицы измерения времени – *секундой*. Одна секунда приблизительно равна $1/86\,400$ доле земных суток. Для точных измерений времени используются атом-

ные часы. Определенная в СИ секунда равна 9192 631 770 периодам излучения атома цезия при переходе между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния.

Траектория. При движении материальной точки конец радиус-вектора описывает в пространстве некоторую непрерывную линию, называемую *траекторией* точки. Уравнение, описывающее зависимость радиус-вектора движущейся точки от времени

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.1.2)$$

называется векторным кинематическим *уравнением движения точки*. Оно эквивалентно трем скалярным уравнениям движения:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) . \quad (1.1.3)$$

Траектории одной и той же точки в разных системах отсчета имеют, вообще говоря, различную форму. Кинематические уравнения движения точки в разных системах отсчета также различны.

Перемещение материальной точки из положения 1 в положение 2 - это вектор

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 , \quad (1.1.4)$$

проведенный из начального положения точки в конечное (рис. 1.1.2). Проекции вектора перемещения на координатные оси могут быть выражены через разности координат его конца и начала:

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1 . \quad (1.1.5)$$

Эти величины часто называют перемещениями точки вдоль соответствующих координатных осей.

Путь точки равен сумме расстояний, пройденных ею вдоль траектории, и всегда является неотрицательной величиной. Пути, пройденные точкой за последовательные промежутки времени, складываются арифметически. Модуль $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ перемещения точки в общем случае не равен пути, пройденному точкой за данный промежуток времени. Эти величины совпадают только при

движении точки по прямой в одном направлении.

Скорость. Средняя скорость точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t, t + \Delta t)$ есть вектор $\vec{V}_{\text{ср}}$, равный отношению вектора перемещения $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ к величине интервала времени Δt (рис. 1.1.3):

$$\vec{V}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad (1.1.6)$$

Направление средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta \vec{r}$. Средняя скорость характеризует движение точки в течение всего промежутка времени Δt , для которого она определена.

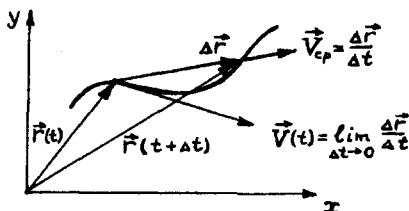


Рис. 1.1.3

На практике часто используют понятие средней *путевой* скорости, которое определяют как отношение пути, пройденного точкой, ко времени его прохождения. Важно иметь в виду, что величина (модуль) средней скорости в общем случае не совпа-

дает со средней путевой скоростью. Они различны, например, при возвратно-поступательном движении по прямой, при криволинейном движении и т.п.

Мгновенной скоростью (или просто *скоростью*) $\vec{V}(t)$ точки в данной системе отсчета в момент времени t называется предел средней скорости при неограниченном уменьшении интервала времени Δt :

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}. \quad (1.1.7)$$

Компонентами вектора скорости являются производные по времени от компонент радиус-вектора точки:

$$\vec{V}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}. \quad (1.1.8)$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки.

Сложение скоростей. Важной задачей кинематики является установление связи между характеристиками движения точки относительно разных систем отсчета. Пусть одна система отсчета, которую мы будем называть подвижной, движется поступательно со скоростью \vec{U} относительно другой системы, которую будем называть неподвижной. Пусть скорость точки относительно подвижной системы отсчета равна \vec{V}' . Тогда скорость \vec{V} этой же точки относительно неподвижной системы находится из соотношения, называемого законом сложения скоростей:

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U}. \quad (1.1.9)$$

Ускорение. Среднее ускорение точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t, t + \Delta t)$ есть вектор \vec{a}_{cp} , равный отношению вектора приращения скорости $\Delta \vec{V} = \vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t)$ на этом интервале к величине интервала времени Δt (рис. 1.1.4):

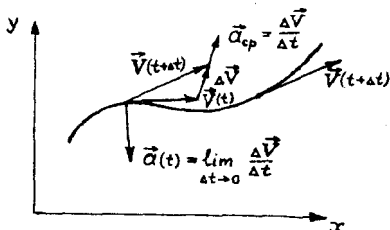


Рис. 1.1.4

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}. \quad (1.1.10)$$

Мгновенным ускорением (или просто ускорением) точки $\vec{a}(t)$ в момент времени t в данной системе отсчета называется предел среднего ускорения при стремлении интервала времени Δt к нулю:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}. \quad (1.1.11)$$

Прямолинейное равномерное и равнопеременное движения. По

форме траектории движения делятся на прямолинейные и криволинейные. В первом случае траекторией движения точки в данной системе отсчета является прямая линия, во втором – некоторая кривая. Для описания *прямолинейного* движения удобно совместить координатную ось (например, ось OX) с направлением, вдоль которого происходит движение.

Равномерным называется движение с постоянной по модулю скоростью. При *равномерном прямолинейном движении* точки мгновенная скорость не зависит от времени и в каждой точке траектории направлена вдоль траектории. Средняя скорость за любой промежуток времени равна мгновенной скорости. Кинематическое уравнение движения принимает вид:

$$x(t) = x_0 + V_0 t, \quad (1.1.12)$$

где x_0 – начальная координата точки, V_0 – проекция скорости точки на координатную ось OX .

Равнопеременное прямолинейное движение – это движение точки с постоянным по величине и по направлению ускорением. При этом среднее ускорение равно мгновенному ускорению. Если направление ускорения \vec{a} совпадает с направлением скорости точки, то движение называется *равноускоренным*, в противоположном случае – *равнозамедленным*.

При равнопеременном прямолинейном движении зависимость скорости и координат точки от времени выражается векторными кинематическими уравнениями

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \quad (1.1.13)$$

Проекции векторных кинематических уравнений (1.1.13) на координатную ось OX имеют вид:

$$V(t) = V_0 + at, \quad x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.1.14)$$

Важно помнить, что величины, входящие в уравнения (1.1.12)

(1.1.14), являются алгебраическими, т.е. могут иметь разные знаки в зависимости от того, сонаправлен или противоположен соответствующий вектор выбранному направлению координатной оси.

Зависимости скорости, координат и пути от времени. При решении задач и анализе результатов удобно представлять зависимости координаты и скорости тела от времени графически. Примеры таких представлений для прямолинейного равномерного и равнопеременного движений приведены на рис. 1.1.5 и 1.1.6 соответственно.

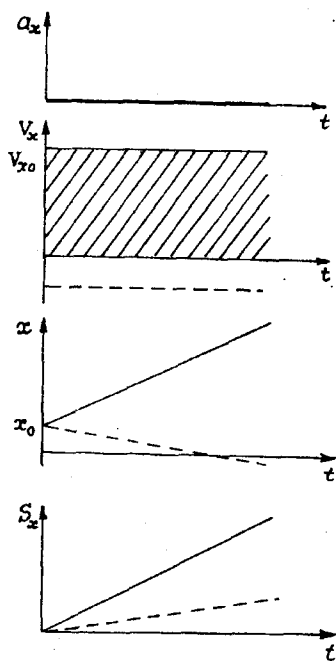


Рис. 1.1.5

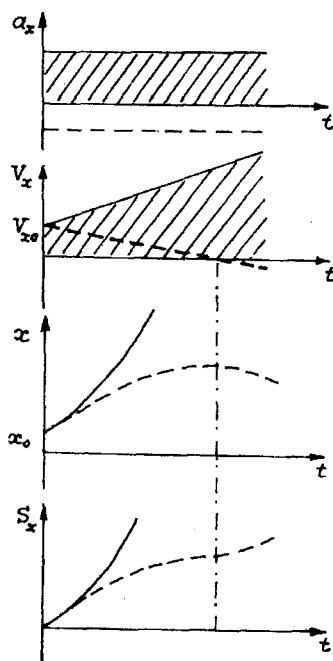


Рис. 1.1.6

При построении графиков необходимо учитывать, что тангенс угла наклона касательной к кривой $x = x(t)$ в какой-либо момент времени пропорционален скорости точки в этот момент времени, а тангенс угла наклона касательной к кривой $V = V(t)$ пропорционален ускорению точки в данный момент. По графику зависимости $a = a(t)$

можно найти изменение скорости за промежуток времени от t_1 до t_2 : оно равно площади под кривой $a = a(t)$ в пределах от t_1 до t_2 . Аналогично, по графику зависимости $V = V(t)$ можно найти изменение координаты точки за время $(t_2 - t_1)$.

Криволинейное движение. Равномерное движение по окружности. Простейшей моделью криволинейного движения является равномерное движение по окружности.

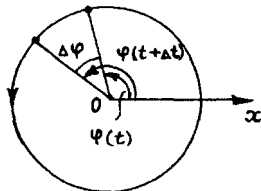


Рис. 1.1.7

В этом случае точка движется по окружности с постоянной по величине скоростью V . Положение точки удобно описывать углом φ , который составляет радиус-вектор точки с некоторой осью, например с осью Ox (см. рис. 1.1.7).

Угловая скорость. Период и частота обращения. Величиной угловой скорости точки ω при движении по окружности называют отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ ее радиуса-вектора ко времени Δt , за которое этот поворот произошел. **Периодом T** движения точки по окружности называют время, за которое точка совершает полный оборот. **Частота обращения ν** — это величина, обратная периоду. Угловая скорость, частота и период обращения при равномерном движении по окружности связаны между собой соотношениями:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.1.15)$$

Линейная скорость V движения по окружности выражается через угловую скорость ω и радиус окружности R по формуле

$$V = \omega R. \quad (1.1.16)$$

Ускорение тела при движении по окружности. При движении тела по окружности вектор скорости изменяется, поэтому у тела существует **центростремительное** ускорение, направленное по радиусу окружности к ее центру и по модулю равное

$$a = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R . \quad (1.1.17)$$

Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела. Свободным падением называется движение, которое совершает тело только под действием притяжения Земли, без учета сопротивления воздуха. Ускорение \vec{g} , с которым движется вблизи поверхности Земли материальная точка, на которую действует только сила тяжести, называется ускорением свободного падения. Ускорение свободного падения не зависит от массы тела.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Дальность и высота полета. При описании движения тела у поверхности Земли удобно выбрать систему координат так, чтобы одна из координатных осей (обычно ось Ox) была направлена горизонтально, а другая (обычно Oy) - верти-

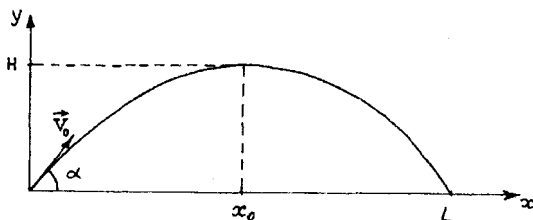


Рис. 1.1.8

кально (рис. 1.1.8). Тогда движение по оси Ox будет равномерным, а по оси Oy - равнопеременным. В большинстве задач начало координат удобно совместить с точкой, откуда тело начинает движение.

Для тела, брошенного от поверхности Земли со скоростью V_0 под углом α к горизонту, в системе координат, изображенной на рис. 1.1.8,

$$x(t) = V_0 t \cos \alpha, \quad y(t) = V_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.1.18)$$

Исключая из этих соотношений время t , получаем уравнение траектории тела

$$y(x) = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2, \quad (1.1.19)$$

которое является уравнением параболы. В точке с координатой

$$x_0 = \frac{V_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \quad (1.1.20)$$

тело достигает наибольшей высоты

$$y(x_0) \equiv H = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \alpha . \quad (1.1.21)$$

Величины $L = 2x_0 = \frac{2V_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$ и $H = \frac{V_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$ называются, соответственно, *дальностью и высотой полета*.

Поступательное и вращательное движения твердого тела.

Твердое тело – это модель, применяемая в случаях, когда изменением формы и размеров тела при его движении можно пренебречь. Модель рассматривается как система материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными.

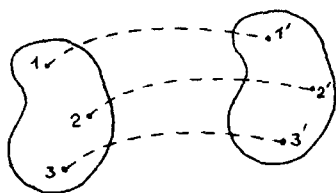


Рис. 1.1.9

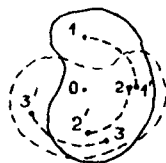


Рис. 1.1.10

Простейшие модели движения твердого тела – это поступательное и вращательное движения. *Поступательным движением* твердого тела (рис. 1.1.9) называют такое движение, при котором траектории всех точек тела одинаковы.

При этом тело не поворачивается и каждая линия, соединяющая любые две точки тела, переносится параллельно самой себе. При поступательном движении все точки тела в данный момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения. Поэтому, зная движение какой-то одной точки тела, мы можем однозначно определить движение всех его остальных точек.

Вращательным движением называется такое движение твердого тела, при котором траектории всех точек тела являются концентрическими окружностями с центром на одной прямой, называемой осью вращения (рис. 1.1.10).

Указания по решению задач

При решении задач кинематики нужно в первую очередь выбрать систему координат, задать ее начало и положительные направления координатных осей, а также выбрать начало отсчета времени.

В случае прямолинейного движения следует пользоваться системой координат, состоящей из одной координатной оси OX , вдоль которой происходит движение. В более сложных случаях нужно применять декартову прямоугольную систему координат с взаимно перпендикулярными осями OX и OY , пересекающимися в точке O , являющейся началом отсчета.

Описания движения в различных системах координат эквивалентны между собой, поскольку при известном расположении двух систем координат относительно друг друга по величинам, найденным в одной системе, можно определить соответствующие величины в другой. При решении задач следует выбирать такую систему координат, в которой уравнения, описывающие движение, являются наиболее простыми.

При составлении кинематических уравнений очень важен вопрос о знаках перед модулями проекций \vec{r} , \vec{V} и \vec{a} . Если координата отсчитывается в положительную сторону от начала O , то ей приписывается знак плюс. Проекции скоростей и ускорений считаются положительными, если направление соответствующей составляющей совпадает с положительным направлением оси, в противном случае они пишутся со знаком минус.

При исследовании движения нескольких тел рекомендуется пользоваться одной системой координат. В некоторых случаях бывает удобно связать систему координат с одним из движущихся тел и рассмотреть движение остальных тел относительно избранного.

Задачи по теме "Кинематика"

1.1.1. Пассажир метрополитена наблюдает отправление поезда. Находясь на платформе у начала первого вагона, он замечает, что с момента отправления поезда этот вагон прошел мимо него за время $\tau_1 = 5$ с. Считая движение поезда равноускоренным, найти, за какое время τ_2 мимо пассажира пройдет второй вагон.

1.1.2. Пуля, летящая со скоростью $V = 400$ м/с, попадает в земляной вал и проникает в него на расстояние $l = 20$ см. Какова скорость V_1 пули на расстоянии от поверхности земли, равном $l_1 = 10$ см? Силу сопротивления, действующую на пулю в земле, считать постоянной.

1.1.3. Пассажир, стоящий на перроне, заметил, что первый вагон электропоезда, приближающегося к станции, прошел мимо него в течение $t_1 = 4$ с, а второй - в течение $t_2 = 5$ с. Определить ускорение поезда a , если передний конец поезда остановился на расстоянии $L = 75$ м от пассажира. Движение поезда считать равнозамедленным.

1.1.4. Нарушитель правил дорожного движения промчался на автомобиле мимо поста ГАИ со скоростью $V_1 = 108$ км/час. Спустя $t_1 = 20$ с вслед за нарушителем отправился на мотоцикле инспектор ГАИ и, разгоняясь равноускоренно в течение $t_2 = 40$ с, набрал скорость $V_2 = 144$ км/час. На каком расстоянии S от поста ГАИ инспектор догонит нарушителя, двигаясь после разгона со скоростью V_2 ?

1.1.5. Ракета запущена вертикально вверх с поверхности Земли и на участке разгона имела постоянное ускорение $a = 19,6$ м/с². Какое время t падала ракета с ускорением $g = 9,8$ м/с² после достижения наибольшей в полете высоты, если на участке разгона движение продолжалось в течение времени $\tau = 1$ мин?

1.1.6. Подъемный кран опускает бетонную плиту с постоянной скоростью $V = 1$ м/с. Когда плита находилась на расстоянии $h = 4$ м от

поверхности земли, с нее упал небольшой камень. Каков промежуток времени τ между моментами, в которые камень и плита достигли земли? Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, толщиной плиты по сравнению с h пренебречь.

1.1.7. Ракета запущена вертикально вверх и во время работы двигателя имела постоянное ускорение $a = 5g$. Спустя $t = 1$ мин после старта двигатель ракеты отключился. Через какое время τ после отключения двигателя ракета упала на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.1.8. Шарик бросают вертикально вверх со скоростью $V_0 = 5 \text{ м/с}$. Пролетев расстояние $h = 1,05 \text{ м}$, он упруго ударяется о потолок и падает вниз. Через какое время τ после начала движения шарик упадет на пол, если расстояние от пола до потолка $H = 2,25 \text{ м}$? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.1.9. В кабине лифта высотой $H = 2,5 \text{ м}$, движущейся с ускорением $a = 0,8 \text{ м/с}^2$, направленным вниз, с высоты $h = 0,5 \text{ м}$ от пола вертикально вверх бросают маленький шарик. С какой начальной скоростью V_0 относительно лифта брошен шарик, если после броска он поднялся точно до потолка кабины?

1.1.10. Два тела начали падать с одной и той же высоты с интервалом $t = 5 \text{ с}$. Через какое время τ после начала падения второго тела расстояние между телами будет $d = 200 \text{ м}$? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, сопротивление воздуха не учитывать.

1.1.11. Два тела скользят навстречу друг другу по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ рад. В момент, когда расстояние между ними $S = 130 \text{ см}$, скорость тела, движущегося вверх, составляет $V_1 = 5 \text{ см/с}$, а скорость тела, движущегося вниз - $V_2 = 1,5 \text{ см/с}$. Какие пути S_1 и S_2 пройдут тела до места встречи? Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, трением тел о плоскость пренебречь.

1.1.12. Жонглер бросает вертикально вверх шарики с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый ша-

рик жонглер бросает в тот момент, когда первый шарик возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние S между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков $v_0 = 5$ м/с. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

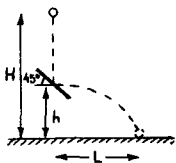
1.1.13. Пловец переплывает реку шириной L по прямой, перпендикулярной берегу, и возвращается обратно, затратив на весь путь время $t_1 = 4$ мин. Проплывая такое же расстояние L вдоль берега реки и возвращаясь обратно, пловец затрачивает время $t_2 = 5$ мин. Во сколько раз α скорость пловца относительно воды превышает скорость течения реки?

1.1.14. Мяч брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V = 10$ м/с в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой $l = 7$ м. На какой высоте h мяч ударится о стенку? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.1.15. Человек бросает камень через забор высотой $H = 2,5$ м. На какое максимальное расстояние S он может отойти от забора, если бросок производится с высоты $h = 2$ м от поверхности земли со скоростью $V_0 = 5$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.1.16. Под каким углом α к горизонту нужно бросить камень, чтобы отношение максимальной высоты подъема камня к дальности его полета составило $n = \sqrt{3}/4$?

1.1.17. Снаряд, вылетевший из пушки под углом $\alpha_1 = 15^\circ$ к горизонту, падает на расстоянии $L_1 = 5$ км. Какой будет дальность полета снаряда L_2 при угле вылета $\alpha_2 = 45^\circ$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

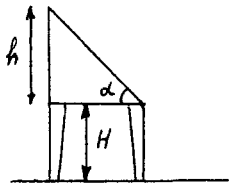


1.1.18. Тело падает с высоты $H = 2$ м без начальной скорости. На высоте $h = 0,5$ м над землей тело испытывает абсолютно упругий удар о закрепленную площадку, наклоненную под углом 45° к горизонту.

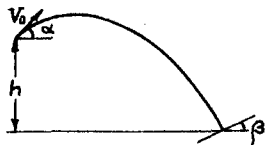
Найти дальность полета тела L .

1.1.19. Пушка делает два выстрела с интервалом $\tau = 10$ с. Каким будет расстояние l между снарядами спустя время $t = \tau$ после второго выстрела? Скорость снаряда при выстреле $V_0 = 300$ м/с, ствол пушки направлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Ускорение свободного падения принять $g = 9,8$ м/с², силу сопротивления воздуха при движении снарядов не учитывать.

1.1.20. Брусок соскальзывает без трения с наклонной плоскости высотой $h = 1$ м и с углом при основании $\alpha = 45^\circ$, а затем свободно падает на пол с высоты $H = 1$ м. Найти угол β между направлением скорости и вертикалью в момент удара бруска о пол. Сопротивлением воздуха пренебречь.

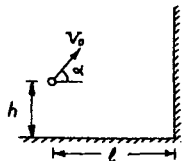


1.1.21. Тело брошено с башни высотой $h = 4,9$ м под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 7$ м/с. При падении на землю тело упруго ударяется о наклонную плоскость и возвращается в точку бросания по той же траектории. Какой угол β составляет наклонная плоскость с горизонтом? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

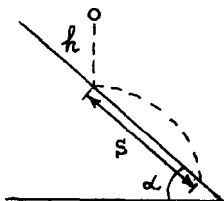


1.1.22. С вершины холма бросили камень под углом к горизонту со скоростью $V_0 = 10$ м/с. В момент падения камня на склон холма величина угла между направлением скорости камня и горизонтом составила $\beta = 60^\circ$, а разность высот точек бросания и падения $\Delta h = 5$ м. Найти угол α между направлением начальной скорости камня V_0 и горизонтом. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.1.23. Мальчик бросает мяч в направлении вертикальной стены так, чтобы мяч, отскочив от стены, упал точно к его ногам. Какова должна быть начальная скорость мяча V_0 , если бросок произво-



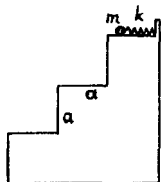
дится с высоты $h = 1,5$ м под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту? Расстояние от мальчика до стены $l = 6$ м. Удар мяча о стену считать абсолютно упругим, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.1.24. Маленький шарик падает с высоты $h = 50$ см на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. Найти расстояние S между точками первого и второго соударений шарика с наклонной плоскостью. Соударения считать абсолютно упругими, сопротивлением воздуха пренебречь.

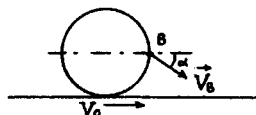
1.1.25. Самолет летит по дуге окружности радиуса $R = 1$ км, сохраняя одну и ту же высоту $h = 1,5$ км. С интервалом времени $\tau = 10,5$ с ($\cong 10\pi/3$ с) с него сбрасывают два мешка. На каком расстоянии S друг от друга упадут на землю эти мешки, если скорость самолета $V = 100$ м/с? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь.

1.1.26. Лестница состоит из трех одинаковых гладких ступенек ширины $a = 30$ см и такой же высоты. На верхней ступеньке расположена в плоскости рисунка невесомая пружина жесткостью $k = 30$ Н/м, правым концом прикрепленная к неподвижной стенке, а левым — упирающаяся в лежащий на ступеньке маленький шарик массой $m = 100$ г. Шарик сдвигают вправо, сжимая пружину, после чего отпускают без начальной скорости. До какой максимальной величины Δl_{\max} можно сжать пружину, чтобы выпущенный шарик по одному разу коснулся средней и нижней ступенек? Удар шарика о ступеньку считать абсолютно упругим, трение и сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

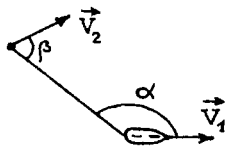


1.1.27. Колесо катится без проскальзывания по ленте транспортера, движущейся горизонтально со скоростью $V_0 = 1$ м/с, в направлении движения ленты. Известно, что относительно неподвижного наблю-

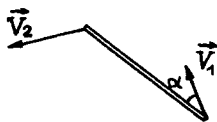
дателя скорость \vec{V}_B точки B , находящейся на ободу колеса на его горизонтальном диаметре, составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Найти скорость V центра колеса относительно неподвижного наблюдателя.



1.1.28. Катер, движущийся со скоростью $V_1 = 30$ км/час, буксирует спортсмена на водных лыжах. Трос, за который держится спортсмен, составляет с направлением движения катера угол $\alpha = 150^\circ$. Направление движения спортсмена образует с тросом угол $\beta = 60^\circ$. Чему равна величина скорости спортсмена V_2 в этот момент времени?



1.1.29. Стержень длиной $l = 0,85$ м движется в горизонтальной плоскости. В некоторый момент времени скорости концов стержня равны $V_1 = 1$ м/с и $V_2 = 1,5$ м/с, причем скорость первого из них направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к стержню. Какова угловая скорость ω вращения стержня вокруг его центра?



1.2. Динамика

Вопросы программы

- *Взаимодействие тел. Первый закон Ньютона. Понятие об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Принцип относительности Галилея. Принцип относительности Эйнштейна.*
- *Сила. Силы в механике. Сложение сил, действующих на материальную точку.*
- *Инертность тел. Масса. Плотность.*
- *Второй закон Ньютона. Единицы измерения силы и массы.*
- *Третий закон Ньютона.*

- Закон всемирного тяготения. Гравитационная постоянная и способы ее измерения. Сила тяжести. Зависимость силы тяжести от высоты.
- Силы упругости. Понятие о деформациях. Закон Гука. Модуль Юнга.
- Силы трения. Сухое трение: трение покоя и трение скольжения. Коэффициент трения. Вязкое трение.
- Применение законов Ньютона к поступательному движению тел. Центр масс. Вес тела. Невесомость. Перегрузки.
- Применение законов Ньютона к движению материальной точки по окружности. Движение искусственных спутников. Первая космическая скорость.

Определения, понятия и законы

В динамике рассматривается влияние взаимодействия между телами на их механическое движение. Основная задача динамики состоит в определении положения тела в произвольный момент времени по известным начальному положению тела, начальной скорости и силам, действующим на тело.

Взаимодействие тел. Механическое действие одного тела на другое возможно как при непосредственном соприкосновении тел, так и на расстоянии. Действие одного тела на другое в механике проявляется в деформации взаимодействующих тел и в возникновении у тел ускорений.

Свободным (изолированным) телом называется тело, на которое не действуют какие-либо другие тела или поля. В некоторых случаях тело может также считаться свободным, если внешние воздействия на него имеются, но они уравновешены (скомпенсированы).

Первый закон Ньютона. Понятие об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Первый закон Ньютона постулирует существование особого класса систем отсчета. В этих системах отсчета свободное тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения. Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются *инерциальными*.

Особое значение инерциальных систем отсчета состоит в том, что в этих системах механические явления описываются наиболее просто.

Если существует хотя бы одна инерциальная система отсчета, то существует и бесконечное множество таких систем. Действительно, если в одной системе свободное тело движется с постоянной скоростью, то в любой другой системе отсчета, движущейся относительно первой с постоянной скоростью, это тело также будет иметь постоянную скорость.

Свободным можно считать тело, достаточно удаленное от других тел. Для того, чтобы выяснить, в какой степени данную систему можно считать инерциальной, нужно из этой системы наблюдать за свободным телом (например, за уединенной звездой). Чем ближе к нулю ускорение этого тела, тем больше оснований считать данную систему отсчета инерциальной.

Из известных в настоящее время систем отсчета наиболее близка к инерциальной гелиоцентрическая система, связанная с центром Солнца. Для описания многих механических движений в земных условиях инерциальной можно считать систему отсчета, связанную либо с поверхностью Земли, либо с ее центром (*геоцентрическая система отсчета*). При этом пренебрегают ускорением этой системы, связанным с вращательным движением Земли вокруг собственной оси и вокруг Солнца.

Системы отсчета, в которых свободное тело не сохраняет скорость движения постоянной, называются *неинерциальными*. Неинерциальной является любая система отсчета, движущаяся с ускорением относительно инерциальной.

Принцип относительности Галилея: Любое механическое явление во всех инерциальных системах отсчета протекает одинаково при одинаковых начальных условиях. Следует подчеркнуть, что выполнение принципа относительности не означает полной тождественности движения одного и того же тела относительно разных систем отсчета. Одинаковы лишь законы движения. Характер же движения тела определяется не только законами движения, но и начальными скоростями и начальными координатами.

Принцип относительности Эйнштейна. В специальной теории относительности принцип относительности обобщается с механических на все физические явления. *Принцип относительности Эйнштейна* гласит: никакие физические эксперименты в замкнутой системе тел не позволяют отличить одну инерциальную систему отсчета от другой.

Сила. В инерциальных системах отсчета ускорение тела, а также его деформация, могут быть вызваны только его взаимодействием с другими телами. Характеристикой действия одного тела на другое является сила. *Силой* называется векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на материальную точку или тело со стороны других тел или полей. Сила полностью определена, если заданы ее модуль, направление и точка приложения.

Силы в механике. Различные взаимодействия, известные в современной физике, сводятся к четырем типам: гравитационные, электромагнитные, сильные и слабые взаимодействия. Сила как количественная характеристика позволяет оценивать лишь гравитационные и электромагнитные взаимодействия. В тех чрезвычайно малых областях пространства и в тех процессах, в которых проявляются сильные и слабые взаимодействия, такие понятия, как точка приложения, линия действия, а вместе с ними и само понятие силы теряет смысл.

Таким образом, в задачах механики играют роль гравитационные силы (силы тяготения), электромагнитные силы, действующие на заряженное тело, а также три их разновидности: силы упругости, силы трения и мускульные силы человека и животных. В механике важно знать, при каких условиях возникают силы, каковы их модули и направления, т.е. знать, как силы зависят от расстояний между телами и от скоростей их движения. В свою очередь, узнать значения сил, определить, как и когда они действуют, можно, располагая лишь способами их измерения. Изучение физических процессов, в результате которых появляются те или иные силы, это задача не механики, а других разделов физики.

Сравнение сил производится на основании следующего утверждения, являющегося определением равенства сил в механике: Две силы, независимо от их природы, считаются равными по модулю и противоположно направленными, если их одновременное действие на тело не меняет его состояния покоя или равномерного прямолинейного движения. Величина силы может быть измерена по степени деформации специального пробного тела – динамометра. Моделью динамометра обычно служит пружина.

Сложение сил, действующих на материальную точку. Если на материальную точку действует несколько сил в разных направлениях, то их действие можно заменить действием одной силы, называемой *равнодействующей*, величина и направление которой определяется по правилу сложения векторов (рис. 1.2.1).

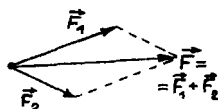


Рис. 1.2.1

Инертность тел. Свойство тела сохранять свою скорость в отсутствие взаимодействия с другими телами, называется *инертностью*.

Масса. Скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертности тела, называется *массой* тела. Она служит количественной характеристикой отклика тела на воздействие на него других тел. Чем больше масса тела, тем меньшее ускорение приобретает это тело под действием одной и той же силы.

Измерение массы тела, т.е. сравнение его массы с *эталоном массы* основывается на следующем утверждении, являющемся обобщением многочисленных опытных данных: в инерциальной системе отсчета отношение масс взаимодействующих тел равно обратному отношению модулей их ускорений.

В механике Ньютона постулируется, что

- 1) масса тела не зависит от скорости его движения;
- 2) масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит;

- 3) при любых процессах, происходящих в замкнутой системе тел, ее полная масса остается неизменной.

Эти постулаты справедливы для макроскопических тел в случае, когда скорости их движения намного меньше, чем скорость света.

Плотность. Средней плотностью тела $\rho_{ср}$ называется величина, равная отношению массы тела m к его объему V :

$$\rho_{ср} = \frac{m}{V}. \quad (1.2.1)$$

Плотность тела в точке равна пределу отношения массы Δm элемента тела, выбранного в окрестности этой точки, к его объему ΔV при неограниченном уменьшении ΔV :

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \quad (1.2.2)$$

Второй закон Ньютона. Основой динамики является второй закон Ньютона, согласно которому в инерциальной системе отсчета произведение массы тела на его ускорение равно сумме действующих на тело сил:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \quad (1.2.3)$$

Подчеркнем еще раз, что в задачах механики силы как правило являются заданными функциями координат тела, его скорости, а также времени. Исключение составляют *силы реакции связей* (см. ниже), которые заранее неизвестны, но могут быть найдены после решения задачи.

Единицы измерения силы и массы. За единицу массы в системе СИ принят килограмм – 1 кг. Килограмм – это масса эталона, изготовленного из сплава платины и иридия. Международный эталон килограмма хранится в г. Севре во Франции. С достаточной для практики точностью можно считать, что массой 1 кг обладает 1 л химически чистой воды при температуре 15^0 С.

За единицу силы в системе СИ принимается сила, которая телу

массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 . Эта единица называется ньютоном (Н). Приблизительно 1 Н равен силе, с которой притягивается к Земле тело массой 0,102 кг.

Третий закон Ньютона: При любом взаимодействии двух тел сила, действующая со стороны одного тела на другое, равна по величине и противоположна по направлению силе, действующей со стороны второго тела на первое. Эти силы направлены вдоль прямой, соединяющей точки их приложения, и всегда имеют одну и ту же физическую природу.

Этот закон утверждает, что силы взаимодействия всегда появляются попарно. Если в инерциальной системе отсчета на какое-то тело действует сила, то обязательно есть какое-то другое тело, на которое первое действует с такой же по модулю силой, но направленной в противоположную сторону. Всегда следует помнить, что силы, появляющиеся при взаимодействии тел, приложены к *разным* телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга. Уравновешиваться могут только силы, приложенные к одному телу.

Закон всемирного тяготения. Две материальные точки взаимодействуют с силами, прямо пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.2.4)$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ - гравитационная постоянная.

Закон тяготения в форме (1.2.2) справедлив также для однородных шаров или однородных шаровых слоев. Для таких тел в качестве r нужно брать расстояние между центрами этих шаров (слоев).

Гравитационная постоянная и способы ее измерения. Гравитационная постоянная относится к числу фундаментальных констант природы. Ее численное значение может быть определено только опытным путем. Основная проблема, связанная с экспериментальным определением гравитационной постоянной, состоит в

регистрации и измерении очень малых сил.

Первое измерение гравитационной постоянной провел английский физик Г. Кавендиш в конце XVIII в. В его опытах сила гравитационного взаимодействия сравнивалась с упругой силой, возникающей при закручивании нити. Кавендиш использовал горизонтальные крутильные весы, представлявшие собой легкое коромысло, подвешенное на тонкой упругой нити, на концах которого были укреплены равные пробные массы. Вблизи коромысла располагались эталонные массы. Величина гравитационного взаимодействия пробных и эталонных масс определялась по углу закручивания нити. Позже был разработан более точный динамический метод, в котором регистрировалось изменение частоты крутильных колебаний весов при перемещении вблизи них эталонных масс.

Проводились также эксперименты по сравнению гравитационного взаимодействия пробных тел с силой их притяжения к Земле с помощью рычажных весов. Этим способом гравитационная постоянная была впервые определена Ф. Йолли во второй половине XIX в.

В СССР гравитационная постоянная была впервые определена в Государственном астрономическом институте им. П.К. Штернберга (ГАИШ) при МГУ.

Во всех современных измерениях гравитационной постоянной используются крутильные весы в разных режимах работы. В частности, в резонансном методе эталонные массы вращаются вокруг оси коромысла с частотой, равной частоте собственных колебаний весов. При этом возникает резонансное увеличение амплитуды крутильных колебаний, по которому можно судить о величине гравитационной постоянной.

Сила тяжести, действующая на тело со стороны Земли, равна произведению массы тела m на ускорение свободного падения g . Вблизи поверхности Земли

$$mg_0 = G \frac{mM}{R^2}, \quad (1.2.5)$$

где M - масса Земли, R - ее радиус. Отсюда ускорение свободного

падения у поверхности Земли

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}. \quad (1.2.6)$$

Зависимость силы тяжести от высоты. Для тела, находящегося на высоте h над поверхностью Земли,

$$mg(h) = G \frac{mM}{(R+h)^2} = mG \frac{M}{R^2(1+h/R)^2} = mg_0 \frac{1}{(1+h/R)^2}. \quad (1.2.7)$$

Формула (1.2.5) выражает зависимость силы тяжести от высоты. Из (1.2.7) видно, что ускорение свободного падения на высоте h связано с ускорением свободного падения у поверхности Земли соотношением

$$g(h) = \frac{g_0}{(1+h/R)^2}. \quad (1.2.8)$$

Силы упругости. Понятие о деформациях. Под деформацией твердого тела понимают изменение его размеров и формы. К деформациям относятся растяжение, сжатие, сдвиг, изгиб и кручение. Поскольку твердые тела сохраняют свой объем и форму, при любой попытке их деформировать в телах возникают силы, препятствующие этому.

Тела, которые полностью восстанавливают свою форму и объем после прекращения действия внешних сил, вызывающих деформации, называются упругими. Соответственно, упругими называются любые деформации упругого тела, а силы, возникающие в теле из-за упругих деформаций, носят название *сил упругости*. Наряду с упругими телами имеются пластичные тела, которые после прекращения действия внешних сил, вызвавших деформацию, не восстанавливают свою форму. Хотя при деформациях пластичных тел тоже возникают силы, они не являются силами упругости, поскольку их значение зависит не от деформации, а от других факторов. Пластичные деформации в элементарных курсах физики не рассматриваются.

Силы упругости действуют между соприкасающимися слоями деформируемого упругого тела, а также в месте контакта деформируемого тела с телом, вызывающим деформацию. В элементарной физике рассматриваются одномерные (линейные) деформации растяжения или сжатия. В этих случаях силы упругости направлены вдоль линии действия внешней (деформирующей) силы, т.е. вдоль осей продольно деформируемых нитей, витых пружин, стержней и т.п., или перпендикулярно поверхности соприкасающихся тел.

Закон Гука. Модуль Юнга. Закон Гука устанавливает прямую пропорциональную зависимость величины силы упругости, возникающей при деформации тела, от величины деформации. Для пружины он имеет вид

$$F = k(l - l_0), \quad (1.2.9)$$

где l - длина деформированной пружины, l_0 - ее недеформированная длина, k - коэффициент жесткости пружины. Жесткость пружины зависит как от формы пружины, так и от упругих свойств материала, из которого она изготовлена.

Аналогичные закономерности наблюдаются при растяжении и сжатии стержней из упругих материалов. Величина коэффициента жесткости для стержня зависит не только от материала стержня, но и от его первоначальной длины l_0 и площади поперечного сечения S . Эта зависимость выражается формулой

$$k = \frac{S}{l_0} E, \quad (1.2.10)$$

где E - модуль упругости материала, или *модуль Юнга*.

Силы трения возникают при соприкосновении твердых тел, а также при движении тел в вязкой среде (жидкости или газе). Главная особенность сил трения, отличающая их от гравитационных сил и сил упругости, состоит в том, что они зависят не от координат тел, а от скорости движения тел относительно друг друга, или от относительной скорости тела и вязкой среды.

Сухое трение: трение покоя и трение скольжения. Коэффициент трения. Трение между поверхностями соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки называется *сухим трением*. Сухое трение подразделяется на трение покоя и трение скольжения. Силы трения, возникающие между поверхностями твердых тел, неподвижных относительно друг друга, называются силами *трения покоя*. Величина силы трения покоя изменяется от нуля до некоторого максимального значения. Силы *трения скольжения* возникают при движении одного твердого тела по поверхности другого. Сила трения скольжения направлена против скорости относительного движения трущихся поверхностей.

Законы сухого трения имеют следующий вид:

- 1) Величина силы трения скольжения пропорциональна величине нормальной составляющей силы реакции:

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (1.2.11)$$

- 2) Коэффициент трения μ не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и от скорости их относительного движения.
- 3) Максимальная величина силы трения покоя равна величине силы трения скольжения.

График зависимости сил трения от скорости относительного движения поверхностей для простейшей модели сухого трения изображен на рис. 1.2.2.

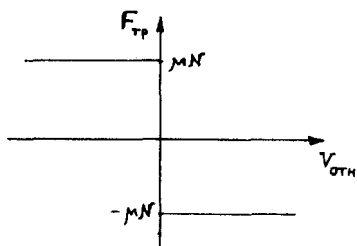


Рис. 1.2.2

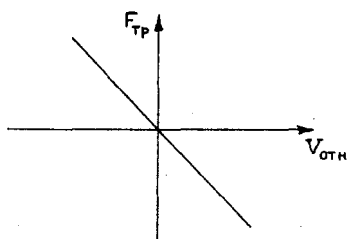


Рис. 1.2.3

Вязкое трение. При движении тел в жидкости или газе возникают силы вязкого трения. Они зависят от размеров и формы тела, свойств среды и от скорости относительного движения. В простейшей модели вязкого трения, применимой при малых скоростях движения,

$$\vec{F}_{\text{тр}} = -\beta \vec{V}, \quad (1.2.12)$$

где β - коэффициент вязкого трения (величина, практически не поддающаяся расчету и определяемая экспериментально). Сила вязкого трения всегда направлена против относительной скорости (рис. 1.2.3). В отличие от трения между сухими поверхностями, при движении тел в вязкой среде *трение покоя отсутствует*.

Применение законов Ньютона к поступательному движению тел. Центр масс. Под действием произвольно приложенной силы твердое тело совершает в общем случае сложное движение, при котором различные его точки движутся с разными ускорениями. Поступательное движение твердого тела возможно только в том случае, когда линия действия силы, приложенной к телу, проходит через некоторую, вполне определенную точку, связанную с телом. Эта точка получила название *центра масс*.

Положение центра масс зависит от того, как масса тела распределена по его объему. Если связать с телом некоторую систему координат и разбить тело мысленно на малые элементы массами Δm_i , то положение центра масс тела в выбранной системе определится радиус-вектором $\vec{r}_{\text{цм}}$, вычисляемым по формуле

$$\vec{r}_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \Delta m_i \vec{r}_i, \quad (1.2.13)$$

где M - масса тела, \vec{r}_i - радиус-вектор элемента Δm_i . Центр масс - геометрическая, а не материальная точка. Для однородных тел простой формы центр масс совпадает с центром симметрии. В частности, центр масс тела в форме параллелепипеда лежит в точке пересечения его диагоналей. Центр масс может оказаться и в точке,

в которой нет вещества, образующего тело (например, в случае однородного обруча).

Особая роль центра масс в механике заключается в том, что эта точка движется так, как будто в ней сосредоточена вся масса тела и к ней приложены все силы, действующие на тело. Если тело движется поступательно, то это означает, что равнодействующая всех сил, приложенных к телу, проходит через его центр масс.

Частным случаем поступательного движения является свободное падение тела, не приведенного предварительно во вращение, в однородном поле тяготения. Под действием элементарных сил тяжести, действующих на все точки тела параллельно, оно движется поступательно. Следовательно, равнодействующая всех сил тяжести при любом положении тела проходит через его центр масс.

Вес. Невесомость. Тело, находящееся в поле силы тяжести, может быть неподвижным (или двигаться равномерно и прямолинейно), только если на него действуют другие тела, например, опора или подвес. Сила, с которой тело в однородном поле тяжести действует на опору или подвес, называется *весом тела* \vec{P} . Вес неподвижного тела равен силе тяжести: $\vec{P} = m\vec{g}$.

В результате совместного действия силы тяжести и реакции подвеса (или подставки) тело, находящееся вблизи поверхности Земли, будет деформироваться. Движение тела только под действием силы тяжести происходит так, что деформации его отсутствуют. Состояние тела в поле тяжести, характеризующееся отсутствием деформаций, называется *невесомостью*. Например, в состоянии свободного падения в однородном поле тяжести тело испытывает невесомость.

Первая космическая скорость. Движение материальной точки вблизи планеты или звезды может происходить по окружности радиуса R , если скорость точки V перпендикулярна силе тяжести, а центростремительное ускорение при движении по окружности равно ускорению, вызываемому силой гравитации:

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM}{R^2}. \quad (1.2.14)$$

Если радиус орбиты совпадает с радиусом планеты или звезды R_0 , то центростремительное ускорение равно ускорению свободного падения вблизи поверхности небесного тела g . Скорость такого движения V_1 называют *первой космической скоростью*:

$$V_1 = \sqrt{gR_0}. \quad (1.2.15)$$

При движении по орбите вокруг планеты тело находится в состоянии невесомости.

Указания по решению задач

При решении задач по динамике нужно прежде всего выяснить, какие силы действуют на тело, движением которого мы интересуемся. Необходимо изобразить эти силы на чертеже. При этом нужно ясно представлять, со стороны каких именно тел действуют рассматриваемые силы. Следует помнить, что силы “действия” и “противодействия”, фигурирующие в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам. Потому на данное тело может действовать только одна из этих сил, а не обе сразу.

Иногда возникают затруднения при определении направления силы трения покоя, особенно в сложных системах, состоящих из нескольких тел. В этом случае помогает следующий прием: нужно предположить, что трение исчезло и найти направления относительных скоростей соприкасающихся тел. Направления сил трения будут противоположны направлениям относительных скоростей.

После того, как определены действующие на тело силы, следует записать уравнение движения (второй закон Ньютона). При движении по прямой $ma = F_1 + F_2 + \dots + F_n$, где a - проекция ускорения, F_1, F_2, \dots, F_n - проекции сил на прямую, вдоль которой происходит движение. Положительное направление отсчета удобно выбирать совпадающим с направлением ускорения тела. До того, как задача решена, определить направление ускорения не всегда удается. В

этом случае оно может быть выбрано произвольно. Если полученное в ответе ускорение положительно, то его направление выбрано правильно, если отрицательно - то неправильно и его нужно заменить на противоположное.

В направлении, перпендикулярном к направлению прямолинейного движения, сумма проекций сил равна нулю. Соответствующими равенствами можно пользоваться например для того, чтобы найти силу реакции опоры, определяющую силу трения.

Если рассматривается движение системы тел, то уравнения движения нужно записать для каждого тела системы. Задача может быть решена лишь тогда, когда число независимых уравнений равно числу неизвестных. В число неизвестных, кроме величин, которые требуется найти по условию задачи, часто входят еще силы реакции опоры, натяжения подвеса и другие силы, возникающие при взаимодействии тел системы. Рассматривая уравнения движения совместно с кинематическими соотношениями, вытекающими из связей, накладываемых на перемещения тел, мы получаем систему уравнений, число которых совпадает с числом неизвестных.

Задачи по теме “Динамика”

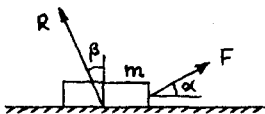
1.2.1. Воздушный шар опускается с ускорением a , направленным вниз. Какой массы m_1 балласт надо сбросить, чтобы шар начал двигаться с тем же по модулю ускорением, направленным вверх? Начальная масса шара с балластом равна m . Соппротивлением воздуха движению шара пренебречь.

1.2.2. Брусок массой $m = 0,51$ кг, лежащий на горизонтальной плоскости, совершает прямолинейное равноускоренное движение под действием горизонтально направленной силы $F = 5$ Н. Если увеличить массу бруска в $\alpha = 2$ раза, то его ускорение под действием той же силы уменьшится в $\beta = 3$ раза. Пользуясь этими данными, вычислить коэффициент трения μ бруска о плоскость. Считать, что сила трения скольжения не зависит от скорости. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.2.3. Автомобиль трогается с места с ускорением $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$. При скорости $V = 50 \text{ км/ч}$ ускорение автомобиля стало равным $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$. С какой установившейся скоростью V_0 будет двигаться автомобиль, если сила сопротивления пропорциональна скорости? Силу тяги двигателя при движении автомобиля считать постоянной.

1.2.4. Участок трассы скоростного спуска, расположенный вниз по склону горы с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, горнолыжник прошел, не отталкиваясь палками. Какую максимальную скорость V мог развить спортсмен на этом участке, если его масса $m = 70 \text{ кг}$? Коэффициент трения лыж о снег $\mu = 0,1$, сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости: $F = \beta V^2$, где постоянный коэффициент $\beta = 0,9 \text{ кг/м}$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.5. К телу массы m приложена сила F , под действием которой тело движется по горизонтальной поверхности равномерно. Определите угол β , который составляет с вертикалью равнодействующая R сил, действующих на тело со стороны поверхности, если сила F составляет с горизонталью угол α . Ускорение свободного падения g .



1.2.6. По наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 15^\circ$ тело движется вниз равномерно. С каким ускорением a будет двигаться это тело, если угол наклона плоскости увеличить до величины $\beta = 30^\circ$? Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

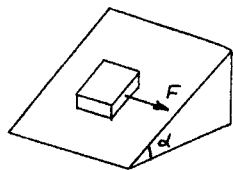
1.2.7. За какое время τ тело соскользнет с высоты h по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α , если по плоскости, наклоненной к горизонту под углом β , это тело движется равномерно? Коэффициент трения в обоих случаях один и тот же. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.8. Санки можно удержать на горке с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ ми-

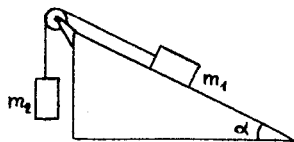
нимальной силой $F = 60$ Н, направленной вдоль горки. Предоставленные самим себе они скатываются с ускорением $a = 3,9$ м/с². Какую минимальную силу F_1 , направленную вдоль горки, нужно приложить к санкам, чтобы тянуть их в горку с постоянной скоростью? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.2.9. Брусок массой m находится на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α . Определить величину силы R , с которой брусок действует на плоскость, если коэффициент трения между ними μ , а ускорение свободного падения g .

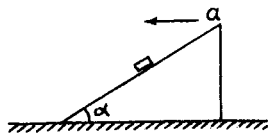
1.2.10. Тело массой $m = 1$ кг покоится на шероховатой поверхности, составляющей с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$. С какой минимальной силой F , направленной горизонтально вдоль линии пересечения плоскостей, нужно подействовать на тело, чтобы стронуть его с места? Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,7$. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.2.11. Два тела массами $m_1 = 0,4$ кг и $m_2 = 0,1$ кг соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок. Ось блока укреплена на неподвижной наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. При каком минимальном значении коэффициента трения μ тела m_1 и m_2 будут находиться в покое? Трением в оси блока пренебречь.



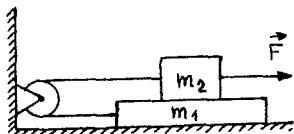
1.2.12. Наклонная плоскость, образующая с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, движется с ускорением a , направленным влево, как показано на рисунке. При каких значениях a тело, находящееся на наклонной плоскости, будет скользить вверх вдоль нее? Коэффициент трения между телом и плоскостью



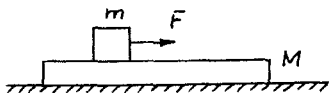
$\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.13. На материальную точку с массой $m = 1 \text{ кг}$, которая первоначально покоилась, в момент времени $t = 0$ начинает действовать постоянная по величине сила $F = 1 \text{ Н}$. До момента времени $t_1 = 5 \text{ с}$ сила сохраняет постоянное направление, а в момент t_1 происходит поворот вектора силы на 90° , после чего направление силы не меняется. На какое расстояние S удалится материальная точка от своего начального положения к моменту времени $t_2 = 2t_1$, если на нее не действуют никакие другие силы?

1.2.14. На горизонтальном столе лежит брусок массой $m_1 = 2 \text{ кг}$, на котором помещен второй брусок массой $m_2 = 1 \text{ кг}$. Оба бруска соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, ось которого неподвижна. Какую силу F надо приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он начал двигаться с ускорением $a = 4,9 \text{ м/с}^2$. Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением нижнего бруска о стол, трением в блоке и его массой пренебречь.

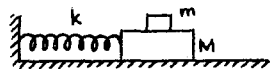


1.2.15. Брусок массой $M = 4 \text{ кг}$ находится на гладкой горизонтальной поверхности, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит кубик массой $m = 1 \text{ кг}$, к которому приложена горизонтальная сила F .



При каком минимальном значении F_{\min} этой силы кубик начнет скользить по бруску? Коэффициент трения между кубиком и бруском $\mu = 0,5$. Ускорение свободного падения принять $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

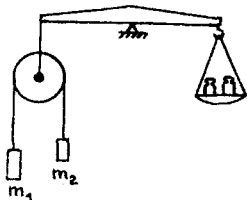
1.2.16. На гладком столе помещен брусок массой $M = 1 \text{ кг}$, на котором лежит коробок массой $m = 50 \text{ г}$. Брусок прикреплен к одному из концов невесомой пружины, другой конец которой заделан в неподвижную стенку. Брусок отводят от



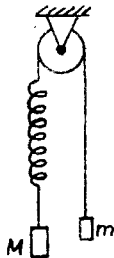
положения равновесия перпендикулярно стенке на расстояние Δl и отпускают без начальной скорости. При каком значении Δl коробок начнет скользить по бруску? Коэффициент трения коробка о брусок $\mu = 0,2$, жесткость пружины $k = 500 \text{ Н/м}$. Ускорение свободно-го падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трением бруска о стол пренебречь.

1.2.17. Два шарика с массами $m_1 = 600 \text{ г}$ и $m_2 = 400 \text{ г}$ подвешены на легкой нерастяжимой нити, перекинутой через блок. В начальный момент времени блок заторможен, а расстояние между шариками по вертикали $l = 49 \text{ см}$, причем более тяжелый шарик расположен выше. Через какое время τ шарики окажутся на одной горизонта-ли, если системе позволить двигаться? Блок невесом. Трением пренебречь.

1.2.18. На нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза массами $m_1 = 100 \text{ г}$ и $m_2 = 50 \text{ г}$. В заторможен-ном состоянии (когда грузы неподвижны) блок уравновешен на рычажных весах. На какую величину Δm нужно изменить массу гирь на правой чашке, чтобы при освобождении блока (когда грузы придут в движе-ние) сохранить равновесие весов?



1.2.19. К грузику массой $M = 300 \text{ г}$ прикреплена пружина, другой конец которой привязан к нити, перекинутой через блок. На втором конце нити подвешен грузик массой $m = 200 \text{ г}$. Когда блок заторможен, длина пружины $l = 15 \text{ см}$. Какую длину l будет иметь пружина, если блок освободить? Считать, что колебания в системе не возникнут, т.е. грузики будут двигаться с постоянным ускорением. Длина недеформированной пружины $l_0 = 10 \text{ см}$. Массой пружины, нити и блока, а также трением в блоке пренебречь.

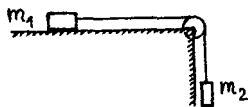


1.2.20. Два одинаковых груза массой $M = 1 \text{ кг}$ связаны между собой



нитью, перекинутой через блок с неподвижной осью. На один из грузов кладут перегрузок массой $m = 0,1$ кг. С какой силой F будет давить перегрузок на груз M ? Массой блока и нити, а также трением в оси блока пренебречь, нить считать нерастяжимой, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

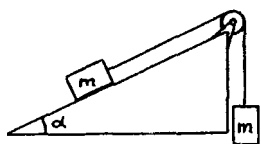
- 1.2.21. На горизонтальном столе находится брусок массы $m_1 = 0,1$ кг, к которому привязана нерастяжимая нить. Второй конец нити



перекинут через блок и прикреплен к грузу массы $m_2 = 0,2$ кг. Коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0,5$. Пренебрегая

массой блока, определить силу F , с которой нить действует на блок.

- 1.2.22. Два одинаковых бруска массой $m = 0,1$ кг каждый, соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, установленный на наклонной плоскости. Плоскость



образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в системе, найти силу F , которая действует со стороны нити на блок. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

Массой блока пренебречь.

- 1.2.23. Маленький шарик массы $m = 100$ г подвешен на длинной нити к потолку вагона, который равномерно движется по криволинейному участку пути со скоростью $V = 72$ км/час. С какой силой T натянута нить, если радиус закругления участка пути $R = 200$ м?

1.2.24. Две звезды одинаковой массой M движутся по окружности радиусом R , располагаясь на противоположных концах диаметра окружности. Пренебрегая влиянием всех других небесных тел, определить период T обращения звезд. Гравитационная постоянная G .

1.2.25. Вокруг планеты, имеющей форму шара радиуса r , по круговой орбите движется спутник. Определить радиус орбиты спутника R , считая известными ускорение свободного падения у поверхности планеты g и период обращения спутника T .

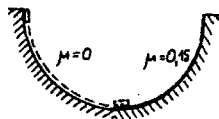
1.2.26. Спутник движется по круговой орбите, радиус которой составляет n радиусов планеты. Какова плотность вещества планеты ρ , если период обращения спутника T ? Планету считать однородным шаром. Гравитационная постоянная G .

1.2.27. Вес тела на экваторе составляет $\eta = 97\%$ от веса этого же тела на полюсе. Найти период вращения планеты вокруг своей оси T , если плотность вещества планеты $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3\text{кг}^{-1}\text{с}^{-2}$. Планету считать однородным шаром.

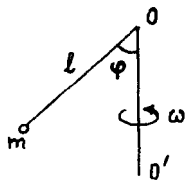
1.2.28. Известно, что сила тяжести, действующая на тело на высоте h над поверхностью планеты на полюсе, равна весу этого же тела на поверхности планеты на экваторе. Найти период T вращения планеты вокруг оси, если радиус планеты R , а ускорение свободного падения у поверхности на полюсе g . Планету считать однородным шаром.

1.2.29. Шарику, подвешенному на нити, сообщили некоторую начальную скорость, после чего он начал вращаться по окружности в вертикальной плоскости. Определить массу шарика m , если известно, что сила натяжения нити в верхней точке траектории составляет $T_1 = 1 \text{ Н}$, а в нижней точке траектории $T_2 = 2 \text{ Н}$. Соппротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

1.2.30. Маленькое тело соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу. Одна половина полусферы абсолютно гладкая, а другая - шероховатая, причем на этой половине коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,15$. Определить ускорение a тела в тот момент, как только оно перейдет на шероховатую поверхность. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



1.2.31. Металлический стержень, изогнутый под углом $\varphi = 45^\circ$, как показано на рисунке, вращается с угловой скоростью $\omega = 6 \text{ рад/с}$



вокруг вертикальной оси OO' . К концу стержня прикреплен груз массой $m = 0,1$ кг на расстоянии $l = 0,1$ м от точки O . Определить модуль F силы, с которой стержень действует на груз. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

1.3. Законы сохранения в механике

Вопросы программы

- Импульс материальной точки. Импульс силы. Связь между приращением импульса материальной точки и импульсом силы. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Реактивное движение.
- Механическая работа. Мощность. Энергия. Единицы измерения работы и мощности.
- Кинетическая энергия. Связь между приращением кинетической энергии тела и работой приложенных к телу сил.
- Потенциальная энергия. Потенциальная энергия тел вблизи поверхности Земли. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.
- Закон сохранения механической энергии.

Определения, понятия и законы

Импульс материальной точки. Импульсом материальной точки называют векторную величину, равную произведению массы точки на ее скорость

$$\vec{p} = m\vec{V}. \quad (1.3.1)$$

Импульсом системы материальных точек называют векторную сумму импульсов всех N точек, входящих в систему, то есть

$$\vec{P} = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \dots + m_N\vec{V}_N = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N. \quad (1.3.2)$$

Важные закономерности движения системы материальных точек можно установить, используя понятие *центра масс системы*. В заданной системе отсчета скорость центра масс системы точек определяется по формуле

$$\vec{V}_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{V}_i, \quad (1.3.3)$$

где $M = \sum_{i=1}^N m_i$ — масса системы, m_i — масса i -й точки, \vec{V}_i — ее скорость. Сравнение формул (1.3.2) и (1.3.3) показывает, что

$$\vec{P} = M \vec{V}_{\text{цм}}. \quad (1.3.4)$$

Следовательно, импульс системы материальных точек равен произведению суммарной массы системы на скорость ее центра масс.

Импульс тела. Импульс твердого тела является количественной характеристикой его поступательного движения. Как и для произвольной системы материальных точек, импульс тела равен произведению его массы на скорость центра масс. Вращение твердого тела вокруг центра масс, если оно существует, не дает вклада в импульс тела.

Импульс силы. Импульсом постоянной силы \vec{F} за время Δt называют векторную величину $\vec{F}\Delta t$.

Связь между приращением импульса материальной точки и импульсом силы. Второй закон Ньютона точки может быть сформулирован в виде теоремы об изменении импульса материальной точки: в инерциальной системе отсчета изменение импульса точки за некоторое время Δt равно импульсу действующей на нее силы за это же время

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}\Delta t. \quad (1.3.5)$$

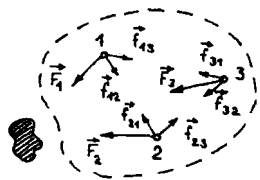


Рис. 1.3.1

Границы системы условно обозначены штриховой линией. F_i - внешние силы,

f_{ij} - внутренние силы

Этот закон может быть обобщен на систему материальных точек. Для этого необходимо ввести понятие о внутренних и внешних силах. *Внутренними силами* называются силы взаимодействия между точками, входящими в систему. *Внешними силами* называются силы взаимодействия точек системы с телами, не входящими в систему (рис. 1.3.1).

Записывая для каждой точки системы закон изменения импульса под действием внутренних и внешних сил, получим:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 &= (\vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \dots + \vec{f}_{1N} + \vec{F}_1) \cdot \Delta t, \\ \Delta p_2 &= (\vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{2N} + \vec{F}_2) \cdot \Delta t, \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta p_N &= (\vec{f}_{N1} + \vec{f}_{N2} + \dots + \vec{f}_{NN-1} + \vec{F}_N) \cdot \Delta t. \end{aligned} \quad (1.3.6)$$

Складывая уравнения системы (1.3.6) почленно и учитывая, что согласно третьему закону Ньютона $\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$, получаем закон изменения импульса системы точек:

$$\Delta \vec{P} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_1) \cdot \Delta t = \vec{F}_{\text{вн.сш}} \cdot \Delta t, \quad (1.3.7)$$

где $\vec{F}_{\text{вн.сш}} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ - сумма внешних сил.

В инерциальной системе отсчета изменение импульса системы материальных точек равно импульсу внешних сил, приложенных к системе. Внутренние силы не изменяют импульс системы.

Закон сохранения импульса системы является следствием сформулированного выше закона изменения импульса и гласит: если

импульс внешних сил, приложенных к системе материальных точек, равен нулю, то импульс системы сохраняется.

Важным частным случаем является равенство нулю суммы внешних сил, действующих на систему (такие системы называются замкнутыми): *импульс замкнутой системы сохраняется*. Скорость центра масс замкнутой системы постоянна.

Если внешние силы не равны нулю, но существует такое неизменное направление в пространстве, что проекция суммы внешних сил на это направление обращается в нуль, то проекция импульса системы на это направление сохраняется.

Реактивное движение. Большое значение имеет закон сохранения импульса для исследования *реактивного движения*. Под реактивным движением понимают движение тела, возникающее при отделении некоторой его части с определенной скоростью относительно тела, например при истечении продуктов сгорания из сопла реактивного летательного аппарата. При этом появляется так называемая *реактивная сила*, сообщающая телу ускорение. Главная особенность реактивной силы состоит в том, что она возникает без какого-либо взаимодействия с внешними телами. Происходит лишь взаимодействие между ракетой и вытекающей из нее струей вещества. Принцип реактивного движения основан на том, что истекающие из реактивного двигателя газы получают импульс. Такой же по модулю импульс приобретает ракета. Масса ракеты со временем убывает; ракета является телом переменной массы.

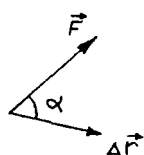
Из закона сохранения импульса для замкнутой системы "ракета+газ" можно получить уравнение Мещерского

$$M\vec{a} = -\mu\vec{U}, \quad (1.3.8)$$

где $M = M(t)$ - масса ракеты в момент времени t , \vec{a} - ее ускорение, μ - расход топлива (масса сгоревшего топлива в единицу времени), \vec{U} - скорость истечения газов относительно ракеты. Векторная величина $\vec{F}_p = -\mu\vec{U}$ носит название *реактивной силы*. Она появляет-

ся вследствие истечения газов из ракеты, приложена к ракете и направлена противоположно скорости газов относительно ракеты. Если на ракету действуют внешние силы, то ее движение определяется реактивной силой \vec{F}_p и суммой внешних сил \vec{F} :

$$M\vec{a} = \vec{F}_p + \vec{F}. \quad (1.3.9)$$



Механическая работа. Мощность. Работой силы \vec{F} на перемещении $\Delta\vec{r}$ материальной точки называется скалярная величина

$$A = F\Delta r \cos \alpha, \quad (1.3.10)$$

Рис. 1.3.2 где α - угол между направлениями силы и перемещения (рис. 1.3.2). В зависимости от взаимной ориентации векторов \vec{F} и $\Delta\vec{r}$ работа может быть величиной положительной, отрицательной или равной нулю. Если на материальную точку действует система сил, то работа всех этих сил на перемещении точки $\Delta\vec{r}$ равна

где α - угол между направлениями силы и перемещения (рис. 1.3.2). В зависимости от взаимной ориентации векторов \vec{F} и $\Delta\vec{r}$ работа может быть величиной положительной, отрицательной или равной нулю. Если на материальную точку действует система сил, то работа всех этих сил на перемещении точки $\Delta\vec{r}$ равна

$$A = \sum_{i=1}^N F_i \Delta r \cos \alpha_i = F_{\Sigma} \Delta r \cos \alpha, \quad (1.3.11)$$

где α_i - угол между силой \vec{F}_i и перемещением $\Delta\vec{r}$ точки, F_{Σ} - модуль равнодействующей всех сил, действующих на материальную точку, α - угол между векторами \vec{F}_{Σ} и $\Delta\vec{r}$. При поступательном движении твердого тела работа силы (или равнодействующей нескольких сил) вычисляется по формуле (1.3.10), где под $\Delta\vec{r}$ понимается перемещение любой точки тела, например, центра масс.

