

пути ФИЗИКИ

П. А. М. Дирак

Перевод с английского
Н. Я. Смородинской

Под редакцией
Я. А. Смородинского

Рецензент Д. Д. Иваненко

УДК 539.1

Дирак П. А. М. Пути физики/Под ред. Г. Хора, Дж. Шепанского: Пер. с англ.— М.: Энергоатомиздат, 1983.—88 с.

Содержит пять лекций крупнейшего теоретика нашего времени, основателя релятивистской квантовой механики. Они посвящены фундаментальным проблемам современной ядерной физики, физики элементарных частиц и теории относительности, непосредственно связанным с работами автора.

Для научных работников. Может быть полезна аспирантам и студентам физических факультетов, а также всем, кто интересуется проблемами современной физики.

Ил. 8. Библиогр. 2.

P. A. M. Dirac

DIRECTIONS IN PHYSICS

Edited by *H. Hora* and *J. R. Shepanski*

John Wiley & Sons, New York, 1978

Д $\frac{1704070000-079}{051 (01)-83}$ 251—83

© John Wiley and Sons, 1978

© Перевод на русский язык,
Энергоатомиздат, 1983



Проф. Дирак на кафедре физики университета Кентербери
(Крайстчерч, Новая Зеландия)

Выдающийся английский физик, один из создателей современной квантовой механики Поль Дирак родился 8 августа 1902 г. в Бристоле. В 1921 г. он окончил Бристольский университет, а в 1924 г. Кембриджский. В 1930 г. Дирак был избран членом Лондонского королевского общества; в 1932 г. он стал профессором Кембриджского университета и возглавил кафедру, которой когда-то заведовал Ньютон.

В 1933 г. за создание квантовой механики Дирак вместе со Шредингером был удостоен Нобелевской премии по физике.

Дирак состоит иностранным членом Академии наук СССР и многих других зарубежных академий и научных обществ. Его перу принадлежит немало статей и монографий, посвященных самым разным разделам теоретической физики. Многие его работы переведены на русский язык и неоднократно издавались в Советском Союзе. Известная книга «Принципы квантовой механики» выдержала несколько изданий и служила учебником для нескольких поколений физиков-теоретиков. В 1968 г. были изданы «Лекции по квантовой механике», а вслед за ними, в 1971 г. «Лекции по квантовой теории поля». В 1978 г. в Советском Союзе вышли сразу две книги Дирака: «Спиноры в гильбертовом пространстве» и «Общая теория относительности».

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА РУССКОГО ПЕРЕВОДА

«Теория, обладающая математической красотой, имеет больше шансов оказаться правильной, чем уродливая теория, согласующаяся с какими-то числами».

П. А. М. Дирак

Пять лекций Дирака объединяет одна идея, точнее, их объединяет общее отношение к физической теории, призванной объяснить реальный мир. Для автора одним из важных признаков истинности теории служит ее математическая красота. Можно по-разному относиться к этому убеждению, но нельзя оспаривать красоту уравнения Дирака, об истории открытия которого рассказано в первой лекции.

Во второй лекции он дает краткий очерк идей квантовой электродинамики. Дирака, в отличие от большинства современников, не удовлетворяет состояние этой науки: наличие бесконечностей, которые устраняются перенормировкой, нарушает стройность теории. Но, может быть, бесконечности исчезнут в универсальной теории — теории, объединяющей все взаимодействия в природе. Такая надежда поддерживает в физиках оптимизм.

Совсем из «ничего», без всяких экспериментальных сведений, Дирак высказал идею о монополях. О их праве на существование рассказано в третьей лекции. Магнитные монополи не обнаружены в природе; опыты, описанные в лекции, оказались неубедительными, но идея монополей и линий узлов («струн», по современной терминологии) нашла свое продолжение в релятивистской теории поля и космологии. Поиски монополей остаются целью всё новых и новых опытов, и их исследование еще далеко от завершения. Уравнение Майораны, о котором рассказано в четвертой лекции, до сих пор не имеет применения. Оно оказалось почему-то недостаточно красивым. Быть может, физики еще не поняли его красоты.

Идея об изменении гравитационной постоянной со временем, которой посвящена пятая лекция, пока не получила экспериментального подтверждения. Вопрос о том, откуда появились большие числа, привел к увлекательным идеям о ранних этапах эволюции Вселенной. Об этом можно прочесть в яркой книге С. Вайнберга «Первые три минуты» (М.: Энергоиздат, 1981).

В лекциях Дирака сохранился стиль первопроходцев, которые не следовали дорогой развития старых идей, а смело выдвигали новые, совершая переворот в науке, после которого не одно поколение исследователей наводило в ней новый порядок.

В лекциях эта черта отражена очень ярко. Дирак почти не касается опытов — материалом для него служат уравнения. Он не столько объясняет явления Природы (он пишет «Природа» с большой буквы), сколько создает новый мир, который затем сравнивает с реальным. Не всегда сравнение приводит к согласию, но красивые «фантазии» Дирака даже в случае неудач доставляют читателю удовольствие. Они позволяют понять, как мыслит физик, который сделал одно из величайших открытий XX века.

В 1982 г. Дираку исполнилось 80 лет. «Пути физики» воспринимаются как фрагменты воспоминаний о богатой научными приключениями внешне спокойной жизни Поля Адриена Мориса Дирака.

Я. А. Смородинский

ПРЕДИСЛОВИЕ К АНГЛИЙСКОМУ ИЗДАНИЮ

Выдающихся физиков нечасто удается уговорить на поездку к антиподам. Тем более замечательно, что во время конференции в Майами проф. Г. Хора и д-р Дж. Л. Хьюдж смогли заручиться предварительным согласием одного из основателей современной квантовой теории приехать в Австралию и Новую Зеландию и выступить с замечательными лекциями, опубликованными в этой книге. Проф. Дирак читал лекции в Крайстчерче (Новая Зеландия) и в Сиднее, Аделаиде и Канберре (Австралия). Представители моего поколения, которым посчастливилось знать Резерфорда, Бора, Гейзенберга, Паули, Чедвика, Шредингера, Эйнштейна и других великих физиков и слышать, как они рассказывают о своих последних исследованиях, не осознавали до конца, что мы живем в самый разгар революции, свершавшейся в физике. П. А. М. Дирак внес огромный вклад в этот процесс, а ведь, присутствуя на его лекции в Кавендишской лаборатории о положительно заряженной античастице, соответствующей электрону, мы были разочарованы тем, что ее масса не равна массе протона! Все это происходило незадолго до того, как идеи Дирака были подтверждены открытием позитрона, и тогда мы благоговейно заговорили о сверхъестественной интуиции, которой был наделен Дирак.

В физике вряд ли когда-нибудь еще наступит время, так насыщенное открытиями. Эти лекции значительны именно тем, что сам первооткрыватель рассказывает, как рождались новые представления и что из них следует. Некоторые следствия, такие, например, как возможность изменения со временем гравитационной постоянной или существование магнитных монополей, остаются пока умозрительными заключениями, но сама их неопределенность является дополнительным стимулом для дальнейших исследований.

Мы благодарны д-ру Хьюджу за то, что он сумел организовать приезд проф. Дирака и добиться финансовой помощи, благодаря которой приезд проф. Дирака стал возможным. Мы признательны за щедрую финансовую поддержку учреждениям и частным лицам в Австралии и Новой Зеландии, особенно университетам Нового Южного Уэльса, Аделаиды, Флиндерса, Кентерберри и Австралийскому национальному университету. Мы чрезвычайно признательны за помощь Австралийскому институту физики и акционерному обществу Quentron Pty. Ltd.

Доцент отделения теоретической физики университета Нового Южного Уэльса Дж. Шепанский тщательно обработал и отредактировал магнитофонные записи лекций, а затем переслал их проф. Дираку для дальнейшего редактирования и подготовки к опубликованию.

Марк Олифант

ОТ РЕДАКТОРА АНГЛИЙСКОГО ИЗДАНИЯ

Трудно представить себе человека, который смог бы с большим знанием дела и лучше, чем проф. Дирак, описать как победы, одержанные современной физикой; так и стоящие перед ней задачи. Проводя пионерские исследования на «переднем крае» квантовой механики, Дирак тем не менее остается чрезвычайно активным во всех смежных областях физики. Кроме того, он обладает удивительной способностью представлять очень сложные задачи в таком виде, что они сразу становятся понятными. Поэтому лекции проф. Дирака окажут неоценимую помощь в понимании физики очень широкой категории читателей, охватывающей не только ученых, инженеров или педагогов, но также и людей, не имеющих специального образования.

Во время своего пребывания в Австралии и Новой Зеландии проф. Дирак читал лекции по некоторым избранным вопросам. Иногда темы докладов, сделанных в разных местах, перекрывались, и поэтому отобрать материал для этой книги было довольно трудно. Например, лекцию «Развитие квантовой механики» мы решили опубликовать в том виде, в котором она была прочитана в Сиднее, а не в Аделаиде (имеется расшифровка стенограммы лекции в Аделаиде, прокомментированная проф. К. А. Херстом. Ее можно получить на кафедре математической физики университета Аделаиды). Перед лекцией в Сиднее проф. Г. Дж. Гоулдсмит приветствовал проф. Дирака от имени Австралийского института физики. Речь Гоулдсмита опубликована вместе с лекцией. Несмотря на то что во всех трех университетах Сиднея были каникулы, на лекции присутствовало более пяти-сот человек, откуда видно, какой радушный прием был оказан проф. Дираку.

При публикации лекций «Квантовая электродинамика» и «Магнитные монополи» были использованы записи, сделанные в университете Кентербери (Крайстчерч, Новая Зеландия). Магнитные монополи — одна из острымных идей, принадлежащих Дираку. Во время его визита вопрос о магнитных монополях был очень актуален, потому что всех интересовали результаты некоторых опытов, указывающих на возможность существования монополя.

Лекция «Релятивистское волновое уравнение без отрицательных энергий» имеет более узкое назначение и, наверное, больше подходит для специалистов. Эта тема была предметом дискуссии на кафедре теоретической физики университета Нового Южного Уэльса.

Вместе с последней лекцией «Космология и гравитационная постоянная» мы решили опубликовать также вступительное слово проф. Е. П. Джорджа, директора Школы физики при университете Нового Южного Уэльса, и некоторые выдержки из оживленной дискуссии, последовавшей после лекции. Все слушатели испытывали чувство глубокой благодарности к проф. Дираку за то, что он поделился с ними своими мыслями о направлениях развития физики; мы надеемся, что сумели донести все им сказанное и до читателей этих лекций.

ЛЕКЦИЯ ПЕРВАЯ

РАЗВИТИЕ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Лекция была организована Австралийским институтом физики в Школе физики при университете Нового Южного Уэльса (Кенсингтон, Сидней, Австралия) и прочитана 25 августа 1975 г.

Вступительное слово проф. Г. Дж. Гоулдсмита

Как председатель филиала Австралийского института физики в Новом Южном Уэльсе я рад оказанной мне чести приветствовать всех собравшихся по случаю выдающегося события в истории развития физики в Австралии. Дело в том, что сегодняшнюю лекцию, организованную университетом Нового Южного Уэльса совместно с Австралийским институтом физики, будет читать выдающийся физик проф. Поль Дирак.

Кто-то метко сказал — я цитирую тех, кто имеет большее, чем я, право высказывать по этому поводу свое мнение — так вот, кто-то сказал, что «потомки назовут Поля Дирака одним из величайших физиков всех времен». Дирак снискал себе славу еще статьей по квантовой механике, написанной им в возрасте 23 лет, а когда ему было всего 30 лет, он стал профессором математики Кембриджского университета. Через год Дирак получил Нобелевскую премию. В то время он уже три года состоял членом Королевского общества и на протяжении всех последующих лет неоднократно удостоивался многочисленных наград.

Многие теоретические предсказания, сделанные Дираком, уже давно стали надежно установленными истинами. Например, позитрон был экспериментально обнаружен через два года после того, как Дирак предсказал его существование. Другие предсказания, такие, как, например, непрерывное изменение гравитационной постоянной, только сейчас начинают проверять экспериментально. Теории, созданные проф. Дираком, образуют неотъемлемую часть современной физики.

Но вы собрались здесь не для того, чтобы слушать меня. Поэтому решите без дальнейших церемоний предоставить слово проф. Дираку и попросить его рассказать о развитии квантовой механики, которое происходило в огромной степени благодаря его собственным усилиям.

Слово имеет проф. Дирак...

Я очень рад тому, что нахожусь здесь, в Сиднее, и имею возможность поговорить с вами. А поговорить мне бы хотелось о том, как развивалась квантовая механика; почти вся ее история прошла на моих глазах. Квантовая механика развилась из классической механики Ньютона. Ньютон установил законы механики, на которых основана вся теория механических явлений и которые согласуются с результатами крупномасштабных наблюдений, если их несколько «подправить» в соответствии с теорией относительности Эйнштейна. Эти законы справедливы до тех пор, пока их применяют к большим телам. Для очень малых тел, вроде тех, с которыми мы встречаемся в мире атомов, законы Ньютона не выполняются.

Механика Ньютона, так называемая классическая механика,

будет нашей отправной точкой. Классическую механику можно использовать для описания движения точечных электрических зарядов и заряженных частиц, если дополнить ее теорией Максвелла. Однако к атомам, как мы увидим, она неприменима.

Сейчас принята следующая картина строения атома: вокруг ядра, несущего положительный заряд, вращаются один или несколько электронов. Согласно механике Ньютона и Максвелла, примененной к электрическим зарядам, эти электроны должны были бы постепенно терять энергию на излучение и в конце концов упасть на ядро. Таким образом, атом был бы нестабильным. Однако известно, что атомы стабильны, так что сразу возникло противоречие, очень обеспокоившее всех.

Это противоречие блестяще разрешил Нильс Бор: необходимо принять, что атом может существовать в некоторых стационарных состояниях, в которых он не излучает. Чтобы это было так, надо отойти от стандартных уравнений механики Ньютона и пренебречь силами, ответственными за излучение. Эти силы малы: они несут существенны в первом приближении. Существенны лишь кулоновские силы, действующие между электрическими зарядами. Тогда, согласно Бору, надо ввести такое приближение в уравнение движения электронов в атоме, а затем предположить, что атом может существовать только в некоторых, так называемых стационарных, состояниях. Такие состояния определяются совершенно необычными для классической механики условиями; эта новая система условий, называемых квантовыми, содержит постоянную Планка (ее принято обозначать h), которую Планк ввел в свой закон излучения черного тела.

Бор построил модель атома, согласно которой атом находится в стационарных состояниях, подчиняющихся таким квантовым условиям. Атом может «перескакивать» из одного состояния в другое. Совершая скачок, он испускает (или поглощает) излучение, чтобы обеспечивалось сохранение энергии. Испускаемое или поглощаемое излучение представляет собой квант, обладающий определенной частотой, которая связана с энергией.

Представления Бора коренным образом отличались от Ньютоновых: предположение о стационарных состояниях, удовлетворяющих определенным условиям, было очень непривычным. Однако идеи Бора оказались чрезвычайно плодотворными для объяснения спектра атома водорода и других простейших атомов, в которых существенную роль играет только один электрон. Успех теории Бора был так велик, что она вскоре получила всеобщее признание.

Помню свое удивление, когда я впервые познакомился с теорией Бора. До появления этой теории мир атома был окутан

сплошной тайной. Студентом, в Бристоне, я ничего не знал о теории Бора и слышал о ней уже будучи аспирантом в Кембридже; и тогда передо мной раскрылся новый, совершенно удивительный мир. Удивительным было то, что при определенных условиях законы Ньютона оказались пригодными для описания движения электронов в атоме: для этого нужно, во-первых, пренебречь действующими на электроны силами, связанными с излучением; во-вторых, ввести в рассмотрение квантовые условия. Помню, какое огромное впечатление произвела на меня теория Бора. Я считаю, что появление идей Бора было самым грандиозным шагом в истории развития квантовой механики. Самое неожиданное, самое удивительное заключалось в том, что столь радикальное отступление от законов Ньютона дало такие замечательные плоды.

Разные физики продолжали развивать теорию Бора, но достижения оказались весьма скромными. Успех сопутствовал тем, кто занимался атомной системой, в которой существенную роль играл только один электрон. Если же электронов было два или больше двух, как в атоме гелия или в более сложных атомах, то для таких систем не удавалось с помощью квантовых условий найти стационарные состояния. Производились разные вычисления, основанные на искусственных предположениях, но все они были безуспешны. Такова была ситуация, когда я приступил к исследованиям в области теории атома. Я столкнулся с задачей, над которой в то время работали многие физики: «Как распространить идею боровских орбит на более сложные атомы?»

В этом направлении сильно продвинулся Гейзенберг в 1925 г. Он сделал очень смелый шаг. У него возникла мысль сосредоточиться на величинах, тесно связанных с наблюдаемыми величинами. Однако все наблюдаемое имеет весьма отдаленное отношение к боровским орбитам, поэтому Гейзенберг заявил, что отдельные боровские орбиты не очень существенны. Все явления, наблюдаемые нами или же тесно связанные с наблюдаемыми, можно объяснить с помощью двух боровских орбит, а не одной: *двух* вместо *одной*. Что же из этого вытекает?

Представим себе, что все однотипные величины (одной природы) связаны с двумя орбитами и нам нужно придумать, как их записать. Набор величин, каждая из которых связана с двумя элементами, естественно представить в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \times & \times & \times & \times & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}.$$

При такой форме записи — из строк и столбцов — столбцам ставится в соответствие одно из состояний, а строкам — другое. Подобный набор величин математики называют матрицей.

Гейзенберг предложил использовать такой набор величин и считать, что весь набор отвечает одной из динамических переменных теории Ньютона. К динамическим переменным относятся, конечно, координаты частиц, их скорости и импульсы. Согласно Гейзенбергу, каждую из таких величин надо заменить матрицей. Гейзенберг исходил из того, что теория должна быть основана на наблюдаемых величинах и что наблюдаемые величины являются элементами матрицы, с которыми связаны две орбиты.

Матрицы можно обычным образом складывать и умножать, из них можно построить алгебру, однако при манипуляциях с ними возникает важное новое свойство: если при перемножении двух матриц a и b получается ab , то обычно этот результат отличается от того, который дает умножение b на a . Для умножения матриц существуют определенные правила, обойти которые невозможно и из-за которых ab не равно ba . Если мы хотим обращаться с динамическими переменными как с матрицами, то это означает, что наши динамические переменные образуют алгебру, в которой $ab \neq ba$. Такую алгебру называют некоммутативной.

Гейзенберг очень встревожился, обнаружив, что введенные им матрицы не подчиняются закону коммутативности умножения: ведь из-за этого могла рухнуть вся теория. (С незапамятных времен физики использовали динамические переменные, которые всегда образуют обычную алгебру: a , умноженное на b , равно b , умноженному на a . Было совершенно непостижимо, чтобы динамические переменные не обладали таким свойством.) Несмотря на недоумение, которое вызвал у Гейзенберга этот факт, он стал в его теории основным пунктом, который потом оказался и самым важным. Действительно, самое значительное в механике Гейзенберга — это то, что динамические переменные являются элементами алгебры, в которой умножение некоммутативно.

Затем исходная идея Гейзенберга получила дальнейшее развитие, и я, будучи аспирантом, смог принять в этом участие. Как видите, мне посчастливилось родиться в такое время, когда все могло произойти именно так, как произошло.

Перед нами стояла задача так видоизменить уравнения Ньютона, чтобы они удовлетворяли алгебре, в которой ab не равно ba . На первый взгляд это казалось довольно сложным. Однако задача сильно упростилась благодаря результатам Гамильтона, которые он получил лет за сто до начала нашей

работы. Гамильтон исследовал уравнения Ньютона и нашел для них другой способ записи. Тогда уже существовал общий способ записи этих уравнений, введенный Лагранжем. Гамильтон же придумал другой способ их записи, который сейчас называют гамильтоновой формой уравнений. Записать уравнения Ньютона по-новому Гамильтона побудили лишь соображения математической красоты. Он мог рассуждать, наверное, так: «Записанные в таком виде уравнения очень красивы, но их совершенно не обязательно так записывать. Продолжайте, если хотите, пользоваться той формой записи, которую в самом начале ввел Ньютон».

Однако Гамильтон был, по-видимому, наделен каким-то удивительным даром проникать в самую суть — удивительнейшим даром из тех, которыми когда-либо обладал математик. Он нашел для уравнений механики такую форму записи, значение которой суждено было понять лишь спустя столетие, через много лет после его смерти.

Значение гамильтоновой формы записи уравнений Ньютона состоит в том, что ее очень просто обобщить, чтобы включить некоммутативность. Для записи гамильтоновых уравнений можно использовать выражение, которое называют скобками Пуассона и обычно записывают следующим образом:

$$[a, b].$$

(Я не буду приводить определения этого выражения. Скажу лишь, что оно обязательно появляется в гамильтоновых уравнениях и имеет фундаментальное значение.) Оказывается, что скобки Пуассона соответствуют (в очень сильной степени аналогичны) выражению

$$(ab - ba)/i\hbar. \quad (1)$$

Заменив в соответствии с этой формулой скобки Пуассона в гамильтоновой форме уравнений коммутатором $ab - ba$, мы сразу перейдем от уравнений классической механики в гамильтоновой форме к новым уравнениям, для которых умножение некоммутативно и которые можно использовать в гейзенберговской картине квантовой механики.

В то время можно было участвовать в интересной игре: различные модели динамических систем, к которым мы привыкли в теории Ньютона, приводить по общей формуле

$$[a, b] \rightarrow (ab - ba)/i\hbar \quad (2)$$

к новой механике Гейзенберга. Я не случайно употребил слово «игра», оно точно передает то, что мы делали, — мы были увлечены интересной игрой. Всякий раз, решив одну небольшую задачу, автор мог писать об этом статью. В те времена даже

«второсортный» физик мог с легкостью сделать первоклассную работу. Теперь, увы, другие времена: сейчас первоклассному физику очень трудно сделать второсортную работу. Тогда мы умели сравнительно просто переходить от гамильтоновой формы записи уравнений Ньютона к уравнениям механики Гейзенберга. В результате в нашем распоряжении оказывались уравнения новой квантовой механики.

Мы получили уравнения, в которые входили некоммутирующие величины, но при этом не могли их проинтерпретировать. Таким образом, в физической теории сложилась совершенно удивительная ситуация. (Обычно в любой физической теории исследователь сначала понимает именно смысл своих уравнений и только потом их записывает. Здесь же, наоборот, мы получили уравнения до того, как научились их применять.)

Эти уравнения не сразу получили интерпретацию. На простых примерах высказывались разные предположения. Элементы, расположенные вдоль главной диагонали диагональной матрицы, отвечающей полной энергии, можно было рассматривать как энергии состояний в квантовой теории. После этого можно было постепенно отрабатывать более общие методы интерпретации.

Надо подчеркнуть, что нам было известно общее уравнение движения для любой динамической переменной. Согласно Гамильтону, любая динамическая переменная u должна изменяться во времени по закону

$$du/dt = [u, H], \quad (3)$$

где H — полная энергия в теории Гамильтона. Этому соответствует квантовое уравнение

$$du/dt = (uH - Hu)/i\hbar. \quad (4)$$

Оно представляет собой общее уравнение движения для динамической переменной в механике Гейзенберга.

Итак, мы столкнулись с необходимостью дать общую интерпретацию новых уравнений. Этому очень помогла одна из работ Шредингера. Он (независимо от Гейзенберга) создал собственную теорию — такую альтернативную схему квантовой механики, которая, на первый взгляд, не имела ничего общего с гейзенберговской теорией. Однако через несколько месяцев (Шредингер начал работу немного позже, чем Гейзенберг) оказалось, что теории Шредингера и Гейзенберга на самом деле эквивалентны друг другу, несмотря на то, что их исходные положения кажутся совершенно разными.

