

Основные обозначения	5
<b>Глава VII. Характеристики отрывных течений</b>	<b>7</b>
1. Отрывные течения около двумерных и осесимметричных тел и за ними	10
2. Отрывные пузыри	60
Литература	69
<b>Глава VIII. Течение в следе</b>	<b>74</b>
1. Течение в следе при дозвуковых скоростях	81
2. Течение в следе при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях	124
Литература	184
<b>Глава IX. Отрыв потока с передней кромки</b>	<b>199</b>
1. Отрыв потока с передней кромки при дозвуковых скоростях	200
2. Критерии отрыва ламинарного потока с передней кромки	205
3. Разрушение вихрей, сходящих с передней кромки	207
4. Отрыв с передней кромки при сверхзвуковых скоростях	213
5. Отрыв потока от тонкой иглы или пластины, установленной перед тупым телом, при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях	218
Литература	276

## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

---

- $A$  — площадь омываемой поверхности; площадь поперечного сечения тела;
- $a$  — скорость звука;
- $C_L$  — коэффициент подъемной силы;
- $C_D$  — коэффициент сопротивления;
- $c_f$  — коэффициент поверхностного трения;
- $C_p$  — коэффициент давления;
- $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;
- $D$  — сопротивление;
- $d$  — диаметр;
- $H = \delta^*/\theta$  — формпараметр пограничного слоя;
- $h$  — коэффициент теплоотдачи; высота;
- $Le$  — число Льюиса;
- $M$  — число Маха;
- $Nu$  — число Нуссельта;
- $n$  — показатель степени;
- $Pr$  — число Прандтля;
- $p$  — давление;
- $q$  — скоростной напор;
- $Re$  — число Рейнольдса;
- $T$  — температура;
- $t$  — время;
- $u$  — составляющая вектора скорости в направлении течения;
- $v$  — составляющая вектора скорости в направлении  $y$ ;
- $w$  — составляющая вектора скорости в направлении  $z$ ;
- $x$  — координата в направлении течения;
- $y$  — координата в направлении, перпендикулярном направлению  $x$ ;
- $z$  — координата в направлении, перпендикулярном направлениям  $x$  и  $y$ ;
- $\alpha$  — угол атаки;
- $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей;
- $\delta$  — толщина пограничного слоя или свободного вязкого слоя;

- $\delta^*$  — толщина вытеснения пограничного слоя;  
 $\varepsilon$  — коэффициент турбулентной вязкости;  
 $\theta$  — толщина потери импульса пограничного слоя;  
 $\mu$  — коэффициент динамической вязкости;  
 $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  
 $\rho$  — плотность жидкости или газа;  
 $\tau$  — напряжение трения;  
 $\psi$  — функция тока.

### *Индексы*

- $e$  — условия на внешней границе пограничного слоя;  
 $S$  — отрыв;  
 $w$  — значение на стенке;  
 $\infty$  — условия в невозмущенном потоке.

## Глава VII

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

---

#### Обозначения

- $A_b$  — площадь донного среза;  
 $b$  — ширина;  
 $\tilde{c}_f$  — коэффициент  $c_f$  в начале взаимодействия в сверхзвуковом потоке при заданном  $Re_x$ , отнесенный к значению этого коэффициента в начале взаимодействия при  $Re_x = 10^6$ ;  
 $f$  — частота;  
 $h$  — высота;  
 $I$  — поток количества движения;  
 $k$  — коэффициент смешения;  
 $L$  — длина;  
 $l$  — длина области отрыва;  
 $l_i$  — характерная длина области свободного взаимодействия;  
 $\bar{m}$  — поток массы в слое смешения;  
 $\bar{n} = h/\delta_s^*$ ;  
 $u_* = \bar{u}/u_e$ ;  
 $\bar{u}_m = I/\bar{m}$ ;  
 $x$  — расстояние вверх или вниз по потоку, измеренное от точки присоединения вдоль боковой образующей основного конуса;  
 $\alpha$  — коэффициент пропорциональности;  
 $\delta_s$  — толщина слоя смешения в точке отрыва;  
 $\varepsilon$  — высота точки присоединения над поверхностью основного конуса, измеренная по нормали к поверхности конуса;  
 $\zeta = x/\delta_s$ ;  
 $\eta = p_R/p_i$ ;  
 $\Theta$  — угол отклонения потока;  
 $\kappa = u_m/u_e$ ;  
 $\xi = p/p_s$ ;  
 $\sigma$  — коэффициент восстановления давления;  
 $\sigma_c$  — коэффициент расширения струи.

*Индекс*

- $A$  — вершина;  
 $d$  — застойная область;  
 $j$  — значение, соответствующее условиям струйного течения;  
 $0$  — условия в начале взаимодействия в сверхзвуковом потоке;  
 $R$  — присоединение;  
 $r$  — характерное значение;  
 $S$  — условия в точке отрыва;  
 $s$  — значение параметров торможения;  
 $t$  — полное значение;  
 $\infty$  — условия в набегающем потоке;  
 $-$  — осредненные условия на разделяющей линии тока в слое смещения;  
 $'$  — значение ниже по потоку от области присоединения.

При отрыве потока от поверхности тела около тела и за ним образуется область отрывного течения. Отрывные течения можно разделить на два класса в соответствии с размером области отрыва по сравнению с размером тела.

Если область отрыва мала по сравнению с телом и ограничена разделяющей линией тока, а также точками отрыва и присоединения, то такой тип течения будем называть просто «отрывным течением».

Другой тип отрывного течения характеризуется большими размерами по сравнению с размерами тела и может не быть замкнутым течением, как «спутный след» за тупым телом, простирающийся вниз по течению на бесконечно большое расстояние. В этой главе рассматриваются только «отрывные течения», а «течения в следе» будут рассмотрены в гл. VIII.

Отрывные течения возникают, например, перед уступом, обращенным навстречу потоку, или за уступом, расположенным по потоку, а также в выемках и на верхней поверхности крылового профиля. Отрывное течение, образующееся перед уступом, принадлежит к отрывным клиновидным течениям; течения в выемках принадлежат к отрывным возвратно-циркуляционным течениям, а отрывные течения около крылового профиля — к отрывным пузырям. Отрывное клиновидное течение характеризуется относительно малой величиной угла наклона течения к поверхности тела в точках отрыва и присоединения, в то время как при отрывных возвратно-циркуляционных течениях поверхность тела в точках отрыва и присоединения в общем случае почти перпендикулярна направлению течения. Отрывные течения этих

двух типов вызываются разрывным характером геометрической формы поверхности тела. Однако образование отрывного пузыря связано с динамическими характеристиками течения, приводящими к циркуляционному движению над гладкой поверхностью. Существуют два вида пузыря — короткие и длинные. Если короткий пузырь при ламинарном течении около профиля крыла разрушается, то возникает срыв потока с передней кромки, приводящий к резкому возрастанию сопротивления и потере подъемной силы.