Мощностью называется отношение работы A к величине интервала времени Δt , за который эта работа совершена:

$$N = \frac{A}{\Delta t}. \quad (1.3.12)$$

Если сила \vec{F} действует на точку, движущуюся со скоростью \vec{V} , то мощность этой силы равна

$$N = FV \cos \alpha, \quad (1.3.13)$$

где α - угол между направлениями силы и скорости.

Единицы измерения работы и мощности. Единица работы в СИ называется джоулем (Дж). Джоуль равен работе, совершаемой силой 1 Н при перемещении точки ее приложения на 1 м в направлении действия силы: 1 Дж = 1 Н м. Единица мощности в СИ называется ваттом (Вт). Ватт равен мощности, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж: 1 Вт = 1 Дж/с.

Энергия. Энергией называется скалярная физическая величина, являющаяся общей количественной мерой движения и взаимодействия всех видов материи. Энергия не возникает из ничего и не исчезает, она может только переходить из одной формы в другую. Понятие энергии связывает воедино все явления природы.

Для характеристики различных форм движения материи вводятся соответствующие виды энергии, например, механическая энергия, внутренняя энергия, энергия электромагнитных взаимодействий и др.

Механическая энергия E характеризует движение и взаимодействие тел и является функцией их скоростей и взаимного расположения. Она равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

Кинетическая энергия материальной точки или тела является мерой их механического движения, зависящей от скоростей их движения в данной инерциальной системе отсчета. *Кинетической энергией* материальной точки называется скалярная величина

$$E_k = \frac{mV^2}{2}. \quad (1.3.14)$$

При поступательном движении твердого тела его кинетическая энергия также определяется по формуле (1.3.10), где под m понимается масса тела, а под V - скорость любой из его точек (например,

центра масс).

Для системы материальных точек

$$E_k = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} + \dots + \frac{m_N V_N^2}{2}. \quad (1.3.15)$$

Связь между приращением кинетической энергии тела и работой приложенных к телу сил. Из второго закона Ньютона следует закон изменения кинетической энергии материальной точки

$$\Delta E_k = \frac{m V_2^2}{2} - \frac{m V_1^2}{2} = A_{12}, \quad (1.3.16)$$

согласно которому изменение кинетической энергии точки на каком-либо отрезке траектории равно работе приложенных к точке сил на этом же отрезке. Это утверждение справедливо также для твердого тела, совершающего поступательное движение. Движущееся тело обладает кинетической энергией, которая равна работе, которую нужно совершить, чтобы увеличить скорость тела от нуля до текущего значения.

Кинетическая энергия тела увеличивается, если работа приложенных к нему сил положительна, и уменьшается, если эта работа отрицательна.

Потенциальная энергия — это энергия взаимодействия тел, определяемая их взаимным расположением. Потенциальная энергия может быть введена для таких сил взаимодействия, которые зависят только от расстояний между телами системы (но не от их скоростей). Эти силы в механике выделяют в особый класс и называют *потенциальными* или *консервативными*. Потенциальными являются силы тяготения, силы упругости, кулоновские и архимедовы силы. Работа потенциальной силы не зависит от формы траектории тела и определяется только его начальным и конечным положением. Это эквивалентно утверждению, что работа потенциальной силы по любому замкнутому пути равна нулю.

Хотя потенциальная энергия — это энергия взаимодействия по

крайней мере двух тел, часто бывает удобно при ее вычислении принять одно из взаимодействующих тел за неподвижное. В этом случае можно говорить о потенциальной энергии второго тела, находящегося под действием силы со стороны первого, и рассматривать эту силу как внешнюю. Так поступают, например, определяя потенциальную энергию тела в поле притяжения Земли (см. ниже).

Таким образом, *потенциальной энергией* $E_{\text{п}}$ тела в точке M называют работу, которую нужно совершить против потенциальной силы, чтобы переместить тело из точки, где потенциальная энергия равна нулю, в точку M . Иными словами, потенциальная энергия тела — это взятая с обратным знаком работа потенциальной силы по перемещению тела из данной точки в точку, где потенциальная энергия равна нулю.

Значение потенциальной энергии тела зависит от выбора точки отсчета потенциальной энергии, в которой ее полагают равной нулю.

Зная потенциальную энергию, можно найти работу силы по перемещению тела из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = E_{\text{п1}} - E_{\text{п2}}. \quad (1.3.17)$$

Поскольку работа определяется лишь изменением потенциальной энергии, выбор нулевого уровня потенциальной энергии не играет никакой особой роли и диктуется исключительно соображениями удобства при решении конкретной задачи. Ни одно явление природы не зависит от самой потенциальной энергии. Важна лишь разность значений потенциальной энергии в конечном и начальном состояниях системы.

Потенциальная энергия тела вблизи поверхности Земли вычисляется по формуле:

$$E_{\text{п}} = mgy, \quad (1.3.18)$$

где y — высота центра тяжести тела над поверхностью Земли.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела. Простейшей моделью упругих деформаций является растяжение или

сжатие пружины. Потенциальная энергия тел, взаимодействующих посредством пружины, равна

$$E_{\text{П}} = \frac{kx^2}{2}, \quad (1.3.19)$$

где k – жесткость пружины, x – удлинение пружины, т.е. разность ее длин в деформированном и недеформированном состояниях. Потенциальная энергия, определяемая выражением (1.3.19), не зависит от свойств тел, которые связывает пружина. Эта энергия сконцентрирована в пружине.

Закон сохранения механической энергии. Полной механической энергией E материальной точки называется сумма ее кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_{\text{К}} + E_{\text{П}}. \quad (1.3.20)$$

Аналогично вводится полная механическая энергия системы точек, причем полная кинетическая энергия рассчитывается по формуле (1.3.15), а полная потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий всех пар взаимодействующих точек, а также потенциальных энергий этих точек в поле внешних сил.

Кроме потенциальных сил, в системе и на систему могут действовать также *непотенциальные силы*, которые зависят от скоростей тел. Работа непотенциальной силы при перемещении точки или тела по замкнутой траектории отлична от нуля. Непотенциальными являются силы трения скольжения и силы вязкого трения.

Изменение полной механической энергии подчиняется следующему закону: в инерциальной системе отсчета изменение полной механической энергии материальной точки, или системы точек равно работе непотенциальных сил (как внешних, так и внутренних).

Следствием этого закона является *закон сохранения полной механической энергии*: если непотенциальные силы, действующие в системе и на систему, не совершают работу, полная механическая энергия системы сохраняется.

Указания по решению задач

Большое число задач из данного раздела связано с соударениями тел или разделением тела на составные части (столкновение шариков, выстрел из пушки, разрыв гранаты и т.п.). При решении задач такого типа нужно иметь в виду, что если конечное состояние системы отделено от начального малым интервалом времени Δt (время соударения или время выстрела), то импульсом $F\Delta t$ таких внешних сил, как тяготение или трение, можно пренебречь и рассматривать систему как замкнутую. Однако, импульсом сильно меняющейся за время соударения внешней силы в общем случае пренебрегать нельзя, так как произведение малого Δt на большую F может оказаться конечной величиной. Например, при столкновении шарика с неподвижной стенкой конечное изменение его импульса за очень короткое время соударения обусловлено импульсом весьма большой силы упругости, возникающей при деформациях шарика и стенки.

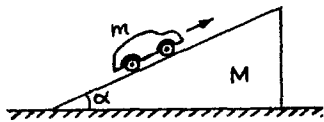
При записи закона сохранения импульса нужно следить за правильностью расстановки знаков. Некоторое направление выбирается за положительное. Проекция импульса тела записывается со знаком плюс, если направление составляющей совпадает с избранным направлением, и со знаком минус - в противоположном случае. Для тел, направления движения которых не заданы в условии задачи, знаки могут быть расставлены произвольно. Если в результате решения окажется, что проекция импульса положительна, то направление движения выбрано правильно, если отрицательна, то - неправильно.

Столкновения тел обычно описываются одной из двух простейших моделей: (абсолютно) *упругое* и (абсолютно) *неупругое* соударения. В первом случае при соударении сохраняется как импульс, так и суммарная кинетическая энергия взаимодействующих тел, во втором - тела после взаимодействия движутся с одной и той же скоростью, их импульс сохраняется, но суммарная кинетическая энергия уменьшается, т.к. часть ее переходит во внутреннюю энергию. Если соударение центральное, то и в том, и в другом случаях задача

полностью описана математически и имеет решение. Теория нецентрального удара выходит за рамки простейших моделей, поэтому в условиях задач на эту тему обязательно должны содержаться некоторые дополнительные данные, позволяющие получить единственное решение. Внимательное прочтение условия всегда даст возможность это сделать.

Задачи по теме “Законы сохранения в механике”

1.3.1. Клин массой $M = 0,5$ кг с углом при основании $\alpha = 30^\circ$ покоится на гладкой горизонтальной плоскости. На наклонную поверхность клина ставят заводной автомобиль массой $m = 0,1$ кг и отпускают без начальной скорости, после чего автомобиль начинает движение вверх по клину в плоскости рисунка. Найти скорость U автомобиля относительно клина в момент, когда клин приобретает относительно плоскости скорость $V = 2$ см/с.



1.3.2. На прямолинейном горизонтальном участке пути стоят $N = 5$ одинаковых вагонов. Промежутки между соседними вагонами одинаковы и равны $L = 30$ м. К крайнему вагону подкатывается еще один такой же вагон, имеющий скорость $V_0 = 2$ м/с. В результате N последовательных столкновений, в каждом из которых сталкивающиеся вагоны сцепляются вместе, все $N + 1$ вагонов соединяются в один состав. Найти время t между первым и последним столкновениями. Силами сопротивления движению вагонов пренебречь.

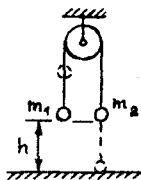
1.3.3. Граната разрывается в наивысшей точке траектории на два одинаковых осколка. Один из осколков летит в обратном направлении с той же по модулю скоростью, которую имела граната до разрыва. На каком расстоянии l от места бросания гранаты упадет на землю второй осколок, если расстояние по горизонтали от места бросания до точки, над которой произошел разрыв гранаты, составляет $a = 15$ м? Граната брошена от поверхности земли. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.3.4. Граната массой $m = 1$ кг разорвалась на высоте $h = 6$ м над землей на два осколка. Непосредственно перед разрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и по модулю равна $V = 10$ м/с. Один из осколков массой $m_1 = 0,4$ кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом разрыва со скоростью $V_1 = 40$ м/с. Чему равен модуль скорости V_2 второго осколка сразу после разрыва?

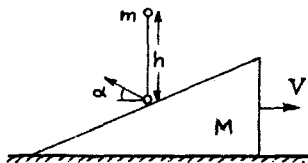
1.3.5. Кузнечик сидит на одном из концов соломинки длины $l = 50$ см, покоящейся на гладком полу. С какой минимальной относительно пола скоростью V_0 он должен прыгнуть, чтобы при приземлении попасть точно на второй конец соломинки? Масса кузнечика в $\beta = 3$ раза больше массы соломинки. Размерами кузнечика и трением между полом и соломинкой пренебречь.

1.3.6. Из пушки производится выстрел таким образом, что дальность полета снаряда в $\alpha = 2$ раза превышает максимальную высоту траектории. Считая известной величину начального импульса снаряда $p_0 = 1000$ кгм/с, определить величину его импульса p в верхней точке траектории. Спротивлением воздуха пренебречь.

1.3.7. Два груза массами m_1 и m_2 подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Оба груза вначале неподвижны и находятся на одной высоте h над горизонтальной подставкой. Найти величину изменения импульса системы грузов Δp за время, прошедшее от начала их движения до момента, когда один из грузов коснется подставки. Нить невесома и нерастяжима, блок невесом.

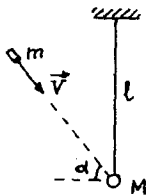


1.3.8. На покоящийся на гладком горизонтальном столе клин массой $M = 1$ кг с высоты $h = 50$ см падает шарик массой $m = 10$ г и отскакивает под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти скорость клина V после удара. Соударение между шариком и клином считать абсолютно упругим, трение между клином и столом не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.9. Тело массы $m_0 = 0,1$ кг подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что тело поднялось на высоту $h = 0,4$ м. После этого тело отпустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал горизонтально летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скоростью V_1 летел шарик, если его масса $m_1 = 7$ г?

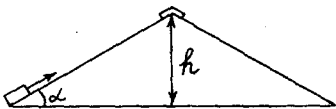
1.3.10. Шар массой $M = 1$ кг подвешен на нити длиной $l = 1,25$ м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $V = 500$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, и застревает в нем. Определить максимальный угол β отклонения нити от вертикали. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².



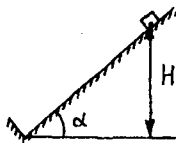
1.3.11. Два одинаковых груза нужно поднять на крышу дома. Один рабочий решил поднимать груз на веревке равномерно вертикально вверх, второй – тянуть груз равномерно вверх по трапу, угол наклона которого к горизонту $\alpha = 60^\circ$, а коэффициент трения между грузом и трапом $\mu = 0,05$. Во сколько раз β отличаются работы, совершенные при подъеме грузов на крышу обоими рабочими?

1.3.12. С горки высоты $h = 2$ м с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ начинают скатываться санки с нулевой начальной скоростью. Найти скорость V санок у основания горки, если на верхней половине горки коэффициент трения пренебрежимо мал, а на нижней половине коэффициент трения $\mu = 0,1$.

1.3.13. Кирпич, лежащий на краю крыши дома, толкнули вверх вдоль ската со скоростью $V = 10$ м/с. После упругого удара о конек кирпич соскользнул обратно и остановился на краю крыши. Найти коэффициент трения μ между кирпичом и поверхностью крыши, если конек находится на высоте $h = 2,5$ м от края крыши, а угол наклона крыши к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

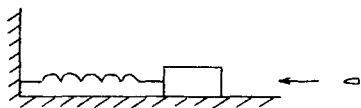


1.3.14. С наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонталью, соскальзывает без начальной скорости небольшое тело и ударяется о выступ, перпендикулярный наклонной плоскости. Считая удар о выступ абсолютно упругим, найти, на какую высоту h поднимется тело после удара. Начальная высота тела $H = 1$ м, коэффициент трения о плоскость $\mu = 0,5$.

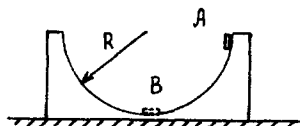


1.3.15. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 100$ г. В брусок попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $V_1 = 800$ м/с, и пробивает его насквозь. Скорость пули после вылета из бруска $V_2 = 200$ м/с. Какое количество энергии Q перешло в тепло в процессе удара? Трением бруска о плоскость пренебречь.

1.3.16. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 4$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной с коэффициентом упругости $k = 100$ Н/м. В центр бруска попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально и параллельно пружине, и застревает в нем. Определить скорость пули, если максимальное сжатие пружины после удара составило $\Delta l = 30$ см. Трением бруска о плоскость пренебречь.



1.3.17. Сферическая чашка массой $M = 200$ г покоится на гладкой горизонтальной поверхности. По внутренней поверхности чашки из положения А начинает скользить без начальной скорости маленькое тело массой $m = 20$ г. Какую скорость V будет иметь чашка в тот момент, когда тело достигнет наинизшей точки (положение В), если радиус чашки $R = 8$ см. Трением между всеми поверхностями пренебречь.



1.3.18. Из покоящейся пушки массой $M = 500$ кг, находящейся на

гладкой горизонтальной поверхности, производится в горизонтальном направлении выстрел. После выстрела снаряд массой $m = 10$ кг имеет скорость относительно земли $V = 500$ м/с. Какое количество энергии E выделилось при сгорании пороха, если кинетическая энергия снаряда и пушки после выстрела равна αE . При расчетах принять $\alpha = 1/3$.

1.3.19. Граната брошена от поверхности земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. В верхней точке траектории граната разбивается на два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии l друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве, $E = 18$ Дж, а масса гранаты $m = 1$ кг? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.20. С пристани на палубу покоящегося непришвартованного катера массы $M = 500$ кг бросают с горизонтальной скоростью $V = 5$ м/с ящик массы $m = 50$ кг, который в результате трения о палубу останавливается на ней. Какое количество тепла Q выделится при трении ящика о палубу? Сопротивлением воды движению катера пренебречь.

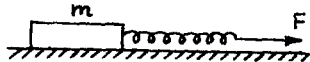
1.3.21. Человек массой $M = 70$ кг, неподвижно стоявший на коньках, бросил вперед в горизонтальном направлении снежный ком массой $m = 3,5$ кг. Какую работу A совершил человек при броске, если после броска он откатился назад на расстояние $S = 0,2$ м? Коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,01$. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.22. Опираясь о барьер катка, мальчик бросил камень горизонтально со скоростью $V_1 = 5$ м/с. Какова будет скорость V_2 камня относительно мальчика, если он бросит камень горизонтально, совершив при броске прежнюю работу, но стоя на гладком льду? Масса камня $m = 1$ кг, масса мальчика $M = 50$ кг. Трением о лед пренебречь.

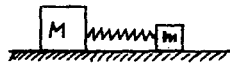
1.3.23. При броске тела от поверхности Земли под некоторым углом к горизонту была совершена работа $A = 58,8$ Дж. На каком расстоянии S от места бросания тело упало на Землю, если его масса $m = 1$ кг, а максимальная высота подъема в полете $H = 3$ м?

1.3.24. Спутник запущен на круговую орбиту, проходящую на высоте $h = 350$ км над поверхностью Земли. Через некоторое время спутник перевели на другую круговую орбиту, радиус которой меньше на $\Delta h = 25$ км. На какую величину η изменилась при этом кинетическая энергия спутника по отношению к ее первоначальному значению? Радиус Земли $R = 6400$ км.

1.3.25. Брусок массой $m = 1$ кг покоится на горизонтальной шероховатой поверхности. К нему прикреплена пружина жесткости $k = 20$ Н/м. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении, если коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0,2$? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.26. Между двумя кубиками с массами m и M находится сжатая пружина. Если кубик с массой M удерживать на месте, а другой освободить, то он отлетает со скоростью V . С какой скоростью V_1 будет двигаться кубик массы m , если оба кубика освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях. Трением и массой пружины пренебречь.



1.3.27. Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной плоскости, расталкиваются зажатой между ними пружиной и начинают двигаться поступательно со скоростями $V_1 = 3$ м/с и $V_2 = 1$ м/с. Вычислить энергию W , которая была запасена в пружине, если известно, что суммарная масса обоих тел $M = 8$ кг. Пружина невесома. Трение отсутствует.

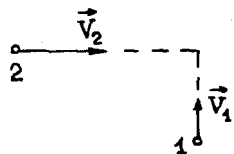
1.3.28. Автомобиль массой $m = 1500$ кг едет по горизонтальному участку дороги со скоростью $V = 72$ км/ч. На какую величину ΔN увеличивается развиваемая двигателем мощность при движении автомобиля с той же скоростью в гору, угол наклона которой составляет $\alpha = 0,1$ рад? Силу сопротивления считать в обоих случаях одинаковой.

1.3.29. Шарик массой $m = 100$ г подвешен на нити длиной $l = 1$ м. Его приводят в движение так, что он обращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, которая находится на расстоянии $l/2$ от точки подвеса. Какую работу A нужно совершить для сообщения шарiku такого движения?

1.3.30. Два тела массами $m_1 = 3,8$ г и $m_2 = 6$ г прикреплены к невесомой нити, перекинутой через блок с неподвижной осью. В начальный момент времени груз массы m_2 находится на высоте $h = 1$ м над горизонтальной поверхностью и оба груза неподвижны. Затем грузы отпускают. Определить количество теплоты Q , выделившейся при неупругом ударе тела массы m_2 о горизонтальную поверхность, если это тело сразу после удара останавливается. Силами трения пренебречь. Блок считать невесомым.

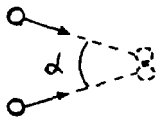
1.3.31. На невесомой нити, перекинутой через неподвижный цилиндр, подвешены два груза с массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 1$ кг. Первоначально грузы удерживают на одной высоте. При освобождении грузов без начальной скорости первый из них опускается на высоту $h = 2$ м за время $\tau = 1$ с, двигаясь равноускоренно. Какое количество тепла Q выделяется из-за трения нити о поверхность цилиндра за это время? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.32. Пластилиновые шарики имеют одинаковую массу m и взаимно перпендикулярные скорости \vec{V}_1 и \vec{V}_2 , лежащие в одной плоскости. В результате столкновения шарики слипаются и движутся как одно целое. Какое количество тепла Q выдели-



лось при столкновении, если $m = 1$ г, $V_1 = 2$ м/с, $V_2 = 4$ м/с.

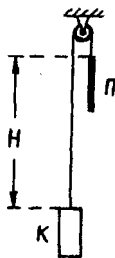
1.3.33. Два одинаковых пластилиновых шара, движущихся с равными по величине скоростями, совершают неупругий удар, после которого слипаются в одно целое. Какой угол α составляли друг с другом векторы скоростей шаров до удара, если при ударе $\eta = 1/2$ начальной кинетической энергии шаров перешло в тепло?



1.3.34. Шарик 1 массой $m = 200$ г движется равномерно со скоростью $V_1 = 10$ м/с. Навстречу ему движется шарик 2 такой же массы со скоростью $V_2 = 8$ м/с. После соударения шарик 1 стал двигаться перпендикулярно направлению его движения до соударения со скоростью $U_1 = 5$ м/с. Какое количество тепла Q выделилось при соударении шариков?

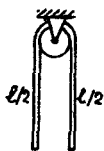
1.3.35. Частица, движущаяся в вакууме со скоростью $V_1 = 1000$ м/с, налетает на покоящуюся частицу, масса которой в 3 раза больше массы первой частицы. Происходит упругое нецентральное соударение, после которого вторая частица начинает двигаться под углом 45° к первоначальному направлению движения первой частицы. Определить величины скоростей U_1 и U_2 обеих частиц после соударения. Силу тяжести не учитывать.

1.3.36. Начальное положение кабины лифта К и противовеса П изображено на рисунке. На какую величину ΔU изменится потенциальная энергия системы при перемещении кабины вверх на расстояние $h = 10$ м, если начальная разность уровней противовеса и кабины $H = 15$ м, масса кабины $M = 1$ т, масса противовеса $m = 0,5$ т, а масса единицы длины троса, соединяющего кабину с противовесом, $\mu = 10$ кг/м? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

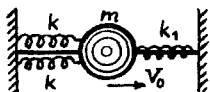


1.3.37. Канат длиной $l = 2$ м переброшен через блок. В начальный момент канат покоится и по обе стороны блока свешиваются рав-

ные его отрезки. Затем, в результате незначительного толчка равновесие каната нарушается и он приходит в движение. Какова будет скорость каната V в тот момент, когда с одной стороны блока будет свешиваться отрезок каната длиной $l_1 = 1,5$ м? Массой блока и его размерами пренебречь, энергию толчка и трение в блоке не учитывать, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



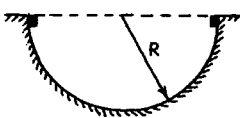
1.3.38. Шарик массой $m = 10$ г прикреплен к неподвижным стенкам тремя пружинами, две из которых имеют жесткость $k = 0,375$ Н/м, а третья — $k_1 = 0,25$ Н/м. Шарик может двигаться только поступательно вдоль горизонтальной оси. Пружины невесомы и в положении равновесия не напряжены. Шарика сообщают скорость $V_0 = 10$ см/с. Найти амплитуду колебаний шарика. Силу тяжести не учитывать.



1.3.39. На гладком столе покоится брусок массой $M = 20$ г, прикрепленный пружиной жесткости $k = 50$ Н/м к стене. В брусок ударяется шарик массой $m = 10$ г, движущийся по столу со скоростью $V_0 = 30$ м/с, направленной вдоль пружины. Считая соударение шарика и бруска упругим, найти амплитуду A колебаний бруска после удара.

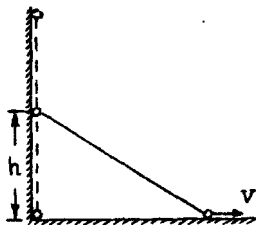
1.3.40. На горизонтальном участке пути длиной $L = 3$ км скорость поезда увеличилась от $V_1 = 36$ км/час до $V_2 = 72$ км/час. Какое количество топлива m израсходовал двигатель локомотива на этом участке, если суммарная масса поезда и локомотива $M = 1000$ т, коэффициент трения $\mu = 0,005$, удельная теплота сгорания топлива $h = 42$ МДж/кг, коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 30\%$. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.41. Два небольших тела, находящиеся на концах горизонтального диаметра гладкой полусферы радиуса $R = 20$ см, соскальзывают без начальных скоростей навстречу друг другу. При столкновении тела "слипаются" и далее движутся как одно целое.



Найти отношение α масс тел, если максимальная высота над нижней точкой полусферы, на которую поднимаются слипшиеся тела после столкновения, $h = 5$ см. Трение не учитывать.

1.3.42. Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной $l = 60$ см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости. При смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние система из шариков приходит в движение в плоскости рисунка. Найти скорость нижнего шарика V в момент времени, когда верхний шарик находится на высоте $h = 40$ см над горизонтальной плоскостью. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.43. Вдоль гладкой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 0,01$ рад, с начальной скоростью $V_0 = 0,5$ м/с, направленной вверх, пускают брусок, который через время $\tau = 2$ с упруго ударяется о стенку, движущуюся вдоль наклонной плоскости вниз со скоростью $U = 0,1$ м/с. Через какое время T после удара о стенку брусок вернется в исходное положение? Трением бруска о наклонную плоскость пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², при расчетах положить $\sin \alpha \cong \alpha$.

1.3.44. Брусок массой $m_1 = 4$ г соскальзывает без начальной скорости с высоты $h = 10$ м по наклонной плоскости. Другой брусок массой $m_2 = 2$ г движется по этой плоскости от основания вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. Бруски начинают движение одновременно. На некоторой высоте бруски сталкиваются, после чего движутся как единое тело. Определить скорость V этого тела у основания наклонной плоскости. Трение брусков о плоскость не учитывать, при расчетах ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4. Статика твердого тела

Вопросы программы

- *Сложение сил. Момент силы относительно оси вращения. Правило моментов.*
- *Условия равновесия тела. Центр тяжести тела. Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесие тел.*

Определения, понятия и законы

Статикой называется раздел механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел.

Сложение сил. Сила, действующая на твердое тело, характеризуется точкой приложения, и линией действия. В связи с этим выделяют два типа сил:

- 1) Контактные силы, возникающие при соприкосновении тел. К ним относятся силы упругости, силы трения и силы давления жидкости или газа.
- 2) Дальнодействующие силы, действующие на расстоянии между телами. К ним относятся гравитационные и электромагнитные силы.

Силы упругости и трения приложены к телу в точке или в плоскости соприкосновения с другим твердым телом. Силы давления жидкости (газа) приложены ко всем точкам поверхности тела, окруженной жидкостью (газом). Гравитационные силы действуют на каждую точку внутри тела. Их равнодействующая приложена к некоторой точке пространства, связанной с телом: к его центру тяжести (см. ниже).

Вектор силы определяет линию, вдоль которой действует сила - линию действия. Две силы, действующие на твердое тело, уравновешиваются тогда и только тогда, когда линии их действия лежат на одной прямой, силы равны по величине и действуют в противо-

положных направлениях. Перенос точки приложения силы, действующей на твердое тело, вдоль линии ее действия не влияет на изменение механического состояния тела. Таким образом, в задачах статики можно переносить точку приложения силы вдоль линии действия.

Под сложением сил, действующих на твердое тело, понимается нахождение их *равнодействующей*, т.е. силы, вызывающей такое же изменение механического состояния тела, как и данная система сил. В зависимости от взаимного направления сил и соотношения между их величинами используются следующие способы определения равнодействующей.

Равнодействующая двух сил, линии действия которых пересекаются, равна геометрической сумме этих сил. Линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия складываемых сил.

Равнодействующая двух параллельных сил (рис. 1.4.1 (а)) равна их геометрической сумме, а линия ее действия делит расстояние между точками приложения этих сил в отношении, обратном отношению модулей сил:

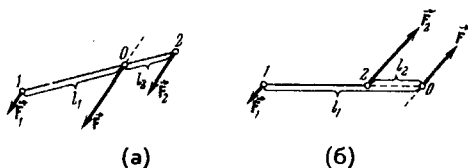


Рис. 1.4.1

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1} \tag{1.4.1}$$

Равнодействующая двух не совпадающих по модулю антипараллельных сил (рис. 1.4.1 (б)) равна их геометрической сумме, направлена в сторону большей из них, а линия ее действия пересекает продолжение прямой, соединяющей точки приложения сил, в точке *O*, для которой также выполняется равенство (1.4.1).

Если на тело действуют несколько сил, то их равнодействующая находится попарным суммированием сил описанными выше способами.

Система двух равных по модулю антипараллельных сил, линии действия которых не лежат на одной прямой, называется парой сил. Пара сил сообщает телу угловое ускорение, но не вызывает ускорения его центра масс. Свести эту систему сил к одной силе, которая приводила бы к такому же изменению состояния твердого тела, невозможно. Поэтому говорят, что пара сил не имеет равнодействующей.

Момент силы относительно оси вращения. Для того, чтобы привести твердое тело во вращение вокруг некоторой оси, к нему нужно приложить силу, имеющую отличную от нуля составляющую в плоскости, перпендикулярной к оси. При этом линия действия этой составляющей не должна проходить через ось вращения. Составляющая внешней силы, параллельная оси, не вызывает вращения тела, а приводит лишь к деформации оси. Учитывая это, под силой, действующей на твердое тело, будем понимать составляющую этой силы в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Плечом силы называют расстояние от оси вращения (в плоскости, перпендикулярной к оси) до линии действия силы (см. рис. 1.4.2).



Рис. 1.4.2

Моментом силы относительно оси называют величину, равную произведению величины силы F на плечо l и взятую со знаком $+$, если сила

стремится вызвать поворот тела по часовой стрелке, и со знаком $-$, если против часовой стрелки:

$$M = Fl. \quad (1.4.2)$$

Правило моментов. Состояние твердого тела, в котором все его точки остаются сколь угодно долго неподвижными по отношению к выбранной инерциальной системе отсчета, называется *равновесием*. Условие равновесия твердого тела, имеющего ось вращения, может быть сформулировано в виде *правила моментов*: тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю.

Условия равновесия тела. Если твердое тело может перемещаться поступательно, а также совершать вращательное движение относительно некоторой оси, равновесие тела достигается при одновременном выполнении двух условий:

- 1) Сумма всех сил, приложенных к телу, равна нулю.
- 2) Алгебраическая сумма моментов всех сил, приложенных к телу относительно оси вращения (или любой другой оси, параллельной оси вращения) равна нулю.

Центр тяжести тела. Всякое тело, находящееся в гравитационном поле, можно представить в виде системы частиц, на каждую из которых действует сила тяжести, пропорциональная ее массе. Полная сила тяжести, действующая на тело, является равнодействующей всех этих сил. Вблизи поверхности Земли, где гравитационное поле можно считать однородным, элементарные силы тяжести, действующие на частицы, параллельны. Точка приложения равнодействующей всех элементарных сил тяжести называется *центром тяжести* тела. В однородном гравитационном поле центр тяжести тела совпадает с центром масс тела.

Относительно оси, проходящей через центр тяжести тела, сумма моментов всех элементарных сил тяжести равна нулю.

Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесие тел. На практике большую роль играет качественная характеристика равновесия, называемая устойчивостью. В связи с этим различают три типа равновесия тел: устойчивое, неустойчивое и безразличное.

Положение равновесия системы называется *устойчивым*, если при отклонении любого тела системы от этого положения возникают силы, направленные к этому положению. Положение равновесия называется *неустойчивым*, если при отклонении любого тела системы от этого положения возникают силы, удаляющие тела системы от равновесия. Равновесие системы называется *безразличным*, если существует область отклонений от положения равновесия, в которой смещение любого тела системы не вызывает сил, изменяющих состояние системы (см. рис. 1.4.3).

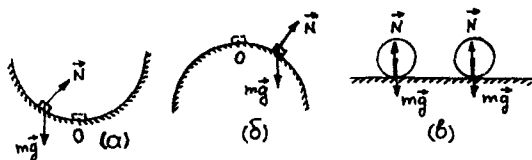


Рис. 1.4.3. Виды равновесия: (а) - устойчивое, (б) - неустойчивое, (в) - безразличное

Указания по решению задач

При решении задач по данной теме, как и при решении динамических задач, нужно прежде всего выяснить, какие силы действуют на рассматриваемые тела. Эти силы необходимо изобразить на чертеже.

В статике используются два типа уравнений, выражающих условия равновесия тела:

- 1) сумма проекций действующих на тело сил на любое направление равна нулю,
- 2) сумма моментов этих сил относительно любой неподвижной оси равна нулю.

При решении задач на плоскости (именно такие задачи чаще всего встречаются) для проекций сил можно записать два независимых уравнения для взаимно перпендикулярных направлений, например для горизонтального и вертикального. Целесообразно выбирать направления таким образом, чтобы проекции сил выражались наиболее просто, т.е. чтобы соответствующие косинусы углов между силами и выбранным направлением равнялись нулю или единице, или были бы заранее известны.

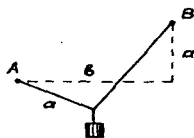
Если рассматриваемые в задаче силы лежат в одной плоскости, то можно записать только одно независимое уравнение для моментов сил относительно оси, перпендикулярной к этой плоскости. Решение задачи упрощается, если ось выбрать так, чтобы в уравнение моментов по возможности не входили моменты сил, знание которых не требуется по условию задачи. Для этого нужно, чтобы плечи этих сил были равны нулю.

Задачи по теме “Статика твердого тела”

1.4.1. Однородный шар массы $m = 7$ кг привязан за веревку к гвоздю, вбитому в стену. Какую горизонтальную силу F нужно приложить к середине веревки, чтобы натяжения нижней и верхней ее половин относились как 1:2, а шар не касался стенки? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4.2. Груз массой $m = 1,2$ кг подвешен к середине нити длиной $L = 2$ м, концы которой закреплены на одном уровне. Найти максимально возможное расстояние x между точками закрепления концов нити, если она выдерживает нагрузку не более $F = 10$ Н. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

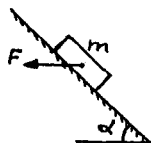
1.4.3. На двух гвоздях, вбитых в стену в точках A и B (см. рисунок), повешена веревка. Расстояние между гвоздями по горизонтали $b = \sqrt{3}$ м $\approx 1,73$ м, разность высот, на которых вбиты гвозди, $a = 1$ м, длина веревки равна $a + b$. На веревке на расстоянии a от точки A подвешивают груз, который не касается стены. Найти отношение α сил натяжения веревки слева и справа от груза. Веревку считать невесомой и нерастяжимой.



1.4.4. На внутренней поверхности гладкой сферы лежит невесомый стержень с маленькими шариками массами m_1 и m_2 на концах. Длина стержня равна радиусу сферы. Пренебрегая трением найти угол α между стержнем и горизонталью.



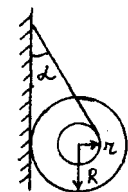
1.4.5. Брусок массой $m = 1$ кг находится на неподвижной наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. С какой минимальной горизонтальной силой F нужно действовать на брусок, чтобы он покоился? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,25$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



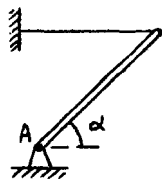
1.4.6. Однородный стержень длиной $l = 1$ м и массой $m = 0,8$ кг несет на концах два маленьких шарика, массы которых $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 0,25$ кг. Стержень может поворачиваться на горизонтальной оси, находящейся на расстоянии $l_1 = 0,3$ м от шарика меньшей массы. Чтобы стержень был расположен горизонтально, под шарик большей массы подставлена опора. Найти силу F , действующую на опору. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4.7. Однородный стержень лежит горизонтально на двух опорах. Расстояние от центра стержня до ближайшей опоры $S = 0,3$ м. Найти расстояние между опорами l , если известно, что силы, действующие на стержень со стороны опор, отличаются друг от друга на величину, равную $\alpha = 1/5$ веса стержня.

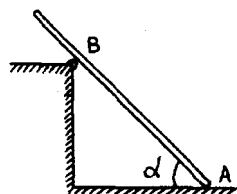
1.4.8. К гвоздю, вбитому в стенку, привязана нить, намотанная на катушку. Катушка висит, опираясь о стенку. Нить составляет со стенкой угол $\alpha = 30^\circ$. Размеры катушки: $r = 1$ см, $R = 10$ см. Найти минимальное значение коэффициента трения μ между стенкой и катушкой, при котором катушка неподвижна.



1.4.9. Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке А и удерживается горизонтальной нитью. Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Найти величину силы реакции шарнира F . Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.4.10. Лестница стоит на шероховатом полу и опирается о выступ, снабженный роликом. Расстояние AB от нижнего конца лестницы до выступа составляет $3/4$ ее полной длины, угол наклона лестницы $\alpha = 45^\circ$. Каков должен быть коэффициент трения μ между лестницей и полом, чтобы она находилась в равновесии? Трением в ролике пренебречь.



1.4.11. Деревянная линейка выдвинута за край стола на $\alpha = 1/4$ часть своей длины. При этом она не опрокидывается, если на ее свешивающийся конец положить груз массой не более $m_1 = 250$ г. На какую часть длины β можно выдвинуть за край стола эту линейку, если на ее свешивающийся конец положен груз массой $m_2 = 125$ г?

1.4.12. Автомобиль массой $M = 1000$ кг равномерно движется вверх по наклонному участку дороги, составляющему с горизонтом угол $\alpha = 15^\circ$. Найти силу N , с которой давят на дорогу передние колеса автомобиля, если расстояние между его осями $L = 2$ м, центр тяжести расположен посередине между осями на расстоянии $H = 0.5$ м от поверхности дороги, ведущие колеса – задние. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4.13. Автомобиль массой M поднимается с постоянной скоростью вверх по дороге, составляющей угол α с горизонтом. Найти силу F взаимодействия ведущих (задних) колес с поверхностью дороги. Расстояние между осями автомобиля L , центр тяжести находится посередине между осями на расстоянии H от поверхности дороги. Силу трения, действующую на передние колеса, не учитывать. Ускорение свободного падения g .

1.5. Механика жидкостей и газов

Вопросы программы

- Давление. Единицы измерения давления: паскаль, мм рт.ст.
- Закон Паскаля. Гидравлический пресс. Давление жидкости на дно и стенки сосуда. Сообщающиеся сосуды.
- Атмосферное давление. Опыт Торричелли. Изменение атмосферного давления с высотой.
- Закон Архимеда для тел, находящихся в жидкости или газе. Плавание тел.

Определения, понятия и законы

В механике жидкостей и газов изучаются равновесие и движение жидкостей и газов, а также их взаимодействие с твердыми телами. В частности, в гидроаэростатике рассматриваются условия и закономерности равновесия жидкостей и газов под воздействием приложенных к ним сил, а также условия равновесия твердых тел, находящихся в жидкостях или газах.

Давление. Действие тел (твердых, жидких или газообразных) на мысленно выделенный объем жидкости (газа) можно отнести к одному из двух типов: действие на расстоянии и контактное воздействие.

Величина далекодействующих сил (гравитационных и электромагнитных) пропорциональна выделенному объему жидкости (газа), поэтому эти силы называются *объемными*. Величина контактных сил пропорциональна площади выделенного участка поверхности, ограничивающей данный объем, поэтому эти силы получили название *поверхностных*.

Если любой выделенный объем жидкости или газа находится в равновесии, то поверхностные силы действуют лишь перпендикулярно элементарным поверхностям, ограничивающим этот объем. Существование касательных составляющих поверхностных сил при равновесии невозможно, так как из-за текучести любая сколь угодно малая касательная сила вызывает деформацию сдвига жидкости (газа), т.е. нарушает равновесие. Поэтому при описании взаимодействия элементов жидкости (газа) между собой и с другими телами рассматривают лишь нормальные компоненты поверхностных сил.

Давлением называют скалярную величину, равную отношению величины ΔF_n нормальной компоненты поверхностной силы, действующей на элементарную площадку, к площади этой площадки ΔS :

$$p = \frac{\Delta F_n}{\Delta S} \quad (1.5.1)$$

Если сила давления \vec{F} равномерно распределена по поверхности площадью S , то давление

$$p = \frac{F_n}{S}. \quad (1.5.2)$$

Единицы измерения давления: паскаль, мм. рт. ст. Единица давления в Международной системе единиц называется *паскаль* (Па): Паскаль равен давлению, вызываемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м²: 1 Па = 1 Н/м². На практике также широко применяется внесистемная единица давления – *миллиметр ртутного столба* (мм. рт. ст.). Это давление, оказываемое на дно сосуда столбиком ртути высотой в 1 мм: 1 мм рт. ст. = 133 Па.

Закон Паскаля. Когда внешняя сила действует на твердое тело, то создаваемое ею давление передается телом в направлении действия силы. Жидкости и газы ведут себя принципиально иначе. Согласно *закону Паскаля*, давление, оказываемое на покоящуюся жидкость внешними силами, передается ею одинаково во всех направлениях. То же самое утверждение справедливо и для газа.

Иными словами, это означает, что давление на элементарную площадку, помещенную в покоящуюся жидкость или газ, одинаково при любой ориентации площадки.

Давление жидкости на дно и стенки сосуда. Следствием закона Паскаля является уравнение, описывающее распределение давления внутри покоящейся несжимаемой жидкости, находящейся в поле тяготения. Записывая условия равновесия мысленно выделенного вертикального столба жидкости, можно получить для давления жидкости на глубине h следующее выражение:

$$p(h) = \rho gh, \quad (1.5.3)$$

где ρ – плотность жидкости, которая вследствие ее несжимаемости одинакова на любой глубине, g – ускорение свободного падения. Давление, определяемое формулой (1.5.3), называется гидростати-

ческим. Это давление создает жидкость, находящаяся в равновесии под действием силы тяжести.

Поскольку давление верхних слоев жидкости на нижележащие слои передается ими одинаково по всем направлениям, приложенное к поверхности жидкости внешнее давление p_0 увеличивает давление в каждой точке жидкости на одну и ту же величину. В этом случае

$$p(h) = p_0 + \rho gh. \quad (1.5.4)$$

Таким образом, сила тяжести и внешнее давление на поверхности жидкости создают внутри покоящейся жидкости давление, которое, согласно закону Паскаля, передается на и дно, и на стенки сосуда. По третьему закону Ньютона дно и стенки сосуда оказывают на жидкость такое же по величине давление.

Если стенки сосуда вертикальные, то силы давления стенок сосуда на жидкость направлены горизонтально и не имеют вертикальной составляющей. В этом случае сила гидростатического давления жидкости на дно сосуда равна весу жидкости в сосуде. Если стенки сосуда наклонные, то сила давления стенок на жидкость имеет вертикальную составляющую. Поэтому в расширяющемся кверху сосуде сила давления жидкости на дно равна разности веса жидкости и вертикальной составляющей силы давления стенок. В этом случае сила гидростатического давления на дно меньше веса жидкости. В сужающемся кверху сосуде, наоборот, сила давления на дно равна сумме веса жидкости и вертикальной составляющей силы давления стенок на жидкость. В этом случае сила гидростатического давления на дно больше веса жидкости.

К гидростатическому давлению добавляется давление воздуха p_0 , которое он оказывает на свободную поверхность жидкости. Это не влияет на равновесие сосуда с жидкостью, поскольку такое же давление воздух оказывает на стенки и дно сосуда снаружи.

Гидравлический пресс. Закон Паскаля позволяет объяснить действие широко применяемого на практике устройства – гидравлического пресса. Гидравлический пресс состоит из двух цилиндров

разного диаметра, снабженных поршнями и соединенных трубкой. Пространство под поршнями заполняется жидкостью (обычно минеральным маслом). Пусть на поршень площади S_1 действует нормальная сила F_1 , а на поршень площади S_2 - нормальная сила F_2 . Если поршни находятся на одном уровне, то согласно закону Паскаля давление под поршнями одинаково, т.е. $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$. Отсюда

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}. \quad (1.5.5)$$

Если поршни находятся на разных уровнях, то давления под ними различаются на величину $\Delta p = \rho g \Delta h$, где ρ - плотность жидкости, а Δh - разность высот поршней. В этом случае формула (1.5.3) вообще говоря неверна, однако указанной разницей давлений как правило можно пренебречь по сравнению с давлением жидкости в прессе, создаваемом поршнями.

Гидравлический пресс является механизмом, позволяющим развивать большое усилие на одном из поршней при небольшом усилии на другом. Положенный в его основу принцип используется и в других гидравлических машинах (гидравлические подъемники, гидроусилители и т.п.).

Сообщающиеся сосуды. Система сосудов, соединенных трубами, заполненными покоящейся жидкостью, называется *сообщающимися сосудами*. Равенство давлений жидкости на одном и том же уровне приводит к тому, что свободные поверхности однородной жидкости в сообщающихся сосудах любой формы находятся на одном уровне (если влияние сил поверхностного натяжения пренебрежимо мало). Если в сообщающихся сосудах находятся жидкости с различными плотностями, то при равенстве давлений высота столба жидкости с меньшей плотностью будет больше высоты столба жидкости с большей плотностью.

Атмосферное давление. Опыт Торричелли. Наша Земля окружена атмосферой - слоем воздуха, состоящего из смеси различных

газов. Давление воздуха у поверхности Земли равно примерно $p_0 = 10^5$ Па. Однако человек в повседневной жизни не замечает действия атмосферного давления, поскольку все органы внутри его тела сжаты до такого же давления.

Одними из первых экспериментальных доказательств существования атмосферного давления явились опыты итальянского физика *Е. Торричелли*, сделанные им в 1643 - 1644 годах. Для этих опытов он использовал стеклянную трубку длиной в 1 м, запаянную с одного конца. Заполняя эту трубку ртутью и опуская ее открытым концом в чашку со ртутью, Торричелли убедился, что ртуть из трубки выливается в чашку не полностью. Каждый раз высота оставшегося столба ртути была примерно одинаковой и составляла около 760 мм.

Прибор, описанный Торричелли представляет собой *ртутный барометр*. Действие этого прибора, являющегося разновидностью сообщающихся сосудов - трубки со ртутью и атмосферы - основано на том, что давление в области над поверхностью ртути в трубке (в *торричеллевой пустоте*) пренебрежимо мало. Из условий механического равновесия ртути следует связь между давлением атмосферы и высотой столба ртути h_{Hg} :

$$p_0 = \rho g h_{\text{Hg}} . \quad (1.5.6)$$

Изменение атмосферного давления с высотой. Давление атмосферы зависит от погодных условий и высоты места наблюдения. В обычных условиях на уровне моря высота столба ртути составляет около 760 мм и уменьшается с подъемом барометра. Однако *изменение атмосферного давления с высотой* происходит не по линейному закону, как для жидкостей, а по более сложному. Это объясняется тем, что воздух (как и любой газ) является сжимаемой средой, его плотность зависит от давления и температуры (см. раздел 6 настоящего пособия). Расчет с учетом сжимаемости воздуха показывает, что при постоянной температуре атмосферы изменение давления с высотой h описывается барометрической формулой

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right), \quad (1.5.7)$$

где M - молярная масса воздуха (29 г/моль), g - ускорение свободного падения у поверхности Земли, T - абсолютная температура, R - универсальная газовая постоянная (8,31 Дж/(моль · К)).

Закон Архимеда для тел, находящихся в жидкости или газе. Зависимость давления в жидкости или газе от глубины приводит к возникновению выталкивающей силы, действующей на любое тело, погруженное в жидкость или газ. Выталкивающая (архимедова) сила представляет собой результирующую элементарных сил давления, действующих на поверхность тела со стороны окружающей жидкости (газа). В соответствии с законом Архимеда, выталкивающая сила направлена вертикально вверх; ее величина равна весу жидкости (газа) в объеме погруженной части тела, а точка приложения совпадает с центром тяжести объема вытесненной телом жидкости (газа).

Плавание тел. Пусть тело, погруженное в жидкость, предоставлено самому себе. Если сила тяжести, действующая на это тело, равна архимедовой силе, то тело плавает внутри жидкости, т.е. находится в безразличном равновесии на любой глубине. Если сила тяжести больше архимедовой силы, то тело опускается вниз (тонет). Если сила тяжести меньше архимедовой силы, то тело поднимается вверх (всплывает на поверхность жидкости) до тех пор, пока вес жидкости, вытесненной погруженной в нее части тела, не станет равным силе тяжести, действующей на тело.

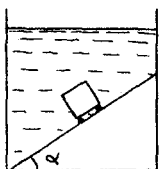
Задачи по теме “Механика жидкостей и газов”

1.5.1. Браслет массы $M = 80$ г сделан из сплава золота и серебра. Вычислить массу золота m , содержащегося в браслете, исходя из следующих данных. Плотность золота $\rho_1 = 19,3$ г/см³, плотность серебра $\rho_2 = 10,5$ г/см³. При погружении браслета в воду, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками и площадью основания

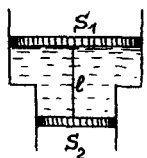
$S = 25 \text{ см}^2$, уровень воды поднимается на $h = 2 \text{ мм}$. Объем сплава принять равным суммарному объему исходных компонент.

1.5.2. На поверхности воды плавает лист пенопласта, причем толщина погруженной в воду части $h = 1 \text{ см}$. Если положить на пенопласт груз массой $M = 50 \text{ кг}$, то высота выступающей над водой части пенопласта уменьшится на $\Delta h = 5 \text{ см}$. Чему равна масса m пенопласта?

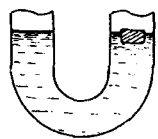
1.5.3. На наклонном дне сосуда, наполненного водой, покоится на маленьких подставках алюминиевый кубик с ребром $a = 10 \text{ см}$. Определить суммарную силу трения между кубиком и подставками. Угол наклона дна сосуда к горизонту $\alpha = 30^\circ$, плотности алюминия и воды, соответственно, $\rho_A = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_B = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



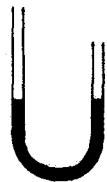
1.5.4. В сосуде, вертикальное сечение которого изображено на рисунке, находятся в равновесии два невесомых поршня, соединенные невесомой нерастяжимой нитью. Пространство между поршнями заполнено жидкостью, плотность которой $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. Найти силу натяжения нити T , если площади поршней $S_1 = 0,1 \text{ м}^2$ и $S_2 = 0,05 \text{ м}^2$, а длина нити $l = 0,5 \text{ м}$. Трением поршней о стенки сосуда пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



1.5.5. В одно из колен U-образной трубки, частично заполненной водой, опускают плавать кусочек дерева массой $m = 10 \text{ г}$. На какую высоту Δh поднимется уровень воды в трубке, если ее сечение $S = 10 \text{ см}^2$? Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.



1.5.6. Вертикально расположенная U-образная трубка частично заполнена ртутью, причем левый конец трубки выше уровня ртути на $h_1 = 50,2 \text{ см}$, а правый - на $h_2 =$



25 см. В оба колена трубки наливают воду так, что они оказываются полностью заполненными. На какую величину Δh переместится уровень ртути в левом колене трубки, если известно, что ртуть из него не вытесняется полностью? Плотность ртути $\rho = 13.6 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$.

1.5.7. В трех одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. В левый сосуд налили слой воды высотой $h_1 = 180$ мм, а в правый - высотой $h_3 = 228$ мм. На какую величину h_2 сместится уровень ртути в среднем сосуде, если известно, что ртуть из левого и правого сосудов не вытесняется водой полностью? Плотность ртути $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$.



1.5.8. Однородный шар радиуса $R = 1$ см подвешен на пружине так, что половина его погружена в воду. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$. Плотность материала, из которого изготовлен шар, $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$. Определить силу F , действующую на шар со стороны пружины. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.5.9. К коромыслу равноплечных весов подвешены два сплошных однородных шарика равной массы, сделанных из разных материалов. Если одновременно один из шариков поместить в жидкость с плотностью $\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, а другой - в жидкость с плотностью $\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, то равновесие сохранится. Считая, что плотности шариков больше плотностей жидкостей, найти отношение плотностей шариков α .

1.5.10. В цилиндрическом сосуде уровень воды находится на высоте $H = 20$ см. Когда в сосуд пустили плавать пустой стеклянный стакан, уровень воды поднялся на $\Delta h = 2$ см. На какой высоте H_1 будет располагаться уровень воды в сосуде, если стакан утопить? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$, плотность стекла $\rho_{\text{с}} = 2,5 \text{ г/см}^3$.

1.5.11. В двух сосудах налиты одинаковые объемы различных жид-

костей. Если брусок из пластмассы поместить в первый сосуд, то он плавает в нем, причем сторона бруска, имеющая длину a , перпендикулярна поверхности жидкости и высота выступающей части равна h_1 . Если этот брусок поместить во второй сосуд, то высота выступающей части станет h_2 . Какой будет величина выступающей части h , если жидкости слить в один сосуд? Считать, что жидкости смешиваются без изменения суммарного объема.

1.5.12. В сосуде с жидкостью плотности $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$ плавает однородный кубик. Верхняя грань кубика параллельна поверхности жидкости, а высота выступающей над жидкостью части $h_1 = 1,8 \text{ см}$. Когда кубик поместили в сосуд с жидкостью плотности $\rho_2 = 1800 \text{ кг/м}^3$, высота выступающей части стала $h_2 = 2,4 \text{ см}$. Найти плотность материала кубика ρ .

1.5.13. Цилиндрическая пробирка с грузиком, имеющая площадь поперечного сечения $S = 1 \text{ см}^2$, плавает в воде вертикально, причем из воды высовывается часть пробирки высотой $h = 5 \text{ см}$. Какова минимальная плотность жидкости ρ , в которой пробирка с грузиком не утонет, если суммарная масса пробирки и грузика $M = 20 \text{ г}$? Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

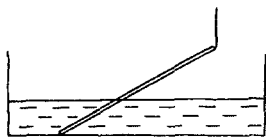
1.5.14. В цилиндрический сосуд с водой опускают деревянный шар радиусом R , внутри которого помещен свинцовый грузик массой m . На какую высоту h поднимется при этом уровень воды в сосуде, если площадь его дна S , плотность воды ρ_v , плотность дерева ρ_d , плотность свинца $\rho_{св}$?

1.5.15. Тело, состоящее из куска льда и вмержшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объема тела. Какой процент льда β должен растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду? Плотность воды $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{л} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность алюми-

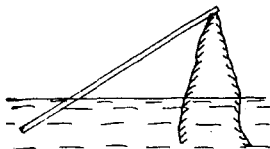


ния $\rho_A = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.5.16. Алюминиевая спица с длиной $L = 25 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 0,1 \text{ см}^2$ подвешена на нити за верхний конец. Нижний конец опирается на горизонтальное дно сосуда, в который налита вода. Длина погруженной в воду части спицы $l = 10 \text{ см}$. Найти силу F , с которой спица давит на дно сосуда, если известно, что нить расположена вертикально. Плотность алюминия $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_B = 1 \text{ г/см}^3$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



1.5.17. Тонкая однородная палочка опирается одним концом о вершину острого камня, выступающего из воды. Другой конец палочки находится на плаву, причем погруженная в воду часть палочки в α раз меньше всей ее длины. Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\alpha = 3$. Найти плотность ρ материала, из которого сделана палочка.



1.6. Механические колебания и волны. Звук

Вопросы программы

- Понятие о колебательном движении. Период и частота колебаний.
- Гармонические колебания. Смещение, амплитуда и фаза при гармонических колебаниях.
- Свободные колебания. Колебания груза на пружине. Математический маятник. Периоды их колебаний. Превращения энергии при гармонических колебаниях. Затухающие колебания.
- Вынужденные колебания. Резонанс.

- Понятие о волновых процессах. Поперечные и продольные волны. Длина волны. Скорость распространения волн. Фронт волны.
- Интерференция волн. Принцип Гюйгенса. Дифракция волн.
- Звуковые волны. Скорость звука. Громкость и высота звука.

Определения, понятия и законы

Понятие о колебательном движении. Колебаниями называются движения или изменения состояния системы, обладающие повторяемостью во времени. Колебания весьма разнообразны по своей природе. Модели колебательных процессов широко используются в физике, химии, биологии, науках о Земле. Колебания самой разной природы могут иметь общие количественные закономерности и описываться одинаковыми математическими методами.

Колебания механических систем представляют собой повторяющиеся движения в окрестности устойчивого положения равновесия. Примерами механических колебаний являются движения груза, подвешенного на пружине, качания маятника, колебания натянутой струны, колебания ветвей и ствола дерева на ветру и т.п.

Колебания называются *периодическими*, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через *равные* промежутки времени.

Период и частота колебаний. Периодом колебаний T называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех величин, характеризующих колебательное движение (например, смещения, скорости и ускорения колеблющейся точки). За это время совершается одно *полное колебание*. Период колебаний измеряется в секундах. Величина, обратная периоду, $\nu = 1/T$, называется частотой колебаний. Частота колебаний измеряется в герцах. Один герц – это частота колебаний, период которых равен одной секунде. Круговой или циклической частотой колебаний называют величину $\omega = 2\pi\nu$. Круговая частота измеряется в радианах в секунду. Она связана с периодом колебаний

формулой $\omega = 2\pi/T$.

Гармонические колебания. Смещение, амплитуда и фаза при гармонических колебаниях. Частным, но весьма широко распространенным случаем периодических колебаний являются гармонические колебания, происходящие во времени по закону синуса или косинуса. Гармонические колебания в общем случае описываются формулой:

$$x = a \sin \omega t + b \cos \omega t, \quad (1.6.1)$$

где x - смещение колеблющегося тела относительно положения равновесия в данный момент времени t , a и b - константы, определяемые начальным состоянием тела, т.е. его начальным смещением x_0 и начальной скоростью V_0 : $a = V_0 / \omega$, $b = x_0$. Во многих случаях удобно вместо (1.6.1) использовать для описания колебаний эквивалентную формулу

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.6.2)$$

где A - максимальное смещение тела относительно положения равновесия, называемое амплитудой колебаний, $\omega t + \varphi_0$ - аргумент гармонической функции, называемый фазой колебаний. Амплитуда и фаза колебаний однозначно определяют механическое состояние (т.е. координату и скорость) колеблющегося тела в любой момент времени. Амплитуда A и начальная фаза колебаний φ_0 выражаются через константы a и b , следующим образом:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{V_0^2 / \omega^2 + x_0^2}, \quad \varphi_0 = \arctg(-a/b) = \arctg(-V_0 / (\omega x_0)).$$

График зависимости смещения колеблющегося тела от времени изображен на рис. 1.6.1.

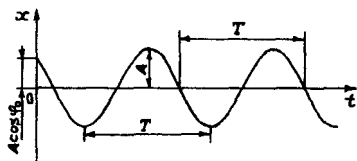


Рис. 1.6.1

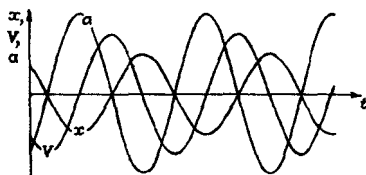


Рис. 1.6.2

Скорость колеблющегося тела равна производной от координаты тела по времени:

$$V = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1.6.3)$$

Скорость изменяется по синусоидальному закону с такой же частотой, что и смещение (рис. 1.6.2). Амплитуда скорости $A\omega$ пропорциональна циклической частоте и амплитуде смещения. Фаза скорости опережает фазу смещения на $\pi/2$. В частности, скорость колеблющегося тела максимальна по абсолютной величине в момент прохождения телом положения равновесия. При максимальных смещениях тела от положения равновесия его скорость равна нулю.

Ускорение колеблющегося тела равно второй производной смещения по времени:

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1.6.4)$$

Ускорение изменяется по косинусоидальному закону с той же частотой, что и смещение (рис. 1.6.2). Амплитуда ускорения $A\omega^2$ пропорциональна квадрату циклической частоты и амплитуде смещения. Фаза ускорения отличается от фазы смещения на π . Это означает, что ускорение колеблющегося тела всегда направлено к положению его равновесия. Величина ускорения максимальна при наибольших смещениях тела от положения равновесия.

Свободные колебания. Колебания груза на пружине. Математический маятник. Периоды их колебаний. Особое место в физике занимает определенный тип колебательных движений – свободные колебания. Они возможны в случае, когда в колебательной системе не действуют переменные во времени внешние силы, или когда работа переменных внешних сил равна нулю. Свободные колебания возникают в системе, предоставленной самой себе после какого-либо однократного начального воздействия на нее, приводящего к отклонению от положения равновесия. При свободных колебаниях в системе всегда действуют силы, стремящиеся вернуть ее

в положение равновесия. Если внешние и внутренние силы потенциальны, то при колебаниях сохраняется механическая энергия. В этом случае свободные колебания называются *незатухающими*. Незатухающие свободные колебания в системе возможны лишь при отсутствии трения и любых других сил сопротивления. Амплитуда незатухающих колебаний постоянна (не зависит от времени).

Уравнение движения системы, совершающей свободные гармонические колебания, всегда может быть приведено к виду:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 . \quad (1.6.5)$$

Множитель, стоящий перед координатой в уравнении вида (1.6.5), представляет собой квадрат циклической частоты свободных колебаний.

Важным примером колебательной системы является груз, подвешенный на пружине. Такая система способна совершать гармонические колебания, если сила упругости пружины пропорциональна величине смещения груза относительно положения равновесия, т.е. если сила упругости подчиняется закону Гука. Циклическая частота и период свободных колебаний груза, подвешенного на пружине, определяются формулами:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} . \quad (1.6.6)$$

Здесь m – масса груза, k – коэффициент упругости пружины.

Математический маятник представляет собой идеализированную модель колебательной системы: материальную точку, подвешенную на невесомой нерастяжимой нити и находящуюся в поле силы тяжести. Движения маятника происходят под действием силы тяжести и силы натяжения нити. Циклическая частота и период колебаний при малых углах отклонения маятника от вертикали даются выражениями

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} , \quad (1.6.7)$$

где l — длина нити, g — ускорение свободного падения.

Превращения энергии при гармонических колебаниях. При свободных гармонических колебаниях полная механическая энергия колебательной системы остается постоянной. Однако она периодически меняет свою форму, превращаясь из кинетической энергии в потенциальную и обратно. Этот процесс повторяется дважды на каждом периоде колебания. Кинетическая энергия достигает максимума в моменты прохождения системой положения равновесия. Потенциальная энергия, напротив, максимальна в моменты наибольших отклонений колеблющегося тела от положения равновесия, т.е. в моменты времени, когда скорость движения обращается в нуль.

Полная энергия гармонических колебаний пружинного маятника пропорциональна квадрату амплитуды колебаний A :

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \quad (1.6.8)$$

Для математического маятника, колеблющегося с угловой амплитудой α_0 , полная энергия

$$E = mgl(1 - \cos \alpha_0) \cong \frac{mgl\alpha_0^2}{2} = \frac{m\omega^2 l^2 \alpha_0^2}{2}. \quad (1.6.9)$$

Затухающие колебания. В реальных колебательных системах свободные колебания постепенно затухают под действием сил сопротивления, например, силы трения колеблющегося тела о воздух. Энергия свободных колебаний уменьшается с течением времени.

Затухающие колебания представляют собой непериодические движения. Поэтому к ним неприменимы непосредственно понятия периода и частоты, введенные для периодических колебаний.