Теория Шредингера была основана на более ранней работе де Бройля, в которой показано, как можно ввести волны,

связанные с частицами. Де Бройль использовал волновые функции, которые обычно обозначаются греческой буквой ψ . Для одной частицы ψ зависит от трех координат этой частицы (назовем их x_1, x_2, x_3) и времени:

$$\psi(x_1, x_2, x_3, t).$$

Де Бройль написал уравнение для волн, которые описывались волновой функцией ψ . Согласно уравнению де Бройля плоские волны, движущиеся в определенном направлении с определенной частотой, соответствуют частице с определенными значениями импульса и энергии. Это релятивистское соответствие математически безупречно.

На мысль о том, что волны и частицы связаны между собой, де Бройля натолкнули соображения математической красоты. Теория де Бройля была приложима только к частицам, на которые не действуют никакие силы, а Шредингер сумел обобщить теорию так, чтобы с ее помощью можно было описать движение электрона в электромагнитном поле, когда на него действуют электрические и магнитные силы.

В теории Шредингера фигурируют операторы, которые действуют на ψ :

$$-i\hbar\partial/\partial x_r = p_r, \quad (5)$$

где r принимает значения 1, 2, 3. Каждый из этих операторов соответствует одному из операторов импульса. Если мы используем такие операторы и координаты x , то это означает, что мы имеем дело с некоммутирующими величинами, аналогичными некоммутирующим величинам в теории Гейзенберга. Значит, можно установить связь между теорией Шредингера, в которой применяются волновые функции и действующие на них операторы, и теорией Гейзенберга.

В первоначальном, гейзенберговском, варианте теории функции ψ не было: она возникла в квантовой механике после появления работы Шредингера. Потом выяснилось, что волновая функция ψ соответствует одному из состояний, например одному из стационарных состояний теории Бора. Операторы, переводящие одну волновую функцию в другую, связаны, таким образом, с двумя состояниями. Так было установлено, что теории Шредингера и Гейзенберга эквивалентны.

Общий метод интерпретации новой механики, появившийся через два или три года после уравнений, заключался в следующем: квадрат модуля волновой функции $|\psi|^2$ предполагался равным вероятности того, что частица находится в данной точке в определенный момент времени.

Я употребил здесь слово «вероятность». Это означает, что при интерпретации квантовой механики используется поня-

тие вероятности. Такая интерпретация позволяет вычислить вероятность определенного события, в нашем случае — вероятность того, что электрон находится в определенной точке в определенный момент времени. В механике Ньютона, т. е. в классической механике, мы не просто вычисляем вероятности — мы точно вычисляем, какие именно события должны произойти. Новая механика, квантовая, лишена определенности, которая характерна для механики Ньютона. Отсутствие определенности является чрезвычайно серьезным препятствием на пути к пониманию новой механики. Это то, с чем очень трудно примириться.

Конечно, результаты экспериментов с атомами всегда носят вероятностный характер; мы умеем вычислять вероятности по правилам новой механики и сравнивать теоретические и экспериментальные результаты. Оказывается, что данные теории и наблюдения согласуются между собой. Если встать на эту точку зрения, то совершенно достаточно знать вероятность события. Тем не менее человек не чувствует себя удовлетворенным, если теория дает только вероятности. Все это стало причиной очень серьезных разногласий.

Одни физики, во главе с Эйнштейном, считали, что по своей сути физика должна быть причинной, а не просто давать вероятности того или иного события. Бор же принял вероятностную интерпретацию, которая согласовывалась с его философскими взглядами. Это привело к значительным разногласиям между школами Бора и Эйнштейна, к разногласиям, сохранившимся на протяжении всей жизни Эйнштейна. И Бор, и Эйнштейн были выдающимися физиками. Так кто же из двоих был прав?

Кажется, что, согласно общепринятым идеям атомной теории, прав Бор. Вероятностная интерпретация, основанная на волновой функции Шредингера, — лучшее, что удалось придумать. Делалось много попыток усовершенствовать теорию, чтобы получать с ее помощью не только вероятности. Однако все эти попытки провалились! В соответствии с современной квантовой механикой, вероятностная интерпретация, которую отстаивал Бор, является правильной. Но у Эйнштейна был все-таки один козырь. По его словам, добрый Бог не играет в кости. Эйнштейн верил в то, что физика должна быть причинной по своему характеру.

Но я не исключаю возможности, что в конце концов может оказаться правильной точка зрения Эйнштейна, потому что современный этап развития квантовой механики нельзя рассматривать как окончательный. В этой теории существует немало нерешенных проблем, о которых я расскажу позже, в связи с современной квантовой механикой. Современная

квантовая механика — величайшее достижение, но вряд ли она будет существовать вечно. Мне кажется весьма вероятным, что когда-нибудь в будущем появится улучшенная квантовая механика, в которой будет содержаться возврат к причинности и которая оправдает точку зрения Эйнштейна. Но такой возврат к причинности может стать возможным лишь ценой отказа от какой-нибудь другой фундаментальной идеи, которую сейчас мы безоговорочно принимаем. Если мы собираемся возродить причинность, то нам придется заплатить за это, и сейчас мы можем лишь гадать, какая идея должна быть принесена в жертву.

Таковы основные положения, связанные с фундаментальными уравнениями новой механики и с их интерпретацией. А сейчас мне бы хотелось обсудить одну частную задачу, которой я много занимался, а именно задачу о том, как согласовать эти уравнения с теорией Эйнштейна. Уравнения Ньютона, с которых я начал, справедливы лишь для частиц, которые движутся с небольшими скоростями, не сравнимыми со скоростью света. Как только вы займетесь быстро движущимися частицами, вам придется перейти к новой механике — механике специальной теории относительности Эйнштейна. Однако эта новая механика все еще не выходит за рамки теории Ньютона, а ее уравнения можно записать в гамильтоновой форме. Тут возникают некоторые специфические задачи, исследование которых в конце концов приводит к концепции антиматерии. Мне бы хотелось обсудить основные моменты этого исследования.

Нам придется написать несколько уравнений. Энергия частицы в теории Ньютона

$$E = (1/2)mv^2 = (1/2m)p^2,$$

где p — импульс частицы. Если скорость v велика, т. е. если v становится сравнимой со скоростью света, то, согласно теории Эйнштейна, эту формулу надо заменить другой:

$$E = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}. \quad (6)$$

Эйнштейновская формула очень сильно отличается от формулы Ньютона. Различие проистекает, прежде всего, из того факта, что если частица вообще не движется, то по теории Ньютона ее энергия равна нулю, а по теории Эйнштейна она отлична от нуля и равна mc^2 .

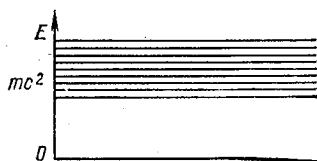
Таким образом, по теории Эйнштейна частица обладает дополнительной, не зависящей от ее скорости, энергией, которая «заперта» внутри частицы. Для малых значений импульса p формула Эйнштейна имеет вид:

$$E = mc^2 + (1/2m)p^2 + \dots$$

В нее входят еще члены, содержащие более высокие степени p . Следовательно, для частицы, движущейся не очень быстро, существование дополнительной энергии согласуется с теорией Ньютона.

Существует еще и другое различие между эйнштейновской формулой для энергии и формулой Ньютона: в выражение (6) для энергии входит квадратный корень. Вы знаете из математики, что перед квадратным корнем можно поставить знак плюс или минус. Получается, что по формуле Эйн-

Рис. 1. Уровни с положительными значениями энергии, вычисленные по формуле Эйнштейна



штейна энергия может принимать как отрицательные, так и положительные значения. Графически энергии принято изображать горизонтальными линиями, отвечающими разным энергетическим уровням. Тогда по формуле Эйнштейна значение энергетического уровня может быть равно или больше mc^2 , поднимаясь так до бесконечности. Группа таких энергетических уровней изображена на рис. 1. Есть и другая группа уровней, которые начинаются со значения $-mc^2$ и продолжа-

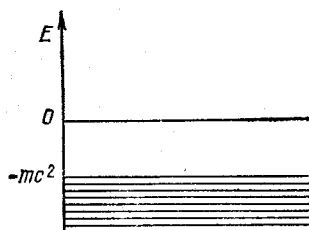


Рис. 2. Уровни с отрицательными значениями энергии

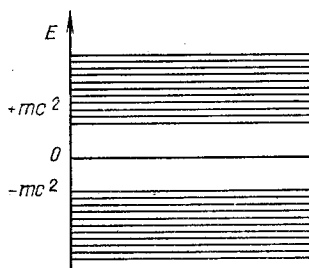


Рис. 3. Полный набор энергетических уровней, разрешенных по формуле Эйнштейна

ются вниз до минус бесконечности, как показано на рис. 2. Все эти энергетические уровни, разрешенные формулой Эйнштейна, приведены на рис. 3.

На практике вы всегда наблюдаете лишь частицы с положительной энергией. Таким образом, часть значений энергии, которые разрешены по эйнштейновской формуле (6), не наблюдается в экспериментах. Однако вначале это не очень

беспокоило физиков. Они решили: «Давайте не обращать внимания на отрицательные энергии и рассматривать только положительные». Это казалось вполне допустимым: если частица находится сначала в состоянии с положительной энергией, то энергия всегда остается положительной, и отрицательные энергии не играют в теории никакой роли.

Формула (6) справедлива для частицы в отсутствие внешнего поля. Ее можно без особых изменений обобщить на случай какой-нибудь заряженной частицы, например электрона, находящейся в электромагнитном поле; можно найти все энергетические уровни при более общих условиях. Кроме того, в нашем распоряжении есть уравнения Лоренца — классические уравнения, которые описывают движение частицы в механике Эйнштейна, когда на частицу действуют электрическое и магнитное поля. Так вот эти уравнения Лоренца применяли к электрону, обладающему положительной энергией.

Уравнениями Лоренца можно было бы воспользоваться и для электрона с отрицательной энергией. Насколько мне известно, этими вычислениями никто не занимался: дело в том, что отрицательными энергиями просто не интересовались. Если бы кто-нибудь произвел все эти вычисления и начал с помощью уравнений Лоренца выяснять, как должен был бы двигаться электрон в случае, если бы он начал свое движение в состоянии с отрицательной энергией, то оказалось бы, что электрон будет всегда оставаться в состоянии с отрицательной энергией, двигаясь так, как если бы его энергия и заряд были бы положительными (обычный электрон обладает отрицательным зарядом). Создается впечатление, будто в этих состояниях с отрицательными энергиями и заряд, и энергия меняют свой знак на противоположный. Таково, согласно классической механике, положение с обобщением эйнштейновской теории на случай больших скоростей.

Ситуация меняется при переходе к квантовой механике, потому что в квантовой механике появляются динамические переменные, значения которых изменяются скачкообразно. И если вначале энергия положительна, то в квантовой теории она не обязана оставаться положительной, а может скачком стать отрицательной. Закрывать глаза на отрицательные уровни энергий можно было до тех пор, пока мы имели дело с классической теорией. В квантовой теории так поступать нельзя.

Надо сказать, что возможность существования отрицательных энергий имеет очень глубокий смысл. Тем не менее никто ими особенно не интересовался, потому что люди бились над более серьезными проблемами, пытались понять и интерпретировать идеи квантовой механики. Именно эти проблемы занимали физиков в то время.

Однако с необходимостью создания релятивистской квантовой механики пришлось все же примириться. Используя квантовую механику в волновом формализме де Бройля или Шредингера и имея волновую функцию ψ , можно было написать релятивистское волновое уравнение

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0. \quad (7)$$

Согласно де Бройлю, это уравнение, которому удовлетворяет ψ , соответствует свободной частице. Его можно распространить на случай, когда присутствует электрическое или магнитное поле, и показать, как будет изменяться со временем волновая функция. Мне не хочется выписывать это более сложное уравнение. Скажу лишь, что оно представляет собой уравнение (7) с некоторыми дополнительными членами, характеризующими свойства поля.

Итак, существовало волновое уравнение для частицы (электрона) в электрическом или магнитном поле, и с его помощью волновой функции была дана релятивистская интерпретация. Но оказалось, что эта релятивистская интерпретация не согласуется с общей теорией Шредингера. Причина расхождения состоит в том, что в уравнение (7) входит квадрат оператора дифференцирования по времени $\partial^2/\partial t^2$, а уравнение общей теории Шредингера

$$i\hbar \partial \psi / \partial t = H \psi \quad (8)$$

линейно по $\partial/\partial t$.

Значит, используя уравнение (7) и записывая в релятивистском виде выражение для вероятности, мы бы обнаружили, что вероятность не всегда положительна. Если же пользоваться уравнением (8) и записывать вероятность как $|\psi|^2$, то ее знак будет всегда положительным, как это и должно быть физически.

Таким образом, при согласовании квантовой механики с теорией относительности возникли трудности. Я был очень озабочен ими в то время, но других физиков по какой-то непонятной мне причине эти проблемы совершенно не волновали.

Наверное, изящество и мощь формализма, основанного на гейзенберговском уравнении движения (4) и на соответствующем уравнении Шредингера (8), произвели на меня огромное впечатление; я ощутил, что нужно держаться за этот формализм и не переходить к другому уравнению, где вместо $\partial/\partial t$ фигурировало бы $\partial^2/\partial t^2$. Помню один случай на Солвеевской конференции в 1927 г. В перерыве перед одной из лекций ко мне подошел Бор и спросил: «Над чем Вы сейчас работаете?»

Я сказал ему, что пытаюсь найти удовлетворительную квантовую теорию электрона. Бор ответил, что эта задача уже решена Клейном [решение Клейна включало в себя соотношение (7)]. Я попробовал объяснить Бору, что меня не удовлетворяет решение Клейна, и хотел привести аргументы, но мне не удалось этого сделать, потому что началась лекция и наша дискуссия оборвалась. Но этот разговор открыл мне глаза на тот факт, что многим физикам нравится теория, в которой содержится радикальное отступление от некоторых основных законов квантовой механики, и они в отличие от меня не ощущают необходимости придерживаться этих законов.

Несколько месяцев мучился я над этой задачей и наконец нашел решение. Я получил другое волновое уравнение

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + \alpha_m mc \right\} \psi = 0, \quad (9)$$

в которое, вместо однокомпонентной функции ψ из уравнения (8), входила теперь функция ψ , имеющая четыре компоненты. Буквой α обозначены матрицы, которые действуют на эти четыре компоненты. Можно показать, что уравнение (9) является релятивистским и что вместо двукратного дифференцирования $\partial^2/\partial t^2$, в него входит однократное $\partial/\partial t$. Следовательно, оно согласуется с основными законами квантовой теории. Это-то я и предложил в качестве уравнения, описывающего движение электрона.

Я обнаружил из этого уравнения, что электрон обладает спином, равным $1/2$, и магнитным моментом и что значения спина и магнитного момента согласуются с экспериментальными. Полученный результат был совершенно неожиданным, так как он означал, что простейшее решение задачи построения релятивистской квантовой теории частицы соответствует частице со спином. Я считал, что простейшее решение получится для частицы без спина, а уже затем нужно будет ввести спин. Оказалось же, что в простейшее решение входит спин.

Уравнение (9) прекрасно «работало» в самых различных направлениях теории, но проблема отрицательной энергии оставалась нерешенной. В новой теории наряду с положительными энергиями разрешены и отрицательные, и, поскольку остальные трудности были устранены, проблема отрицательной энергии стала главной.

Оказалось, что эту проблему можно решить, если использовать то свойство электронов, что никакие два (или более) из них не могут находиться в одном и том же состоянии. Это свойство является следствием законов квантовой механики, возникающим при наложении на волновую функцию необходимых условий симметрии. Первым его предложил Паули,

для того чтобы объяснить структуру атомов в периодической системе элементов. Если ни в каком состоянии не может находиться больше одного электрона, то в атоме существуют разные электронные оболочки. Оболочки заполняются постепенно от внутренней к внешней, и так постепенным заполнением оболочек строится периодическая система элементов.

В квантовой механике нельзя исключить переходы из состояний с положительной энергией в состояния с отрицательной энергией, а это означает, что невозможно исключить из теории отрицательные состояния. А раз так, мы обязаны отыскать способ их физической интерпретации. Разумную интерпретацию дает новое представление о вакууме. Раньше вакуум представляли себе как совершенно пустую область пространства, т. е. область, в которой совсем ничего нет. Сейчас мы вынуждены принять другую картину. Можно сказать, что вакуум есть область в пространстве с минимально возможной энергией. Для того чтобы достичь низшей энергии, необходимо заполнить все состояния с отрицательной энергией. Чем большим числом электронов заняты состояния с отрицательной энергией, тем меньше полная энергия, потому что каждый электрон в состоянии с отрицательной энергией уменьшает полную энергию. Таким образом, примем новую картину вакуума, в котором заняты все состояния с отрицательной энергией и свободны все состояния с положительной энергией.

Из состояния вакуума можно выйти двумя способами: первый заключается в том, чтобы одно из состояний с положительной энергией заполнить электроном; второй способ — в том, чтобы создать «дырку» в распределении состояний с положительной энергией. Второй способ заставляет нас обратить внимание на понятие дырки. Вы можете поинтересоваться, как такая дырка будет двигаться в присутствии электромагнитного поля. Оказывается, что она движется, грубо говоря, так же, как двигался бы заполняющий ее электрон. Все сказанное согласуется с квантовой модификацией классического уравнения Лоренца для частицы с отрицательной энергией. А как я уже сказал, частица с отрицательной энергией в соответствии с уравнением Лоренца будет вести себя так, как будто ее энергия и заряд положительны. Поэтому дырка движется так, как будто она обладает положительной энергией и положительным зарядом, а не обычным отрицательным зарядом, который несет электрон; дырки возникают как новый сорт частиц, заряженных положительно.

Какова масса новых частиц? Когда я впервые об этом подумал, мне пришло в голову, что из соображений симметрии масса должна быть такой же, как у электрона. Но я не осмелился выдвинуть эту идею; мне казалось, что если бы новая

частица существовала (с массой, равной массе электрона, но с противоположным по знаку зарядом), то, конечно, ее бы уже давно открыли экспериментаторы. В то время известными частицами были только отрицательно заряженный электрон и положительно заряженный протон, а все атомные ядра считались составными системами. Вот почему я высказал предположение, что эти дырки соответствуют положительно заряженным протонам, и оставил открытым вопрос о том, почему их масса должна так сильно отличаться от массы электрона.

Конечно, это было большой ошибкой: мне просто не хватило твердости. Прежде всего следовало сказать, что дырка должна иметь ту же массу, что и электрон. Это предположение было сделано другими вскоре после опубликования моей статьи. По-моему, Вейль первым высказал вполне четкое утверждение о том, что в силу требований математической симметрии дырки должны быть частицами с массой, равной массе электрона. (Вейль был математиком, и его интересовали только вопросы, связанные с математической симметрией. Поэтому он совершенно не волновался по поводу того, что физики никогда не видели такую частицу.) Похоже, что идея была правильной: дырки — это новые частицы, которые сейчас называют позитронами, обладающие такой же, как у электрона, массой и противоположным по знаку зарядом. Тогда возникает вопрос: «Почему же их не видели экспериментаторы?» Я думаю, что единственный правильный ответ на этот вопрос состоит в том, что у экспериментаторов сложилось предубеждение против новых частиц.

Считалось, что в Природе существуют всего две основные частицы: электрон и протон. Их нужно было всего две, потому что есть всего два вида электрического заряда: отрицательный и положительный. Если есть одна частица для отрицательного заряда, одна для положительного..., то вроде бы все в порядке, двух частиц достаточно. Никакие другие частицы не нужны. Эта идея тогда господствовала.

Позитроны не наблюдались потому, что люди закрывали глаза на все свидетельства в пользу их существования. Треки заряженных частиц можно наблюдать в камере Вильсона. В присутствии магнитного поля трек искривляется. Положительно заряженная частица, двигаясь в каком-то направлении, дает совершенно такой же трек, как отрицательно заряженная частица, двигающаяся в противоположном направлении. Можно предположить, что все треки, которые наблюдатель считает электронными, отвечают отрицательно заряженным электронам и что все электроны перемещаются в направлении, соответствующем направлению движения отрицательного заряда. Некоторые экспериментаторы замечали, что

довольно часто частицы влетают в радиоактивный источник. Опубликованы даже одна или две фотографии треков частиц, которые, если следовать принятой тогда интерпретации, влетали в источник. Никому даже не пришло в голову «набрать статистику». Если бы кто-нибудь этим занялся, то он бы обнаружил, что частиц, движущихся в сторону источника, многовато для того, чтобы такое объяснение было возможным. И все же физики упорно не хотели признавать существование новой частицы.

Сейчас ситуация совершенно изменилась. Всем очень хочется «постулировать» новую частицу при малейшем экспериментальном или теоретическом намеке на ее существование. А тогда, чтобы установить существование позитрона, понадобилось несколько лет. У Блэкетта были довольно убедительные свидетельства в пользу существования позитрона, и,

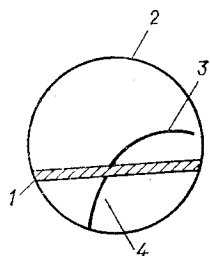


Рис. 4. Схема опыта Андерсона по наблюдению позитрона, проходящего через свинцовую пластинку, которая помещена в камеру Вильсона:

1—свинцовая пластинка; 2—окно камеры Вильсона, 3—более искривленная часть трека; 4—менее искривленная часть трека

будучи в Кембридже, он мне о них рассказал. Но он сомневался, не рано ли публично высказывать столь революционную идею: ему хотелось иметь подтверждение своих экспериментов. Эта задержка привела к тому, что автором открытия оказался Андерсон. У Андерсона был всего один снимок такого трека (он показан на рис. 4), проходящего сквозь свинцовую пластинку. По одну сторону пластинки трек был искривлен сильнее, чем по другую. При прохождении через пластинку частица, естественно, могла только потерять энергию — увеличить ее энергию не могла. Таким образом, направление движения частицы было установлено достаточно определенно, и отвечало оно частице, обладающей положительным зарядом.

Открытие Андерсона подтверждало предположение о том, что электронам соответствует античастица — позитрон. Это, на самом деле, основная идея всей атомной теории. Для всех частиц, которых в любом состоянии может быть не больше одной и которые называются фермионами, существуют как состояния с отрицательной энергией, так и состояния с положительной энергией. Состояния с отрицательной энергией в ва-

кууме заполнены целиком, а точнее почти целиком. Любая дырка среди состояний с отрицательной энергией соответствует античастице. Это утверждение справедливо и для протонов (существуют антипротоны), и для нейтронов (существуют антинейтроны); все эти частицы наблюдались на опыте.

Приняв концепцию антиматерии, мы должны существенно изменить свои представления о том, что подразумевать под фундаментальной, или элементарной, частицей. Частицы могут создаваться каким-то другим видом энергии, например энергией электромагнитных волн. Внося в вакуум возмущение, электромагнитные волны могут выбить электрон из состояния с отрицательной энергией в состояние с положительной энергией; так возникнут электрон и позитрон. Они рождаются одновременно. Электрический заряд в этом случае, конечно, сохраняется, а энергию должен поставлять внешний источник. Сказанное относится и к фермионам.

Если мы можем создавать частицы, то вопрос о том, из каких фундаментальных частей состоит материя, теряет свою определенность. Раньше можно было утверждать, что достаточно лишь как можно подробнее изучить какое-то определенное количество вещества, чтобы узнать его первичные составляющие. Но если мы научились создавать частицы с помощью атомных взаимодействий, то мы уже не можем точно определить, что такое элементарная частица. Благодаря современному уровню развития физики, открыто очень много частиц. Вместо тех двух, о которых мы говорили (электрона и протона), их сейчас известно двести или что-то около этого. Многие из них нестабильны, одни в большей степени, другие — в меньшей.