Отрывные течения могут возникать и на передней кромке. Такая проблема рассматривается в гл. IX, где основное внимание уделяется условию образования и механизму отрыва с передней кромки.

В гл. X приводятся конкретные характеристики отрывных течений и течений в следе, связанные с давлением на поверхности тела, примыкающей к области отрыва.

Проблемы теплопередачи в отрывных течениях рассматриваются в гл. XI.

Из соображений компактности изложения каждой главы материалы, содержащиеся в гл. VII, IX и XI, до некоторой степени перекрывают друг друга.

В разд. 1 данной главы описаны физические картины течений и даны теоретические решения для отрывных течений около двумерных поверхностей и осесимметричных тел; в разд. 2 рассмотрены отрывные пузыри, возникающие при отрыве потока на передних кромках. Отрывное течение в сильной степени зависит от природы потока — ламинарного, переходного или турбулентного. В дозвуковом потоке число Рейнольдса оторвавшегося ламинарного пограничного слоя достигает примерно 50 000 [1]. Поэтому при дозвуковых скоростях проблема чисто ламинарных отрывных течений может не иметь практического значения, однако ввиду того, что в сжимаемом потоке ламинарное отрывное течение довольно устойчиво и его устойчивость повышается с ростом числа Маха (например, до гиперзвуковых скоростей), ламинарные отрывные течения газа могут приобрести практический интерес.

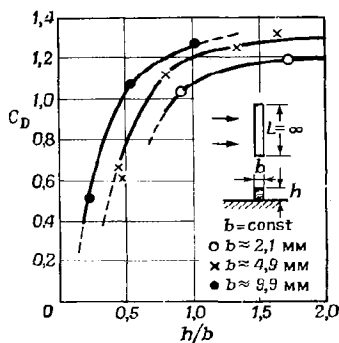
Отрывные течения могут возникнуть при отклоненных щитках, интерцепторах, в сопле ракетного двигателя, работающего в режиме перерасширения, на подветренной стороне тела, имеющего большой угол атаки, на поверхности корпуса корабля, бомбового отсека, в открытой кабине или аварийном люке и т. д. В большинстве случаев вихри в отрывных течениях являются неустановившимися и их экспериментальное изучение весьма затруднительно, однако в выемках удается получить установившийся внутренний вихрь. Исследуя такие вихри, можно понять механизм реальных вихреобразований и природу шума, создаваемого гидродинамическими причинами.

## 1. ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО ДВУМЕРНЫХ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ И ЗА НИМИ

В этом разделе будут рассмотрены характеристики отрывных течений жидкости и газа около двумерных и осесимметричных тел, как уступ, донный срез, криволинейная стенка, вогнутая поверхность и т. д., и за этими телами с соответствующими ссылками на известные экспериментальные и теоретические исследования.

Часто течение внутри полости или пузыря называют «застойным» («мертвым»). В застойной зоне скорость не обязательно равна нулю. В этой области существуют сложные вихревые неустановившиеся трехмерные течения, даже если отрыв потока происходит на двумерной поверхности или за ней. В области присоединения ламинарного пограничного слоя на двумерной модели в сверхзвуковом потоке наблюдались интенсивные регулярные периодические возмущения в направлении размаха [2]. При обтекании дозвуковым потоком срезов или уступов двумерных тел

возникают течения нескольких типов [3]. Таким образом, отрывные течения около тел простейшей геометрической формы являются довольно сложными, что свидетельствует о сложной природе отрывных течений в общем случае. Вдобавок к этому при исследовании течений сжимаемой среды необходимо учитывать влияние взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем.



Фиг. 1. Коэффициент сопротивления двумерного прямоугольного выступа, расположенного перпендикулярно к набегающему потоку [4].

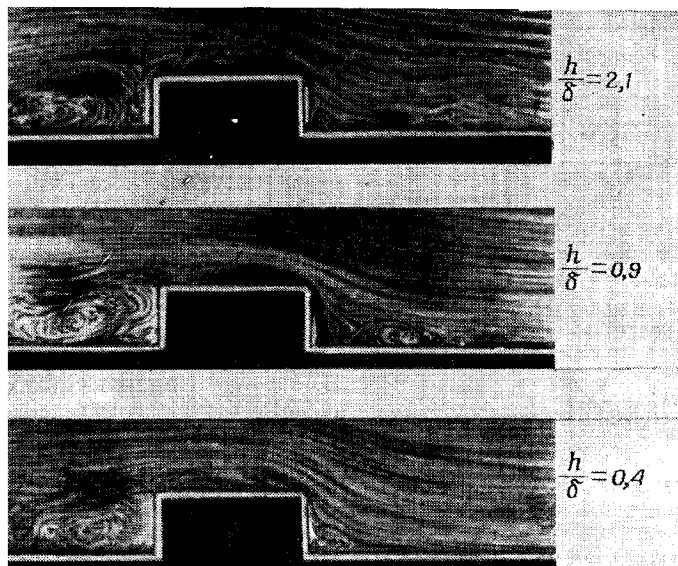
$b = \text{const}$ ;  $L/b = \infty$ ;  $u_\infty = 25$  м/с;  $\alpha = 4,34$  м;  $\delta = 67$  мм;  $xu_\infty/\nu = 7,1 \cdot 10^6$ .

$7,2 \cdot 10^6$ , где  $x$  — расстояние до препятствия от критической точки при турбулентном режиме. Кроме того, он визуально исследовал формирование вихрей, образованных уступами и перегородками в водяной трубе при скорости течения 12 м/с. Визуализация течения производилась с помощью алюминиевого порошка. Тилман

### 1.1. ОТРЫВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Вигардт [4] измерил (в диапазоне дозвуковых скоростей в аэродинамической трубе) возрастание сопротивления различных препятствий, например уступов различных форм, перегородок из пластин, заклепок и т. п. в потоке воздуха, движущегося со скоростью 25 м/с, при изменении числа  $Re_x = u_\infty x/\nu$  от  $2,8 \cdot 10^6$  до

[5] также измерял возрастание сопротивления различных препятствий, аналогичных рассмотренным Вигардтом (при турбулентном режиме), располагая эти препятствия под различными углами к набегающему потоку, перекрывая выемки и т. п., чем дополнил исследования Вигардта [4]. Эти исследования оказались



Ф и г. 2. Картина обтекания выступа,  $b/h = 2,4$  [4].

полезными для определения сопротивления, обусловленного различными неровностями поверхности корпуса корабля, крылового профиля и различных частей кораблей и самолетов. Из большого числа результатов измерений здесь представлены лишь некоторые, имеющие отношение к характерным отрывным течениям. Измеренные значения коэффициента сопротивления двумерных выступов с различными отношениями высоты к ширине приведены на фиг. 1.