Условным периодом $T_{\text{зат}}$ затухающих колебаний называется промежуток времени между двумя последовательными прохождениями колеблющейся системой положения равновесия при движении в одну и ту же сторону. Величина $\omega_{\text{зат}} = 2\pi / T_{\text{зат}}$ называется *цикли-*

ческой частотой затухающих колебаний. Она всегда меньше циклической частоты ω незатухающих колебаний в идеализированной системе без трения. Разность между ω и $\omega_{зат}$ увеличивается с возрастанием коэффициента трения.

Количественной характеристикой затухания является *добротность* колебаний, определяемая как число свободных колебаний системы, которые произойдут до того, как полная механическая энергия колебательной системы уменьшится в два раза.

Вынужденные колебания. Резонанс. Вынужденными колебаниями называются движения системы, которые вызываются действием на нее внешних сил $F(t)$, периодически изменяющихся во времени. Сила $F(t)$ называется *вынуждающей силой*.

Если вынуждающая сила $F(t)$ изменяется по гармоническому закону

$$F(t) = F_0 \cos \gamma t, \quad (1.6.10)$$

где F_0 – амплитуда вынуждающей силы, а γ – ее циклическая частота, то в системе устанавливаются вынужденные колебания, которые также являются гармоническими, происходят с циклической частотой, равной частоте γ вынуждающей силы, и описываются уравнением

$$x = A_{вын} \cos(\gamma t + \phi_1). \quad (1.6.11)$$

Здесь $A_{вын}$ – амплитуда вынужденных колебаний, ϕ_1 – разность фаз между смещением x и силой $F(t)$. В процессе установления вынужденных колебаний движения в системе носят сложный характер: происходит наложение свободных затухающих колебаний и вынужденных колебаний. После того, как свободные колебания прекратятся, в системе установятся вынужденные колебания.

Амплитуда установившихся вынужденных колебаний зависит от соотношения частот вынуждающей силы γ и свободных колебаний

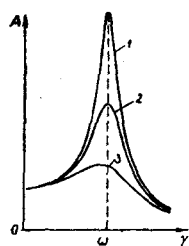


Рис. 1.6.3

ω , а также от трения в системе. Изменение амплитуды колебаний в зависимости от частоты вынуждающей силы при различных коэффициентах трения изображено на рис. 1.6.3. Кривой 1 соответствует минимальное трение, а кривой 3 — максимальное.

Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к частоте свободных колебаний системы называется **резонансом**. Расчет показывает, что при наличии трения в системе резонансная циклическая частота $\gamma_{рез}$ несколько меньше собственной циклической частоты $\omega_{зат}$ свободных затухающих колебаний. Возрастание амплитуды вынужденных колебаний при резонансе выражено тем отчетливее, чем меньше трение в системе.

Понятие о волновых процессах. Поперечные и продольные волны. Волновым процессом (волной) называется процесс распространения колебаний в пространстве. Примеры волновых процессов — волна на поверхности воды, волна в упругой среде. Волны бывают продольные и поперечные. В продольной волне колебательное движение частиц среды происходит в направлении, параллельном направлению распространения волны. Такова, например, звуковая волна в воздухе. В поперечной волне колебательное движение частиц среды происходит в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны. Примером поперечных волн являются сдвиговые волны в упругой среде.

Длина волны. Скорость распространения волны. Фронт волны. При волновом движении возникает периодичность двоякого рода. *Во-первых*, отдельные частицы среды совершают колебания около своих положений равновесия. При этом фазы колебаний частиц, расположенных в разных точках пространства, различны. *Во-вторых*, в каждый фиксированный момент времени механическое состояние среды периодически повторяется в пространстве вдоль направления распространения волны.

В качестве иллюстрации на рис. 1.6.4 изображен профиль поперечной волны в определенный момент времени (сплошная линия). С течением времени вся картина перемещается со скоростью v слева направо. Спустя промежуток времени

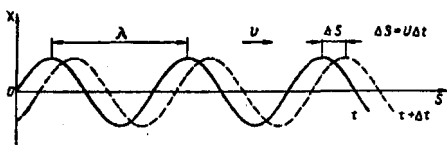


Рис. 1.6.4

$\Delta t = \Delta S / v$ волна будет иметь вид, изображенный на рис. 1.6.4 штриховой линией.

Фаза колебаний частиц линейно связана с координатой, отсчитываемой в направлении распространения волны. Кратчайшее расстояние между двумя точками, в которых частицы среды колеблются в одной и той же фазе, называется длиной волны λ . Такое расстояние волна проходит за время, равное одному периоду колебаний.

Геометрическое место точек, в которых частицы среды совершают колебания в одной и той же фазе, называется волновым фронтом. Волновой фронт может быть, в частности, плоским или сферическим. Скоростью распространения волны называется скорость движения ее волнового фронта. Она вычисляется по формуле

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu, \quad (1.6.12)$$

где T – период, $\nu = 1/T$ – частота колебаний частиц в волне.

Интерференция волн. Если в среде возбуждены одновременно несколько волн, то они распространяются, не влияя одна на другую. В каждой точке среды колебания, вызванные различными волнами, складываются. Результирующее перемещение любой частицы представляет собой сумму перемещений, которые происходили бы при распространении одной из волн в отсутствие остальных. В результате такого наложения волн амплитуды колебаний частиц среды, расположенных в разных точках пространства, будут, вообще говоря, различными. В частности, в некоторых точках пространства ко-

лебания частиц могут практически отсутствовать, в то время как в других точках амплитуда колебаний может быть велика. Если при наложении волн возникает такое неоднородное распределение амплитуд колебаний в пространстве, и оно сохраняется во времени, то говорят, что имеет место *интерференция волн*. Для получения устойчивой интерференционной картины необходимо, чтобы источники волн имели одинаковую частоту и фазы их колебаний совпадали, или отличались на некоторую постоянную, не зависящую от времени величину. Источники, удовлетворяющие этим условиям, называются *когерентными*.

Принцип Гюйгенса. Общий принцип, описывающий распространение волн, впервые был выдвинут голландским ученым Х. Гюйгенсом. Согласно этому принципу каждая точка среды, до которой дошло волновое возмущение, становится источником элементарной вторичной волны. Положение волнового фронта распространяющейся волны в следующий момент времени определяется огибающей элементарных вторичных волн. Принцип Гюйгенса по существу определяет направление лучей, т.е. линий, перпендикулярных волновому фронту. С его помощью можно, в частности, вывести законы отражения и преломления волн на границе раздела двух сред.

Для механических волн принцип Гюйгенса имеет наглядное истолкование. Частицы среды, до которых доходят колебания, в свою очередь, колеблясь, приводят в движение соседние частицы среды, с которыми они взаимодействуют.

Дифракция волн. Дифракцией называют явление отгибания волной препятствия, встречающегося на ее пути. Это явление проявляется наиболее отчетливо, если размеры препятствия d имеют тот же порядок, что и длина волны λ . При $d \gg \lambda$ явление дифракции обычно не играет существенной роли.

Звуковые волны представляют собой чередующиеся области сжатия и разрежения, распространяющиеся в упругой среде. Звуковые волны являются продольными. Они могут распространяться в воздухе, в воде, в почве, в металлах и пр. В частности, сжатия и разрежения воздуха в звуковой волне вызывают колебания давления

относительно среднего атмосферного давления. Частота слышимых человеческим ухом волн лежит в пределах звукового диапазона, образующего область частот колебаний от 16 Гц до 20 КГц. Звуковые волны с частотами менее 16 Гц называются *инфразвуками*, а с частотами более 20 КГц — *ультразвуками*.

Скорость звука в газе приблизительно равна средней скорости теплового движения молекул и, подобно ей, пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры. При 0° С скорость звука в воздухе составляет 332 м/с.

Громкость звука зависит от *интенсивности* звуковой волны, т.е. от средней энергии, переносимой волной за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны. Интенсивность звуковой волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний давления воздуха и измеряется в Вт/м². Наибольшей чувствительностью человеческое ухо обладает к звукам с частотами от 700 до 6000 Гц. В этом диапазоне ухо способно воспринимать звуки с интенсивностью около 10^{-12} Вт/м² (порог слышимости). Наибольшая интенсивность, при которой восприятие звука не вызывает болевых ощущений, называется *болевым порогом*. Болевой порог зависит от частоты звуковых колебаний и при $\nu = 1$ КГц составляет около 1 Вт/м².

Высота звука определяется частотой колебаний. При этом низкие звуки соответствуют колебаниям воздуха на низких частотах, а высокие — колебаниям на высоких частотах.

Указания по решению задач

Задачи данного раздела в основном делятся на две группы. В одной из них требуется определить период или частоту колебаний какой либо системы. Для этой цели следует составить уравнение движения системы вблизи положения равновесия, после чего свести его к виду (1.6.5). Тогда множитель, стоящий перед координатой, будет представлять собой квадрат частоты свободных колебаний. В некоторых случаях в уравнении колебаний возникают постоянные слагаемые (например, для груза, подвешенного на пружине и совер-

шающего движения вдоль вертикальной прямой). Наличие таких членов в уравнении не влияет на частоту свободных колебаний.

Вторая группа задач связана с определением амплитуды колебаний. Для таких задач удобным оказывается использование закона сохранения полной механической энергии в колебательной системе. Этому закону следует придать форму, связывающую амплитудные и текущие значения смещения либо скорости колеблющегося тела.

Задачи по теме “Механические колебания и волны”

1.6.1. Горизонтальная доска совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении с периодом $T = 2$ с. При какой амплитуде колебаний A лежащее на ней тело начнет скользить? Коэффициент трения $\mu = 0,2$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1.6.2. Цилиндр массой m с площадью основания S плавает в жидкости плотностью ρ . Его погрузили еще немного и отпустили. Определить период T малых вертикальных колебаний цилиндра. Сопротивлением жидкости пренебречь. Ускорение свободного падения g .

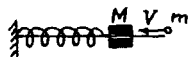
1.6.3. Определить период T вертикальных колебаний груза массой m , подвешенного к двум последовательно соединенным пружинам жесткостями k_1 и k_2 .

1.6.4. Зная период колебаний маятника на уровне моря $T_0 = 1$ с, найти период колебаний этого маятника T_1 на высоте $h = 6,4$ км над уровнем моря. Радиус Земли $R = 6400$ км.

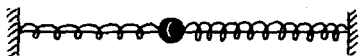
1.6.5. Математический маятник, представляющий собой шарик массой m , подвешенный на нити длиной l , помещен в электрическое поле плоского конденсатора, заряженного до напряжения U . Расстояние между обкладками конденсатора d . Определить период T колебаний маятника, если пластины конденсатора расположены горизонтально. Заряд шарика положителен и равен q . Ускорение свободного падения g .

1.6.6. Тело массой $M = 10$ кг, насаженное на гладкий горизонталь-

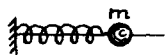
ный стержень, связано пружиной с неподвижной стенкой. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $V = 500$ м/с, направленной вдоль стержня. Тело вместе с застрявшей в нем пулей начинает колебаться с амплитудой $A = 10$ см. Найти период T колебаний тела.



1.6.7. Грузик, надетый на гладкую горизонтальную спицу, прикреплен к концам двух невесомых пружин. Вторые концы пружин заделаны в неподвижные стенки так, что в положении равновесия грузика пружины не деформированы. Каков период T колебаний грузика, если известно, что при поочередном подвешивании грузика к каждой из пружин по отдельности их удлинения составили $h_1 = 4$ см и $h_2 = 6$ см? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.6.8. Тело массой $m = 1$ кг, насаженное на гладкий горизонтальный стержень, совершает свободные гармонические колебания под действием пружины. Какова полная механическая энергия колебаний E , если амплитуда колебаний $A = 0,2$ м, а максимальное ускорение тела в процессе колебаний $a_{\max} = 3$ м/с²?



1.6.9. Тело массой $m = 0,1$ кг, насаженное на гладкий горизонтальный стержень, связано пружиной жесткостью $k = 10$ Н/м с неподвижной стенкой. Тело смещают от положения равновесия на расстояние $x_0 = 10$ см и отпускают без начальной скорости. Найти среднюю скорость тела $V_{\text{ср}}$ за время, в течение которого оно проходит из крайнего положения путь $x_0/2$.

1.6.10. Гири массой $m = 1$ кг, подвешенная на пружине, совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой $A = 0,2$ м и периодом $T = 2$ с. Определить силу натяжения пружины F в момент, когда гиря достигает нижней точки. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

2. Молекулярная физика и термодинамика

2.1. Основы молекулярно-кинетической теории

Вопросы программы

- Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование. Броуновское движение. Масса и размер молекул. Моль вещества. Постоянная Авогадро. Характер движения молекул в газах, жидкостях и твердых телах.
- Тепловое равновесие. Температура и ее физический смысл. Шкала температур Цельсия.
- Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Средняя кинетическая энергия молекул и температура. Постоянная Больцмана. Абсолютная температурная шкала.
- Уравнение Клапейрона-Менделеева (уравнение состояния идеального газа). Универсальная газовая постоянная. Изотермический, изобарный и изохорный процессы.

Определения, понятия и законы

Молекулярная физика - это раздел физики, изучающий строение и свойства вещества в различных агрегатных состояниях, исходя из молекулярно-кинетических представлений.

Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование. Основные положения молекулярно-кинетической теории состоят в следующем:

- 1) любое вещество состоит из молекул - наименьших устойчивых частиц данного вещества, обладающих всеми его химическими свойствами;
- 2) все молекулы находятся в состоянии непрерывного хаотического движения, характер которого зависит от агрегатного состояния вещества;

- 3) между молекулами действуют силы притяжения и отталкивания.

Множество прямых и косвенных доказательств реальности молекул позволяют считать молекулярно-кинетические представления о строении вещества абсолютно достоверными. Основные положения молекулярно-кинетической теории подтверждаются многочисленными опытами с использованием достижений современной экспериментальной техники. С помощью ионного проектора получают изображения кристаллов, по которым можно представить их строение. Электронные микроскопы позволили получить изображения кристаллов, по которым оказалось возможным определение расстояний между отдельными атомами и молекулами. Одним из важнейших прямых доказательств справедливости молекулярно-кинетической теории газов являются измерения значений скоростей молекул газов и сравнение этих результатов со значениями, полученными на основании теории.

Броуновское движение. Большое значение в обосновании молекулярно-кинетической теории имело в свое время открытие английского ботаника Р. Броуна. В 1827 году он обнаружил беспорядочное движение видимых в микроскоп частиц цветочной пыльцы, взвешенных в воде (названное впоследствии *броуновским движением*). Наблюдаемые частицы размером примерно в 1 мкм совершали неупорядоченные движения, описывая сложные зигзагообразные траектории. Многочисленные эксперименты, проведенные французским ученым Ж. Перреном, позволили установить основные закономерности броуновского движения: его интенсивность не зависит от времени, но возрастает с ростом температуры среды, уменьшением ее вязкости и размеров частиц.

Объяснить броуновское движение и его закономерности смогла лишь молекулярно-кинетическая теория. Причиной броуновского движения является тепловое движение молекул среды и отсутствие точной компенсации ударов, испытываемых частицей со стороны окружающих ее молекул. Импульс одной молекулы слишком мал, чтобы результат ее столкновения с броуновской частицей

можно было увидеть под микроскопом. Но если с частицей сталкивается сразу большое число молекул, случайно движущихся в одном направлении, то они могут вызвать ее заметное смещение. Чем меньше размеры и масса частицы, тем более заметными становятся изменения ее импульса во времени.

Количественная теория броуновского движения была разработана А. Эйнштейном и М. Смолуховским в 1906 году. Она полностью объяснила все закономерности этого явления.

Масса и размер молекул. Современные приборы позволяют рассматривать отдельные атомы на поверхностях тел и измерять их размеры. Так, например, диаметр атома углерода, измеренный с помощью туннельного микроскопа, оказался равным $1,4 \cdot 10^{-8}$ см. Такой же порядок имеют размеры других атомов и большинства молекул. В частности, размер молекулы водорода составляет $2,3 \cdot 10^{-8}$ см.

Зная размер молекулы какого-либо вещества, можно оценить ее массу. Например, диаметр молекулы воды примерно равен $3 \cdot 10^{-8}$ см. Считая, что молекулы в воде упакованы плотно, т.е. пренебрегая межмолекулярными промежутками, легко получить для массы одной молекулы H_2O следующую оценку: $m_{\text{H}_2\text{O}} \approx 2,7 \cdot 10^{-23}$ г. Массы такого же порядка имеют молекулы других веществ (за исключением огромных молекул сложных органических соединений, содержащих тысячи атомов). Наиболее точно массы атомов и молекул измеряются с помощью современных масс-спектрометров.

Так как массы молекул очень малы, удобно использовать на практике не абсолютные значения масс, а относительные. Относительной молекулярной (или атомной) массой вещества называют отношение массы молекулы (или атома) данного вещества к $\frac{1}{12}$ массы атома углерода.

Моль вещества. Постоянная Авогадро. Количество вещества ν пропорционально числу структурных единиц (атомов или молекул),

из которых оно состоит. Поскольку число таких единиц в макроскопических телах огромно, принято использовать в расчетах не абсолютное их число, а относительное. В системе СИ количество вещества выражают в *молях*.

Один моль – это количество вещества, в котором содержится столько же структурных единиц (молекул или атомов), сколько атомов содержится в углероде массой 12 г.

В 1 моле любого вещества содержится одно и то же число структурных единиц, из которых оно состоит. Это число называют *постоянной Авогадро* N_A . Постоянная Авогадро равна $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Молярной массой M называется величина, равная отношению массы вещества m к количеству вещества ν :

$$M = \frac{m}{\nu}. \quad (2.1.1)$$

Иными словами, молярная масса – это масса вещества, взятого в количестве одного моля. Она измеряется в граммах на моль и численно равна относительной молекулярной (или атомной) массе вещества.

Характер теплового движения молекул газов, жидкостей и твердых тел. Характер теплового движения в веществе зависит от его агрегатного состояния. Молекулы (атомы) в *твердом теле* совершают беспорядочные колебания относительно положений, в которых силы притяжения и отталкивания со стороны соседних молекул (атомов) уравновешены. В *жидкости* молекулы не только колеблются около положения равновесия, но и совершают перескоки из одного положения равновесия в соседнее. Эти перескоки являются причиной текучести жидкости, ее способности принимать форму сосуда. В *газах* расстояния между молекулами в среднем значительно больше размеров молекул. Силы отталкивания на больших расстояниях малы, поэтому газы легко сжимаются. Практически отсутствуют между молекулами газа и силы притяжения,

поэтому газы обладают свойством неограниченно расширяться.

Тепловое равновесие. На основании многочисленных экспериментов установлено очень важное свойство тепловых явлений: тело или система тел при неизменных внешних условиях самопроизвольно переходит в состояние теплового равновесия. *Тепловым, или термодинамическим равновесием* называют такое состояние, при котором все макроскопические параметры системы сколь угодно долго остаются постоянными. Это означает, что не меняются объем и давление, не происходит теплообмен (передача энергии) между частями системы, отсутствуют взаимные превращения газов, жидкостей, твердых тел и т.д. Но микроскопические процессы (движение молекул, их столкновения, обмен скоростями) в системе не прекращаются и при тепловом равновесии

Температура и ее физический смысл. Физический параметр, одинаковый во всех частях системы тел, находящихся в состоянии теплового равновесия, называется *температурой*. Если при контакте двух тел никакие их физические параметры не изменяются, то между телами нет теплообмена и температура тел одинакова.

Способы измерения температуры основываются на следующем утверждении, которое является обобщением многочисленных экспериментальных данных: *Если тело А находится в тепловом равновесии с телом С, а тело В тоже находится в тепловом равновесии с телом С, то тела А и В также находятся в состоянии теплового равновесия.* Это дает возможность сравнивать состояния теплового равновесия тел, не приводя их в непосредственный контакт.

Шкала температур Цельсия. Для измерения температуры можно воспользоваться зависимостями любой макроскопической величины от температуры, а именно, объема, давления, электрического сопротивления и т.д. На практике чаще всего используют зависимость объема жидкости (ртути или спирта) от температуры. По *шкале Цельсия* за начало отсчета (0) принимают температуру тающего льда; второй постоянной точкой (100) считают температуру кипения воды при нормальном атмосферном давлении. Шкалу ме-

жду точками 0 и 100 делят на 100 равных частей, называемых градусами (1° С). Перемещение столбика жидкости на одно деление соответствует изменению температуры на 1° С.

Идеальный газ. Для объяснения свойств вещества в газообразном состоянии используется модель идеального газа. В этой модели предполагается, что молекулы обладают пренебрежимо малым объемом по сравнению с объемом сосуда, между молекулами не действуют силы притяжения, при соударениях молекул друг с другом и со стенками сосуда действуют силы отталкивания.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Одним из самых важных успехов молекулярно-кинетической теории явилось количественное объяснение давления газа на стенки сосуда. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа было выведено в предположении, что молекулы газа при столкновениях со стенками сосуда взаимодействуют с ними по законам механики как упругие тела. Согласно этому уравнению,

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}, \quad (2.1.2)$$

где p – давление газа, n – концентрация молекул (число молекул в единице объема), m_0 – масса молекулы, $\overline{v^2}$ – среднее значение квадрата скорости молекул. Обозначив через \overline{E} среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа

$$\overline{E} = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}, \quad (2.1.3)$$

уравнение (2.1.2) можно записать в эквивалентной форме

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E}. \quad (2.1.4)$$

Средняя кинетическая энергия молекул и температура. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального

газа устанавливает связь макроскопического параметра - давления - с микроскопическими параметрами газа - средней кинетической энергией и концентрацией молекул. Но, измерив только давление газа, мы не можем в отдельности узнать ни среднее значение кинетической энергии молекул, ни их концентрацию. Для нахождения микроскопических параметров газа нужны измерения еще одной физической величины, как-то связанной со средней кинетической энергией молекул. Такой величиной является температура.

Для установления этой связи используется известный из экспериментов факт, что для большинства разреженных газов, находящихся в состоянии теплового равновесия, отношение произведения давления газа на его объем к числу молекул является одинаковым:

$$\frac{p_1 V_1}{N_1} = \frac{p_2 V_2}{N_2} = \frac{p_3 V_3}{N_3} = \theta . \quad (2.1.5)$$

Этот опытный факт позволяет принять величину θ в качестве естественной меры температуры. Так как $n = \frac{N}{V}$, то с учетом (2.1.4) получим

$$\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \bar{E} = \theta . \quad (2.1.6)$$

Следовательно, средняя кинетическая энергия молекул любых газов, находящихся в тепловом равновесии, одинакова. Величина θ равна двум третям средней кинетической энергии теплового движения молекул газа и выражается в джоулях. В физике температуру выражают в градусах, принимая, что температура T и величина θ связаны уравнением

$$\theta = kT , \quad (2.1.7)$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единицы температуры. Окончательно получаем

$$\frac{pV}{N} = kT . \quad (2.1.8)$$

Абсолютная температурная шкала. Постоянная Больцмана. Последнее уравнение показывает, что имеется возможность выбрать температурную шкалу, не зависящую от природы газа, используемого в качестве рабочего тела. Такая шкала называется *абсолютной температурной шкалой*, или шкалой Кельвина. Единица температуры по абсолютной шкале, называемая *кельвином* (К), выбрана равной одному градусу по шкале Цельсия: $1\text{К}=1^\circ\text{С}$.

При таком выборе единицы температуры коэффициент k в уравнении (2.1.8) принимает значение $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Он называется *постоянной Больцмана*. Постоянную Больцмана можно рассматривать как величину, связывающую температуру, выражаемую в энергетических единицах, с температурой, выраженной в градусах.

Абсолютная температура T связана с температурой t по шкале Цельсия соотношением

$$T = t + 273^\circ\text{С} . \quad (2.1.9)$$

Из уравнений (2.1.6) и (2.1.8) следует, что

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT . \quad (2.1.10)$$

Средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул газа пропорциональна абсолютной температуре. Из уравнений (2.1.4) и (2.1.10) можно получить, что

$$p = nkT . \quad (2.1.11)$$

При одинаковых значениях температуры и концентрации молекул давление любых газов одинаково. Отсюда следует *закон Авогадро*: в равных объемах газов при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул.

Используя уравнения (2.1.3) и (2.1.10), найдем средний квадрат скорости поступательного движения молекул:

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m_0} \quad (2.1.12)$$

Квадратный корень из этой величины называется *средней квадратичной скоростью*:

$$v_0 = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad (2.1.13)$$

Уравнение Клапейрона-Менделеева (уравнение состояния идеального газа). Универсальная газовая постоянная. Каждая физически однородная система, состоящая из большого числа частиц (газ, жидкость или твердое тело) и находящаяся в состоянии теплового равновесия, характеризуется своим *уравнением состояния*, т.е. уравнением, связывающим давление, объем и абсолютную температуру: $f(p, V, T) = 0$. Наиболее просто выглядит уравнение состояния идеального газа, хорошо известны различные приближенные уравнения, описывающие состояние реальных газов. В то же время, для жидкостей из-за их сложного строения до сих пор не удалось получить общего уравнения состояния. Нет универсального уравнения состояния и для твердых тел.

Уравнение, устанавливающее связь между давлением, объемом и температурой газов, было получено французским физиком Б. Клапейроном путем обобщения многочисленных экспериментальных данных. В наиболее удобной форме, используемой вплоть до настоящего времени, его впервые применил Д.И. Менделеев. Поэтому *уравнение состояния идеального газа* называется также *уравнением Клапейрона-Менделеева*. Оно имеет вид

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (2.1.14)$$

где m - масса газа, R - *универсальная газовая постоянная*, равная произведению постоянной Авогадро N_A на постоянную Больцмана k : $R = N_A k = 8,31$ Дж/(моль К). Используя выражение для плотности

газа $\rho = \frac{m}{V}$, уравнение Клапейрона-Менделеева можно записать эквивалентной форме, более удобной в некоторых случаях:

$$\rho = \frac{pM}{RT} \quad (2.1.15)$$

Изотермический, изохорный и изобарный процессы. С помощью уравнения состояния идеального газа можно исследовать процессы, в которых масса газа и один из трех параметров - давление, объем или температура - остаются неизменными. Особую роль в физике и технике играют три процесса - изотермический, изохорный и изобарный.

Изотермическим процессом называется процесс, протекающий при постоянной температуре T . Из уравнения состояния идеального газа следует, что в таком процессе произведение давления газа на его объем должно оставаться постоянным:

$$pV = \text{const} \quad (2.1.16)$$

График изотермического процесса называется *изотермой*. На плоскости переменных объем - давление он представляет собой гиперболу.

Уравнение (2.1.16) было получено экспериментально английским физиком Р. Бойлем и французским физиком Э. Мариоттом задолго до создания молекулярно-кинетической теории. Это уравнение называют *законом Бойля-Мариотта*.

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется *изохорным*. Из уравнения (2.1.14) вытекает, что при $V = \text{const}$

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad (2.1.17)$$

График изохорного процесса называется *изохорой*. На плоскости переменных температура - давление он представляет собой отрезок прямой, продолжение которого проходит через начало координат. Экспериментальным путем зависимость давления газа от тем-

пературы исследовал французский физик Ж. Шарль. Поэтому уравнение (2.1.17) называется *законом Шарля*.

Процесс изменения состояния газа при постоянном давлении называется *изобарным*. Его уравнение имеет вид

$$\frac{V}{T} = \text{const} . \quad (2.1.18)$$

Этот закон был установлен экспериментально французским ученым Ж. Гей-Люссаком и носит название *закона Гей-Люссака*. График изобарного процесса называется *изобарой*. На плоскости переменных температура – объем он представляет собой отрезок прямой, продолжение которого проходит через начало координат

Указания по решению задач

Решение задач по этой теме следует начинать с анализа тех состояний теплового равновесия, в которых по условию находится газ. Для каждого из таких состояний нужно записать все параметры газа: давление, объем, температуру и его массу, а также установить связь между ними.

Часто в задачах оказывается полезным использование закона *парциальных давлений* (закона Дальтона). Напомним, что парциальным называется давление, которое оказывал бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал весь объем. Согласно закону Дальтона, давление смеси химически не взаимодействующих газов равно сумме их парциальных давлений. С точки зрения молекулярно-кинетической теории закон Дальтона означает, что действия на стенки сосуда молекул каждого из газов складываются. В частности, закон Дальтона применим и при добавлении в сосуд, в котором уже находится газ под давлением p , некоторого количества этого же газа. В этом случае парциальное давление добавленного газа можно рассчитывать так, как если бы сосуд был пустой. Результирующее давление складывается из этого парциального давления и давления p , которое было в сосуде первоначально.

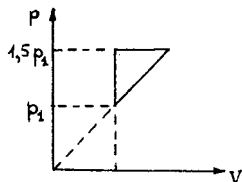
Часто в задачах отдельные порции газа изолируются друг от друга

подвижными поршнями. В этом случае давления газа по разные стороны поршня не независимы, а связаны между собой условием механического равновесия поршня. В частности, если неподвижный сосуд располагается вертикально, разность сил давлений газа снизу и сверху от поршня равна его весу.

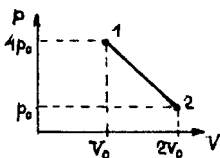
Задачи по теме "Основы молекулярно-кинетической теории"

2.1.1. Атмосферное давление на пике Ленина (высота 7134 м) $p_1 = 3,8 \cdot 10^4$ Па. Определить плотность воздуха ρ_1 на вершине при температуре $t_1 = -10^0$ С, если при нормальных условиях ($t_0 = 0^0$ С, $p_0 = 10^5$ Па), плотность воздуха $\rho_0 = 1,29$ кг/м³.

2.1.2. Найти отношение k максимальной плотности идеального газа к его минимальной плотности, которые достигаются при циклическом процессе, показанном на рисунке.

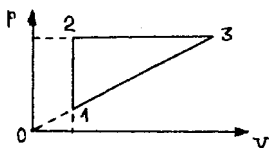


2.1.3. С идеальным одноатомным газом проводят процесс 1 – 2, показанный на рисунке. Во сколько раз α при этом изменится средняя кинетическая энергия одной молекулы?



2.1.4. Горизонтальный цилиндр с газом разделен на три камеры двумя неподвижными поршнями. Температура газа во всех камерах одинакова и равна T_1 . Давление газа в первой камере p_1 , объем V_1 , во второй p_2 , V_2 , в третьей соответственно p_3 , V_3 . Каково будет давление p в камерах после того как, освободив поршни, дать им возможность свободно двигаться, а температуру газа сделать равной T_2 ?

2.1.5. На рисунке показан цикл, совершаемый над идеальным газом, причем 1 – 2 – изохорный, 2 – 3 – изобарный процессы. Температуры газа в точках 1 и 3 равны соответ-



венно $T_1 = 300$ К и $T_3 = 400$ К. Найти температуру T_2 газа в точке 2. Масса газа постоянна.

2.1.6. В закрытом сосуде объемом $V = 2$ м³ содержится $m_1 = 3,2$ кг кислорода, к которому добавлено $\nu_2 = 150$ моль азота. Каково будет давление p в сосуде при температуре $t = 527^0$ С ? Молярная масса кислорода $M = 0,032$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.1.7. Два одинаковых сосуда, соединенные трубкой, содержат идеальный газ общей массой $m = 6,6$ г. Первоначально температура газа в обоих сосудах одинакова. Затем газ в первом сосуде нагревают и поддерживают при температуре $t_1 = 27^0$ С, а газ во втором сосуде нагревают и поддерживают при температуре $t_2 = 87^0$ С. На какую величину Δm изменится масса газа в первом сосуде? Объем трубки не учитывать.

2.1.8. В комнате объемом $V = 60$ м³ температура с $t_1 = 17^0$ С поднялась до $t_2 = 27^0$ С. На какую величину Δm изменилась масса воздуха в комнате, если атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па? Молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.1.9. Накачивая футбольный мяч, который первоначально был пустым, мальчик сделал $n = 50$ качаний насосом. Какое давление p установилось в мяче после того, как температура воздуха в нем сравнялась с температурой окружающей среды? Объем мяча $V = 4$ л, объем воздухозаборной камеры насоса $\nu = 200$ см³, а атмосферное давление $p_0 = 0,1$ МПа.

2.1.10. Закрытый с обоих концов горизонтальный цилиндр заполнен идеальным газом при температуре $t = 27^0$ С и разделен подвижным теплонепроницаемым поршнем на две равные части длиной $L = 50$ см каждая. На какую величину Δt нужно повысить температуру газа в одной половине цилиндра, чтобы поршень сместился на расстояние $l = 20$ см при неизменной температуре газа во второй половине цилиндра?

2.1.11. Закрытый сосуд заполнен газом при температуре $T_0 = 300$ К и давлении $p_0 = 150$ кПа. Сосуд снабжен предохранительным клапаном, открывающимся при давлении, превышающем $p_m = 200$ кПа. Сосуд нагрели до температуры $T_1 = 600$ К. При этом из него вышло $m = 10$ г газа. Определить массу m_0 газа в сосуде до его нагрева.

2.1.12. Сосуд, содержащий идеальный газ при температуре $t = 27^0$ С, снабжен клапаном, открывающимся при перепаде давлений $p_k = 400$ кПа. Газ нагревают до температуры $t_1 = 127^0$ С, при этом часть газа выходит из сосуда через клапан. Найти давление p , которое установится в сосуде после охлаждения газа до начальной температуры t . Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа.

2.1.13. В баллоне, снабженном предохранительным клапаном, находится идеальный газ под давлением $p = 0,5 \cdot 10^6$ Па при температуре $t = 27^0$ С. Клапан открывается, если давление в баллоне превышает $p_1 = 0,6 \cdot 10^6$ Па. До какой температуры t_1 нужно нагреть баллон, чтобы из него вытекла часть газа, масса которой составляет $\beta = 0,01$ первоначальной массы?

2.1.14. Закрытый цилиндрический сосуд объемом $V = 6,6$ л разделен на две части невесомым поршнем, скользящим без трения. Одна часть содержит идеальный газ массой $m_1 = 6,6$ г, вторая часть - такой же газ массой $m_2 = 13,2$ г. Температура газов одинакова и равна температуре окружающей среды. Из второй части сосуда выпускают массу газа $\Delta m_2 = 1,65$ г. На какую величину ΔV изменится объем части сосуда, содержащей газ массой m_1 , когда температура газов станет равной первоначальной?

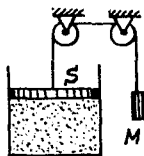
2.1.15. В вертикально расположенном цилиндре постоянного сечения под невесомым подвижным поршнем находится воздух. На поршень помещают гирию массой $m = 10$ кг. На какую величину Δh переместится поршень, если температура воздуха в цилиндре поддерживается постоянной? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, сечение поршня $S = 100$ см², расстояние от ненагруженного поршня до дна цилиндра $h_0 = 100$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2.1.16. Вертикально расположенный цилиндрический сосуд, закрытый подвижным поршнем массой $M = 2$ кг, содержит идеальный газ при температуре $T_1 = 300$ К. На поршень помещают тело массой $m = 100$ г и нагревают газ так, чтобы поршень занял первоначальное положение. Найти температуру T_2 нагретого газа. Атмосферное давление не учитывать.

2.1.17. Вертикально расположенный замкнутый цилиндрический сосуд высотой $H = 50$ см разделен подвижным поршнем весом $P = 110$ Н на две части, в каждой из которых содержится по $\nu = 0,0255$ моль идеального газа. При какой температуре T расстояние между поршнем и дном сосуда будет равно $h = 20$ см? При расчетах толщиной поршня пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль \cdot К).

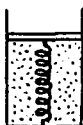
2.1.18. Вертикально расположенный замкнутый цилиндрический сосуд разделен на две части подвижным поршнем. В обеих частях сосуда содержится один и тот же идеальный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H_1 = 30$ см. Сосуд переворачивают так, что дном становится его верхняя плоскость. В новом положении расстояние между дном сосуда и поршнем составляет $H_2 = 20$ см. Найти отношение α массы газа, содержавшегося в той части сосуда, которая первоначально находилась сверху, к массе газа, содержавшегося в другой части сосуда. Высота сосуда $L = 60$ см. Температуру считать постоянной, толщиной поршня пренебречь.

2.1.19. В цилиндре под невесомым поршнем площадью $S = 100$ см² находится 1 моль идеального газа при температуре $t_1 = 100^\circ$ С. К поршню через два блока на невесомой нерастяжимой нити подвешен груз массой $M = 17$ кг. На какую высоту Δh поднимется груз, если охладить газ до температуры $t_2 = 0^\circ$ С? Атмосферное



давление $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль К), ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Трением пренебречь.

2.1.20. В вертикально расположенном цилиндре находится кислород массой $m = 64$ г, отделенный от атмосферы поршнем, который соединен с дном цилиндра пружиной жесткостью $k = 8,3 \cdot 10^2$ Н/м. При температуре $T_1 = 300$ К поршень располагается на расстоянии $h = 1$ м от дна цилиндра. До какой температуры T_2 надо нагреть кислород, чтобы поршень расположился на высоте $H = 1,5$ м от дна цилиндра? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К), молярная масса кислорода $M = 32$ г/моль.



2.1.21. В вертикальном цилиндре под поршнем массой $M_0 = 100$ кг и площадью $S = 100$ см² находится $m = 28$ г азота при температуре $T_1 = 273$ К. Газ в цилиндре нагревают до температуры $T_2 = 373$ К. На какую высоту h поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 0,1$ МПа, молярная масса азота $M = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2.1.22. В вертикальном закрытом цилиндре находится идеальный газ, разделенный на две части тяжелым поршнем, который может перемещаться без трения. В нижней части цилиндра масса газа вдвое больше, чем в верхней. При температуре T , одинаковой во всем цилиндре, объем V_1 нижней части цилиндра равен объему V_2 верхней части. Каким будет отношение объемов $\alpha = V_1/V_2$, если температуру газа увеличить в $n = 2$ раза?

2.1.23. Вертикальная цилиндрическая трубка с запаянными концами разделена на две части тонким горизонтальным поршнем, способным перемещаться вдоль нее без трения. Верхняя часть трубки заполнена неоном, а нижняя — гелием, причем массы газов одинаковы. При некоторой температуре поршень находится точно посередине трубки. После того, как трубку нагрели, поршень переместился вверх и стал делить объем трубки в отношении 1:3. Определить, во сколько раз α возросла абсолютная температура газов. Молярная масса неона $M_{\text{Ne}} = 20$ г/моль, молярная масса гелия $M_{\text{He}} = 4$ г/моль.

2.1.24. Идеальный газ переводится из состояния $p_1 = 200$ кПа, $T_1 = 500$ К в состояние $p_2 = 138$ кПа, $T_2 = 300$ К так, что объем газа меняется по закону $V = a + bT$, где a и b - постоянные, $T_1 > T > T_2$. Определить максимальную концентрацию n_0 молекул газа в этом процессе. Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

2.1.25. В баллоне объемом $V = 10$ л содержится водород при температуре $t = 20^0$ С под давлением $p = 10^7$ Па. Какая масса Δm водорода была выпущена из баллона, если при полном сгорании оставшегося газа образовалось $m = 50$ г воды? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль К); молярные массы: водорода $M_{H_2} = 2$ г/моль, воды $M_{H_2O} = 18$ г/моль.

2.2. Элементы термодинамики

Вопросы программы

- *Термодинамическая система. Внутренняя энергия системы. Количество теплоты и работа как меры изменения внутренней энергии. Теплоемкость тела. Понятие об адиабатическом процессе. Первый закон термодинамики. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам. Расчет работы газа с помощью pV - диаграмм. Теплоемкость одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах.*
- *Необратимость процессов в природе. Второй закон термодинамики. Физические основы работы тепловых двигателей. КПД теплового двигателя и его максимальное значение.*

Определения, понятия и законы

Термодинамика - это наука о наиболее общих тепловых свойствах макроскопических тел. Термодинамический подход не требует каких-либо конкретных предположений о строении вещества, поэтому выводы термодинамики имеют универсальный характер. Законы термодинамики справедливы для всех тел независимо от их внутреннего строения.

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел, которые могут взаимодействовать между собой и другими телами (внешней средой). Термодинамическая система состоит из настолько большого числа структурных частиц (атомов и молекул), чтобы ее состояние можно было характеризовать макроскопическими параметрами: плотностью, давлением, концентрацией веществ, образующих систему, и т.д.

Термодинамическая система находится в равновесии, если ее параметры не меняются во времени и в системе нет потоков энергии и вещества. Для равновесных термодинамических систем вводится понятие температуры как параметра состояния, имеющего одинаковое значение для всех макроскопических частей системы.

Термодинамические системы, не обменивающиеся с другими системами ни энергией, ни веществом, называются изолированными. Если система не изолирована, то ее состояние может меняться; изменение состояния системы называется термодинамическим процессом.

Внутренняя энергия системы. Все макроскопические тела наряду с механической энергией обладают также энергией, зависящей от внутреннего состояния тел. Эту энергию называют внутренней. С точки зрения молекулярно-кинетической теории *внутренняя энергия* макроскопического тела равна сумме кинетических энергий хаотического движения всех молекул (или атомов) и потенциальных энергий взаимодействия молекул друг с другом (но не с молекулами других тел).

Внутренняя энергия идеального газа равна *кинетической энергии* хаотического движения молекул, поскольку потенциальная энергия взаимодействия молекул равна нулю. Наиболее просто рассчитывается внутренняя энергия *одноатомных* газов, состоящих из отдельных атомов, а не молекул. Одноатомными являются инертные газы: гелий, неон, аргон и др. С точки зрения механики одноатомный газ представляет собой систему частиц, которые совершают только поступательное движение. Молекулы двух- (и более) атомных газов могут совершать и другие виды движения – вращательное и коле-

бательное, с которыми тоже связана определенная энергия.

Поскольку средняя кинетическая энергия молекулы одноатомного газа равна $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$, внутренняя энергия одного моля такого газа

$$U = \frac{3}{2}N_A kT = \frac{3}{2}RT. \quad (2.2.1)$$

Для $\nu = \frac{m}{M}$ молей одноатомного идеального газа внутренняя энергия

$$U = \frac{3}{2}\nu RT. \quad (2.2.2)$$

Внутренняя энергия данной массы идеального газа зависит только от температуры и не зависит ни от давления, ни от объема газа. (для неидеальных газов, а также других веществ, это, вообще говоря, неверно).

Количество теплоты и работа как меры изменения внутренней энергии. Расчет работы газа с помощью pV – диаграмм. Понятия об энергии и мере ее изменения – работе, введенные в механике, получают в термодинамике дальнейшее развитие.

Необходимым условием совершения телом (или системой тел) работы является перемещение тела под действием сил. О работе можно говорить только тогда, когда происходит изменение механического состояния тела (или системы), причем речь идет о перемещении макроскопических частей системы друг относительно друга.

Различаются работа A , которая совершается системой над внешними телами, и работа A' , которая совершается внешними телами над системой. Работа A принимается положительной, работа A' – отрицательной, причем $A = -A'$.

Рассмотрим работу расширения газа, т.е. работу, которую газ совершает против внешнего давления, создаваемого поршнем. Эле-

ментарная работа ΔA определяется формулой

$$\Delta A = p \cdot \Delta V, \quad (2.2.3)$$

где p - внешнее давление, ΔV - приращение объема газа. Такой же формулой выражается элементарная работа, совершаемая не только газом, но и любым телом против внешнего давления.

При расширении газ совершает положительную работу против внешних сил ($\Delta V > 0$). При сжатии газа совершается отрицательная работа ($\Delta V < 0$). Она совершается теми внешними телами, которые создали внешнее давление.

Работа расширения при изменении объема газа от V_1 до V_2 равна сумме элементарных работ. Например, в случае изобарного процесса, при котором $p = \text{const}$, работа расширения

$$A = p \cdot (V_2 - V_1), \quad (2.2.4)$$

где V_1 и V_2 - начальный и конечный объемы газа. При изобарном расширении работа изображается на pV -диаграмме площадью прямоугольника (рис. 2.2.1).

Работа расширения при любом процессе измеряется площадью на pV -диаграмме, ограниченной кривой процесса, осью абсцисс и вертикальными прямыми $V = V_1$ и $V = V_2$ (рис. 2.2.2).

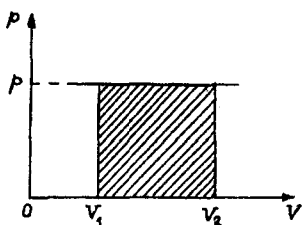


Рис. 2.2.1

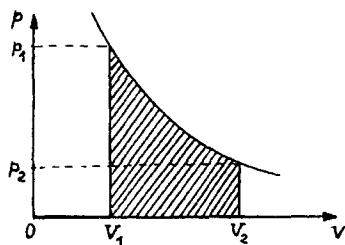


Рис. 2.2.2

Работа, совершенная системой в том или ином процессе, является мерой изменения ее энергии в этом процессе. Если над телом совершается работа, то это может привести к увеличению любого ви-

да энергии данного тела, как внутренней, так и энергии упорядоченного (поступательного) движения.

Существует также *другая форма* передачи энергии, при которой осуществляется непосредственный обмен энергией между хаотически движущимися частицами взаимодействующих тел. Процесс передачи энергии без совершения работы называется теплообменом. *Мерой энергии*, переданной в форме теплоты в процессе теплообмена, служит величина, называемая *количеством теплоты*.

Теплота, как и работа, является не видом энергии, а формой ее передачи. Теплота и работа обладают тем общим свойством, что они определены лишь в процессе передачи, и их численные значения зависят от вида этого процесса.

Теплоемкостью тела называется физическая величина, равная количеству теплоты ΔQ , которое необходимо сообщить телу для нагревания его на один градус:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} . \quad (2.2.5)$$

Теплоемкость тела зависит от его массы, химического состава, термодинамического состояния и вида того процесса, в котором телу передается энергия в форме теплоты.

Удельной теплоемкостью c называется теплоемкость единицы массы однородного вещества:

$$c = \frac{C}{m} , \quad (2.2.6)$$

где m - масса вещества. **Молярной теплоемкостью C_M** называется теплоемкость одного моля вещества:

$$C_M = cM , \quad (2.2.7)$$

где M - молярная масса вещества. Удельная и молярная теплоемкости не являются постоянными величинами и в таблицах теплоемкостей указываются условия, при которых данные таблиц справедливы.

ЛИВЫ.

Понятие об адиабатическом процессе. Адиабатическим процессом называется термодинамический процесс, который осуществляется в системе без теплообмена ее с внешними телами. При адиабатическом процессе $\Delta Q = 0$; теплоемкость вещества в таком процессе равна нулю.

Первый закон термодинамики – это закон сохранения энергии, обобщенный на тепловые явления. Согласно этому закону, количество теплоты, полученное системой, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы против внешних сил:

$$\Delta Q = \Delta U + A . \quad (2.2.8)$$

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам. Теплоемкость одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах. Первый закон термодинамики применительно к изотермическому процессу в идеальном газе имеет вид $\Delta Q = A$. Внутренняя энергия идеального газа при этом не меняется, поскольку $\Delta T = T_2 - T_1 = 0$ и $\Delta U = 0$. Вся подведенная теплота расходуется на работу газа против внешнего давления.

При изохорном процессе количество теплоты ΔQ идет только на увеличение внутренней энергии газа: $\Delta Q = \Delta U$, поскольку работу газ не совершает. Теплоемкость газа в таком процессе называется *теплоемкостью при постоянном объеме* и обозначается C_V . Для одноатомного идеального газа

$$C_V = \frac{3}{2} \nu R . \quad (2.2.9)$$

При изобарном процессе количество теплоты, подводимое к газу, расходуется и на увеличение внутренней энергии, и на работу расширения, которую совершает газ против внешнего давления. Поскольку $A = p \cdot (V_2 - V_1) = \nu R T_2 - \nu R T_1 = \nu R \Delta T$, теплоемкость идеального газа в таком процессе, называемая *теплоемкостью при*

постоянном давлении C_p , равна:

$$C_p = \frac{3}{2} \nu R + \nu R = \frac{5}{2} \nu R. \quad (2.2.10)$$

Теплоемкость газа в изобарном процессе превышает его теплоемкость в изохорном процессе на величину работы расширения. Для одного моля идеального газа разность этих теплоемкостей равна универсальной газовой постоянной R .

При адиабатическом процессе первый закон термодинамики принимает вид: $A = -\Delta U$. В отсутствие теплообмена с внешней средой работа, которую совершает газ против внешнего давления, происходит за счет убыли его внутренней энергии. Адиабатически расширяющийся идеальный газ охлаждается.

Необратимость процессов в природе. В термодинамике большую роль играет понятие обратимого процесса. Обратимым процессом называется такое изменение состояния термодинамической системы, которое, будучи проведено в обратном направлении, возвращает ее в исходное состояние так, чтобы система прошла через те же промежуточные состояния, что и в прямом процессе, но обратной последовательности, а состояние всех тел вне системы, с которыми она взаимодействовала, осталось в итоге неизменным. Важно, что при совершении обратимого процесса сначала в прямом, а затем в обратном направлении в исходное состояние возвращается не только система, но все внешние тела, взаимодействовавшие с системой. Необходимым и достаточным условием обратимости термодинамического процесса является его равновесность.

Равновесный процесс – это идеализированный процесс, при проведении которого в каждый момент не нарушается равновесие термодинамической системы. Он может быть представлен как непрерывная последовательность равновесных состояний. Это означает, что процесс должен быть медленным по сравнению с процессами установления термодинамического равновесия в системе. Строго говоря, только бесконечно медленные процессы являются равновесными.

Все реальные термодинамические процессы протекают с конечной

скоростью и поэтому являются неравновесными. Они сопровождаются трением, диффузией и теплообменом с внешней средой при конечной разности температур системы и внешней среды. Следовательно, *все реальные процессы необратимы.*

Второй закон термодинамики. Многочисленные наблюдения позволили установить, что тепловым процессам присуща определенная направленность, которая не вытекает из первого закона термодинамики. Например, в результате теплообмена между поразному нагретыми телами всегда происходит выравнивание их температур, хотя с точки зрения первого закона термодинамики одинаково возможен как переход теплоты от более нагретого тела к менее нагретому, так и обратный переход. Первый закон термодинамики формально допускает создание вечного двигателя второго рода. Так называется двигатель, в котором рабочее тело, совершая круговой процесс, получает энергию в форме теплоты от одного внешнего тела и целиком передает ее в форме работы другому внешнему телу.

Невозможность создания вечного двигателя второго рода является утверждением, вытекающим из обобщения многочисленных опытов. Оно называется *вторым законом термодинамики* и имеет несколько эквивалентных формулировок. Приведем одну из них:

Невозможен периодический процесс, *единственным результатом* которого является превращение всей теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу.

Второй закон термодинамики указывает на необратимость процесса превращения работы в теплоту. В формулировке этого закона особое значение имеют слова "единственным результатом". Запреты, которые накладываются вторым законом термодинамики, снимаются, если процессы, о которых идет речь, не являются единственными. Например, передача тепла от менее нагретого тела более нагретому возможна, если при этом происходит как минимум еще один процесс (в холодильной установке).

Физические основы работы тепловых двигателей. КПД теплового двигателя и его максимальное значение. Тепловым дви-

гателем называется устройство, которое превращает внутреннюю энергию топлива в механическую энергию. Энергия, которая выделяется при сгорании топлива, передается путем теплообмена рабочему телу (обычно газу). При расширении рабочего тела совершается работа против внешних сил и приводится в движение соответствующий механизм.

Основой тепловых двигателей являются круговые процессы. Круговым процессом, или циклом называется термодинамический процесс, в результате которого рабочее тело (возвращается в исходное состояние. На диаграммах состояния (pV -, pT -, VT -диаграммах) циклические процессы изображаются в виде замкнутых кривых.

Работа против внешнего давления, которую совершает рабочее тело в произвольном круговом процессе, измеряется площадью, ограниченной кривой этого процесса на pV -диаграмме. Прямым циклом называется круговой процесс, в котором рабочее тело совершает положительную работу за счет сообщенной ему теплоты. На pV -диаграмме прямой цикл изображается замкнутой кривой, которая обходится по часовой стрелке. Обратным циклом называется круговой процесс, в котором над рабочим телом совершается работа и от него отводится эквивалентное количество теплоты. На pV -диаграмме обратный цикл изображается замкнутой кривой, которая обходится против часовой стрелки.

В тепловом двигателе рабочее тело совершает прямой цикл, а в холодильной установке – обратный.

Циклом Карно называется прямой обратимый круговой процесс (рис. 2.2.3), состоящий из двух изотерм 1 – 2 и 3 – 4 и двух адиабат 2 – 3 и 4 – 1. При изотермическом расширении 1 – 2 рабочее тело получает от *нагревателя* – источника энергии с постоянной температурой T_1 – количество теплоты Q_1 . При изотермическом сжатии 3 – 4 рабочее тело отдает *холодильнику*, имеющему постоянную температуру T_2 ($T_2 < T_1$), количество теплоты Q_2 .

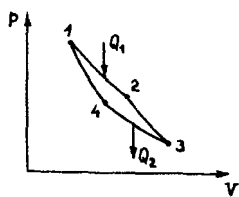


Рис. 2.2.3

При адиабатических расширении и сжатии энергия к рабочему те-

лу извне не поступает и эти процессы происходят за счет изменения его внутренней энергии.

Коэффициентом полезного действия (КПД) произвольного цикла называется отношение работы A , совершенной рабочим телом в прямом цикле, к количеству теплоты Q_1 , сообщенному рабочему телу нагревателем:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}. \quad (2.2.11)$$

КПД обратимого цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и определяется только температурами нагревателя T_1 и холодильника T_2 :

$$\eta_{\text{к}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.2.12)$$

Согласно теореме Карно, КПД произвольного обратимого цикла не может превышать КПД обратимого цикла Карно, осуществленного с теми же температурами T_1 и T_2 нагревателя и холодильника. КПД произвольного необратимого цикла всегда меньше КПД обратимого цикла Карно, проведенного между температурами T_1 и T_2 .

Любой тепловой двигатель, независимо от его конструктивных особенностей, состоит из трех основных частей: рабочего тела, нагревателя и холодильника (рис. 2.2.4). Рабочее тело – газ или пар – при расширении совершает работу, получая от нагревателя некоторое количество теплоты Q_1 . Температура T_1 нагревателя остается при этом постоянной за счет сгорания топлива. При сжатии рабочее тело передает некоторое количество теплоты Q_2 холодильнику – телу постоянной температуры T_2 , меньшей, чем T_1 . Давление газа при сжатии ниже, чем при расширении, что обеспечивает полезную работу двигателя.

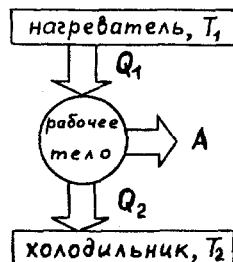


Рис. 2.2.4

Реальные тепловые двигатели работают по разомкнутому циклу: после расширения газ выбрасывается, и сжимается новая порция. Однако, тепловые процессы в рассмотренном выше замкнутом цикле, когда сжимается и расширяется одна и та же порция газа, являются хорошей аппроксимацией для процессов в реальном двигателе, и могут быть использованы для расчета его КПД.

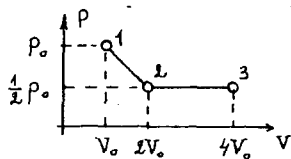
Указания по решению задач

При решении задач важно иметь в виду, что количество теплоты, полученное или отданное газом в некотором процессе, зависит не только от начального и конечного состояний газа, но и от вида самого процесса, поскольку вид процесса определяет работу, совершенную газом. Поэтому часто говорят, что количество теплоты - это не функция состояния, а функция процесса. В то же время, внутренняя энергия однозначно определяется состоянием газа, поэтому ее изменение не зависит от вида процесса. В частности, в циклическом процессе полное изменение внутренней энергии равно нулю и работа, совершенная газом за цикл, равна алгебраической сумме всех количеств теплоты, полученных и отданных газом в этом процессе.

Задачи по теме "Элементы термодинамики"

2.2.1. В сосуде емкостью $V = 5$ л находится гелий под давлением $p = 0,3$ МПа. Какова внутренняя энергия U газа в сосуде?

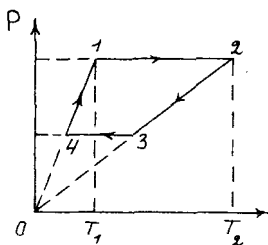
2.2.2. Газ, взятый в количестве $\nu = 5$ моль, сначала нагревают при постоянном объеме так, что абсолютная температура газа возрастет в $n = 3$ раза, а затем сжимают при постоянном давлении, доводя температуру до первоначальной $T = 100$ К. Какая работа A совершена при сжатии? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



2.2.3. Найти работу A , совершенную идеальным газом в ходе процесса 1-2-3 (см. рисунок). В состоянии "1" давление газа равно $p_0 = 10^5$ Па, а объем $V_0 = 1$ л. В со-

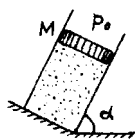
стоянии "2" давление газа вдвое меньше, а объем вдвое больше. Процесс 2 - 3 - изобарное расширение до объема $4V_0$.

2.2.4. С массой $m = 80$ г идеального газа, молярная масса которого $M = 28$ г/моль, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Какую работу A совершает такой двигатель за один цикл? Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль · К), $T_1 = 300$ К, $T_2 = 1000$ К. При нагревании на участке 4 - 1 давление газа увеличивается в 2 раза.



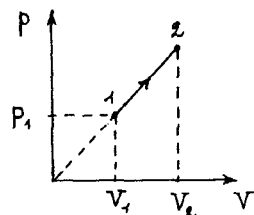
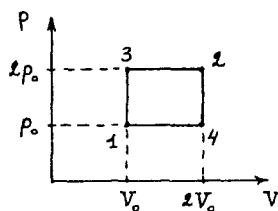
2.2.5. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде, закрытом подвижным поршнем массой $m = 4$ кг, содержится один моль одноатомного газа. На какую величину Δh передвинется поршень, если газу сообщить количество тепла $Q = 9,8$ Дж? Массой газа по сравнению с массой поршня пренебречь, атмосферное давление не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

2.2.6. В закрепленном под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту цилиндре может без трения двигаться поршень массой $M = 10$ кг и площадью $S = 50$ см². Под поршнем находится одноатомный идеальный газ. Газ нагревают так, что поршень перемещается на расстояние $l = 5$ см. Какое количество теплоты Q было сообщено газу? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



2.2.7. Идеальный газ переводят из состояния p_1, V_1 в состояние p_2, V_2 двумя разными способами. В первый раз переход совершается сначала по изобаре, а затем по изохоре, а во второй - сначала по изохоре, а затем по изобаре. Найти разность количеств теплоты ΔQ , выделившихся при этих переходах. При расчетах положить $p_1 = 8 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 4$ м³, $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_2 = 2$ м³.

2.2.8. Некоторое количество одноатомного идеального газа нужно перевести из состояния 1 в состояние 2, используя изохорный и изобарный процессы (см. рисунок). Во сколько раз β отличаются количества теплоты, которые требуются для перехода из исходного в конечное состояние по путям 1 - 3 - 2 и 1 - 4 - 2 соответственно?



2.2.9. Найти количество тепла ΔQ , переданное одноатомному газу при переводе его из состояния 1 в состояние 2 как показано на рисунке. При расчете принять $p_1 = 500$ кПа, $V_1 = 2$ л, $V_2 = 4$ л.

2.2.10. Одноатомный идеальный газ переводится из состояния $p_1 = 130$ кПа, $V_1 = 1$ л в состояние $p_2 = 10$ кПа, $V_2 = 2$ л по прямой, соединяющей точки (p_1, V_1) и (p_2, V_2) на pV -диаграмме. Затем газ переводится в состояние $p_3 = 20$ кПа, $V_3 = 3$ л по прямой, соединяющей точки (p_2, V_2) и (p_3, V_3) . Какое количество тепла ΔQ сообщено газу?

2.2.11. С идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс. Масса газа $m = 60$ г, его молярная масса $M = 20$ г/моль. Из начального состояния газ адиабатически расширяется, причем его температура изменяется от $T_1 = 400$ К до $T_2 = 64$ К. Затем газ изобарически сжимают при давлении $p_0 = 200$ кПа до первоначального объема $V_0 = 500$ см³. Цикл замыкается изохорой $V = V_0$. Какое количество тепла Q передано газу за цикл?

2.2.12. Два сосуда содержат одноатомный идеальный газ. Масса газа в первом сосуде $m_1 = 20$ г, его температура $T_1 = 300$ К. Второй сосуд содержит такой же газ массой $m_2 = 30$ г при температуре $T_2 = 400$ К. Сосуды соединяют трубкой. Пренебрегая объемом трубки и теплообменом с окружающей средой найти температуру газа T , установившуюся в сосудах.

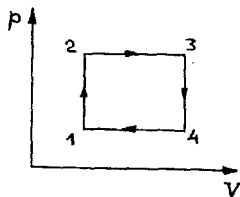
2.2.13. Два сосуда, объемы которых V_1 и V_2 , содержали одинаковый одноатомный газ молярной массы M . В сосуде объемом V_1 масса газа равнялась m_1 при температуре T_1 , а в сосуде с объемом V_2 - соответственно m_2 при температуре T_2 . Сосуды соединяются трубкой. Пренебрегая объемом трубки и теплообменом с окружающей средой, найти давление p , установившееся в сосудах.

2.2.14. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 500 \text{ см}^3$ содержит одноатомный газ, молярная масса которого $M = 4 \text{ г/моль}$. В сосуд вводится дополнительно $m = 1 \text{ г}$ такого же газа при температуре $T = 400 \text{ К}$. На какую величину Δp изменится давление? Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

2.2.15. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде, площадь сечения которого $S = 23 \text{ см}^2$, под поршнем весом $P = 10 \text{ Н}$ находится одноатомный газ. Расстояние между дном сосуда и поршнем $h = 30 \text{ см}$. На внутренней стенке сосуда имеется стопорное кольцо, не позволяющее расстоянию между дном сосуда и поршнем превысить величину $H = 50 \text{ см}$. Какое количество тепла Q нужно сообщить газу, чтобы его давление увеличилось в $\alpha = 1,5$ раза? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$.

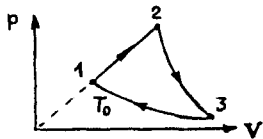
2.2.16. С одноатомным идеальным газом совершается циклический процесс. Из начального состояния $p_2 = 1,6 \text{ МПа}$ и $V_1 = 2 \text{ л}$ газ расширяется при постоянном давлении до объема $V_2 = 16 \text{ л}$. Затем при постоянном объеме V_2 давление газа уменьшается до такой величины $p_1 = 50 \text{ кПа}$, что из состояния p_1, V_2 газ приводится в начальное состояние адиабатическим сжатием. Найти работу A , совершенную газом за цикл.

2.2.17. С одним молем идеального газа проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти работу A , совершаемую газом за цикл, если известно, что температура в состоянии 1 $T_1 = 300 \text{ К}$, а в состояниях 2 и 4 температура одинакова и равна $T = 320 \text{ К}$. Универсальная газовая постоянная $R =$

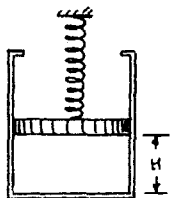


8,3 Дж/(моль · К).

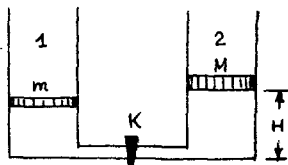
2.2.18. С одним молем идеального одноатомного газа проводят цикл, показанный на рисунке. На участке 1-2 объем газа увеличивается в $m = 2$ раза. Процесс 2-3 - адиабатическое расширение, процесс 3-1 - изотермическое сжатие при температуре $T_0 = 300$ К. Найти работу A , совершаемую газом на участке 2-3. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



2.2.19. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем весом $P = 20$ Н содержится идеальный одноатомный газ. Между поршнем и неподвижной опорой располагается пружина, жесткость которой $k = 200$ Н/м. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 30$ см, при этом пружина не деформирована. Какое количество тепла Q нужно сообщить газу, чтобы поршень переместился на расстояние $\Delta h = 10$ см? Атмосферное давление не учитывать.



2.2.20. В цилиндрическом сосуде 1 под поршнем массой $m = 5$ кг находится одноатомный идеальный газ. Сосуд 1 соединен трубкой, снабженной краном, с таким же сосудом 2, в котором под поршнем массой $M = 10$ кг находится такой же газ. Сосуды и трубка теплоизолированы. В начальном состоянии кран К закрыт, температура газа в обоих сосудах одинакова, поршень в сосуде 2 расположен на высоте $H = 10$ см от дна. На какое расстояние Δh передвинется поршень в сосуде 1 после открывания крана? Объемом трубки с краном пренебречь, атмосферное давление не учитывать.