Задавая вопрос о том, какие из этих новых частиц являются элементарными, вы на самом деле не можете рассчитывать на точный ответ. Можно склоняться к тому, что более стабильные частицы являются элементарными, а менее стабильные не являются, но это деление весьма искусственно. Например, протон и нейтрон во многом очень схожи, но протон стабилен, а нейтрон нестабилен. Они настолько похожи, что было бы неразумно один считать элементарнее другого. Таким образом, вопрос о том, какие частицы являются элементарными, представляет собой одну из еще не решенных задач, над которыми сейчас работают физики.

Я рассказал вам о том, как развивалась квантовая механика, и, в частности, коснулся вопроса о том, как ее согласовать с механикой теории Эйнштейна, необходимой при больших скоростях. В результате мы приходим к концепции антиматерии. Однако проблемы квантовой теории этим не решаются. Остается еще немало вопросов, связанных с построением

точной теории взаимодействия заряженной частицы с электромагнитным полем.

Используя модель заряженной частицы, в которой заряд считается сосредоточенным в точке, вы увидите, что энергия, соответствующая точечному заряду, оказывается бесконечной. Это одна из типичных трудностей, возникающих при попытках построить точную теорию взаимодействия частиц.

Современная квантовая теория прекрасно «работает» до тех пор, пока мы не требуем от нее слишком многого — пока мы не пытаемся применять ее к частицам очень высоких энергий и использовать на очень малых расстояниях. Если мы все же попробуем это сделать, то получим уравнения, решения которых не имеют смысла. Взаимодействия, с которыми мы имеем дело, всегда приводят к бесконечностям. Эта задача волнует физиков вот уже 40 лет, но пока в ее решении нет сколько-нибудь существенного прогресса.

Трудности, о которых мы говорили, заставляют меня думать, что основы квантовой механики еще не установлены. Исходя из современных основ квантовой механики, люди затронули колоссальный труд на то, чтобы на примерах отыскать правила устранения бесконечностей в решении уравнений. Но все эти правила, несмотря на то, что вытекающие из них результаты могут согласовываться с опытом, являются искусственными, и я не могу согласиться с тем, что современные основы квантовой механики правильны.

Ситуация, которая сейчас сложилась с бесконечностями, напоминает мне время, когда использовали волновое уравнение, содержащее член $\partial^2/\partial t^2$. Я думаю, что люди зря слишком легко принимают теорию, наделенную принципиальными недостатками; очевидно, продвижение вперед возможно лишь в том случае, если будет произведено какое-нибудь фундаментальное изменение теории, почти такое же фундаментальное, как переход от уравнения (7) к уравнению (9).

ЛЕКЦИЯ ВТОРАЯ

КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Лекция была прочитана на физическом факультете университета Кентерберри (Крайстчерч, Новая Зеландия) 15 сентября 1975 г.

Сегодня мне бы хотелось поговорить о некоторых этапах развития квантовой механики. В предыдущей лекции я обрисовал принципиальную структуру квантовой механики. Эта структура включает в себя динамические переменные, которые не коммутируют между собой, поэтому надо задать ком-

мутационные соотношения, чтобы сделать их определенными. Если такие определенные динамические переменные заданы, то дальше понадобится гамильтониан — величина, которая соответствует полной энергии и является функцией динамических переменных.

Зная гамильтониан (который я буду обозначать H), можно перейти к построению гейзенберговских уравнений движения. Для любой динамической переменной u справедливо соотношение

$$i\hbar du/dt = uH - Hu, \quad (1)$$

которое дает схему построения гейзенберговских уравнений. Существует и альтернативный, шредингеровский, формализм, в котором используется волновая функция, удовлетворяющая волновому уравнению

$$i\hbar d\psi/dt = H\psi. \quad (2)$$

Здесь H — тот же гамильтониан, что входит в соотношение (2), но теперь он интерпретируется как оператор, действующий на волновую функцию ψ .

Теперь я хочу перейти к динамической системе, в которую входит много одинаковых частиц. Волновая функция такой системы будет содержать динамические переменные каждой из входящих в нее частиц. Посмотрим сначала, может ли волновая функция быть симметричной по частицам. Ясно, что гамильтониан системы должен быть симметричен по частицам: он представляет собой их полную энергию и просто не содержит ничего такого, что отличало бы одну частицу от другой. Поэтому из (2) следует, что если функция ψ симметрична, то производная $d\psi/dt$ тоже будет симметричной, а для этого надо, чтобы функция ψ всегда оставалась симметричной, если она была симметричной вначале.

Если бы эта ситуация оказалась реальной, то она отразила бы закон Природы (для данных частиц), по которому существуют только симметричные волновые функции. На самом деле такой закон Природы существует, но только для определенного вида частиц, которые называются

БОЗОНЫ.

Эти частицы подчиняются статистике, отличной от классической. Статистику для бозонов разработал Бозе с помощью Эйнштейна.

Оказывается, что легкие кванты, фотоны, должны подчиняться статистике Бозе — Эйнштейна, потому что эта статистика приводит к закону Планка для излучения черного

тела. Поэтому можно считать, что фотоны являются бозонами.

Волновая функция ψ представляет собой функцию динамических переменных различных частиц

$$\psi(q^a, q^b, q^c, \dots), \quad (3)$$

где величины q^a относятся к первой частице, q^b — ко второй и т. д.; буквой q обозначены все коммутирующие переменные, необходимые для описания состояния соответствующей частицы: Задав все эти q , мы тем самым задаем точку в области определения волновой функции (3).

Если волновая функция симметрична, то достаточно просто задать переменные q , не интересуясь их порядком. Если бы волновая функция не была симметричной, то такой способ оказался бы непригодным, ибо тогда мы были бы обязаны учитывать, что частицы находятся в разных состояниях. Если же функция ψ симметрична, то это различие становится ненужным, а достаточно просто знать, какие состояния заняты и сколько в каждом из них бозонов.

Таким образом, мы получаем возможность преобразовать ψ к новым переменным:

$$\psi(n^1, n^2, n^3, \dots), \quad (4)$$

где n^1 — число переменных q , принимающих первое значение (скажем, q^1); n^2 — число переменных q , принимающих второе значение, и т. д. Этими n можно пользоваться как новыми динамическими переменными. Каждое n означает число бозонов в данном состоянии и является динамической переменной, собственные значения которой равны 0, 1, 2, 3 и т. д. (целочисленные собственные значения); причем n коммутируют друг с другом: если мы определим число бозонов в одном состоянии, то это никак не скажется на определении числа бозонов в других состояниях.

Займемся теперь одной из переменных n , собственные значения которой равны целым числам 0, 1, 2, 3 и т. д. Сразу заметна связь между n и энергией гармонического осциллятора. Конечно, гармонический осциллятор обладает набором энергетических уровней, значения которых образуют арифметическую прогрессию, и можно так выбрать числовые коэффициенты, что разности между соседними уровнями энергии будут составлять 1. У гармонического осциллятора есть и нулевой уровень, равный половине кванта энергии. Вычтем эту энергию, тогда останутся уровни 0, 1, 2, 3 и т. д. Они в точности соответствуют собственным значениям одной из

переменных n . Это означает, что каждую переменную n можно описать в терминах энергий гармонического осциллятора. Для описания гармонического осциллятора удобнее всего использовать

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФОКА.

Я расскажу лишь о главных идеях, лежащих в основе этого представления.

Рассмотрим гармонический осциллятор, но в аспектах, отличных от тех, которые интересовали нас в предыдущей задаче, связанной с бозонами. Энергия осциллятора (гамильтониан)

$$H = (1/2)(p^2 + q^2) - 1/2. \quad (5)$$

В этом выражении уже отсутствует нулевая энергия и для простоты положено $\hbar=1$, $m=1$, $\omega=1$, чтобы избавиться от ненужных числовых коэффициентов. В основном состоянии осциллятор имеет волновую функцию, которую мы обозначим ψ_0 :

$$\psi_0 = \exp(-q^2/2). \quad (6)$$

Эта функция отвечает нормальному, или невозбужденному, состоянию осциллятора.

Введем теперь переменную

$$\eta \equiv (1/\sqrt{2})(p + iq), \quad (7)$$

которая сама комплексна, p и q действительны. Сопряженная ей величина имеет вид:

$$\bar{\eta} \equiv (1/\sqrt{2})(p - iq). \quad (8)$$

Используя (7) и (8), можно с помощью стандартного квантового условия

$$qp - pq = i \quad (9)$$

($\hbar=1$) вычислить величину $\eta\bar{\eta} - \bar{\eta}\eta$:

$$\begin{aligned} \eta\bar{\eta} - \bar{\eta}\eta &= (1/2)(p - iq)(p + iq) - (1/2)(p + iq)(p - iq) = \\ &= (1/2)(-2i)(qp - pq) = 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Этот результат означает, что величина $\bar{\eta}$ эквивалентна оператору дифференцирования η , поскольку $(\partial/\partial\eta)\eta f - \eta(\partial/\partial\eta)f = f$. Таким образом,

$$\bar{\eta} \equiv \partial/\partial\eta. \quad (11)$$

Представление Фока основано на использовании η и $\bar{\eta}$.

Поддействуем теперь на волновую функцию ψ_0 [из уравнения (6)] оператором $\bar{\eta}$ (8). Поскольку

$$p = -i\partial/\partial q,$$

имеем:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}\psi_0 &= (1/\sqrt{2})(p - iq)\psi_0 = (1/\sqrt{2})(-i\partial/\partial q - iq)\psi_0 = \\ &= (-i/\sqrt{2})(\partial/\partial q + q)\psi_0 = (-i/\sqrt{2})(\partial\psi_0/\partial q + q\psi_0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Следовательно, результат действия $\bar{\eta}$ на ψ_0 равен 0.

В качестве следующего примера рассмотрим какую-нибудь функцию η или $\bar{\eta}$, которая может быть записана в виде степенного ряда по этим переменным. Перенеся с помощью коммутационного соотношения (10) все $\bar{\eta}$ в правую часть и подействовав функцией f на ψ_0 , получим с учетом (12), что на ψ_0 действует некоторая функция g , зависящая только от η :

$$f(\eta, \bar{\eta})\psi_0 = g(\eta)\psi_0. \quad (13)$$

Следовательно, остаются только независимые волновые функции

$$\psi_0, \eta\psi_0, \eta^2\psi_0, \eta^3\psi_0 \quad (14)$$

и т. д.

Ясно также, что энергия H [см. (5)] имеет простой вид*:

$$H = \eta\bar{\eta}. \quad (15)$$

Если теперь подействовать на функцию $\eta^r\psi_0$ оператором H , то с учетом коммутационного соотношения (10) получим:

$$\begin{aligned} H\eta^r\psi_0 &= (\eta\bar{\eta})\eta^r\psi_0 = \eta(1 + \eta\bar{\eta})\eta^{r-1}\psi_0 = \eta^r\psi_0 + \eta^2(1 + \\ &+ \eta\bar{\eta})\eta^{r-2}\psi_0 = \dots = r\eta^r\psi_0 + \eta^{r+1}\bar{\eta}\psi_0. \end{aligned}$$

Приняв во внимание (12), найдем:

$$H\eta^r\psi_0 = r\eta^r\psi_0. \quad (16)$$

Это значит, что состояние $\eta^r\psi_0$ является стационарным состоянием осциллятора, энергия которого (исключая энергию основного состояния, равную половине кванта энергии) составляет как раз r квантов энергии. Можете, если вам нравится, называть ψ_0 [см. (14)] невозбужденным состоянием, $\eta\psi_0$ — первым возбужденным состоянием, $\eta^2\psi_0$ — вторым воз-

* В самом деле, $\eta\bar{\eta} = (1/2)(p + iq)(p - iq) = (1/2)(p^2 + q^2) + (i/2) \times (qp - pq) = (1/2)(p^2 + q^2) - 1/2 = H$. — *Примеч. редактора английского издания.*

бужденным состоянием, ..., $\eta^r \psi_0$ — r -м возбужденным состоянием... и тогда различные возбужденные состояния можно будет представить в очень простом виде.

Представление Фока особенно полезно для бозонов. Поставим в соответствие *каждому бозонному состоянию состоянию осциллятора*. Заметьте: не по осциллятору для каждого бозона — это было бы совершенно неправильно. В бозонном состоянии могло бы находиться n бозонов, и мы бы тогда поставили им в соответствие осциллятор (отвечающий данному бозонному состоянию) в n -м возбужденном состоянии. По такой схеме любое состояние ансамбля бозонов можно связать с каким-нибудь состоянием осциллятора. Число бозонов в любом бозонном состоянии равно степени возбуждения соответствующего осциллятора.

Это совершенно замечательный факт; он позволяет «примирить» волновую и корпускулярную теорию света. Рассматривая свет с точки зрения корпускулярной теории, мы имеем дело с фотонами, которые представляют собой бозоны: для них надо использовать общую теорию бозонов. Если рассматривать свет как волну, то разные фурье-компоненты волн окажутся гармоническими осцилляторами, которые надо использовать в фоковском представлении. Теперь нам ясна связь между этими двумя подходами. Мы видели, что ансамбль бозонов и набор осцилляторов — это просто два способа математического описания одной и той же физической реальности. Можно рассматривать электромагнитное поле или как ансамбль фотонов, или как набор электромагнитных волн.

В фоковском подходе появляются переменные η и $\bar{\eta}$. Они имеют простой физический смысл. Оператор η увеличивает степень возбуждения на один квант, а оператор $\bar{\eta}$ на один квант ее уменьшает. Теперь становится понятным уравнение (12) $\bar{\eta}\psi_0=0$, ибо если попытаться уменьшить на один квант степень возбуждения невозбужденного состояния (т. е. ψ_0), то мы получим нуль. Физически это совершенно очевидно.

Теперь у нас есть математическое описание электромагнитного поля в терминах операторов уменьшения или увеличения степени возбуждения компоненты поля на один квант. Эти операторы можно также описывать как операторы испускания и поглощения бозона. Все η являются операторами рождения, увеличивающими степень возбуждения на единицу, а все $\bar{\eta}$ представляют собой операторы поглощения (или уничтожения), которые уменьшают степень возбуждения на единицу:

$$\text{операторы } \begin{cases} \eta \rightarrow \text{рождение;} \\ \bar{\eta} \rightarrow \text{поглощение.} \end{cases} \quad (17)$$

Для каждого бозонного состояния существует пара переменных η^a и $\bar{\eta}^a$. Коммутационные соотношения для них заключаются в следующем:

1) переменные, соответствующие разным бозонным состояниям, коммутируют друг с другом, т. е. коммутируют все операторы рождения:

$$\eta^a \eta^b - \eta^b \eta^a = 0 \quad (18)$$

и все операторы поглощения:

$$\eta^a \bar{\eta}^b - \bar{\eta}^b \eta^a = 0; \quad (19)$$

2) выражение $\bar{\eta}^a \eta^b - \eta^b \bar{\eta}^a$ обращается в нуль, когда a и b различны, и равно единице, когда a и b равны между собой:

$$\bar{\eta}^a \eta^b - \eta^b \bar{\eta}^a = \delta^{ab}, \quad (20)$$

где δ^{ab} — символ Кронекера. Если мы имеем дело с электромагнитным полем или с любым ансамблем бозонов, то для описания квантовомеханической системы нам нужны переменные η и $\bar{\eta}$, которые удовлетворяют приведенным выше коммутационным соотношениям.

До сих пор я все время говорил об ансамбле бозонов. С тем же успехом может существовать ансамбль совершенно одинаковых частиц, полная волновая функция которых не симметрична, а антисимметрична. Пусть ψ в (2) означает такую антисимметричную функцию. Тогда если функция ψ с самого начала была антисимметричной, то она останется антисимметричной. Антисимметричная волновая функция ψ отвечает новому виду частиц, которые называются

ФЕРМИОНЫ.

Фермионы характеризуются тем, что два их них не могут находиться в одном и том же состоянии. Если функция ψ антисимметрична [сравните с видом функции (3)], то никакие две из переменных q не должны быть равны между собой, ибо в противном случае мы придем к нулю. Свойством фермионов, не позволяющим никаким двум из них занимать одно и то же состояние (принцип исключения, или принцип Паули), обладают электроны, а также некоторые другие элементарные частицы, существующие в Природе.

Теория фермионов аналогична предшествующей ей теории бозонов с той лишь разницей, что возникающие в этой теории фермионные переменные никак не связаны с гармоническими осцилляторами. Тем не менее и для фермионов мож-

но ввести операторы η и $\bar{\eta}$, которые описывают рождение и поглощение фермиона подобно тому, как раньше операторы η и $\bar{\eta}$ описывали рождение и поглощение бозона.

У меня нет времени для подробного изложения теории фермионов. Приведу лишь ее результаты. Как и прежде, каждый отдельный оператор η и $\bar{\eta}$ соответствует фермионному состоянию. Но теперь операторы η и $\bar{\eta}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям, отличающимся от бозонных:

$$\eta^a \eta^b + \eta^b \eta^a = 0; \quad (21)$$

$$\bar{\eta}^a \bar{\eta}^b + \bar{\eta}^b \bar{\eta}^a = 0 \quad (22)$$

и

$$\bar{\eta}^a \eta^b + \eta^b \bar{\eta}^a = \delta^{ab}. \quad (23)$$

Уравнения (21) — (23) того же вида, что (18) — (20) соответственно, только знак минус везде заменен знаком плюс.

Я считаю, что это совершенно удивительный математический факт. Неизвестно, что за ним кроется на самом деле, потому что мы имеем дело с двумя совершенно разными физическими ситуациями. Уравнения (18) — (20) относятся к частицам, любое число которых может находиться в любом состоянии. Уравнения (21) — (23) соответствуют частицам, никакие две из которых не могут находиться в одном и том же состоянии. Физически эти два случая очень сильно различаются, однако, несмотря на это, между соответствующими им уравнениями существует тесная параллель.

Положим в уравнении (21) $b=a$. Тогда

$$(\eta^a)^2 = 0 \quad (24)$$

(суммирование по индексу a отсутствует). Этот результат означает, что два фермиона не могут испускаться в одно и то же состояние. Попытавшись осуществить такой переход, мы просто получим, что волновая функция равна нулю. В случае бозонов уравнение (24) не даст ничего похожего, потому что, положив в (18) $b=a$, мы придем к тождеству $(\eta^a)^2 = (\eta^a)^2$.

Число частиц в любом состоянии для обоих случаев, т. е. и для бозонов, и для фермионов, дается оператором

$$n^a \equiv \eta^a \bar{\eta}^a \quad (25)$$

(без суммирования по индексу a). Для бозонов, когда η^a , $\bar{\eta}^a$ удовлетворяют условиям (18)—(20), собственные значения этого оператора равны 0, 1, 2, 3 и т. д. Для фермионов, когда выполняются условия (21)—(23), собственные значе-

ния оператора n^a равны либо нулю либо единице. Таким образом, число фермионов в любом состоянии равно либо нулю, если состояние не занято, либо единице, если состояние занято. В последнем случае состояние заполнено до предела, так что ни один фермион уже не может в него попасть.

Мы познакомились с основными динамическими переменными, которые используются в любой квантовой теории поля. Следует, правда, сделать одно формальное обобщение. До сих пор мы считали, что различные состояния (как для бозонов, так и для фермионов) дискретны. Однако на самом деле это не так. Различные состояния частицы надо рассматривать как собственные состояния ее импульса. Тогда индекс a , обозначающий конкретное состояние, заменяется тремя компонентами импульса частицы и значением ее спина (если у частицы есть спин). В результате всех этих действий символ Кронекера δ^{ab} в уравнениях (20) и (23) приходится заменять произведением

$$\delta(p'_1 - p''_1) \delta(p'_2 - p''_2) \delta(p'_3 - p''_3) \quad (26)$$

(в отсутствие спина), где p'_1, p'_2, p'_3 и p''_1, p''_2, p''_3 представляют собой компоненты импульса двух состояний. Описанная процедура является всего лишь формальным обобщением, которое всегда необходимо делать при переходе от дискретных квантовых состояний к непрерывному спектру. Но это дает ответ на вопрос, поставленный в первой части нашей задачи: в терминах каких динамических переменных надо формулировать квантовую теорию поля?

Теперь следует найти вид гамильтониана. Гамильтониан представляет собой полную энергию системы и должен быть выбран так, чтобы для системы получались правильные уравнения движения. Я покажу, как это делается, на примере свободного поля излучения.

Рассмотрим электромагнитное поле и будем считать, что заряды отсутствуют, т. е. что мы имеем дело с полем фотонов. Тогда динамическими переменными могут служить векторы электрического и магнитного полей. Динамические переменные во всех точках пространства должны задаваться в один и тот же момент времени. Например, вектор электрического поля берется в произвольной точке (x_1, x_2, x_3) трехмерного пространства в определенный момент времени t :

$$\mathcal{E}_r(x_1, x_2, x_3; t), \quad r=1, 2, 3. \quad (27)$$

Аналогично задается вектор магнитного поля \mathcal{H} для того же момента времени t :

$$\mathcal{H}_r(x_1, x_2, x_3; t), \quad r=1, 2, 3. \quad (28)$$

Вот те динамические переменные, которые нужны для описания свободного электромагнитного поля.

Вы, наверное, заметили, что мы несколько отошли от четырехмерной симметрии, которую хотели бы видеть в релятивистской теории. Это неизбежно случается при переходе к гамильтонову формализму: приходится отходить от четырехмерной симметрии, и тут ничего не поделаешь, потому что все динамические переменные заданы в определенный момент времени.

Гамильтониан равен полной энергии; мы берем его в том же виде, что и в классической теории:

$$H = \frac{1}{8\pi} \int [\mathcal{E}^2(x_1, x_2, x_3) + \mathcal{H}^2(x_1, x_2, x_3)] dx_1 dx_2 dx_3. \quad (29)$$

Уравнения движения для переменных \mathcal{E} и \mathcal{H} известны из теории Максвелла:

$$\partial \mathcal{E} / \partial t = \text{rot } \mathcal{H}; \quad (30)$$

$$\partial \mathcal{H} / \partial t = -\text{rot } \mathcal{E}. \quad (31)$$

Есть еще уравнения:

$$\text{div } \mathcal{E} = 0; \quad (32)$$

$$\text{div } \mathcal{H} = 0, \quad (33)$$

представляющие собой ограничения, которые надо наложить на переменные \mathcal{E} и \mathcal{H} .

Уравнения (30) и (31) показывают, как величины \mathcal{E} и \mathcal{H} изменяются со временем в квантовой теории. Они должны соответствовать гейзенберговским уравнениям движения. Значит, в квантовой теории должны выполняться равенства

$$i\hbar \text{rot } \mathcal{H} = \mathcal{E}H - H\mathcal{E} \quad (34)$$

и

$$i\hbar \text{rot } \mathcal{E} = H\mathcal{H} - \mathcal{H}H. \quad (35)$$

Из гейзенберговских уравнений движения можно сделать вывод о том, каковы коммутационные соотношения между величинами \mathcal{E} и \mathcal{H} . Коммутационные соотношения должны иметь такой вид, чтобы взяв в качестве гамильтониана выражение (29), мы получили уравнения (30) и (31). Эта задача поставлена четко, и ее нетрудно решить.

В результате получается, что различные компоненты \mathcal{E} коммутируют друг с другом во всем пространстве, то же относится и к различным компонентам \mathcal{H} . Компонента \mathcal{E} не коммутирует с перпендикулярной ей компонентой \mathcal{H} , если две точки, принадлежащие полям \mathcal{E} и \mathcal{H} , расположены очень близко друг от друга. В коммутатор входит производная

δ -функции. Типичное соотношение имеет вид:

$$[\mathcal{G}_1(x'_1, x'_2, x'_3), \mathcal{H}_2(x''_1, x''_2, x''_3)]_- = \\ = \delta(x'_1 - x''_1) \delta(x'_2 - x''_2) (\partial/\partial x'_3) \delta(x'_3 - x''_3).$$

В любом случае коммутатор, составленный из какой-нибудь компоненты \mathcal{G}_r и какой-нибудь компоненты \mathcal{H}_s , просто равен числу.