Коэффициент сопротивления определяется в виде

$$C_D = \frac{\Delta D}{qA},$$

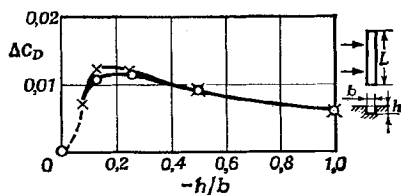
где  $\Delta D$  — разность значений сопротивления пластины с выступом и без него,  $A$  — площадь поверхности выступа, создающей сопро-



тивление,  $\bar{q}$  — среднее значение скоростного напора в вязком слое от  $y = 0$  до  $y = h$  (высота выступа), определяемое по формуле

$$\bar{q} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\rho}{2} u^2(y) dy.$$

С увеличением значений  $h/b$  ( $b$  — ширина выступа) и  $b$  значение  $C_D$  также возрастает. Однако зависимости  $C_D$  от  $h/b$  выражаются



Ф и г. 3. Сопротивление, обусловленное вырезами различной глубины [4].

$u_\infty = 25$  м/с;  $b = \text{const} = 32$  мм;

$L = \begin{cases} 260 \text{ мм} \\ 250 \text{ мм} \end{cases}$ ;

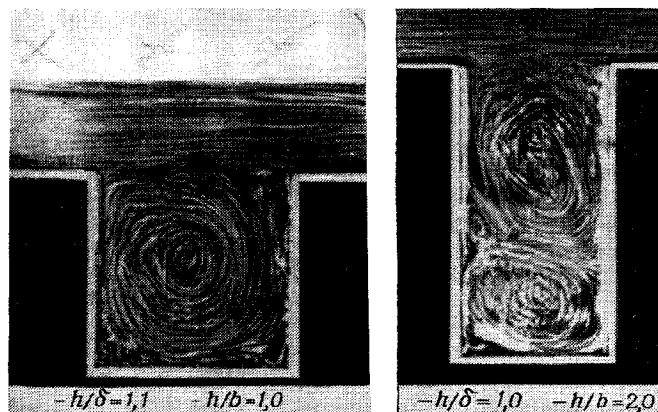
○  $x = 4,39$  м;  $\delta = 67$  мм;  $u_\infty x/\nu = 7,2 \cdot 10^6$ ;

×  $x = 1,68$  м;  $\delta = 32$  мм;  $u_\infty x/\nu = 2,8 \cdot 10^6$ .

параллельными кривыми, если  $b = \text{const}$  служит параметром. На фиг. 2 показаны вихри, образующиеся перед выступом и за ним.

Судя по аналогичным фотографиям, приведенным в работе [4] для различных значений  $h/\delta$  (где  $\delta$  — толщина турбулентного пограничного слоя), с ростом толщины пограничного слоя увеличивается протяженность области отрыва и интенсивность вихрей, в особенности в области за выступом.

Вырезы не оказывают большого влияния на внешнее течение, хотя полость выреза заполнена вихрями. Измеренные значения



Ф и г. 4. Картина течения в вырезе [4].

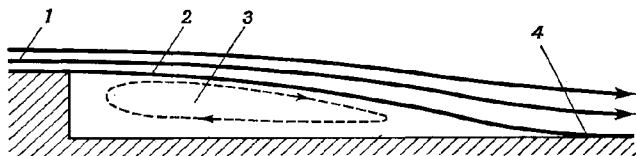
$\Delta C_D$  представлены на фиг. 3, где  $\Delta C_D = \Delta D/qA_b$ ,  $q = \frac{1}{2}\rho u^2$  — скоростной напор во внешнем течении,  $A_b$  — площадь дна выреза. Как видно на фиг. 4, в глубоком вырезе при малом  $h/b$  формируется только один вихрь, а при большом  $h/b$  формируются два вихря.

*Распределения давления и скорости, сопротивление и поверхностное трение*

Были выполнены некоторые экспериментальные исследования распределения статического давления, сопротивления и поверхностного трения на уступах, в вырезях и т. п. при малых скоростях потока.

*Уступы.* Тани и др. [3] исследовали характеристики отрывного течения за моделью уступа (фиг. 5).

На фиг. 6 приведены измеренные значения коэффициента давления  $C_p = (p - p_\infty)/(\frac{1}{2}\rho u_\infty^2)$ , где  $p$  и  $p_\infty$  — соответственно местное статическое давление и статическое давление в невозмущенном

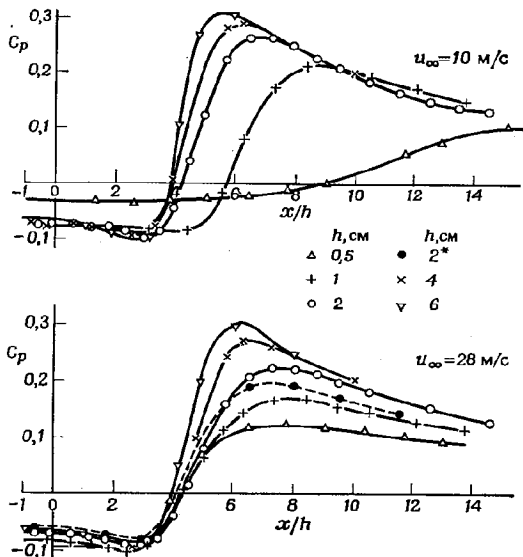


Фиг. 5. Схема отрывного течения за уступом [3].

1 — основной поток; 2 — слой смешения; 3 — возвратно-циркуляционное течение; 4 — присоединение.

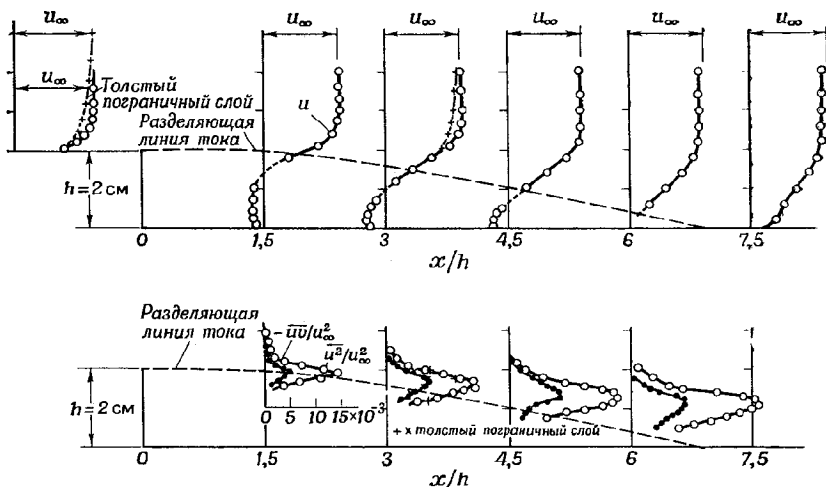
потоке. Хотя показания манометров были сравнительно установившимися, результаты измерений несколько отличались друг от друга, что свидетельствовало о существовании нескольких типов течений за уступом.