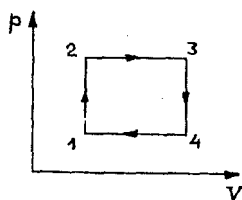
2.2.21. Сосуд содержит $m = 1,28$ г гелия при температуре $t = 27^0$ С. Во сколько раз β изменится среднеквадратичная скорость молекул гелия, если при его адиабатическом сжатии совершить работу $A = 252$ Дж? Молярная масса гелия $M = 4$ г/моль. Универсальная

газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.2.22. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с площадью сечения $S = 20$ см² под поршнем массой $M = 4$ кг содержится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 1$ м. Газу сообщили количество тепла $\Delta Q = 126$ Дж. Во сколько раз α изменится среднеквадратичная скорость молекул газа? Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

2.2.23. Идеальная тепловая машина имеет температуру нагревателя $T_1 = 400$ К, а температуру холодильника $T_2 = 300$ К. Какую мощность N развивает эта машина, если расход топлива составляет $\mu = 10^{-3}$ кг/с, а его удельная теплота сгорания $q = 4 \cdot 10^7$ Дж/кг?

2.2.24. С одним молем идеального газа проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти коэффициент полезного действия цикла η , если известно, что температура в состоянии 1 $T_1 = 256$ К, в состоянии 3 $T_3 = 625$ К, а в состояниях 2 и 4 температура одинакова. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



2.3. Изменение агрегатного состояния вещества

Вопросы программы

- Парообразование. Испарение, кипение. Удельная теплота парообразования. Насыщенный пар. Зависимость давления и плотности насыщенного пара от температуры. Зависимость температуры кипения от давления. Критическая температура.
- Влажность. Относительная влажность.
- Кристаллическое и аморфное состояния вещества. Удельная теплота плавления.
- Уравнение теплового баланса.

Определения, понятия и законы

В различных интервалах температур и давлений большинство веществ может находиться в разных состояниях - газообразном, жидком и твердом. Эти состояния вещества называются агрегатными. Молекулярно-кинетическая теория позволяет объяснить процесс перехода вещества из одного агрегатного состояния в другое.

Парообразование. Испарение. Насыщенный пар. Зависимость плотности и давления насыщенного пара от температуры.

Взаимные превращения жидкостей и газов описываются процессами парообразования и конденсации. *Парообразованием* называется процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное. Парообразование, происходящее при любой температуре со свободной поверхности жидкости, называется *испарением*. Совокупность молекул, вылетевших из жидкости при парообразовании, называется паром данной жидкости. Образование пара происходит не только у жидкостей, но и у твердых тел.

Из поверхностного слоя жидкости вылетают молекулы, которые обладают наибольшей скоростью и, следовательно, кинетической энергией теплового движения, поэтому в результате испарения жидкость охлаждается.

Если процесс парообразования происходит в закрытом сосуде, то по истечении некоторого времени количество жидкости перестает убывать, хотя молекулы жидкости, способные покинуть ее поверхность, продолжают переходить в пар. В этом случае, наряду с процессом парообразования, определяющую роль начинает играть компенсирующий его обратный процесс - конденсация, т.е. превращение пара в жидкость. Концентрация вещества в газообразном состоянии достигает такого значения, при котором число молекул, возвращающихся в жидкость, становится равным числу молекул, покидающих поверхность жидкости за то же время, иными словами, становятся равными скорости парообразования и конденсации. Устанавливается *динамическое равновесие* между процессами ис-

парения и конденсации. Пар, находящийся в состоянии динамического равновесия со своей жидкостью, называется *насыщенным паром*. Пар, находящийся при давлении ниже давления насыщенного пара, является ненасыщенным.

Давление насыщенного пара p_n зависит только от его химического состава и температуры и не зависит от величины свободного от жидкости объема сосуда, в котором находится пар. Это объясняется тем, что при сжатии насыщенного пара концентрация молекул пара увеличивается, равновесие между процессами испарения и конденсации нарушается и часть пара превращается в жидкость. При расширении насыщенного пара концентрация его молекул уменьшается и часть жидкости превращается в пар.

Интенсивность процесса испарения увеличивается с возрастанием температуры жидкости. Поэтому динамическое равновесие между испарением и конденсацией при повышении температуры устанавливается при больших концентрациях молекул пара, т.е. при больших его давлениях.

Давление идеального газа при постоянной концентрации молекул возрастает прямо пропорционально абсолютной температуре. Так как в насыщенном паре при возрастании температуры концентрация молекул увеличивается, давление насыщенного пара с повышением температуры возрастает быстрее, чем давление идеального газа с постоянной концентрацией молекул (рис. 2.3.1).

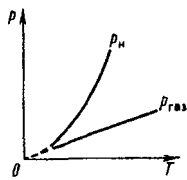


Рис. 2.3.1

Кипение. Процесс парообразования может происходить не только с поверхности жидкости, но и внутри жидкости. Если давление насыщенного пара равно давлению в жидкости или превышает его, пузырьки пара внутри жидкости расширяются и всплывают на поверхность. Процесс интенсивного парообразования не только со свободной поверхности жидкости, но и по всему ее объему внутри образующихся при этом пузырьков пара, называется *кипением*.

Зависимость температуры кипения от давления. Температурой (точкой) кипения называется температура жидкости, при

которой давление ее насыщенного пара равно внешнему давлению. При понижении внешнего давления температура кипения жидкости понижается, при повышении давления - повышается. В частности, при температуре 100°C давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному давлению и кипение воды происходит при 100°C . Если давление над водой уменьшить до половины нормального атмосферного давления, вода закипит при 80°C . При давлении, в 2 раза превышающем нормальное атмосферное давление, температура кипения воды равна 120°C .

Удельная теплота парообразования. Если внешнее давление не изменяется, в процессе кипения температура жидкости остается постоянной. Теплота, которая извне подводится к жидкости, расходуется на парообразование. Количество теплоты q , необходимое для превращения в пар единицы массы жидкости, нагретой до температуры кипения, называется *удельной теплотой парообразования*. Из закона сохранения энергии следует, что при обратном процессе - конденсации пара в жидкость - выделяется то же количество теплоты.

Критическая температура. При увеличении температуры жидкости увеличивается давление насыщенного пара и одновременно растет его плотность. Плотность жидкости, находящейся в равновесии со своим паром, уменьшается вследствие теплового расширения. Графики зависимости от температуры плотностей насыщенного пара и жидкости пересекаются в некоторой точке, называемой критической (рис. 2.3.2). В критической

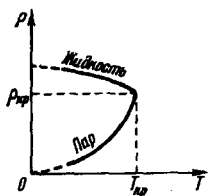


Рис. 2.3.2

точке плотность жидкости равна плотности насыщенного пара, находящегося в равновесии с жидкостью. При *критической температуре* плотность и давление насыщенного пара становятся максимальными, а плотность жидкости, находящейся в равновесии с паром, минимальной. Критическая температура для воды $t_k = 374^{\circ}\text{C}$.

Особое значение критической температуры состоит в том, что при температуре выше критической газ нельзя превратить в жидкость

ни при каких давлениях.

Влажность. *Относительная влажность.* Содержание водяного пара в воздухе можно характеризовать несколькими величинами. *Абсолютной влажностью воздуха* (или просто влажностью воздуха) ρ называют плотность водяных паров, содержащихся в воздухе при данных условиях. Обычно влажность выражают в г/м³. Поскольку в атмосферном воздухе интенсивность испарения воды зависит от того, насколько близко давление паров воды к давлению насыщенных паров при данной температуре, важно также знать относительную влажность. *Относительной влажностью воздуха* f называется отношение парциального давления водяного пара p , содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению p_n насыщенного водяного пара при той же температуре, выраженное в процентах:

$$f = \frac{p}{p_n} \cdot 100\% . \quad (2.3.1)$$

Так как давление насыщенного пара тем меньше, чем ниже температура, то при охлаждении воздуха находящийся в нем водяной пар при некоторой температуре становится насыщенным. Температура t_p , при которой находящийся в воздухе водяной пар становится насыщенным, называется *точкой росы*. При температуре воздуха, равной, или более низкой, чем точка росы, испарение воды прекращается.

Кристаллическое и аморфное состояния вещества. Твердые тела по своим свойствам и внутреннему строению делятся на *кристаллические* и *аморфные*.

Кристаллы — это твердые тела, атомы или молекулы которых занимают определенные, упорядоченные положения в пространстве. Кристаллические твердые тела обладают анизотропией — зависимостью физических свойств от направления внутри кристалла. К числу таких свойств относятся механическая прочность, коэффициент теплового расширения, электро- и теплопроводность, показатель преломления света и пр.

Различаются следующие четыре типа твердых кристаллов:

1. *Ионные кристаллы* – большинство неорганических соединений, например соли (NaCl и др.), окиси металлов и т.д. В узлах кристаллических решеток ионных кристаллов размещаются правильно чередующиеся положительные и отрицательные ионы, между которыми действуют главным образом силы электростатического взаимодействия, осуществляющие ионную связь. В процессе кристаллизации одни атомы (например, Na) теряют электроны, которые присоединяются к другим атомам (например, Cl), и возникают два противоположно заряженных иона.

2. *Атомные (валентные) кристаллы* – кристаллические решетки полупроводников (Te , Ge и др.), многие органические твердые тела. Типичными примерами таких кристаллов являются разновидности углерода – алмаз и графит. В узлах кристаллических решеток атомных кристаллов находятся электрически нейтральные атомы, чаще всего одинаковые, между которыми осуществляется особая ковалентная связь, имеющая квантовомеханическое происхождение.

3. *Молекулярные кристаллы* – Br_2 , I_2 , CH_4 , нафталин, парафин, многие твердые органические соединения. В узлах кристаллических решеток таких кристаллов находятся молекулы, сохраняющие свою "индивидуальность". Между этими молекулами действуют силы притяжения, характерные для взаимодействия молекул. Относительно малая устойчивость молекулярных кристаллов, их низкие температуры плавления объясняются тем, что силы притяжения между их молекулами меньше, чем у кристаллов других типов.

4. *Металлические кристаллы (металлы)*. При кристаллизации металлов происходит отщепление от атомов внешних (валентных) электронов и образуются положительные ионы, которые располагаются в узлах кристаллической решетки. Валентные электроны становятся "коллективизированными" – они принадлежат всему кристаллу в целом, образуя электронный газ. Металлическая связь в кристаллической решетке металлов обеспечивается притяжением между положительно заряженными ионами, находящимися в узлах кристаллической решетки, и отрицательно заряженным электрон-

ным газом. Коллективизированные электроны металлов как бы "стягивают" положительные ионы, уравновешивая отталкивание между ними. При расстояниях между ионами, равных периоду кристаллической решетки, возникает устойчивая конфигурация ионов. Наличием электронного газа объясняется хорошая электропроводность металлов.

Кристаллические тела делятся на *монокристаллы* и *поликристаллы*. Монокристаллы часто обладают геометрически правильной внешней формой, но главный признак монокристалла - периодически повторяющаяся внутренняя структура во всем объеме. Поликристаллическое тело представляет собой совокупность сросшихся друг с другом хаотически ориентированных маленьких кристаллов. Каждый маленький монокристалл анизотропен, но поликристаллическое тело как правило изотропно.

Наряду с кристаллическими, в природе существуют также *аморфные тела*. У аморфных тел нет строгого порядка в расположении атомов. Все аморфные тела изотропны, т.е. их физические свойства одинаковы по всем направлениям. К аморфным телам относятся стекло, смола, канифоль, плавленный сахар и др. При внешних воздействиях аморфные тела обнаруживают одновременно упругие свойства, подобно кристаллам, и текучесть, подобно жидкости. Упругие свойства аморфных тел проявляются при низких температурах. При повышении температуры они постепенно размягчаются и по свойствам все более приближаются к жидкостям. Определенной температуры плавления у аморфных тел, в отличие от кристаллических, нет.

Удельная теплота плавления. Взаимные превращения кристаллических твердых тел и жидкостей описываются процессами плавления и кристаллизации (отвердевания). *Плавлением твердых тел* называется их переход из твердого состояния в жидкое. В результате плавления происходит разрушение кристаллической решетки твердого тела. Плавление происходит при определенной температуре, называемой *температурой (точкой) плавления* $T_{пл}$. Как правило, плавление твердых тел сопровождается уменьшением плот-

ности. Исключение составляют лед и висмут, у которых плавление сопровождается увеличением плотности.

В процессе плавления твердого тела оно существует одновременно и в твердом, и в жидком состояниях. Температура тела не изменяется при плавлении и остается все время равной $T_{\text{пл}}$. Все количество теплоты, которое подводится к твердому телу, расходуется на разрушение кристаллической решетки. Количество теплоты, необходимое для перевода единицы массы твердого тела, находящегося при температуре плавления, в жидкое состояние называется *удельной теплотой плавления* λ .

Переход вещества из жидкого в твердое кристаллическое состояние называется *кристаллизацией* (затвердеванием). Для любой химически чистой жидкости этот процесс идет при постоянной температуре кристаллизации, которая совпадает с температурой плавления $T_{\text{пл}}$. Кристаллизация единицы массы жидкости сопровождается выделением некоторого количества теплоты – удельной теплоты кристаллизации, – равной удельной теплоте плавления.

Уравнение теплового баланса. Если внутри теплоизолированной системы не совершается механической работы, то для нее справедливо *уравнение теплового баланса*:

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_n = 0, \quad (2.3.2)$$

где $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_n$ – количества теплоты, полученные (положительные) или отданные (отрицательные) телами системы. Эти количества теплоты рассчитываются по следующим формулам.

При изменении температуры тела массы m количество переданной ему теплоты

$$\Delta Q = cm(t_2 - t_1), \quad (2.3.3)$$

где c – удельная теплоемкость вещества, t_1 и t_2 – начальная и конечная температуры.

При превращении жидкости, находящейся при температуре кипения

ния, в пар, количество теплоты, переданной жидкости,

$$\Delta Q = r m , \quad (2.3.4)$$

где r - удельная теплота парообразования. При конденсации пара выделяется такое же количество теплоты.

Плавление кристаллического тела, нагретого до температуры плавления, требует передачи ему количества теплоты

$$\Delta Q = \lambda m , \quad (2.3.5)$$

где λ - удельная теплота плавления. При кристаллизации выделяется то же количество теплоты.

Указания по решению задач

При решении задач, в которых рассматривается влажность воздуха, следует иметь в виду, что ненасыщенный пар по своей природе ничем не отличается от обычного газа, поэтому для описания его состояния справедливо уравнение Клапейрона-Менделеева. Однако, в состояниях, близких к насыщению, это уравнение в обычной форме становится неприменимым. При рассмотрении процессов, происходящих с насыщенным паром, надо учитывать, что при изменении температуры, давления или объема изменяется также и масса пара. В частности, при изотермическом сжатии масса пара изменяется пропорционально его объему. Следовательно, плотность пара ρ и его давление p постоянны. Поэтому связь между плотностью и давлением, вытекающая из уравнения $\rho = pM / (RT)$, справедлива и для насыщенного пара.

В задачах, связанных с изменением агрегатного состояния тел, находящихся в тепловом контакте, для правильной записи уравнения теплового баланса важно детально проследить, через какие промежуточные состояния проходят исходные вещества, прежде чем достигнут конечного состояния термодинамического равновесия. В связи с этим рекомендуется сначала численно оценить количества теплоты, которые могут выделиться ли поглотиться при всех воз-

возможных в данной задаче переходах из одного агрегатного состояния в другое, и определить на основании этого, в каких агрегатных состояниях будут находиться все вещества в конечном состоянии. Только после этого имеет смысл записывать уравнение теплового баланса.

Задачи по теме “Изменение агрегатного состояния вещества”

2.3.1. Относительная влажность воздуха в комнате объемом $V = 40 \text{ м}^3$ равна $f = 70\%$. Найти массу m водяных паров в комнате, если температура воздуха $t = 20^\circ \text{С}$, а давление насыщенного пара при этой температуре $p_{\text{н}} = 2330 \text{ Па}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, молярная масса воды $M = 0,018 \text{ кг}/\text{моль}$.

2.3.2. В комнате при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ относительная влажность воздуха $f_1 = 20\%$. Какую массу Δm воды нужно испарить для увеличения влажности до величины $f_2 = 60\%$ при той же температуре? Объем комнаты $V = 50 \text{ м}^3$, плотность насыщенных паров воды при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ равна $\rho_{\text{н}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^3$.

2.3.3. В комнате при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ относительная влажность $f_1 = 20\%$. Найти относительную влажность f_2 после испарения в комнате $m = 0,2 \text{ кг}$ воды. Объем комнаты $V = 50 \text{ м}^3$, плотность насыщенных паров при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ равна $\rho_{\text{н}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^3$.

2.3.4. Воздух в комнате объемом $V = 50 \text{ м}^3$ имеет температуру $t = 27^\circ \text{С}$ и относительную влажность $f_1 = 30\%$. Сколько времени τ должен работать увлажнитель воздуха, распыляющий воду с производительностью $\alpha = 2 \text{ кг}/\text{час}$, чтобы относительная влажность в комнате повысилась до $f_2 = 70\%$? Давление насыщенных паров воды при $t = 27^\circ \text{С}$ равно $p_{\text{н}} = 3565 \text{ Па}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, молярная масса воды $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ г}/\text{моль}$.

2.3.5. Относительная влажность при температуре $t_1 = 27^\circ \text{С}$ равна f_1

= 75%. Во сколько раз n изменится относительная влажность, если температура упадет до $t_2 = 10^0$ С? Давление насыщенного пара при $t_1 = 27^0$ С равно $p_1 = 27$ мм рт.ст., при $t_2 = 10^0$ С равно $p_2 = 9,2$ мм рт.ст.

2.3.6. Горизонтально расположенный цилиндр разделен подвижным поршнем массы $m = 5$ кг на две равные части объемом $V = 1$ л каждая. С одной стороны от поршня находится насыщенный водяной пар при температуре $t = 100^0$ С, с другой - воздух при той же температуре. Цилиндр поставили вертикально так, что снизу оказался пар. На какое расстояние x опустится поршень, если температуру в обеих частях цилиндра поддерживают неизменной? Площадь основания цилиндра $S = 0,01$ м², давление насыщенного пара при температуре $t = 100^0$ С равно $p_n = 10^5$ Па. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

2.3.7. Определить массу воды m , которую теряет человек за $\tau = 1$ час в процессе дыхания, исходя из следующих данных. Относительная влажность вдыхаемого воздуха $f_1 = 60\%$, относительная влажность выдыхаемого воздуха $f_2 = 100\%$. Человек делает в среднем $n = 15$ вдохов в минуту, вдыхая каждый раз $V = 2,5$ л воздуха. Температуру вдыхаемого и выдыхаемого воздуха принять $t = 36^0$ С; давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p_n = 5,9$ кПа. Молярная масса воды $M = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.3.8. В чайник налили воды при температуре $t = 10^0$ С и поставили на электроплитку. Через время $\tau_1 = 10$ мин вода закипела. Через какое время τ_2 вода полностью выкипит? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг · К), удельная теплота парообразования $r = 2,3$ МДж/кг. Температура кипения воды $t_k = 100^0$ С.

2.3.9. В калориметре находилось $m_1 = 400$ г воды при температуре $t_1 = 5^0$ С. К ней долили еще $m_2 = 200$ г воды при температуре $t_2 = 10^0$ С и положили $m_3 = 400$ г льда при температуре $t_3 = -60^0$ С. Какая масса m льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия? Удельные теплоемкости воды и льда, соот-

ветственно, $c_v = 4,2$ Дж/(г·К), $c_l = 2,1$ Дж/(г·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ Дж/г. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

2.3.10. На примус поставили открытую кастрюлю с водой при температуре $t = 20^0$ С и сняли ее через $\tau = 40$ мин. Найти объем V_1 оставшейся в кастрюле воды, если начальный объем воды составлял $V = 3$ л. В примусе каждую минуту сгорает $m = 3$ г керосина, удельная теплота сгорания которого $h = 40$ кДж/г, КПД примуса (относительная доля выделившегося тепла, идущая на нагревание воды) $\eta = 42\%$, теплоемкость и удельная теплота парообразования воды соответственно $c = 4,2$ кДж/(кг·К), $r = 2,1$ МДж/кг, плотность воды $\rho_v = 10^3$ кг/м³, температура кипения воды $t_k = 100^0$ С. Теплоемкостью кастрюли пренебречь.

2.3.11. Нагретый металлический порошок высыпают в жидкость массой m , находящуюся при температуре T_1 . Масса порошка равна M , его удельная теплоемкость c . Когда установилось тепловое равновесие, оказалось что температура системы равна T_2 и масса жидкости уменьшилась на Δm . Удельная теплоемкость жидкости равна c_1 , ее удельная теплота парообразования r , температура кипения T_k . Найти температуру T_3 , которую имел нагретый порошок.

2.3.12. Тигель, содержащий некоторое количество олова, нагревают на плитке, выделяющей в единицу времени постоянное количество тепла. За время $\tau_0 = 20$ мин температура олова повысилась от $t_1 = 20^0$ С до $t_2 = 70^0$ С, а еще через $\tau = 166$ мин олово полностью расплавилось. Найти удельную теплоемкость олова c , если его температура плавления $t_{пл} = 232^0$ С, а удельная теплота плавления $\lambda = 58,5$ кДж/кг. Теплоемкостью тигеля и потерями тепла пренебречь.

2.3.13. Железнодорожный вагон массой $M_1 = 60$ т, движущийся со скоростью $v_0 = 7,2$ км/ч, сталкивается с неподвижно стоящим вагоном массой $M_2 = 40$ т. После столкновения вагоны приобретают одну и ту же скорость и движутся как единый состав. Какой объем воды V можно было бы довести до кипения, если всю энергию, вы-

делившуюся при столкновении вагонов, удалось бы обратить в нагрев воды? Начальная температура воды $t_0 = 20^0 \text{ C}$, температура кипения воды $t_k = 100^0 \text{ C}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$.

2.3.14. В теплоизолированном сосуде в начальный момент находится одноатомный газ при температуре $T_0 = 300 \text{ K}$ и кусочек железа массы $m = 0,2 \text{ кг}$, нагретый до температуры $T_1 = 500 \text{ K}$. Начальное давление газа $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, его объем $V_0 = 1000 \text{ см}^3$, удельная теплоемкость железа $c = 0,45 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$. Найти давление газа в равновесном состоянии, считая объем газа неизменным.

2.3.15. Толстостенный сосуд массой $m = 1 \text{ кг}$ изготовлен из материала, удельная теплоемкость которого $c = 100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$. Сосуд содержит $\nu = 2$ моля одноатомного газа, объем которого $V = 500 \text{ см}^3$ остается неизменным. Системе сообщают количество тепла $Q = 300 \text{ Дж}$. Найти изменение давления газа Δp . Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K})$.

2.3.16. Некоторое количество воды нагревается электронагревателем мощностью $W = 500 \text{ Вт}$. При включении нагревателя на время $t_1 = 2 \text{ мин}$ температура воды повысилась на $\Delta T = 1 \text{ K}$, а при его отключении - понизилась за время $t_2 = 1 \text{ мин}$ на ту же величину ΔT . Какова масса m нагреваемой воды, если потери тепла за счет рассеяния в окружающую среду пропорциональны времени? Удельная теплоемкость воды $c = 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$.

3. Электродинамика

3.1. Электростатика

Вопросы программы

- *Электрические заряды. Элементарный электрический заряд. Проводники и диэлектрики. Закон сохранения электрического заряда. Взаимодействие электрически заряженных тел. Электроскоп. Точечный заряд. Закон Кулона.*
- *Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Линии напряженности (силовые линии) электрического поля. Однородное электрическое поле. Напряженность электростатического поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей. Поле проводящей сферы.*
- *Работа сил электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Потенциал поля точечного заряда. Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.*
- *Проводники и диэлектрики в электростатическом поле. Диэлектрическая проницаемость вещества. Емкость. Конденсаторы. Поле плоского конденсатора. Емкость плоского конденсатора. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора.*
- *Энергия электрического поля.*

Определения, понятия и законы

Электростатикой называется раздел электродинамики, в котором рассматриваются взаимодействия неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц.

Электрические заряды. Элементарный электрический заряд. Физическая величина, характеризующая свойство тел или частиц вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая значения сил, возникающих при таких взаимодействиях, называет-

ся *электрическим зарядом*. Электрические заряды делятся на *положительные* и *отрицательные*. Положительный заряд возникает, например, на стекле, натертом кожей, отрицательный - на янтаре, натертом шерстью.

Носителями электрических зарядов являются элементарные частицы и их античастицы. Стабильными носителями положительного заряда являются протон и позитрон, отрицательного - электрон и антипротон. Другие элементарные частицы, имеющие электрические заряды, являются нестабильными, их время "жизни" чрезвычайно мало.

В Международной системе за единицу заряда принят *кулон* (Кл). Кулон - это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 ампер (А). Определение единицы силы тока 1 А будет дано в разделе 3.2.

Электрический заряд протона и электрона по абсолютному значению равен $1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл. Массы протона и электрона равны, соответственно, $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг и $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. Электрический заряд протона и электрона называется *элементарным зарядом*.

Электрический заряд любого заряженного тела равен целому числу элементарных зарядов. В электрически нейтральном (незаряженном) теле содержится равное число элементарных зарядов противоположного знака. Электрически нейтральными являются неионизованные атомы и молекулы.

Если электрическая нейтральность тела нарушена, то оно называется *наэлектризованным*, или заряженным. Для электризации тела необходимо, чтобы на нем был создан избыток (недостаток) элементарных зарядов того или другого знака. Электризация тел осуществляется различными способами, простейшим из которых является электризация соприкосновением. Этот способ основан на том, что при соприкосновении некоторых тел, когда происходит контакт между разнородными веществами, валентные электроны могут переходить из одного вещества в другое.

Проводники и диэлектрики. Проводниками называются веществ-

ва, в которых может происходить упорядоченное перемещение электрических зарядов (электрический ток). Проводниками являются металлы, водные растворы солей, кислот и др., ионизованные газы. В частности, в металлах валентные электроны взаимодействующих друг с другом атомов отщепляются и становятся свободными, т.е. способными свободно перемещаться в объеме металла. Эти электроны, называемые также электронами проводимости, и обеспечивают электропроводность металлов. Механизмы электропроводности других проводящих веществ будут подробно рассмотрены в разделе 3.2.

Диэлектриками называются вещества, которые не проводят электрический ток. В диэлектриках практически отсутствуют свободные электроны, и упорядоченное движение электрических зарядов в обычных условиях невозможно. К диэлектрикам относятся некоторые твердые вещества (стекло, фарфор, ряд кристаллов и др.), жидкости (химически чистая вода, керосин, минеральное масло и др.) и большинство газов. Валентные электроны в атомах диэлектриков прочно связаны со своими ядрами и в обычных условиях не могут отщепляться от них.

Закон сохранения электрического заряда. При всех явлениях, связанных с перераспределением электрических зарядов в изолированной системе взаимодействующих тел, алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной. Этот закон, носящий название *закона сохранения электрического заряда*, является таким же фундаментальным законом физики, как и другие законы сохранения: энергии, импульса и др.

Электромметр и электроскоп. Для обнаружения зарядов и измерения их величины служат электромметры и электроскопы. Простейший *электромметр* (рис. 3.1.1) содержит легкую алюминиевую стрелку, укрепленную на металлическом стержне с помощью горизонтальной оси. Центр тяжести стрелки находится ниже оси, поэтому у незаряженного электромметра стрелка располагается вертикально. Стержень со стрелкой помещен в метал-

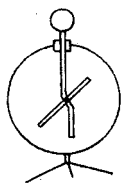


Рис. 3.1.1

личный корпус, изолированный от стержня. Это делается для того, чтобы внешнее электрическое поле не влияло на показания прибора. Наблюдения за стрелкой проводятся через смотровое окно. Если прикоснуться к шарiku электрометра заряженным телом, то на стержне и стрелке возникнут одноименные заряды, которые отталкиваются друг от друга, и подвижная стрелка отклонится. Электрометры обычно градуируют, что позволяет достаточно просто и точно проводить измерения зарядов и разности потенциалов между проводниками. *Электроскоп* отличается от электрометра тем, что не имеет металлического корпуса, а вместо подвижной стрелки используются две полоски тонкой фольги, подвешенные к нижнему концу стержня. Электроскоп обычно применяют как демонстрационный прибор для обнаружения электрического заряда. При сообщении стержню электроскопа заряда полоски расходятся в разные стороны; по углу между ними можно также грубо оценивать величину заряда.

Взаимодействие электрически заряженных тел. Точечный заряд. Закон Кулона. Силы электростатического взаимодействия зависят от формы и размеров наэлектризованных тел, а также от распределения зарядов на этих телах. Электрические заряды называются *точечными*, если они располагаются на телах, размеры которых значительно меньше, чем расстояние между ними. В этом случае ни форма, ни размеры заряженных тел существенно не влияют на взаимодействие между ними.

Количественные характеристики взаимодействия точечных зарядов устанавливает закон Кулона:

величина силы электрического взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме пропорциональна произведению величин этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (3.1.1)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Силы, действующие между точечными зарядами, направлены вдоль прямой, соединяющей эти заряды. Эти силы называются *кулоновскими*. Заряды одного знака отталкиваются, а заряды разных знаков притягиваются.

Сила взаимодействия зарядов в диэлектрике по сравнению с их взаимодействием в вакууме уменьшается. Это уменьшение характеризуется диэлектрической проницаемостью вещества ϵ . Закон Кулона для зарядов, находящихся в диэлектрике, имеет вид:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1q_2}{r^2}. \quad (3.1.2)$$

Принцип суперпозиции. Кулоновская сила, действующая на точечный заряд со стороны системы точечных зарядов, равна векторной сумме кулоновских сил, действующих на этот заряд со стороны каждого из зарядов системы. Этот принцип, называемый *принципом суперпозиции* для кулоновских сил, может быть выражен формулой

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad (3.1.3)$$

где \vec{F}_i – кулоновская сила, действующая на заряд q со стороны точечного заряда q_i , N – число зарядов в системе.

Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Любой неподвижный электрический заряд создает вокруг себя электростатическое поле, которое в каждой точке пространства характеризуется векторной физической величиной – *напряженностью* $\vec{E}(\vec{r})$. Напряженность электрического поля определяется как сила, действующая в данной точке пространства на единичный положительный точечный заряд. В Международной системе единицей напряженности электрического поля является *вольт на метр* (В/м). Определение единицы напряжения (разности потенциалов) 1 В будет дано ниже.

Напряженность электростатического поля точечного заряда. В соответствии с законом Кулона (3.1.1) вектор напряженности поля точечного заряда q направлен по прямой, соединяющей точку нахождения заряда и точку наблюдения. Величина напряженности этого поля в вакууме

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} . \quad (3.1.4)$$

Если в пространстве есть несколько зарядов, то результирующее поле равно векторной сумме полей каждого из зарядов.

Линии напряженности (силовые линии) электрического поля. Электрическое поле изображают с помощью *линий напряженности* (силовых линий). Эти линии указывают направление силы, действующей на положительный заряд в каждой точке поля. Силовые линии электростатического поля не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. Силовые линии непрерывны и не пересекаются. Они всегда перпендикулярны поверхности проводника. Распределение силовых линий в пространстве отображает величину поля: их густота в окрестности какой-либо точки пропорциональна величине напряженности поля в этой точке. Примеры силовых линий полей, создаваемых некоторыми простейшими системами электрических зарядов, изображены на рис. 3.1.2.

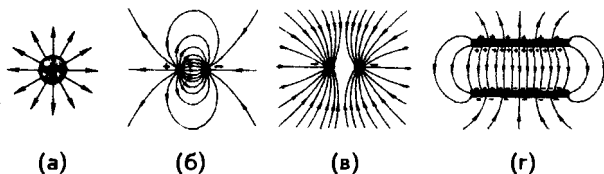


Рис. 3.1.2

Заряд, помещенный на проводник, распределяется по его поверхности таким образом, чтобы поле внутри проводника было равно нулю.

Однородное электрическое поле. Напряженность поля, создаваемое

мого бесконечной равномерно заряженной пластиной, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} . \quad (3.1.5)$$

где σ - заряд единицы поверхности (поверхностная плотность зарядов). Линии напряженности перпендикулярны пластине. Две равномерно (с одинаковой плотностью σ) и разноименно заряженные бесконечные пластины создают однородное электростатическое поле, напряженность которого в пространстве между плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} . \quad (3.1.6)$$

В остальном пространстве электрическое поле рассматриваемой системы равно нулю.

Поле проводящей сферы. Напряженность поля заряженной проводящей сферы радиуса R_0 , несущей на поверхности заряд Q :

$$E = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R_0, \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & \text{при } r \geq R_0. \end{cases} \quad (3.1.7)$$

Совокупность двух равных по величине и противоположных по знаку точечных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга, называется электрическим диполем. Диполь характеризуется *электрическим моментом* $\vec{p}_e = q\vec{l}$, где вектор \vec{l} направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному. Помещенный в неоднородное внешнее поле, диполь втягивается в область более сильного поля. В однородном внешнем поле на диполь действует момент сил, пытающийся развернуть диполь так, чтобы его дипольный момент был направлен вдоль силовых линий.

Работа сил электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Работа электростатических сил по переме-

щению зарядов не зависит от формы траектории и определяется только величиной заряда и положением начальной и конечной точек траектории. Следовательно, электростатические силы потенциальны. Это дает возможность ввести энергетическую характеристику электростатического поля - потенциал $\varphi(\vec{r})$.

Потенциал – это работа, которую совершают силы электростатического поля по перемещению единичного заряда из данной точки пространства в точку, потенциал которой принят за нуль. Очевидно, что потенциал также равен работе, которую нужно совершить против электростатических сил, чтобы перенести единичный положительный заряд из точки, в которой потенциал принят за нуль, в данную точку пространства

Физический смысл имеет разность потенциалов между двумя точками, а не значения потенциалов в этих точках. Поэтому выбор точки с нулевым потенциалом определяется соображениями простоты и удобства решения задач. Чаще всего выбирают равным нулю потенциал либо бесконечно удаленной точки, либо потенциал Земли.

Работа поля по перемещению заряда из одной точки пространства в другую

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU, \quad (3.1.8)$$

где $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2.

Единица напряжения и разности потенциалов в СИ называется вольт (В). $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж}/1 \text{ Кл}$.

Потенциал поля точечного заряда. Потенциал поля точечного заряда q_0 в вакууме

$$\varphi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.1.9)$$

Потенциал положительного заряда положителен и убывает с рас-

стоянием от заряда, а потенциал отрицательного заряда отрицателен и увеличивается при удалении от заряда.

При наличии нескольких точечных зарядов общий потенциал в некоторой точке поля равен алгебраической сумме потенциалов, созданных отдельными зарядами.

Потенциал проводящей заряженной сферы радиуса R_0 , несущей на поверхности заряд Q , равен

$$\varphi = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_0} & \text{при } r < R_0, \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{при } r \geq R_0. \end{cases} \quad (3.1.10)$$

Связь разности потенциалов с напряженностью электростатического поля. Связь между напряженностью E и разностью потенциалов (напряжением) U для двух точек в однородном электростатическом поле определяется формулой

$$E = \frac{U}{d}, \quad (3.1.11)$$

где d — расстояние между этими точками.

В однородном диэлектрике разность потенциалов (как и напряженность электростатического поля) уменьшается в ϵ раз по сравнению с этими величинами в вакууме.

Эквипотенциальные поверхности. Геометрическое место точек электростатического поля с одинаковыми потенциалами называется *эквипотенциальной поверхностью*. Эквипотенциальные поверхности имеют следующие свойства:

- 1) в каждой точке эквипотенциальной поверхности вектор напряженности поля перпендикулярен к ней и направлен в сторону убывания потенциала;
- 2) работа по перемещению заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности равна нулю.

Одной из эквипотенциальных поверхностей является поверхность заряженного проводника.

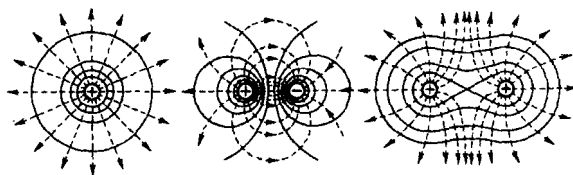


Рис. 3.1.3

Наряду с силовыми линиями, эквипотенциальные поверхности являются удобным средством для графического изображения электростатического поля. Обычно их проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними поверхностями были одинаковы (рис. 3.1.3)).

Проводники и диэлектрики в электростатическом поле. Диэлектрическая проницаемость вещества. Если металлический проводник поместить во внешнее электрическое поле, то под действием этого поля помимо теплового, хаотического движения свободных электронов возникнет их упорядоченное движение, в результате которого они будут перемещаться в направлении, противоположном напряженности поля. На поверхности проводника, обращенной навстречу силовым линиям поля, появится избыточный отрицательный заряд, на противоположной поверхности - избыточный положительный. Заряды, появляющиеся на поверхностях проводника, создают внутри него электрическое поле, вектор напряженности которого противоположен вектору напряженности внешнего поля. Упорядоченное движение электронов в проводнике прекратится, когда внутреннее поле станет равным по величине внешнему полю. Под действием внешнего электростатического поля электроны проводимости в проводнике перераспределяются так, что напряженность результирующего поля в любой точке внутри проводника становится равной нулю; uncompensated charges are located only on the surface of the conductor. The phenomenon of charge redistribution in a conductor in an external electrostatic field is called *electrostatic induction*.

При помещении в электростатическое поле *диэлектрика* в нем происходят несколько иные процессы. Молекулы диэлектрика электрически нейтральны - суммарные положительные заряды их ядер и отрицательные заряды всех электронов равны друг другу. В зависимости от строения молекул различаются *полярные* и *неполярные диэлектрики*.

Если в отсутствие внешнего электрического поля центры положительных и отрицательных зарядов в молекуле диэлектрика совпадают, то он называется *неполярным*. В отсутствии внешнего поля дипольный момент молекулы неполярного диэлектрика равен нулю. Если молекулу неполярного диэлектрика поместить во внешнее электрическое поле, то произойдет ее деформация и возникнет *индуцированный* дипольный момент.

В молекулах *полярных* диэлектриков ядра и электроны расположены таким образом, что центры положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Такие молекулы, независимо от внешних электрических полей, ведут себя как *жесткие диполи*, обладающие электрическим моментом, модуль которого постоянен. Если внешнее электрическое поле не приложено, то из-за теплового хаотического движения молекул в расположении жестких диполей отсутствует упорядоченность. Поэтому, хотя каждый диполь создает свое электрическое поле, суммарная напряженность поля всех хаотически движущихся диполей диэлектрика равна нулю.

При внесении диэлектрика во *внешнее поле* происходит его *поляризация*. Поляризацией диэлектрика называется переход его в такое состояние, когда внутри его объема геометрическая сумма векторов дипольных моментов молекул становится отличной от нуля. Механизм явления поляризации для полярных и неполярных диэлектриков различен, но приводит к сходным макроскопическим эффектам.

Если однородный *неполярный* диэлектрик внесен во внешнее электрическое поле, то в его молекулах происходит смещение положительных и отрицательных зарядов. На поверхностях, ограничивающих диэлектрик, появляются *поверхностные связанные заряды*.

Связанные заряды не проявляют себя внутри любого объема диэлектрика: суммарный электрический заряд молекул в любом объеме равен нулю. Но на поверхностях диэлектрика связанные заряды некомпенсированы и создают собственное электрическое поле диэлектрика. Вектор напряженности этого поля противоположен напряженности внешнего поля, вызвавшего поляризацию. Поэтому результирующее электрическое поле в однородном изотропном диэлектрике имеет напряженность, в ϵ раз меньшую, чем в вакууме. Поляризация диэлектрика с неполярными молекулами, состоящая в возникновении у молекул индуцированного электрического момента, называется *электронной* или *деформационной поляризацией*. Поляризация этого типа не зависит от температуры диэлектрика.

При внесении однородного *полярного* диэлектрика во внешнее электрическое поле каждая молекула - жесткий диполь - будет испытывать ориентирующее влияние поля и будет стремиться развернуться так, чтобы вектор ее дипольного момента был направлен параллельно внешнему полю. Тепловое движение молекул разрушает упорядоченную ориентацию молекул, вследствие чего суммарный дипольный момент молекул диэлектрика в некотором диапазоне изменения внешнего поля оказывается пропорциональным напряженности внешнего поля. На граничных поверхностях поляризованного диэлектрика возникают некомпенсированные связанные заряды. Как и случае неполярного диэлектрика, эти заряды создают собственное электрическое поле, ослабляющее внешнее поле в ϵ раз. Поляризацию описанного типа называется *ориентационной поляризацией*. Ориентационная поляризация уменьшается с повышением температуры.

Емкость. Когда на проводнике увеличивается заряд q , то прямо пропорционально заряду возрастает потенциал проводника ϕ . Это справедливо для проводников любой геометрической формы. Отношение заряда проводника к его потенциалу не зависит от величины заряда, находящегося на проводнике, и определяется свойствами самого проводника, а также среды, в которой он находится. Характеристикой электрических свойств проводника, опре-

деляющей возможность накопления зарядов на нем, является *емкостью* (или просто емкость).

Емкостью уединенного проводника называется коэффициент пропорциональности между зарядом, находящимся на этом проводнике, и его потенциалом

$$C = \frac{q}{\varphi} . \quad (3.1.12)$$

Емкость уединенного шара радиуса R равна

$$C = 4\pi\epsilon_0 R . \quad (3.1.13)$$

Конденсаторы. Два изолированных друг от друга проводника, заряженных равными по величине и противоположными по знаку зарядами, образуют *конденсатор*. Проводники конденсатора называются обкладками.

Поле плоского конденсатора. *Емкость плоского конденсатора.* Плоский конденсатор представляет собой две параллельные металлические пластины, разделенные слоем диэлектрика. Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их поперечным размером, то практически все электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора и является однородным за исключением небольших областей вблизи краев пластин (рис. 3.1.2 г). Это поле равно сумме полей, создаваемых положительно и отрицательно заряженными обкладками (см. формулу (3.1.7)). Емкость плоского конденсатора, площадь каждой из пластин которого S , а расстояние между пластинами d , равна

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} . \quad (3.1.14)$$

Емкость конденсатора с *диэлектриком*, заполняющим пространство между обкладками, в ϵ раз больше емкости пустого (незаполненного) конденсатора.

Единица емкости в Международной системе — *фарад* (Φ). Емкостью 1 Φ обладает такой конденсатор, напряжение

между обкладками которого равно 1 В при сообщении обкладкам разноименных зарядов по 1 Кл: $1 \Phi = 1 \text{ Кл}/1 \text{ В}$.

Последовательное и параллельное соединение конденсаторов.

При последовательном соединении нескольких конденсаторов общая емкость определяется формулой

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} . \quad (3.1.15)$$

При параллельном соединении конденсаторов общая емкость равна

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N . \quad (3.1.16)$$

Энергия заряженного конденсатора равна

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} . \quad (3.1.17)$$

Энергия электрического поля. Согласно современной теории энергия любых заряженных тел сосредоточена в электрическом поле, создаваемом этими телами. Поэтому говорят об *энергии электрического поля*, причем считается, что энергия источников поля - заряженных тел - распределена по всему пространству, где имеется электрическое поле. Например, в плоском конденсаторе энергия сосредоточена в пространстве между его обкладками.

Энергия однородного электрического поля, сосредоточенного в некотором объеме однородной среды, пропорциональна этому объему. Это дает возможность ввести понятие *плотности энергии* электрического поля, т.е. энергии, сосредоточенной в единице объема. Плотность энергии электрического поля вычисляется по формуле

$$w_e = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} . \quad (3.1.18)$$

Это выражение справедливо не только для однородного поля, но и для произвольных, в том числе и изменяющихся во времени электрических полей в однородном изотропном диэлектрике.

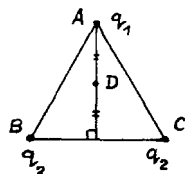
Указания по решению задач

При расчете разности потенциалов между какими-либо точками часто бывает полезно принять потенциал в одной из точек за нуль и последовательно рассмотреть работы по перемещению единичного положительного заряда из этой точки во все остальные интересующие нас точки. Это касается как определения потенциалов, созданных системой зарядов, так и расчета напряжений в цепях, содержащих конденсаторы.

В задачах, в которых рассматриваются различные типы соединения конденсаторов, следует всегда иметь в виду те соотношения, которые используются при выводе формул (3.1.15) и (3.1.16). В частности, на последовательно соединенных конденсаторах одинаков заряд, а на параллельно соединенных конденсаторах одинаково напряжение.

Задачи по теме “Электростатика”

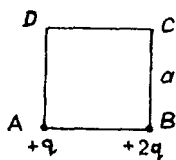
3.1.1. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены одинаковые заряды $q_1 = q_2 = q = 4$ мкКл. Какой точечный заряд q_3 необходимо поместить в середину стороны, соединяющей заряды q_1 и q_2 , чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника оказалась равной нулю?



3.1.2. Три положительных заряда расположены в вершинах равностороннего треугольника ABC . Величина заряда, находящегося в точке A , равна q_1 ; величины зарядов в точках B и C равны q_2 . Найти отношение $\alpha = q_2 / q_1$, если напряженность электрического поля, создаваемого этими тремя зарядами в точке D , лежащей на середине высоты, опущенной из вершины A на сторону BC , равна нулю.

3.1.3. Два точечных заряда $+q$ и $+2q$, расположенные, соответственно, в вершинах A и B квадрата $ABCD$ со стороной $a = 1$ м, создают

в вершине D электрическое поле напряженностью \vec{E} . В какую точку нужно поместить третий точечный заряд $-q$, чтобы напряженность суммарного электрического поля, создаваемого всеми тремя зарядами в вершине D , стала равна $-\vec{E}$?

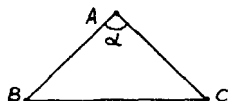


3.1.4. В окружность радиуса $R = 3$ см с центром в точке O вписан правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$. В шести вершинах восьмиугольника помещены одинаковые положительные заряды так, что вектор \vec{E}_0 напряженности в точке O направлен по отрезку OH . Чему равна величина поля E_0 , если величина каждого из зарядов $q = 10^{-9}$ Кл? Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

3.1.5. Три положительных точечных электрических заряда находятся в вакууме и расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ м. Силы отталкивания зарядов равны: первого и второго: $F_{12} = 1$ Н, первого и третьего: $F_{13} = 2$ Н, второго и третьего: $F_{23} = 3$ Н. Вычислить величину заряда q_3 . Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

3.1.6. К нитям длиной l , точки подвеса которых находятся на одном уровне на расстоянии L друг от друга, подвешены два одинаковых маленьких шарика массами m каждый. При сообщении им одинаковых по величине разноименных зарядов шарики сблизилась до расстояния L_1 . Определить величину сообщенных шарикам зарядов q . Ускорение свободного падения g .

3.1.7. Три одинаковых заряда расположены в вершинах равнобедренного треугольника с углом $\alpha = 90^\circ$ при вершине A . Во сколько раз k изменится величина силы, действующей на заряд в точке A , если знак заряда в точке C изменить на противоположный?



3.1.8. Два одинаковых маленьких шарика массами $m = 10$ г, заря-

женные одинаковыми зарядами $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, закреплены на непроводящей нити, подвешенной на штативе. При какой длине l отрезка нити между шариками оба отрезка нити (верхний и нижний) будут испытывать одинаковое натяжение? Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



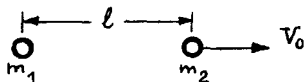
3.1.9. Два маленьких тела с равными зарядами q расположены на внутренней поверхности гладкой непроводящей сферы радиусом R . Первое тело закреплено в нижней точке сферы, а второе может свободно скользить по ее поверхности. Найти массу второго тела, если известно, что в состоянии равновесия оно находится на высоте h от нижней точки поверхности сферы.

3.1.10. Два удаленных друг от друга на большое расстояние металлических шара радиусами $r_1 = 5$ см и $r_2 = 10$ см, несущие заряды $q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -10^{-9}$ Кл соответственно, соединяют тонким проводом. Какой заряд q протечет при этом по проводу?

3.1.11. Два удаленных друг от друга на большое расстояние металлических шара радиусами $r_1 = 1$ см и $r_2 = 2$ см, несущие одинаковые заряды, взаимодействуют с силой $F = 10^{-4}$ Н. Какова будет сила взаимодействия этих шаров F' , если их соединить друг с другом тонким проводом?

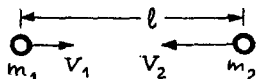
3.1.12. По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, соскальзывает с высоты h небольшое тело, заряженное отрицательным зарядом $-q$. В точке пересечения вертикали, проведенной через начальное положение тела, с основанием наклонной плоскости находится заряд $+q$. Определить скорость, с которой тело достигнет основания наклонной плоскости. Масса тела M , ускорение свободного падения g . Трением пренебречь.

3.1.13. Два маленьких шарика массами $m_1 = 6$ г и $m_2 = 4$ г, несущие заряды $q_1 = 10^{-6}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно, удерживаются на рас-



стоянии $l = 2$ м друг от друга. В некоторый момент оба шарика отпускают, сообщив одновременно второму из них скорость $V_0 = 3$ м/с, направленную от первого шарика вдоль линии, соединяющей их центры. На какое максимальное расстояние L разойдутся шарики друг от друга? Силу тяжести не учитывать. Электрическую постоянную принять $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ Ф/м.

3.1.14. Два маленьких шарика массами $m_1 = 6$ г и $m_2 = 4$ г несут заряды $q_1 = 10^{-6}$ Кл и $q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно. В начальный момент они движутся навстречу друг другу по прямой, соединяющей их центры. При этом расстояние между шариками составляет $l = 2$ м и их скорости равны $V_1 = 1$ м/с и $V_2 = 2$ м/с соответственно. На какое минимальное расстояние L приблизятся шарики друг к другу? Силу тяжести не учитывать.



Электрическую постоянную принять $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ Ф/м.

3.1.15. Металлическая сфера, имеющая небольшое отверстие, заряжена положительным зарядом Q . Первоначально незаряженные металлические шарики A и B расположены, как показано на рисунке. Радиус сферы равен R , радиусы каждого шарика r , расстояние $AB \gg R$. Определить заряды q_A и q_B , которые индуцируются на шариках, когда их соединят проволокой.



3.1.16. Металлическим пластинам 1 и 2 сообщили положительные заряды $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл и $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно. Какие заряды Q'_2 и Q''_2 расположатся на боковых сторонах пластины 2?

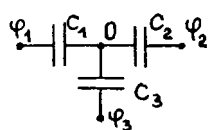
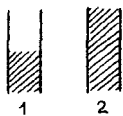


3.1.17. Конденсатор представляет собой две круглые металлические пластины радиуса $r = 0,2$ м, расположенные параллельно друг другу. Расстояние между пластинами очень мало по сравнению с их радиусом. Напряженность однородного электрического поля между

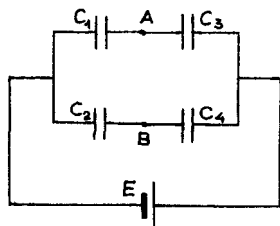
пластинами $E = 0,9 \cdot 10^6$ В/м. Найти абсолютную величину заряда q на каждой из пластин. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

3.1.18. Обкладки плоского воздушного конденсатора, подключенного к источнику постоянного напряжения, притягиваются с силой F_0 . Какая сила F будет действовать на обкладки, если в зазор параллельно им вставить металлическую пластинку толщиной в $n = 2$ раза меньше величины зазора, а остальные размеры совпадают с размерами обкладок?

3.1.19. В двух одинаковых плоских конденсаторах пространство между обкладками заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 3$, в одном наполовину, в другом полностью. Найти отношение емкостей α этих конденсаторов.

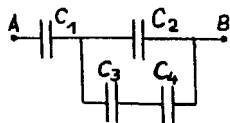


3.1.20. В изображенной на рисунке схеме заданы потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и емкости конденсаторов C_1, C_2, C_3 . Определить потенциал φ_0 точки O .



3.1.21. На рисунке изображена батарея конденсаторов, подключенная к гальваническому элементу с ЭДС E . Емкости конденсаторов равны: $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $C_3 = 3C$, $C_4 = 6C$. Чему равна разность потенциалов U между точками A и B ? Считать, что до подключения к источнику все конденсаторы были незаряжены.

3.1.22. В схеме, показанной на рисунке, емкости конденсаторов равны: $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 4$ мкФ. Напряжение между точками A и B равно $U = 100$ В. Найти напряжение U_4 на конденсаторе C_4 , если до подключения напряжения U

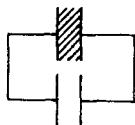


конденсаторы были не заряжены.

3.1.23. Два плоских конденсатора заряжены: первый до разности потенциалов U_1 , второй — до разности потенциалов U_2 . Площади пластин конденсаторов соответственно: S_1 у первого и S_2 у второго, расстояние между пластинами у обоих конденсаторов одинаково. Чему будет равно напряжение на конденсаторах U , если соединить их одноименно заряженные обкладки?

3.1.24. Два плоских конденсатора имеют одинаковую емкость. В один из них вставили пластинку с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 6$, заполняющую весь объем между обкладками, и зарядили этот конденсатор так, что запасенная в нем энергия составила $W_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ Дж. Отсоединив источник, пластинку удалили и к заряженному конденсатору подсоединили второй, незаряженный конденсатор. Найти энергию W , которая будет запасена в конденсаторах после их перезарядки.

3.1.25. Два одинаковых плоских конденсатора, один из которых заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , соединены как показано на рисунке и заряжены до напряжения U_0 . Какую работу A нужно совершить, чтобы вытащить диэлектрическую пластинку из конденсатора? Емкость пустого конденсатора равна C .



3.1.26. Конденсатор емкостью $C = 15$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 100$ В и отключили от источника. Затем пространство между обкладками заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1,5$. Определить, на какую величину ΔW изменится энергия конденсатора.

3.1.27. К источнику с ЭДС E последовательно подключены два конденсатора с емкостью C_1 и C_2 . После зарядки конденсаторов источник отключают, а к конденсатору C_1 через резистор подключают незаряженный конденсатор емкостью C_3 . Какое количество тепла Q выделится на резисторе в процессе зарядки конденсатора C_3 ?

3.2. Постоянный ток

Вопросы программы

- *Электрический ток. Сила тока. Условия существования тока в цепи. Электродвижущая сила (ЭДС). Напряжение.*
- *Закон Ома для участка цепи. Омическое сопротивление проводника. Удельное сопротивление. Зависимость удельного сопротивления от температуры. Сверхпроводимость. Последовательное и параллельное соединение проводников.*
- *Закон Ома для полной цепи. Источники тока, их соединение. Измерение тока и разности потенциалов в цепи.*
- *Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.*
- *Электрический ток в металлах.*
- *Электрический ток в электролитах. Закон электролиза (закон Фарадея).*
- *Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Электронная лампа - диод. Электронно-лучевая трубка.*
- *Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Зависимость проводимости полупроводников от температуры. p-n - переход и его свойства. Полупроводниковый диод. Транзистор. Термистор и фоторезистор.*
- *Электрический ток в газах. Самостоятельный и несамостоятельный разряды. Понятие о плазме.*

Определения, понятия и законы

Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов. Направлением электрического тока принято считать направление упорядоченного движения положительных зарядов. В металлах свободные заряды (электроны) отрицательны и направление их движения противоположно условно принятому за положительное. В теории электрических цепей это не играет роли, поскольку все законы для квазистационарных токов имеют одну и ту же форму независимо от реального направления движения зарядов.

Силой тока называется скалярная величина I , равная отношению величины заряда Δq , переносимого через поперечное сечение проводника за промежуток времени Δt , к этому промежутку:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = en\bar{V}S, \quad (3.2.1)$$

где e — величина заряда одной частицы, n — концентрации частиц, \bar{V} — средняя скорость упорядоченного движения частиц, S — площадь поперечного сечения проводника.

Сила тока представляет собой одну из основных величин Международной системы единиц; она измеряется в *амперах* (А). 1 А — это сила такого тока, который, проходя по двум прямолинейным параллельным бесконечным проводникам, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга, вызывает на каждом участке длиной 1 м силу взаимодействия $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Условия существования тока в цепи. Ток, сила и направление которого сохраняются с течением времени неизменными, называется постоянным. Для того, чтобы в проводнике мог существовать постоянный ток, необходимо выполнение следующих условий:

- 1) напряженность электрического поля в проводнике должна быть отлична от нуля и не должна изменяться с течением времени;
- 2) цепь постоянного тока должна быть замкнутой;
- 3) на свободные электрические заряды, помимо кулоновских сил, должны действовать неэлектростатические силы, называемые *сторонними силами*.

Сторонние силы создаются источниками тока (гальваническими элементами, аккумуляторами, электрическими генераторами и др.). За счет сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока в направлении, противоположном действию сил электростатического поля. Благодаря этому на концах внешней цепи поддерживается постоянная разность потенциалов и в цепи идет

постоянный ток. Работа, которая нужна для обеспечения постоянного электрического тока в цепи, совершается источником тока.

Электродвижущей силой (ЭДС) E , действующей на участке цепи, называется физическая величина, численно равная работе, которую совершают сторонние силы по перемещению единичного положительного заряда на этом участке.

$$E = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (3.2.2)$$

ЭДС источника равна разности потенциалов (напряжению) на его клеммах при разомкнутой внешней цепи.

Закон Ома для участка цепи устанавливает зависимость между напряжением (разностью потенциалов между концами участка) U , током на этом участке I и его сопротивлением R . Для участка цепи, не содержащего ЭДС, этот закон имеет вид

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3.2.3)$$

Омическое сопротивление проводников. Удельное сопротивление. Зависимость удельного сопротивления от температуры. Сопротивление является основной электрической характеристикой проводника. Сопротивление металлического проводника на участке неразветвленной цепи зависит от материала проводника, его геометрической формы и размеров, а также от температуры. Для однородного проводника длиной l и площадью поперечного сечения S сопротивление R равно

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.2.4)$$

где ρ — удельное сопротивление материала, из которого изготовлен проводник. Удельное сопротивление проводников зависит от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (3.2.5)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C , t – температура по шкале Цельсия, α – температурный коэффициент сопротивления.

Для всех металлов $\alpha > 0$, а для электролитов $\alpha < 0$, т.е. с возрастанием температуры сопротивление металлов возрастает, а электролитов – падает.

Единица электрического сопротивления в СИ – ом (Ом). Электрическим сопротивлением 1 Ом обладает такой участок цепи, на котором при силе тока 1 А напряжение равно 1В: 1 Ом = 1 В/1 А.

Сверхпроводимость. Явление *сверхпроводимости*, которое обнаруживается у некоторых металлов и сплавов, заключается в том, что ниже некоторой температуры (температуры $T_{\text{кр}}$ перехода в сверхпроводящее состояние) удельное сопротивление этих веществ становится исчезающе малым. Температуры $T_{\text{кр}}$ для чистых металлов составляют порядка нескольких градусов по шкале Кельвина. Следует подчеркнуть, что переход в сверхпроводящее состояние происходит не плавно с уменьшением температуры проводника, а скачком при достижении проводником температуры $T_{\text{кр}}$.

В настоящее время явление сверхпроводимости используется для получения сверхсильных магнитных полей. На явлении сверхпроводимости основан принцип действия элементов памяти современных суперкомпьютеров. Разрабатываются проекты и других практических применений этого явления.

Последовательное и параллельное соединение проводников. При составлении электрической цепи проводники могут соединяться последовательно и параллельно.

При *последовательном* соединении проводников сила тока во всех частях цепи одинакова, напряжение на концах цепи равно сумме напряжений на отдельных участках, напряжения на отдельных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям. *Общее сопротивление R_0* цепи, состоящей из n последовательно соединенных проводников, равно *сумме сопротивлений отдельных провод-*

ников:

$$R_0 = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (3.2.6)$$

При *параллельном* соединении проводников сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме токов, текущих в разветвлениях, напряжения на параллельно соединенных участках одинаковы, токи в участках разветвленной цепи обратно пропорциональны их сопротивлениям. *Проводимость* (величина, обратная сопротивлению) цепи, состоящей из n параллельно соединенных проводников, равна *сумме проводимостей всех проводников*:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (3.2.7)$$

Закон Ома для полной цепи (рис. 3.2.1), состоящей из источника тока с ЭДС E и внутренним сопротивлением r и внешнего сопротивления R , гласит: сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС в цепи к полному сопротивлению цепи:

$$I = \frac{E}{R+r}, \quad (3.2.8)$$

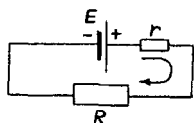


Рис. 3.2.1

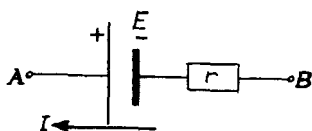


Рис. 3.2.2

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (рис. 3.2.2) формулируются так: напряжение на концах участка цепи, содержащего ЭДС, равна величине этой ЭДС минус произведение силы тока на внутреннее сопротивление источника ЭДС:

$$U_{AB} = E - Ir. \quad (3.2.9)$$

Источники тока, их соединение. Источники тока в электрических цепях могут быть соединены по разному. Наиболее употребитель-

тельно на практике два способа соединения источников в батарее: последовательное и параллельное соединения.

При *последовательном* соединении источников ЭДС образовавшейся батареи равна алгебраической сумме ЭДС источников, а ее внутреннее сопротивление - сумме внутренних сопротивлений источников. Для определения знака какой-либо ЭДС нужно рассмотреть направление тока, текущего через соответствующий источник. Если ток течет внутри источника от отрицательного полюса к положительному, то ЭДС берется со знаком "+", если наоборот, то со знаком "-".

При *параллельном* соединении обычно используют одинаковые источники, включая их в батарею с одной и той же полярностью. В этом случае ЭДС батареи равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление батареи в n раз меньше внутреннего сопротивления источника (здесь n - число источников). Параллельные соединения *разных* источников как правило *не используются*.

Измерения тока и напряжения в цепи проводятся при помощи специальных приборов: *амперметра* и *вольтметра*. Их работа основывается на магнитном действии тока (см. раздел 3.3).

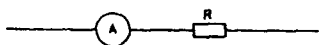


Рис. 3.2.3

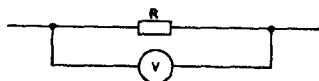


Рис. 3.2.4

Для измерения силы тока в цепи амперметр включают в эту цепь *последовательно* (рис. 3.2.3). Поскольку любой амперметр обладает некоторым сопротивлением, его включение меняет сопротивление цепи и ток в ней. Чтобы амперметр оказывал как можно меньшее влияние на силу тока, измеряемую им, его сопротивление делают очень малым. Для увеличения диапазона измеряемых токов (уменьшения чувствительности амперметра) в m раз параллельно амперметру нужно подключить шунтирующее сопротивление $R_{ш}$:

$$R_{ш} = \frac{R_A}{m-1}, \tag{3.2.10}$$

где R_A — сопротивление амперметра.

Для того, чтобы измерить напряжение на участке цепи, к нему параллельно подключают вольтметр (рис. 3.2.4). Напряжение на вольтметре совпадает с напряжением на участке цепи. Однако, поскольку сопротивление любого вольтметра конечно, его включение в цепь меняет сопротивление самого участка цепи. Из-за этого измеряемое напряжение на участке цепи уменьшится. Для того, чтобы вольтметр не вносил заметных искажений в измеряемое напряжение, его сопротивление должно быть как можно больше. Для увеличения диапазона измеряемых напряжений (уменьшения чувствительности вольтметра) в m раз последовательно к вольтметру необходимо подключить дополнительное сопротивление R_D :

$$R_D = R_V(m - 1), \quad (3.2.11)$$

где R_V — сопротивление вольтметра.

Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. При перемещении зарядов вдоль электрической цепи кулоновские и сторонние силы совершают работу, которую принято называть работой тока. Энергия W , которая выделяется в проводнике за время t , равна совершенной током работе A :

$$W = A = qU = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t, \quad (3.2.12)$$

где q — заряд, перенесенный по проводнику за время t , I — ток в проводнике, R — сопротивление проводника, U — падение напряжения на проводнике (напряжение между его концами). Если на данном участке цепи не совершается механическая работа и ток не производит химического действия, происходит только нагрев проводника. Выделенная энергия необратимо преобразуется в тепло. Закон, определяющий количество теплоты, которое выделяет проводник с током в окружающую среду, был впервые установлен экспериментально английским ученым Д. Джоулем и русским ученым Э.Х. Ленцем. Закон Джоуля-Ленца был сформулирован сведущим образом: количество теплоты, выделяемой током, протекающим на

некотором участке цепи, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления этого участка и времени прохождения тока:

$$Q = I^2 R t. \quad (3.2.13)$$

Мощность тока, выделяемая на участке цепи,

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.2.14)$$

Мощность, развиваемая источником с ЭДС E , равна

$$P = EI. \quad (3.2.15)$$

Коэффициент полезного действия электрической цепи определяется как отношение полезной мощности, выделяемой в нагрузке, к полной мощности, развиваемой источником в цепи.