Можно опять ввести переменные η и $\bar{\eta}$, отвечающие рождению и поглощению фотона. Так мы придем к удовлетворительной квантовой теории для свободного электромагнитного поля.

То же самое можно сделать и для ансамбля электронов, а затем ввести взаимодействие электронов с электромагнитным полем. Для этого сначала запишем гамильтониан, который описывает энергию одних электронов, потом прибавим к нему гамильтониан электромагнитного поля и, наконец, учтем взаимодействие, прибавив еще несколько членов так, чтобы получились правильные уравнения движения. В результате мы увидим, что для ансамбля электронов и сопровождающих их позитронов, взаимодействующих с электромагнитным полем, можно построить совершенно определенный гамильтониан, который будет описывать полную энергию динамической системы.

Таким образом, гамильтониан представляет собой сумму членов, которые описывают энергии свободных частиц, и членов, соответствующих энергии взаимодействия:

$$H_{\text{полн}} = H_{\text{част}} + H_{\text{взаим}}. \quad (36)$$

Обычно для такого гамильтониана пользуются теорией возмущений. Ту часть, которая описывает взаимодействия, считают ответственной за переходы, а именно за переходы, в которых рождаются одни частицы и поглощаются другие.

В каждом из переходов импульс сохраняется, а энергия не сохраняется. Вас может удивить такое различие в поведении энергии и импульса. Оно возникает из-за того, что под энергией мы подразумеваем ее значение в *определённый момент времени*. Гамильтониан H в (36) берется только для одного момента времени, но в него входит интеграл по всему трехмерному пространству. Когда мы говорим об определенном моменте времени, точно определить энергию невозможно. Потому-то она и не должна сохраняться во время переходов.

Продолжая рассказ о квантовой электродинамике, я бы хотел остановиться еще на одном очень изящном и ясном выводе теории. Прежде всего, запишем гамильтониан не через компоненты вектора электромагнитного поля \mathcal{G}_r и \mathcal{H}_r , как мы

это делали до сих пор, а через компоненты четырехмерного потенциала A_μ , где $\mu=0, 1, 2, 3$. Гамильтониан (29) отвечает энергии свободного поля, в котором есть только поперечные электромагнитные волны. До тех пор, пока мы имеем дело только с поперечными волнами, мы не можем учесть кулоновское взаимодействие между частицами. Для того чтобы учесть его, необходимо ввести продольные электромагнитные волны и соответственно записать A_μ .

Продольные волны можно исключить с помощью математического преобразования. Они почти не связаны с экспериментом, поэтому хотелось бы от них избавиться. В результате вместо старых операторов η и $\bar{\eta}$ для рождения и поглощения электронов появятся новые переменные, которые имеют очень простой физический смысл. Каждая новая переменная η соответствует рождению не «голового» электрона, а электрона вместе с окружающим его кулоновским полем. Возникает новый вариант теории, в которой учитывается, что электрон всегда сопровождает окружающее его кулоновское поле. Всякий раз при рождении электрона одновременно рождается и окружающее его кулоновское поле, образуя своего рода «одежду» электрона. Аналогично, при поглощении электрона одновременно поглощается и его кулоновское поле.

То, о чем я говорил, нетрудно понять физически, но все это представляет собой очень серьезное отклонение от теории относительности, ибо если электрон движется, то кулоновское поле вокруг него не может быть сферически-симметричным, но именно сферически-симметричное кулоновское поле и должно рождаться вместе с электроном.

После того как мы сделаем преобразование, в результате которого будут исключены продольные электромагнитные волны, в гамильтониане появится новый член. Этим новым членом как раз окажется кулоновская энергия взаимодействия всех заряженных частиц:

$$\sum_{(1,2)} \frac{e_1 e_2}{r_{12}}. \quad (37)$$

Суммирование проводится по всем парам частиц, которые существуют в рассматриваемом состоянии системы. Член (37) «автоматически» возникает при преобразовании, устраняющем продольные волны.

Вы видите, что в этой части квантовой электродинамики все обстоит вполне благополучно. Из-за недостатка времени мне удалось лишь вкратце обрисовать ситуацию, но вы сами можете дополнить ее недостающими деталями и убедиться, что теория правильно описывает физическую картину. Од-

нако нам еще предстоит столкнуться с трудностями, когда мы перейдем к *решению* уравнений.

Чтобы решить уравнения, мы будем исходить из уравнения Шредингера (2). Естественно искать решение по теории возмущений, в которой всякое взаимодействие рассматривается как возмущение.

Решая уравнение по этой схеме, необходимо задать какое-нибудь начальное состояние. Тогда поправки первого порядка вычисляются хорошо, но попытки вычислить поправки второго порядка приводят к интегралам, которые оказываются бесконечными. Какое бы начальное состояние ни было выбрано, в процессе решения всегда возникают бесконечные интегралы.

Это вызывает понятную тревогу, и мне кажется, что правильный вывод состоит в том, что уравнение Шредингера (2) не имеет решений. Во всяком случае, никому не удалось найти решение, несмотря на то, что уравнение изучалось десятилетиями. Так что, я думаю, оно просто не имеет решений.

Рассмотрим очень простой случай: пусть в начальном состоянии нет ни электронов, ни позитронов, ни фотонов, т. е. нет вообще никаких частиц. Воспользовавшись теорией возмущений, мы увидим, что, начав с состояния, в котором нет частиц, мы тем не менее придем к состоянию, в котором возникнут частицы. Дело в том, что гамильтониан, входящий в уравнение (2), содержит члены, которые отвечают одновременному рождению; электрона, позитрона и фотона. Эти три частицы рождаются одновременно, не нарушая закон сохранения импульса, но нарушая закон сохранения энергии. В результате конечное состояние перестанет быть состоянием без частиц. Частицы рождаются в первом приближении (в первом порядке теории возмущений). А потом, при переходе ко второму приближению, получаются бесконечности. Следовательно, уравнение (2) не решается даже для очень простого случая.

Напрашивается вывод, что то место, где отсутствуют частицы, и есть вакуум. Однако это не так, потому что вакуум должен соответствовать стационарному состоянию, в котором должно присутствовать очень много частиц, отвечающих какому-нибудь стационарному решению уравнения Шредингера. Но решения этого уравнения Шредингера неизвестны — нет даже решения, которое можно было бы отнести к вакууму.

Может показаться, что результаты очень нелепы и что в такой теории вообще ничего нельзя добиться. Однако все не так уж плохо, потому что с точки зрения экспериментатора расчеты, связанные с вакуумом, не нужны.

Экспериментатор не в состоянии дать нам информацию, которую мы могли бы сравнить со своими расчетами для вакуума. Экспериментатор занимается лишь отклонениями от вакуума.

Чтобы «избавиться» от вакуума, можно взять волновую функцию вакуума (скажем, ψ^{vac}) и подействовать на нее оператором рождения электрона

$$\eta^{(e)}\psi^{vac}. \quad (38)$$

Нам неизвестно, как уже говорилось, что такое ψ^{vac} , но для оператора рождения электрона $\eta^{(e)}$ можно воспользоваться гейзенберговскими уравнениями движения. Тогда мы выясним, как (38) меняется со временем.

При этих условиях преодоление описанных выше трудностей кажется безнадежным делом, но тем не менее, решая гейзенберговские уравнения во втором приближении, мы все же приходим к бесконечности. Эту бесконечность можно интерпретировать как дополнительную собственную энергию электрона, которая оказывается бесконечной величиной. Так возникает идея перенормировки (массы). Итак,

ПЕРЕНОРМИРОВКА.

Мы могли бы сказать, что масса электрона, введенная в уравнения с самого начала, не то же самое, что наблюдаемая масса. Тогда при учете взаимодействия электрона с электромагнитным полем значение массы заменится другим, отличным от того массового параметра, который входит сначала в уравнения движения.

Такая физическая идея была бы разумной при условии, что изменение массы или невелико, или (если оно велико) хотя бы конечно. Однако этой идее совсем не просто приписать какой-нибудь смысл, когда изменение массы бесконечно. Тем не менее известно, что бесконечность, возникающая при решении уравнений, имеет то же происхождение, что и бесконечность, связанная с бесконечной перенормировкой массы.

Можно сказать несколько точнее, а именно, что бесконечности, о которых мы говорим, имеют вид:

$$\int_0^{\infty} dv, \quad (39)$$

где ν — частота испущенного фотона, если в гамильтониане учитывается тот член ряда теории возмущений, который отвечает за рождение электрон-позитронной пары и фотона. Интеграл (39) обращается в бесконечность, если частота фо-

тона может принимать все значения от нуля до бесконечности. Можно проследить аналогию между этой бесконечностью и бесконечной массой покоя электрона в классической теории. Лоренца для точечного электрона, окруженного кулоновским полем. Кулоновское поле вносит энергию, и если эту энергию проинтегрировать, считая электрон сосредоточенным в точке зарядом, то получим бесконечность, которая имеет то же происхождение, что и бесконечность в (39).

Ситуация несколько изменится, если мы обратимся к полной электронной теории, т. е. к теории электрона и позитрона, возникающего как дырка в море электронов, обладающих отрицательной энергией. Тогда мы придем к бесконечности иного рода. Вместо интеграла (39) появится величина, пропорциональная выражению

$$\int \frac{dv}{v}, \quad (40)$$

которое логарифмически возрастает при больших v :

$$\sim (\ln v)_{v \rightarrow \infty}. \quad (41)$$

Формула (41) означает, что в полной электронной теории стремление к бесконечности несколько «сглаживается».

Физически это можно объяснить следующим образом. Из-за присутствия заряда вакуум вокруг него поляризуется, потому что заряд стремится создать в вакууме электронные пары. Это в свою очередь до какой-то степени компенсирует кулоновское поле первоначального электрона. Именно из-за (частичной) компенсации бесконечность в (40) сглаживается по сравнению с бесконечностью в (39), но тем не менее она остается бесконечностью.

Несмотря на перечисленные трудности, физики упорно продолжали расчеты по этой модели. Они выяснили, как внешние электрические или магнитные поля изменяют энергию электрона, связанного с оператором рождения $\eta^{(e)}$. Оказалось, что любое из этих полей вносит небольшую поправку в энергию электрона (бесконечный член, разумеется, следует вычесть). Эта поправка интерпретируется как член, отвечающий за лэмбовский сдвиг уровней атома водорода или же за дополнительный магнитный момент электрона, т. е. за аномальный магнитный момент, возникающий у электрона в магнитном поле. Результаты таких вычислений согласуются с опытом.

Таким образом, большинство физиков совершенно удовлетворены сложившейся ситуацией. Они считают, что квантовая электродинамика стала вполне совершенной теорией и

О ней нечего больше беспокоиться. Должен сказать, что мне это в высшей степени не нравится, потому что в такой «совершенной» теории приходится пренебрегать возникающими в уравнениях бесконечностями, причем пренебрегать совершенно бесосновательно. Это просто бессмысленно математически. В математике величину отбрасывают только в том случае, если она оказывается очень малой, а не из-за того, что она бесконечно велика и от нее хотят избавиться!

Расчеты лэмбовского сдвига и аномального магнитного момента электрона приобретут осмысленный вид, если ввести обрезание интегралов, предположив, что верхним пределом интегрирования является не бесконечность, а какая-нибудь конечная величина. Тогда взаимодействие между электроном и электромагнитным полем обрезается для частот, превышающих некое предельное значение $\nu_{\text{макс}}$. Частоту, при которой производится обрезание, разумно взять такой, чтобы ей отвечала энергия порядка, скажем, тысячи миллионов электронвольт.

Благодаря введению логарифмической функции (1) результаты, полученные с помощью соответствующего выражения

$$\int^{\nu_{\text{макс}}} \frac{d\nu}{\nu} \sim \ln \nu_{\text{макс}},$$

в котором уже содержится обрезание, не будут сильно отличаться от прежних результатов. И лэмбовский сдвиг, и аномальный момент в первом порядке останутся прежними. Таким образом, возникает теория, в которой устранены бесконечности, но при этом совершаются лишь осмысленные математические действия.

Неудачным результатом обрезания будет, конечно, релятивистская неинвариантность теории, ибо если производится какое-то обрезание, т. е. считается, что частота ν не должна превышать некоторые значения, то тем самым вносится нерелятивистское условие, а значит, нарушается релятивистская инвариантность теории. Следовательно, квантовую электродинамику можно уложить в рамки разумной математической теории, но лишь ценой нарушения релятивистской инвариантности. Мне, однако, это кажется меньшим злом, чем отступление от стандартных правил математики и пренебрежение бесконечными величинами.

С большинством физиков я сейчас не согласен именно в этом вопросе. Я не могу допустить отклонения от стандартных правил математики. Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно очень существенно

изменить, с тем чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут из-за того, что гейзенберговские уравнения очень хорошо описывают движение частиц в современной теории. Необходимые изменения представляются мне почти столь же значительными, сколь радикален был переход от боровской теории к квантовой механике.

ЛЕКЦИЯ ТРЕТЬЯ

МАГНИТНЫЕ МОНОПОЛИ

Лекция была прочитана на физическом факультете университета Кентерберри (Крайстчерч, Новая Зеландия) 12 сентября 1975 г.

Мне бы хотелось поговорить с вами об одном из приложений квантовой теории: о ее применении к магнитным монополям. Сначала я расскажу о том, какие теоретические идеи побудили физиков задуматься о существовании монополей, а затем перейду к последним экспериментальным работам, авторы которых претендуют на открытие монополя.

Будем исходить из волновой функции Шредингера. Релятивистская трактовка нам не нужна, и можно использовать волновую функцию в обычном трехмерном пространстве. Тогда волновая функция (некоторой частицы), скажем ψ , зависит от трех координат x_1, x_2, x_3 и может изменяться со временем:

$$\psi(x_1, x_2, x_3; t). \quad (1)$$

Известно, что если волновая функция нормирована, то в соответствии с обычной интерпретацией квадрат ее модуля $|\psi|^2$ дает вероятность того, что частица находится в каком-нибудь определенном месте пространства.

Волновая функция ψ обычно выражается комплексным числом, и ее можно умножать на *фазовый множитель*. Он имеет вид $\exp(i\gamma)$, где γ — действительное число, так что $\exp(i\gamma)$ — это число, модуль которого равен 1. Умножая ψ на $\exp(i\gamma)$, получаем другую волновую функцию

$$\Psi \equiv \exp(i\gamma) \psi, \quad (2)$$

квадрат модуля которой тот же, что и у ψ :

$$|\Psi|^2 = |\psi|^2, \quad (3)$$

поэтому Ψ отвечает распределению вероятности, которое определяется функцией ψ .

Входящая в формулу (2) величина γ не обязательно должна быть числом: она может быть функцией пространственных координат и даже времени. Поэтому мы считаем, что γ является функцией x_1, x_2, x_3 и, кроме того, функцией t . Тем не менее новая функция Ψ будет отвечать тому же распределению вероятности, что и ψ . Имеем:

$$\Psi(x_1, x_2, x_3; t) = \exp[i\gamma(x_1, x_2, x_3; t)]\psi(x_1, x_2, x_3; t). \quad (4)$$

Однако новая функция Ψ и первоначальная ψ удовлетворяют разным волновым уравнениям. Вычислив $\partial\Psi/\partial x_r$ (соответствующее ip_r), где r пробегает значения 1, 2, 3, получим:

$$i\partial\Psi/\partial x_r = \exp(i\gamma)(\partial/\partial x_r + iK_r)\psi, \quad (5)$$

где K_r — функция положения:

$$K_r \equiv \partial\gamma/\partial x_r. \quad (6)$$

Если ψ удовлетворяет волновому уравнению, в которое входит производная $\partial/\partial x_r$ от ψ , то функция Ψ будет удовлетворять соответствующему волновому уравнению, в котором частные производные $\partial/\partial x_r$ заменены операторами $\partial/\partial x_r + iK_r$.

Сделаем еще один шаг. Предположим, что γ — это функция, которую математики называют неинтегрируемой. Представьте себе, что γ ни в одной точке не имеет определенного числового значения, но зато при переходе между двумя соседними точками изменяется на определенную величину. Если мы будем перемещать точку, то она опишет замкнутую кривую. Величина γ при этом изменяется непрерывно, и в результате ее значение в конце пути, т. е. при возвращении в исходную точку, может отличаться от первоначального значения. Таким образом, значение γ может измениться при обходе вдоль замкнутой кривой, поэтому ни в одной точке оно не определено.

Введем теперь такую (неинтегрируемую) величину γ в фазовый множитель в соотношении (4). В результате мы опять получим уравнение, содержащее операторы, аналогичные операторам в уравнении (5). Но K_r уже не будет связано с изменением γ при переходе между соседними точками, а это изменение уже нельзя будет записать как градиент скалярной величины, т. е. тождество (6) перестанет выполняться. Следует рассматривать K_r как некую более общую величину, такую, чтобы интеграл по петле*

$$\oint K_r dx_r \quad (7)$$

* Этот термин, соответствующий буквальному переводу английского слова «loop», сейчас приходит на смену термину «замкнутая кривая». — *Примеч. пер.*

не обязательно был бы равен нулю. Таким образом, мы получаем более общую физическую теорию, чем та, из которой мы исходим. Однако эта теория не так уж нова, потому что уравнение очень похоже на уравнение для электрона, находящегося в электромагнитном поле. Имея в своем распоряжении теорию электрона в отсутствие поля (это может быть как классическая, гамильтонова, теория, так и квантовая теория), можно ввести поле, взяв импульсные переменные p_r в отсутствие поля и заменив их переменными $p_r + (e/c)A_r$:

$$p_r \rightarrow p_r + (e/c) A_r, \quad (8)$$

где A_r — потенциалы поля. Тогда если в отсутствие поля ψ удовлетворяет некоторому волновому уравнению, то в присутствии поля с потенциалами A_r волновая функция ψ будет удовлетворять соответствующему волновому уравнению, в котором импульсы p_r заменены переменными $p_r + (e/c)A_r$ или, учитывая, что

$$p_r = -i\hbar\partial/\partial x_r, \quad (9)$$

произведена замена производных:

$$\partial/\partial x_r \rightarrow \partial/\partial x_r + iK_r. \quad (10)$$

Таково изменение волнового уравнения, связанное с введением потенциалов электромагнитного поля A_r . Видно, что оно носит тот же характер, что и замена

$$\partial/\partial x_r \rightarrow \partial/\partial x_r + i(e/\hbar c)A_r, \quad (11)$$

отвечающая неинтегрируемому фазовому множителю. Эти замены эквивалентны друг другу, если

$$K_r = (e/\hbar c) A_r. \quad (12)$$

Смысл сказанного состоит в том, что введение неинтегрируемой фазы эквивалентно введению потенциалов электромагнитного поля при условии, что K_r и A_r удовлетворяют соотношению (12). Таким образом, мы приходим к новому представлению о потенциалах электромагнитного поля, но на данном этапе не получаем новой физической теории. Это просто новая математическая форма уравнения Шредингера, в которое входят потенциалы поля, действующего на электрон.

Рассмотрим полное изменение фазы, т. е. полное изменение γ , при обходе по петле L :

$$(\Delta\gamma)_L = \oint_L K_r dx_r. \quad (13)$$

Отождествив K_r с $(e/\hbar c)A_r$ [в соответствии с (12)], получим

$$(\Delta\gamma)_L = \frac{e}{\hbar c} \oint_L A_r dx_r.$$

Теперь мы можем воспользоваться теоремой Стокса, которая позволяет любой интеграл по петле выразить через поверхностный интеграл, взятый по натянутой на эту петлю поверхности Q . Получаем:

$$(\Delta\gamma)_L = \frac{e}{\hbar c} \iint_Q (\text{rot } \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} \quad (14)$$

и

$$(\Delta\gamma)_L = \frac{e}{\hbar c} \iint_Q \mathcal{H} \cdot d\mathbf{S}, \quad (15)$$

где \mathcal{H} — вектор магнитного поля. Итак, мы пришли к соотношению, согласно которому $e/\hbar c$, умноженное на магнитный поток через петлю, равно полному изменению γ при обходе вдоль петли.

Теперь нам придется ввести в уравнение (15) новое слагаемое: необходимо учесть, что если γ рассматривается как фаза волновой функции, то эта фаза будет не определена в том смысле, что к ней можно прибавить любое число, кратное 2π . В самом деле, если в (2) γ заменить величиной $\gamma + 2\pi$, то уравнение совсем не изменится. Обратившись к только что выведенному уравнению (15), мы увидим, что левая часть действительно не определена в том смысле, что к ней можно прибавить любое число, кратное 2π . Следовательно, уравнение в том виде, в котором оно написано, не может быть полным и определенным: его левая часть неоднозначна, а правая полностью определена. Таким образом, выражая потенциалы электромагнитного поля через неинтегрируемый фазовый множитель, мы должны изменить уравнение (15), переписав его в виде

$$(\Delta\gamma)_L + 2\pi n = \frac{e}{\hbar c} \iint_Q \mathcal{H} \cdot d\mathbf{S}, \quad (16)$$

где n — положительное или отрицательное целое число.

Итак, если мы возьмем любую петлю, то сумма изменения γ при обходе вдоль этой петли и любого числа, кратного 2π , равна $e/\hbar c$, умноженному на магнитный поток через петлю.

Хочу обратить ваше внимание на то, что хотя я рассматривал всего лишь один частный случай волновой функции, такой же неинтегрируемый фазовый множитель должен входить в любую другую волновую функцию. Так должно быть, чтобы

выполнялся принцип суперпозиции. Волновую функцию можно получить, взяв сумму двух других, поэтому, умножив одну из этих волновых функций на фазовый множитель $\exp(i\gamma)$, необходимо умножить на него и остальные волновые функции, чтобы не нарушить принцип суперпозиции.

Вернемся к уравнению (16) и воспользуемся соображениями непрерывности. Возьмем сначала малую петлю. При ее обходе изменение γ будет совсем небольшим, потому что при переходе от одной точки к другой γ меняется не сильно и, значит, не может претерпеть очень сильные изменения при обходе вдоль малой петли. Аналогично, магнитный поток, проходящий через такую петлю, при нормальных физических условиях будет небольшим. Поскольку n должно быть целым числом, можно заключить, что если обе величины $(\Delta\gamma)_L$ и $\iint \mathcal{H} \cdot d\mathbf{S}$ малы, то $n=0$. Таким образом, из условий непрерывности следует, что n должно равняться нулю.

Существует, однако, исключение. Я сказал, что при обходе по малой петле изменение γ должно быть мало, но при определенных условиях это требование не выполняется. Если $\psi=0$, то γ совсем не определено, и если ψ близко к нулю, то небольшим изменениям ψ может отвечать весьма значительное изменение γ . Рассмотрим пример двумерной волновой функции

$$\psi = x_1 + ix_2. \quad (17)$$

Функция ψ обращается в нуль, если x_1 и x_2 равны нулю. В окрестности нуля эта функция абсолютно непрерывна. При обходе по малой петле, внутри которой расположено начало координат $x_1=x_2=0$, фаза ψ меняется на 2π .

Нас интересуют области, где ψ обращается в нуль. Если $\psi=0$, то требуется выполнение двух условий, и обычно какая-нибудь одна линия этим условиям удовлетворяет. Назовем ее *линией узлов*. Таким образом, существуют линии узлов, на которых ψ обращается в нуль, и если задать небольшую петлю вокруг узлов, то при обходе по этой петле изменение ψ не обязательно должно быть малым. Оно может равняться 2π или любому целому числу, кратному 2π , несмотря даже на то, что функция ψ абсолютно непрерывна. Это видно из предыдущего примера, если в качестве ψ взять выражение (17). Отсюда можно заключить, что в уравнении (16) $n=0$ для любой малой петли, если она не охватывает линию узлов.