Приведенные данные являются средними значениями для нескольких серий экспериментов. Значения  $x/h$  в интервале значений  $(-1, 0)$  соответствуют вертикальной стенке уступа, положительные значения  $x/h$  соответствуют горизонтальной стенке за уступом. Согласно полученным результатам, донное давление одинаково для всех уступов независимо от их высоты и толщины пограничного слоя, за исключением уступов с очень малой высотой. Во всех случаях донное давление меньше  $p_\infty$ . Вначале оно слегка уменьшается вниз по течению за уступом, а затем быстро возрастает, указывая на присоединение потока. Нечувствительность донного давления к высоте уступа и толщине пограничного слоя, по-видимому, обусловлена тем, что течение в полости главным образом поддерживается напряжением турбулентного тре-



Ф и г. 6. Распределение давления на вертикальной стенке уступа и на горизонтальной стенке за ним [3].

\* толстый пограничный слой.

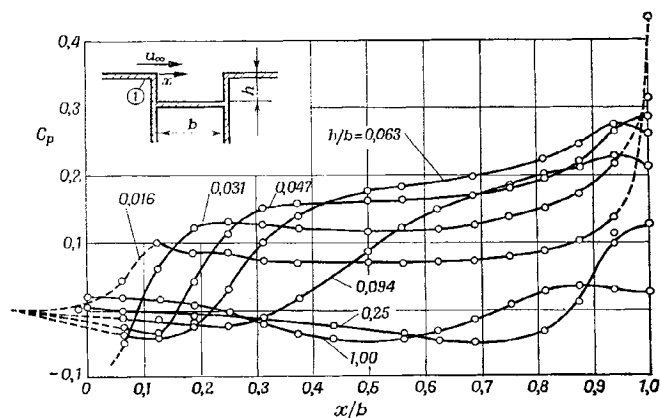


Ф и г. 7. Распределение средней скорости потока, интенсивности турбулентности и напряжения турбулентного трения за уступом, расположенным по потоку [3].

$h = 2$  см;  $u_{\infty} = 28$  м/с.

ния, которое в значительной степени не зависит от высоты уступа и толщины натекающего пограничного слоя.

Как показано на фиг. 7, в области отрыва обратное течение достигает значительной высоты над поверхностью дна и занимает почти всю длину отрывной области. Видно, что интенсивность турбулентности и напряжение трения растут вниз по потоку в слое смещения. Кроме того, можно заметить, что распределения (по толщине слоя) средней скорости, интенсивности турбулентности



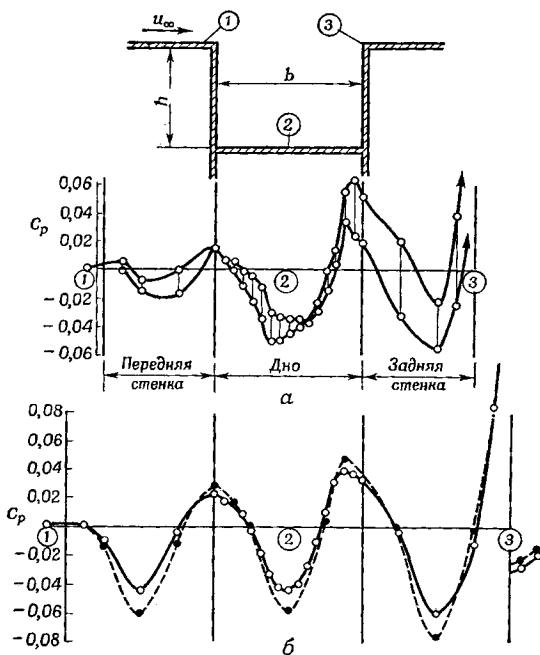
Ф и г. 8. Распределения давления по дну выреза;  $u_{\infty} = 22,8$  м/с [6].

$C_p = (p - p_{исх}) / (\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2)$ ;  $p$  — местное статическое давление;  $p_{исх}$  — статическое давление в базовой точке отсчета;  $u_{\infty}$  — скорость набегающего потока;  $x$  — расстояние, измеренное в направлении потока.

и напряжения трения нечувствительны к высоте уступа, а также к толщине натекающего пограничного слоя.

**Вырезы.** Рошко [6] изучил характеристики течения в прямоугольном вырезе (или щели) в стенке аэродинамической трубы, измеряя давление, скорость, трение и т. п. при скоростях набегающего воздушного потока 22,8 и 64 м/с. Распределение статического давления измерялось как на дне, так и на стенках выреза за передней угловой точкой выреза. На фиг. 8 показаны распределения статического давления по дну выреза для некоторых значений отношений глубины к ширине. Видно, что во всех случаях, кроме самого мелкого выреза, давление в вырезе вначале падает, а затем довольно быстро возрастает. На большей части остальной поверхности дна давление сначала возрастает с увеличением глубины выреза, но затем уменьшается. В некоторых случаях давление в мелких вырезах выше, чем в более глубоких

( $h/b = 0,25$  и  $1$ ) при  $x/b = 0,3 \div 0,6$ . Отметим также, что давление в мелких вырезах резко возрастает у задней стенки. Пограничный слой, который отрывается от передней кромки выреза, проникает внутрь него, так что скорость потока на линии тока,

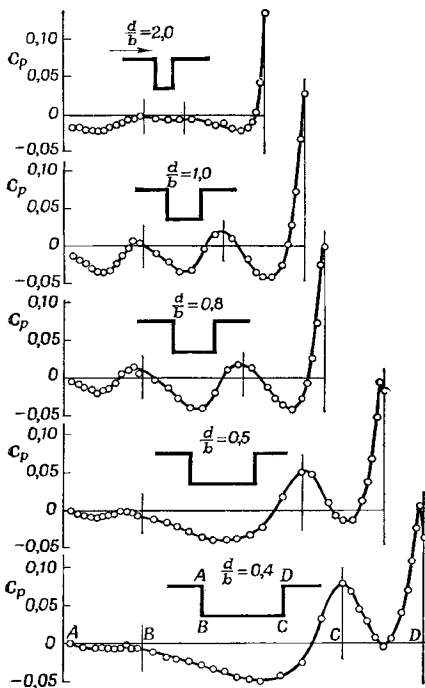


Ф и г. 9. Распределения давления по стенкам выреза и поверхности дна [6].  
 $a - h/b = 0,75$ ;  $b - h/b = 1,00$ ;  $\circ u_{\infty} = 17$  м/с;  $\bullet u_{\infty} = 64$  м/с.

подходящей к задней кромке, больше нуля. С увеличением глубины ее величина сначала растет, так что полное давление на задней стенке возрастает. Если глубина выреза превышает  $h/b \approx 0,1$ , оторвавшийся пограничный слой не достигает поверхности дна. По-видимому, приблизительно при этом значении глубины выреза образуется развитое вихревое течение в отличие от течения с диффузией слоя смешения в мелких вырезах. На фиг. 9 приведены распределения давления по стенкам выреза и по поверхности дна при  $h/b = 0,75$  и  $1$ .