Электрический ток в металлах. Все металлы в твердом и жидком состоянии являются проводниками электрического тока. Экспериментально установлено, что носителями свободных зарядов в металлах являются свободные электроны. Соответствующие опыты были выполнены в 1913 - 1916 годах русскими физиками Л.И. Мандельштамом и Н.Д. Папалекси, а также американскими физиками Б. Стюартом и Р. Толменом. В этих опытах было обнаружено, что при резкой остановке быстро вращающейся катушки с проводом в ней возникает кратковременный электрический ток. Направление тока говорит о том, что он создается движением отрицательно заряженных частиц. Измерение заряда, протекшего в цепи катушки при торможении, дало возможность определить отношение заряда этих частиц к их массе, которое совпало с соответствующим отношением для электрона, измеренным ранее другим способом.

Концентрация свободных электронов в металлах весьма велика - порядка 10^{22} см⁻³. В отсутствие внешнего электрического поля эти электроны движутся в металле хаотически. Под действием электрического поля они, кроме хаотического движения, приобретают упорядоченное движение в определенном направлении. Средняя скорость упорядоченного движения электронов составляет доли

сантиметров в секунду. Свободные электроны сталкиваются с ионами кристаллической решетки, отдавая им при каждом столкновении часть кинетической энергии, приобретенной при свободном пробеге под действием электрического поля. В результате упорядоченное движение электронов в металле можно рассматривать как равномерное движение с некоторой постоянной скоростью, пропорциональной напряженности внешнего электрического поля и, следовательно, разности потенциалов на концах проводника. В этом состоит качественное объяснение закона Ома на основе электронной теории проводимости металлов. Построить количественную теорию движения электронов в металле на основе законов классической механики невозможно.

Так как часть кинетической энергии электронов, приобретаемой ими под действием электрического поля, передается при столкновениях ионам кристаллической решетки, то при прохождении электрического тока проводник нагревается.

Малые значения скорости упорядоченного движения свободных электронов в проводниках не приводят к запаздыванию возникновения тока в цепи. При замыкании цепи вдоль проводов со скоростью света распространяется электромагнитное поле, которое приводит в движение свободные электроны практически одновременно во всех точках цепи.

Электрический ток в электролитах. Электролитами называются вещества, в которых электрический ток осуществляется посредством ионной проводимости, т.е. упорядоченного движения ионов под действием внешнего электрического поля. Электролитами являются растворы кислот, щелочей и солей, а также расплавленные соли. Электрическое поле, вызывающее упорядоченное движение ионов, создается в жидкости электродами – проводниками, соединенными с источником тока. Положительно заряженный электрод называется анодом, отрицательно заряженный – катодом. Положительные ионы (катионы) – ионы металлов и водородные ионы – движутся к катоду, отрицательные ионы (анионы) – кислотные

остатки и гидроксильные группы OH – движутся к аноду.

Прохождение электрического тока через электролиты сопровождается электролизом – выделением на электродах веществ, входящих в состав электролита. Электролиты иначе называются проводниками II рода. В них ток связан с переносом вещества, в отличие от проводников I рода – металлов, в которых носителями тока являются свободные электроны.

Возникновение ионов в электролитах объясняется явлением электролитической диссоциации – распадом молекул растворенного вещества на положительные и отрицательные ионы в результате взаимодействия с растворителем. Молекулы растворимых веществ состоят из взаимосвязанных ионов противоположного знака (например, Na^+Cl^- , H^+Cl^- , K^+I^- , $Cu^{++}SO_4^-$ и др.). Взаимодействие этих молекул с молекулами растворителя (например, воды) приводит к ослаблению взаимного притяжения противоположно заряженных ионов. При тепловом движении молекул растворенных веществ и растворителей происходят их столкновения, которые приводят к распаду молекул на ионы. Одновременно происходит процесс воссоединения (рекомбинации) ионов противоположных знаков в нейтральные молекулы. Между процессами диссоциации и рекомбинации ионов при неизменных внешних условиях устанавливается динамическое равновесие.

Ионы в электролитах движутся хаотически до тех пор, пока к электродам не прикладывается напряжение. Тогда на хаотическое движение ионов накладывается их упорядоченное движение к соответствующим электродам и в жидкости возникает электрический ток. Плотность электрического тока в электролитах подчиняется закону Ома. Однако выражение для удельной электропроводности электролитов имеет более сложный вид, чем для металлов.

Закон электролиза (закон Фарадея). Первый закон электролиза (первый закон Фарадея) гласит: масса вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна электрическому заряду q , прошедшему через электролит:

$$m = kq = kIt, \quad (3.2.16)$$

где k - коэффициент пропорциональности, называемый электрохимическим эквивалентом вещества.

Согласно второму закону электролиза (второму закону Фарадея), электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны отношению их атомных (молярных) масс A к валентности n :

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n}. \quad (3.2.17)$$

Величина $F = 9,648 \cdot 10^7$ Кл/моль называется постоянной Фарадея. Часто эти два закона формулируют в виде *объединенного закона электролиза (закона Фарадея)*:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} \cdot It. \quad (3.2.18)$$

Электрический ток в вакууме. Вакуумом называется такое разреженное состояние газа, при котором средняя длина свободного пробега молекул превышает размеры сосуда, в котором находится газ. Процессы ионизации молекул газа в состоянии вакуума не могут обеспечить такого числа электронов и положительных ионов, которое необходимо для электропроводности межэлектродного промежутка. Поэтому электрический ток в вакууме возможен лишь при наличии заряженных частиц, возникших в результате их эмиссии с электродов.

Термоэлектронная эмиссия. Термоэлектронной эмиссией называется испускание электронов с поверхности тел, нагретых до высокой температуры. У многих твердых тел термоэлектронная эмиссия начинается при температурах, при которых испарение самого вещества еще не происходит. Такие вещества и используют для изготовления нагреваемых электродов. Вокруг нагретого электрода, помещенного в вакуум, образуется электронное "облако". Электрод при этом заряжается положительно, и под действием возникающего электрического поля электроны из облака частично возвращаются

на электрод. В равновесном состоянии число электронов, покинувших электрод в единицу времени, в среднем равно числу электронов, возвратившихся на электрод за это же время. Чем выше температура электрода, тем выше плотность электронного облака. Для получения достаточно интенсивной эмиссии электроды нагревают до температуры, соответствующей видимому свечению раскаленного металла.

Электронная лампа – диод. Термоэлектронная эмиссия используется в различных электронных приборах. Простейший из них – *вакуумный диод*. Этот прибор состоит из стеклянного или керамического баллона, в который вмонтированы два электрода: катод и анод (рис. 3.2.5). Воздух внутри баллона обычно откачивается до давления 10^{-6} – 10^{-7} мм. рт. ст. Анод представляет собой металлическую пластину, внутри катода помещена изолированная от него тонкая металлическая проволока, свернутая в спираль (нить накала). Концы спирали имеют выводы для подключения в электрическую цепь. Ток в цепи накала вызывает нагрев катода до достаточно высокой температуры.

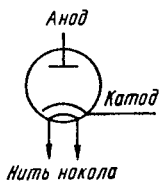


Рис. 3.2.5

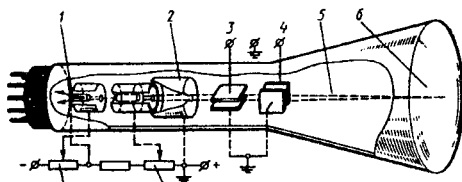


Рис. 3.2.6

Катод обычно покрывают слоем оксидов щелочноземельных металлов (бария, стронция, кальция). Это связано с тем, что при нагревании поверхность оксидного катода выделяет гораздо больше электронов, чем поверхность чистого металла.

Основное свойство вакуумного диода – это односторонняя проводимость. При подключении источника тока положительным полюсом к аноду и отрицательным полюсом к катоду электроны, испускаемые нагретым катодом, движутся под действием электрического поля к аноду – в цепи течет электрический ток. При подключении к диоду источника с обратной полярностью электрическое поле препятству-

ет движению электронов от катода к аноду и ток в цепи не течет. Свойство односторонней проводимости диода используется для преобразования переменного тока в постоянный (выпрямления переменного тока), а также для других целей.

Электронно-лучевая трубка. Основным элементом телевизора, дисплея и осциллографа является *электронно-лучевая трубка*. Устройство электронно-лучевой трубки показано на рис. 3.2.6. В аноде 2 сделано отверстие, через которое часть электронов, испущенных подогревным катодом 1, пролетает в пространство за анодом и образует электронный пучок 5. Форма, расположение и потенциал анода выбираются так, чтобы наряду с ускорением электронов осуществлялась также фокусировка пучка. Внутренняя поверхность стеклянного баллона электронно-лучевой трубки напротив анода покрыта люминофором - веществом, способным светиться при бомбардировке электронами. Эту часть трубки называют экраном (6). На пути к экрану пучок последовательно проходит между двумя парами управляющих пластин 4,5. Если электрического поля между пластинами нет, то пучок не отклоняется и светящаяся точка располагается в центре экрана. При подаче на управляющие пластины разности потенциалов пучок отклоняется, и светящаяся точка на экране смещается в требуемом направлении. Так как масса электронов очень мала, у электронного пучка практически отсутствует инерция и он почти мгновенно реагирует на изменение управляющих разностей потенциалов. Изменение яркости свечения пятна достигается путем управления интенсивностью электронного пучка с помощью специального электрода, расположенного между катодом и анодом. Подобное устройство электронно-лучевой трубки открывает возможности использования ее для получения на экране быстро сменяющихся изображений.

Полупроводники. *Полупроводниками* называются вещества, удельное электрическое сопротивление которых может изменяться в широких пределах и быстро убывает с повышением температуры. Типичными, широко применяемыми полупроводниками являются германий Ge, кремний Si, теллур Te. Эти химические элементы принадлежат к IV и VI группам периодической системы элементов

Менделеева. Кристаллы полупроводников имеют атомную кристаллическую решетку. Валентные электроны каждого атома связаны с валентными электронами соседних атомов химическими парноэлектронными связями. Такие связи называются *ковалентными*; для высвобождения электрона из ковалентной связи требуется сравнительно небольшая энергия (не более 1,5 - 2 электрон-вольт). При комнатной температуре средняя энергия теплового движения атомов в полупроводниковом кристалле составляет около 0,04 электрон-вольт, что значительно меньше энергии, необходимой для отрыва валентного электрона. Однако, вследствие флуктуаций энергии теплового движения некоторые атомы полупроводника ионизируются.

Освободившиеся электроны не могут быть захвачены соседними атомами, так как все их валентные связи насыщены. Свободные электроны под действием внешнего электрического поля перемещаются в кристалле, создавая *электронный ток проводимости* (проводимости *n*-типа). Удаление электрона с внешней оболочки одного из атомов кристаллической решетки приводит к превращению этого атома в положительный ион. Этот ион может нейтрализоваться, захватив электрон у одного из соседних атомов. Далее, в результате переходов от атомов к положительным ионам происходит процесс хаотического перемещения в кристалле места с недостающим электроном (*дырки*). При приложении внешнего электрического поля в кристалле возникает упорядоченное движение дырок - *дырочный ток проводимости* (проводимости *p*-типа).

Собственная и примесная проводимость полупроводников. Зависимость проводимости полупроводников от температуры. В идеальном полупроводниковом кристалле электрический ток создается встречным движением равного количества отрицательно заряженных электронов и положительно заряженных дырок. Такой тип проводимости называется *собственной проводимостью* полупроводников.

Концентрация носителей заряда в полупроводниках при комнатных температурах значительно меньше, чем в металлах. Поэтому

удельное сопротивление полупроводников обычно больше, чем металлов. При понижении температуры удельное сопротивление полупроводника увеличивается, он все больше становится похожим на диэлектрик.

Примесной проводимостью полупроводников называется их проводимость, обусловленная внесением в их кристаллические решетки примесей (примесных центров). Примеси бывают двух видов – донорные и акцепторные.

Если, например, в кристалле кремния Si имеется примесь атомов мышьяка As, то эти атомы замещают в узлах кристаллической решетки атомы кремния. Пятивалентный атом мышьяка вступает в ковалентные связи с четырьмя атомами кремния, а его пятый электрон оказывается незанятым в связях. Энергия, необходимая для разрыва связи пятого валентного электрона с атомом мышьяка в кристалле кремния, мала. Поэтому почти все атомы мышьяка лишаются одного из своих электронов и становятся положительными ионами. Так как энергия связи электронов с атомами кремния значительно превышает энергию связи пятого валентного электрона с атомом мышьяка, перемещения электронной вакансии (дырки) не происходит. Примеси, поставляющие электроны проводимости без образования такого же числа дырок, называются *донорными*. В полупроводниковом кристалле, содержащем донорные примеси, электроны являются основными, но не единственными носителями тока, так как небольшая часть собственных атомов кристалла ионизована и часть тока переносится дырками. Полупроводниковые материалы, в которых электроны служат основными носителями тока, а дырки – неосновными, называются *электронными* полупроводниками (полупроводниками *n*-типа).

Если в кристалле кремния часть атомов замещена атомами трехвалентного элемента, например, индия In, то атом этого элемента может быть связан только с тремя соседними атомами, а связь с четвертым атомом осуществляется одним электроном. При этих условиях атом индия захватывает электрон у одного из соседних атомов кремния и становится отрицательным ионом. Захват электрона у

одного из атомов кремния приводит к возникновению дырки. Примеси, захватывающие электроны и создающие тем самым подвижные дырки, не увеличивая при этом число электронов проводимости, называются *акцепторными*. При комнатных температурах основными носителями тока в полупроводниковом кристалле с акцепторной примесью являются дырки, а неосновными носителями - электроны. Полупроводники, в которых концентрация дырок превышает концентрацию электронов проводимости, называются *дырочными* полупроводниками (полупроводниками *p*-типа).

p-n - переход и его свойства. Полупроводниковые приборы являются основой современной электронной техники. Принцип действия большинства этих приборов базируется на использовании свойств *p-n - перехода*. *p-n - переходом* называется область монокристаллического полупроводника, в которой происходит смена типа проводимости. Такая область создается введением примесей в процессе выращивания кристалла или введением атомов примесей в готовый кристалл.

Через границу, разделяющую области кристалла с разными типами проводимости, происходит диффузия электронов и дырок. Диффузия электронов из *n*-полупроводника в *p*-полупроводник приводит к появлению в электронном полупроводнике нескомпенсированных положительных ионов донорной примеси; в дырочном полупроводнике рекомбинация электронов с дырками приводит к появлению нескомпенсированных зарядов отрицательных ионов акцепторной примеси. Между двумя слоями объемного заряда возникает электрическое поле, напряженность которого возрастает по мере накопления объемного заряда. Это поле начинает препятствовать дальнейшей диффузии электронов и дырок. В результате пограничная область раздела полупроводников различных типов превращается в запирающий слой, который имеет повышенное сопротивление по сравнению с остальными объемами полупроводников.

Внешнее электрическое поле влияет на сопротивление запирающего слоя. Если *n*-полупроводник подключен к отрицательному полюсу источника тока, а *p*-полупроводник соединен с положительным

полюсом, то под действием электрического поля электроны в *n*-полупроводнике и дырки в *p*-полупроводнике будут двигаться навстречу друг другу к границе раздела полупроводников, уменьшая его электрическое сопротивление. При таком прямом (пропускном) направлении внешнего поля электрический ток проходит через границу полупроводников. При подключении источника с обратной полярностью электроны в *n*-полупроводнике и дырки в *p*-полупроводнике под действием электрического поля будут перемещаться от границы раздела в противоположные стороны. Это приведет к утолщению запирающего слоя и увеличению его сопротивления. Направление внешнего поля, расширяющее запирающий слой, называется обратным (запирающим). При таком направлении внешнего поля электрический ток через контакт *n*- и *p*-полупроводников практически не проходит.

Полупроводниковый диод. Электронно-дырочный переход обладает односторонней проводимостью, аналогично проводимости вакуумного диода. Это свойство *p-n*-перехода используется в *полупроводниковых диодах*, предназначенных для выпрямления переменного тока. Полупроводниковые диоды обладают рядом преимуществ по сравнению с вакуумными: экономичность, миниатюрность, высокая надежность и большой срок службы. Недостатком полупроводниковых диодов является зависимость их параметров от температуры, а также ограниченность температурного диапазона (от -70 до 120° C), в котором они могут работать.

Транзистор. Чрезвычайно широкое распространение в настоящее время получили также полупроводниковые триоды, или *транзисторы*. По способу изготовления транзисторы мало отличаются от полупроводниковых диодов. Разница заключается в ином распределении примесей в кристалле полупроводника. Это распределение в транзисторе таково, что между областями полупроводника одного типа создается очень тонкая (порядка нескольких микрон) прослойка полупроводника другого типа. В результате в кристалле транзистора образуются два *p-n*-перехода, прямые направления которых противоположны. Тонкую прослойку, находящуюся в середине кристалла, называют базой, а две крайние области кристалла — эмит-

тером и коллектором.

Транзисторы, в которых эмиттер и коллектор обладают дырочной проводимостью, а база — электронной, называются транзисторами *p-n-p* - типа. Транзисторы *n-p-n* - типа имеют аналогичное устройство, только материал базы в них обладает дырочной проводимостью, а коллектор и эмиттер — электронной. Условные обозначения транзисторов в схемах приведены на рис. 3.2.7.

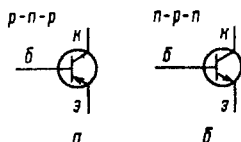


Рис. 3.2.7

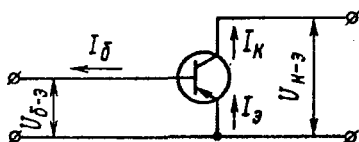


Рис. 3.2.8

В качестве примера рассмотрим включение в цепь транзистора *p-n-p* - типа (рис. 3.2.8). Для приведения в действие такого транзистора на коллектор подают напряжение отрицательной полярности относительно эмиттера. Напряжение на базе по отношению к эмиттеру может быть как положительным, так и отрицательным. Основным рабочим состоянием транзистора является т.н. активное состояние, при котором к эмиттерному *p-n* - переходу приложено напряжение в пропускном направлении, а к коллекторному — в запирающем. При этом эмиттерный *p-n* - переход открывается и из эмиттера в базу переходят дырки.

Путем диффузии дырки распространяются из области с высокой концентрацией вблизи эмиттера в область с низкой концентрацией к коллектору. Дырки, достигающие коллекторного *p-n* - перехода, втягиваются его полем и переходят в коллектор. Небольшая доля дырок (1-5%), движущихся от эмиттера к коллектору, встречает на своем пути через базу электроны и рекомбинирует с ними. Убыль электронов в базе за счет рекомбинации восполняется приходом электронов через базовый вывод. Таким образом, ток, протекающий через эмиттерный вывод транзистора $I_э$ в активном состоянии, оказывается равным сумме токов через его коллекторный $I_к$ и базовый $I_б$ выводы.

Соотношение между токами коллектора и базы определяется условиями диффузии и рекомбинации дырок в базе. Эти условия сильно зависят от используемых материалов и конструкции электродов транзистора, но очень слабо зависят от коллекторного и базового напряжений. Поэтому транзистор является прибором, который распределяет ток, протекающий через один из его электродов - эмиттер, в заданном соотношении между двумя другими электродами - базой и коллектором. Эта способность транзистора используется для усиления электрических сигналов. Отношение изменения силы тока в цепи коллектора к изменению тока в цепи базы при постоянном напряжении на коллекторе есть величина, для каждого транзистора постоянная и называемая коэффициентом передачи базового тока. Для транзисторов различных типов значение этого коэффициента лежит в пределах от 20 до 500. Следовательно, вызывая каким-либо способом изменение тока в цепи базы транзистора, можно получить в десятки и сотни раз большие изменения тока в цепи коллектора. В качестве усилительных элементов транзисторы широко используются в научной, промышленной и бытовой аппаратуре.

Изменением знака напряжения, подаваемого между базой и эмиттером, можно включать и выключать ток, протекающий через коллекторный вывод транзистора. В качестве бесконтактных переключаемых элементов транзисторы используются в различных устройствах автоматического управления.

Термистор и фоторезистор. Сильная зависимость электрического сопротивления полупроводников температуры используется в приборах, получивших название *термисторов* или *терморезисторов*. Эти приборы служат для измерения температуры по силе тока в цепи полупроводника. Диапазон измеряемых температур для большинства термисторов лежит в интервале от 170 до 570 К. существуют также термисторы для измерения очень высоких (порядка 1300 К) и очень низких (порядка 4 - 80 К) температур.

Электрическая проводимость полупроводников повышается не только при нагревании, но и при освещении. Этот эффект связан с

тем, что разрыв ковалентных связей и образование свободных электронов и дырок может происходить за счет энергии квантов света, падающего на полупроводник. Приборы, в которых используется фотоэффект в полупроводниках, называются *фоторезисторами*. Миниатюрность и высокая чувствительность фоторезисторов позволяют использовать их в самых различных областях науки и техники для регистрации и измерения слабых световых потоков.

Электрический ток в газах. Газы состоят из электрически нейтральных атомов и молекул и в нормальных условиях не содержат свободных носителей тока (электронов и ионов), т.е. представляют собой диэлектрики. Носители электрического тока в газах могут возникнуть только при ионизации газов — отрыве электронов от атомов или молекул. При этом атомы (молекулы) газов превращаются в положительные ионы. Отрицательные ионы в газах могут возникнуть, если атомы (молекулы) присоединяют к себе электроны. Ионизация газов может происходить под влиянием различных воздействий: сильного нагревания, облучения электромагнитными и радиоактивными излучениями, бомбардировки атомов (молекул) газов быстрыми электронами и ионами.

Самостоятельный и несамостоятельный разряды. Явление прохождения электрического тока через газ, наблюдаемое только при условии какого-либо внешнего воздействия, называется *несамостоятельным газовым разрядом*. Простейший способ вызвать несамостоятельный разряд состоит в его нагреве. Процесс возникновения свободных электронов и положительных ионов в результате столкновений атомов или молекул газа при высокой температуре, называется термической ионизацией. Энергия, необходимая для отрыва электрона от атома или молекулы, может быть также передана фотонами. Ионизация атомов или молекул газа, вызванная поглощением световых квантов, называется *фотоионизацией*.

Наряду с процессом ионизации в газе всегда происходит противоположный ему процесс рекомбинации, т.е. соединения положительных ионов и электронов в нейтральные атомы (молекулы). При неизменном во времени действии внешнего ионизатора между процессами ионизации и рекомбинации устанавливается динамическое

равновесие. Если внешний ионизатор перестает действовать, вследствие рекомбинации заряженные частицы исчезают и несамостоятельный разряд прекращается.

При увеличении напряженности электрического поля между электродами до некоторого определенного значения, зависящего от состава газа и его давления, в газе возникает электрический ток и без воздействия внешних ионизаторов. Такой ток называется *самостоятельным газовым разрядом*. В частности, в воздухе при атмосферном давлении самостоятельный разряд возникает при напряженности поля, примерно равной $3 \cdot 10^4$ В/см.

Основной механизм ионизации газа при самостоятельном разряде - это ионизация атомов и молекул вследствие ударов свободных электронов. Этот эффект, называемый ударной ионизацией, состоит в отрыве от атома (молекулы) газа одного или нескольких электронов, вызванном соударением с атомами (или молекулами) газа свободных электронов или ионов, разогнанных электрическим полем в разряде. Он становится возможным, когда свободные электроны или ионы при пробеге во внешнем электрическом поле приобретают кинетическую энергию, превышающую энергию связи электронов с атомом или молекулой.

Развитие самостоятельного разряда происходит лавинообразно, поскольку освобожденные в результате ионизации электроны и образовавшиеся при этом ионы также приобретают ускорение и участвуют в последующих соударениях. Одновременно, при ударах положительных ионов о катод, а также под действием света, излучаемого при разряде, с катода могут освобождаться новые электроны. Эти электроны в свою очередь разгоняются электрическим полем разряда и создают новые электронно-ионные лавины. Концентрация электронов и ионов в газе по мере развития самостоятельного разряда увеличивается, а электрическое сопротивление разрядного промежутка уменьшается. Сила тока в цепи самостоятельного разряда обычно определяется лишь внутренним сопротивлением источника тока и сопротивлением других элементов цепи.

В зависимости от давления газа и приложенного к электродам напряжения различаются несколько типов самостоятельного разряда

в газах. При низких давлениях (обычно от сотых долей до нескольких мм. рт. ст.) наблюдается *тлеющий разряд*. Для возбуждения тлеющего разряда достаточно напряжения в несколько десятков или сотен вольт. При тлеющем разряде почти вся трубка, за исключением небольшого участка возле катода, заполнена однородным свечением, называемым положительным столбом. Тлеющий разряд используют в газосветных трубках, лампах дневного света, газовых лазерах.

При нормальном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле (около остриев, проводов линий электропередачи высокого напряжения) наблюдается *коронный разряд*. Ударная ионизация газа и его свечение, напоминающее корону, происходят только в небольшой области, прилегающей к коронирующему электроду.

Искровой разряд, происходящий при нормальном давлении и большой напряженности поля между электродами, имеет вид прерывистых ярких зигзагообразных нитей - каналов ионизованного газа. При этом наблюдается интенсивное свечение газа и выделяется большое количество теплоты. Примером искрового разряда является молния. Главный канал молнии имеет диаметр от 10 до 25 см. Молнии достигают в длину до нескольких километров, в них развивается ток в импульсе до сотен тысяч ампер.

Дуговой разряд происходит при большой плотности тока и сравнительно небольшом напряжении между электродами (порядка нескольких десятков вольт). Основной причиной дугового разряда является интенсивная фотоэлектронная эмиссия раскаленного катода и последующая ударная ионизация. Между электродами возникает столб ярко светящегося газа (электрическая дуга). При атмосферном давлении температура газа в канале дуги достигает 5000°C . Дуговой разряд используется для сварки и резки металлов, а также как мощный источник света в осветительных приборах.

Понятие о плазме. *Плазмой* называется особое состояние вещества, характеризующееся высокой степенью ионизации его частиц. Степень ионизации плазмы α представляет собой отношение кон-

центрации заряженных частиц к общей концентрации частиц. В зависимости от α плазма подразделяется на слабо ионизованную (α составляет доли процента), частично ионизованную (α составляет несколько процентов) и полностью ионизованную (α близка к 100%). Слабо ионизованной плазмой в природных условиях являются верхние слои атмосферы Земли. Солнце и другие звезды представляют собой космические тела, состоящие из полностью ионизованной плазмы, которая образуется при очень высокой температуре (свыше 20000 К), так называемой высокотемпературной плазмы. Под воздействием различных излучений или бомбардировки атомов газа быстрыми заряженными частицами образуется низкотемпературная плазма.

Плазма обладает рядом специфических свойств, позволяющих рассматривать ее как четвертое агрегатное состояние вещества. Заряженные частицы плазмы весьма подвижны и поэтому легко перемещаются под действием электрических и магнитных полей. Любое нарушение электрической нейтральности отдельных областей плазмы быстро компенсируется перемещением заряженных частиц под действием возникающего при этом электрического поля. В отличие от неионизованного газа, между молекулами которого существуют короткодействующие силы, между заряженными частицами плазмы действуют кулоновские силы, сравнительно медленно убывающие с расстоянием. Поэтому каждая заряженная частица в плазме взаимодействует сразу с большим количеством частиц, благодаря чему наряду с хаотическим тепловым движением частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных (коллективных) движениях. В плазме легко возбуждаются различные типы колебаний и волн. Проводимость плазмы увеличивается по мере роста температуры. Полностью ионизованная плазма по своей проводимости приближается к сверхпроводникам.

Указания по решению задач

При расчете электрических цепей, содержащих разветвления с включенными в них источниками тока, удобно пользоваться правилами Кирхгофа:

1) В каждом узле цепи сумма втекающих токов равна сумме вытекающих токов, иными словами, алгебраическая сумма всех токов в каждом узле равна нулю.

2) В любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной цепи, алгебраическая сумма ЭДС источников равна сумме всех падений напряжения, включая падения напряжения внутри источников.

При использовании правил Кирхгофа, для каждого контура цепи выбирают произвольное направление обхода. При этом ЭДС источника считается положительной, если обход данного источника производится в направлении от отрицательного полюса к положительному. Ток считается положительным, если он совпадает с направлением обхода контура. Если какой либо элемент цепи является общим для нескольких контуров, то падение напряжения на этом элементе определяется алгебраической суммой всех токов, протекающих через него.

Произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал по крайней мере один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры. При этом число независимых уравнений относительно токов в цепи должно совпасть с числом неизвестных.

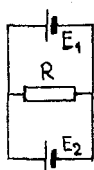
Задачи по теме “Постоянный ток”

3.2.1. Источник с ЭДС $E = 50$ В и с внутренним сопротивлением $r = 1,2$ Ом должен питать дуговую лампу с сопротивлением $R = 6$ Ом, требующую для нормального горения напряжения $U = 30$ В. Определить сопротивление R_1 резистора, введенного последовательно в цепь лампы для ее нормального горения.

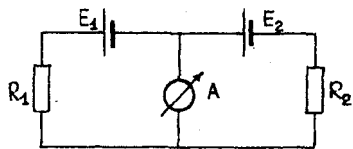
3.2.2. Электрическая цепь состоит из резистора с сопротивлением $R_1 = 10$ Ом и источника с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом. Напряжение на резисторе измеряют вольтметром, внутреннее сопротивление

которого $r_B = 20$ Ом. Определить показание U вольтметра, если ЭДС источника $E = 26$ В.

3.2.3. Какое количество m серебра выделится на катоде электрохимической ванны, соединенной последовательно с конденсатором емкостью $C = 1000$ мкФ, если в процессе протекания тока напряжение на конденсаторе изменяется на $\Delta U = 100$ В? Электрохимический эквивалент серебра $k = 1,12$ мг/Кл.

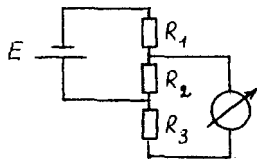


3.2.4. Два гальванических элемента, электродвижущие силы которых $E_1 = 2$ В и $E_2 = 1$ В, соединены по схеме, указанной на рисунке. При каком значении сопротивления R ток через гальванический элемент с ЭДС E_2 не пойдет? Внутреннее сопротивление элемента с ЭДС E_1 равно $r_1 = 1$ Ом.

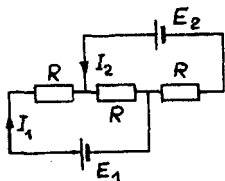


3.2.5. В схеме, показанной на рисунке, $E_1 = 10$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом. Чему равна ЭДС второго источника E_2 , если ток через амперметр не течет? Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

3.2.6. Какой ток I_1 покажет амперметр в схеме, показанной на рисунке?

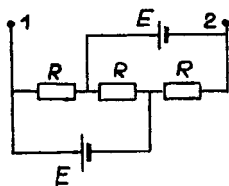


Какой ток I_2 покажет амперметр, если источник тока и амперметр поменять местами? $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $E = 10$ В. Внутренними сопротивлениями источника тока и амперметра пренебречь.

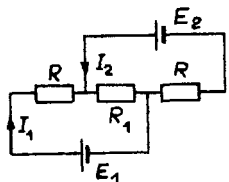


3.2.7. В цепь включены два источника с ЭДС E_1 , E_2 и внутренними сопротивлениями r_1 , r_2 соответственно, и три одинаковых резистора сопротивлением R . При какой величине R значения токов I_1 и I_2 будут равны друг другу?

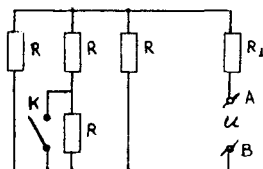
3.2.8. Цепь образована двумя одинаковыми батареями E и тремя равными сопротивлениями $R = 0,5$ Ом. При каком значении r внутреннего сопротивления каждой из батарей напряжение между точками 1 и 2 будет равно ЭДС батарей?



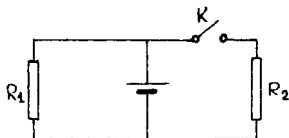
3.2.9. В схеме, показанной на рисунке, подбором величины сопротивления R_1 добились того, что ток I_2 стал равен нулю. Чему равно внутреннее сопротивление r_1 первой батареи, если $E_1 = 2$ В, $E_2 = 1,5$ В, $R = 2,5$ Ом, $R_1 = 9$ Ом?



3.2.10. Цепь, изображенная на рисунке, составлена из 4 одинаковых резисторов сопротивлением $R = 7,5$ Ом и резистора $R_1 = 1$ Ом. На клеммах AB поддерживается постоянное напряжение $U = 14$ В. Насколько изменится сила тока, текущего через резистор R_1 , после замыкания ключа K ? Сопротивлением проводов и ключа пренебречь.



3.2.11. В схеме, показанной на рисунке, резисторы имеют сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Определить внутреннее сопротивление батареи r , если известно, что при разомкнутом ключе K через резистор R_1 течет ток $I_1 = 2,8$ А, а при замкнутом ключе K через резистор R_2 течет ток $I_2 = 1$ А.



3.2.12. Электрическая схема состоит из последовательно соединенных резистора с сопротивлением $R = 10$ Ом, конденсатора и батареи с внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом. Параллельно конденсатору подключили резистор с сопротивлением $R_1 = 5$ Ом. Во сколько раз m изменится энергия конденсатора после того, как напряжение на нем станет постоянным?

3.2.13. Батарея из двух одинаковых гальванических элементов, соединенных последовательно, нагружена на внешний резистор $R = 2 \text{ Ом}$, через который за некоторое время протекает заряд $Q_1 = 20 \text{ Кл}$. Какой величины заряд Q_2 протечет за то же время через каждый элемент, если их соединить параллельно и нагрузить на тот же резистор? Внутреннее сопротивление каждого элемента $r = 0.1 \text{ Ом}$.

3.2.14. Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. Батарею подключают сначала к вершинам квадрата A и B , а затем к вершинам A и C . В первом случае сила тока, протекающего через батарею, оказывается в $m = 1,2$ раза больше, чем во втором. Определить внутреннее сопротивление батареи r , если известно, что сопротивление проволоки, из которой изготовлен квадрат, равно $R = 4 \text{ Ом}$.

3.2.15. При включении приборов по схеме, изображенной на рис. 1, амперметр показывает ток

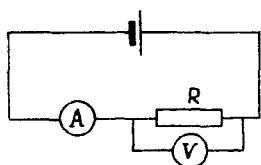


Рис. 1

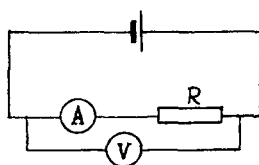
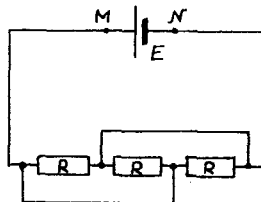


Рис. 2

перметр показывает ток $I_1 = 1,06 \text{ А}$, а вольтметр — напряжение $V_1 = 59,6 \text{ В}$. При включении тех же приборов по схеме на рис. 2 амперметр по-

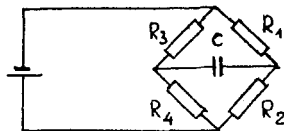
казывает ток $I_2 = 0,94 \text{ А}$, а вольтметр — напряжение $V_2 = 60 \text{ В}$. Определить сопротивление резистора R , считая напряжение на зажимах батареи неизменным.

3.2.16. Батарея с ЭДС $E = 2 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,1 \text{ Ом}$

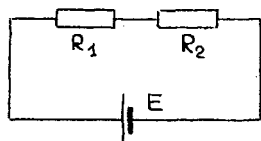


присоединена к цепи, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого из резисторов $R = 1 \text{ Ом}$. Найти напряжение U_{MN} на клеммах батареи. Сопротивлением всех соединительных проводов пренебречь.

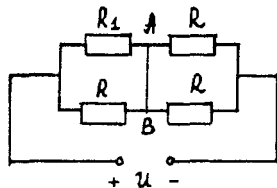
3.2.17. В схеме, показанной на рисунке, где $R_1 = 60 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, батарею и конденсатор поменяли местами. Во сколько раз α изменится при этом заряд конденсатора? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



3.2.18. Если вольтметр, имеющий конечное сопротивление, подключен параллельно резистору R_1 , то он показывает напряжение $U_1 = 6 \text{ В}$, если параллельно резистору R_2 , то — напряжение $U_2 = 4 \text{ В}$. Каковы будут падения напряжения V_1 и V_2 на резисторах, если вольтметр не подключать? ЭДС батареи $E = 12 \text{ В}$, ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало.

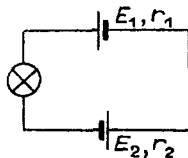


3.2.19. В схеме, показанной на рисунке, напряжение на клеммах источника $U = 100 \text{ В}$, сопротивления в цепи $R_1 = 101 \text{ Ом}$, $R = 100 \text{ Ом}$. Определить величину тока I , протекающего по проводнику AB . Сопротивлением подводящих проводов, проводника AB и внутренним сопротивлением источника пренебречь.



3.2.20. При подключению к батарее поочередно двух сопротивлений нагрузки $R_1 = 4 \text{ Ом}$ и $R_2 = 1 \text{ Ом}$ выделяемая в них мощность оказалась одинаковой и равной $W = 9 \text{ Вт}$. Чему равна ЭДС E батареи?

3.2.21. Лампочка накаливания включена в цепь, показанную на рисунке. ЭДС источников в схеме равны $E_1 = 3 \text{ В}$ и $E_2 = 4 \text{ В}$. Их внутренние сопротивления соответственно $r_1 = 2 \text{ Ом}$ и $r_2 = 1 \text{ Ом}$. Найти мощность $W_{\text{л}}$, выделяющуюся в лампочке, если известно, что при напряжении на лампочке $U = 6 \text{ В}$ в ней выделяется мощность $W = 9 \text{ Вт}$.

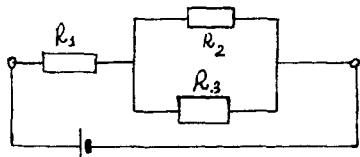


Изменением сопротивления нити лампочки в зависимости от температуры пренебречь.

3.2.22. Две лампы имеют мощности $W_1 = 20$ Вт и $W_2 = 40$ Вт при стандартном напряжении сети. При их последовательном включении в сеть с другим напряжением оказалось, что в двадцативаттной лампе выделяется та же мощность, что и при стандартном напряжении. Какая мощность W_2' выделяется при этом в другой лампе? Изменением сопротивления нитей ламп с температурой пренебречь.

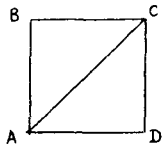
3.2.23. Электрическая лампочка подключена к источнику тока через сопротивление, подсоединенное последовательно. Известно, что при ЭДС источника $E_1 = 20$ В и подсоединенном сопротивлении $r_1 = 4$ Ом через лампочку течет такой же ток, что и при ЭДС $E_2 = 14$ В и сопротивлении $r_2 = 1$ Ом. Найти мощность W , выделяющуюся в лампочке. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

3.2.24. Чему равно внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи, если при ее разряде через внешнюю цепь с сопротивлением $R = 3$ Ом во внешней цепи выделяется $\eta = 90\%$ запасенной энергии?

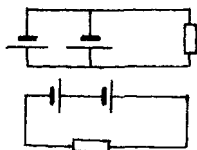


3.2.25. В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Известно, что на сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 25$ Вт. Какая мощность P_2 выделяется на сопротивлении R_2 ?

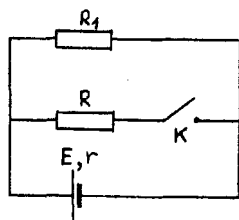
3.2.26. Из однородной проволоки спаян квадрат $ABCD$ с диагональю AC (см. рисунок). Источник напряжения (внутренним сопротивлением которого можно пренебречь) подсоединяют к точкам AC схемы (случай 1), а затем к точкам BD (случай 2). Во сколько раз различаются мощности W_1 и W_2 , выделяемые в цепи в этих случаях?



3.2.27. Батарея из двух одинаковых параллельно соединенных элементов с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом нагружена на внешнее сопротивление $R = 1$ Ом. Во сколько раз β изменится отношение мощности, выделяемой во внешнем сопротивлении, к полной мощности, если элементы соединить последовательно?



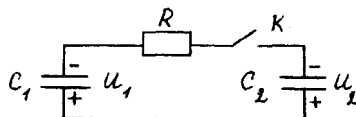
3.2.28. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление $R_1 = 1$ Ом. Определить внутреннее сопротивление источника тока r , если известно, что при замыкании ключа K сила тока через источник возрастает в $n = 3$ раза, а мощность, выделяющаяся во внешней цепи, увеличивается в $m = 2$ раза.



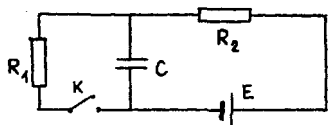
3.2.29. Батарея из двух одинаковых параллельно соединенных элементов нагружена на внешнее сопротивление $R = 1$ Ом. После того, как элементы соединили последовательно, мощность, выделяемая во внешнем сопротивлении, увеличилась в $n = 2$ раза. Чему равно внутреннее сопротивление r каждого из элементов?

3.2.30. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ разряжается через цепь из двух параллельно включенных сопротивлений $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 40$ Ом. Какое количество тепла Q_1 выделится на меньшем из сопротивлений, если конденсатор был заряжен до напряжения $U = 100$ В?

3.2.31. До замыкания ключа K конденсаторы $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ были заряжены до напряжений $U_1 = 400$ В и $U_2 = 100$ В, как показано на рисунке. Какая энергия выделится на сопротивлении R после замыкания ключа?

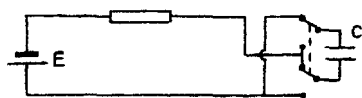


3.2.32. Цепь, показанная на рисунке, находилась достаточно долго в состоянии с замкнутым ключом K . В некоторый момент времени ключ

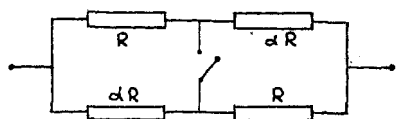


разомкнули. Какое количество тепла Q выделится на резисторе R_2 после замыкания ключа? При расчетах положить: $E = 300$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $C = 10$ мкФ. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

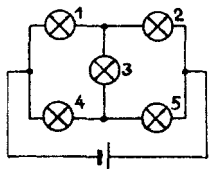
3.2.33. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ включен в цепь через коммутатор, так что его выводы можно менять местами. После того, как напряжение на конденсаторе установилось, коммутатор переключили. Какая энергия выделится при этом на резисторе? При расчетах принять $E = 300$ В.



3.2.34. Нагревательные элементы, сопротивления которых отличаются в α раз, соединены как показано на рисунке и подключены к источнику тока с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Найти α , если известно, что при замыкании ключа общая мощность, выделяющаяся в цепи, увеличивается в $k = 2$ раза. Изменением сопротивлений элементов при нагревании пренебречь.



3.2.35. Пять одинаковых лампочек соединены в цепь как показано на рисунке и подключены к батарее. Во сколько раз α изменится мощность, выделяющаяся в этой цепи, если лампочка номер 1 перегорит? Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало.



3.2.36. Напряжение на зажимах генератора постоянного тока $U_0 = 220$ В, а на зажимах нагрузки $U_1 = 210$ В. Определить мощность $P_{л}$, выделяющуюся в линии между генератором и потребителем, если номинальная мощность нагрузки при напряжении на ней, равном U_0 , со-

ставляет $P = 10$ кВт.

3.2.37. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,16$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 200$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 288$ Вт. Найти ЭДС E аккумулятора.

3.2.38. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 50$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 72$ Вт. Найти сопротивление R нагревателя.

3.2.39. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 10$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным параллельно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 12,1$ Вт. Найти сопротивление R нагревателя.

3.2.40. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 10$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным параллельно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 14,4$ Вт. Найти ЭДС E аккумулятора.

3.2.41. Во внешней нагрузке, подключенной к батарее, выделяется мощность $W_1 = 1$ Вт. Чему равен коэффициент полезного действия η этой цепи (т.е. отношение мощности, выделяющейся в нагрузке, к полной мощности, развиваемой батареей), если при подключении той же нагрузки к двум таким батареям, соединенным последовательно, мощность в нагрузке стала равной $W_2 = 1,44$ Вт?

3.2.42. При подключении нагрузки к батарее с внутренним сопротивле-

нием $r_1 = 0,1$ Ом во внешней цепи выделяется мощность $W_1 = 1$ Вт. В той же нагрузке, питаемой от батареи с внутренним сопротивлением $r_2 = 0,2$ Ом и прежней ЭДС, выделяется мощность $W_2 = 0,64$ Вт. Чему равно сопротивление нагрузки R ?

3.3. Магнетизм

Вопросы программы

- *Магнитное поле. Действие магнитного поля на рамку с током. Индукция магнитного поля (магнитная индукция). Линии магнитной индукции. Картины магнитного поля прямого тока и соленоида.*
- *Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера.*
- *Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.*
- *Магнитные свойства вещества. Гипотеза Ампера. Ферромагнетики.*

Определения, понятия и законы

Магнитное поле. Индукция магнитного поля (магнитная индукция). Силовое поле, действующее на движущиеся электрические заряды, электрические токи и намагниченные тела (магниты), называется магнитным полем. В свою очередь, магнитное поле создается движущимися зарядами, токами и магнитами. Силовой характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции* \vec{B} . Понятие о векторе магнитной индукции вводится на основании следующих опытных фактов: а) ориентирующее действие магнитного поля на замкнутый плоский контур (рамку) с током, б) существование силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, в) отклонение пучка заряженных частиц в магнитном поле.

Действие магнитного поля на рамку с током. На плоскую рамку с током, подвешенную на нити в однородном магнитном поле, действует момент сил, который стремится развернуть ее определенным образом. Ориентирующее действие поля на рамку используется для выбора направления вектора магнитной индукции. С этой целью вводят понятие *положительной нормали* к рамке, которая определяется как единичный вектор, перпендикулярный плоскости рамки и направленный в сторону перемещения буравчика (винта), если вращать его по направлению тока в рамке (рис. 3.3.1). За направление вектора магнитной индукции в данной точке пространства принимается направление положительной нормали к рамке, свободно устанавливающейся в магнитном поле в окрестности данной точки. Это направление совпадает с направлением от южного полюса S к северному полюсу N свободно вращающейся магнитной стрелки.

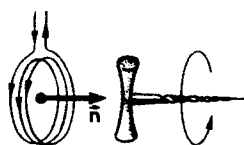


Рис. 3.3.1

Замкнутый контур площадью S с током I создает магнитный момент

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}. \quad (3.3.1)$$

Направление магнитного момента рамки с током, свободно устанавливающейся в магнитном поле, совпадает с направлением вектора магнитной индукции.

Линии магнитной индукции. Графически магнитное поле изображают с помощью *линий магнитной индукции*, которые представляют собой линии, касательные к которым направлены так же, как вектор \vec{B} в данной точке, а густота которых пропорциональна величине поля в данной точке. В качестве примера на рис. 3.3.2 изображены линии магнитной индукции, создаваемой постоянным магнитом. Линии магнитной индукции всегда замкнуты. Представленные на рис. 3.3.2 линии замыкаются внутри магнита.

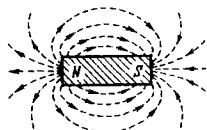


Рис. 3.3.2

Для вычисления магнитного поля электрического тока используют формулу Био-Савара-Лапласа. Согласно этой формуле, магнитная индукция, создаваемая отрезком проводника длиной Δl , по которому течет ток I , равна:

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [\Delta \vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad \text{или} \quad B = \frac{\mu\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (3.3.2)$$

где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный от элемента Δl в точку наблюдения, α — угол между векторами $\Delta \vec{l}$ и \vec{r} , μ — магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ В·с/(А·м) — магнитная постоянная.

Картинки магнитного поля прямого тока и соленоида. Формула (3.3.2) позволяет рассчитать магнитную индукцию \vec{B} , созданную проводником с током любой формы. Так, величина магнитной индукции бесконечно длинного проводника с током I на расстоянии x от него равна

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi x}. \quad (3.3.3)$$

Линии магнитной индукции представляют собой концентрические окружности в плоскостях, перпендикулярных проводнику (рис. 3.3.3). Направление магнитной индукции тока определяется правилом буравчика: если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока, то вращение рукоятки буравчика указывает направление магнитного поля.

Магнитное поле внутри длинного соленоида (катушки с током) вдали от его концов является однородным (рис. 3.3.4). Магнитная индукция внутри соленоида в точках, удаленных от его концов, равна

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{L}, \quad (3.3.4)$$

где I — ток, протекающий по виткам, N — число витков, L — длина

соленоида. Магнитное поле вне соленоида подобно магнитному полю полосового постоянного магнита (ср. с рис. 3.3.1). Конец катушки, из которого выходят линии индукции, аналогичен северному полюсу магнита; другой конец аналогичен южному магнитному полюсу. Расположение полюсов катушки и направление магнитного поля определяется по правилу буравчика: если вращать рукоятку буравчика по току, то перемещение буравчика укажет направление линий магнитной индукции.

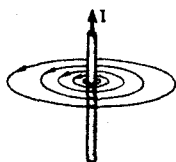


Рис. 3.3.3

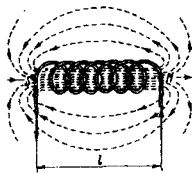


Рис. 3.3.4

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера. На проводник с током, находящийся в магнитное поле, действует сила Ампера:

$$\vec{F} = I[\Delta\vec{l}, \vec{B}], \text{ или } F = I\Delta l B \sin \alpha = I\Delta l B_{\perp}, \quad (3.3.5)$$

где Δl — длина отрезка проводника с током I , α — угол между направлениями отрезка проводника и вектора магнитной индукции, B_{\perp} — проекция вектора магнитной индукции на нормаль к проводнику. Направление силы Ампера определяется правилом буравчика: рукоятку буравчика вращают от вектора $\Delta\vec{l}$ к вектору \vec{B} , тогда направление его поступательного движения определяет направление силы \vec{F} , или правилом левой руки: если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции \vec{B} входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление действующей на участок проводника силы.

Между двумя параллельно расположенными бесконечно длинными проводниками, по которым протекают постоянные токи (рис. 3.3.5), возникает сила взаимодействия, направление и величина которой могут быть найдены из закона Ампера. Поскольку проводник с током I_2 находится в поле с индукцией \vec{B}_1 , созданным проводником с током I_1 , сила Ампера \vec{F} направлена, как показано на рисунке. Проводники с одинаково направленными токами притягиваются, с противоположно направленными — отталкиваются. Модуль силы взаимодействия между участками единичной длины двух бесконечных параллельных проводников, расположенных на расстоянии R друг от друга, равен

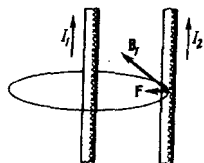


Рис. 3.3.5

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R}. \quad (3.3.6)$$

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. На заряд q , движущийся в магнитном поле со скоростью \vec{V} , действует сила Лоренца:

$$\vec{F} = q[\vec{V}, \vec{B}], \text{ или } F = qVB_{\perp}. \quad (3.3.7)$$

где B_{\perp} — проекция вектора магнитной индукции на нормаль к скорости частицы. Направление силы Лоренца также определяется правилом левой руки или правилом буравчика.

В однородном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен скорости заряженной частицы, она движется по окружности постоянного радиуса R

$$R = \frac{m}{q} \frac{V}{B}, \quad (3.3.8)$$

где m — масса частицы, q — абсолютное значение ее заряда, V — скорость частицы, B — индукция магнитного поля. Движение частицы происходит в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{B} . Сила Ло-

ренца в этом случае играет роль центростремительной силы. Ее работа всегда равна нулю, поскольку сила Лоренца в каждый момент времени перпендикулярна вектору мгновенной скорости частицы.

Магнитные свойства вещества. Гипотеза Ампера. Магнитные взаимодействия зависят от свойств среды, в которой они происходят. Физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля B в однородном веществе отличается от индукции B_0 магнитного поля в вакууме, называется *магнитной проницаемостью вещества*:

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \quad (3.3.9)$$

Согласно *гипотезе Ампера* магнитные свойства вещества определяются замкнутыми электрическими токами внутри него. В соответствии с современными представлениями, эти токи связаны с движением электронов в атомах вещества. Каждый электрон, движущийся в атоме вокруг ядра по замкнутой орбите, представляет собой элементарный электронный ток, магнитный момент которого, называемый *орбитальным магнитным моментом*, перпендикулярен плоскости орбиты.

Орбитальный магнитный момент атома равен векторной сумме орбитальных магнитных моментов его электронов. Если вещество состоит из молекул, то магнитный момент молекулы является векторной суммой орбитальных магнитных моментов ее атомов. Таким образом, атомы и молекулы в общем случае имеют магнитные моменты и могут создавать магнитное поле.

Магнетиками называются вещества, способные намагничиваться во внешнем магнитном поле, т.е. создавать собственное (внутреннее) магнитное поле самого вещества. По своим свойствам магнетики подразделяются на слабомагнитные и сильномагнитные вещества. К слабомагнитным веществам относятся диамагнетики и парамагнетики. Основную группу сильномагнитных веществ составляют ферромагнетики.

Диамагнетиками называются вещества, у которых атомы или молекулы в отсутствие внешнего магнитного поля не имеют магнитных моментов. Диамагнетиками являются инертные газы, ряд металлов (золото, серебро, ртуть, цинк, медь), вода, стекло, многие органические соединения. При внесении диамагнитного вещества в магнитное поле в каждом его атоме (или молекуле) индуцируется дополнительный атомный (или молекулярный) ток с некоторым магнитным моментом. Этот ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле противоположно внешнему полю. Вектор магнитной индукции внутреннего поля направлен против внешнего поля и ослабляет его. В этом и состоит намагничивание диамагнетиков, для которых $\mu < 1$. Диамагнетизм является очень слабым эффектом. Магнитная проницаемость даже самых сильных диамагнетиков отличается от единицы не более, чем десятитысячные доли.

Атомы (или молекулы), обладающие в отсутствие внешнего поля небольшим магнитным моментом, называются парамагнитными, а состоящие из них вещества — *парамагнетиками*. К парамагнетикам относятся кислород, окись азота, алюминий, платина, щелочные и щелочноземельные металлы и др. В отсутствие внешнего магнитного поля тепловое движение атомов (молекул) парамагнетика препятствует возникновению упорядоченного расположения магнитных моментов отдельных атомов (молекул), и собственного магнитного поля в веществе не возникает. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле атомные (молекулярные) токи стремятся расположиться так, чтобы их магнитные моменты были параллельны вектору индукции внешнего поля. Совместное действие магнитного поля и теплового движения приводит к тому, что возникает преимущественная ориентация магнитных моментов атомов (молекул) по направлению внешнего поля. В парамагнитном веществе создается собственное (внутреннее) магнитное поле, вектор индукции которого направлен одинаково с вектором индукции внешнего поля. Для парамагнетиков $\mu > 1$, но эффект парамагнетизма очень слаб; магнитная проницаемость даже для наиболее сильных парамагнетиков отличается от единицы не более, чем на тысячные доли.

Ферромагнетики. Ферромагнетиками называется группа веществ в твердом кристаллическом состоянии, обладающих магнитными свойствами, обусловленными особым взаимодействием атомных носителей магнетизма. К ферромагнетикам относятся железо, никель, кобальт, а также ряд сплавов. Ферромагнетизм объясняется квантовыми магнитными свойствами электронов. Дело в том, что электрон, независимо от его пребывания в какой либо системе частиц (атом, молекула, кристалл), обладает собственным моментом импульса (*спином*) и связанным с ним собственным (спиновым) магнитным моментом. Важная особенность спина электрона состоит в том, что в магнитном поле (как внешнем, так и созданном атомами и молекулярными токами) спин может быть ориентирован так, чтобы его проекция на направление вектора магнитной индукции принимала только два значения, равные по модулю и противоположные по знаку. В результате этого, в некоторых кристаллах, например в кристаллах железа, возникают условия для параллельной ориентации собственных магнитных моментов электронов группы атомов.

Внутри кристалла ферромагнетика образуются намагниченные области размером порядка 10^{-4} - 10^{-2} см, в которых спины электронов параллельны. Эти самопроизвольно намагниченные области называются доменами. В отдельных доменах магнитные поля имеют различные направления и в большом кристалле взаимно компенсируют друг друга. При внесении ферромагнитного образца во внешнее магнитное поле происходит частичное упорядочение ориентации магнитных моментов отдельных доменов и результирующая магнитная индукция в веществе растет. С увеличением магнитной индукции внешнего поля степень упорядоченности доменов повышается. При некотором значении индукции внешнего поля наступает полное упорядочение ориентации доменов и возрастание магнитной индукции в веществе прекращается. Это явление называется магнитным насыщением. В состоянии насыщения магнитная проницаемость ферромагнетиков имеет очень большие значения; например, для железа $\mu_{\max} \approx 5000$, для пермаллоя (сплав никеля с железом) $\mu_{\max} \approx 100000$. При отключении внешнего магнитного поля

значительная часть доменов в ферромагнитном образце сохраняет упорядоченную ориентацию — образец становится постоянным магнитом.

Упорядоченность ориентации доменов в ферромагнетике нарушается тепловыми колебаниями атомов в кристалле. Чем выше температура, тем интенсивнее разрушается порядок в ориентации доменов, в результате чего образец размагничивается. Температура, выше которой вещество теряет свойства ферромагнетика, называется температурой Кюри. Температура Кюри у железа 770°C , у никеля 356°C , у кобальта 1130°C .

Указания по решению задач

Большинство задач данного раздела связано либо с равновесием, либо с движением тел под действием различных сил, включая силу Ампера и силу Лоренца. Поэтому, наряду с законами магнетизма и электромагнитной индукции, при решении задач необходимо использовать законы механики.

Задачи по теме “Магнетизм”

3.3.1. Частица массой $m = 10^{-4}$ г, несущая заряд $q = 10^{-7}$ Кл, движется в плоскости, перпендикулярной однородному магнитному полю с индукцией $B = 1$ Тл. Найти период обращения частицы T . Силу тяжести не учитывать.

3.3.2. Заряженная частица массой $m = 6,4 \cdot 10^{-27}$ кг влетает со скоростью $V_0 = 100$ км/с в область с постоянным и однородным магнитным полем, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен \vec{V}_0 . На какой угол α отклонится частица, если область, занимаемая магнитным полем, в котором движется частица, ограничена плоскостями, перпендикулярными \vec{V}_0 , расстояние между которыми $L = 10$ см? Заряд частицы $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл, индукция магнитного поля $B = 0,01$ Тл. Силу тяжести не учитывать.

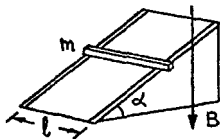
3.3.3. Горизонтальные рельсы, находящиеся в вертикальном маг-

нитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, расположены на расстоянии $l = 0,5$ м друг от друга. На них лежит металлический стержень массой $m = 0,5$ кг, перпендикулярный рельсам. Какой величины I ток нужно пропустить по стержню, чтобы он начал двигаться? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,2$.

3.3.4. Подвешенный горизонтально на двух невесомых нитях прямолинейный проводник находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен вертикально. Если по проводнику течет ток $I_1 = 1$ А, то нити отклоняются от вертикали на угол $\alpha_1 = 30^\circ$. При какой силе тока I_2 в проводнике нити отклонятся на угол $\alpha_2 = 60^\circ$?

3.3.5. Квадратная проволочная рамка может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. Рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , направленной вертикально. Когда по рамке течет ток $I = 5$ А, она отклоняется от вертикальной плоскости на угол $\alpha = 30^\circ$. Определить индукцию магнитного поля B , если площадь сечения проволоки, из которой изготовлена рамка, $S = 4$ мм², а плотность материала проволоки $\rho = 8,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

3.3.6. Вдоль наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, проложены рельсы, по которым может скользить проводящий стержень массой $m = 1$ кг. Какой минимальной величины ток I нужно пропустить по стержню, чтобы он оставался в покое, если вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл, направленной вертикально? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,2$, расстояние между ними $l = 0,5$ м. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



3.4. Электромагнитная индукция.

Вопросы программы

- *Магнитный поток. опыты Фарадея. Явление электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.*
- *Самоиндукция. Индуктивность. ЭДС самоиндукции.*
- *Энергия магнитного поля тока.*

Определения, понятия и законы

Опыты Фарадея. Явление электромагнитной индукции. Английский физик М. Фарадей в 1831 г. обнаружил, что при изменении магнитного поля, пронизывающего замкнутый проводящий контур, в нем возникает электрический ток. Этот ток был назван индукционным током. В своих опытах Фарадей наблюдал возникновение индукционного тока в катушке из металлической проволоки при вдвигании в нее и выдвигании из нее постоянного магнита, а также при изменении силы тока во второй катушке, магнитное поле которой пронизывает первую катушку.

Явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменениях магнитного поля, пронизывающего контур, называется *электромагнитной индукцией*.

Магнитный поток. Для количественного описания этого явления вводится понятие *магнитного потока*. Потоком магнитной индукции (магнитным потоком) через некоторую поверхность площадью S называется величина

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_{\perp} S, \quad (3.4.1)$$

где α — угол между вектором \vec{B} и нормалью к поверхности S (рис. 3.4.1).

Поток магнитной индукции через контур с током будет положи-

тельным, если составляющая \vec{B}_1 вектора \vec{B} вдоль нормали к контуру совпадает с положительным направлением нормали, и отрицательным, если составляющая \vec{B}_1 противоположна положительному направлению нормали (рис. 3.4.1).

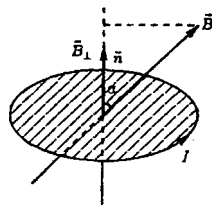


Рис. 3.4.1

Для любого контура положительное направление нормали связано с положительным направлением обхода контура правилом буравчика: если рукоятку буравчика вращать по направлению обхода, то перемещение буравчика укажет положительное направление нормали.

Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Появление электрического тока в замкнутом контуре при изменениях магнитного поля, пронизывающего контур, свидетельствует о действии в контуре сторонних сил неэлектрической природы, или о возникновении ЭДС индукции. Опыты показывают, что направление ЭДС индукции (и, следовательно, индукционного тока) зависит от того, возрастает или убывает магнитный поток через контур, а также от знака магнитного потока. Общее правило, позволяющее определить направление индукционного тока в контуре, было установлено в 1833 г. русским физиком Э.Х. Ленцем. Согласно правилу Ленца, возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток через площадь, ограниченную контуром, стремится компенсировать то изменение магнитного потока, которым вызван данный ток.

Экспериментальные исследования зависимости ЭДС индукции от характера изменения магнитного потока привели к установлению закона электромагнитной индукции: При изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, в нем возникает ЭДС индукции E , которая численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока:

$$E = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad (3.4.2)$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного тока за время Δt . Знак “–” отражает правило Ленца: если $\Delta\Phi > 0$, то ЭДС индукции в контуре направлена против положительного направления обхода контура, если $\Delta\Phi < 0$, то направление ЭДС индукции совпадает с положительным направлением обхода контура.

В Международной системе единиц закон электромагнитной индукции используют для установления единицы магнитного потока. Эту единицу называют *вебером* (Вб) и определяют следующим образом: магнитный поток через площадь, ограниченную замкнутым контуром, равен 1 Вб, если при равномерном убывании этого потока до нуля за 1 с в контуре возникает ЭДС индукции 1В: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}$.

Единицу магнитной индукции устанавливают на основе соотношения (3.4.1). Если вектор \vec{B} перпендикулярен поверхности S , то $\Phi = BS$. Отсюда магнитная индукция равна единице, если она создает через площадь 1 м^2 магнитный поток 1 Вб. Эту единицу магнитной индукции называют *тесла* (Тл): $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб}/1 \text{ м}^2 = 1 \text{ Н}/(1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м})$.