Перейдем теперь к большим петлям и применим к какой-нибудь из них изложенный формализм. Мы увидим, что число e/hc , умноженное на магнитный поток через большую петлю, будет равно сумме изменения γ при ее обходе и члена вида $2\pi n$, который составлен из вкладов каждой линии узлов, про-

ходящей через петлю. Эта большая петля будет вырезать некоторую поверхность, и каждая линия узлов, пересекающая ее, будет давать вклад вида $2\pi n$.

Применим теперь формулу (16) к какой-нибудь замкнутой поверхности. Линия, которая бы ограничивала такую поверхность, не существует, поэтому, применив к ней (16), мы получим, что изменение γ вдоль граничной кривой равно нулю, ибо сама эта кривая сжалась в точку. В результате найдем, что произведение $e/\hbar c$ на магнитный поток, который пересекает (замкнутую) поверхность, равно сумме членов вида $2\pi n$, каждый из которых соответствует одной линии узлов, проходящей сквозь замкнутую поверхность. Если линия узлов приходит из бесконечности, пересекает поверхность, проходит внутри нее и опять выходит наружу, то такая линия будет давать два вклада, которые в точности компенсируют друг друга. Полный вклад будет отличен от нуля лишь в том случае, если существует одна или несколько линий узлов, которые обрываются внутри замкнутой поверхности.

Таким образом, мы подошли к следующей ситуации. Есть некоторые волновые функции, с которыми связана ограниченная с одного конца линия узлов. Тогда конечная точка этой линии является своего рода сингулярностью поля (нет необходимости обсуждать это подробно). Возьмем замкнутую поверхность, окружающую эту сингулярность. Полный магнитный поток через эту замкнутую поверхность, умноженный на $e/\hbar c$, равен $2\pi n$:

$$(e/\hbar c) \oint \mathcal{H} \cdot d\mathbf{S} = 2\pi n. \quad (18)$$

Если замкнутую поверхность пересекает магнитный поток, то это означает, что внутри поверхности существует какой-то магнитный монополю. Обозначив его магнитный заряд μ , получим формулу

$$\oint \mathcal{H} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi\mu, \quad (19)$$

которая является магнитным аналогом теоремы Остроградского — Гаусса в электростатике. Она гласит, что магнитный поток, пересекающий замкнутую поверхность, внутри которой находится монополю с магнитным зарядом μ , равен произведению $4\pi\mu$. Сравним соотношение (19) с формулой (18), относящейся к потоку через замкнутую поверхность, внутри которой заключен конец линии узлов, мы получим выражение для магнитного заряда монополя:

$$\mu = (\hbar c/2e) n. \quad (20)$$

Выражение (20) совершенно строго вытекает из квантовых соображений. Нам без него не обойтись, если мы хотим, чтобы в квантовой теории существовали магнитные монополи. Теоретически это означает, что для того чтобы электрон мог двигаться в поле монополя в соответствии с уравнением Шредингера, магнитный заряд этого монополя должен вычисляться по формуле (20). В противном случае уравнения движения оказываются несовместимыми. Таково требование шредингеровского формализма.

Воспользовавшись экспериментальным результатом

$$\hbar c/e^2 \approx 137, \quad (21)$$

можно получить из (20) следующую формулу:

$$\mu \approx (137/2) en. \quad (22)$$

Если n имеет минимальное значение, отличное от нуля, т. е. $n=1$, то для минимального магнитного заряда монополя мы получим:

$$\mu_{\text{мин}} \approx (137/2) e, \quad (23)$$

что существенно превышает заряд электрона. Таким образом, монополь с минимальным зарядом довольно велик.

Изложенная теория указывает лишь на возможность существования таких монополей, которая не противоречит уравнению Шредингера, но не содержит утверждения, что монополи должны существовать. Это может показать лишь эксперимент.

Имеется один аргумент в пользу существования монополей: с их помощью можно было бы объяснить, почему электрический заряд всегда квантуется. Для всех частиц, наблюдаемых в Природе, электрический заряд выражается положительным или отрицательным числом, кратным заряду электрона e . Почему это так? Почему бы некоторым частицам не иметь какие-нибудь другие заряды?

Надо сказать, что кроме теории магнитного монополя, никаких других теоретических объяснений этого факта не существует. Если где-нибудь существует хоть один монополь, то, для того чтобы заряженная частица могла с ним взаимодействовать (это означает, что мы можем построить непротиворечивое волновое уравнение, описывающее взаимодействие этой частицы с монополем), магнитный заряд монополя и заряд этой частицы должны быть связаны соотношением (20). Поэтому, если бы монополь где-нибудь существовал, то заряды всех заряженных частиц в Природе должны были бы оказаться квантованными. Это было бы замечательно, потому что существование монополя объяснило бы явление Природы, которое до сих

пор остается для нас загадкой. Однако доказать необходимость существования монополей еще недостаточно.

Подумаем теперь, как монополь мог бы возникнуть в эксперименте. Предположим, что какая-нибудь частица несет монополярный заряд. Монополь должен быть абсолютно стабильным в силу закона сохранения магнитного заряда, совершенно аналогичного закону сохранения электрического заряда. Уравнения Максвелла симметричны по отношению к электрическому и магнитному полям, и поскольку из них вытекает закон сохранения электрического заряда, их следствием мог бы стать и закон сохранения магнитного заряда. Частица, несущая монополь, сама может и не быть стабильной. Однако, если она распадается, то среди продуктов ее распада должен оказаться какой-нибудь монополь. Сам по себе монополь — некий неизменный объект, и исчезнуть он не может. Единственный способ заставить монополь исчезнуть заключается в том, чтобы «добыть» еще один монополь такого же размера, но с противоположным знаком магнитного заряда, и заставить эти два монополя взаимодействовать друг с другом. Тогда они смогут аннигилировать и освободившаяся энергия перейдет в какую-то другую форму. Итак, один монополь абсолютно стабилен, и лишь два противоположных по знаку магнитного заряда монополя могут уничтожить друг друга.

Если вы собираетесь получать монополи с помощью аппаратуры, используемой в физике высоких энергий, то вам придется искать их парами: один положительный, другой — отрицательный. Монополи уже искали на высокоэнергетических установках, но ни одного не нашли. Отрицательные результаты поисков не доказывают, конечно, того, что монополи не существуют: энергия покоя монополя вполне могла бы оказаться слишком большой для того, чтобы пара монополей родилась на современных установках. Для энергии покоя этой пары можно ожидать довольно большого значения, потому что магнитный заряд монополя велик — он гораздо больше заряда электрона. Поэтому нет ничего удивительного в том, что монополи ни разу не были зарегистрированы на современных высокоэнергетических установках.

Появилась надежда зарегистрировать монополи в космическом излучении. Энергия космического излучения значительно превышает энергию, достижимую сейчас в лаборатории. Могло оказаться, что монополи существуют в космическом излучении, поэтому их начали там искать. Поиски продолжались в течение нескольких десятилетий, и лишь недавно появились сообщения о том, что один монополь найден.

Как монополь должен был бы проявиться в эксперименте? На этот вопрос легче ответить, если известен тип ионизации,

которую производит монополь, проходящий через вещество с большой скоростью. Сравним трек ионизирующего монополя с треком какой-нибудь ионизирующей заряженной частицы. На рис. 1 изображена движущаяся заряженная частица, окруженная некоторым количеством вещества. Рассмотрим типичный атом A . Заряженная частица будет возмущать элект-

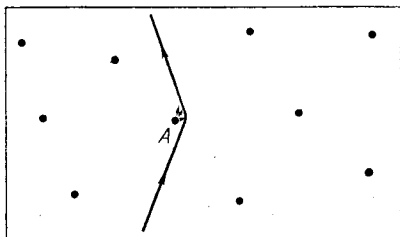


Рис. 1. Проходя через вещество, заряженная частица (в данном случае частица с положительным зарядом) образует вдоль своего пути ионизационный трек. Маленькие стрелки — электроны, выбитые из атома A пролетающей (положительно) заряженной частицей

троны в атоме A и некоторые из них может вытолкнуть наружу, в результате чего возникает ионизация. Электрическая сила, которая выталкивает электроны, пропорциональна заряду частицы:

$$F \sim Ze, \quad (24)$$

а время, в течение которого действует сила, обратно пропорционально ее скорости:

$$t \sim v^{-1}. \quad (25)$$

Значит, импульс, который заряженная частица, двигаясь, передает одному из электронов, прямо пропорционален заряду и обратно пропорционален скорости частицы:

$$\text{импульс} = Ft \sim Ze v^{-1}. \quad (26)$$

Иными словами, чем быстрее движется частица, тем меньше должен быть импульс. Он стремится к Ze/c , если частица движется со скоростью, близкой к скорости света. По мере того, как частица теряет энергию и приближается к концу своей траектории, степень ионизации возрастает, потому что значение v уменьшается. Трек ионизирующей частицы утолщается по мере того, как частица продвигается к концу своего пути.

А что будет, если вместо заряженной частицы мимо атома пройдет монополь? Напряженность электрического поля, создаваемого монополем, пропорциональна его скорости. Это согласуется с хорошо известным фактом, что напряженность магнитного поля, создаваемого движущимся зарядом, пропорциональна скорости заряда. Поэтому в случае движущегося моно-

поля сила будет пропорциональна его скорости:

$$F \sim \mu v. \quad (27)$$

Тогда импульс, который монополю передаст одному из электронов (имеется в виду один из электронов атома A вещества, рис.1), будет равен произведению силы на время и, таким образом, окажется почти не зависящим от скорости:

$$\text{импульс} \sim \mu, \quad (28)$$

т. е. пропорционален магнитному заряду μ монополя. Следовательно, проходящий через вещество монополю образует трек, толщина которого почти постоянна и не увеличивается к концу траектории. Этим трек монополя отличается от трека обычной заряженной частицы.

Прайс с сотрудниками использовали изложенный метод в своем недавнем эксперименте, в котором, по их мнению, был открыт монополю. Эксперимент заключался в том, что измерительные приборы поднимали на воздушном шаре и в течение нескольких дней выдерживали в верхних слоях атмосферы. Затем их спустили вниз и проанализировали измерения. Главной частью установки Прайса была стопка пластин, изготовленных из лексана (лексан представляет собой одну из разновидностей прозрачных материалов). Использовался целый набор таких, положенных друг на друга, пластин. Проходя через пластины, любая ионизирующая частица как-то нарушала их целостность. Для определения степени повреждения листы протравливали, а затем исследовали протравленные треки, чтобы определить степень ионизации. Полученные Прайсом результаты приведены на рис.2. Между верхней лексановой пластинкой и всеми остальными имеется промежуток, в который вставлены еще один прибор — черенковский счетчик — и обычный эмульсионный слой. Благодаря наблюдениям, сделанным с помощью этой пластинки, авторы могли утверждать, что частица движется вниз (по вылету δ -электронов), а черенковский счетчик давал информацию о скорости частицы. На рис. 2 показан промежуток между верхней лексановой пластинкой и остальной стопкой, состоящей из 32 пластин. Кружки и треугольники на рисунке соответствуют степени ионизации для разных пластинок. Эти данные получены в результате разного времени воздействия кислоты, с помощью которой осуществлялось травление. Получившиеся «точки» (кружки и треугольники) действительно ложатся на приблизительно вертикальную линию, что означает постоянную степень ионизации вдоль трека.

Если бы ионизация создавалась не монополем, а какой-нибудь заряженной частицей, то с увеличением толщины стоп-

ки кривая, проходящая через экспериментальные точки, сдвигалась бы направо, потому что к концу трека степень ионизации должна возрастать. Пунктирная кривая получается, если заряд равен $96 e$, а скорость составляет $(3/4)c$. Вы видите, что наклонная кривая совершенно не согласуется с экспериментальными данными. В то же время, несмотря на массу отклонений и экспериментальных погрешностей, вертикальная линия довольно хорошо описывает эксперимент. Приведенный график дал Прайсу и его соотрудникам основания утверждать, что их аппаратура зарегистрировала магнитный монополь.

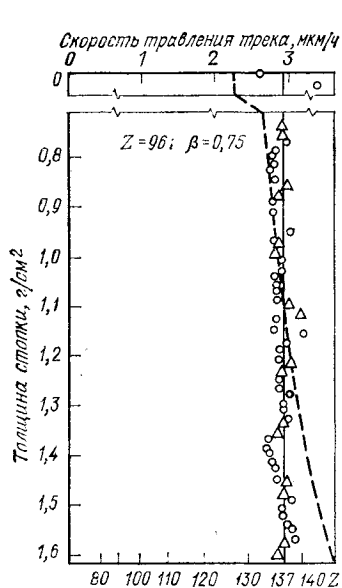


Рис. 2. Экспериментальные данные (точки), полученные Прайсом и другими, на основании которых авторы утверждали, что они открыли монополь

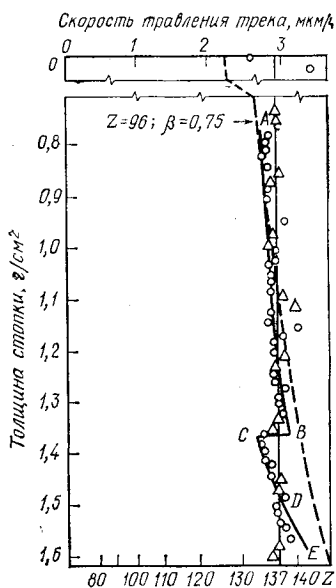


Рис. 3. Интерпретация экспериментальных данных Прайса и других (рис. 2), допускающая процессы фрагментации. Сплошная кривая — результат расчетов Е. П. Джорджа, проведенных в августе 1975 г.

Эту работу мы обсуждали с физиками из Сиднея, и кто-то сказал, что возможная причина расхождений кроется в том, что одновременно с процессом травления могло возникать какое-нибудь явление насыщения. Следовательно, если пластинка была сильно повреждена при ионизации, то из-за насыщения размеры протравленных участков могли не увеличиться так, как ожидалось. Это вполне разумное замечание, но я не знаю, до какой степени оно верно. Ведь, в конце концов, напечатан

был всего лишь предварительный доклад (откуда и взят рис.2), и это замечание следует, конечно, очень тщательно изучить, чтобы понять, действительно ли размер протравленного участка соответствует степени ионизации, создаваемой проходящей через прибор частицей.

Проф. Джордж из Сиднея настолько заинтересовался происходящим, что позвонил Альваресу в Беркли. (Альварес возглавляет лабораторию, в которой была выполнена работа Прайса) и спросил, каково его мнение по этому поводу. Альварес очень неодобрительно отнесся к интерпретации результатов, представленной Прайсом с сотрудниками. Он сказал, что какая-нибудь заряженная частица могла создавать ионизацию, соответствующую определенной глубине протравленных участков, и что на этой глубине частица могла столкнуться с каким-либо ядром, распаться и в результате дальше двигаться уже с меньшим зарядом.

После разговора с Альваресом сиднейские физики построили график, изображенный на рис. 3. Предполагалось, что вначале была заряженная частица (скажем, в точке *A*), для которой $Z=96$. Она двигалась до точки *B*, а в точке *B* налетела на атомное ядро. Здесь она распалась, в результате чего заряд ее уменьшился (точка *C*) и она продолжала движение из точки *C* вдоль кривой *CD*. Эта новая частица сама могла быть нестабильной, а может быть, она встретила в точке *D* другую частицу и опять подверглась какому-нибудь изменению. В результате она потеряла еще часть заряда. Такая картина могла бы дать объяснение, альтернативное объяснению с помощью монополя. Этот вопрос пока еще не решен. В любом случае, если Альварес прав, близость графика к вертикали могла быть неким совпадением. Возникает впечатление, будто Природа пытается ввести нас в заблуждение. Я не знаю правильного ответа, и нам придется подождать, пока физики-экспериментаторы изучат результаты более тщательно и придут к какому-то заключению.

Проф. Хора позвонил из Сиднея Хофштадтеру, чтобы узнать его мнение. Хофштадтер отвечал весьма уклончиво и сказал, что по его мнению у Прайса и у Альвареса одинаковые шансы на правоту. Пожалуй, и я так считаю. Вопрос на некоторое время придется оставить открытым.

Однако существует эксперимент, который свидетельствует против интерпретации предыдущих результатов на базе существования монополя. Дело в том, что если монополи приходят с космическим излучением, то в прошлом на Землю должно было, по-видимому, попасть очень много монополей, которые, пройдя через атмосферу, где-то остановились, и поэтому их должны были бы там найти. Монополь сам по себе совершенно

стабилен, и если полное число монополей (в некоторой области) невелико, то у монополя очень мало шансов столкнуться с монополем, имеющим противоположный знак магнитного заряда, т. е. вероятность их аннигиляции очень мала. Если монополи, падающие к нам с космическим излучением, существуют, то вокруг нас должно было бы быть огромное число монополей. Их искали в разных местах, везде, где только можно, но до сих пор ничего не нашли. Монополи могли бы стремиться к полюсам магнитного поля Земли, и поэтому их искали в высокоширотных областях, однако и там пока не обнаружили. Может быть, монополи «просачиваются» сквозь Землю «в надежде» приблизиться к ее магнитным полюсам. Возможно, они до сих пор не найдены из-за того, что они слишком глубоко проникают в земную поверхность. Ведь на самом-то деле мы не знаем, насколько глубоко монополь может проникнуть в твердое вещество. Не думаю, чтобы кто-нибудь делал такие оценки. Без дополнительных сведений о монополе это было бы нелегкой задачей. Кроме того, Прайс с сотрудниками считают, что масса найденного ими монополя составляет около двухсот или даже больше протонных масс. Если это правильно, то понятно, почему на высокоэнергетических установках не регистрируются монополи. Энергии подобных установок недостаточно (в настоящее время) для того, чтобы создать пару частиц с нужной массой: нам понадобилась бы просто гигантская энергия в системе центра инерции.

Думаю, что на этом мне следует остановиться и в качестве вопроса предложить вам поразмыслить над тем, существует или не существует монополь. Я надеюсь, что экспериментаторы придут к определенному выводу (Прайс с сотрудниками обещали написать еще одну статью. Та работа, о которой я рассказывал, была опубликована в журнале «Physical Review Letters» в номере от 25 августа 1975 г.)*

Состояние экспериментов по обнаружению монополя на декабрь 1976 г.

Монополь невозможно расщепить до тех пор, пока он не столкнется с другим монополем, противоположным по знаку магнитного заряда. Мы в этом уверены так же, как в сохранении электрического заряда. Оба утверждения вытекают из уравнений Максвелла.

Если монополи, как дождь, «сыпятся» на землю из космоса, то они должны быть «разбросаны» повсюду. Их очень интенсивно искали, но результаты поисков оказались отрицательными. Возможно, монополи очень глубоко проникают в землю. Но тогда они бы захватывались ферромагнитными материалами

* Phys. Rev. Lett., 1975, vol. 35, № 8, p. 487. — *Примеч. пер.*

и хотя бы несколько монополей должны были быть обнаружены вблизи земной поверхности.

Из-за того, что отрицательных результатов очень много, большинство физиков не верят в существование монополей в космическом излучении и поэтому ищут другое объяснение результатов, которые наблюдали Прайс с сотрудниками. Это непростая задача. Первоначальное объяснение Альвареса, состоящее в том, что ядро платины распалось, пройдя через лексановые пластинки, опровергнуто результатами травления других пластинок, не входящих в первоначальную стопку.

Похоже, что ни одна из известных частиц не подходит для объяснения эксперимента. Если эта частица — заряженное ядро, то тогда оно должно было бы быть сверхтяжелым, лежащим вне области известных ядер. В противном случае это могло бы быть ядро антиматерии.

Очень трудно делать какие-либо заключения по поводу частицы, которая наблюдалась всего один раз. Мы очень надеемся на то, что монополь еще увидят в будущих экспериментах.

ЛЕКЦИЯ ЧЕТВЕРТАЯ

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ БЕЗ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЭНЕРГИЙ

Лекция была прочитана на кафедре теоретической физики университета Нового Южного Уэльса (Кенсингтон, Сидней, Австралия) 26 августа 1975 г.

Сегодня мне бы хотелось рассказать об одном интересном направлении в развитии релятивистской квантовой механики, а именно, о новом релятивистском волновом уравнении. Я расскажу о некоторых основных характеристиках этого уравнения и о природе его решений. Новое волновое уравнение является релятивистским и описывает частицы, масса которых отлична от нуля. Оно обнаруживает формальное сходство с обычным релятивистским волновым уравнением для частиц со спиновым угловым моментом, равным половине кванта. Но это лишь видимое сходство: частицы, подчиняющиеся новому уравнению (если только они существуют), должны иметь совершенно иные характеристики, чем частицы со спином $1/2$ (например, электроны, протоны и т. д.), которые описываются первоначальным уравнением.

Вспомним первоначальное уравнение. Мы будем рассматривать частицы с массой покоя, отличной от нуля, и для просто-

ты выберем систему единиц, в которой

$$\hbar = m = c = 1, \quad (1)$$

где \hbar и c имеют обычный смысл. В такой системе первоначальное волновое уравнение запишется в виде

$$\{\partial/\partial x_0 + \alpha_r \partial/\partial x_r + i \alpha_m\} \psi = 0. \quad (2)$$

Здесь используется общепринятое обозначение суммирования, т. е. $\alpha_r \partial/\partial x_r$ означает сумму $\alpha_1 \partial/\partial x_1 + \alpha_2 \partial/\partial x_2 + \alpha_3 \partial/\partial x_3$, так как индекс r в данном случае пробегает значения 1, 2, 3. Буквами x_0, x_1, x_2 и x_3 обозначены соответственно четыре пространственно-временные координаты частицы t, x, y и z . Коэффициенты α_r ($r=1, 2, 3$) и α_m представляют собой матрицы размера 4×4 , выбранные так, чтобы все они коммутировали друг с другом и чтобы квадрат каждой из них был равен единичной матрице размера 4×4 . Это означает, что

$$[\alpha_r, \alpha_s]_+ = \alpha_r \alpha_s + \alpha_s \alpha_r = 0 \quad (3)$$

для $r \neq s$ и $r, s=1, 2, 3$;

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha_3^2 = \alpha_m^2 = 1 \quad (4)$$

и

$$[\alpha_r, \alpha_m]_+ = 0. \quad (5)$$

Входящая в (2) величина ψ является четырехстрочной матрицей, состоящей из одного столбца, каждый из элементов которого зависит от координат x_0, x_1, x_2, x_3 . Функция ψ играет здесь ту же роль, что и обычная однокомпонентная волновая функция в стандартном уравнении Шредингера. С помощью уравнения (2) удалось релятивистско-инвариантным образом описать частицы со спином $1/2$, такие, например, как электроны.