Давление во всех точках было установившимся. (Для пояснения графиков следует заметить, что значения давления на стенках

отложены по той же оси абсцисс, что и значения давления на дне; таким образом, кривые показывают непрерывное изменение давления по периметру.) Минимальное давление посередине стенок и дна и максимальное давление в углах типичны для одного устойчивого вихря. Сопротивление давления на стенках выреза составило  $C_D = 0,033$ , где  $C_D$  отнесен к ширине выреза.

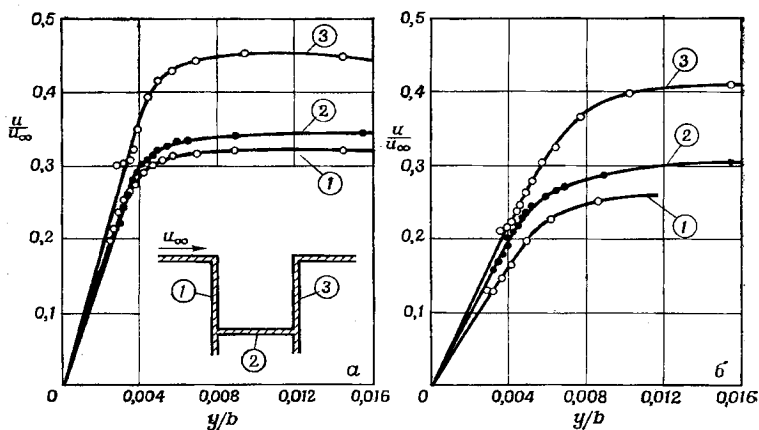


Ф и г. 10. Распределения давления по стенкам выреза и поверхности дна при различных значениях относительной глубины выреза;  $d = 4$  см,  $u_\infty = 28$  м/с [3].

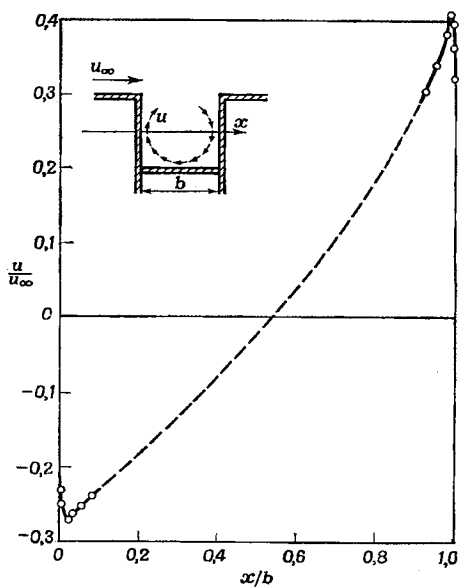
Распределение скорости на фиг. 12 приблизительно такое же, что и при вихревом вращении жидкости как твердого тела, причем вихрь отделен от стенок тонким вязким слоем. Вихрь, однако, не строго симметричен, возможно, вследствие трения, так что максимум скорости на передней стенке несколько меньше, чем на задней. Эти максимальные значения соответственно равны  $u/u_\infty = 0,27$  и  $0,41$ , а в середине дна оно равно  $0,30$  [6].

Экспериментальные исследования отрывных течений в вырезах при малых скоростях (до 28 м/с) показывают, что кривые распределения давления довольно сложны по форме; приращение давления на передней стенке и на поверхности дна по большей части отрицательно, а на задней стенке оно либо положительно, либо отрицательно. Однако во всех случаях давление быстро возрастает вблизи задней кромки выреза (фиг. 10) [3].

На фиг. 11 показаны измеренные распределения скорости у стенок выреза. Скорость максимальна у задней стенки, имеет промежуточное значение у поверхности дна и минимальна у передней стенки, причем максимальное местное значение (которое меньше половины  $u_\infty$ ) достигается на малом расстоянии от стенки. Такую же тенденцию можно обнаружить на фиг. 12 для сечения на промежуточной глубине.



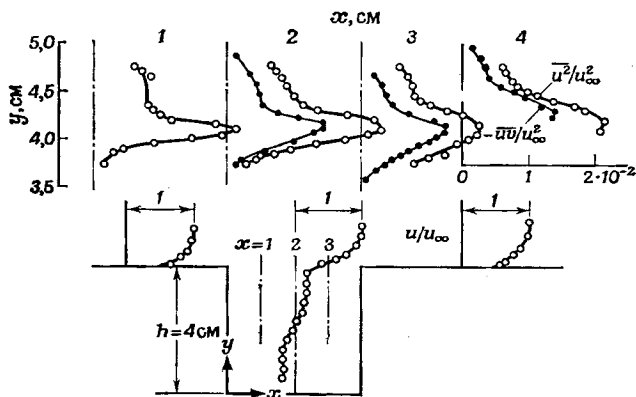
Ф и г. 11. Распределения скорости у стенок выреза [6].  
 а —  $u_{\infty} = 64$  м/с,  $h/b = 1$ ; б —  $u_{\infty} = 22,8$  м/с,  $h/b = 1$ ;  $y$  — расстояние по нормали от поверхности стенки.



Ф и г. 12. Расчетное распределение скорости в некотором сечении выреза;  $u_{\infty} = 22,8$  м/с [6].

Тани и др. [3] измерили распределение средней скорости турбулентного течения, а также интенсивность турбулентности и напряжение турбулентного трения и привели их к безразмерному виду, отнеся к соответствующим величинам в набегающем потоке (фиг. 13, 14). Из этих распределений видно, что напряжение трения больше в зоне смешения узкого выреза ( $h/b = 0,4$ ), а турбулентность интенсивнее, чем в вырезе квадратной формы ( $h/b = 1$ ).

Коэффициент поверхностного трения, отнесенный к ширине выреза, по измерениям Рошко составил величину порядка 0,0004



Фиг. 13. Распределения в нескольких поперечных сечениях выреза продольной составляющей средней скорости, интенсивности турбулентности и напряжения турбулентного трения;  $h/b = 1,0$ ,  $u_\infty = 28$  м/с [3].

при  $u_\infty = 64$  м/с и 0,006 при  $u_\infty = 22,8$  м/с, хотя необходимы более тщательные измерения поверхностного трения. Величина коэффициента поверхностного трения на два порядка меньше, чем коэффициенты давления или сопротивления давления.

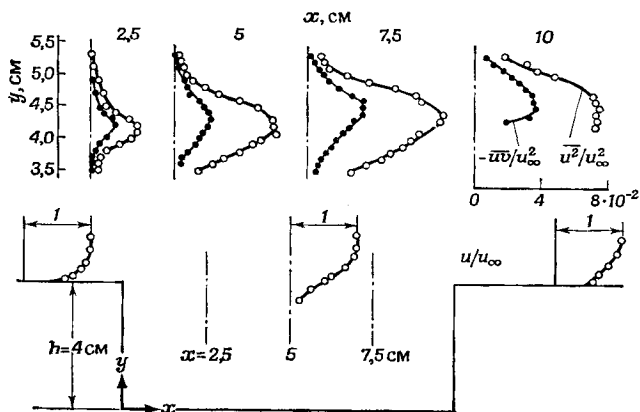
Вкратце исследования течений в вырезах можно охарактеризовать следующим образом.