ЭДС индукции возникает как в неподвижном контуре, помещенном в изменяющееся магнитное поле, так и в проводнике движущемся в магнитном поле, которое может не меняться со временем. Значение ЭДС индукции в обоих случаях определяется законом (3.4.2), но происхождение ЭДС различно.

Если магнитное поле постоянно во времени, но магнитный поток через контур изменяется из-за движения отдельных проводников, образующих контур, то причиной возникновения ЭДС индукции является сила Лоренца, действующая на свободные заряды в движущемся проводнике. При использовании закона электромагнитной индукции в форме (3.4.2) нужно иметь в виду, что изменение магнитного потока связано с изменением площади контура. При движении незамкнутого проводника в магнитном поле, на концах проводника также возникает ЭДС индукции, величина которой определяется магнитным потоком через площадь, “заметаемую” проводником в единицу времени. В частности, при движении в магнитном

поле прямолинейного проводника длиной l со скоростью \vec{V} , перпендикулярной проводнику, ЭДС индукции на концах проводника равна

$$E = B_{\perp} l V, \quad (3.4.3)$$

где B_{\perp} – проекция вектора магнитной индукции \vec{B} на направление, перпендикулярное скорости движения проводника.

Вихревое электрическое поле. Физической причиной возникновения ЭДС индукции в неподвижном контуре является действие *вихревого электрического поля*, всегда возникающего в пространстве при изменении магнитного поля. Работа вихревого электрического поля по перемещению единичного заряда в проводнике и представляет собой ЭДС индукции.

Вихревое электрическое поле отличается от электростатического (кулоновского) поля тем, что оно создается не электрическими зарядами, а переменным магнитным полем, причем его силовые линии замкнуты сами на себя, а не начинаются и заканчиваются на зарядах, как в случае кулоновского поля. Работа вихревого электрического поля при перемещении заряда по замкнутой траектории отлична от нуля.

Самоиндукция. Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Если магнитное поле вызвано током I , протекающим по какому-либо контуру, то магнитный поток через поверхность, ограниченную этим контуром, пропорционален току, т. е. $\Phi = LI$, где L – *индуктивность* контура, которая зависит от его формы и размеров и от магнитных свойств окружающей среды. При изменении магнитного потока через контур вследствие изменения тока, протекающего по этому контуру, в нем возникает *ЭДС самоиндукции*

$$E = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (3.4.4)$$

Единица индуктивности в СИ называется *генри* (Гн). Индуктивность контура равна 1 Гн, если в нем при изменении силы тока на

1 А за 1 с возникает ЭДС самоиндукции 1 В: $1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с} / 1 \text{ А}$.

Энергия магнитного поля тока. Для создания тока I в контуре с индуктивностью L необходимо совершить работу по преодолению ЭДС самоиндукции. Собственной энергией тока W_m называется величина, равная этой работе. Если среда, в которой находится контур, не ферромагнитна, то

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.4.5)$$

Собственная энергия тока сосредоточена в магнитном поле, созданном проводником с током, причем эта энергия распределена по всему пространству, где имеется магнитное поле. Энергия однородного магнитного поля, сосредоточенного в объеме V изотропной и неферромагнитной среды,

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} V. \quad (3.4.6)$$

Объемной плотностью энергии магнитного поля называется энергия, заключенная в единице объема поля:

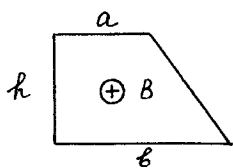
$$w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}. \quad (3.4.7)$$

Это выражение справедливо не только для однородного поля, но и для произвольных, в том числе неоднородных в пространстве и переменных во времени магнитных полей.

Задачи по теме “Электромагнитная индукция”

3.4.1. Замкнутый проводник в виде прямоугольной трапеции находится в магнитном поле с индукцией

$B = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости трапеции от нас. Сопротивление единицы длины проводника $\rho = 0,023$ Ом/м. Найти величину и направление тока I , теку-



щего в проводнике при равномерном уменьшении поля до нуля в течение $t = 3$ с. Размеры отрезков проводника $a = 0,2$ м, $b = 0,5$ м, $h = 0,4$ м.

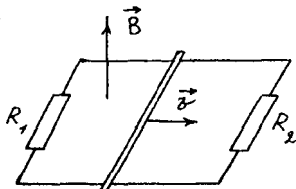
3.4.2. Кольцо радиуса $r = 1$ м, сделанное из тонкой проволоки, находится в однородном магнитном поле, индукция которого увеличивается пропорционально времени t по закону $B = kt$. Определить мощность P , выделяющуюся в кольце, если известно, что сопротивление кольца равно $R = 1$ Ом, вектор индукции B составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с нормалью к плоскости кольца, $k = 1$ Тл/с.

3.4.3. Катушка из n одинаковых витков с площадью S присоединена к баллистическому гальванометру. Вначале катушка находилась между полюсами магнита в однородном магнитном поле с индукцией B , параллельной оси катушки. Затем катушку переместили в пространство, где магнитное поле отсутствует. Какое количество электричества Q протекло через гальванометр? Сопротивление всей цепи R .

3.4.4. При равномерном изменении силы тока через проволочную катушку в ней возникает ЭДС самоиндукции $E = 10$ В. Катушка содержит $N = 1000$ витков. Какой заряд q протечет за время $\Delta t = 0,05$ с через замкнутый проволочный виток, надетый на катушку так, что его плоскость перпендикулярна оси катушки? Сопротивление витка $R = 0,2$ Ом.

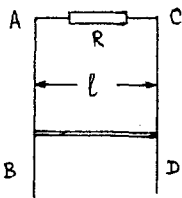
3.4.5. Катушку с индуктивностью $L = 0,3$ Гн подключают к источнику с ЭДС $E = 1,5$ В. Через какой промежуток времени Δt сила тока в цепи будет равна $I = 5$ А? Омическим сопротивлением катушки и внутренним сопротивлением источника пренебречь.

3.4.6. По двум параллельным проводам со скоростью $V = 20$ см/с, направленной вдоль проводов, движется проводящий стержень. Между концами проводов включены резисторы $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 4$ Ом. Расстояние между проводами $d =$

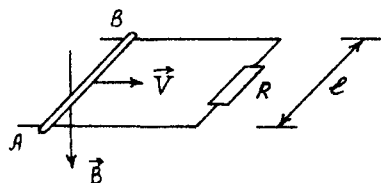


10 см. Провода помещены в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 10$ Тл перпендикулярна плоскости, проходящей через провода. Найти силу тока I , текущего по стержню. Сопротивлением проводов, стержня и контактов между ними пренебречь.

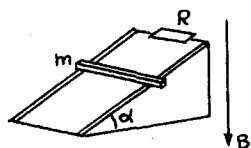
3.4.7. По двум вертикальным проводящим рейкам AB и CD (см. рисунок), находящимся на расстоянии l и соединенным сопротивлением R , под действием силы тяжести начинает скользить проводник, длина которого l и масса m . Система находится в однородном магнитном поле, индукция которого B перпендикулярна плоскости рисунка. Какова установившаяся скорость V движения проводника, если сопротивлением самого проводника и реек, а также трением можно пренебречь? Ускорение свободного падения g .



3.4.8. Параллельные проводящие шины, расположенные в горизонтальной плоскости, замкнуты на резистор сопротивлением R и помещены в постоянное однородное магнитное поле, вектор индукции которого направлен по вертикали вниз. По шинам без трения может перемещаться проводник AB , сохраняя постоянно контакт с шинами. Найти величину и направление силы \vec{F} , которую нужно приложить к проводнику, чтобы он двигался вдоль шин поступательно с постоянной скоростью \vec{V} . Сопротивлением шин и проводника пренебречь. При расчетах положить: $R = 100$ Ом, $B = 2$ Тл, $V = 0,1$ м/с, $l = 20$ см.

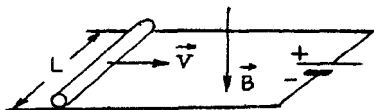


3.4.9. По параллельным рельсам, наклоненным под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, соскальзывает без трения проводящий брусок массой $m = 100$ г. В верхней части рельсы замкнуты резистором с сопротивлением $R = 20$ Ом. Вся система находится

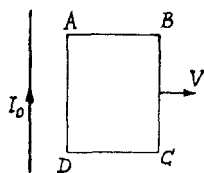


в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Чему равна сила тока I , текущего по бруску, если известно, что он движется с постоянной скоростью $V = 1$ м/с? Сопротивлением бруска и рельсов пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

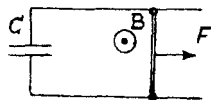
3.4.10. В магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, направленной вертикально вниз, по горизонтальным рельсам равномерно движется проводящий стержень длины $L = 0,4$ м со скоростью $V = 5$ м/с. Концы рельсов присоединены к батарее с ЭДС $E = 10,1$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом. Какое количество теплоты Q выделится в стержне за время $t = 10$ с, если его сопротивление $R = 10$ Ом? Сопротивлением рельсов и соединительных проводов пренебречь.



3.4.11. Прямоугольный контур $ABCD$ перемещается поступательно с постоянной скоростью V в магнитном поле тока I_0 , текущего по длинному прямому проводу OO' . Стороны AD и BC параллельны проводу. Определить величину и направление тока, индуцированного в контуре в тот момент, когда сторона AD находится на расстоянии x_0 от провода. $AD = BC = a$, $AB = DC = b$. Сопротивление контура R .



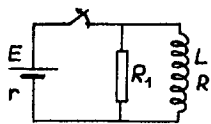
3.4.12. По двум металлическим параллельным рейкам, расположенным в горизонтальной плоскости к замкнутым на конденсатор C , может без трения двигаться проводник массой m и длиной l . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленной вверх. К середине проводника перпендикулярно ему и параллельно рейкам приложена сила F . Определить ускорение подвижного проводника. Сопротивлением реек и подводных проводов пренебречь. В начальный момент скорость проводника равна нулю.



3.4.13. Металлический диск радиусом $r = 10$ см, расположенный

перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией $B = 1$ Тл, вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с угловой скоростью $\omega = 628$ рад/с. Два скользящих контакта, один на оси диска, другой — на краю, соединяют диск с резистором сопротивлением $R = 5$ Ом. Какая мощность W выделяется на резисторе? Сопротивлением диска и соединительных проводов пренебречь.

3.4.14. Катушка индуктивностью $L = 0,4$ Гн с сопротивлением обмотки $R = 2$ Ом подключена параллельно с резистором сопротивлением $R_1 = 8$ Ом к источнику с ЭДС $E = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом. Какое количество тепла Q выделится в сопротивлении R_1 после отключения источника?



3.5. Электромагнитные колебания и волны

Вопросы программы

- *Переменный электрический ток. Амплитудное и действующее (эффективное) значение периодически изменяющегося напряжения и тока.*
- *Получение переменного тока с помощью индукционных генераторов. Трансформатор. Передача электрической энергии.*
- *Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания в контуре. Превращение энергии в колебательном контуре. Уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре, и его решение. Формула Томсона для периода колебаний. Затухающие электромагнитные колебания.*
- *Вынужденные колебания в электрических цепях. Активное, емкостное и индуктивное сопротивления в цепи гармонического тока. Резонанс в электрических цепях.*
- *Открытый колебательный контур. Опыт Герца. Электромагнитные волны. Их свойства. Шкала электромагнитных волн. Излучение и прием электромагнитных волн. Изобретение радио Поповым.*

Определения, понятия и законы

Переменный электрический ток. Переменным называется ток, величина и направление которого периодически меняются во времени. Наибольшее практическое значение имеет переменный ток, изменяющийся по гармоническому закону (т.е. по закону синуса или косинуса). Как и любое гармоническое колебание, такой ток может быть описан формулой

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (3.5.1)$$

где I – значение силы тока в данный момент времени t , I_0 – амплитуда тока, ω – круговая частота, φ_0 – начальная фаза. Круговая частота ω связана с частотой ν и периодом T формулами $\omega = 2\pi\nu$, $\omega = 2\pi / T$.

Амплитудное и действующее (эффективное) значение периодически изменяющегося напряжения и тока. Если переменный гармонический ток проходит через резистор, то напряжение на нем также меняется по гармоническому закону, причем в той же фазе, что и ток:

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (3.5.2)$$

где U_0 – амплитуда напряжения. Мгновенная мощность переменного тока в резисторе определяется выражением

$$P = IU = I_0 U_0 \cos^2(\omega t + \varphi_0). \quad (3.5.3)$$

Средняя за период мощность равна

$$\bar{P} = \frac{I_0 U_0}{2}. \quad (3.5.4)$$

Формула (3.5.4) дает возможность сравнивать переменный и постоянный токи по их тепловому действию. Эффективным (действующим) значением переменного тока называется сила постоянного тока, выделяющего в проводнике такое же количество теплоты, что и данный переменный ток за то же время. В соответ-

ствии с этим, действующее значение силы тока равно $I_D = I_0 / \sqrt{2}$. Аналогично, действующее значение переменного напряжения определяется как $U_D = U_0 / \sqrt{2}$.

Получение переменного тока с помощью индукционных генераторов. Переменный ток находит широкое применение на практике благодаря простым и экономичным способам его получения (с помощью индукционных генераторов) и преобразования переменного напряжения (с помощью трансформаторов). Принцип действия генератора переменного тока основан на явлении электромагнитной индукции, приводящем к возникновению переменной ЭДС при вращении проволочного витка в магнитном поле.

Магнитный поток однородного поля через плоский виток равен произведению площади контура S на индукцию магнитного поля B , пронизывающего контур, и на косинус угла φ между направлением индукции и нормалью к площадке, ограниченной контуром (рис. 3.5.1):

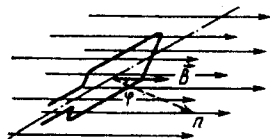


Рис. 3.5.1

$$\Phi = BS \cos \varphi . \quad (3.5.5)$$

Если виток из проволоки равномерно вращается с угловой скоростью ω в магнитном поле, то угол φ между направлением магнитной индукции и нормалью к плоскости рамки будет меняться по закону $\varphi = \omega t$, что вызовет появление переменного магнитного потока $\Phi = BS \cos \omega t$ через площадку, ограниченную контуром. В результате в контуре возникнет переменная ЭДС индукции

$$E = -\dot{\Phi} = BS\omega \sin \omega t = E_0 \sin \omega t , \quad (3.5.6)$$

где $E_0 = BS\omega$ – амплитудное значение ЭДС индукции. Если в магнитном поле вращается контур, состоящий из N последовательных витков, намотанных на сердечник с магнитной проницаемостью μ , то амплитуда ЭДС индукции $\mu N E_0$.

Для подключения витка к внешней цепи используются скользящие контакты, состоящие из контактных колец, подсоединенных к выводам витка, и неподвижных пластин (щеток), прижатых к кольцам. На практике вместо одного витка используется целая система обмоток, размещенных в пазах железного сердечника. В мощных генераторах обмотки обычно неподвижны, а вращается источник магнитного поля. Это позволяет существенно упростить проблему отвода тока, вырабатываемого генератором, к потребителю.

Трансформатор. Трансформатор представляет собой устройство для преобразования переменного напряжения. Он состоит из замкнутого железного сердечника, на который намотаны две обмотки: первичная и вторичная (рис. 3.5.2). К первичной обмотке прикладывается переменное напряжение. Оно вызывает в обмотке переменный ток, который, в свою очередь, порождает переменный магнитный поток в сердечнике трансформатора. Переменный магнитный поток пронизывает витки вторичной обмотки трансформатора и, в соответствии с законом электромагнитной индукции, порождает во вторичной обмотке ЭДС индукции. Для ненагруженного трансформатора отношение напряжения на вторичной обмотке (выходного напряжения U_2) к напряжению на первичной обмотке (входному напряжению U_1) равно отношению числа витков во вторичной обмотке к числу витков в первичной обмотке:

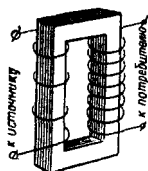


Рис. 3.5.2

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (3.5.7)$$

Если число витков вторичной обмотки больше числа витков первичной обмотки трансформатора, то выходное напряжение больше входного и трансформатор называется повышающим. В противном случае трансформатор называется понижающим. Так как при преобразовании переменного тока трансформатором мощность тока почти не меняется, произведение силы тока на напряжение одинаково для обеих обмоток: $I_1 U_1 = I_2 U_2$. Отсюда следует, что

$$I_1 / I_2 = N_2 / N_1 .$$

Передача электрической энергии. Передача электрической энергии на расстояние сопряжена с потерей энергии в проводах, по которым течет ток. Мощность потерь есть $I^2 R$, где I — сила тока, R — сопротивление провода. Для уменьшения мощности потерь необходимо уменьшать величину силы тока в проводе I (так как возможности уменьшения сопротивления проводов R пока ограничены). При этом для сохранения величины полезной мощности передаваемого тока, равной произведению тока на напряжение, IU , необходимо повышать напряжение U . Поэтому на практике при необходимости передать электроэнергию на большое расстояние поступают следующим образом. Сначала повышают напряжение переменного тока с помощью повышающего трансформатора (до напряжений в десятки — сотни киловольт), затем передают ток по линии электропередачи, а затем понижают напряжение с помощью понижающего трансформатора.

Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания в контуре. Колебательный контур представляет собой

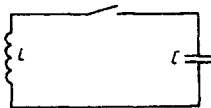


Рис. 3.5.3

электрическую цепь, состоящую из конденсатора и катушки индуктивности, соединенных между собой (рис. 3.5.3). Если зарядить конденсатор, а затем замкнуть его на катушку индуктивности, то через нее потечет ток. Ток в катушке вызовет появление магнитного поля и магнитного потока через витки катушки. В момент, когда конденсатор полностью разрядится и напряжение на нем станет равным нулю, ток в катушке достигнет максимума. Затем сила тока начнет уменьшаться. Это вызовет изменение магнитного потока через витки катушки и, как следствие, электродвижущую силу в контуре, которая будет стремиться поддержать убывающий ток. В итоге ток будет еще некоторое время течь в прежнем направлении, что приведет к зарядке конденсатора. В момент прекращения тока конденсатор снова окажется заряженным (с полярностью, обратной по отношению к первоначальной). После этого ток потечет в противоположном направ-

лении, и весь процесс повторится снова.

Превращение энергии в колебательном контуре. Энергия в контуре периодически меняет свою форму, превращаясь из энергии заряженного конденсатора (энергия электрического поля) в энергию катушки с током (энергия магнитного поля) и наоборот. Превращение энергии в контуре аналогично превращению энергии при колебаниях маятника, когда энергия периодически превращается из потенциальной в кинетическую и обратно.

Уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре, и его решение. Формула Томсона для периода колебаний. Свободные колебания в контуре описываются уравнением

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0, \quad (3.5.8)$$

где q – заряд конденсатора, C – емкость конденсатора, L – индуктивность катушки, \ddot{q} – вторая производная заряда конденсатора по времени. Решение этого уравнения имеет вид:

$$q(t) = Q \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (3.5.9)$$

Здесь Q – амплитудное значение заряда (т.е. максимальная величина заряда на конденсаторе), φ_0 – начальная фаза колебаний, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – круговая частота. Период свободных колебаний в контуре выражается формулой Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (3.5.10)$$

Значения Q и φ_0 определяются начальными условиями. В частности, при отсутствии тока в катушке в момент подключения к ней заряженного конденсатора $\varphi_0 = 0$, а Q равно начальному заряду конденсатора.

Ток в контуре равен производной заряда по времени:

$$I = \dot{q} = -Q\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.5.11)$$

где $I_0 = \sqrt{\frac{C}{L}} U_0$ – амплитуда тока, $U_0 = \frac{Q}{C}$ – амплитуда напряжения.

Затухающие электромагнитные колебания. Наличие сопротивления соединительных проводов и катушки в реальном контуре приводит к тому, что свободные электромагнитные колебания постепенно затухают. При этом энергия колебаний переходит в тепловую энергию, вызывая нагрев проводов и катушки.

Вынужденные колебания в электрических цепях. Переменный электрический ток в промышленных и бытовых электрических цепях является результатом возбуждения в них вынужденных электромагнитных колебаний под действием периодически изменяющейся ЭДС. В общем случае цепь переменного тока можно рассматривать как колебательный контур, к которому приложена внешняя синусоидальная ЭДС. Колебания тока и напряжения в такой цепи происходят на частоте ω внешней ЭДС.

Активное, емкостное и индуктивное сопротивления в цепи гармонического тока. Пусть замкнутая электрическая цепь (рис. 3.5.4) содержит резистор, конденсатор, катушку индуктивности и источник переменной ЭДС

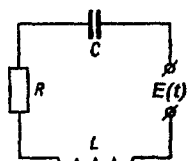


Рис. 3.5.4

$$E(t) = E_0 \sin \omega t . \quad (3.5.12)$$

Эта ЭДС вызывает в цепи переменный ток

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.5.13)$$

где I_0 – амплитуда переменного тока, а φ – сдвиг по фазе между колебаниями тока в цепи и ЭДС.

Напряжения на отдельных элементах цепи и токи, протекающие в них, колеблются с одинаковой частотой, хотя могут быть сдвинуты по фазе (рис. 3.5.5).

Отношение амплитуды колебаний напряжения к амплитуде колебаний тока на данном элементе цепи называется сопротивлением

данного элемента переменному току. Для резистора это сопротивление равно обычному омическому сопротивлению R (такому же, как и для постоянного тока). Это сопротивление связано с нагреванием резистора током, т.е. с переходом энергии тока в тепловую энергию, и называется активным. Для конденсатора сопротивление равно $X_C = 1/(\omega C)$ и называется емкостным. Для катушки индуктивности сопротивление равно $X_L = \omega L$ и называется индуктивным.

На омическом (активном) сопротивлении R ток и напряжение колеблются в одинаковой фазе ($\varphi = 0$). На конденсаторе C ток опережает напряжение на 90° ($\varphi = \pi/2$). На катушке индуктивности L колебания тока отстают от колебаний напряжения на 90° ($\varphi = -\pi/2$).

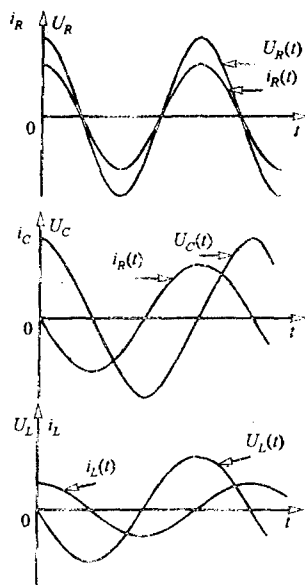


Рис. 3.5.5

В цепи переменного тока напряжения на отдельных последовательно включенных элементах могут быть сдвинуты по фазе относительно друг друга. Амплитуду и фазу результирующего колебания напряжения можно легко определить, пользуясь методом векторных диаграмм. Данный метод основан на том, что любое гармоническое колебание наглядно представимо в виде проекции на некоторое направление вектора, вращающегося с заданной угловой частотой ω , длина которого равна амплитуде колебаний. При этом сложение колебаний сводится к нахождению суммы соответствующих векторов. Колебания переменного тока и напряжения изображают в виде векторов \vec{I}_0 и \vec{E}_0 , вращающихся с одинаковой частотой ω против часовой стрелки и отличающихся амплитудой и сдвигом фаз (рис. 3.5.6). Таким образом, векторы тока и напряже-

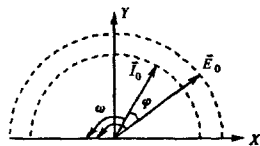


Рис. 3.5.6

ния при вращении не меняют своего взаимного расположения, т. е. сохраняют постоянную разность фаз. Для схемы, состоящей из последовательно включенных элементов R, L, C , векторная диаграмма изображена на рис. 3.5.7.

Сдвиг фаз для этой схемы определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}, \quad (3.5.14)$$

а полное сопротивление цепи равно

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}. \quad (3.5.15)$$

Закон Ома для цепи переменного тока имеет вид:

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}} = \frac{E_0}{Z}. \quad (3.5.16)$$

Средняя мощность, выделяемая источником в цепи переменного тока

$$\bar{P} = \frac{I_0 E_0}{2} \cos \varphi = I_{\text{д}} E_{\text{д}} \cos \varphi, \quad (3.5.17)$$

где $I_{\text{д}}$, $E_{\text{д}}$ – действующие значения тока и ЭДС. Множитель $\cos \varphi$ называется коэффициентом мощности.

Резонанс в электрических цепях. Резонанс в электрической цепи наступает при приближении частоты вынужденных колебаний ω к частоте собственных колебаний контура ω_0 . При резонансе резко возрастают амплитуды колебаний токов и напряжений на элементах схемы. Так, для контура, изображенного на рис. 3.5.4, резонансная амплитуда тока равна $I_0 = E_0 / R$ и при малом сопротивлении

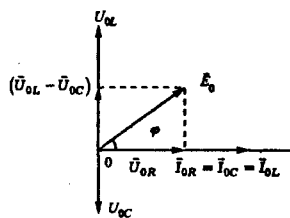


Рис. 3.5.7

R может достигать весьма больших величин даже при небольших значениях ЭДС. Одновременно с ростом силы тока при резонансе резко возрастают напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности. Эти напряжения становятся одинаковыми по величине:

$$U_{0C} = U_{0L} = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.5.18)$$

и могут во много раз превосходить ЭДС.

Явление резонанса широко используется в радиотехнике. Так, настройкой частоты колебательного контура радиоприемника на частоту передающей радиостанции можно добиться значительного увеличения амплитуды электромагнитных колебаний в контуре.

Открытый колебательный контур. Обычный (его можно назвать закрытым) колебательный контур практически не излучает электромагнитные волны, поскольку энергия электромагнитных колебаний сосредоточена в очень малой области пространства. Так, энергия электрического поля заключена внутри конденсатора, а энергия магнитного поля - внутри катушки индуктивности. Чтобы излучение электромагнитных волн стало достаточно интенсивным, нужно обеспечить существование переменного электрического поля в большой области пространства, не экранированной металлическими пластинами. Этого можно добиться, раздвигая пластины конденсатора и уменьшая их размеры. Заменяв одновременно катушку индуктивности прямым проводником, мы получим так называемый открытый колебательный контур. В простейшем случае открытый контур представляет собой стержень с шариками на концах, разделенный посередине небольшим разрядным промежутком. Если зарядить шарики достаточно большими зарядами противоположного знака, то в разрядном промежутке произойдет пробой воздуха, и в контуре возникнут электромагнитные колебания высокой частоты. Механизм возникновения колебаний такой же, как и в закрытом контуре, однако емкость теперь определяется емкостью шариков, а индуктивность - индуктивностью стержня.

Опыты Герца. В 1881-1888 годах немецкий физик Генрих Герц

проводил опыты с разрядом, создаваемым мощной индукционной катушкой в искровом промежутке открытого колебательного контура. Ему удалось получить сверхбыстрые колебания электрического тока в прямолинейном отрезке проводника с периодом колебаний тока около 10^{-8} секунды. Продолжая опыты Герц установил, что быстрые колебания тока в одном проводнике способны вызвать колебания тока в другом проводнике, удаленном от первого на некоторое расстояние. Так были открыты электромагнитные волны. Используя зеркала из цинковой жести, Герц сумел продемонстрировать отражение и фокусировку электромагнитных волн. С помощью призмы, изготовленной из смолы, он наблюдал преломление электромагнитных волн, подобное преломлению светового луча в стеклянной призме. Наконец, с помощью проволочной сетки он убедился в поляризации электромагнитных волн. Подводя итог своим исследованиям, он написал, "... описанные опыты доказывают идентичность света, тепловых лучей и электродинамического волнового движения".

Электромагнитные волны. Их свойства. Согласно современным представлениям электромагнитная волна представляет собой колебания электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве со скоростью света ($c \cong 3 \cdot 10^8$ метров в секунду). Источниками электромагнитных волн являются изменяющиеся во времени электрические токи, а также отдельные ускоренно движущиеся заряженные частицы. Электромагнитная волна характеризуется векторами напряженности \vec{E} электрического и индукции

\vec{B} магнитного полей, составляющих единое электромагнитное поле. Возможность существования электромагнитных волн обусловлена тем, что имеется связь между меняющимися во времени электрическим и магнитным полями. Переменное магнитное поле создает в пространстве вихревое электрическое поле, а переменное во времени электрическое поле порождает вихревое магнитное поле. Однажды начавшийся процесс взаимного порождения магнитного и электрического полей далее продолжается и захватывает новые области в окружающем пространстве.

Свойства электромагнитных волн во многом сходны со свойствами механических волн. На границе раздела двух сред электромагнитные волны частично отражаются, частично проходят во вторую среду. При этом угол отражения равен углу падения; падающий, отраженный и преломленный лучи и нормаль к поверхности раздела сред лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления является величиной, постоянной для двух данных сред и равной отношению скоростей распространения волн в первой и второй средах. У края преграды или при прохождении электромагнитных волн через отверстие наблюдается явление дифракции волн, т.е. отклонение направления их распространения от прямолинейного. Для волн, излучаемых когерентными источниками, наблюдается явление интерференции.

Электромагнитные волны являются поперечными. Векторы напряженности \vec{E} электрического и индукции \vec{B} магнитного поля перпендикулярны направлению распространения волны и взаимно перпендикулярны между собой (рис. 3.5.8).

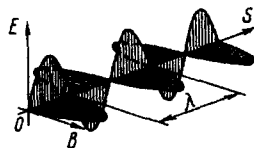


Рис. 3.5.8

Шкала электромагнитных волн. Классификацию электромагнитных волн обычно проводят исходя либо из длины волны λ , либо из частоты ν , связанных между собой соотношением $\lambda = c/\nu$. Длинноволновые электромагнитные излучения ($\lambda = 5 \cdot 10^5 \dots 3 \cdot 10^3$ м) относят к диапазону радиоволн, которые возбуждаются переменными токами и электронными потоками. Инфракрасные волны ($\lambda = 3 \cdot 10^{-3} \dots 8 \cdot 10^{-7}$ м) излучают молекулы и атомы при тепловых и электрических воздействиях. Видимый свет занимает диапазон $\lambda = 8 \cdot 10^{-7} \dots 4 \cdot 10^{-7}$ м и излучается при переходах внешних электронов атомов с одного энергетического уровня на другой. Ультрафиолетовое излучение ($\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \dots 10^{-9}$ м) возникает при воздействиях на атомы ускоренных электронов. Рентгеновские лучи ($\lambda = 10^{-9} \dots 10^{-12}$ м) порождаются атомными процессами при воздействии ускоренных заряженных частиц. Наконец, гамма-излучение ($\lambda = 10^{-12} \dots$

10^{-15} м) возникает при ядерных процессах, в том числе при радиоактивном распаде.

Излучение и прием электромагнитных волн. Изобретение радио Поповым. Как показали опыты Герца, металлический стержень, в котором возбуждены высокочастотные колебания электрического тока, является источником электромагнитной волны. Если на своем пути электромагнитная волна встречает другой металлический стержень, то в нем возбуждаются вынужденные электромагнитные колебания, которые можно зарегистрировать. Таков основной принцип излучения и приема электромагнитных волн.

В 1895 году русский ученый А.С. Попов применил для регистрации электромагнитных волн новый чувствительный элемент - когерер. Это позволило значительно увеличить дальность приема электромагнитной волны. Созданный Поповым прибор был по сути дела первым в мире радиоприемником. В 20 веке были разработаны способы получения незатухающих электромагнитных колебаний большой мощности. Эти способы основаны на применении электронных ламп и полупроводниковых приборов. Современные приемники и передатчики электромагнитных волн позволяют установить радиосвязь между любыми точками на поверхности Земли, а также между Землей и космическими аппаратами, находящимися на расстоянии в сотни миллионов километров от Земли.

Указания по решению задач

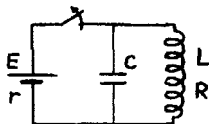
Во многих задачах данного раздела удобно использовать закон сохранения энергии. Этому закону следует придать форму, связывающую амплитудные и текущие значения напряжения, заряда или тока в отдельных элементах схемы.

Задачи по теме "Электромагнитные колебания и волны"

3.5.1. В колебательном контуре с индуктивностью L и емкостью C конденсатор заряжен до максимального напряжения U_m . Каким будет ток I в контуре в тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в два раза? Колебания считать незатухающими.

3.5.2. В колебательном контуре конденсатору с емкостью $C = 10 \text{ мкФ}$ сообщили заряд $q = 1 \text{ мКл}$, после чего возникли затухающие электромагнитные колебания. Сколько тепла Q выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального максимального напряжения в $n = 4$ раза?

3.5.3. Катушка индуктивностью $L = 2 \text{ мГн}$ с сопротивлением обмотки $R = 10 \text{ Ом}$ и конденсатор емкостью $C = 10^{-5} \text{ Ф}$ подключены параллельно к источнику с ЭДС $E = 100 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 10 \text{ Ом}$. Какое количество тепла Q выделится в контуре после отключения источника?



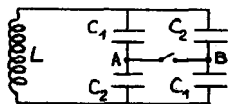
3.5.4. На какую длину λ волны настроен колебательный контур с индуктивностью L , если максимальный ток в контуре I_M , а максимальное напряжение на конденсаторе U_M ? Скорость распространения электромагнитных волн c .

3.5.5. В колебательном контуре конденсатор емкостью C заряжен до максимального напряжения U_M . Определить резонансную частоту ν_0 колебаний в контуре, если максимальный ток в нем I_M . Активным сопротивлением в контуре пренебречь.

3.5.6. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно. Период собственных колебаний контура T_1 . Каков будет период T_2 колебаний в контуре, если конденсаторы включить последовательно?

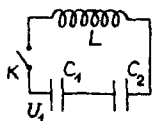
3.5.7. Конденсатор емкостью $C = 0,1 \text{ мкФ}$, заряженный до напряжения $U = 100 \text{ В}$, подсоединяют к катушке индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$. Чему равна величина тока I через катушку спустя время $t_0 = 0,785 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ после подключения конденсатора? Сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

3.5.8. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и четырех конденсаторов, соединенных как показано на рисунке. Во сколько раз α изменится период собственных

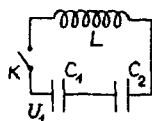


колебаний в контуре, если замкнуть ключ, соединяющий точки A и B ? $C_1 = 10^{-8}$ Ф, $C_2 = 4 \cdot 10^{-8}$ Ф.

3.5.9. В цепи, показанной на рисунке, конденсатор емкостью $C_1 = 10^{-5}$ Ф вначале заряжен до напряжения $U_1 = 200$ В, а конденсатор емкостью $C_2 = 10^{-6}$ Ф разряжен. До какого максимального напряжения $U_{2\max}$ может зарядиться конденсатор C_2 в процессе колебаний, возникающих в цепи после замыкания ключа? Потерями в соединительных проводах и в катушке индуктивности пренебречь.



3.5.10. Катушка индуктивностью $L = 3$ мГн подключена к двум последовательно соединенным конденсаторам (см. рисунок), один из которых, емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф, заряжен вначале до напряжения $U_1 = 150$ В, а второй, емкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Ф, разряжен. Чему будет равна максимальная сила тока I_{\max} в цепи после замыкания ключа?



4. Оптика

4.1. Геометрическая оптика.

Вопросы программы

- Развитие взглядов на природу света. Закон прямолинейного распространения света. Понятие луча.
- Законы отражения света. Плоское зеркало.
- Законы преломления света. Абсолютный и относительный показатели преломления. Ход лучей в призме. Явление полного (внутреннего) отражения.
- Тонкие линзы. Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах. Формула линзы. Увеличение, даваемое линзами.
- Оптические приборы: лупа, фотоаппарат, проекционный аппарат, микроскоп. Ход лучей в этих приборах. Глаз.

Определения, понятия и законы

Развитие взглядов на природу света. Первые попытки понимания природы света на основе опытных данных относятся к XVII веку (Ньютон, Гюйгенс). Великий английский физик Исаак Ньютон полагал, что свет представляет собой поток частиц (“корпускул” – отсюда термины “корпускулярная модель света”, “корпускулярная теория света”). Приблизительно в это же время голландский ученый Христиан Гюйгенс высказал идею о том, что свет имеет волновую природу.

В 1801 году английский оптик Томас Юнг впервые наблюдал явление интерференции света, т.е. явление образования картины темных и светлых линий при наложении двух световых пучков. Это явление можно объяснить только на основе представления о свете как о волне. Так была доказана волновая природа света.

В 1861 году английский физик Джеймс Клерк Максвелл вывел систему уравнений для электрического и магнитного полей, из которой следовала возможность существования электромагнитной волны. Максвелл вычислил скорость распространения электромагнитной волны и получил величину, близкую к скорости света (около 300 тыс. км/с). Это позволило Максвеллу сделать вывод о том, что свет представляет собой электромагнитную волну.

В 1888 году немецкий физик Генрих Герц экспериментально обнаружил предсказанные Максвеллом электромагнитные волны и исследовал их свойства. Герц установил, что электромагнитные волны способны испытывать отражение и преломление, т.е. обладают такими же свойствами, как и свет. Этот факт послужил доказательством электромагнитной природы света.

Наконец, в 1900 году немецкий физик Макс Планк пришел к выводу о существовании элементарных неделимых порций света (“световые кванты” или “фотоны”).

В настоящее время считается, что свет имеет двойкую природу: в одних явлениях он проявляет себя как волна (интерференция, ди-

фракция света), а в других явлениях — как поток частиц (фотоэффект).

Закон прямолинейного распространения света. Понятие луча. В геометрической оптике рассматриваются законы распространения света в прозрачных средах на основе представления о свете как о совокупности световых лучей — линий, вдоль которых распространяется энергия световых волн. Представление о световом луче можно получить, например, если пропустить солнечный свет через небольшое отверстие в ставне и наблюдать его распространение в темной комнате. Уменьшая диаметр отверстия, можно до определенного предела уточнять направление распространения света. Однако получить сколь угодно тонкий пучок света невозможно, т.к. когда диаметр отверстия окажется сравнимым с длиной волны, пучок начнет сильно расширяться за счет дифракции. Световой луч — это геометрическое понятие, вводимое для того, чтобы приближенно описать распространение света в пространстве, пользуясь законами геометрической оптики. Эти законы были установлены экспериментально задолго до выяснения природы света. В то же время, они вытекают из волновой теории света как приближение, справедливое, если длина волны света исчезающе мала по сравнению с размерами препятствий на пути света.

Наблюдения показывают, что в оптически однородной среде т. е. в среде, в которой показатель преломления везде одинаков, свет распространяется прямолинейно. В однородной среде световые лучи представляют собой прямые линии.

Законы отражения света. Плоское зеркало. Рассмотрим отражение светового луча от зеркала. Назовем углом падения угол между падающим лучом и перпендикуляром к зеркалу, восстановленным в точке падения. Углом отражения называется угол между перпендикуляром к зеркалу, восстановленным в точке падения, и отраженным лучом. Плоскостью падения называется плоскость, содержащая падающий луч и перпендикуляр к зеркалу, восстановленный в точке падения. В опытах с зеркалами и тонкими световыми пучками установлены следующие законы отражения света:

- 1) падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к зеркалу, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости;
- 2) угол падения равен углу отражения.

На рис. 4.1.1 показано построение изображения светящейся точки в плоском зеркале. Это изображение является мнимым, так как оно образовано пересечением не самих отраженных лучей, а их продолжениями (на рисунке показаны пунктиром). Из рисунка видно, что изображение светящейся точки в плоском зеркале лежит на продолжении перпендикуляра, проведенного от источника к зеркалу, а расстояние от зеркала до изображения равно расстоянию от источника до зеркала.

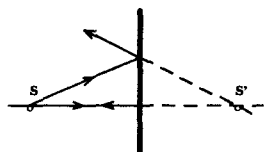


Рис. 4.1.1

Законы преломления света. Из опыта известно, что если световой луч падает на границу раздела двух сред, то он меняет направление распространения. Это явление получило название *преломления света*. Преломление света происходит на границах раздела таких сред как воздух и вода, воздух и стекло, стекло и вода и т.п. Углом падения называется угол между падающим лучом и перпендикуляром к границе раздела, восстановленным в точке падения. Углом преломления называется угол между перпендикуляром к границе раздела, восстановленным в точке падения и преломленным лучом. Плоскостью падения называется плоскость, содержащая падающий луч и перпендикуляр к границе раздела, восстановленный в точке падения. Опытным путем установлены следующие законы преломления света:

- 1) падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости;
- 2) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не зависит от угла падения, если преломленный луч существует (закон Снеллиуса).

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления зависит от того, какие среды образуют границу раздела и называется относительным показателем преломления второй среды (т.е. среды, в которой распространяется преломленный луч) по отношению к первой. Если луч света падает на границу среды из вакуума, то отношение синуса угла падения к синусу угла преломления называется абсолютным показателем преломления или просто показателем преломления среды. Математически закон Снеллиуса записывается следующим образом

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 . \quad (4.1.1)$$

Картина преломления светового луча на границе раздела двух сред

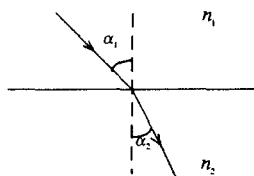


Рис. 4.1.2

показана на рис. 4.1.2. Здесь α_1 – угол падения, α_2 – угол преломления, n_1 – абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 – абсолютный показатель преломления второй среды. Величина n_2/n_1

есть относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой. Абсолютный показатель преломления среды равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в данной среде:

$$n=c/v. \quad (4.1.2)$$

Ход лучей в призме. Преломление светового луча стеклянной призмой показано на рис. 4.1.3. Изменение направления луча на границах призмы определяется на основании закона преломления света. Угол θ , на который призма отклоняет световой луч зависит от преломляющего угла призмы (обозначен на рисунке буквой ϕ), угла падения α и показателя преломления

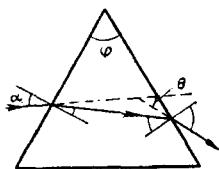


Рис. 4.1.3

стекла, из которого изготовлена призма.

Показатель преломления стекла зависит от длины волны падающе-

го света (дисперсия света). Поэтому, если на призму падает пучок белого света, она разлагает его на цветные компоненты (разлагает в спектр). При этом коротковолновое излучение (фиолетовый цвет) преломляется призмой сильнее, чем длинноволновое (красный цвет).

Явление полного (внутреннего) отражения. Рассмотрим преломление светового луча на границе раздела двух сред в условиях, когда луч переходит из среды с большим показателем преломления (n_1) в среду с меньшим показателем преломления (n_2), т.е. из оптически более плотной среды в менее плотную. Согласно формуле (4.1.1), в этом случае угол преломления будет больше угла падения. Угол падения, при котором угол преломления равен прямому углу, называется *критическим углом падения*. Критический угол падения выражается формулой

$$\alpha_{к\ p} = \arcsin(n_2 / n_1). \quad (4.1.3)$$

Если угол падения больше критического, то преломленный луч отсутствует, и падающий луч полностью отражается от границы раздела.

Тонкие линзы. Линза представляет собой прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. В частном случае одна из поверхностей может быть плоской. Примеры линз показаны на рис. 4.1.4. Линза, которая в середине толще, чем у краев, называется *выпуклой* или *собирающей* (рис. 4.1.4 а, б, в). Линза, которая у краев толще, чем в середине, называется *вогнутой* или *рассеивающей* (рис. 4.1.4 г, д, е).

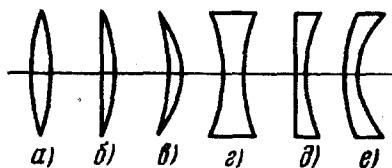


Рис. 4.1.4

Проходящие через линзу лучи преломляются дважды. Однако, если толщина линзы много меньше, чем радиусы кривизны ограничивающих ее поверхностей, при построении хода лучей преломление на обеих поверхностях можно приближенно заменить одним преломлением в так называемой *главной плоскости линзы*. Идеализи-

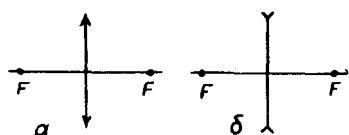


Рис. 4.1.5.

Обозначения тонких линз:

(а) собирающая, (б) рассеивающая

рованные линзы, удовлетворяющие такому условию, называются *тонкими линзами*. Для тонкой линзы вершины преломляющих поверхностей сливаются в одну точку, называемую *центром линзы*. Обозначения тонких линз в оптических схемах представлены на рис. 4.1.5.

Прямая, проходящая через центр линзы, называется *оптической осью* линзы. Оптическая ось, пересекающая главную плоскость линзы по нормали к ней, называется *главной оптической осью* линзы. Остальные оси называются *побочными*.

Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. Если на тонкую *собирающую* линзу направить пучок света, параллельный ее главной оптической оси, то после преломления в линзе все лучи, образующие пучок, пройдут через одну точку на главной оптической оси за линзой. Эта точка называется *главным фокусом* собирающей линзы.

Все лучи, параллельные главной оптической оси *рассеивающей* линзы, после преломления в ней отклоняются от оптической оси так, что их продолжения пересекаются в одной точке на главной оптической оси перед линзой. Эта точка называется *главным фокусом* рассеивающей линзы. Главные фокусы рассеивающей линзы мнимые, т.к. в действительности лучи света в них не собираются.

Расстояние от фокуса до центра линзы называется *фокусным расстоянием* линзы. Фокусное расстояние обозначают буквой f или F и измеряют в метрах. Величина, обратная фокусному расстоянию, $D = 1/F$, называется *оптической силой* линзы и измеряется в диоптриях (дптр). Одна диоптрия – это оптическая сила линзы с фокусным расстоянием в один метр. Оптическая сила собирающей линзы положительна, оптическая сила рассеивающей линзы отрицательна.

Два главных фокуса любой линзы лежат на главной оптической оси

на одинаковом расстоянии от центра линзы по разные стороны от нее. Плоскости, проходящие через главные фокусы линзы перпендикулярно главной оптической оси, называются фокальными плоскостями. Любая линза обладает двумя фокальными плоскостями, расположенными симметрично относительно линзы по разные стороны от нее.

Световые лучи, параллельные побочной оптической оси собирающей линзы, сходятся в точке пересечения побочной оси с фокальной плоскостью. Лучи, параллельные побочной оптической оси рассеивающей линзы преломляются так, что их продолжения сходятся в точке пересечения побочной оси с фокальной плоскостью перед линзой.

Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах. Световые лучи, исходящие из какой-либо светящейся точки, линза преломляет таким образом, что все они (или их продолжения) пересекаются в одной точке. Таким образом, линза строит изображение светящейся точки. Произвольный объект можно рассматривать как совокупность светящихся точек. Поэтому линза строит также и изображение произвольного объекта.

Изображение, создаваемое линзой, называется *действительным*, если оно образовано пересечением световых лучей, прошедших через линзу. При этом в пространстве возникает область концентрации световой интенсивности, геометрически подобная светящемуся объекту. Ее можно наблюдать на экране, регистрировать с помощью фотоэмульсии и т.п. В противоположность этому изображение называется *мнимым*, если оно образовано пересечением не самих световых лучей, а их продолжений. Мнимое изображение не является областью концентрации световой интенсивности. Для его наблюдения или регистрации необходим по крайней мере еще один оптический прибор, например глаз человека.

Изображение может быть прямым или обратным (перевернутым), в зависимости от взаимной ориентации объекта и изображения. Для характеристики размера изображения вводят величину *линейного увеличения*, даваемого линзой. По определению, линейное увеличе-

ние есть отношение размера изображения к размеру объекта.

При построении изображений в линзах следует руководствоваться следующими правилами:

- 1) световой луч, падающий на линзу параллельно ее главной оптической оси, линза преломляет таким образом, что прошедший луч (или его продолжение) пересекает главную оптическую ось линзы в фокусе (рис. 4.1.6);
- 2) если световой луч (или его продолжение) проходит через фокус линзы, то преломленный луч распространяется параллельно ее главной оптической оси (рис. 4.1.7);
- 3) луч, проходящий через центр линзы, не преломляется (рис. 4.1.8).

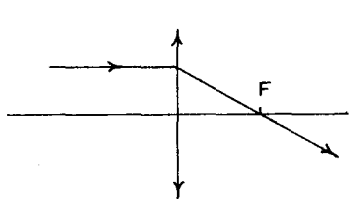


Рис. 4.1.6

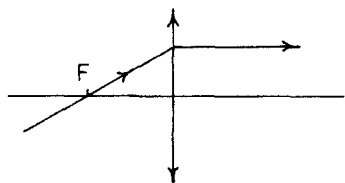
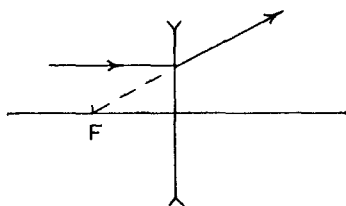


Рис. 4.1.7

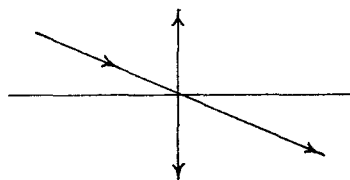
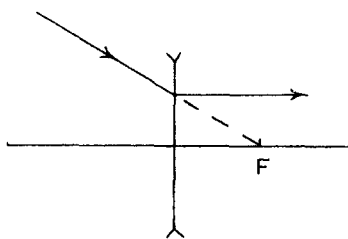
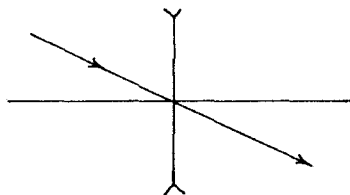


Рис. 4.1.8



Формула линзы. Увеличение, даваемое линзами. Пример построения изображения в собирающей линзе показан на рис. 4.1.9. Линза строит действительное перевернутое увеличенное изображение объекта (стрелки). Используя рисунок нетрудно вывести формулы для *увеличения, даваемого линзой*:

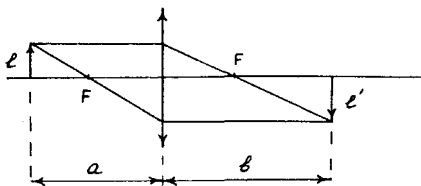


Рис. 4.1.9

$$M = \frac{l'}{l} = \frac{F}{a-F} = \frac{b-F}{F} \quad (4.1.4)$$

а также соотношение между фокусным расстоянием линзы F , расстоянием от объекта до линзы a и расстоянием от линзы до изображения b . Это соотношение имеет вид

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \quad (4.1.5)$$

и называется *формулой линзы*. На основе сформулированных выше правил построения изображений в линзах аналогичные формулы могут быть получены и для других случаев: рассеивающей линзы, мнимого изображения и т.п.

Оптические приборы: лупа, фотоаппарат, проекционный аппарат, микроскоп. Ход лучей в этих приборах. Глаз. Лупа

предназначена для рассматривания мелких объектов (построения увеличенных изображений). Она представляет собой собирающую линзу, вставленную в оправу с ручкой. Ход лучей в лупе показан на рис. 4.1.10. Как видно из рисунка, лупа строит мнимое прямое

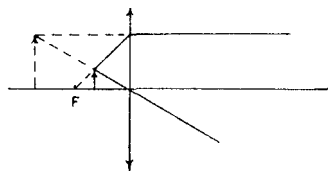


Рис. 4.1.10

увеличенное изображение объекта. Объект следует располагать между линзой и фокусом вблизи фокуса. При этом лучи, исходящие из одной точки предмета, не собираются в одну точку за линзой, а выходят из нее расходящимся пучком. Расходящийся пучок

света при попадании в глаз человека воспринимается исходящим из одной точки, в которой пересекаются продолжения лучей. Эта точка является мнимым изображением соответствующей точки объекта. Увеличение, даваемое лупой,

$$M = \frac{l'}{l} = \frac{F}{F-a} \quad (4.1.6)$$

Оно тем больше, чем ближе к фокусу расположен объект.

Фотоаппарат предназначен для фотографической регистрации изображений объектов. Он представляет собой камеру с объективом. Фотопленка располагается вблизи задней стенки камеры. Объектив строит на пленке сильно уменьшенное действительное

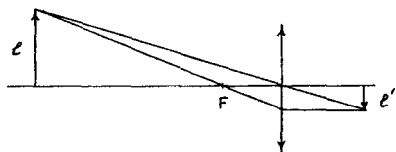


Рис. 4.1.11

перевернутое изображение объекта. В простейшем случае объектив представляет собой собирающую линзу, фокусное расстояние которой примерно равно расстоянию от линзы до плоскости, в которой расположена фотопленка. Ход лучей в фотоаппарате показан на рис. 4.1.11.

Проекционный аппарат предназначен для формирования сильно увеличенных действительных изображений объектов (обычно снятых на пленку). Ход лучей в проекционном аппарате иллюстрирует предыдущий рисунок, только объектом теперь следует считать стрелку l' , а изображением стрелку l .

Микроскоп предназначен для получения сильно увеличенных мнимых изображений очень мелких объектов. В микроскопе реализуется предельное увеличение, достижимое в оптике.

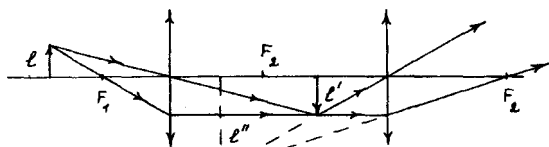


Рис. 4.1.12

Минимальный размер объекта, который можно рассмотреть в микроскоп, имеет порядок длины световой волны, т.е. около 10^{-6} метра. Микроскоп состоит из объектива и окуляра. В простейшем случае и объектив и окуляр представляют собой собирающие линзы. Объектив обращен к объекту, через окуляр глазом наблюдают изображение объекта. Ход лучей в микроскопе показан на рис. 4.1.12.

Глаз. Оптическая система глаза человека подобна оптической системе фотоаппарата. При построении изображения предметов на сетчатке 4 глаза (рис. 4.1.13) основную роль играет преломление света на сферической поверхности границы раздела "роговица - воздух" 1, дополнительное преломление осуществляется хрусталиком 2, находящимся за радужной оболочкой 5. Хрусталик имеет форму двояковыпуклой линзы. Радиус кривизны хрусталика изменяется под действием специальной мышцы 3. Этот процесс называется аккомодацией. Путем аккомодации изменяется фокусное расстояние оптической системы глаза и получается четкое изображение на сетчатке.

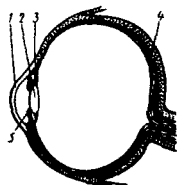


Рис. 4.1.13

Указания по решению задач

Решение задач по теме "Отражение и преломление света" существенно облегчается, если аккуратно вычертить рисунок, изображающий ход лучей в рассматриваемой системе. На рисунке должны быть соблюдены основные закономерности поведения лучей света на границе раздела сред. В частности, попадая в среду, оптически более плотную, луч отклоняется в сторону нормали к границе раздела сред. Наоборот, переходя в оптически менее плотную среду, луч отклоняется от нормали к границе раздела.

Задачи по теме "Тонкие линзы" основываются на изложенных выше приемах построения изображений. При этом нужно иметь в виду, что изображение каждой точки предмета создается не только теми двумя или тремя лучами, которые использованы при его построении, а всем множеством лучей, испущенных точкой предмета и собравшихся в точке изображения.

Если размер предмета больше размера линзы и луч проведенный, например, через фокус, проходит мимо нее, следует мысленно продлить линзу, придав ей такие размеры, при которых построение характерных лучей можно было бы легко выполнить.

Если необходимо построить изображение, даваемое не одной линзой, а системой линз, то правила построения следует применять последовательно: считать изображение, построенное первой линзой, объектом для второй линзы и т.д.

При использовании формулы линзы нужно иметь в виду, что фокусное расстояние рассеивающей линзы, а также расстояние от линзы до мнимого изображения в формулу линзы входят со знаком "минус".

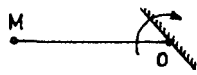
Задачи по теме "Геометрическая оптика"

Отражение и преломление света

4.1.1. Точечный источник света расположен на дне водоема глубиной $h = 0,6$ м. В некоторой точке поверхности воды вышедший в воздух преломленный луч оказался перпендикулярным лучу, отраженному от поверхности воды обратно в воду. На каком расстоянии L от источника на дне водоема достигнет дна отраженный луч? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

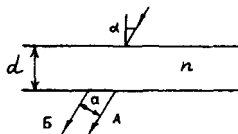
4.1.2. Луч света падает в центр верхней грани стеклянного кубика. Чему равен максимальный угол падения α , при котором преломленный луч еще попадает на нижнюю грань кубика? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

4.1.3. Плоское зеркало вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей по поверхности зеркала. Найти траекторию изображения точки M , расположенной на расстоянии a от оси вращения зеркала.

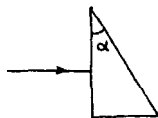


4.1.4. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщины $d = 2$ см под углом $\alpha = 30^\circ$. Какое расстояние a будет

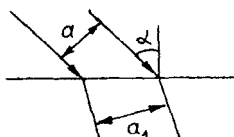
между лучами: прошедшим пластину без отражения (A) и претерпевшим двукратное отражение от ее граней (B)? Показатель преломления стекла $n = 1.5$.



4.1.5. Луч света падает нормально на переднюю грань призмы, как показано на рисунке. Преломляющий угол призмы равен $\alpha = 30^\circ$. Каким должен быть показатель преломления материала призмы n для того, чтобы угол отклонения луча призмой был равен α ?



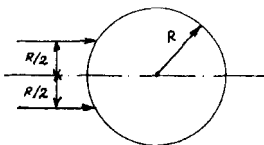
4.1.6. Пучок параллельных лучей ширины $a = 3$ м падает под углом $\alpha = 45^\circ$ из воздуха на плоскую границу среды с показателем преломления $n = 1.5$. Какова будет ширина a_1 пучка в среде?



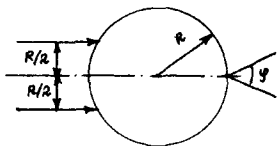
4.1.7. На поверхности воды плавает непрозрачный шар радиуса $R = 1$ м, наполовину погруженный в воду. На какой максимальной глубине H_{\max} нужно поместить под центром шара точечный источник света, чтобы ни один световой луч не прошел в воздух? Показатель преломления воды $n = 1.33$.

4.1.8. В стекле с показателем преломления $n_1 = 1.5$ имеется сферическая полость радиуса $R = 4.5$ см, заполненная водой. Показатель преломления воды $n_2 = 4/3$. На полость падает широкий пучок параллельных световых лучей. Определить радиус r пучка световых лучей, которые проникают в полость.

4.1.9. Два параллельных луча, расстояние между которыми равно радиусу R круглого прямого прозрачного цилиндра, падают на боковую поверхность этого цилиндра. Лучи параллельны основанию цилиндра. Найти величину показателя преломления n материала цилиндра, при которой лучи пересекаются на его поверхности.



- 4.1.10.** Два параллельных луча, расстояние между которыми равно радиусу R круглого прямого прозрачного цилиндра, падают на боковую поверхность этого цилиндра, как показано на рисунке. Лучи параллельны основанию цилиндра и пересекаются на поверхности цилиндра.



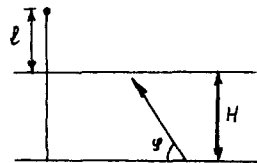
Найти угол φ между вышедшими из цилиндра лучами.

- 4.1.11.** Луч света отражается от плоского зеркала, падая на него под углом $\alpha = 30^\circ$. На какое расстояние l сместится отраженный от зеркала луч, если поверхность зеркала закрыть стеклом толщиной $d = 3$ см? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

- 4.1.12.** Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом $\alpha = \arcsin 0,8$. Вышедший из пластинки луч оказался смещенным относительно продолжения падающего луча на расстояние $d = 2$ см. Какова толщина h пластинки, если показатель преломления стекла $n = 1,7$.

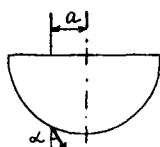
- 4.1.13.** Два луча света падают из воздуха в жидкость. Углы преломления лучей равны $\beta_1 = 30^\circ$ и $\beta_2 = 45^\circ$. Найти показатель преломления жидкости n , если известно, что падающие лучи перпендикулярны друг другу и лежат в одной плоскости, перпендикулярной поверхности жидкости.

- 4.1.14.** Водолаз направляет из под воды луч света так, чтобы он попал на конец вертикального стержня, выступающего из воды. Определить длину l части стержня, выступающего из воды, если известно, что луч составляет с поверхностью горизонтального дна угол φ , а водолаз находится на глубине H и на расстоянии L от нижнего конца стержня.



Показатель преломления воды равен n . Ростом водолаза по сравнению с глубиной H пренебречь.

4.1.15. Луч света падает на стеклянный полушар радиуса R на расстоянии a от его оси симметрии параллельно ей. На какой угол α отклонится вышедший после преломления в полушаре луч, если $a = 0,5 R$, $n = 1,414$?

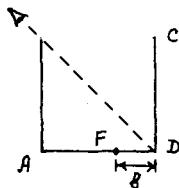


4.1.16. Широкий световой пучок падает на основание стеклянного полушара с показателем преломления $n = 1,41$, перпендикулярно к плоскости основания. Каков максимальный угол α отклонения прошедших через полушар лучей от их первоначального направления?

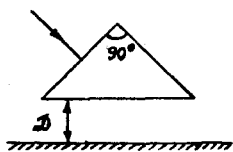
4.1.17. Световой луч падает на поверхность стеклянного шара. Угол падения $\alpha = 45^\circ$, показатель преломления стекла $n = 1,41$. Найти угол γ между падающим лучом и лучом, вышедшим из шара.

4.1.18. Световой луч падает на поверхность стеклянного шара под углом $\alpha = 45^\circ$. Найти показатель преломления стекла n , если угол между падающим лучом и лучом, вышедшим из шара, $\gamma = 30^\circ$.

4.1.19. Цилиндрический сосуд с непрозрачными стенками расположен так, что глаз наблюдателя не видит дна сосуда, но видит полностью образующую цилиндра CD . Высота цилиндра $a = 40$ см равна его диаметру. Какой объем V воды нужно налить в сосуд, чтобы наблюдатель смог увидеть маленький предмет F , находящийся на расстоянии $b = 10$ см от точки D ? Коэффициент преломления воды $n = 1,3$.

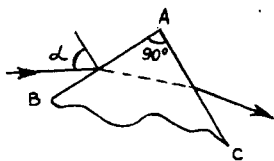


4.1.20. На боковую грань равнобедренной призмы с углом при вершине 90° падает перпендикулярно этой грани луч света с длиной волны, для которой показатель преломления призмы $n_1 = 1,1$. После выхода из призмы луч падает на экран, находящийся на расстоянии $D = 10$ см от основания призмы параллельно основанию. На какое расстояние сместится

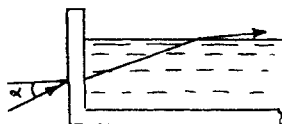


луч на экране, если он будет иметь другую длину волны, для которой показатель преломления призмы $n_2 = 1,2$?

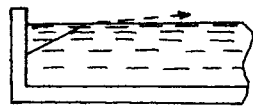
4.1.21. Луч света, лежащий в плоскости рисунка, падает на боковую грань AB призмы, имеющей при вершине угол 90° . В каких пределах лежат возможные значения угла падения α , если известно, что луч выходит из боковой грани AC ? Показатель преломления призмы $n = 1,25$.



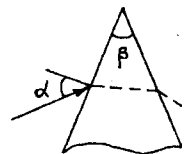
4.1.22. Луч света, идущий в плоскости рисунка, падает наклонно на вертикальную стенку прозрачной кюветы, заполненной жидкостью с показателем преломления $n = 1,25$. В каких пределах должен лежать угол падения α , чтобы луч мог выйти из жидкости, как показано на рисунке?



4.1.23. Пучок параллельных световых лучей падает наклонно на вертикальную стенку прозрачной кюветы, заполненной жидкостью с показателем преломления n . При каких значениях n пучок не выйдет через поверхность жидкости независимо от угла падения?

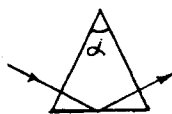


4.1.24. Луч света, идущий в плоскости чертежа, падает на переднюю грань стеклянного клина с углом $\beta = 45^\circ$ между гранями. При каких значениях угла падения α луч выйдет через вторую грань клина? Показатель преломления стекла $n = \sqrt{2}$.



4.1.25. На поверхности водоема, имеющего глубину $H = 3,3$ м, плавает фанерный круг радиусом $r = 3$ м. На оси круга расположен точечный источник света, высота которого над поверхностью круга может изменяться. Чему равен максимальный радиус тени круга на дне R , если показатель преломления воды $n = 1,33$?