При выводе нового уравнения мы предполагаем, что частица не бесструктурна, как в случае частиц со спином $1/2$, подчиняющихся уравнению (2), а обладает какой-то динамической структурой; это означает, что у нее есть внутренние степени свободы. *

Пусть новые степени свободы соответствуют некоторым динамическим переменным q_1, p_1 и q_2, p_2 , которые описывают два независимых гармонических осциллятора. Эти динамические переменные связаны между собой коммутационными

* Проф. Дирак в своей известной книге «*Принципы квантовой механики*» отмечает, что в случае уравнения (2) матрицы α_r и α_m «описывают некоторые новые степени свободы, относящиеся к какому-то внутреннему движению» и делает заключение о том, что «они позволяют ввести спин» частицы. Этот вывод следует из того, что матрицы α_r и α_m не зависят от координат x_0, x_r , «так что они коммутируют» с импульсами и координатами. — *Примеч. редактора английского издания.*

соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} q_1 q_2 - q_2 q_1 &\equiv [q_1, q_2]_- = [p_1, p_2]_- = 0; \\ [q_1, p_1]_- &\equiv [q_2, p_2]_- = i; \\ [q_1, p_2]_- &\equiv [q_2, p_1]_- = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Выражения (6) можно записать в чрезвычайно удобном виде, если ввести определение:

$$q_3 \equiv p_1, \quad q_4 \equiv p_2 \quad (7)$$

и построить матрицу β размера 4×4 , такую, что

$$q_a q_b - q_b q_a \equiv [q_a, q_b]_- = i \beta_{ab}, \quad (8)$$

где

$$a, b = 1, 2, 3, 4. \quad (9)$$

С учетом соотношений (7) и определения (8) матрица β должна иметь вид:

$$\beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Матрица β полностью антисимметрична, а ее квадрат равен единичной матрице, взятой с отрицательным знаком:

$$\beta_{ab} = -\beta_{ba}, \quad \beta^2 = -1. \quad (11)$$

Введенному нами требованию о том, чтобы новым степеням свободы соответствовали динамические переменные двух независимых гармонических осцилляторов, можно придать более строгий вид. Волновая функция частицы ψ в дополнение к тому, что она является функцией координат x_0, x_1, x_2, x_3 этой частицы, должна еще зависеть от двух независимых, т. е. коммутирующих, переменных q_a ($a = 1, 2, 3, 4$). Существуют следующие пары коммутирующих переменных q_a :

$$(q_1, q_2), (q_3, q_4), (q_1, q_4) \text{ и } (q_2, q_3).$$

Выберем одну из этих пар, скажем (q_1, q_2) , и потребуем, чтобы волновая функция характеризовалась следующей функциональной зависимостью:

$$\psi = \psi(x_0, x_1, x_2, x_3; q_1, q_2). \quad (12)$$

Из q_a и волновой функции ψ можно построить четырехстрочную матрицу-столбец

$$q\psi \equiv \begin{pmatrix} q_1 \psi \\ q_2 \psi \\ q_3 \psi \\ q_4 \psi \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где

$$q \equiv \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

С помощью тех же рассуждений, которые использовались при выводе уравнения (2), новое уравнение можно записать в виде

$$\{\partial/\partial x_0 + \alpha_r \partial/\partial x_r + \beta\} q\psi = 0, \quad (15)$$

где коэффициенты α_r ($r=1, 2, 3$) опять представляют собой матрицы размера 4×4 , выбранные так, чтобы они коммутировали друг с другом и с матрицей β :

$$\left. \begin{aligned} [\alpha_r, \alpha_s]_+ &= 0, & r \neq s; \\ [\alpha_r, \beta]_+ &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В наших обозначениях $[a, b]_+ = ab + ba$. Кроме того, мы требуем, чтобы квадрат каждой матрицы α_r был равен единичной матрице

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha_3^2 = 1. \quad (17)$$

Матрица β в новом уравнении (15) — та же самая матрица, что и β в уравнении (10). Мы получили тесную связь между матрицами и новыми степенями свободы [см. уравнение (8)]. По своему виду новое уравнение (15) явно очень похоже на старое [уравнение (2)]. Все различия между ними вызваны тем, что новое уравнение связано с новыми степенями свободы. Из-за этого $q\psi$ существенно отличается от функции ψ , входящей в уравнение (2). Матрица β тоже непосредственно связана с коммутационными соотношениями между переменными, которые определяют новые степени свободы.

Наложим теперь на матрицы α дополнительные ограничения, которые нам будут полезны в дальнейшем. Предположим, что матрицы α действительны и симметричны (а следовательно, эрмитовы). Конечно, существует немало способов удовлетворить этим требованиям в дополнение к условиям (16) и (17). Возьмем для примера следующий набор матриц α_r :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Подставив этот набор в уравнение (15) и заметив, что

$$\alpha_1 q = \begin{pmatrix} -q_3 \\ q_4 \\ -q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}; \quad \alpha_2 q = \begin{pmatrix} q_4 \\ q_3 \\ q_2 \\ q_1 \end{pmatrix}; \quad \alpha_3 q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \end{pmatrix}; \quad \beta q = \begin{pmatrix} q_3 \\ q_4 \\ -q_1 \\ -q_2 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

получим следующую систему из четырех уравнений:

$$\{(\partial^0 + \partial^3) q_1 - \partial^1 q_3 + \partial^2 q_4 + q_3\} \psi = 0; \quad (20a)$$

$$\{(\partial^0 + \partial^3) q_2 + \partial^1 q_4 + \partial^2 q_3 + q_4\} \psi = 0; \quad (20б)$$

$$\{(\partial^0 - \partial^3) q_3 - \partial^1 q_1 + \partial^2 q_2 - q_1\} \psi = 0; \quad (20в)$$

$$\{(\partial^0 - \partial^3) q_4 + \partial^1 q_2 + \partial^2 q_1 - q_2\} \psi = 0, \quad (20г)$$

в которой использовано обозначение:

$$\partial^\mu \equiv \partial / \partial x_\mu, \quad \mu = 0, 1, 2, 3. \quad (21)$$

В представлении, которым мы пользуемся для двух осцилляторов, $q_1 \psi$ и $q_2 \psi$ интерпретируются как числа, полученные умножением ψ на числа q_1 и q_2 , а $q_3 \psi$ и $q_4 \psi$ имеют вид:

$$q_3 \psi = -i (\partial / \partial q_1) \psi; \quad q_4 \psi = -i (\partial / \partial q_2) \psi.$$

Как явствует из системы (20), уравнение (15) на самом деле представляет собой четыре уравнения для одной и той же функции ψ . Следовательно, для одного неизвестного у нас есть целых четыре уравнения. Тогда встает вопрос об их совместности. Прежде всего, не все четыре уравнения независимы. Это становится очевидным, если записать сумму: q_2 , умноженное на (20 а), плюс $-q_1$, умноженное на (20 б), плюс $-q_4$, умноженное на (20 в), плюс q_3 , умноженное на (20 г). Тогда, учитывая коммутационные соотношения (8) и независимость переменных q_a от координат x_μ , получаем, что левая часть этой суммы обращается в нуль, т. е. приходим к тождеству $0=0$. Следовательно, в системе (20) только три уравнения могут быть независимыми. Теперь важно проверить внутреннюю непротиворечивость этих трех уравнений.

Запишем уравнение (20) в виде

$$P_a \psi = 0, \quad a = 1, 2, 3, 4, \quad (22)$$

где P — четырехстрочная матрица-столбец:

$$P \equiv (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta) q; \quad (23)$$

элементы столбца имеют вид:

$$P_a = (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta)_{ab} q_b. \quad (24)$$

Тогда условие непротиворечивости записывается в очень простой форме:

$$[P_a, P_b]_- \psi = 0, \quad a, b = 1, 2, 3, 4. \quad (25)$$

Это соотношение должно удовлетворяться, если $P_a \psi = 0$ и $P_b \psi = 0$, т. е. если одна и та же функция ψ удовлетворяет всем уравнениям (20). Воспользовавшись соотношениями (8), симметрией α_r и антисимметрией β , а также соотношениями (16), (17) и (11), можно записать:

$$\begin{aligned} [P_a, P_b]_- &= [(\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta)_{ac} q_c, (\partial^0 + \alpha_s \partial^s + \beta)_{bd} q_d]_- = \\ &= (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta)_{ac} (\partial^0 + \alpha_s \partial^s + \beta)_{bd} [q_c, q_d]_- = \\ &= (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta)_{ac} (\partial^0 + \alpha_s \partial^s + \beta)_{bd} i \beta_{cd} = \\ &= i (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta)_{ac} \beta_{cd} (\partial^0 + \alpha_s \partial^s - \beta)_{ab} = \\ &= i \{ (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta) \beta (\partial^0 + \alpha_s \partial^s - \beta) \}_{ab} = \\ &= i \{ (\partial^0 + \alpha_r \partial^r + \beta) (\partial^0 - \alpha_s \partial^s - \beta) \beta \}_{ab} = i \{ (\partial^0 \partial^0 - \partial^r \partial^r + 1) \beta \}_{ab}. \end{aligned}$$

Таким образом, условие непротиворечивости (25) эквивалентно условию

$$(\partial_\mu \partial^\mu + 1) \psi = 0, \quad (26)$$

или уравнению де Бройля для волновой функции ψ частицы с массой покоя, равной единице. Оператор

$$\partial_\mu \partial^\mu = g_{\mu\nu} \partial^\mu \partial^\nu \quad (27)$$

известен под названием оператора Даламбера. Следовательно, для того чтобы четыре дифференциальных уравнения (20) были взаимно непротиворечивыми, волновая функция ψ должна удовлетворять как этим уравнениям, так и уравнению де Бройля (26).

Мы, естественно, требуем, чтобы новое волновое уравнение имело релятивистско-правильный вид. Это значит, что оно должно быть лоренц-инвариантным. Интересно следующее: (15) можно переписать таким образом, что соотношение приобретет релятивистско-ковариантный вид. Введем для этого новые матрицы

$$\gamma_\mu \equiv \beta \alpha_\mu, \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \quad (28)$$

причем

$$\alpha_0 \equiv 1. \quad (29)$$

Тогда, умножая левую часть (15) на β и учитывая (28) и (29), мы получаем:

$$(\gamma_\mu \partial^\mu - 1)_q \psi = 0, \quad (30)$$

где γ_μ удовлетворяют антикоммутационным соотношениям

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu]_+ = -2g_{\mu\nu}. \quad (31)$$

Соотношения (30) и (31) *выглядят* релятивистско-ковариантными, но их релятивистская инвариантность тем не менее не очевидна из-за разного характера симметрии величин γ_0 (антисимметрична) и γ_r (симметрична) [$(\gamma_0)_{ba} = \beta_{ba} = -\beta_{ab} = -(\gamma_0)_{ab}$ и $(\gamma_r)_{ba} = (\beta\alpha_r)_{ba} = \beta_{bc}(\alpha_r)_{ca} = -\beta_{cb}(\alpha_r)_{ac} = (-\alpha_r\beta)_{ab} = (\beta\alpha_r)_{ab} = (\gamma_r)_{ab}$]. Таким образом, временноподобная матрица γ_0 отличается от пространственно-подобных γ_r , образующих набор матриц γ_μ .

Отсюда видно, что вопрос о лоренц-инвариантности соотношения (15) требует более последовательного подхода. К счастью, тест на инвариантность уже хорошо известен. Сначала на уравнение надс подействовать инфинитезимальным преобразованием Лоренца. Дальнейшая процедура в точности аналогична тому, как проверялась лоренц-инвариантность уравнения (2). Поэтому я не буду вдаваться в детали и намечу лишь главные этапы. Инфинитезимальное преобразование Лоренца переводит координаты x_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) в новые координаты

$$x_\mu^* = x_\mu + a_\mu^\nu x_\nu, \quad (32)$$

где действительные величины

$$a_{\mu\nu}^{-1} \equiv g_{\mu\kappa} a_\nu^\kappa \quad (33)$$

являются инфинитезимальными и антисимметричными:

$$a_{\nu\mu} = -a_{\mu\nu}. \quad (34)$$

Соответственно, имеем:

$$\partial^{\mu*} = \partial^\mu + a^\mu_\nu \partial^\nu = \partial^\mu - \alpha_\nu^\mu \partial^\nu \quad (35)$$

и с точностью до величин первого порядка:

$$\partial^\mu = \partial^{\mu*} + a_\nu^\mu \partial^{\nu*}. \quad (36)$$

Выражение (36) можно подставить в уравнение (15), которое мы перепишем в более сжатом виде

$$(a_\mu \partial^\mu + \beta) q\psi = 0. \quad (37)$$

После перегруппировки членов эта подстановка дает:

$$[(a_\mu^\nu + a_\mu^\nu a_\nu) \partial^{\mu*} + \beta] q\psi = 0. \quad (38)$$

Если ввести теперь для удобства симметричную матрицу

$$N \equiv (1/4) a^{\mu\nu} a_\mu \beta a_\nu, \quad (39)$$

то сразу станет ясно, что после перегруппировки (38) переходит в

$$(a_\mu \partial^\mu + \beta) q^* \psi = 0, \quad (40)$$

где введена величина

$$q^* \equiv (1 - \beta N) q. \quad (41)$$

Однако, поскольку матрицы q^* удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[q_a^*, q_b^*]_- = i \beta_{ab}, \quad (42)$$

они будут просто играть роль матриц q . Отсюда следует, что преобразование (32), (41) сохраняет вид уравнения (37) [или (15)]. Значит, вид этого уравнения не будет меняться при любом конечном собственном преобразовании Лоренца.

Интересно, что переход (41) от q к q^* можно переписать как инфинитезимальное унитарное преобразование. В самом деле, в первом порядке по степеням малых величин имеем:

$$q^* = [1 - (1/4) a^{\mu\nu} \beta_{\mu} \beta_{\nu}] q = [1 - (i/2) W] q [1 + (i/2) W], \quad (43)$$

где

$$W \equiv (1/4) a^{\mu\nu} \bar{q} a_{\mu} \beta_{\nu} q. \quad (44)$$

Здесь введено обозначение:

$$\bar{q} \equiv (q_1, q_2, q_3, q_4) \quad (45)$$

для однострочной матрицы, которая является транспонированной матрицей q , состоящей из одного столбца. Правая часть уравнения (43) есть результат инфинитезимального унитарного преобразования, а W представляет собой инфинитезимальный эрмитов оператор.

Мы подошли к очень интересному свойству нового волнового уравнения, а именно к тому, что оно автоматически разрешает только решения с положительной энергией. Чтобы в этом убедиться, перепишем уравнения (20) в терминах собственных состояний частицы по энергии-импульсу. Таким образом, операторы энергии-импульса частицы сначала запишем в виде

$$p^{\mu} \equiv i \partial^{\mu},$$

а затем p^{μ} будем обозначать собственные значения операторов p^{μ} , выражаемых действительными числами. Следовательно,

$$i \partial^{\mu} \psi = p^{\mu} \psi. \quad (46)$$

Подставив в (20) соотношения (46), получим:

$$[(p_0 - p_3) q_1 + (i + p_1) q_3 - p_2 q_4] \psi = 0; \quad (47a)$$

$$[(p_0 - p_3) q_2 - p_2 q_3 + (i - p_1) q_4] \psi = 0; \quad (47b)$$

$$[(p_0 + p_3) q_3 - (i - p_1) q_1 - p_2 q_2] \psi = 0; \quad (47v)$$

$$[(p_0 + p_3) q_4 - p_2 q_1 - (i + p_1) q_2] \psi = 0. \quad (47r)$$

В (47) мы использовали соотношения:

$$p^0 = p_0; p^r = -p_r, r = 1, 2, 3. \quad (48)$$

(Следует заметить, что обозначения p_1, p_2 и p_3 отвечают компонентам импульса частицы. Их не надо путать с такими же обозначениями, которые в уравнениях (6), (7) и в тексте использовались для импульсов двух гармонических осцилляторов: символ p_1 относился к первому осциллятору и впоследствии был заменен символом q_3 , а p_2 относился ко второму осциллятору и был заменен обозначением q_4 .)

С помощью подходящего преобразования Лоренца можно перейти в систему отсчета, в которой импульс частицы равен нулю, т. е.

$$p_1 = p_2 = p_3 = 0. \quad (49)$$

В этой системе уравнения (47) записываются следующим образом:

$$(p_0 q_1 + i q_3) \psi = 0; \quad (50a)$$

$$(p_0 q_2 + i q_4) \psi = 0; \quad (50б)$$

$$(p_0 q_3 - i q_1) \psi = 0; \quad (50в)$$

$$(p_0 q_4 - i q_2) \psi = 0. \quad (50г)$$

В общем случае уравнение де Бройля в терминах величин p^μ и p_μ , имеет вид:

$$(p_\mu p^\mu - 1) \psi = 0. \quad (51)$$

Следовательно, в подобранной нами системе

$$p_0^2 = 1. \quad (52)$$

Это означает, что для частицы с единичной массой покоя энергия p_0 может принимать лишь значения $+1$ или -1 . Поэтому уравнения (50) упрощаются (верхний знак относится к $p_0 = +1$, а нижний — к $p_0 = -1$):

$$(\pm q_1 + i q_3) \psi = 0; \quad (53a)$$

$$(\pm q_2 + i q_4) \psi = 0; \quad (53б)$$

$$(\pm q_3 - i q_1) \psi = 0; \quad (53в)$$

$$(\pm q_4 - i q_2) \psi = 0. \quad (53г)$$

Теперь ясно, что уравнения (53a) и (53в) эквивалентны. То же самое можно сказать об уравнениях (53б) и (53г). Учитывая, что (в представлении, в котором q_1 и q_2 диагональны)

$$q_3 \equiv -i \partial / \partial q_1; q_4 \equiv -i \partial / \partial q_2, \quad (54)$$

можно сократить число волновых уравнений до двух дифференциальных уравнений

$$(q_1 \pm \partial/\partial q_1) \psi = 0 \quad (55)$$

и

$$(q_2 \pm \partial/\partial q_2) \psi = 0, \quad (56)$$

верхний знак в которых опять отвечает $p_0 = +1$, а нижний — $p_0 = -1$. Эти уравнения довольно легко интегрируются и дают:

$$\psi \sim \exp[-(q_1^2 + q_2^2)/2], \quad p_0 = +1, \quad (57)$$

и

$$\psi \sim \exp[(q_1^2 + q_2^2)/2], \quad p_0 = -1. \quad (58)$$

Решение (58) физически совершенно неприемлемо, потому что оно расходится при больших значениях q_1 и q_2 и, следовательно, его нельзя нормировать. Допустимо лишь решение (57), следовательно, только собственное значение энергии $p_0 = +1$ является разрешенным. Собственное значение энергии с отрицательным знаком автоматически исключается из-за того, что решение (58) невозможно.

В системах отсчета, отличных от только что рассматриваемой специальной системы, результат, к которому мы пришли, остается справедливым: только решения с положительной энергией дают волновые функции, имеющие физический смысл*.

Замечателен сам по себе тот факт, что для частиц, описываемых новыми волновыми уравнениями, разрешены только положительные значения энергии. Однако это не совсем новый результат: еще в 1932 г. Майорана предложил лоренц-инвариантное волновое уравнение, у которого были разрешены только решения с положительной энергией. Уравнение Майораны имело вид:

$$(\tilde{q}_\alpha q^\alpha \partial^\nu + 2i) \psi = 0 \quad (59)$$

и было лоренц-инвариантным. Если теперь умножить уравнение (37) на линейные функции переменных q , то получатся уравнения, которые в общем случае записываются следующим

* В статье, напечатанной в 1971 г. в журнале «Proceedings of Royal Society», проф. Дирак утверждает, что в общем случае уравнения (47) после интегрирования дают:

$$\exp \left\{ -i \left[\frac{q_1^2 + q_2^2 + ip_1(q_1^2 - q_2^2) - 2ip_2q_1q_2}{2(p_0 + p_3)} \right] \right\} \exp(-ip^\mu x_\mu),$$

откуда опять следует, что решение имеет смысл только тогда, когда энергия p_0 положительна. — *Примеч. редактора английского издания.*

образом:

$$(\tilde{q}\lambda_{\mu}q\partial^{\mu} + \tilde{q}\lambda\beta q)\psi = 0, \quad (60)$$

где λ — некая матрица размера 4×4 , так что $\tilde{q}\lambda$ — линейная функция переменных q . Существует, оказывается, 15 независимых матриц λ , дающих разные результаты. Следовательно, существует и 15 разных уравнений типа (60), квадратичных по переменным q . Одно из этих уравнений, а именно то, которому отвечает $\lambda = 1$, идентично уравнению Майораны (59).

Поэтому было бы весьма заманчиво ограничиться рассмотрением уравнения Майораны и его решений. Это уравнение очень подробно исследовал сам Майорана, и ему удалось показать, что оно приводит к массовому спектру, состоящему из бесконечного числа значений масс. Поначалу это может показаться многообещающим, но, вычислив спин майорановских частиц, вы увидите, что увеличение спина частицы сопровождается уменьшением ее массы, так что у более тяжелых майорановских частиц спин должен был бы быть меньше, чем у более легких. Конечно, все сказанное полностью противоречит данным эксперимента. По этой причине физики отказались от уравнения Майораны.

Таким образом, нам следует придерживаться постоянного значения массы частицы и сохранить тем самым уравнение де Бройля. Это равносильно сохранению всей системы уравнений (60), т. е. всех пятнадцати уравнений. Одно из них будет иметь майорановский вид, но, если его рассматривать совместно с четырнадцатью остальными, то оно не приводит к тем нежелательным свойствам частиц, о которых мы говорили.

Мы подошли к вопросу о спине частицы. Поскольку времени осталось немного, я расскажу о нем лишь в общих чертах. Подход, который используют для вычисления спина частицы, подчиняющейся волновому уравнению, состоит в том, что на волновую функцию действуют оператором инфинитезимального вращения (вокруг начала координат), один из членов которого содержит оператор спина, а потом требуют, чтобы преобразованная волновая функция удовлетворяла тому же уравнению, которому удовлетворяла непреобразованная волновая функция. Поэтому функцию ψ в (37) мы преобразуем в «повернутую» волновую функцию

$$[1 + (1/2)a^{\rho\sigma}M_{\rho\sigma}]\psi, \quad (61)$$

где

$$M_{\rho\sigma} = x_{\rho}\partial_{\sigma} - x_{\sigma}\partial_{\rho} - i s_{\rho\sigma}, \quad (62)$$

причем $s_{\rho\sigma}$ обозначены спиновые операторы, действующие на переменные q . Потребовав теперь, чтобы волновая функция

(61) удовлетворяла уравнению (37), мы в конце концов получим формулу

$$s_{\rho\sigma} = -(1/4) \bar{q} \alpha_{\rho} \beta \alpha_{\sigma} q + (1/2) i g_{\rho\sigma} \quad (63)$$

для случая, когда оператор $s_{\rho\sigma}$ антисимметричен. Выбрав α в соответствии с (18), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} s_{01} &= (1/4) (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2); \\ s_{02} &= (1/2) (q_3 q_4 - q_1 q_2); \\ s_{03} &= (1/2) (q_1 q_3 + q_4 q_2); \\ s_{12} &= (1/2) (q_2 q_3 - q_1 q_4); \\ s_{23} &= (1/2) (q_1 q_2 + q_3 q_4); \\ s_{31} &= (1/4) (q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2). \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Три последних уравнения дают:

$$s_{12}^2 + s_{23}^2 + s_{31}^2 = (1/16) (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2)^2 - 1/4. \quad (65)$$

По правилам квантовой механики значение, например, спина s определяется из соотношения

$$s(s+1) = s_{12}^2 + s_{23}^2 + s_{31}^2. \quad (66)$$

Следовательно, выражение (65) дает формулу для спина частицы, которая описывается уравнением (37):

$$s = (1/4) (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2) - 1/2. \quad (67)$$

Теперь собственные значения $(1/2) (q_1^2 + q_3^2)$, как и собственные значения энергии гармонического осциллятора, имеют вид $n+1/2$, а собственные значения $(1/2) (q_2^2 + q_4^2)$ имеют вид $n'+1/2$, где n и n' — положительные целые числа или нули. Следовательно, собственные значения s выражаются формулой

$$(1/2) (n + n'). \quad (68)$$

Но оказывается, что волновая функция, удовлетворяющая (37), всегда должна быть четной функцией переменных q , так что сумма $n + n'$ всегда или четна, или равна нулю. Отсюда вытекает, что значение спина либо выражается целым числом, либо равно нулю. Таким образом, частица, которая описывается волновым уравнением (37), представляет собой частицу с целым спином.

Казалось бы, здесь должны возникнуть трудности, связанные со спином: s могло бы зависеть от импульса частицы. Однако этот вывод неправилен. Поскольку процедура деления углового момента на орбитальную и спиновую части не является релятивистской, можно переопределить спин частицы так, чтобы устранить ложную зависимость от импульса.