В вырезе квадратного сечения наблюдается тенденция к образованию одного устойчивого вихря. Эта тенденция, по-видимому, не слишком сильно зависит от состояния пограничного слоя перед вырезом, но давление и силы, создаваемые потоками, могут зависеть от состояния пограничного слоя. Приращение сопротивления, обусловленное вырезом, почти полностью определяется давлением на стенках. Силы трения, которыми можно пренебречь при определении равновесного положения вихря, могут играть некоторую роль при оценке устойчивости.



Вихрь образуется вследствие отклонения части оторвавшегося пограничного слоя внутрь выреза. Это отклонение происходит вблизи задней кромки выреза и создает относительно высокое давление на стенке выреза в окрестности этой точки [3, 6].

В работе [6] не отмечена важность влияния перехода пограничного слоя на отрывное течение, как это сделано в работах [7, 8] для сверхзвуковых течений, вероятно вследствие того, что в исследованном интервале скоростей переход не имел места.



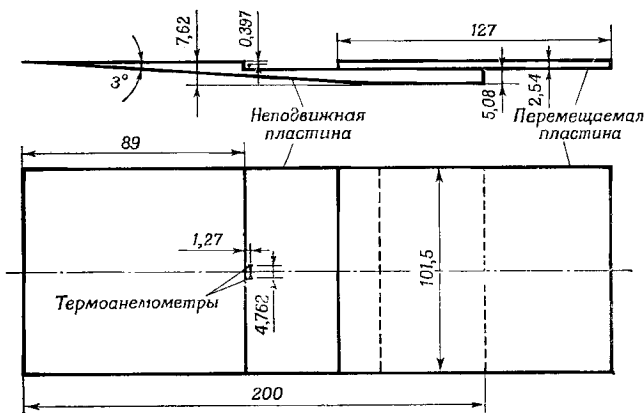
Ф и г. 14. Распределения в нескольких поперечных сечениях выреза продольной составляющей средней скорости, интенсивности турбулентности и напряжения турбулентного трения;  $h/b = 0,4$ ,  $u_\infty = 28$  м/с [3].

Мы рассмотрим этот вопрос несколько позднее. В заключение, однако, следует отметить, что процесс перемешивания диссипативного и основного внешнего потоков относится к важным явлениям для течений в вырезах и около уступов при дозвуковых и, как это будет видно из дальнейшего, сверхзвуковых скоростях и что трение в области смешения достигает достаточной величины, чтобы уравновесить сопротивление давления.

## 1.2. АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ИЗ ВЫРЕЗА

Вырез может вызывать сильное акустическое возмущение при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях и ламинарном или турбулентном пограничном слое перед вырезом. Крипнамарти [9] исследовал акустическое поле в интервале чисел Маха от 0,25 до 1,5 с помощью теневых методов, интерферометрических методов и термоанемометров. Исследуемая модель двумерного прямоугольного

выреза показана на фиг. 15. Было установлено, что частота звука на постоянной глубине выреза обратно пропорциональна ширине выреза, но зависимость ее от глубины не исследовалась. Характер акустического поля излучения зависит от типа пограничного слоя, размеров выреза и скорости (или числа Маха) набегающего потока. При заданном числе Маха поле излучения слабее в случае турбулентного пограничного слоя перед вырезом, чем в случае ламинарного пограничного слоя перед тем же вырезом. В последнем



Ф и г. 15. Схематическое изображение модели [9].

П р и м е ч а н и е. Размеры даны в мм.

случае волны четко выражены и хорошо видны на искровых теневых фотографиях, в то время как в случае турбулентного пограничного слоя волны слабые и размытые. Акустическое излучение из выреза представляет собой типичный пример преобразования потерь механической энергии потока, обусловленных трением, в акустическую энергию. Частота  $f$  при данном числе  $M_\infty$  и температуре торможения  $T_s$  обратно пропорциональна ширине выреза  $b$ , так что  $f = \alpha (1/b)$ , где  $\alpha$  — постоянный коэффициент пропорциональности, который для турбулентного потока меньше, чем для ламинарного.

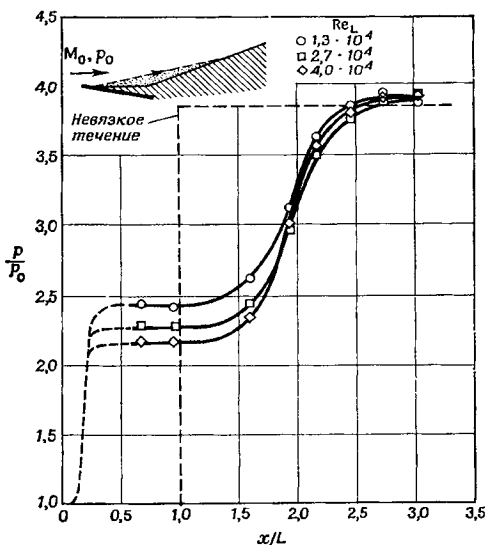
### 1.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

В последнее время серьезное внимание уделяется исследованиям отрывных течений, вызываемых телами различных геометрических форм, движущихся со сверхзвуковой скоростью. При гиперзвуковых скоростях оторвавшийся ламинарный пограничный

слой остается таким на значительном расстоянии и, возможно, более устойчив, чем присоединенный слой. После присоединения слой может по-прежнему оставаться ламинарным, как это было установлено при исследовании обтекания цилиндрической модели с полусферической носовой частью и с иглой при  $M_\infty = 14$  [10].

### 1.3.1. Отрывное течение газа, вызванное «углами сжатия», а также падающими и отраженными скачками уплотнения

Распределения давления в ламинарных, переходных и турбулентных отрывных течениях, вызванных уступами, обращенными навстречу потоку или расположенными в направлении потока,



Ф и г. 16. Ламинарный отрыв,  $M_0 = 3,0$  (влияние числа Рейнольдса на распределение давления) [7].

$L$  — длина от передней кромки до излома поверхности.

были рассмотрены в гл. I со ссылками на эксперименты Чепмена и др. [7]. Кроме того, в гл. I упоминались также исследования [11] течений перед уступом, обращенным навстречу потоку (высотой около 2,5 см), и за уступом, расположенным в направлении потока, при турбулентном режиме течения и  $M_\infty = 2,44$  с измерениями профилей скорости, чисел Маха, распределений давления, напряжения трения, теплоотдачи и коэффициента восстановления. Поэтому в данном разделе будут рассмотрены только характери-

стики отрывных течений, вызванных «углом сжатия» или падающим и отраженным скачком уплотнения. Характеристики таких течений аналогичны характеристикам течений около уступов. Затем еще раз вернемся к рассмотрению течений в вырезе.