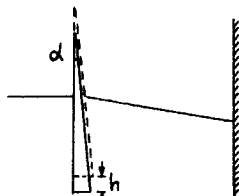
4.1.26. Равнобедренная призма с углом при вершине α и показателем преломления n_1 помещена в жидкость, показатель преломления которой $n_2 < n_1$. Перпендикулярно боковой грани призмы падает луч света, который, отражаясь от основания, выходит через другую боковую грань. При каких значениях угла α луч будет претерпевать полное внутреннее отражение от основания призмы?



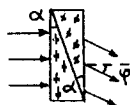
4.1.27. Высота солнца над горизонтом составляет угол $\varphi = 10^\circ$. Пользуясь зеркалом, пускают "зайчик" в водоем. Под каким углом β к горизонту нужно расположить зеркало, чтобы луч света шел в воде под углом $\alpha = 41^\circ$ к вертикали ($\sin \alpha \cong 0,655$). Показатель преломления воды $n = 1,32$. Считать, что нормаль к зеркалу лежит в вертикальной плоскости.

4.1.28. На водной поверхности бассейна глубиной $H = 2$ м плавает круглый плот радиусом $r = 1,5$ м. В центре пловта укреплена вертикальная мачта, на вершине которой подвешен фонарь. Определить высоту мачты h , если известно, что радиус тени от пловта на дне бассейна $R = 2,1$ м. Показатель преломления воды $n = 1,33$. Фонарь считать точечным источником света.

4.1.29. Узкий пучок световых лучей падает на стеклянный клин перпендикулярно его передней грани, расположенной вертикально. Пройдя клин, пучок попадает на вертикальный экран. На какое расстояние Δh сместится световое пятно на экране, если сдвинуть клин вверх на расстояние $h = 5$ см? Показатель преломления клина $n = 1,5$, угол при его вершине $\alpha = 5,7^\circ$. При расчетах положить $\operatorname{tg} \alpha \cong \sin \alpha \cong \alpha$.

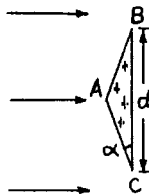


4.1.30. Две призмы с равными углами при вершине $\alpha = 5^\circ$, имеющие разные показатели преломления, плотно прижаты друг к другу и расположены, как

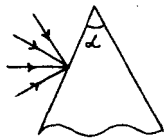


показано на рисунке. При освещении этой системы призм параллельным пучком света, падающим нормально на переднюю грань системы, оказалось, что вышедший из нее пучок отклонился от первоначального направления на угол $\varphi = 3^\circ$. Найти разность Δn показателей преломления материалов призм. При расчетах положить $\sin \alpha \cong \alpha$, $\sin \varphi \cong \varphi$.

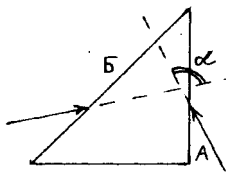
- 4.1.31.** На равнобедренную стеклянную призму падает широкий параллельный пучок света, перпендикулярный грани BC , ширина которой $d = 5$ см. На каком расстоянии L от грани BC преломленный призмой свет разделится на два не перекрывающихся пучка? Показатель преломления стекла $n = 1,5$, угол при основании призмы $\alpha = 5,7^\circ$. При расчетах учесть, что для малых углов $\operatorname{tg} \alpha \cong \sin \alpha \cong \alpha$.



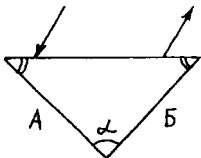
- 4.1.32.** Каков должен быть преломляющий угол призмы α , чтобы ни один из лучей, падающих на одну из ее боковых граней и лежащих в плоскости рисунка, не вышел из другой боковой грани? Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n = 2$.



- 4.1.33.** На грани A и B прямоугольной равнобедренной призмы падают два луча, лежащие в одной плоскости. Луч, падающий на грань A , выходит из грани B перпендикулярно к ней. Луч, падающий на грань B , выходит из грани A перпендикулярно к этой грани. Найти угол α между входящими в призму лучами. Показатель преломления стекла равен n .

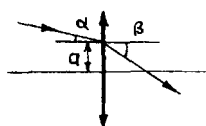


- 4.1.34.** Стеклянная призма имеет равные углы при основании. Чему равен угол α при вершине призмы, если известно, что произвольный луч, падающий на ее основание в плоскости чертежа, после двукратного отражения от граней A и B призмы выходит параллельно первоначальному направлению.

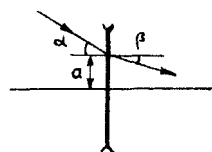


Тонкие линзы

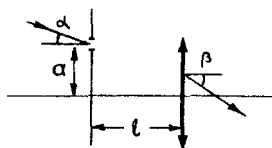
4.1.35. На поверхность тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f падает луч света на расстоянии a от центра линзы под углом α к ее главной оптической оси. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет луч из линзы?



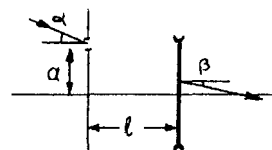
4.1.36. На поверхность тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием f падает луч света на расстоянии a от центра линзы под углом α к ее главной оптической оси. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет луч из линзы?



4.1.37. На расстоянии l перед тонкой собирающей линзой расположен экран с маленьким отверстием, находящимся на расстоянии a от главной оптической оси. На экран под углом α к оси линзы падает пучок параллельных лучей света. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет пучок из линзы, если ее фокусное расстояние f ?



4.1.38. На расстоянии l перед тонкой рассеивающей линзой расположен экран с маленьким отверстием, находящимся на расстоянии a от главной оптической оси. На экран под углом α к оси линзы падает пучок параллельных лучей света. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет пучок из линзы, если ее фокусное расстояние f ?



4.1.39. Тонкая линза с фокусным расстоянием $F = 0,4$ м создает на экране увеличенное изображение предмета, который помещен на расстоянии $L = 2,5$ м от экрана. Каково расстояние d от предмета до линзы?

4.1.40. С помощью тонкой собирающей линзы на экране, установ-

ленном перпендикулярно оптической оси, получают изображение светящегося диска. Диаметр изображения в $n = 8$ раз меньше, чем сам диск. Когда линзу отодвинули от экрана на $\Delta l = 28$ см, то на экране снова получилось изображение диска. Определить фокусное расстояние F линзы.

4.1.41. Собирающая линза создает на экране изображение предмета, расположенного на расстоянии $l_1 = 0,12$ м от переднего фокуса линзы, причем экран находится на расстоянии $l_2 = 3$ м от заднего фокуса линзы. Определить фокусное расстояние F линзы.

4.1.42. Мнимое изображение предмета в рассеивающей линзе находится от нее на расстоянии, в два раза меньшем, чем предмет. Найти расстояние d от линзы до изображения, если фокусное расстояние линзы F известно.

4.1.43. С помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 20$ см на экране получено изображение предмета с увеличением $m = 2$. Чему равно расстояние l между предметом и экраном?

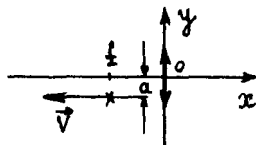
4.1.44. С помощью линзы на экране получено изображение предмета с увеличением $m = 3$. Чему равно фокусное расстояние линзы f , если расстояние между экраном и предметом $l = 80$ см?

4.1.45. С помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 7,5$ см на экране получено изображение предмета, причем расстояние между предметом и экраном составило $l = 40$ см. Чему равно увеличение m изображения?

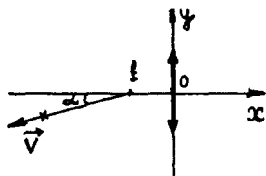
4.1.46. Перемещая линзу между экраном и предметом, удастся получить два его четких изображения, одно размером $l_1 = 2$ см, а другое размером $l_2 = 8$ см. Каков размер l предмета?

4.1.47. Точечный источник света описывает окружность в плоскости, перпендикулярной оптической оси тонкой собирающей линзы, фокусное расстояние которой $F = 7$ см. Изображение источника на экране расположено на расстоянии $d = 0,35$ м от линзы. Каково отношение ускорений изображения и источника?

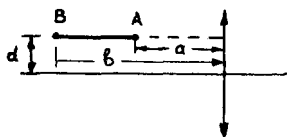
4.1.48. Начало системы координат помещено в центр тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f , причем ось x совпадает с главной оптической осью линзы. Точечный источник света удаляется от линзы равномерно со скоростью v по прямой, параллельной оси x и проходящей на расстоянии a от нее. Найти координаты $x(t)$, $y(t)$ изображения источника в зависимости от времени. При $t = 0$ источник находился в фокальной плоскости линзы.



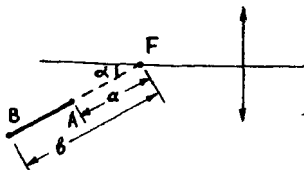
4.1.49. Начало системы координат помещено в центр тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f , причем ось x совпадает с главной оптической осью линзы. Точечный источник света удаляется от линзы по прямой, проходящей через фокус линзы под углом α , с постоянной скоростью v . Найти координаты $x(t)$, $y(t)$ изображения источника в зависимости от времени. При $t = 0$ источник находился в фокусе линзы.



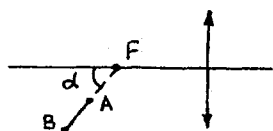
4.1.50. Отрезок AB , параллельный главной оси собирающей линзы, расположен на расстоянии d от оси так, что его концы удалены от плоскости линзы на расстояния a и b соответственно. Найти длину l изображения отрезка, если фокусное расстояние линзы F и $b > a > F$.



4.1.51. Отрезок AB расположен вдоль прямой, проходящей через фокус собирающей линзы под углом $\alpha = 45^\circ$ к главной оптической оси. Найти длину l изображения этого отрезка, если фокусное расстояние линзы F , а расстояния от точек A и B до фокуса равны, соответственно, a и b .

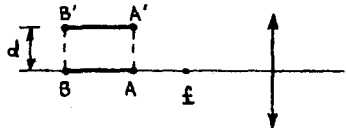


4.1.52. Отрезок AB расположен вдоль прямой, проходящей через



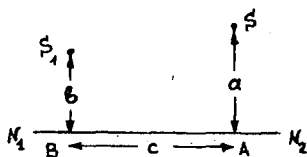
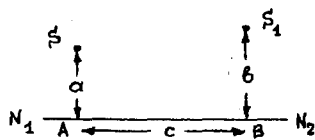
фокус собирающей линзы под углом $\alpha = 60^\circ$ к ее главной оси. Расстояния от точек A и B до фокуса F равны, соответственно, $a = 5$ см и $b = 10$ см. Чему равно фокусное расстояние линзы F , если известно, что длина отрезка AB равна длине его изображения?

4.1.53. Отрезок AB , лежащий на главной оптической оси линзы за ее фокусом f , сместили параллельно самому себе и перпендикулярно оптической оси в положение $A'B'$, как показано на рисунке. Чему равна величина смещения отрезка d , если длина изображения отрезка $A'B'$ больше длины изображения отрезка AB в $k = 2$ раза? Фокусное расстояние линзы $f = 3$ см.



4.1.54. Для получения изображения точечного источника света на экране используют собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 7$ см. На каком расстоянии b от экрана следует разместить линзу, чтобы в формировании изображения источника принял участие максимальный световой поток? Расстояние между источником и экраном $L = 64$ см.

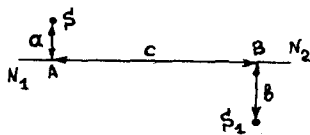
4.1.55. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой – прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соответственно, $a = 20$ см и $b = 30$ см, расстояние между точками A и B равно $c = 15$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .



4.1.56. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой – прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соот-

ветственно, $a = 30$ см и $b = 20$ см, расстояние между точками A и B $c = 10$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .

4.1.57. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой — прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соответственно, $a = 10$ см и $b = 20$ см, расстояние между точками A и B равно $c = 40$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .



4.1.58. Точечный источник света A расположен на расстоянии $a = 2$ см от фокуса собирающей линзы на прямой, образующей угол $\alpha = 60^\circ$ с главной оптической осью. На каком расстоянии l от второго фокуса находится изображение A' источника? Фокусное расстояние линзы $f = 5$ см.

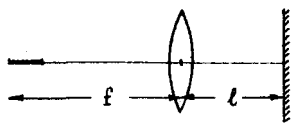


4.1.59. Собирающая линза дает на экране, перпендикулярном ее главной оптической оси, резкое изображение предмета с увеличением $M = 4$. Линзу сдвигают перпендикулярно оптической оси на расстояние $h = 1$ мм. Какова будет величина H смещения изображения на экране?

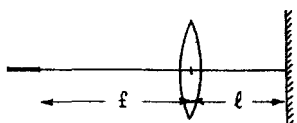
4.1.60. Узкий световой пучок падает на собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 20$ см параллельно ее главной оптической оси. Пройдя линзу, пучок попадает на экран, находящийся на расстоянии $L = 50$ см от линзы и перпендикулярный ее главной оптической оси. На какое расстояние H сместится световое пятно на экране, если сдвинуть линзу перпендикулярно ее оси на расстояние $h = 2$ мм?

4.1.61. Изображение предмета наблюдают на экране, расположенном на расстоянии $a = 5$ см от тонкой линзы, фокусное расстояние которой $f = 3,5$ см. Линзу смещают в направлении, перпендикулярном ее главной оптической оси, на расстояние $\Delta = 7$ мм. На какое расстояние x сместится при этом изображение предмета?

- 4.1.62.** Светящаяся нить лампы в осветителе имеет форму отрезка длины $\Delta = 1$ см и расположена вдоль главной оптической оси линзы диаметра $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 9$ см таким образом, что дальний от линзы конец нити находится в фокусе линзы. Построив ход лучей, определить диаметр d светлого пятна на экране, расположенном на расстоянии $l = 72$ см от линзы перпендикулярно ее главной оптической оси.



- 4.1.63.** Светящаяся нить лампы имеет форму отрезка длины $\Delta = 1$ см и расположена вдоль главной оптической оси линзы с фокусным расстоянием $f = 5$ см так, что ближний к линзе конец нити находится в ее фокусе.



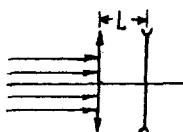
На расстоянии l от линзы перпендикулярно ее главной оптической оси расположен экран. Построив ход лучей, определить, при каком значении l размер пятна на экране превысит диаметр линзы?

- 4.1.64.** Точечный источник света лежит на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 70$ см. Расстояние от источника до центра линзы равно $2F$. На какое расстояние x сместится изображение источника, если линзу повернуть так, чтобы прямая, проведенная от источника к центру линзы, составляла угол $\alpha = 30^\circ$ с главной оптической осью линзы? Центр линзы остается неподвижным.

- 4.1.65.** Тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = -1$ м прижата вплотную к тонкой собирающей линзе с фокусным расстоянием $f_2 = 0,6$ м так, что их главные оптические оси совпадают. На рассеивающую линзу вдоль общей оптической оси падает пучок параллельных лучей света. На каком расстоянии f от собирающей линзы этот пучок будет сфокусирован?

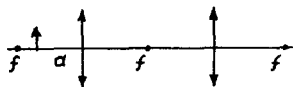
- 4.1.66.** Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = 0,6$ м и тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_2 = -1$ м

имеют общую оптическую ось и расположены на расстоянии $L = 0,2$ м друг от друга. На собирающую линзу вдоль оптической оси падает пучок параллельных лучей света. На каком расстоянии f от рассеивающей линзы он будет сфокусирован?



4.1.67. Две одинаковые собирающие линзы с фокусными расстояниями F расположены на расстоянии $2F$ друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. На главной оптической оси перед первой линзой помещена некоторая точка A такая, что луч света, вышедший из нее и прошедший обе линзы, пересекает эту ось в точке B , находящейся за второй линзой. Определить расстояние между точками A и B .

4.1.68. Оптическая система состоит из двух одинаковых собирающих линз с фокусным расстоянием f , расположенных так, что их фокусы совпадают. Предмет находится на расстоянии $a < f$ перед первой линзой. На каком расстоянии b от второй линзы будет располагаться изображение предмета?



4.1.69. Параллельный пучок световых лучей диаметром $d = 2$ см падает на собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 10$ см. За этой линзой на некотором расстоянии от нее, превышающем F_1 , расположена вторая собирающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 15$ см, а в ее фокальной плоскости стоит экран. Найти диаметр D светового пятна на экране, если главные оптические оси линз и ось симметрии пучка совпадают, а экран перпендикулярен этим осям.

4.1.70. На собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 40$ см падает пучок параллельных лучей света радиусом $R = 2$ см. За этой линзой расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = -15$ см, причем главные оптические оси линз и ось симметрии пучка совпадают. Чему равен радиус пучка r , вышедшего из второй линзы, если известно, что лучи в нем параллельны?

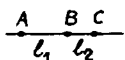
4.1.71. На собирающую линзу с фокусным расстоянием F вдоль ее главной оптической оси падает параллельный пучок света. На рас-

стоянии L от линзы ($F < L < 2F$) перпендикулярно оптической оси расположен экран. На каком расстоянии x от линзы между ней и экраном нужно поместить вторую такую же линзу, чтобы диаметр пятна на экране стал равен первоначальному диаметру падающего пучка? Найти численное значение x для $F = 10$ см и $L = 15$ см.

4.1.72. Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы. По другую сторону линзы находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Найти радиус r светового пятна на экране, если известно, что расстояние от источника до линзы $a = 30$ см, расстояние от линзы до экрана $b = 80$ см, фокусное расстояние линзы $f = 20$ см, а ее радиус $R = 3$ см.

4.1.73. Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 20$ см. По другую сторону линзы на расстоянии $b = 80$ см от нее находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Известно, что если переместить экран на расстояние $d = 40$ см в сторону линзы, то размер пятна света, создаваемого источником на экране, не изменится. Определить расстояние a от источника света до линзы.

4.1.74. Точечный источник света находится на главной оптической оси рассеивающей линзы. Если поместить источник в точку A , то его изображение расположится в точке B . Если поместить источник в точку B , то его изображение расположится в точке C . Зная расстояния между точками A и B : $l_1 = 20$ см и между точками B и C : $l_2 = 10$ см, найти фокусное расстояние линзы f .



4.2. Элементы физической оптики

Вопросы программы

- Волновые свойства света. Поляризация света. Электромагнитная природа света. Скорость света в однородной среде. Дисперсия света. Спектроскоп. Инфракрасное и ультрафиолетовое излучения.

- *Интерференция света. Когерентные источники. Условия образования максимумов и минимумов в интерференционной картине.*
- *Дифракция света. Опыт Юнга. Принцип Гюйгенса - Френеля. Дифракционная решетка.*
- *Корпускулярные свойства света. Постоянная Планка. Фотоэффект. Законы фотоэффекта. Фотон. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.*
- *Давление света. опыты Лебедева по измерению давления света.*
- *Постулаты Эйнштейна. Связь между массой и энергией.*

Определения, понятия и законы

Волновые свойства света проявляются в эффектах, присущих любому волновому движению. К таким эффектам в первую очередь относятся интерференция и дифракция света (см. ниже).

Электромагнитная природа света. На основе многочисленных экспериментов установлено, что свет и электромагнитные волны имеют ряд общих свойств: одинаковую скорость распространения, наличие поляризации (см. ниже), способность испытывать отражение и преломление и т.п. Это позволило сделать вывод о том, что свет имеет *электромагнитную природу*, т.е. представляет собой электромагнитные волны определенного частотного диапазона. Длины волн видимого света в вакууме лежат в диапазоне от 0,39 микрона (фиолетовый свет) до 0,77 микрона (красный свет).

Поляризацией света называется физическая характеристика оптического излучения, связанная с зависимостью свойств света от направления в плоскости фронта световой волны. Поляризованными могут быть только поперечные волны. Поперечность световых волн доказана многочисленными экспериментами по распространению света в кристаллах.

Свет называется **линейно-поляризованным**, если в световой волне направления колебаний электрического и магнитного полей строго

фиксированы и перпендикулярны направлению распространения. Естественный свет неполяризован, направления колебаний электрического и магнитного полей в нем хаотически меняются так, что все направления колебаний в плоскости, перпендикулярной лучу, равновероятны.

Существуют различные способы получения поляризованного света. Устройства (как правило прозрачные кристаллы), с помощью которых из естественного света выделяют поляризованный свет, называются поляризаторами. Для обнаружения поляризации служат анализаторы, которые по своему принципу действия идентичны поляризаторам. Поляризатор пропускает свет только с определенным направлением колебаний электрического (и соответственно магнитного) поля. В зависимости от ориентации анализатора поляризованный свет либо проходит, либо не проходит через него. При скрещенном положении поляризатора и анализатора, когда они повернуты друг относительно друга на 90° , световые волны через них не проходят.

Скорость света в однородной среде определяется формулой

$$v = \frac{c}{n}, \quad (4.2.1)$$

где c – скорость света в вакууме ($c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с), n – показатель преломления среды. Длина световой волны λ в веществе с показателем преломления n уменьшается по сравнению с длиной волны λ_0 в вакууме: $\lambda = \lambda_0 / n$. На расстоянии d , которое проходит в веществе световая волна, укладывается в n раз большее число длин волн, чем в вакууме.

Дисперсией света называется явление зависимости показателя преломления среды от частоты (длины волны) света. Из (4.2.1) вытекает, что дисперсия света может определяться также как явление зависимости скорости распространения световой волны в веществе от ее частоты (длины волны).

Спектроскоп – это прибор для наблюдения спектрального состава света. Простейшим спектроскопом служит стеклянная призма, с помощью которой можно наблюдать разложение белого света в спектр, т.е. на составляющие с различными длинами волн (рис. 4.2.1).

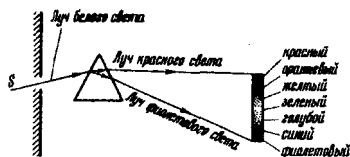


Рис. 4.2.1

Инфракрасное излучение – невидимое электромагнитное излучение, длина волны которого превышает длину волны красного света. Инфракрасные волны имеют длины волн в диапазоне $3 \cdot 10^{-3} \dots 7,7 \cdot 10^{-7}$ м.

Ультрафиолетовое излучение – невидимое электромагнитное излучение, длина волны которого меньше длины волны фиолетового света и лежит в диапазоне $3,9 \cdot 10^{-7} \dots 10^{-9}$ м.

Интерференция света – это пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких световых волн. Правильное объяснение интерференции света как типично волнового явления было дано в начале XIX века Т. Юнгом и О. Френелем. Интерференция света характеризуется образованием стационарной (постоянной во времени) интерференционной картины – регулярного чередования в пространстве областей повышенной и пониженной интенсивности света, получающейся в результате наложения **когерентных** световых волн, т.е. волн одинаковой частоты, имеющих постоянную разность фаз. Добиться постоянной разности фаз волн от независимых источников практически невозможно. Поэтому для получения когерентных световых волн обычно используется следующий способ: свет от одного источника каким-либо образом разделяют на два или несколько пучков и, пустив их по разным путям, сводят их затем вместе.

Интерференция наблюдается также при отражении света от тонкой мыльной пленки, от нефтяных пленок на поверхности воды. Интерференционная картина при этом образуется за счет наложения световых волн, отраженных от наружной и внутренней поверхностей пленки. Когерентность интерферирующих волн обеспечивается

тем, что обе они испущены от одного источника.

Простая для наблюдения интерференционная картина возникает в тонкой прослойке воздуха между стеклянной пластикой и прижатой к ней плосковыпуклой линзой большого радиуса кривизны. Эта картина имеет вид концентрических колец, получивших название колец Ньютона.

Максимум в интерференционной картине наблюдается при условии, что световые волны от когерентных источников приходят в точку наблюдения в одной и той же фазе (оптическая разность хода лучей от источников до данной точки равна при этом четному числу полуволн). **Минимум** в интерференционной картине наблюдается при условии, что световые волны от когерентных источников приходят в точку наблюдения в противофазе (когда оптическая разность хода лучей равна нечетному числу полуволн).

При наблюдении интерференции в монохроматическом свете с определенной длиной волны интерференционная картина на экране представляет собой чередование светлых и темных мест. Интерференционная картина в белом свете является окрашенной, ибо каждая составляющая белого света дает усиления и ослабления света в своих местах на экране.

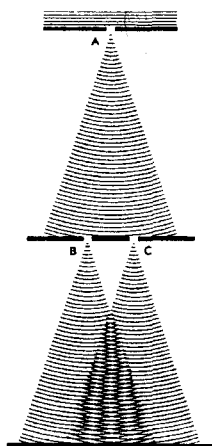


Рис. 4.2.2

Дифракция света – это огибание лучами света границы непрозрачных тел, в том числе проникновение света в область геометрической тени. Впервые дифракцию света наблюдал Ф. Гримальди в середине XVII века. Совместное проявление интерференции и дифракции света наблюдалось в классическом *опыте Юнга*, поставленном им в 1802 г. Схема опыта изображена на рис. 4.2.2. Свет, прошедший через маленькое отверстие *A* в непрозрачной ширме, падал на другую ширму с двумя близко расположенными маленькими отверстиями *B* и *C*. Сферическая волна от отверстия *A* возбуждала в отверстиях *B* и *C* когерентные световые колебания. В

результате интерференции волн от отверстий *B* и *C* на экране появлялись чередующиеся темные и светлые полосы. Закрывая одно из отверстий Юнг обнаруживал, что интерференционные полосы исчезали. С помощью этого опыта Юнгом были весьма точно измерены длины волн, соответствующие световым лучам разного цвета.

Принципиальное значение опыта Юнга состоит в том, что он дал первое неопровержимое доказательство волновой природы света.

Принцип Гюйгенса-Френеля является основным принципом волновой оптики. Он используется для решения дифракционных задач — отыскания распределения интенсивности световой волны, распространяющейся в среде с препятствиями (непрозрачными телами). Согласно этому принципу каждая точка пространства, которой достигла в настоящий момент распространяющаяся волна, становится источником элементарных сферических волн. Световое поле в следующий момент времени образуется в результате интерференции элементарных волн, излучаемых точками волновой поверхности в направлении распространения волны (элементарные волны, излучаемые точками волновой поверхности в обратном направлении, во внимание не принимаются).

В отличие от принципа Гюйгенса, областью применимости которого является геометрическая оптика, дающая лишь направление распространения световых лучей, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет найти амплитуду и фазу световой волны в любой точке пространства. С его помощью Френелю удалось объяснить дифракцию света на отверстиях, на диске, на краю экрана и в других задачах.

Исследования явлений дифракции отчетливо показывают приближенный характер законов геометрической оптики. Эти законы выполняются достаточно точно лишь в том случае, когда поперечные размеры непрозрачных препятствий на пути распространения света намного больше длины световой волны.

Дифракционная решетка — это пространственная периодическая структура, период которой соизмерим с длиной световой волны. В простейшем случае решетка представляет собой систему щелей в

непрозрачном экране (рис. 4.2.3). Если на решетку падает монохроматическая плоская волна, то дифракционная картина, полученная с помощью линзы на экране, имеет в результате интерференции света от различных щелей вид чередующихся светлых и темных полос. При этом угловые направления на максимумы дифракционной картины определяются уравнением:

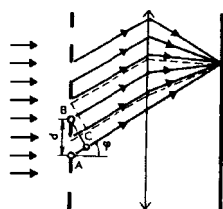


Рис. 4.2.3

Здесь d — период решетки (т.е. расстояние между соседними щелями), φ — угол между нормалью к решетке и направлением на один из максимумов дифракционной картины, λ — длина световой волны, m — целое число, называемое порядком дифракционного максимума. Если на решетку падает белый свет, то решетка разлагает его в спектр. При этом все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), будут окрашены. Дифракционную решетку часто используют как спектральный прибор: проводят с ее помощью измерение длин световых волн и т.п.

$$d \sin \varphi = m \lambda . \quad (4.2.2)$$

Корпускулярные свойства света проявляются в явлениях взаимодействия света с веществом, в частности, при испускании и поглощении света атомами. В соответствии с законами квантовой физики атомы способны испускать и поглощать свет не в любых количествах, а лишь строго определенными порциями (квантами). Энергия кванта света определяется формулой Планка

$$E = h \nu . \quad (4.2.3)$$

Здесь ν — частота света, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка.

Фотоэффект. В развитии представлений о природе света важный шаг был сделан при изучении явления, открытого Герцем в 1887 г. и тщательно исследованного Столетовым в 1888 г. Это явление, состоящее в испускании электронов веществом под действием света,

получило название фотоэффекта. Схема установки для наблюдения фотоэффекта изображена на рис. 4.2.4. В стеклянный баллон, из которого выкачан воздух, помещены два электрода. На один из электродов свет поступает через кварцевое окно, прозрачное не только для видимого, но и для ультрафиолетового излучения. На электроды подается напряжение, которое можно менять с помощью потенциометра и измерять вольтметром. Ток в цепи измеряется миллиамперметром. Типичный график зависимости силы фототока I от напряжения между катодом и анодом U изображен на рис. 4.2.5.

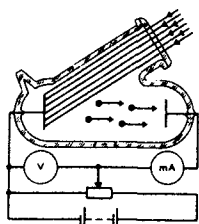


Рис. 4.2.4

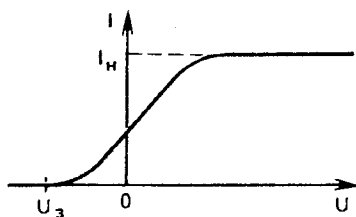


Рис. 4.2.5

Исследования, выполненные Столетовым и другими учеными в конце XIX – начале XX веков, позволили установить следующие **законы фотоэффекта**:

- 1) число электронов, испускаемых поверхностью металла, и сила фототока насыщения пропорциональны освещенности катода;
- 2) энергия вылетающих при фотоэффекте электронов зависит от частоты света и вещества катода, но не зависит от освещенности катода;
- 3) Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта – такая наименьшая частота (или наибольшая, “красная” длина волны) падающего света, при которой еще возможен фотоэффект.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Фотон. Объяснение законов фотоэффекта дал Эйнштейн в 1905 г. Развивая идеи План-

ка, он предположил, что свет существует в виде элементарных неделимых порций (фотонов) с энергией, определяемой формулой (4.2.3). Эйнштейн теоретически обосновал связь между энергией, получаемой фотоэлектроном при его освобождении светом, и частотой этого света. Он допустил, что, вся энергия, полученная электроном, доставляется ему светом в виде определенной порции $h\nu$ и поглощается им целиком. При этом электрон не заимствует энергию от атомов катода. Эйнштейн получил для фотоэффекта уравнение

$$h\nu = A + \frac{mV^2}{2}, \quad (4.2.4)$$

где $mV^2/2$ – максимальная кинетическая энергия вылетающих электронов, A – работа выхода, т.е. энергия, необходимая для удаления электрона из металла. В 1915 году Милликен экспериментально исследовал зависимость максимальной энергии электронов, испускаемых металлом при фотоэффекте, от частоты падающего света и подтвердил уравнение Эйнштейна.

Давление света. Опыты Лебедева по измерению давления света. Важное свойство света состоит в том, что он оказывает давление на непрозрачные тела. Из электромагнитной теории Максвелла следует, что сила давления света определяется формулой

$$F = (1 + R) \cdot \frac{P}{c}, \quad (4.2.5)$$

где P – мощность света, c – скорость света, R – коэффициент отражения, т.е. отношение интенсивности отраженного света к интенсивности падающего. В квантовой оптике световое давление объясняется тем, что у каждого фотона имеется импульс $p = h\nu/c$, который при столкновении фотона с телом передается атомам или молекулам вещества. Численные оценки по формуле (4.2.5) показывают, что обычно сила светового давления чрезвычайно мала. Поэтому экспериментальное обнаружение сил светового давления представляет собой трудную задачу. Эту задачу решил Лебедев в 1898

году. В его опытах свет мощной дуговой лампы направлялся на легкий каркас с укрепленными на нем тонкими “крыльшками” – светлыми и темными дисками из платиновой фольги толщиной от 0,01 до 0,1 мм. Диски располагались симметрично относительно оси, вокруг которой каркас, подвешенный на тонкой стеклянной нити, мог поворачиваться. Система помещалась в сосуд, из которого был выкачан воздух. Свет, падая на светлые и затемненные диски, оказывал на них различное давление, вызывая закручивание нити. Лебедев измерял мощность падающего светового пучка и угловое отклонение каркаса. В результате опытов он установил, что

- 1) падающий пучок света производит давление как на поглощающие, так и на отражающие поверхности;
- 2) сила давления света прямо пропорциональна мощности падающего луча;
- 3) наблюдаемая сила давления света количественно равна силе, определяемой формулой (4.2.5).

Таким образом, существование сил светового давления было доказано экспериментально.

Постулаты Эйнштейна. Связь между массой и энергией. В начале XX века Эйнштейн сформулировал следующие два постулата, положенные им в основу теории относительности:

- 1) в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково. Иными словами, никакими физическими опытами, проведенными внутри данной системы отсчета, нельзя установить находится ли данная система в состоянии покоя или равномерно прямолинейно движется (*принцип относительности*);
- 2) во всех инерциальных системах отсчета скорость света в вакууме одинакова и не зависит от скорости движения источника света (*принцип постоянства скорости света*).

Связь между массой и энергией. Одним из важнейших для ядерной физики и физики элементарных частиц следствий теории относительности является взаимосвязь массы тела (частицы) и его энергии, выражаемая формулой

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (4.2.6)$$

где m – масса тела, V – его скорость. Выражение

$$E_0 = mc^2. \quad (4.2.7)$$

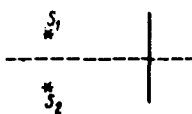
представляет собой энергию покоя тела (частицы).

Между полной энергией E , энергией покоя E_0 и импульсом p тела (частицы) существует релятивистская связь энергии и импульса:

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2. \quad (4.2.7)$$

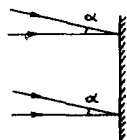
Задачи по теме “Элементы физической оптики”

4.2.1. Два когерентных источника S_1 и S_2 испускают монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить,



на каком расстоянии h от точки, расположенной на экране на равном расстоянии от источников, будет находиться первый максимум освещенности. Экран удален от источников на расстояние $L = 3$ м, расстояние между источниками $l = 0,5$ мм.

4.2.2. Два когерентных пучка света падают на экран: один по нормали, а другой – под углом $\alpha = 0,01$ рад. Найти период d интерференционной картины, т.е. расстояние между соседними светлыми полосами на экране, если длина световой волны в обоих пучках равна $\lambda = 0,5$ мкм.



4.2.3. На тонкий стеклянный клин падает нормально широкий пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. При этом в отраженном от клина



свете наблюдаются интерференционные полосы, расстояние между которыми $d = 4$ мм. Найти угол клина φ , считая его малым, т.е. полагая $\sin \varphi \cong \varphi$, $\cos \varphi \cong 1$. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

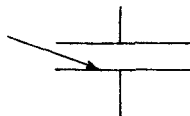
4.2.4. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного покрытия, показатель преломления которого $n = 1,41$ меньше показателя преломления стекла. На пластинку под углом $\alpha = 30^\circ$ падает пучок белого света. Какова минимальная толщина покрытия d_{\min} , если в отраженном свете оно кажется зеленым? Длина волны зеленого света $\lambda = 0,53$ мкм.

4.2.5. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-7}$ м. Какая энергия передана фотоэлектронам, если в цепи фотоэлемента протек заряд $Q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл? Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.6. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-7}$ м. Какова может быть максимальная величина тока фотоэлемента I , если поглощаемая световая мощность составляет $W = 2$ мВт? Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.7. Кристалл рубина облучается вспышкой света длительностью $\tau = 10^{-3}$ с и мощностью $P = 200$ кВт. Длина волны света $\lambda = 0,7$ мкм, кристалл поглощает $\eta = 10\%$ энергии излучения. Вычислить количество квантов света N , поглощенных кристаллом. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с.

4.2.8. Какой максимальный заряд Q может быть накоплен на конденсаторе емкостью $C_0 = 2 \cdot 10^{-11}$ Ф, одна из обкладок которого облучается светом с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м? Работа выхода электрона составляет $A = 3 \cdot 10^{-19}$ Дж, постоянная Планка

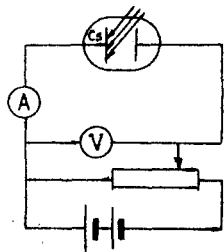


$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.9. Уединенный изолированный металлический шарик радиусом $r = 0,5$ см, находящийся в вакууме, освещают ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 250$ нм, которая меньше, чем длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта для данного металла. Каково максимальное количество электронов N_{\max} , которые могут покинуть шарик после того, как его дополнительно осветят излучением с длиной волны $\lambda_2 = 200$ нм? Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

4.2.10. На металлическую пластинку сквозь сетку, параллельную пластинке, падает свет с длиной волны $\lambda = 0,4$ мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов между пластинкой и сеткой $U = 0,95$ В. Определить красную границу фотоэффекта (максимальную длину волны λ_{\max}). Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.11. Измерения зависимости напряжения отсечки фототока (т.е. напряжения, при котором фототок прекращается) от длины волны света, падающего на цезиевую пластину Cs, производятся по схеме, изображенной на рисунке. При освещении светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,4$ мкм напряжение отсечки составило $U_1 = 1,19$ В, при $\lambda_2 = 0,5$ мкм — $U_2 = 0,57$ В. Определить по результатам этого опыта длину волны λ_{\max} , соответствующую красной границе фотоэффекта для цезия.



5. Атом и атомное ядро

Вопросы программы

- *Опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение энергии атомом. Непрерывный и линейчатый спектры. Спектральный анализ.*
- *Экспериментальные методы регистрации заряженных частиц: камера Вильсона, счетчик Гейгера, пузырьковая камера, фотоэмульсионный метод.*
- *Состав ядра атома. Изотопы. Энергия связи атомных ядер. Понятие о ядерных реакциях. Радиоактивность. Виды радиоактивных излучений и их свойства. Цепные ядерные реакции. Термоядерная реакция.*
- *Биологическое действие радиоактивных излучений. Защита от радиации.*

Определения, понятия и законы

Опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц. Планетарная модель атома. К началу XX века было убедительно показано, что электрон является одной из составных частиц любого вещества. Из классической электромагнитной теории следовало, что размеры электрона не превышают 10^{-15} м (по современным данным – не более 10^{-22} м). Кинетическая теория 19-го столетия показала, что размеры атомов имеют порядок $10^{-10} + 10^{-9}$ м. Учитывая это, Дж. Дж. Томсон в 1906 году предложил модель, согласно которой атом содержит электроны, которые вкраплены в положительно заряженную среду, заполняющую весь объем атома, масса которой составляет большую часть его массы, а ее заряд нейтрализует суммарный заряд электронов.

Однако уже в 1911 году Эрнест Резерфорд опытным путем доказал, что эта модель несостоятельна. Им были проведены эксперименты

по рассеянию α -лучей. (α -лучи представляют собой поток α -частиц, т.е. дважды ионизованных атомов гелия, имеющих положительный заряд, равный $+2e$, и возникающих в результате радиоактивного распада (см. ниже)). Э. Резерфорд с помощью свинцового коллиматора выделял узкий пучок α -лучей и пропускал их через очень тонкую золотую фольгу. Регистрировались α -частицы по вспышкам света на детекторе из сернистого цинка. Было установлено, что почти все α -частицы проходили сквозь фольгу, сохраняя прежнее направление движения или отклоняясь от него на очень малые углы. Однако некоторые α -частицы отклонялись на углы, превышающие 90° , т.е. они фактически двигались в обратном направлении. Если бы была справедлива модель атома Томсона, то такие события были бы невозможны в принципе: α -частицы должны были бы свободно проходить сквозь атомы золота, и только некоторые из них могли слегка отклониться в кулоновском поле электронов. Результатом опытов Резерфорда явилась ядерная модель атома: в центре атома находится ядро, имеющее очень малый объем, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома; остальную часть атома занимает облако электронов. Линейные размеры ядра составляют $\sim 10^{-14} + 10^{-15}$ м. Практически вся масса атома сосредоточена в ядре.

В этой модели опыты Резерфорда получили простое объяснение. Проходя сквозь электронную оболочку атома α -частицы не должны испытывать заметного отклонения, поскольку масса электрона намного меньше массы α -частицы, а отрицательный заряд всех электронов распределен по всему объему атома. Однако те немногочисленные частицы, которые пролетают вблизи ядра, испытывают резкие отклонения. В этих опытах была также подтверждена справедливость закона Кулона для очень малых расстояний между зарядами.

Электроны атома, чтобы не упасть на ядро под действием кулоновского притяжения, должны двигаться вокруг ядра по орбитам, подобно планетам, поскольку кулоновские и гравитационные силы

одинаково зависят от расстояния. Поэтому модель атома Резерфорда называют *планетарной*. Однако вращающиеся вокруг ядра электроны, согласно классической электродинамике, должны испускать электромагнитные волны, теряя при этом свою энергию и постепенно приближаясь к ядру, т. е. атом не может быть устойчивым. Спектр излучаемых частот при этом должен быть непрерывным.

Еще в середине 19-го века было установлено, что свечение различных газов (в пламени и в электрическом разряде) содержит участки спектра с четко выраженными дискретными линиями. Для частот ν_{mn} линейчатого спектра водорода была получена формула Бальмера-Ридберга:

$$\nu_{mn} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (5.1)$$

где $R = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга, m и n – целые числа, причем $m = n + 1, n + 2$ и т. д.

Квантовые постулаты Бора. Для объяснения наблюдаемых свойств атомов Нильс Бор в 1913 г. выдвинул два положения, называемые *постулатами Бора*:

- 1) В атоме существуют дискретные стационарные состояния, каждому из которых соответствует определенная энергия E_n . При движении вокруг ядра электроны атома, находящегося в стационарном состоянии, не излучают электромагнитных волн.
- 2) При переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один фотон. Энергия фотона равна разности энергий в двух его стационарных состояниях: $h\nu_{mn} = E_m - E_n$.

Испускание и поглощение энергии атомом. Если $E_m > E_n$, то происходит излучение фотона, если же $E_m < E_n$, то – поглощение фотона. Частота фотона ν_{mn} , который испускается (поглощается)

атомом, равна $\nu_{mn} = (E_m - E_n) / h$. Атом, находящийся в состоянии с наименьшей энергией, не может испустить фотон. Такое состояние атома называется основным, остальные состояния (с большей энергией) называются возбужденными.

Для определения уровней энергии атома водорода Н. Бор предложил гипотезу о том, что в планетарной модели стационарными являются лишь те состояния, при которых момент импульса электрона, движущегося по круговой орбите, принимает дискретные значения:

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}, \quad (5.2)$$

где v — скорость электрона, r — радиус орбиты, n — натуральное число. Эта формула называется правилом квантования Бора для круговых орбит. Найденное с ее помощью выражение для частоты излучения полностью совпадает с (5.1).

Развитая впоследствии квантовая механика естественным образом объясняет постулаты Бора и полностью описывает движение микрочастиц.

Непрерывный и линейчатый спектры. Спектральный анализ.

Спектр излучения и поглощения вещества в газообразном состоянии всегда содержит участок, состоящий из узких дискретных линий, который называется *линейчатым спектром*, и участок, где распределение частот непрерывное (*непрерывный спектр*). Линейчатый спектр у каждого химического элемента и у каждого сорта молекул индивидуален и отражает структуру уровней энергии именно данного вещества. Это обстоятельство используется для определения качественного и количественного состава вещества, т. е. для так называемого *спектрального анализа*. Для получения спектров излучения вещество возбуждают с помощью искрового, дугового или радиочастотного разряда, либо облучением светом от дополнительных источников: газоразрядных ламп, лазеров и т. д. Спектры поглощения получают, пропуская белый свет через исследуемое вещество. В этом случае на сплошном спектре появляются

темные линии, обусловленные поглощением света в данном участке спектра.

Спектральный анализ отличается быстротой получения результатов и высокой чувствительностью. Использование лазеров позволяет регистрировать даже единичные атомы или молекулы данного сорта.

Экспериментальные методы регистрации заряженных частиц. Для регистрации радиоактивных излучений используются приборы, основанные на ионизирующем или фотохимическом действии этих излучений.

Камера Вильсона – прибор для наблюдения следов (треков) заряженных частиц. Действие основано на конденсации пересыщенного пара на ионах, образующихся вдоль траектории заряженной частицы. Пересыщенный пар получается быстрым сжатием насыщенного пара воды или спирта, находящегося в стеклянном цилиндре. Частицы могут либо испускаться источником, помещенным внутри камеры, либо попадать в нее извне. Треки фотографируются несколькими фотоаппаратами для получения стереоскопического изображения. Природу и свойства частиц можно определить по длине ее пробега и импульсу, измеряемому по искривлению траекторий частиц в магнитном поле, в которое помещается камера Вильсона.

Пузырьковая камера – прибор для регистрации следов (треков) заряженных частиц высоких энергий. Действие основано на вскипании перегретой жидкости вблизи траектории частицы. Очень чистую жидкость можно нагреть выше точки кипения, но такая жидкость нестабильна. Прохождение заряженной частицы через перегретую жидкость приводит к образованию вдоль следа частицы “зародышевых” центров кипения, которые возникают вследствие ионизации атомов или молекул, входящих в состав жидкости. За время порядка миллисекунды образующиеся пузырьки достигают размеров порядка 50-300 мкм и могут быть сфотографированы.

Счетчик Гейгера – газоразрядный прибор, срабатывающий при прохождении через его рабочий объем заряженных частиц. Счетчик

состоит из стеклянной трубки, покрытой внутри металлическим слоем (катод), и тонкой металлической нити, идущей вдоль оси трубки (анод). Трубка заполняется газом, например, аргоном. К электродам прикладывается напряжение в несколько сотен вольт. Заряженная частица, пролетая через газ, вырывает из атомов электроны. Электрическое поле между анодом и катодом ускоряет свободные электроны до энергий, при которых они способны ионизировать атомы. Возникает лавина ионов и электронов, и ток между электродами возрастает, что и регистрируется электронной схемой. Величина сигнала (импульса тока) не зависит от энергии частиц, поэтому прибор работает как счетчик заряженных частиц.

Фотоэмульсионный метод основан на применении толстослойных фоточувствительных покрытий. Фотоэмульсия содержит большое количество микроскопических кристалликов бромида серебра. Быстрая заряженная частица, проходя через кристаллики, отрывает электроны от отдельных атомов брома. Цепочка таких кристалликов образует скрытое изображение. При проявлении восстанавливается металлическое серебро и трек частицы становится видимым. По длине и толщине трека можно оценить энергию и массу частицы.

Состав ядра атома. Изотопы. Ядро атома любого химического элемента состоит из Z положительно заряженных протонов и N не имеющих электрического заряда нейтронов. Заряд протона по абсолютной величине равен заряду электрона. Протон и нейтрон являются двумя зарядовыми состояниями ядерной частицы, которая называется нуклоном. Количество протонов в ядре Z совпадает с атомным номером соответствующего химического элемента в периодической системе Менделеева. Заряд ядра равен Ze .

Массовым числом ядра A называется общее число нуклонов в ядре $A = Z + N$. Для обозначения ядра данного химического элемента X используется символ A_ZX . Ядра с одним и тем же зарядом Ze , но с разными A , называются *изотопами*. Изотопы ядер данного химического элемента отличаются числом нейтронов N . Примеры: изотопы

водорода ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$ (или ${}^2_1\text{D}$ – дейтерий), ${}^3_1\text{H}$ (или ${}^3_1\text{T}$ – тритий);
 изотопы урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$.

Масса атома практически совпадает с массой его ядра, поскольку масса электрона m_e составляет всего 1/1836 от массы протона m_p и 1/1840 от массы нейтрона m_n (нейтрон несколько тяжелее протона). В атомной и ядерной физике широко используется *атомная единица массы* – а. е. м., которая равна 1/12 массы ядра углерода ${}^{12}_6\text{C}$, что составляет $1,6605655 \cdot 10^{-27}$ кг.

Нуклоны, т. е. протоны и нейтроны, в ядре связаны между собой ядерными силами, которые намного превышают силу кулоновского отталкивания между протонами (отсюда название – сильные взаимодействия). Ядерные силы действуют только на расстояниях порядка 10^{-15} м.

В атомной и ядерной физике для измерения энергии широко используется внесистемная единица электронвольт (эВ); $1 \text{ эВ} = 1,60201 \cdot 10^{-19}$ Дж. В ядерной физике энергия часто измеряется также в мегаэлектронвольтах (МэВ); $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}$.

Энергия связи атомного ядра $\Delta E_{\text{св}}$ по абсолютной величине равна работе, которую надо совершить для расщепления ядра на составляющие его нуклоны без сообщения им кинетической энергии. Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра из свободных нуклонов должна выделиться энергия, равная $\Delta E_{\text{св}}$. Удельной энергией связи ядра $\Delta \epsilon_{\text{св}}$ называется величина $\Delta E_{\text{св}}/A$, равная средней энергии связи, приходящейся на один нуклон.

Мерой энергии связи атомного ядра является *дефект массы*. Дефектом массы Δm называется разность между суммарной массой всех нуклонов ядра в свободном состоянии и массой ядра $M_{\text{я}}$:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}. \quad (5.3)$$

Согласно теории относительности, энергия связи данного ядра и его дефект массы связаны соотношением: $\Delta E_{\text{св}} = \Delta mc^2$.

Понятие о ядерных реакциях. Ядерными реакциями называются превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием с различными частицами или друг с другом. В большинстве случаев в ядерных реакциях участвуют два ядра и две частицы. Символическая запись ядерной реакции: $A + a \rightarrow B + b$, где A и B — исходное и конечное ядра, a и b — исходная и конечная частицы в реакции. Исторически первой была наблюдаена ядерная реакция превращения азота под действием α -частиц в кислород: ${}^1_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{p}$. При всех ядерных реакциях соблюдаются законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов.

Радиоактивность. Виды радиоактивных излучений и их свойства. Радиоактивность — способность некоторых атомных ядер самопроизвольно превращаться в другие ядра с испусканием частиц. Естественная радиоактивность, как правило, наблюдается у тяжелых ядер. Радиоактивное превращение сопровождается испусканием α -частиц, β -частиц, а также очень коротковолнового электромагнитного излучения (γ -излучения). Состав α -, β - и γ -излучений установлен по их отклонению в магнитном поле. Известно, что α -лучи представляют собой поток ядер гелия, β -лучи — поток быстрых электронов. Превращения атомных ядер, которые сопровождаются испусканием α - и β -частиц, называются соответственно α - и β -распадом.

Большинство встречающихся в природе ядер устойчиво. Однако при значениях массовых чисел вблизи $A = 210$ ядра перестают быть устойчивыми. Это в первую очередь объясняется близкодействующим характером ядерных сил: силы ядерного притяжения действуют только между данным нуклоном и его непосредственными соседями. Вместе с тем, так как кулоновские силы дальнедействующие, между данным протоном и всеми остальными протонами в ядре действует кулоновское отталкивание. Для ядер с достаточно большими атомными номерами кулоновское отталкивание может превзойти ядерное притяжение. Действительно, не существует устойчивых ядер с $Z > 83$.

Цепные ядерные реакции. Ядра урана и ряда трансурановых элементов способны к реакциям *деления ядра*, при которых ядра, возбужденные захватом нейтрона, распадаются на две части, называемые осколками. При этом возможно высвобождение некоторого количества нейтронов. Деление тяжелого ядра сопровождается выделением огромной энергии. Например, при делении ядер, содержащихся в 1 г урана $^{235}_{92}\text{U}$, выделяется энергия порядка $8 \cdot 10^{10}$ Дж. (Удельная теплота сгорания нефти, равная $4,3 \cdot 10^7$ Дж/кг, примерно в два миллиона раз меньше!) В каждом акте деления, помимо осколков, возникают несколько γ -квантов и в среднем 2,5 нейтрона. Если эти нейтроны вызывают другие акты деления, то возникает процесс самоподдерживающийся процесс *цепной ядерной реакции*. Цепные ядерные реакции используются в ядерных реакторах для получения энергии, а также в ядерном оружии.

Термоядерная реакция. Выделение ядерной энергии возможно также в реакциях синтеза (слияния) легких ядер. Для осуществления такой реакции необходимо преодолеть кулоновские силы отталкивания между ядрами, что возможно при достаточно больших скоростях сталкивающихся частиц. Так, синтез гелия из легкого изотопа водорода происходит при температуре около 10^8 К, а для синтеза гелия из дейтерия и трития по схеме $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$ требуются температуры порядка $5 \cdot 10^7$ К. Поэтому такие реакции называются *термоядерными*. При синтезе 1 г гелия из дейтерия и трития выделяется энергия $4,2 \cdot 10^{11}$ Дж. Управляемые термоядерные реакции представляют большой интерес для энергетики будущего.

Биологическое действие радиоактивных излучений. Защита от радиации. Излучения радиоактивных веществ оказывают сильное воздействие на все живые организмы. Даже слабые излучения способны нанести существенные повреждения живым клеткам и вызвать опасные заболевания (лучевая болезнь). Механизм поражающего действия излучений на биологические объекты заключается в основном в ионизации атомов и молекул, что приводит к изменению их химической активности. В результате облучения в

тканях образуются свободные радикалы, подавляющие действие ферментов, происходит разрыв хромосом, увеличивается число мутаций. Наиболее чувствительны к излучениям ядра клеток, особенно тех, которые быстро делятся. Поэтому у человека излучения в первую очередь поражают костный мозг, из-за чего нарушается процесс образования крови.

Степень облучения связана с энергией поглощенного излучения. В СИ единицей поглощенной дозы является грэй (Гр). Доза в 1 Гр означает, что облученному веществу массой 1 кг передана энергия ионизирующего излучения 1 Дж.

Методы защиты от облучения: удаление от источников излучения; ограничение времени пребывания на загрязненной местности или вблизи радиоактивных источников; ограждение радиоактивных источников специальными экранами. К защитным мерам относится также дозиметрический контроль окружающей среды и продуктов питания.

6. Задачи для повторения

6.1. Спираль, сопротивление которой $r = 9$ Ом, помещена в замкнутый сосуд. Сосуд содержит одноатомный идеальный газ, который занимает объем $V = 6$ л. В течение времени $t = 1$ мин по спирали пропускали постоянный ток, после чего давление возросло на величину $\Delta p = 6 \cdot 10^4$ Па. Найти силу тока I .

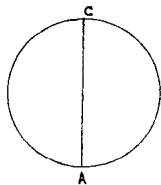
6.2. Лазер излучает световые импульсы с энергией $W = 0,1$ Дж. Частота повторения импульсов $f = 10$ Гц. Коэффициент полезного действия лазера, определяемый как отношение излучаемой энергии к потребляемой, составляет $\eta = 0,01$. Какой объем воды V нужно прогнать за время $\tau = 1$ час через охлаждающую систему лазера, чтобы вода нагрелась не более, чем на $\Delta t = 10^0$ С? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ Дж/(г·К), плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

6.3. Молекулярный пучок составляют одинаковые молекулы, движущиеся с одинаковыми скоростями \vec{V} ($V = 500$ м/с). Масса молекулы $m = 4,8 \cdot 10^{-26}$ кг. На пути пучка установлен экран, плоскость которого перпендикулярна \vec{V} . Найти давление p , оказываемое пучком на экран. Число молекул в единице объема пучка $n = 3 \cdot 10^{25}$ м⁻³. Удар молекулы об экран считать абсолютно упругим.

6.4. Заряженная частица массы $m = 9,2$ г влетает со скоростью $V = 3$ м/с в пространство между пластинками плоского конденсатора, расположенными горизонтально. В момент влета направление скорости также горизонтально, а расстояние частицы от нижней пластины $h_1 = 4$ мм. Учитывая действие силы тяжести, найти расстояние h_2 частицы от нижней пластины в момент вылета частицы из конденсатора, если ее заряд $q = 10^{-8}$ Кл, заряд на верхней пластине конденсатора отрицателен, напряженность электрического поля конденсатора $E = 10^6$ В/м, длина пластин $L = 30$ см.

6.5. Вертикально расположенный цилиндрический сосуд, закрытый тяжелым подвижным поршнем, содержит идеальный газ. Через зазор между поршнем и стенкой сосуда газ медленно и равномерно вытекает из сосуда так, что температура газа остается неизменной. В момент времени $t = 0$ масса газа в сосуде $m = 0,15$ кг, а расстояние от поршня до дна сосуда $h = 75$ см. Изменение массы газа в сосуде в единицу времени составляет $\mu = 0,01$ г/с. С какой скоростью V будет двигаться поршень?

6.6. Из куска однородной проволоки длиной l , сопротивление которого R , спаяна фигура в виде кольца с хордой AC , равной диаметру кольца (см. рисунок). Кольцо помещают в однородное магнитное поле, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен плоскости кольца. Модуль этого вектора меняется со временем по закону $B = kt$. Найти выделяемую в проволоке мощность W .



6.7. Конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ заряжается постоянным током через резистор сопротивлением $R = 100$ кОм. Через какое

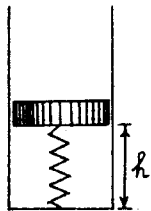
время t после начала зарядки энергия, запасенная в конденсаторе, станет равной энергии, выделенной на резисторе?

6.8. Какую емкость C нужно подключить к катушке с индуктивностью $L = 0,001$ Гн, чтобы полученный колебательный контур был настроен в резонанс с электромагнитной волной, длина которой $\lambda = 300$ м?

6.9. По спирали, сопротивление которой $R = 168$ Ом, течет ток $I = 10$ А. Спираль охлаждается потоком жидкости. Температура жидкости на входе системы охлаждения $t_1 = 20^\circ$ С, а на выходе $t_2 = 60^\circ$ С. Удельная теплоемкость жидкости $c = 4,2$ кДж/(кг·К). Какую массу жидкости μ нужно пропустить через систему охлаждения за секунду, чтобы температура спирали не изменялась. Считать, что все выделяющееся в спирали тепло передается жидкости.

6.10. Через спираль кипятильника сопротивлением $R = 20$ Ом пропускают постоянный ток силой $I = 5$ А. Сколько времени потребуется, чтобы нагреть кипятильником до температуры кипения $m = 3$ кг воды? Начальная температура воды $t_0 = 20^\circ$ С, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·К). Считать, что на нагревание воды идет 75% выделяемого кипятильником тепла.

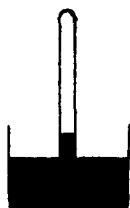
6.11. Невесомый поршень соединен с дном цилиндрического сосуда пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м. В сосуде под поршнем находится одноатомный идеальный газ. В начальном состоянии расстояние между поршнем и дном сосуда составляет $h = 0,2$ м. Найти количество тепла ΔQ , которое нужно передать газу, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда удвоилось. Считать, что пружина недеформирована при $h = 0$.



Атмосферное давление не учитывать.

6.12. Вертикальная стеклянная трубка, верхний конец которой запаян, погружена в сосуд со ртутью, причем уровень ртути в трубке на $h = 5$ см выше уровня в сосуде. Длина части трубки, заполнен-

ной воздухом, $l = 50$ см. На какую величину Δt должна подняться температура воздуха в трубке, чтобы ртуть в ней опустилась до ее уровня в сосуде? Первоначальная температура воздуха $t = 17^\circ \text{C}$, атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт.ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³.

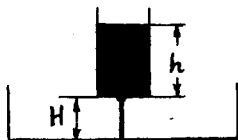


6.13. Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с кипящей водой при $t_1 = 100^\circ \text{C}$, а в качестве холодильника – сосуд со льдом при $t_2 = 0^\circ \text{C}$. Какая масса льда m растает при совершении машиной работы $A = 10$ Дж? Удельная теплота плавления льда $q = 334$ Дж/кг.

6.14. При центральном соударении шарика, движущегося со скоростью $V = 20$ м/с, с таким же неподвижным шариком последний приобретает скорость $V/2$. Найти изменение температуры шариков Δt , если удельная теплоемкость вещества, из которого они состоят, $c = 0,25$ кДж/(кг·К). Рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

6.15. В замкнутом сосуде к верхней стенке подвешена на пружине жесткостью $k = 4$ Н/м сфера объемом $V = 2$ л. На какое расстояние Δh поднимется сфера, если давление воздуха в сосуде повысить при постоянной температуре $t = 17^\circ \text{C}$ от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 500$ кПа? Молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль. Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль·К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

6.16. Над серединой цилиндрического сосуда с площадью сечения S на высоте $H = 60$ см закреплен сосуд с площадью сечения $0,2 S$. В верхнем сосуде находится ртуть, причем высота ее уровня над дном верхнего сосуда $h = 1,5$ м. Через отверстие в середине дна верхнего сосуда ртуть выливается в нижний. Найти изменение температуры ртути Δt , если ее

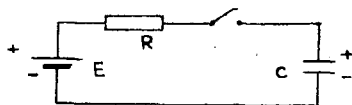


удельная теплоемкость $c = 0,12$ кДж/(кг·К). Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², теплоемкость сосудов и рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

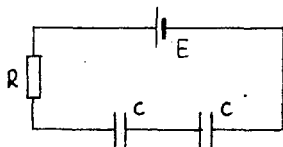
- 6.17.** Объем тонкостенного цилиндрического сосуда высотой $H = 40$ см равен $V = 400$ см³, его вес $P = 3,3$ Н. При температуре $t = 47^\circ$ С и атмосферном давлении $p_0 = 100$ кПа сосуд переворачивают вверх дном и погружают в жидкость плотностью $\rho = 1000$ кг/м³. При какой температуре t_1 сосуд утонет? Атмосферное давление считать неизменным, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



- 6.18.** Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ, предварительно заряженный до напряжения $U = 100$ В, подключают через резистор к батарее с ЭДС $E = 300$ В и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Какое количество тепла Q выделится в резисторе за время полной зарядки конденсатора?



- 6.19.** Легкую сферу массой $m = 80$ г взвешивают в воздухе. При температуре воздуха $t = 47^\circ$ С вес сферы оказался равным $P = 0,1$ Н. При какой температуре воздуха t_1 сфера перестанет давить на чашку весов? Изменением объема сферы пренебречь, давление воздуха считать неизменным, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



- 6.20.** В схеме, показанной на рисунке, $E = 60$ В, $C = 10$ мкФ. Какой заряд q протечет в цепи, если один из конденсаторов заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$?

- 6.21.** Система из двух шаров массами $m_1 = 0,6$ кг и $m_2 = 0,3$ кг, соединенных невесомой спицей длины $l = 0,5$ м, вращается вокруг оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной спице, с

угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с. Найти энергию системы E .

6.22. Пучок молекул, движущихся в вакууме с одинаковыми скоростями, падает на пластинку-мишень перпендикулярно ее плоскости. Суммарная масса молекул, испускаемых источником в единицу времени, равна $\mu = 0,01$ г/с, сила, с которой пучок действует на мишень, $F = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. Считая соударение молекулы с мишенью абсолютно упругим, найти скорость молекул в пучке V .

6.23. Температура нагревателя идеальной тепловой машины $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К, количество тепла, получаемое от нагревателя за цикл $Q = 400$ Дж, число циклов в секунду $n = 2$. С какой скоростью будет перемещаться по горизонтальной дороге тележка, приводимая в движение такой машиной, если сила сопротивления $F = 100$ Н? Скорость тележки считать постоянной.

6.24. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем находится идеальный газ. Сосуд помещается в лифт. Когда лифт неподвижен, расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 12$ см. При движении лифта с постоянным ускорением \bar{a} расстояние между поршнем и дном цилиндра оказалось $x = 10$ см. Найти ускорение лифта \bar{a} . Температуру считать постоянной, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², атмосферное давление не учитывать.

6.25. Заряженная частица движется в однородном электрическом поле напряженностью $E = 30$ В/м. Известно, что в момент, когда кинетическая энергия частицы достигает минимума, ее скорость направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определить разность потенциалов U между точками A и B поля, лежащими на одной горизонтали на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. Действием силы тяжести пренебречь.

6.26. Какой массой M должно обладать сферическое тело радиуса $r = 1$ м, чтобы оно могло плавать в атмосфере Венеры? Атмосфера Венеры состоит из углекислого газа CO_2 , давление у поверхности p_0

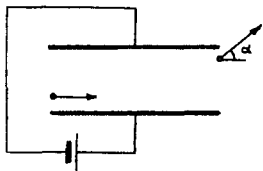
= 9 МПа, температура $t = 527^{\circ}\text{C}$. Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$.