Выясним теперь вкратце, что представляет собой частица, которая описывается такой теорией. В частности, посмотрим, каким будет внутреннее движение частицы. Для ответа на этот вопрос лучше всего прибегнуть к гейзенберговскому представлению, потому что оно дает нам информацию, близкую к классическому описанию движения и, следовательно, самую подходящую для нахождения классического аналога любой квантовой теории.

В теории, которая описывается старым уравнением (2) для частиц со спином $1/2$, гейзенберговские уравнения движения приводят к «дрожанию» электрона. Оно действительно возникает, если координаты частицы x_r записать в виде суммы двух частей:

$$x_r = y_r + \xi_r, \quad (69)$$

где

$$y_r = b_r + (p_r/p_0) t \quad (70)$$

описывает классическое движение, причем b_r не зависит от времени, а ξ_r описывает малые колебания с большой частотой. В излагаемой теории возможно несколько видов движения, потому что координаты x_r могут изменяться двумя разными способами: со временем и под действием калибровочных преобразований.

Оказывается, что изменение координаты частицы с нулевым импульсом под действием калибровочного преобразования отвечает блужданию точки x_r по поверхности шара: Это лишено физического смысла. Для физики важна лишь сама шаровая поверхность. Ее радиус-вектор удовлетворяет соотношению $-s_{r0} = +s_{0r}$ [см. (64)]; он колеблется, и поэтому вся картина представляет собой пульсирующий шар.

Что можно сказать о будущем нашего нового уравнения? На данном этапе существуют довольно серьезные трудности, из-за которых дальнейшее развитие теории невозможно. Трудности связаны с тем, что электромагнитные взаимодействия частицы, подчиняющейся уравнениям (37), невозможно описать никакими известными методами. Дело в том, что попытавшись ввести электромагнитное поле (определяемое четырьмя компонентами потенциала A_μ) путем замены в волновом уравнении 4-импульса p_μ величиной $p_\mu + eA_\mu$:

$$p_\mu \rightarrow p_\mu + eA_\mu, \quad (71)$$

вы обнаружите, что преобразованная система волновых уравнений (47), вообще говоря, внутренне противоречива. Внутренняя непротиворечивость восстанавливается только тогда, когда четыре компоненты потенциала имеют вид:

$$A_\mu = \partial_\mu S, \quad (72)$$

где S — некоторая функция. Но это просто соответствует ситуации, когда все компоненты тензора электромагнитного поля

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (73)$$

обращаются в нуль. Следовательно, никакого физически наблюдаемого поля не существует. Все сказанное означает, что нет согласованной теории, которая описывала бы частицы, о которых шла речь, в случае, когда они имеют заряд или обладают какими-нибудь другими электромагнитными свойствами.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Dirac P. A. M.— Proc. Roy. Soc. (Lond.), 1971, vol. A322, p. 435.

Dirac P. A. M.— Proc. Roy. Soc. (Lond.), 1972, vol. A328, p. 1.

ЛЕКЦИЯ ПЯТАЯ

КОСМОЛОГИЯ И ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ

Лекция была прочитана в Школе физики при университете Нового Южного Уэльса (Кенсингтон, Сидней, Австралия) 27 августа 1975 г.

Вступительное слово проф. Е. П. Джорджа

Сейчас проф. Дирак прочтет третью и последнюю лекцию в нашем университете. Я пользуюсь случаем выразить нашу огромную благодарность проф. Дираку за то, что он решился проделать такой длинный путь. Наши края очень редко посещали поистине великие физики. Ваше присутствие, проф. Дирак, вдохновляло нас в течение всей прошедшей недели. Мне остается лишь сожалеть о том, что Вы должны нас покинуть!

Нет необходимости говорить, как мы были воодушевлены Вашими лекциями и как высоко мы их ценим. Это и так видно по огромному интересу, вызванному Вашими лекциями, и по тому числу слушателей, которое каждый раз собиралось.

Для меня и моих коллег поучительным было не только содержание лекций, но и Ваш способ изложения. Мы научились у Вас некоторым методическим тонкостям и теперь, наверное, будем лучше читать лекции, ибо мы были свидетелями того, как вдохновенно Вы говорите и как умело пользуетесь записями на доске. Мне кажется, что Ваше педагогическое мастерство было для нас не менее важным, чем содержание лекций.

Проф. Дирак с супругой покинут нас сразу после этой лекции, и у них не останется времени для новых дискуссий о физике с теми, кто захочет в последнюю минуту выяснить какой-нибудь вопрос. Проф. Дирак и г-жа Дирак сразу после лекции уезжают в Аделаиду, в Дом правительства, где их ждет Марк Олифант. Оттуда они направятся в национальный университет в Канберре и пробудут там неделю. Из Канберры наши гости поедут в Новую Зеландию, ибо проф. Дирак приглашен прочесть лекцию в университете Кентерберы.

Профессор, позвольте еще раз от всего сердца поблагодарить Вас за Ваш приезд. Передайте, пожалуйста, Вашим коллегам, что мы были бы счастливы их увидеть. Поэтому, если Вам у нас понравилось, а я надеюсь, что это так, расскажите, пожалуйста, у себя дома о том, что нам бы очень хотелось чаще встречаться с такими людьми.

Предоставляю слово члену Королевского общества проф. П. А. Дираку. Он прочтет лекцию на тему: «Космология и гравитационная постоянная».

Изучение различных физических постоянных позволяет сделать вывод о том, что гравитационная постоянная изменяется. В природе мы встречаемся с разными постоянными: скоростью света, зарядом электрона, массой электрона и т. д. Большинство из них размерные (значения таких констант зависят от используемой системы единиц). Значение постоянной в метрической системе единиц отличается от ее значения в Британской системе. Подобные числовые значения постоянных не представляют никакого интереса, однако из различных физических постоянных можно составить безразмерные величины, которые будут одинаковыми во всех системах единиц. Только об этих безразмерных величинах мы и будем говорить сегодня.

Одна из них — величина, обратная знаменитой постоянной тонкой структуры

$$\hbar c/e^2. \quad (1)$$

Она является фундаментальной константой в атомной физике и приблизительно равна 137. Другая безразмерная постоянная определяется отношением массы протона к массе электрона

$$m_p/m_e \quad (2)$$

и составляет около 1840. Удовлетворительного объяснения этих чисел пока нет, но физики надеются, что в конце концов оно будет найдено. Тогда приведенные постоянные вычислялись бы с помощью основных математических уравнений; вполне вероятно, что подобные постоянные составлены из простых величин типа 4π .

Существует еще одна безразмерная постоянная, на которую мне бы хотелось обратить ваше внимание. Она получается следующим образом. Рассмотрим атом водорода, который состоит из электрона и протона. Сила их электростатического взаимодействия обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. То же самое относится к гравитационному взаимодействию. Можно составить отношение электростатической силы к гравитационной. Оно будет безразмерной величиной, не зависящей от расстояния. Таким образом, мы придем к выражению

$$e^2/Gm_e m_p, \quad (3)$$

где e — заряд электрона (или протона); G — гравитационная постоянная; m_e и m_p — массы электрона и протона.

Если вычислить значение (3), то получится гигантское число, равное приблизительно $2 \cdot 10^{39}$. Как и другие безраз-

мерные физические постоянные, это число тоже должно быть объяснено. Можно ли хотя бы надеяться придумать теорию, которая объяснит такое огромное число? Его нельзя разумно построить, например, из 4π и других простых чисел, которыми оперирует математика! Единственная возможность объяснить это число — связать его с возрастом Вселенной.

Говоря о возрасте Вселенной, я буду обращаться к общепринятой модели большого взрыва, согласно которой в начальной стадии все вещество Вселенной было сконцентрировано в очень маленьком объеме, может быть, даже в математической точке. Потом произошел гигантский взрыв, в результате которого было выброшено множество сгустков вещества, движущихся с разными скоростями, причем те, которые двигались быстрее, должны были продвинуться дальше. В результате должна была возникнуть ситуация, которую мы сейчас наблюдаем: все космические объекты от нас удаляются, причем более далекие объекты удаляются быстрее, чем те, которые находятся ближе. Скорость удаления пропорциональна пройденному расстоянию.

Можно принять другую модель, предложенную Леметром. Согласно этой модели Вселенная начиналась с одного-единственного атома — с атома, который заключал в себе огромную массу — всю массу Вселенной. Этот единственный очень массивный атом был чрезвычайно радиоактивным. Он мгновенно распался на части, которые претерпели дальнейший распад, распады продолжались, и радиоактивность, которую мы наблюдаем сейчас, представляет собой просто остатки начальной радиоактивности. Предложенная схема довольно красива, но для того, что я собираюсь сейчас вам рассказать, детали модели несущественны.

Итак, мы заговорили о возрасте Вселенной. Понять, что это такое, можно с помощью постоянной Хаббла, которая связывает скорость удаления космических объектов с расстоянием до них. Хаббл обнаружил, что скорость удаления пропорциональна расстоянию. Он смог точно проверить этот закон лишь для ближайших объектов, но закон настолько хорошо выполнялся, что его стали считать справедливым и на больших расстояниях. По отношению скорости удаления к расстоянию можно определить, когда в прошлом все вещество было первоначально сконцентрировано в очень маленьком объеме. Так мы получим возраст Вселенной. Подобная оценка содержит много неточностей, которые связаны с неточным измерением расстояний до очень далеких объектов. Последняя оценка примерно дает:

$$t = 18 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

Это число выражено в годах, т. е. в весьма искусственных единицах измерения времени. Можно пользоваться другой единицей времени, из атомной физики. Примем в качестве единицы, например, то время, за которое свет проходит сквозь классический электрон:

$$e^2/m_e c^3.$$

Выразив t в этих единицах, получим:

$$t = 7 \cdot 10^{39} e^2/m_e c^3,$$

что по порядку совпадает с предыдущим большим числом ($2 \cdot 10^{39}$). «Это совершенно удивительное совпадение», — скажете вы. Но я так не считаю. Я думаю, должно существовать какое-то фундаментальное объяснение того, что значения двух больших величин так близки друг к другу. Причину этого мы не знаем, нам пока не удастся ее разгадать, но когда появятся больше сведений об атомной физике и космологии, разгадка будет найдена.

Предположим, что между двумя этими числами существует какая-то связь, которую установит теория будущего. Величина $t = 7 \cdot 10^{39}$ не является постоянной, она увеличивается со временем. Следовательно, если числа взаимосвязаны, то величина $e^2/Gm_e m_p = 2 \cdot 10^{39}$ тоже должна расти со временем и ее отношение к t должно оставаться неизменным.

Полученный результат можно представить в более удобном виде, если воспользоваться системой единиц (будем называть их атомными единицами), в которой заряд электрона e , его масса m_e и масса протона m_p постоянны. Поскольку величина $e^2/Gm_e m_p$ изменяется со временем, само G в этих единицах тоже должно меняться со временем и

$$e^2/Gm_e m_p \sim t. \quad (4)$$

Следовательно, в атомных единицах G обратно пропорционально времени:

$$G \sim t^{-1}. \quad (5)$$

Я буду все время говорить, что G меняется как t^{-1} . Под этим следует понимать, что «величина G , выраженная в атомных единицах, изменяется как t^{-1} ». Поскольку G представляет собой размерную величину, ее закон изменения со временем зависит от используемой системы единиц. Чтобы выполнялся закон $G \sim t^{-1}$, необходимо использовать атомные единицы.

Тогда напрашивается вывод, что безразмерные физические величины, выраженные очень большими числами, связаны друг с другом. Этот принцип я называю гипотезой больших чисел. Согласно гипотезе больших чисел все очень большие

безразмерные физические величины соотносятся друг с другом так же, как величины $t=7 \cdot 10^{39}$ и $e^2/Gm_p m_p$.

Имеется еще одна очень большая безразмерная величина, которую нам нужно рассмотреть. Я имею в виду полную массу Вселенной, выраженную, скажем, в протонных массах. Мы получим, если угодно, полное число протонов и нейтронов во Вселенной. Разумеется, Вселенная может оказаться бесконечной, и тогда это число тоже будет бесконечным. В этом случае мы не имели бы права его обсуждать, но зато могли бы вместо него пользоваться другим числом. Достаточно рассмотреть часть Вселенной, настолько близкую к нам, чтобы скорость ее удаления была, скажем, меньше половины скорости света. Тогда мы будем иметь дело лишь с некоторым участком бесконечной Вселенной, в котором скорости удаления меньше половины скорости света. Какова полная масса такого участка Вселенной? Это число тоже будет очень большим, и им можно заменить полную массу Вселенной, чтобы в случае бесконечной Вселенной иметь дело с конечными величинами.

Можно попытаться оценить полную массу Вселенной, воспользовавшись массой наблюдаемых звездных объектов и учтя существование ненаблюдаемого вещества. Нам известно, насколько важен этот учет; ведь может оказаться, что довольно много ненаблюдаемого вещества существует в виде межгалактического газа, или черных дыр, или в каком-нибудь другом виде. Вполне вероятно все же, что невидимого вещества не намного больше, чем видимого. При таком предположении полная масса в единицах протонных масс

$$m_{\text{полн}}/m_p \sim 10^{78}. \quad (6)$$

Сюда надо еще включить какой-то множитель, который учитывает существование невидимого вещества. Поэтому мы получаем число, которое приблизительно равно t^2 (в атомных единицах).

Согласно гипотезе больших чисел все очень большие безразмерные величины должны быть связаны друг с другом. Значит, следует ожидать, что будет справедливо соотношение

$$m_{\text{полн}}/m_p \approx t^2. \quad (7)$$

На основании предыдущих рассуждений можно заключить, что полное число протонов во Вселенной увеличивается пропорционально t^2 . Это означает, что во Вселенной должно рождаться вещество, причем рождаться непрерывно.

Существует несколько космологических теорий, в основе которых лежит предположение о непрерывном рождении вещества. Такая теория была очень подробно разработана Хой-

лом и другими авторами. Но они имели в виду совсем не то непрерывное рождение, которое предлагаю я. Теория непрерывного рождения возникла в противовес гипотезе большого взрыва и сейчас не пользуется признанием.

Теория непрерывного рождения, о которой я буду вам рассказывать, существенно отличается от теории непрерывного рождения, предложенной Хойлом, так как Хойл предполагал, что Вселенная находится в однородном и изотропном состоянии, а непрерывное рождение призвано восполнять вещество, которое уходит за пределы зоны видимости вследствие расширения. В теории Хойла величина G была постоянной, в моей же теории G изменяется со временем, и в этом заключается отличие от теории Хойла.

Я предлагаю теорию, в которой непрерывное рождение вещества сочетается с изменением G . И то, и другое предположение вытекает из гипотезы больших чисел.

Непрерывное рождение вещества следует рассматривать как некий процесс, совершенно не зависящий от всех известных физических процессов. В обычных физических процессах, которые изучают в лаборатории, вещество сохраняется, а в данном случае мы имеем дело с очевидным несохранением вещества, или, если угодно, с каким-то новым типом радиоактивного процесса, в котором вещество не сохраняется и частицы рождаются там, где их раньше не было. Этот эффект очень мал, потому что заметное число частиц возникает лишь за очень большой промежуток времени, сравнимый с возрастом Вселенной.

Если новое вещество рождается непрерывно, то встает вопрос: «Где оно рождается»? Можно сделать два разумных предположения. Одно из них заключается в том, что новое вещество непрерывно рождается во всем пространстве, т. е. в основном в межгалактическом пространстве. Назовем это предположением об *аддитивном рождении*. Можно предположить также, что новое вещество рождается рядом с уже существующим веществом. По строению атомов вновь образовавшееся вещество не отличается от уже существующего вещества. Подобная картина означала бы, что все атомы просто размножаются. Назовем это предположением о *мультипликативном рождении*. Итак, существуют два возможных способа рождения нового вещества. Какой из них предпочесть, я не знаю. Нужно проанализировать обе возможности и посмотреть, что из них вытекает.

Развивая теорию с переменной величиной G , мы обязательно столкнемся с необходимостью видоизменить уравнения механики. Существует эйнштейновская теория гравитации. Это прекрасная теория; ее достижения велики и хоте-

лось бы их сохранить. Однако в соответствии с теорией Эйнштейна величина G должна быть постоянной: в эйнштейновской теории G не может изменяться. Если пользоваться естественными единицами, то $G = 1$.

Как же допустить изменение G , сохранив при этом выходы теории Эйнштейна? Мне кажется, что существует только один способ. Предположим, что уравнения теории Эйнштейна правильны, но они справедливы для величин, которые выражены в единицах, отличных от атомных единиц.

Рассмотрим расстояние и время, которое в теории Эйнштейна представляются в виде интервала ds между двумя соседними точками. Надо рассмотреть два выражения для ds : одно из них связано с уравнением Эйнштейна, второй же интервал ds измеряется в атомных единицах. Назовем первый ds_E , а второй ds_A . Будем считать, что в обеих системах единиц скорость света равна 1, так что и пространственный, и временной интервалы изменяются одинаково при переходе от ds_E к ds_A .

В последнее время многие занимались теориями гравитации, допускающими изменение G , но исходили при этом из примитивной теории, в которой инертная и гравитационная массы отличаются друг от друга. Тогда G представляет собой коэффициент, связывающий эти две массы между собой. Его легко заставить меняться, варьируя отношение гравитационной массы к инертной. Подобная теория очень примитивна, а кроме того, совершенно неудовлетворительна, потому что она полностью противоречит теории Эйнштейна, согласно которой гравитационная и инертная массы *должны быть* одинаковыми. Следуя примитивной теории, вы растеряете все достижения теории Эйнштейна и не сумеете объяснить движение перигелия Меркурия. В научной литературе вы обнаружите статьи, авторы которых проводят вычисления в рамках примитивной теории, поэтому я вам о ней рассказал. Подобные вычисления я считаю неприемлемыми, потому что они содержат отказ от достижений теории Эйнштейна.

Вместо примитивной теории я предложил другую, в которой интервал ds измеряется в двух разных системах единиц и которую можно назвать гипотезой Милна.

Милн первым выдвинул идею о том, что существуют две важные для физиков шкалы времени, и занялся поисками связи между ними. Перед войной он написал на эту тему несколько книг. Рассуждения Милна совершенно не связаны с моими размышлениями по поводу больших чисел. У него были разные аргументы философского характера, которые мне кажутся не особенно убедительными. Однако его основной идеей было существование в физике двух важных единиц времени. Имен-

но этой идеей я собираюсь сейчас воспользоваться, чтобы сохранить все достижения теории Эйнштейна для случая переменной G . Прежде всего выведем соотношение, связывающее между собой две введенных нами величины ds_E и ds_A . Обратимся к простому примеру: рассмотрим, скажем, Землю, движущуюся вокруг Солнца по (приблизительно) круговой орбите. Тогда по теории Ньютона имеем уравнение

$$GM = v^2 r,$$

где M — масса Солнца; v и r — орбитальная скорость и орбитальный радиус Земли. Элементарная теория Ньютона достаточно точна для наших расчетов. Какая бы система единиц ни использовалась, написанное уравнение должно быть справедливым.

Единицы, которыми я буду пользоваться, имеют следующий смысл: ds_E будет измеряться в единицах, в которых справедливы уравнения Эйнштейна, т. е. в «механических единицах»; ds_A , напротив, будет измеряться в единицах, которые дают атомные часы или расстояния между плоскостями кристаллических решеток, т. е. в атомных единицах.

Уравнение $GM = v^2 r$ должно быть справедливым и в атомных единицах. В механических единицах мы имеем дело с простой задачей механики. Каждая из величин G , M , v и r постоянна, и Земля равномерно с постоянной скоростью движется по орбите, радиус которой остается неизменным.

А как это выглядит в атомных единицах? Имеем:

$$G \sim t^{-1}.$$

В предположении аддитивного рождения масса Солнца M (измеренная в атомных единицах, например в массах протона) является постоянной величиной:

$$M \sim 1 \text{ (аддитивное рождение).}$$

В предположении мультипликативного рождения (опять же в атомных единицах)

$$M \sim t^2 \text{ (мультипликативное рождение),}$$

потому что каждая частица вещества размножается по закону t^2 .

Следовательно, в атомных единицах M будет изменяться со временем по-разному, в зависимости от того, какое мы сделаем предположение относительно способа рождения новой материи.

А что можно сказать о v ? Это безразмерная величина, которую можно записать в виде некоторой доли скорости света. Она должна быть одинаковой и в механических, и в атом-

ных единицах: в обоих случаях v составляет одну и ту же часть скорости света. Следовательно, v не меняется:

$$v \sim 1.$$

Сравнив далее правую и левую части уравнения $GM = v^2 r$, получим:

$$r \sim t^{-1} \text{ (аддитивное рождение)}$$

и

$$r \sim t \text{ (мультипликативное рождение).}$$

Таким образом, в предположении аддитивного рождения радиус земной орбиты уменьшается — это означает, что Земля приближается к Солнцу. Те же рассуждения применимы ко всем расстояниям в Солнечной системе. По этой схеме Солнечная система должна сжиматься. Мы имеем дело с космологическим эффектом, который накладывается на все другие физические объяснимые эффекты. В точности так же, приняв гипотезу мультипликативного рождения, мы получим, что Земля удаляется от Солнца, а все расстояния в Солнечной системе увеличиваются. Это опять космологический эффект, не зависящий ни от каких известных физических процессов.

Итак, существуют эффекты, измерив которые мы надеемся выяснить, хороша или плоха наша теория. Необходимо лишь точно измерить время по атомным часам. Очень важно, чтобы в опытах использовались именно атомные часы, потому что все формулы справедливы лишь для величин, измеренных в атомных единицах. Проверку теории можно было бы начать с изучения Луны. Надо сказать, что движение Луны исследуют вот уже 20 лет с помощью атомных часов. Недавно было точно измерено расстояние до Луны в атомных единицах. Высадившиеся на Луну астронавты установили на ее поверхности лазерные рефлекторы. На эти рефлекторы направляют сейчас испускаемое лазером излучение и исследуют отраженный свет. С помощью атомных часов измеряют время, в течение которого свет проходит расстояние до Луны и обратно, таким образом определяют расстояние до Луны в атомных единицах.

Применив нашу теорию к движению Луны вокруг Земли, мы получим, что в предположении аддитивного рождения Луна должна приближаться к Земле со скоростью, которую несложно вычислить. Она составляет около 2 см/год. Если верна гипотеза мультипликативного рождения, то Луна должна с той же скоростью удаляться от Земли. Следовательно, полученное число представляет собой также погрешность измерения расстояния до Луны. Совсем недавно расстояние до Луны начали измерять с очень высокой точностью. По самым последним сведениям около года назад погрешность опреде-

ления расстояния до Луны составила 6 см, и авторы продолжали улучшать этот результат. Сейчас надо лишь немного подождать, пока появятся следующие эксперименты.

Может показаться, что мы владеем каким-то методом, позволяющим проверить теорию. Однако на самом деле все не так просто. Движение Луны подвержено сильному влиянию приливов и отливов. Это влияние велико по сравнению с теми эффектами, которые мы измеряем, и, насколько мне известно, его нельзя вычислить с достаточной точностью. В прошлом году я разговаривал с Джимом Вильямсом, работающим в лаборатории реактивного движения. Он весьма пессимистично оценил возможность вычисления эффектов, которые связаны с приливами и отливами, с точностью, достаточной для проверки теории. Не знаю, насколько можно продвинуться в подобных расчетах, но думаю, что они не безнадежны. Я надеюсь, что мне удастся поговорить здесь с людьми, которые занимаются исследованием расстояния до Луны, и выслушать их мнение.