Эксперименты Чепмена и др. [7] в интервале чисел Маха 0,4—3,6 и чисел Рейнольдса  $4 \cdot 10^3$ — $5 \cdot 10^6$  (вычисленных по длине) показывают, что основным параметром, влияющим на распределение давления в отрывном течении, независимо от чисел Маха и Рейнольдса, является положение точки перехода относительно точек отрыва и присоединения. При чисто ламинарном отрыве точка перехода расположена ниже по потоку от области присоединения. Этот тип отрыва потока является установившимся при сверхзвуковых скоростях (фиг. 16) и в очень малой степени зависит от числа Рейнольдса. Статическое давление в области отрыва больше при меньших числах Рейнольдса. Такая тенденция имеет место не только при ламинарном и переходном, но и при турбулентном течениях.

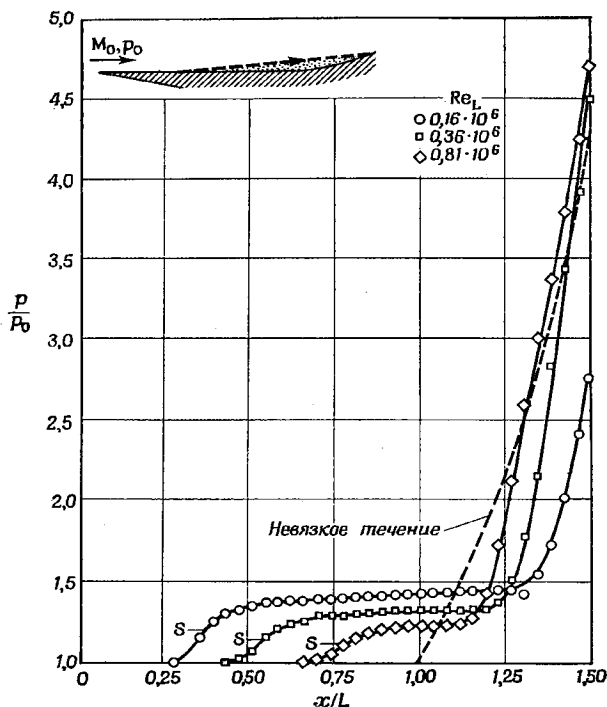
При отрыве переходного типа точка перехода расположена между точками отрыва и присоединения потока. Течение этого типа в общем случае является неустановившимся и часто в значительной степени зависит от числа Рейнольдса (фиг. 17).

В области перехода часто наблюдается внезапное повышение давления, особенно когда переход происходит лишь немного выше точки присоединения. Наконец, при турбулентном отрыве при сверхзвуковых скоростях в общем случае точка перехода расположена выше точки отрыва; отрывное течение такого типа относительно установившееся по сравнению с отрывным течением переходного типа; кроме того, влияние числа Рейнольдса на течение этого типа проявляется в меньшей степени по сравнению с другими рассмотренными типами течений (фиг. 18).

Было также установлено, что с ростом числа Маха устойчивость оторвавшегося ламинарного слоя смещения также возрастает, а при гиперзвуковых скоростях ламинарное отрывное течение полностью устойчиво. Кроме того, было замечено, что при сверхзвуковых скоростях повышение давления в точке отрыва и в области плато не зависит от причины, вызывающей ламинарный отрыв (фиг. 19). Однако при турбулентном отрыве, хотя повышение давления в точке отрыва не зависит от причины, вызывающей отрыв, максимум приращения давления зависит от геометрии модели.

Измеренное Чепменом и др. [7] распределение давления в «угле сжатия» при трех различных режимах течения показано на фиг. 20. Чисто ламинарный режим имеет область плато с почти постоянным давлением. В переходном режиме пограничный слой все еще остается ламинарным при отрыве, так что повышение давления в точке отрыва почти такое же, как и при чисто ламинарном отрыве.

ве, но переход обуславливает более высокое приращение давления перед присоединением. Повышение давления в точке отрыва при турбулентном режиме значительно выше, но плато давления в области отрыва отсутствует вследствие повышения энергии жидкости, вызванного вихревым движением в турбулентном слое.

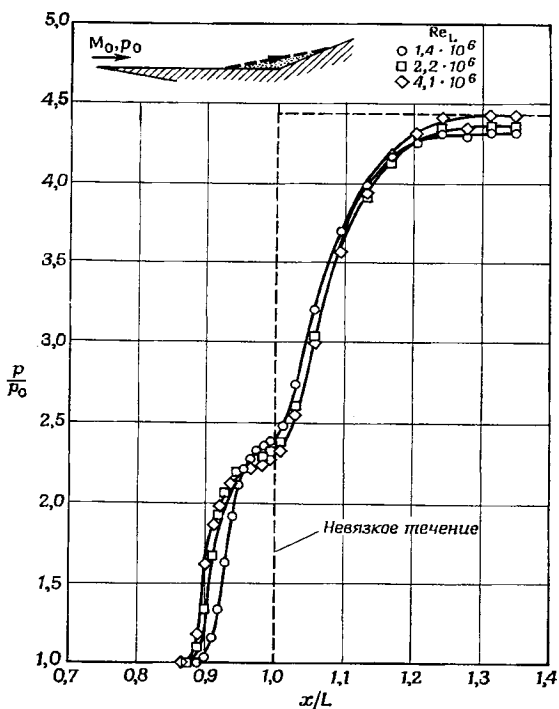


Ф и г. 17. Отрыв переходного типа,  $M_0 = 2,7$  (влияние числа Рейнольдса на распределение давления) [7].

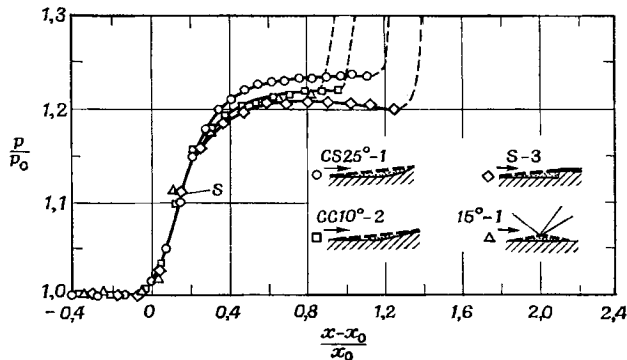
S — приблизительное положение точки отрыва.

Такое распределение давления при обтекании «угла сжатия» аналогично распределению давления перед уступом, что свидетельствует о существовании некоторого качественного подобия, независимо от причины, числа Маха или скорости потока (дозвуковой или сверхзвуковой).

Богдонов и Кеплер [12] получили распределения давления перед уступом, обращенным навстречу потоку, при  $M_\infty \approx 3$ , оказавшиеся подобными распределениям, полученным Чепменом



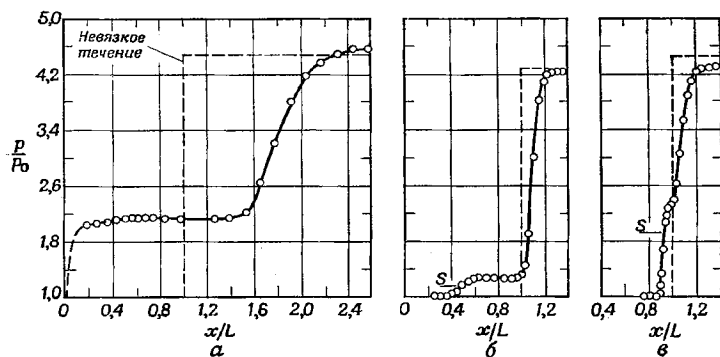
Ф и г. 18. Турбулентный отрыв;  $M_0 = 2,7$  (влияние числа Рейнольдса на распределение давления) [7].