6.27. Надувной шарик, заполненный гелием, удерживают на нити. Найти натяжение нити, если масса оболочки шарика $m = 2 \text{ г}$, объем $V = 3 \text{ л}$, давление гелия $p = 1,04 \cdot 10^5 \text{ Па}$, температура $t = 27^{\circ}\text{C}$. Молярная масса гелия $M = 4 \text{ г}/\text{моль}$, плотность воздуха $\rho = 1,3 \text{ кг}/\text{м}^3$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$.

6.28. Запаянная с одного конца трубка длиной $L = 110 \text{ см}$ погружается в воду в вертикальном положении открытым концом вниз. Определить давление p воздуха внутри трубки, если ее верхний конец находится на уровне поверхности воды. Атмосферное давление $p_A = 10^5 \text{ Па}$. Температуру воздуха в трубке считать постоянной, ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$.

6.29. Автомобиль, движущийся по горизонтальной дороге, попадает в полосу дождя, капли которого падают на землю вертикально с постоянной скоростью. Известно, что при скорости автомобиля $V_1 = 36 \text{ км}/\text{час}$ в его наклонное лобовое стекло попадает $n_1 = 200$ дождевых капель в секунду, а при скорости $V_2 = 72 \text{ км}/\text{час}$ это число возрастает до $n_2 = 300$ капель в секунду. Сколько капель n_0 будет попадать в лобовое стекло за 1 секунду, если автомобиль остановится?

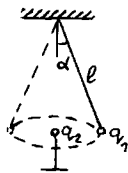
6.30. Заряженная частица влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, напряжение на котором поддерживается постоянным. Начальная скорость частицы параллельна пластинам конденсатора. При вылете из конденсатора скорость частицы составила угол $\alpha = 60^{\circ}$ с ее начальной скоростью. Под ка-



ким углом β к начальной скорости вылетит эта частица из конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить в $k = 3$

раза? Силу тяжести не учитывать.

6.31. Шарик массой $m = 7,2$ г, несущий заряд $q_1 = 1,73 \cdot 10^{-7}$ Кл, подвешен на невесомой, нерастяжимой и непроводящей нити длиной $l = 0,1$ м и вращается с постоянной угловой скоростью, причем угол между нитью и вертикалью $\alpha = 60^\circ$. В центре окружности, по которой движется шарик, расположен точечный заряд $q_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл. Найти угловую скорость вращения шарика ω . Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², размером шарика пренебречь.



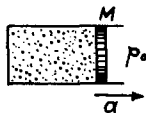
6.32. Электрон влетает в область пространства с однородным электрическим полем напряженностью $E = 6 \cdot 10^4$ В/м перпендикулярно силовым линиям. Определить величину и направление вектора индукции



магнитного поля \vec{B} , которое надо создать в этой области пространства для того, чтобы электрон пролетел ее, не отклоняясь от первоначального направления. Кинетическая энергия электрона $E_k = 1,6 \cdot 10^{-16}$ Дж, масса электрона $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг. Силой тяжести пренебречь.

6.33. В лифте, движущемся с ускорением $a = 5$ м/с², направленным вверх, находится цилиндрический сосуд, закрытый поршнем массой $M = 20$ кг и площадью $S = 100$ см². Под поршнем находится идеальный газ. Поршень расположен на расстоянии $h = 22$ см от дна сосуда. Определить, на какую величину Δh переместится поршень, если лифт будет двигаться с тем же по модулю ускорением, направленным вниз. Температура газа не изменяется. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

6.34. В горизонтальном цилиндрическом сосуде под поршнем массой $M = 20$ кг и площадью $S = 100$ см² находится идеальный газ. Расстояние от поршня до



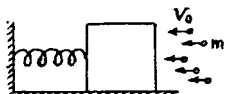
дна сосуда $h = 55$ см. На какое расстояние Δh и в какую сторону переместится поршень, если цилиндр начать двигать с ускорением $a = 5$ м/с², как показано на рисунке. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Температура газа не изменяется. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь. Считать, что при сообщении цилиндру ускорения колебания поршня не возникают.

6.35. Маленький шарик, подвешенный на нити длины $l = 1$ м, отклоняют от положения равновесия так, что нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$, и отпускают без начальной скорости. В момент, когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается. Найти угол β , который составляет с вертикалью скорость шарика в момент падения на пол, если расстояние от точки подвеса нити до пола $h = 2,5$ м.

6.36. Два маленьких тела начинают одновременно соскальзывать без начальной скорости из точки A : первое по внутренней поверхности гладкой сферы до ее нижней точки B , второе по гладкой наклонной плоскости AB . Пренебрегая трением найти, во сколько раз α отличаются времена движения этих тел от начальной до конечной точек. Расстояние AB намного меньше радиуса сферы.



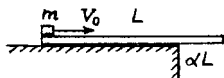
6.37. Брусок расположен на гладкой горизонтальной плоскости и соединен горизонтальной пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м с вертикальной стенкой. Перпендикулярно поверхности бруска летят капли воды массой $m = 0,1$ г каждая со скоростью $V = 5$ м/с. Ударившись о брусок, капли, не отскакивая от него, стекают на землю. Найти, на какую величину Δl сжимается пружина, если известно, что брусок не совершает колебаний. Число капель в единице объема потока $n = 2 \cdot 10^3$ м⁻³. Площадь поверхности бруска, в которую ударяют капли, $S = 100$ см².



6.38. Шарик массой $m = 0,1$ г, несущий отрицательный заряд $q = -10^{-7}$ Кл, движется вдоль силовой линии однородного электрического

поля с напряженностью $E = 7 \cdot 10^3$ В/м, направленной вертикально вниз. На пути $l = 1$ м величина скорости шарика изменилась в 2 раза, а направление скорости осталось неизменным. Найти величину скорости шарика V в конце этого пути. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

6.39. На шероховатом столе лежит доска массой $M = 1$ кг и длиной $L = 0,5$ м так, что за край стола выступает ее часть длиной αL , где $\alpha = 1/4$. Какую минимальную скорость v_0 нужно сообщить маленькому бруску массой $m = 1$ кг, находящемуся на левом конце доски, чтобы в результате его перемещения левый конец доски приподнялся над столом? Коэффициент трения между бруском и доской $\mu = 0,1$. Доска при движении бруска не скользит по столу. Толщиной доски пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Ответы

1. Механика

1.1. Кинематика

$$1.1.1. \tau_2 = \tau_1(\sqrt{2} - 1) \cong 2,1 \text{ с.}$$

$$1.1.2. V_1 = V\sqrt{1 - \frac{l}{L}} = V\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 280 \text{ м/с.}$$

$$1.1.3. a = \frac{8L(t_2 - t_1)^2}{(2t_1t_2 + t_2^2 - t_1^2)^2} \cong 0,25 \text{ м/с}^2.$$

$$1.1.4. S = \frac{V_1V_2(2t_1 + t_2)}{2(V_2 - V_1)} = 4800 \text{ м.}$$

$$1.1.5. t = \frac{\tau}{g}\sqrt{a^2 + ag} = 2,45 \text{ мин.}$$

$$1.1.6. \tau = \frac{h}{V} - \frac{V}{g}\left(\sqrt{1 + \frac{2gh}{V^2}} - 1\right) = 3,2 \text{ с.}$$

$$1.1.7. \tau = \left(\frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g} \left(1 + \frac{a}{g} \right)} \right) t = 630 \text{ с} \cong 10,5 \text{ мин.}$$

$$1.1.8. \tau = \frac{V_0}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2(H-h)g}{V_0^2}} - 2\sqrt{1 - \frac{2gh}{V_0^2}} \right) = 0,8 \text{ с.}$$

$$1.1.9. V_0 = \sqrt{2(H-h)(g-a)} = 6 \text{ м/с.}$$

$$1.1.10. \tau = \frac{d}{gt} - \frac{t}{2} = 1,5 \text{ с.}$$

$$1.1.11. S_1 = \frac{V_1 S}{V_1 + V_2} - \frac{g\alpha S^2}{2(V_1 + V_2)^2} = 60 \text{ см, } S_2 = 70 \text{ см.}$$

$$1.1.12. S = \frac{3v_0^2}{8g} = 0,9375 \text{ м.}$$

$$1.1.13. \alpha = \frac{t_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = \frac{5}{3}.$$

$$1.1.14. h = l \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V^2 \cos^2 \alpha} \cong 2 \text{ м.}$$

$$1.1.15. S = \frac{V_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \left[1 + \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{V_0^2 \sin^2 \alpha}} \right] \cong 1,81 \text{ м.}$$

$$1.1.16. \alpha = \operatorname{arctg}(4n) = \operatorname{arctg} \sqrt{3} = 60^\circ.$$

$$1.1.17. L_2 = L_1 \frac{\sin 2\alpha_2}{\sin 2\alpha_1} = 10 \text{ км.}$$

$$1.1.18. L = 2\sqrt{h(H-h)} \cong 1,7 \text{ м.}$$

$$1.1.19. l = V_0 \tau \sqrt{1 - \frac{3g\tau}{V_0} \sin \alpha + \left(\frac{3g\tau}{2V_0} \right)^2} \cong 1877 \text{ м.}$$

$$1.1.20. \beta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{h}{h+H}} \cos \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$1.1.21. \sin \beta = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0}}} = 0,5; \quad \beta = 30^\circ.$$

$$1.1.22. \alpha = \arccos \left(\cos \beta \sqrt{1 + \frac{2g\Delta h}{V_0^2}} \right) = 45^\circ.$$

$$1.1.23. V_0 = \frac{l}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{2g}{h + 2l \operatorname{tg} \alpha}} \cong 10 \text{ м/с.}$$

$$1.1.24. S = \frac{4h}{\cos \alpha} (\sin 2\alpha \cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin^2 2\alpha) = 8h \sin \alpha = 4h \sqrt{2} \cong 2,83 \text{ м.}$$

$$1.1.25. S = 2 \sqrt{R^2 + \frac{2hV^2}{g}} \sin \left(\frac{V\tau}{2R} \right) \cong 2 \text{ км.}$$

$$1.1.26. \Delta l_{\max} = \sqrt{\frac{mga}{k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \cong 4,14 \text{ см.}$$

$$1.1.27. V = \frac{V_0}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3V_0}{3 - \sqrt{3}} \cong 2,36 \text{ м/с.}$$

$$1.1.28. V_2 = V_1 \frac{\cos(180^\circ - \alpha)}{\cos \beta} = V_1 \sqrt{3} \cong 52 \text{ км/ч.}$$

$$1.1.29. \omega = \frac{1}{l} \left(V_1 \sin \alpha + \sqrt{V_2^2 - V_1^2 \cos^2 \alpha} \right) \cong 2 \text{ рад/с.}$$

1.2. Динамика

$$1.2.1. m_1 = \frac{2am}{a + g}.$$

$$1.2.2. \mu = \frac{(\beta - \alpha)}{\alpha(\beta - 1)} \cdot \frac{F}{mg} \cong 0,25.$$

$$1.2.3. V_0 = \frac{Va_1}{a_1 - a_2} = 100 \text{ км/ч.}$$

$$1.2.4. V = \sqrt{\frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\beta}} \cong 22,3 \text{ м/с.}$$

$$1.2.5. \beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos \alpha}{mg / F - \sin \alpha} \right)$$

$$1.2.6. a = g(\sin \beta - \operatorname{tg} \alpha \cos \beta) = g(2 - \sqrt{3}) \cong 2,63 \text{ м/с}^2.$$

$$1.2.7. \tau = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha}}.$$

$$1.2.8. F_1 = F \left(2 \frac{g}{a} \sin \alpha - 1 \right) = 90 \text{ Н.}$$

$$1.2.9. R = \begin{cases} mg\sqrt{1 + \mu^2} \cos \alpha & \text{при } \mu < \operatorname{tg} \alpha, \\ mg & \text{при } \mu \geq \operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

$$1.2.10. F = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \cong 3,43 \text{ Н.}$$

$$1.2.11. \mu = \left| \operatorname{tg} \alpha - \frac{m_2}{m_1 \cos \alpha} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6} \cong 0,29.$$

$$1.2.12. a > \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} g = 10,6 \text{ м/с}^2. \text{ Если } \mu \operatorname{tg} \alpha \geq 1, \text{ тело не будет}$$

скользить при любых ускорениях.

$$1.2.13. S = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2 \cong 39,5 \text{ м.}$$

$$1.2.14. F = (m_1 + m_2)a + 2\mu m_2 g \cong 24,5 \text{ Н.}$$

$$1.2.15. F_{\min} = \mu mg \left(1 + \frac{m}{M} \right) \cong 6,1 \text{ Н.}$$

$$1.2.16. \Delta l > \frac{(M + m)}{k} \cdot \mu g.$$

$$1.2.17. \tau = \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 - m_2)}} = 0,5 \text{ с.}$$

$$1.2.18. \Delta m = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \cong 16,7 \text{ г.}$$

$$1.2.19. l_1 = \frac{(M - m)l_0 + 2ml}{M + m} = 14 \text{ см.}$$

$$1.2.20. F = \frac{2Mm}{2M + m} g = 0,95 \text{ Н.}$$

$$1.2.21. F = \begin{cases} \sqrt{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu) g & \text{при } \mu < \frac{m_2}{m_1}, \\ \sqrt{2} m_2 g & \text{при } \mu \geq \frac{m_2}{m_1}. \end{cases} \quad \text{При данных задачи}$$

$$F \cong 1,39 \text{ Н.}$$

$$1.2.22. F = mg(1 + \sin \alpha) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \cong 1,3 \text{ Н.}$$

$$1.2.23. T = m \sqrt{g^2 + \left(\frac{V^2}{R} \right)^2} = 1 \text{ Н.}$$

$$1.2.24. T = 4\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}}.$$

$$1.2.25. R = \sqrt[3]{\frac{gr^2 T^2}{4\pi^2}}.$$

$$1.2.26. \rho = \frac{3\pi n^3}{GT^2}.$$

$$1.2.27. T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1 - \eta/100\%)}} \cong 4,34 \cdot 10^4 \text{ с} \cong 12 \text{ час.}$$

$$1.2.28. T = 2\pi \left(1 + \frac{h}{R} \right) \sqrt{\frac{R}{g \left[(1 + h/R)^2 - 1 \right]}}.$$

$$1.2.29. m = \frac{T_2 - T_1}{6g} \cong 0,017 \text{ кг.}$$

$$1.2.30. a = g\sqrt{9\mu^2 + 4} = 20,5 \text{ м/с}^2.$$

$$1.2.31. F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 l^2 \sin^2 \varphi} \cong 1,01 \text{ Н.}$$

1.3. Законы сохранения в механике

$$1.3.1. U = \frac{M + m}{m \cos \alpha} V \cong 14 \text{ см/с.}$$

$$1.3.2. t = \frac{L(N^2 + N - 2)}{2V_0} = 210 \text{ с.}$$

$$1.3.3. \quad l = 4a = 60 \text{ м.}$$

$$1.3.4. \quad V_2 = \frac{1}{m - m_1} \sqrt{m^2 V^2 + m_1^2 (V_1^2 - 2gh)} \cong 30,6 \text{ м/с.}$$

$$1.3.5. \quad V_0 = \sqrt{\frac{gl}{1 + \beta}} \cong 1,1 \text{ м/с.}$$

$$1.3.6. \quad p = \frac{P_0}{\sqrt{1 + 16/\alpha^2}} = \frac{P_0}{\sqrt{5}} \cong 447 \text{ кгм/с.}$$

$$1.3.7. \quad \Delta p = |m_2 - m_1| \sqrt{\frac{2gh|m_2 - m_1|}{m_2 + m_1}}.$$

$$1.3.8. \quad V = m \cos \alpha \sqrt{\frac{2gh}{M(M + m \cos^2 \alpha)}} \cong 2,7 \text{ см/с.}$$

$$1.3.9. \quad V_1 = \frac{m_0}{m_1} \sqrt{2gh} = 40 \text{ м/с.}$$

$$1.3.10. \quad \beta = \arccos \left[1 - \frac{m^2 V^2 \cos^2 \alpha}{2(m + M)^2 gl} \right] \cong 60^\circ.$$

$$1.3.11. \quad \beta = 1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha \cong 1,03.$$

$$1.3.12. \quad V = \sqrt{gh(2 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} \cong 6,1 \text{ м/с.}$$

$$1.3.13. \quad \mu = \frac{V^2}{4gh} \operatorname{tg} \alpha \cong 0,59.$$

$$1.3.14. \quad h = H \cdot \frac{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha} \cong 0,33 \text{ м.}$$

$$1.3.15. \quad Q = \frac{m}{2} (V_1 - V_2) \cdot \left[V_1 + V_2 - \frac{m}{M} (V_1 - V_2) \right] = 2820 \text{ Дж.}$$

$$1.3.16. \quad V = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{(M + m)k} = 600 \text{ м/с.}$$

$$1.3.17. \quad V = m \sqrt{\frac{2gR}{M(m + M)}} \cong 11,9 \text{ см/с.}$$

$$1.3.18. E = \frac{m}{2\alpha} \left(1 + \frac{m}{M}\right) V^2 = 3,825 \text{ Мдж.}$$

$$1.3.19. l = 2 \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 6 \text{ м.}$$

$$1.3.20. Q = \frac{mM}{2(m+M)} V^2 = 568,2 \text{ Дж.}$$

$$1.3.21. A = M \left(1 + \frac{M}{m}\right) \mu g S = 29,4 \text{ Дж.}$$

$$1.3.22. V_2 = V_1 \sqrt{1 + \frac{m}{M}} \cong 5,05 \text{ м/с.}$$

$$1.3.23. S = 4H \sqrt{\frac{A}{mgH}} - 1 = 12 \text{ м.}$$

$$1.3.24. \eta = \frac{\Delta h}{R + h - \Delta h} = 3,7 \cdot 10^{-3}.$$

$$1.3.25. A = \frac{(\mu mg)^2}{2k} = 0,1 \text{ Дж.}$$

$$1.3.26. V_1 = V \sqrt{\frac{M}{m+M}}.$$

$$1.3.27. W = \frac{1}{2} M V_1 V_2 = 12 \text{ Дж.}$$

$$1.3.28. \Delta N = mg V \sin \alpha = 29,4 \text{ кВт.}$$

$$1.3.29. A = \frac{5}{4} mgl \cong 1,2 \text{ Дж.}$$

$$1.3.30. Q = m_2 \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot gh = 1,32 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

$$1.3.31. Q = (m_1 - m_2)gh - \frac{2(m_1 + m_2)h^2}{\tau^2} = 92 \text{ Дж.}$$

$$1.3.32. Q = \frac{1}{4} m(V_1^2 + V_2^2) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$1.3.33. \alpha = 2 \arcsin \sqrt{\eta} = 90^\circ.$$

$$1.3.34. Q = m(V_1 V_2 - U_1^2) = 11 \text{ Дж.}$$

$$1.3.35. U_1 = \frac{\sqrt{10}}{4} V_1 \cong 791 \text{ м/с, } U_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} V_1 \cong 354 \text{ м/с.}$$

$$1.3.36. \Delta U = gh(M - m) + \mu gh(H - h) = 55 \text{ кДж.}$$

$$1.3.37. V = \sqrt{2gl \left(\frac{l}{l} - \frac{1}{2} \right)} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cong 1,58 \text{ м/с.}$$

$$1.3.38. A = V_0 \sqrt{\frac{m}{2k + k_1}} = 1 \text{ см.}$$

$$1.3.39. A = \frac{2V_0}{(1 + M/m)} \sqrt{\frac{M}{k}} = 0,4 \text{ м.}$$

$$1.3.40. m = \frac{100\%}{\eta h} M \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \mu g L \right) \cong 23,8 \text{ кг.}$$

$$1.3.41. \alpha = \frac{1 + \sqrt{h/R}}{1 - \sqrt{h/R}} = 3.$$

$$1.3.42. V = \frac{h}{l} \sqrt{2g(l-h)} \cong 1,33 \text{ м/с.}$$

$$1.3.43. T = \frac{1}{\alpha g} \left[\sqrt{(V_0 - \alpha g \tau + 2U)^2 + 2\alpha g(V_0 \tau - \alpha g \tau^2 / 2)} - (V_0 - \alpha g \tau + 2U) \right] = 1,4 \text{ с.}$$

$$1.3.44. V = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \frac{V_0^2}{2gh} + \frac{m_1}{m_1 + m_2}} = 12 \text{ м/с.}$$

1.4. Статика

$$1.4.1. F = mg\sqrt{3} = 118,8 \text{ Н.}$$

$$1.4.2. x = L \sqrt{1 - \left(\frac{mg}{2F} \right)^2} = 1,6 \text{ м.}$$

$$1.4.3. \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0,577.$$

$$1.4.4. \operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{3}(m_1 + m_2)}.$$

$$1.4.5. F = mg \frac{\operatorname{tg} \alpha - \mu}{\mu \operatorname{tg} \alpha + 1} = 6 \text{ Н.}$$

$$1.4.6. F = \left[m_2 + \frac{ml/2 - (m + m_1)l_1}{l - l_1} \right] g = 3,85 \text{ Н.}$$

$$1.4.7. l = \frac{2S}{1 - \alpha} = 0,75 \text{ м.}$$

$$1.4.8. \mu = \frac{r}{R \sin \alpha} = 0,2$$

$$1.4.9. F = mg \sqrt{1 + \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \alpha} \cong 11 \text{ Н.}$$

$$1.4.10. \mu \geq \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 2 \sin^2 \alpha} = 0,5.$$

$$1.4.11. \beta = \frac{m_1 \alpha}{m_2 + 2\alpha(m_1 - m_2)} = \frac{1}{3}.$$

$$1.4.12. N = Mg \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{H}{L} \sin \alpha \right) \cong 4,18 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

$$1.4.13. F = mg \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha \right)^2}.$$

1.5. Механика жидкостей и газов

$$1.5.1. m = (M - Sh\rho_2) \cdot \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} = 60,3 \text{ г.}$$

$$1.5.2. m = M \frac{h}{\Delta h} = 10 \text{ кг.}$$

$$1.5.3. F_{\text{тп}} = (\rho_A - \rho_B) a^3 g \sin \alpha = 8,5 \text{ Н.}$$

$$1.5.4. T = \frac{\rho g l S_1 S_2}{S_1 - S_2} \cong 490 \text{ Н.}$$

$$1.5.5. \Delta h = \frac{m}{2\rho S} = 0,5 \text{ см.}$$

$$1.5.6. \text{Уровень в левом колене опустится на } \Delta h = \frac{\rho_B (h_1 - h_2)}{2(\rho - \rho_B)} = 1 \text{ см.}$$

$$1.5.7. \quad h_2 = \frac{\rho_B}{3\rho}(h_1 + h_3) = 10 \text{ мм.}$$

$$1.5.8. \quad F = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho - 0,5\rho_B)g \cong 29 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

$$1.5.9. \quad \alpha = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{5}{4}.$$

$$1.5.10. \quad H_1 = H + \Delta h \frac{\rho_B}{\rho_C} = 20,8 \text{ см.}$$

$$1.5.11. \quad h = \frac{\alpha(h_1 + h_2) - 2h_1h_2}{2\alpha - (h_1 + h_2)}.$$

$$1.5.12. \quad \rho = \rho_1\rho_2 \frac{h_2 - h_1}{\rho_2h_2 - \rho_1h_1} = 360 \text{ кг/м}^3.$$

$$1.5.13. \quad \rho = \frac{M\rho_0}{(M + \rho_0Sh)} = 0,8 \text{ г/см}^3.$$

$$1.5.14. \quad h = \frac{1}{S\rho_B} \left[\frac{4}{3}\pi R^3\rho_D + m \left(1 - \frac{\rho_D}{\rho_{CB}} \right) \right] \text{ при } m \leq m_0,$$

$$h = \frac{1}{S} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ при } m \geq m_0, \quad m_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{CB} \frac{\rho_B - \rho_D}{\rho_{CB} - \rho_D}.$$

$$1.5.15. \quad \beta = \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) \cdot 100\% = \frac{(1 - \alpha/100\%)\rho_B(\rho_A - \rho_D)}{(\rho_A - \alpha\rho_B/100\%)(\rho_B - \rho_D)} \cdot 100\% = 51\%.$$

$$1.5.16. \quad F = \left[\frac{1}{2}L\rho - \left(1 - \frac{l}{2L} \right)l\rho_B \right] Sg = 0,025 \text{ Н.}$$

$$1.5.17. \quad \rho = \frac{1}{\alpha} \left(2 - \frac{1}{\alpha} \right) \rho_0 = 0,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

1.6. Механические колебания и волны

$$1.6.1. \quad A > \frac{\mu g T^2}{4\pi^2}.$$

$$1.6.2. \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g S}}.$$

$$1.6.3. T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}.$$

$$1.6.4. T_1 = \left(1 + \frac{h}{R}\right) T_0 = 1,001 \text{ с.}$$

$$1.6.5. T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm qUl/md}} \quad (\text{знак "+" , когда нижняя обкладка заряжена отрицательно}).$$

$$1.6.6. T = 2\pi \frac{M+m}{mV} A \cong 1,26 \text{ с.}$$

$$1.6.7. T = 2\pi \sqrt{\frac{h_1 h_2}{g(h_1 + h_2)}} \cong 0,31 \text{ с.}$$

$$1.6.8. E = \frac{1}{2} mAa_{\max} = 0,3 \text{ Дж.}$$

$$1.6.9. V_{c.p.} = \frac{3x_0}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \cong 0,48 \text{ м/с.}$$

$$1.6.10. F = m \left(g + \frac{4\pi^2 A}{T^2} \right) \cong 11,8 \text{ Н.}$$

2. Молекулярная физика и термодинамика

2.1. Основы молекулярно-кинетической теории

$$2.1.1. \rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1} = 0,51 \text{ кг/м}^3.$$

$$2.1.2. k = 1,5.$$

$$2.1.3. \alpha = \frac{1}{2}, \text{ кинетическая энергия уменьшится в 2 раза.}$$

$$2.1.4. p = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3) T_2}{(V_1 + V_2 + V_3) T_1}.$$

$$2.1.5. T_2 = \sqrt{T_1 T_3} = 346 \text{ К.}$$

$$2.1.6. p = \left(\frac{m_1}{M} + \nu_2 \right) \frac{RT}{V} = 8,31 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$2.1.7. \Delta m = \frac{m(t_2 - t_1)}{2(t_1 + t_2 + 546^\circ \text{C})} = 0,3 \text{ г.}$$

$$2.1.8. \Delta m = \frac{p_0 V M}{R} \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{T_1 T_2} = -2,4 \text{ кг.}$$

$$2.1.9. p = p_0 \frac{nv}{V} = 0,25 \text{ МПа.}$$

$$2.1.10. \Delta T = \frac{2lT}{L-l} = 400 \text{ К.}$$

$$2.1.11. m_0 = \frac{mp_0 T_1}{p_0 T_1 - p_M T_0} = 30 \text{ г.}$$

$$2.1.12. p = (p_K + p_0) \frac{(t + 273^\circ \text{C})}{(t_1 + 273^\circ \text{C})} = 375 \text{ кПа.}$$

$$2.1.13. t_1 = \frac{\beta(t + 273^\circ \text{C})}{\beta(1 - \beta)} - 273^\circ \text{C} = 90,6^\circ \text{C.}$$

$$2.1.14. \Delta V = \frac{m_1 \Delta m_2 V}{(m_1 + m_2) \cdot (m_1 + m_2 - \Delta m_2)} = 200 \text{ см}^3.$$

$$2.1.15. \Delta h = h_1 - h_0 = h_0 \left(\frac{Sp_0}{Sp_0 + mg} - 1 \right) = -8,9 \text{ см.}$$

$$2.1.16. T_2 = T_1 \left(1 + \frac{m}{M} \right) = 315 \text{ К.}$$

$$2.1.17. T = \frac{Ph(H-h)}{Rv(H-2h)} = 310,5 \text{ К} = 37,5^\circ \text{C.}$$

$$2.1.18. \alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(L - H_2 + H_1) \cdot (L - H_1) H_2}{(L - H_1 + H_2) \cdot (L - H_2) H_1} = 0,7.$$

$$2.1.19. \Delta h = \frac{R(t_1 - t_2)}{p_0 S - Mg} \cong 1 \text{ м.}$$

$$2.1.20. T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{MkH(H-h)}{mR} = 487,5 \text{ К.}$$

$$2.1.21. h = \frac{m(T_2 - T_1)R}{M(Sp_0 + M_0g)} = 41,5 \text{ см.}$$

$$2.1.22. \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{n} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n} \right)^2} + 2 = \sqrt{2}.$$

$$2.1.23. \alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{M_{\text{Ne}} - M_{\text{He}}}{M_{\text{Ne}} - 3M_{\text{He}}} = 3.$$

$$2.1.24. n_0 = \frac{p_2}{kT_2} = 3,333 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

$$2.1.25. \Delta m = \frac{pVM_{\text{H}_2}}{R(t + 273^\circ \text{C})} - m \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cong 77 \text{ г.}$$

2.2. Элементы термодинамики

$$2.2.1. U = \frac{3}{2} pV = 225 \text{ кДж.}$$

$$2.2.2. A = (n-1)\nu RT = 8310 \text{ Дж.}$$

$$2.2.3. A = \frac{7}{4} p_0 V_0 = 175 \text{ Дж.}$$

$$2.2.4. A = \frac{m}{2M} R(T_2 - T_1) \cong 8,3 \text{ кДж.}$$

$$2.2.5. \Delta h = \frac{2Q}{5mg} = 0,1 \text{ м.}$$

$$2.2.6. Q = \frac{5}{2} l(p_0 S + Mg \sin \alpha) \cong 73,38 \text{ Дж.}$$

$$2.2.7. \Delta Q = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) = 8 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

$$2.2.8. \beta = \frac{13}{11} = 1,1818..$$

$$2.2.9. \Delta Q = \frac{2p_1}{V_1} (V_2^2 - V_1^2) = 6 \text{ кДж.}$$

$$2.2.10. \Delta Q = \frac{1}{2} [p_1(V_2 - 4V_1) + p_2(V_3 - V_1) + p_3(4V_3 - V_2)] = -20 \text{ Дж.}$$

$$2.2.11. Q = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2} (3T_1 - 5T_2) + p_0 V_0 = 11,1 \text{ кДж.}$$

$$2.2.12. T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 360 \text{ К.}$$

$$2.2.13. p = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) R}{(V_1 + V_2) M}.$$

$$2.2.14. \Delta p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V} = 1,66 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

$$2.2.15. Q = \frac{(p_0 S + P)}{2} \cdot [(3\alpha + 2)H - 5h] = 210 \text{ Дж.}$$

$$2.2.16. A = p_2 V_2 + \frac{3}{2} p_1 V_2 - \frac{5}{2} p_2 V_1 = 18,8 \text{ кДж.}$$

$$2.2.17. A = \frac{R(T - T_1)^2}{T_1} \cong 11,07 \text{ Дж.}$$

$$2.2.18. A = \frac{3}{2} R(m^2 - 1)T_0 = 11,2 \text{ кДж.}$$

$$2.2.19. Q = \frac{1}{2}(5P + 3kH + 4k\Delta h)\Delta h = 18 \text{ Дж.}$$

$$2.2.20. \Delta h = \frac{M}{m} H = 20 \text{ см.}$$

$$2.2.21. \beta = \sqrt{1 + \frac{2MA}{3mR(t + 273^\circ \text{C})}} = 1,3.$$

$$2.2.22. \alpha = \sqrt{1 + \frac{2\Delta Q}{5(Mg + p_0 S)h}} = 1,1.$$

$$2.2.23. N = \mu q \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 10 \text{ кВт.}$$

$$2.2.24. \eta = \frac{2(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2}{5T_3 - 3T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3}} \cong 10,4\%.$$

2.3. Изменение агрегатного состояния вещества

$$2.3.1. m = \frac{fM\rho_n V}{RT} = 0,48 \text{ кг.}$$

$$2.3.2. \Delta m = \frac{(f_2 - f_1)}{100\%} \rho_n V = 346 \text{ г.}$$

$$2.3.3. f_2 = f_1 + \frac{m}{\rho_n V} \cdot 100\% = 43\%.$$

$$2.3.4. \tau = \frac{p_n(f_2 - f_1)M_{\text{H}_2\text{O}}V}{100\% \cdot \alpha R(t + 273^\circ \text{C})} = 15,5 \text{ мин.}$$

$$2.3.5. n = \frac{4}{3} \cong 1,33 \text{ раза (влажность увеличится).}$$

$$2.3.6. x = \begin{cases} \frac{V}{S} \cdot \frac{mg}{\rho_n S - mg} & \text{при } m < \frac{\rho_n S}{2g}, \\ \frac{V}{S} & \text{при } m \geq \frac{\rho_n S}{2g}, \end{cases} \quad \text{при данных задачи } x = 5,3 \text{ мм.}$$

$$2.3.7. m = \frac{\rho_n n V \tau M (f_2 - f_1)}{RT \cdot 100\%} \cong 37,3 \text{ г.}$$

$$2.3.8. \tau_2 = \tau_1 \frac{r}{c(t_k - t)} = 60,8 \text{ мин.}$$

$$2.3.9. m \cong 502 \text{ г.}$$

$$2.3.10. V_1 = V - \frac{m \tau \eta}{\rho_B r \cdot 100\%} + \frac{c}{r} \cdot (t_k - t) V = 2,52 \text{ л.}$$

$$2.3.11. T_3 = T_2 + \frac{1}{Mc} [r \Delta m + c_1 \Delta m \cdot (T_k - T_2) + c_2 m (T_2 - T_1)].$$

$$2.3.12. c = \frac{\lambda \tau_0}{\tau(t_2 - t_1) - \tau_0(t_{н.п} - t_2)} \cong 0,23 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

$$2.3.13. V = \frac{v_0^2}{2\rho c(t_k - t_0)} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cong 143 \text{ см}^3.$$

$$2.3.14. p = p_0 \frac{2mcT_1 + 3p_0V_0}{2mcT_0 + 3p_0V_0} \cong 1,67 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$2.3.15. \Delta p = \frac{2QvR}{V(3vR + 2mc)} = 8 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

$$2.3.16. m = \frac{W t_1 t_2}{c \Delta T (t_1 + t_2)} \cong 4,8 \text{ кг.}$$

3. Электродинамика

3.1. Электростатика

$$3.1.1. q_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{4} q = -5,2 \text{ мкКл.}$$

$$3.1.2. \alpha = \frac{q_2}{q_1} = \frac{7}{6} \sqrt{\frac{7}{3}} \cong 1,8.$$

3.1.3. Внутри квадрата на биссектрисе $\angle ADB$ на расстоянии

$$b = \frac{a}{2\sqrt{\cos \frac{\pi}{8}}} = \frac{a}{\sqrt[4]{8+4\sqrt{2}}} \cong 0,5 \text{ м от точки } D.$$

$$3.1.4. E_0 = \frac{q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cong 14,1 \text{ кВ.}$$

$$3.1.5. Q_3 = a\sqrt{4\pi\epsilon_0 \frac{F_{13}F_{23}}{F_{12}}} \cong 2,57 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

$$3.1.6. q = 2L_1\sqrt{\pi\epsilon_0 \frac{mg(L-L_1)}{\sqrt{4l^2 - (L-L_1)^2}}}.$$

$$3.1.7. k = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1.$$

$$3.1.8. l = \frac{q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mg}} \cong 0,6 \text{ м.}$$

$$3.1.9. m = \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 g R^2} \left(\frac{2R}{h} \right)^{3/2}.$$

$$3.1.10. q = \frac{q_1 r_2 - q_2 r_1}{r_1 + r_2} \cong 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ К.}$$

$$3.1.11. F' = F \cdot \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2} = \frac{8}{9} \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

$$3.1.12. V = \sqrt{2gh - \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 Mh} (1 - \operatorname{tg} \alpha)}.$$

$$3.1.13. L = \frac{l}{1 - \frac{2\pi\epsilon_0 l m_1 m_2 V_0^2}{(m_1 + m_2) q_1 |q_2|}} \cong 3,85 \text{ м.}$$

$$3.1.14. L = \frac{l}{1 + \frac{2\pi\epsilon_0 l m_1 m_2 (V_1 + V_2)^2}{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}} \cong 1,32 \text{ м.}$$

$$3.1.15. q_A = -q_B = -\frac{Qr}{2R}.$$

$$3.1.16. Q_2' = \frac{Q_2 - Q_1}{2} = 10^{-6} \text{ Кл, } Q_2'' = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$3.1.17. q = \varepsilon_0 \pi r^2 E = 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$3.1.18. F = F_0 \frac{n^2}{(n-1)^2} = 4F_0.$$

$$3.1.19. \alpha = \frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon} = \frac{2}{3}.$$

$$3.1.20. \varphi_0 = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

$$3.1.21. U = E \frac{C_2C_3 - C_1C_4}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)} = 0.$$

$$3.1.22. U_4 = \frac{C_1C_3U}{C_3C_4 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)} \cong 9,09 \text{ В.}$$

$$3.1.23. U = \frac{U_1S_1 + U_2S_2}{S_1 + S_2}.$$

$$3.1.24. W = \frac{\varepsilon}{2} W_0 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

$$3.1.25. A = \frac{1}{4} CU_0^2(\varepsilon^2 - 1).$$

$$3.1.26. \Delta W = \frac{CU^2}{2} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} = -2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж. Энергия уменьшится.}$$

$$3.1.27. Q = \frac{C_1C_2^2C_3E^2}{2(C_1 + C_2)^2(C_1 + C_3)}.$$

3.2. Постоянный ток

$$3.2.1. R_1 = \frac{E-U}{U} R - r = 2,8 \text{ Ом.}$$

$$3.2.2. U = \frac{E}{\frac{r}{r_B} + \frac{r}{R_1} + 1} = 20 \text{ В.}$$

$$3.2.3. m = kC\Delta U = 0,112 \text{ мг.}$$

$$3.2.4. R = \frac{E_2r_1}{E_1 - E_2} = 1 \text{ Ом.}$$

$$3.2.5. E_2 = \frac{E_1R_2}{R_1} = 20 \text{ В.}$$

$$3.2.6. I_1 = I_2 = \frac{ER_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = \frac{1}{11} \text{ A.}$$

$$3.2.7. R = \frac{E_1r_2 - E_2r_1}{3(E_2 - E_1)}.$$

$$3.2.8. r = R = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.9. r_1 = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right) R_1 - R = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.10. \Delta I = \frac{UR}{(3R_1 + R)(5R_1 + 2R)} = 0,5 \text{ A.}$$

$$3.2.11. r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2(1 + R_2/R_1) - I_1} = 4 \text{ Ом.}$$

$$3.2.12. m = \frac{W}{W_0} = \frac{R_1^2}{(r + R + R_1)^2} = \frac{1}{16}.$$

$$3.2.13. Q_2 = Q_1 \frac{r + R/2}{r + 2R} \cong 5,4 \text{ Кл.}$$

$$3.2.14. r = \frac{R}{16} \cdot \frac{(4 - 3m)}{m - 1} = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.15. R = \frac{V_2}{I_2} - \frac{V_2 - V_1}{I_1} \cong 63,4 \text{ Ом.}$$

$$3.2.16. U_{MN} = \frac{ER}{R + 3r} \cong 1,54 \text{ В.}$$

$$3.2.17. \alpha = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = 1,2$$

$$3.2.18. V_1 = \frac{E}{1 + U_2/U_1} = 7,2 \text{ В, } V_2 = E - V_1 = 4,8 \text{ В.}$$

$$3.2.19. I = \frac{(R_1 - R)}{(R + 3R_1)} \cdot \frac{U}{R} = 2,5 \text{ mA.}$$

$$3.2.20. E = \sqrt{W} (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = 9 \text{ В.}$$

$$3.2.21. W_{II} = \left(\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + U^2/W} \right)^2 \cdot \frac{U^2}{W} = 4 \text{ Вт.}$$

$$3.2.22. W_2' = \frac{W_1^2}{W_2} = 10 \text{ Вт.}$$

$$3.2.23. W = \frac{(E_2 r_1 - E_1 r_2)(E_1 - E_2)}{(r_1 - r_2)^2} = 24 \text{ Вт.}$$

$$3.2.24. r = \left(\frac{100\%}{\eta} - 1 \right) R = \frac{1}{3} \text{ Ом.}$$

$$3.2.25. P_2 = P_1 \frac{R_2 R_3^2}{R_1 (R_2 + R_3)^2} = 18 \text{ Вт.}$$

$$3.2.26. \frac{W_2}{W_1} = 2 - \sqrt{2} \cong 0,586.$$

$$3.2.27. \beta = \frac{R + r/2}{R + 2r} = 0,5.$$

$$3.2.28. r = \frac{n-m}{n(n-1)} R_1 = \frac{1}{6} \text{ Ом.}$$

$$3.2.29. r = R \frac{(2 - \sqrt{n})}{(2\sqrt{n} - 1)} \cong 0,316 \text{ Ом.}$$

$$3.2.30. Q_1 = \frac{CU^2}{2(1 + R_1/R_2)} \cong 4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

$$3.2.31. W = \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 0,03 \text{ Дж.}$$

$$3.2.32. Q = \frac{CE^2 R_2^2}{2(R_1 + R_2)^2} = 0,2 \text{ Дж.}$$

$$3.2.33. Q = 2CE^2 = 3,6 \text{ Дж.}$$

$$3.2.34. \alpha = 2k - 1 \pm 2\sqrt{k^2 - k} = 3 \pm 2\sqrt{2}; \quad \alpha_1 \cong 0,17, \quad \alpha_2 \cong 5,83.$$

$$3.2.35. \alpha = \frac{P_2}{P_1} = 0,6.$$

$$3.2.36. P_n = \frac{(U_0 - U_1)U_1}{U_0^2} P \cong 434 \text{ Вт.}$$

$$3.2.37. E = \frac{W_2 r}{\sqrt{2(2 - \sqrt{W_2/W_1})(\sqrt{W_2/W_1} - 1)}} = 12 \text{ В.}$$

$$3.2.38. R = 2r \frac{\sqrt{W_2/W_1} - 1}{2 - \sqrt{W_2/W_1}} = 1 \text{ Ом.}$$

$$3.2.39. R = r \frac{2 - \sqrt{W_2/W_1}}{2(\sqrt{W_2/W_1} - 1)} = 0,9 \text{ Ом.}$$

$$3.2.40. E = \frac{W_2 r}{\sqrt{2(2 - \sqrt{W_2/W_1})(\sqrt{W_2/W_1} - 1)}} = 3 \text{ В.}$$

$$3.2.41. \eta = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \right) \cong 33\%.$$

$$3.2.42. R = \frac{\sqrt{W_2} r_2 - \sqrt{W_1} r_1}{\sqrt{W_1} - \sqrt{W_2}} = 0,3 \text{ Ом.}$$

3.3. Магнетизм

$$3.3.1. T = \frac{2\pi m}{qB} \cong 6,28 \text{ с.}$$

$$3.3.2. \alpha = \begin{cases} 180^\circ & \text{при } V_0 \leq \frac{q}{m} BL, \\ \arcsin\left(\frac{q}{m} \cdot \frac{BL}{V_0}\right) & \text{при } V_0 > \frac{q}{m} BL. \end{cases} \quad \text{В заданных условиях } \alpha = 30^\circ.$$

$$3.3.3. I = \frac{\mu mg}{Bl} = 20 \text{ А.}$$

$$3.3.4. I_2 = I_1 \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = 3 \text{ А.}$$

$$3.3.5. B = \frac{2\rho Sg}{I} \operatorname{tg} \alpha \cong 0,078 \text{ Тл.}$$

$$3.3.6. I \geq \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{Bl(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)} \cong 33,2 \text{ A.}$$

3.4. Электромагнитная индукция

$$3.4.1. I = \frac{B(a+b)h}{2\rho l(a+b+h+\sqrt{h^2+(a-b)^2})} = 76 \text{ mA.}$$

$$3.4.2. P = \frac{\pi^2 r^4}{R} k^2 \cos^2 \alpha \cong 2,5 \text{ Вт.}$$

$$3.4.3. Q = \frac{BSn}{R}.$$

$$3.4.4. q = \frac{E\Delta t}{NR} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

$$3.4.5. \Delta t = \frac{IL}{E} = 1 \text{ с.}$$

$$3.4.6. I = VBd \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0,15 \text{ A.}$$

$$3.4.7. V = \frac{mgR}{B^2 l^2}.$$

$$3.4.8. \vec{F} = \frac{\vec{V}}{V} F, \quad F = \frac{B^2 l^2 V}{R} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

$$3.4.9. I = \sqrt{\frac{mgV \sin \alpha}{R}} \cong 0,16 \text{ A.}$$

$$3.4.10. Q = \left(\frac{E - Bvl}{R+r} \right)^2 R t \cong 64 \text{ Дж.}$$

$$3.4.11. I = \frac{\mu_0 ab I_0 V}{2\pi x_0 (x_0 + b) R}.$$

$$3.4.12. a = \frac{F}{m + B^2 l^2 C}.$$

$$3.4.13. W = \frac{B^2 \omega^2 r^4}{4R} \cong 1,96 \text{ Вт.}$$

$$3.4.14. Q = \frac{LE^2 R_1^3}{2(R+R_1)(rR+rR_1+RR_1)^2} = 1,14 \text{ Дж.}$$

3.5. Электромагнитные колебания и волны

$$3.5.1. I = U_M \sqrt{\frac{3C}{4L}}.$$

$$3.5.2. Q = \frac{q^2}{2C} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \approx 0,047 \text{ Дж.}$$

$$3.5.3. Q = \frac{E^2}{2(r+R)^2} (L + CR^2) = 37,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$3.5.4. \lambda = 2\pi c \frac{LI_M}{U_M}.$$

$$3.5.5. \nu_0 = \frac{I_M}{2\pi C U_M}.$$

$$3.5.6. T_2 = \frac{T_1}{2}.$$

$$3.5.7. I = \sqrt{\frac{C}{L}} U \sin \frac{t_0}{\sqrt{LC}} \approx 0,71 \text{ А.}$$

$$3.5.8. \alpha = \frac{C_1 + C_2}{2\sqrt{C_1 C_2}} = 1,25.$$

$$3.5.9. U_{2\max} = \frac{2U_1 C_1}{C_1 + C_2} \approx 364 \text{ В.}$$

$$3.5.10. I_{\max} = U_1 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1 + C_2)}} = 0,75 \text{ А.}$$

4. Оптика

4.1. Геометрическая оптика

Отражение и преломление света

$$4.1.1. L = \frac{2h}{n} = 0,9 \text{ м.}$$

$$4.1.2. \alpha = \arcsin \left(n \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 60^\circ.$$

4.1.3. Окружность радиуса a с центром в точке O .

$$4.1.4. a = d \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 1,22 \text{ см.}$$

$$4.1.5. n = 2 \cos \alpha = \sqrt{3} \cong 1,73.$$

$$4.1.6. a_1 = \frac{a \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n \cos \alpha} \cong 3,74 \text{ см.}$$

$$4.1.7. H_{\max} = Rn = 1,33 \text{ м.}$$

$$4.1.8. r = R \frac{n_2}{n_1} = 4 \text{ см.}$$

$$4.1.9. n = \frac{1}{2 \sin 15^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} \cong 1,93.$$

$$4.1.10. \varphi = 60^\circ.$$

$$4.1.11. l = d \sin 2\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} - \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \cong 1,17 \text{ см.}$$

$$4.1.12. h = \frac{d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha (\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})} \cong 4,2 \text{ см.}$$

$$4.1.13. n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}} \cong 1,15.$$

$$4.1.14. l = (L - H \operatorname{ctg} \varphi) \frac{\sqrt{1 - n^2 \cos^2 \varphi}}{n \cos \varphi}.$$

$$4.1.15. \alpha = \arcsin \left(\frac{na}{R} \right) - \arcsin \left(\frac{a}{R} \right) = 15^\circ.$$

$$4.1.16. \alpha_{\max} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{n} \right) = 45^\circ.$$

$$4.1.17. \gamma = 2\alpha - 2 \arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$4.1.18. n = \frac{\sin \alpha}{\sin \left(\alpha - \frac{\gamma}{2} \right)} = \sqrt{2}.$$

$$4.1.19. V = \frac{\pi a^2 b}{4} \cdot \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1} \approx 35,7 \text{ л.}$$

$$4.1.20. \quad l = D \left| \frac{n_2}{\sqrt{2-n_2^2}} - \frac{n_1}{\sqrt{2-n_1^2}} \right| \cong 8,67 \text{ см}$$

$$4.1.21. \quad \sqrt{n^2-1} < \sin \alpha < 1, \quad 0,75 < \sin \alpha < 1, \quad 48^\circ 40' < \alpha < 90^\circ.$$

$$4.1.22. \quad \sin \alpha > \sqrt{n^2-1} = 0,75.$$

$$4.1.23. \quad n > \sqrt{2}.$$

$$4.1.24. \quad \sin \alpha > \sin \beta \sqrt{n^2-1} - \cos \beta, \text{ т.е. } \sin \alpha > 0.$$

$$4.1.25. \quad R = r + \frac{H}{\sqrt{n^2-1}} \cong 6,8 \text{ м.}$$

$$4.1.26. \quad \alpha \leq 180^\circ - 2 \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right).$$

$$4.1.27. \quad \beta = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \varphi + \arcsin(n \sin \alpha) \right] \cong 80^\circ.$$

$$4.1.28. \quad h = \frac{r}{(R-r)n} \sqrt{H^2 - (n^2-1)(R-r)^2} \cong 3,63 \text{ м.}$$

$$4.1.29. \quad \Delta h \cong h \alpha^2 (n-1) \cong 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

$$4.1.30. \quad \Delta n = \frac{\varphi}{\alpha} = 0,6.$$

$$4.1.31. \quad L = \frac{d}{2\alpha(n-1)} \cong 50 \text{ см.}$$

$$4.1.32. \quad \alpha > 2 \arcsin \left(\frac{1}{n} \right) = 60^\circ.$$

$$4.1.33. \quad \alpha = \frac{5}{4} \pi - 2 \arcsin \left(\frac{n}{\sqrt{2}} \right).$$

$$4.1.34. \quad \alpha = 90^\circ.$$

Тонкие линзы

$$4.1.35. \quad \beta = \arctg \left(\frac{a}{f} + \tg \alpha \right)$$

$$4.1.36. \beta = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{|f|} \right) = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{f} \right)$$

$$4.1.37. \beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{f} + \left(1 - \frac{l}{f} \right) \operatorname{tg} \alpha \right).$$

$$4.1.38. \beta = \operatorname{arctg} \left(\left(1 + \frac{l}{|f|} \right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{|f|} \right) = \operatorname{arctg} \left(\left(1 - \frac{l}{f} \right) \operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{f} \right).$$

$$4.1.39. d = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{L^2}{4} - LF} = 0,5 \text{ м.}$$

$$4.1.40. F = \frac{n \Delta l}{n^2 - 1} = \frac{32}{9} \text{ см.}$$

$$4.1.41. F = \sqrt{l l_2} = 0,6 \text{ м.}$$

$$4.1.42. d = \frac{|F|}{2}.$$

$$4.1.43. l = f \frac{(m+1)^2}{m} = 90 \text{ см.}$$

$$4.1.44. f = \frac{lm}{(m+1)^2} = 15 \text{ см.}$$

$$4.1.45. m_{1,2} = \frac{l}{2f} - 1 \pm \sqrt{\left(\frac{l}{2f} \right)^2 - \frac{l}{f}}; m_1 = 3, m_2 = \frac{1}{3}.$$

$$4.1.46. l = \sqrt{l l_2} = 4 \text{ см.}$$

$$4.1.47. n = \frac{d-F}{F} = 4.$$

$$4.1.48. x(t) = f + \frac{f^2}{vt}, \quad y(t) = \frac{af}{vt}.$$

$$4.1.49. x(t) = f + \frac{f^2}{vt \cos \alpha}, \quad y(t) = f \operatorname{tg} \alpha.$$

$$4.1.50. l = F \sqrt{F^2 + d^2} \left(\frac{1}{a-F} - \frac{1}{b-F} \right).$$

$$4.1.51. \quad l = \frac{F^2}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = F^2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right).$$

$$4.1.52. \quad F = \sqrt{abc \cos \alpha} = 5 \text{ см.}$$

$$4.1.53. \quad d = f \sqrt{k^2 - 1} = f \sqrt{3} \cong 5,2 \text{ см.}$$

$$4.1.54. \quad b = \frac{L}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4F}{L}} \right) = 56 \text{ см.}$$

$$4.1.55. \quad F = \frac{abc}{(b-a)^2} = 90 \text{ см.}$$

$$4.1.56. \quad |F| = \frac{abc}{(a-b)^2} = 60 \text{ см, линза рассеивающая.}$$

$$4.1.57. \quad F = \frac{abc}{(a+b)^2} \cong 8,9 \text{ см.}$$

$$4.1.58. \quad l = \frac{f}{a \cos \alpha} \sqrt{f^2 + a^2 \sin^2 \alpha} = 10 \sqrt{7} \text{ см} \cong 24,6 \text{ см.}$$

$$4.1.59. \quad H = h(M+1) = 5 \text{ мм.}$$

$$4.1.60. \quad H = \frac{hL}{f} = 5 \text{ мм.}$$

$$4.1.61. \quad x = \frac{a\Delta}{f} = 10 \text{ мм.}$$

$$4.1.62. \quad d = D \left(1 + \frac{l\Delta}{f(f-\Delta)} \right) = 10 \text{ см.}$$

$$4.1.63. \quad l > 2f \left(1 + \frac{f}{\Delta} \right) = 60 \text{ см.}$$

$$4.1.64. \quad x = \frac{4F(1 - \cos \alpha)}{2 \cos \alpha - 1} = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} F \cong 51,3 \text{ см.}$$

$$4.1.65. \quad f = \frac{|f_1| f_2}{|f_1| - f_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 1,5 \text{ м.}$$

$$4.1.66. \quad f = \frac{(f_1 - L) |f_2|}{|f_2| - f_1 + L} = \frac{(f_1 - L) f_2}{f_1 + f_2 - L}.$$

$$4.1.67. L = 4F .$$

$$4.1.68. b = 2f - a .$$

$$4.1.69. D = \frac{F_2 d}{F_1} = 3 \text{ см.}$$

$$4.1.70. r = \frac{|F_2| R}{F_1} = 0,25 \text{ см.}$$

$$4.1.71. x = L - F = 5 \text{ см.}$$

$$4.1.72. r = R \left(\frac{b}{f} - \frac{b}{a} - 1 \right) = 1 \text{ см.}$$

$$4.1.73. a = \frac{(2b-d)f}{2b-d-2f} = 30 \text{ см.}$$

$$4.1.74. |f| = \frac{2(l_1 + l_2)l_1 l_2}{(l_1 - l_2)^2} = 120 \text{ см.}$$

4.2. Элементы физической оптики

$$4.2.1. h \cong \lambda \frac{L}{l} = 3,6 \text{ мм.}$$

$$4.2.2. d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} = 50 \text{ мкм.}$$

$$4.2.3. \varphi \cong \frac{\lambda}{2dn} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ рад.}$$

$$4.2.4. d_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cong 0,2 \text{ мкм.}$$

$$4.2.5. W = \frac{Qhc}{\lambda|e|} \cong 7 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

$$4.2.6. I = \frac{W\lambda|e|}{hc} = 0,5 \text{ мА.}$$

$$4.2.7. N = \frac{\eta}{100\%} \cdot \frac{P\tau\lambda}{hc} \cong 7,1 \cdot 10^{19} .$$

$$4.2.8. Q = \frac{C_0}{|e|} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \cong 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ Кл.}$$

$$4.2.9. N_{\max} = \frac{4\pi\epsilon_0 hrc}{e^2 \lambda_1 \lambda_2} (\lambda_1 - \lambda_2) \cong 4,3 \cdot 10^6.$$

$$4.2.10. \lambda_{\max} = \frac{hc}{hc/\lambda - |e|U} \cong 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

$$4.2.11. \lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 U_1 - \lambda_2 U_2} (U_1 - U_2) \cong 0,65 \text{ мкм.}$$

6. Задачи для повторения

$$6.1. I = \sqrt{\frac{3V\Delta p}{2rI}} = 1 \text{ А.}$$

$$6.2. V = \frac{Wf\tau}{\rho c \Delta t} \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right) \cong 8,49 \text{ л.}$$

$$6.3. p = 2nmV^2 = 720 \text{ кПа.}$$

$$6.4. h_2 = h_1 + \left(\frac{Eq}{m} - g \right) \frac{L^2}{2V^2} \cong 9 \text{ мм.}$$

$$6.5. V = h \frac{\mu}{m} \text{ при } 0 \leq t \leq \frac{m}{\mu}; \quad V = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м/с при } 0 \leq t \leq 1,5 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

$$6.6. W = \frac{k^2 \pi l^4}{16R(\pi+1)^3}.$$

$$6.7. t = 2RC = 20 \text{ с.}$$

$$6.8. C = \frac{1}{L} \left(\frac{\lambda}{2\pi c} \right)^2 \cong 25 \text{ пФ.}$$

$$6.9. \mu = \frac{I^2 R}{c(t_2 - t_1)} = 100 \text{ г/с.}$$

$$6.10. t = \frac{mc(t_k - t_0)}{0,75 I^2 R} \cong 45 \text{ мин.}$$

$$6.11. \Delta Q = 6k\hbar^2 = 24 \text{ Дж.}$$

$$6.12. \Delta t = (t + 273^\circ \text{C}) \cdot \left[\frac{P_0(l+h)}{(P_0 - \rho gh)l} - 1 \right] \cong 51,5^\circ \text{C}.$$

$$6.13. m = \frac{(t_2 + 273^\circ \text{C})}{\alpha(t_1 - t_2)} A \cong 8,2 \text{ кг}.$$

$$6.14. \Delta t = \frac{V^2}{8c} = 0,2^\circ \text{C}.$$

$$6.15. \Delta h = \frac{MVg}{RTk} (p_2 - p_1) = 2,4 \text{ см}.$$

$$6.16. \Delta t = \frac{g}{c} (H + 0,4h) = 0,1^\circ \text{C}.$$

$$6.17. t_1 = (t + 273^\circ \text{C}) \cdot \frac{P}{V\rho g} \cdot \left(1 + \frac{PH}{P_0V} \right) - 273^\circ \text{C} = 16,8^\circ \text{C}.$$

$$6.18. Q = \frac{C}{2} (E - U)^2 = 0,2 \text{ Дж}.$$

$$6.19. t_1 = \left(1 - \frac{P}{mg} \right) (t + 273^\circ \text{C}) - 273^\circ \text{C} = 7^\circ \text{C}.$$

$$6.20. q = \frac{EC}{2} \frac{(\epsilon - 1)}{(\epsilon + 1)} = 10^{-4} \text{ Кл}.$$

$$6.21. E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \omega^2 l^2 = 0,1 \text{ Дж}.$$

$$6.22. V = \frac{F}{2\mu} = 200 \text{ м/с}.$$

$$6.23. V = \frac{nQ(T_1 - T_2)}{FT_1} = 2 \text{ м/с}.$$

$$6.24. \vec{a} = \vec{g} \left(1 - \frac{h}{x} \right); \quad a = 2 \text{ м/с} \text{ и направлено вверх}.$$

$$6.25. U = El \sin \alpha = 4,5 \text{ В}.$$

$$6.26. M \leq \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{P_0 M_{\text{CO}_2}}{RT} \cong 249 \text{ кг}.$$

$$6.27. T = \rho V g - \left(m + \frac{M p V}{R T} \right) g \cong 0,014 \text{ Н.}$$

$$6.28. p = p_A \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\rho g L}{p_A}} \right) = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$6.29. n_0 = \frac{n_1 V_2 - n_2 V_1}{V_2 - V_1} = 100 \text{ капель/с.}$$

$$6.30. \beta = \arctg \left(\frac{1}{k} \operatorname{tg} \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$6.31. \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha} - \frac{q q_2}{4 \pi \epsilon_0 m (l \sin \alpha)^3}} \cong 10 \text{ рад/с.}$$

$$6.32. B = E \sqrt{\frac{m}{2 E_{\kappa}}} \cong 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл. Магнитное поле направлено к нам.}$$

$$6.33. \Delta h = \frac{2 M a h}{S p_0 + M (g - a)} = 4 \text{ см.}$$

$$6.34. \Delta h = \frac{M a h}{p_0 S + M a} = 5 \text{ см. Поршень переместится влево.}$$

$$6.35. \beta = \arctg \sqrt{\frac{l(1 - \cos \alpha)}{h - l}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ.$$

$$6.36. \alpha = \frac{\pi}{4} \cong 0,78.$$

$$6.37. \Delta l = \frac{m n V^2 S}{k} = 0,5 \text{ мм.}$$

$$6.38. V = \begin{cases} 2 \sqrt{\frac{2}{3} l \left(g - \frac{|q| E}{m} \right)} & \text{п р и } m g > |q| E, \\ \sqrt{\frac{2}{3} l \left(\frac{|q| E}{m} - g \right)} & \text{п р и } m g < |q| E, \end{cases} \quad \text{при данных задачи}$$

$$V \cong 2,83 \text{ м/с.}$$

$$6.39. V_0 = \sqrt{2 \mu g L \left[\frac{M}{m} \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) + 1 - \alpha \right]} = 1 \text{ м/с.}$$

Литература

Основная литература

1. *Перышкин А.В., Родина Н.А.* Физика: Учеб. для 7 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 1991 (или Физика 6 тех же авторов предыдущих лет издания).
2. *Перышкин А.В., Родина Н.А.* Физика: Учеб. для 8 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 1991 (или Физика 7 тех же авторов предыдущих лет издания).
3. *Кикоин И.К., Кикоин А.К.* Физика: Учеб. для 9 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 1990 (или Физика 8 тех же авторов предыдущих лет издания).
4. *Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б.* Физика: Учеб. для 10 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 1990 (или *Буховцев Б.Б., Климонтович Ю.Л., Мякишев Г.Я.* Физика 9. - М.: Просвещение, 1980 и последующие издания).
5. *Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б.* Физика: Учеб. для 11 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 1991 (или *Буховцев Б.Б., Мякишев Г.Я.* Физика 10. - М.: Просвещение, 1974 и последующие издания).
6. *Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.Г., Мякишев Г.Я.* Задачи по физике для поступающих в вузы. - М.: Наука, 1978 и последующие издания.

Дополнительная литература

1. *Ландсберг Г.С.* Элементарный учебник физики. Т. 1-3. - М.: Высшая школа, 1975 и последующие издания.
2. *Яворский Б.М., Селезнев Ю.Д.* Справочное руководство по физике. - М.: Наука, 1975 и последующие издания.
3. *Буховцев Б.Б., Кривченков В.Д., Мякишев Г.Я., Сараева И.М.* Сборник задач по элементарной физике. - М.: Наука, 1974 и последующие издания.
4. *Баканина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М., Калачевский Н.Н., Косоуров Г.Н., Мазанько И.П.* Сборник задач по физике - М.: Наука, 1971 и последующие издания.
5. *Гольдфарб Н.И.* Сборник вопросов и задач по физике. - М.: Высшая школа, 1973 и последующие издания.

Дополнительная литература, рекомендуемая составителями сборника

1. Физика: Механика. 9 класс. Молекулярная физика. Термодинамика. 10 класс. Электродинамика. 10-11 класс /под ред. Г.Я. Мякишева. - М.: Дрофа, 1996 - 1997.
2. Физика. Учебники для 10 и 11 классов школ и классов с углубленным изучением физики /под ред. А.А. Пинского. 3-е изд. - М.: Просвещение, 1997 - 1998.
3. Гомонова А.И. Экзамен на "отлично". Примеры решения задач и теория. Школьнику и абитуриенту. - М.: "АСТ-Пресс", 1998.
4. Полякова М.С., Нетребко Н.В., Чесноков С.С. Физика: Справочник для старшеклассников и поступающих в вузы. - М.: "АСТ-Пресс", 1999.
5. Елютин П.В., Чижов Г.А. Словарь-справочник по элементарной физике. Части I-III. - М.: Изд-во МГУ, 1995-1996.
6. Кабардин О.Ф. Физика: Справочные материалы. - М.: Просвещение, 1991 и более поздние года издания.

ИД № 00510 от 01.12.99

Подписано в печать 24.07.2001. Формат 60×90 1/16.

Печать офсетная. Бумага газетная

Печ. л. 19,25. Тираж 1000 экз. Заказ 6623

ООО «МАКС-Пресс»

107066, г. Москва, Елоховский пр., д. 3, стр. 2

Отпечатано в Производственно-издательском комбинате ВИНТИ,
140010, г. Люберцы, Октябрьский пр-т, 403. Тел. 554-21-86