До сих пор мы говорили только об одном способе проверки теории. Можно воспользоваться и другим методом, в котором рассматривается не расстояние до Луны, а скорость ее движения по орбите. Обозначим n угловую скорость движения Луны. Тогда (относительное) угловое ускорение имеет вид:

$$n/n.$$

Сейчас умеют очень точно рассчитывать угловую скорость Луны, измеряя длительность покрытий звезд Луной. На протяжении последних 20 лет это явление наблюдают, используя атомные часы. Сначала наблюдения были визуальными. Теперь эксперименты полностью автоматизированы, и из них можно получить значение ускорения n/n .

Этой задачей занималось несколько человек. Насколько мне известно, большую часть результатов получил ван Фландерн из Вашингтонской военно-морской исследовательской обсерватории.

Проблема состоит в том, чтобы измерить ускорение Луны в атомных единицах $(n/n)_{ат}$ и в единицах стандартного времени, которым пользуются астрономы. Оно называется эфемеридным, определяется по вращению Земли вокруг Солнца или по движению планет и не обязательно совпадает с атомным временем. Если нужна большая точность, то единицы эфемеридного времени можно получить из уравнений движения Ньютона или из уравнений Эйнштейна.

Выпишем разность значений \dot{n}/n в тех и в других единицах:

$$(\dot{n}/n)_{ат} - (\dot{n}/n)_{эф} = (\dot{n}/n)_{разн.}$$

Ван Фландерн экспериментально получил, что

$$(\dot{n}/n)_{\text{разн}} = (-16 \pm 10) \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1}.$$

В своих ранних вычислениях ван Фландерн исходил из примитивной теории гравитации, о которой я вам рассказывал. В этой теории гравитационная и инертная массы рассматриваются как две независимые величины и выполняется равенство

$$\dot{G}/G = (1/2) (\dot{n}/n)_{\text{разн}}. \quad (8)$$

Расчеты ван Фландерна дают:

$$\dot{G}/G = (-8 \pm 5) \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1}. \quad (9)$$

Ван Фландерн был очень доволен своим результатом, потому что теория, в которой $G \sim t^{-1}$, приводит к соотношению

$$\dot{G}/G = -1/t,$$

т. е.

$$\dot{G}/G \approx -6 \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1},$$

что отвечает величине, обратной возрасту Вселенной, последние оценки которого таковы

$$t = 18 \cdot 10^9 \text{ лет}.$$

Мне, однако, этот результат кажется неудовлетворительным, потому что он получен с помощью примитивной теории.

Заменив ее теорией на основе гипотезы Милна, получим:

$$\dot{G}/G = -(\dot{n}/n)_{\text{разн}} \text{ (аддитивное рождение)}$$

и

$$\dot{G}/G = +(\dot{n}/n)_{\text{разн}} \text{ (мультипликативное рождение)}.$$

В совокупности с данными ван Фландерна эти соотношения дают:

$$\dot{G}/G = (16 \pm 10) \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1} \text{ (аддитивное рождение)}$$

и

$$\dot{G}/G = (-16 \pm 10) \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1} \text{ (мультипликативное рождение)}.$$

Отношение \dot{G}/G должно быть отрицательным, что вытекает из равенства $\dot{G}/G = -1/t$. Итак, мы видим, что наблюдения ван Фландерна говорят в пользу гипотезы мультипликативного рождения и, скорее, даже завывают эффект: -16 вместо -6 .

Ван Фландерн все время проверяет и перепроверяет свои расчеты и сейчас его результат несколько изменился. По моим

последним сведениям полученный им коэффициент значительно меньше 8 [в оценке $(-8 \pm 5) \cdot 10^{-11}$ лет $^{-1}$], т. е. приближается к значению, которого требует теория.

Может быть, стоит пояснить, почему эти вычисления оказываются настолько сложными. Дело в том, что необходимо очень точно рассчитать движение Луны, а оно имеет непростой характер. Луна является лишь одной из составных частей Солнечной системы, и ее движение непрерывно возмущают остальные планеты. Может показаться, что из-за удаленности других планет их воздействие не должно быть сильным. Однако при более тщательном изучении выясняется, что эффект, который вначале казался пренебрежимо малым, на самом деле вовсе не мал. Его нужно учитывать, и он может повлиять на результаты расчетов. Влияние других планет на движение Луны постоянно исследуется, и из-за этого ван Фландерну приходится все время уточнять свои расчеты.

Мне кажется, следует немного подождать и посмотреть, какими будут окончательные результаты исследований. Во всяком случае, вы видите, что проверка теории возможна при современном уровне развития эксперимента. Пока нельзя сделать вывод, что результаты подтверждают теорию; говорить об этом еще слишком рано. Можно, однако, надеяться, что через несколько лет теория либо надежно подтвердится, либо будет опровергнута.

В расчетах, основанных на вращении Луны, конечно, учитываются приливные эффекты, но при вычислении относительного ускорения эти эффекты компенсируются, так как они присутствуют в наблюдениях как с атомным, так и с эфемеридным временем.

Можно наблюдать не только Луну, но и другие планеты. Чем дальше от нас планета, тем меньше для нее возмущения, производимые приливами и отливами. Расстояния до других планет можно очень точно измерить с помощью радара. Этими экспериментами занимается И. И. Шапиро. Метод состоит в том, что волны от радара посылаются на какую-нибудь планету и принимаются отраженные волны. Это, конечно, очень слабые волны, но для их приема используется большой передающий и принимающий радар в Аресибо (Пуэрто Рико), обладающий достаточно высокой чувствительностью. Радарный приемник в Аресибо недавно перестроили (затратив на это, я думаю, около 6 млн. долл.), и его чувствительность значительно улучшилась. В течение последних нескольких месяцев этот перестроенный радар использовали для наблюдений Венеры, но о результатах я пока ничего не слышал. Венера сейчас находится на очень близком расстоянии от

Земли, поэтому экспериментаторы надеются провести достаточно точные наблюдения и даже зарегистрировать сухие русла рек, если, конечно, они там есть. Из этих опытов можно будет чрезвычайно точно вычислить расстояние до Венеры. Продолжая наблюдения еще несколько лет, мы сумеем определить, меняется ли это расстояние в соответствии с теорией. Аналогичные наблюдения можно осуществить и для других планет.

Мне кажется, что эксперименты Шапио перспективнее, чем эксперименты ван Фландерна, потому что при наблюдении планеты не возникают трудности, связанные с приливными эффектами. Шапио уже несколько лет работает в этой области и весьма неохотно сообщает результаты, если они еще недостаточно надежно установлены. Окольными путями я узнал, что данные, полученные Шапио, по-видимому, подтверждают гипотезу аддитивного рождения вещества и поэтому противоречат данным ван Фландерна. Я, однако, думаю, что следует год или два подождать, пока Шапио проведет новые наблюдения на улучшенной установке в Аресибо. Тогда появится еще один результат экспериментальной проверки теории.

Итак, в астрономии сейчас существует три способа проверить теорию, в которой меняется гравитационная постоянная: по расстоянию от Земли до Луны, по движению Луны и по расстоянию между планетами и Землей. Я считаю, что все станет ясно через несколько лет.

Если проверка подтвердит теорию, то придется довольно серьезно пересмотреть наши представления о космологии. В настоящее время космологи отдают предпочтение модели, согласно которой происходит непрерывное расширение Вселенной, но оно постепенно замедляется и в конце концов перейдет в сжатие.

Подобное представление о Вселенной не согласуется с теми идеями, о которых я вам рассказывал, потому что оно связано с очень большой постоянной, а именно, с максимальным размером Вселенной, который не изменялся бы при изменении возраста Вселенной. Максимальный размер Вселенной не имеет, конечно, ничего общего с возрастом Вселенной. Следовательно, мы получили бы большое число, противоречащее гипотезе больших чисел.

По моим представлениям Вселенная не может достичь своего максимального размера: она всегда будет расширяться. А постоянная G будет соответственно становиться все слабее и слабее.

На этом я закончу и, может быть, еще останется время, чтобы ответить на один-два простых вопроса.

ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ

Проф. Е. П. Джордж:

Предлагаю задавать вопросы профессору Дираку.

Вопрос (проф. Дж. Килли):

В Вашем уравнении $m_{\text{полн}}/m_p \sim 10^{78}$ Вы выбрали постоянной массу протона и меняете полную массу Вселенной. Почему Вы не хотите, чтобы масса протона была переменной?

Проф. Дирак:

Можете её менять, но это отнюдь не означает, что масса протона переменна. Судить о том, меняется величина или нет, можно лишь в том случае, если эта величина безразмерна. Говоря об изменении массы Вселенной, я подразумеваю, что она выражена в атомных единицах. В точности так же, когда я говорю, что значение G меняется, это означает, что G измеряется в единицах атомного времени. Если какая-нибудь величина не безразмерна, то не имеет смысла обсуждать, изменяется она или нет.

Вопрос:

Входит ли постоянная Планка в атомное время?

Проф. Дирак:

Да. Атомное время — это время, измеренное; например, по цезиевым или каким-нибудь другим атомным часам.

Вопрос:

Вы сказали «да»? Но ведь единица атомного времени — это совсем не то, что вы написали в начале лекции.

Проф. Дирак:

Вы имеете в виду $e^2/m_e c^3$? Нет, вы не правы. Эти единицы должны быть связаны друг с другом каким-нибудь множителем типа 137. Они вовсе не независимы!

Вопрос:

Поскольку G уменьшается, будет ли уменьшаться отношение значений гравитационной и электрической сил?

Проф. Дирак:

Да, оно уменьшается! Вы правы!

Вопрос:

Таким образом, гравитационные силы ослабевают?

Проф. Дирак:

Да! Именно поэтому гравитационные силы сейчас так малы. Ведь у них было столько времени, чтобы уменьшиться!

Вопрос:

Вы обсуждали подробно большие числа. Существуют ли какие-нибудь свидетельства в пользу гипотезы, что величины, выраженные меньшими числами, такими, как 137 и т. д., тоже могут изменяться со временем?

Проф. Дирак:

Они могли бы зависеть от времени логарифмически. Существуют экспериментальные свидетельства того, что число 137 не изменяется логарифмически со временем. По поводу величины $m_p/m_e = 1840$ подобных свидетельств нет. Было бы очень интересно узнать, постоянно это число или же логарифмически зависит от времени. С помощью современного экспериментального оборудования такие измерения можно осуществить. Для этого надо сравнить показания двух атомных часов, одни из которых отсчитывают время по колебаниям электрона, а другие — по колебаниям атома ка-

кого-нибудь элемента. Например, в цезиевых часах время могло бы измеряться по колебаниям электронов, а в аммониевых (или метановых) часах — по колебаниям атомных ядер.

Мне говорили, что такие атомные часы позволяют измерять время с относительной погрешностью 10^{-13} .

Если величина m_p/m_e действительно логарифмически зависит от времени, то отношение показаний двух атомных часов будет меняться со временем по логарифмическому закону. Это изменение составило бы по порядку 10^{-12} в год и было бы в 100 раз меньше, чем изменение G .

Если Вы умеете производить измерения с погрешностью 10^{-13} , то Вы должны заметить разницу между величинами, составляющую 10^{-12} . Значит, надо усовершенствовать технику и добиться точности, необходимой для сравнения отсчетов двух атомных часов, а затем в течение примерно года экспериментально осуществлять это сравнение.

Надеюсь, что подобный эксперимент будет выполнен, ибо мне представляется чрезвычайно важным решить, постоянно или непостоянно отношение m_p/m_e . Это совершенно загадочное число, объяснить которое никто не может. Описанный мной эксперимент стал бы началом исследований.

Вопрос:

Я хочу просто сделать замечание к сообщению в журнале «ABC News»; мне кажется, что в апрельском номере этого года выражались сомнения по поводу того, можно ли настолько улучшить чувствительность рефлектора в Аресибо, чтобы с его помощью наблюдать Венеру, когда она в конце этого года максимально приблизится к Земле.

Проф. Дирак:

Совсем недавно меня заверили в том, что рефлектор работает хорошо и дает очень точные результаты.

Вопрос:

На протяжении всей лекции Вы подчеркивали, что эти эффекты выходят за рамки нормальных физических законов. Предполагаете ли Вы, что возникающее вещество квантуется, или же думаете, что оно может оказаться какой-то новой формой материи?

Проф. Дирак:

Оно должно квантоваться, потому что мы не наблюдаем никаких других видов материи. Рождающееся вещество не должно отличаться от обычного.

Вопрос:

Вычисление возраста Вселенной основывалось на гипотезе большого взрыва, которую мы дополнили гипотезой о непрерывном рождении вещества. Мне бы хотелось понять, действительно ли необходимо предположение о большом взрыве. Мне кажется, что мы приходим к противоречию, объединив исходную гипотезу большого взрыва с гипотезой непрерывного рождения, независимо от того, какое это рождение — аддитивное или мультипликативное.

Проф. Дирак:

Я не усматриваю в этом никакого противоречия. Модель большого взрыва во всяком случае справедлива, потому что спиральные туманности удаляются друг от друга со скоростями, пропорциональными расстоянию между ними. Если экстраполировать «назад», к $t = 0$, то получим, что достаточно далеко в прошлом эти туманности должны были находиться очень близко друг от друга. Это и есть время возникновения Вселенной.

Вопрос (проф. П. Фишер, Воллонгонгский университет):

Во всех этих процессах вещество не должно сохраняться. Не предполагается ли тем самым несохранение момента количества движения?

Проф. Дирак:

Именно так! Но вопрос о сохранении размерной величины не слишком осмыслен. Если величина имеет размерность, то она будет или не будет изменяться в зависимости от того, какие единицы используются для ее измерения. Следовательно, эта величина будет сохраняющейся или несохраняющейся в зависимости от единиц, в которых вы ее измеряете. Вы можете говорить так: «Эти величины сохраняются в механических единицах».

Вопрос:

Если будет поставлен эксперимент типа эксперимента Этвеша, аналогичный работам, выполненным Дикке за последние несколько лет, окажет ли это влияние на Ваши выводы?

Проф. Дирак:

Да! Может быть, тогда оказалось бы возможным измерить G в экспериментах с Земли. Однако для этого потребовалось бы очень существенное улучшение точности. Я думаю, что сейчас G измеряют с погрешностью 10^{-6} , но есть надежда, что точность значительно повысится.

Вопрос (д-р Х. Мердок, Сиднейский университет):

Стоит ли проводить экстраполяцию к $t = 0$? Раз G — единственная величина, которая изменяется со временем под действием сил, то почему же произошел большой взрыв, если, как легко показать, G могло бы расти, стремясь к бесконечности?

Проф. Дирак:

Вы не можете уйти далеко в прошлое, потому что тогда начнут изменяться и другие физические величины, например m_p/m_e . Могут стать переменными константы ядерных взаимодействий. Обо всем этом мы на самом деле ничего не знаем и при попытке вернуться в прошлое столкнемся со значительными неопределенностями.

Вопрос:

По-видимому, это означает, что очень многие величины должны быть переменными, ибо в противном случае не было бы большого взрыва.

Проф. Дирак:

Не исключено, что многие величины изменяются со временем, но в любом случае теории возникновения Вселенной пока не существует. Все это лишь догадки.

Проф. Е. П. Джордж:

Конечно, вы хотите задать еще немало вопросов, но я думаю, что у проф. Дирака не хватит времени на них ответить. Я разрешаю задать еще по два вопроса от тех, кто сидит справа и слева от меня, после чего нам придется освободить проф. Дирака, потому что ему надо ехать в Аделаиду.

Вопрос:

Я хочу спросить, справедливы ли еще хоть в какой-то степени попытки Эддингтона объяснить значения космологических постоянных?

Проф. Дирак:

Не думаю! У Эддингтона были некоторые соображения по поводу числа 137, но тем не менее оно осталось загадкой. Кроме того, Эддингтон выдвигал аргументы в пользу того, что полное число частиц во Вселенной равно 2^{256} . Однако эта величина полностью противоречила бы изложенным представлениям, потому что в соответствии с ними она вовсе не должна быть постоянной, и поэтому просто не может равняться 2^{256} !

Вопрос (д-р Х. Мердок, Сиднейский университет):

По Вашей теории полное число частиц во Вселенной со временем должно увеличиваться. Однако в стандартных космологических моделях,

в которых расширение замедляется, со временем увеличивается число наблюдаемых частиц. Это вытекает, например, из теории горизонтов частиц, рассмотренной Мак-Витти. Будет ли рост числа наблюдаемых частиц существенно влиять на количество вещества, необходимое в Вашей теории?

Проф. Дирак:

Я не думаю, что это влияние будет очень существенным, потому что в моей теории расширение не замедляется.

Вопрос:

Мне бы хотелось узнать, нельзя ли добиться любого наперед заданного результата подходящей комбинацией долей аддитивного и мультипликативного рождения.

Проф. Дирак:

Можно! Но мне это кажется совершенно бессмысленным. Трудно поверить в возможность комбинации аддитивного и мультипликативного рождения.

Вопрос:

Из какого «источника» у Вас получается вещество: из избытка энергии или еще из чего-нибудь?

Проф. Дирак:

Нет! Это что-то вроде радиоактивности. Вещество рождается из вакуума благодаря новому радиоактивному процессу, который проходит совершенно независимо от всех уже известных процессов и возникает так редко, что его нельзя наблюдать в обычных лабораторных экспериментах.

Проф. Е. П. Джордж:

Боюсь, что пора заканчивать. Если мы сейчас не отпустим проф. Дирака, то мы тем самым вызовем недовольство губернатора Южной Австралии!

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Данное послесловие посвящено монополю. Это открытие Дирака, а его смело можно назвать открытием, хотя монополя так еще никто и не видел, имеет романтическую судьбу.

Ферми как-то заметил, что такая красивая вещь, как монополь, должна существовать. Но все заявки на обнаружение монополей в природе (в том числе и та, о которой рассказал Дирак) не подтвердились. Сейчас мало кто надеется на открытие монополя Дирака как источника обычного магнитного поля. Однако монополь неожиданно возродили в другой теории — теории, описывающей, как сейчас думают, взаимодействие кварков. Уравнение Янга — Миллса, которое лежит в основе этой теории, похоже на уравнение Максвелла, только вектор-потенциал в этом уравнении оказывается не простым вектором, а матрицей 3×3 . Такой странный вид потенциала вызван тем, что кварк имеет еще одну степень свободы, которую называли цветом*. Цвет похож на электрический заряд, он порождает поле Янга — Миллса, так же как заряд порождает электромагнитное поле Максвелла и как массивное тело порождает гравитационное поле Эйнштейна.

При излучении фотона — кванта поля Максвелла — электрический заряд у частицы сохраняется, цвет при излучении кванта Янга — Миллса (его называют глюоном) изменяется, принимая одно из трех возможных значений. Подобно тому как матрицы α в уравнении Дирака изменяют направление спина в обычном пространстве, так вектор-потенциал Янга — Миллса изменяет цвет. Уравнение Янга — Миллса имеет решение, похожее на монополь. Такой монополь называют монополем Т'Хофта — Полякова. Он может оказаться существенным в теориях, объединяющих все типы взаимодействий, — теориях великого объединения. Они обладают неожиданными свойствами, если можно верить не слишком еще убедительным аргументам. Сталкиваясь с протоном, монополь может разрушить протонный заряд и превратить протон в мезон (гипотеза Рубакова). Конечно, теории в настоящем смысле еще нет, но монополь Дирака продолжает

* В древнем Китае цвет, аромат и звук считали основными атрибутами движения.

свою жизнь в физике — жизнь, полную удивительных превращений.

Теория монополя оказалась интересной и с совсем другой, чисто математической стороны. Появление линии узлов в теории означает не что иное, как изменение свойств нашего пространства, появление в нем нитеподобного разреза, не имеющего физического смысла, обход вокруг которого приводит к квантованию электрического заряда. Кстати, если частицы кварки и антикварки с зарядом $\pm 1/3$ и $\pm 2/3$ представляют собой физическую реальность, то формулу Дирака надо исправить, учтя, что минимальный заряд равен теперь не ± 1 , а $\pm 1/3$.

Оказалось, что математики давно занимаются теорией таких пространств, называя их расслоенными пространствами. Теория Янга — Миллса побудила математиков заняться дальнейшим развитием аппарата, так же как специальная теория относительности сделала реальным четырехмерное пространство, теория тяготения — риманово пространство, а квантовая механика — пространство Гильберта.

Идея расслоенного пространства позволяет избавиться теории монополя Дирака от в общем бессмысленной линии узлов, которая неизвестно где проходит, но не лишает в то же время теорию ее замечательных физических выводов.

Идея расслоенного пространства в применении к электромагнитному полю состоит в том, что вектор-потенциал задается вне пространства одной и той же функцией, а в разных областях пространства (для одного монополя в двух) — разными, которые описывают поле каждая в своей области. Эти области выбирают так, чтобы нельзя было провести вокруг монополя сферу, которая целиком лежала бы в одной области. Для этого отнесем, например, к области I точки со значениями полярного угла θ в интервале $(0, \pi/2 + \delta)$, а к области II точки с θ в интервале $(\pi/2 - \delta, \pi)$, где δ — небольшой угол. В области перекрытия, для которой $\pi/2 - \delta < \theta < \pi/2 + \delta$, будут существовать обе функции — их надо связать градиентным преобразованием. В самом общем случае значение функции задается в каждой точке, на некотором евклидовом многообразии — слое, «приклеенном» к точке обычного пространства. Переход от одной точки к другой сопровождается перекалибровкой функции, градиентным преобразованием.

Напишем формулы в явном виде:

$$A_r = A_\theta = 0; A_\varphi = \frac{g}{r \sin \theta} (1 - \cos \theta) \text{ для области I;}$$

$$A_r = A_\theta = 0; A_\varphi = -\frac{g}{r \sin \theta} (1 + \cos \theta) \text{ для области II.}$$

Первый вектор-потенциал обращается в бесконечность при $\theta=\pi$, т. е. вне области I. Второй обращается в бесконечность при $\theta=0$, т. е. вне области II.

Вблизи значений $\theta=\pi/2$ справедливы оба варианта — это область перекрытия. Разность этих выражений равна градиенту. Компонента по φ :

$$\frac{2g}{r\sin\varphi} = \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} (2g\varphi).$$

Остальные компоненты градиента равны нулю. Вывод условия квантования остается без изменений. Если, как в случае электрического заряда, можно задать вектор-потенциал во всем пространстве, то говорят, что расслоение тривиально. В нашем случае говорят, что мы имеем дело не с функцией, а с сечением, когда из каждого слоя (над каждой точкой) берется одно значение. Все эти значения образуют сечение, обобщение понятия функции.

Формула для производной $\partial/\partial x+iK$ воспринимается как формула параллельного переноса, а связь поля с потенциалом $F_{\alpha\beta}=(\partial/\partial x_\alpha)A_\beta-(\partial/\partial x_\beta)A_\alpha$ как определение кривизны. В таком виде аналогия с гравитационным полем становится почти прозрачной.

История с монополюм — поучительный пример того, как и в каком виде в природе реализуются абстрактные математические построения и как физическая реальность оправдывает математическую красоту теории. Красота теории — важный аргумент в пользу ее правильности, только эта красота зависит в сильной степени от точки зрения.

Я. А. Смородинский

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора русского перевода	5
Предисловие к английскому изданию	6
От редактора английского издания	7
<i>Лекция первая.</i>	
РАЗВИТИЕ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	8
<i>Лекция вторая.</i>	
КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА	25
<i>Лекция третья.</i>	
МАГНИТНЫЕ МОНОПОЛИ	41
<i>Лекция четвертая.</i>	
РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВ- НЕНИЕ БЕЗ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЭНЕР- ГИЙ	54
Список рекомендуемой литературы	67
<i>Лекция пятая.</i>	
КОСМОЛОГИЯ И ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ	67
Вопросы и ответы	80
Послесловие	84

пути ФИЗИКИ

П. А. М. Дирак

Перевод с английского
Н. Я. Смородинской

Под редакцией
Я. А. Смородинского