Ф и г. 19. Независимость распределения давления от причины, вызывающей ламинарный отрыв;  $M_0 = 2,3$ ,  $Re = 0,2 \pm 0,01 \cdot 10^6$  [7].  $CS$  — криволинейная стенка;  $CC$  — угол сжатия;  $S$  — уступ;  $x_0$  — расстояние от передней кромки (начала взаимодействия);  $S$  — приближительное положение точки отрыва.

и др. [7]. Предыдущие исследователи установили наряду с другими явлениями, что при малой протяженности области отрыва градиент давления выше, чем в области отрыва большой протяженности, и что большие изменения в потоке могут быть вызваны небольшими изменениями возмущающих причин.

На основе предыдущих экспериментальных исследований было установлено, что число Рейнольдса оказывает влияние на распределение давления в отрывных сверхзвуковых течениях. Чепмену

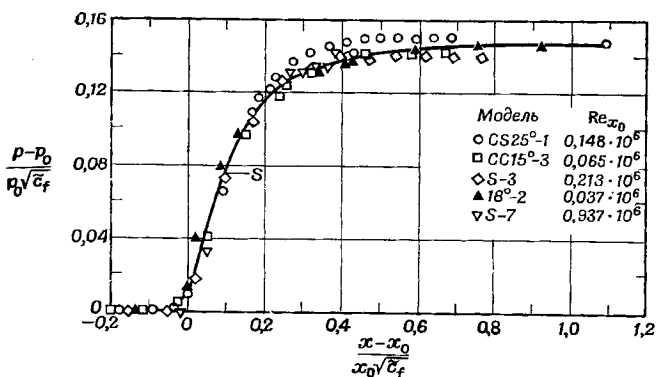


Ф и г. 20. Три режима обтекания угла сжатия (СС),  $M_0 \approx 2,7$  [7].

а — ламинарный, СС 25°-2,  $M_0 = 2,7$ ,  $Re_L = 0,033 \cdot 10^6$ ; б — переходный, СС 25°-4,  $M_0 = 2,6$ ,  $Re_L = 0,33 \cdot 10^6$ ; в — турбулентный, СС 25°-5 (турбулизатор 4),  $M_0 = 2,7$ ,  $Re_L = 1,65 \cdot 10^6$ .

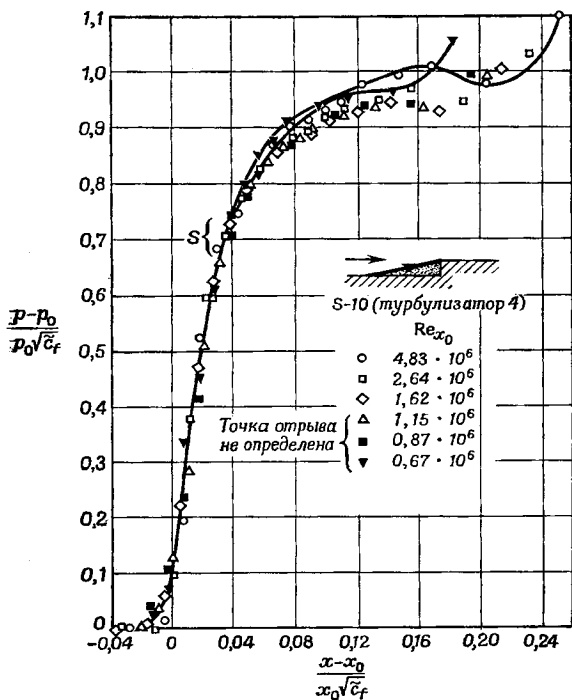
и др. [7] удалось почти полностью исключить влияние числа Рейнольдса (а также и геометрических параметров тела) на результаты путем введения следующих переменных: 1)  $(p - p_0)/p_0 \sqrt{c_f}$  вместо  $p/p_0$  (фиг. 21, 22), где  $\sqrt{c_f}$  — отношение значения  $c_f$  в начале взаимодействия в сверхзвуковом потоке при данном  $Re_x$  к значению  $c_f$  в начале взаимодействия при  $Re_x = 10^6$ ; 2)  $(x - x_0)/x_0 \sqrt{c_f}$  вместо  $(x - x_0)/x_0$ , где  $x$  — расстояние, измеренное вдоль тела от передней кромки,  $x_0$  — расстояние от передней кромки до начальной точки взаимодействия.

Аналогично если принять в качестве переменной  $(p - p_0)/p_0 \sqrt{c_f}$ , то удастся исключить влияние геометрической формы тела на характер зависимости от  $M_0$ , хотя и не в такой мере, как в двух



Ф и г. 21. Корреляция данных по распределению давления при ламинарном отрыве на моделях различных геометрических форм при различных числах Рейнольдса [7].

S — приблизительное положение точки отрыва.

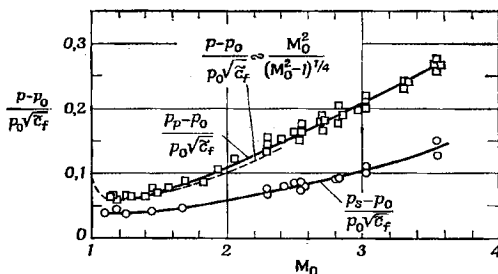


Ф и г. 22. Корреляция данных по распределению давления при турбулентном отрыве перед уступом при различных числах Рейнольдса;  $M_0 = 2,0$  [7].



предыдущих случаях (фиг. 23, 24). Индекс 0 относится к условиям в начале взаимодействия в сверхзвуковом потоке, индекс  $p$  — к условиям в области плато в ламинарном потоке или к области пика давления в турбулентном потоке.

Чепмен и др. [7] установили причину такой удачной корреляции между давлением и расстоянием или числом Маха независимо от числа Рейнольдса и формы тела на основе следующего



Ф и г. 23. Влияние числа Маха на характеристики ламинарного отрыва для серии моделей различных форм при различных числах Рейнольдса [7].

упрощенного рассмотрения области свободного взаимодействия (свободное взаимодействие определяется как взаимодействие, не испытывающее влияния формы тела ниже по течению): если распределение давления определяется локально свободным взаимодействием пограничного слоя и внешнего сверхзвукового течения, то основными уравнениями, используемыми в расчетах, являются уравнение количества движения для установившегося течения в вязком слое и следующее уравнение, справедливое как для ламинарного, так и для турбулентного внешнего сверхзвукового течения:

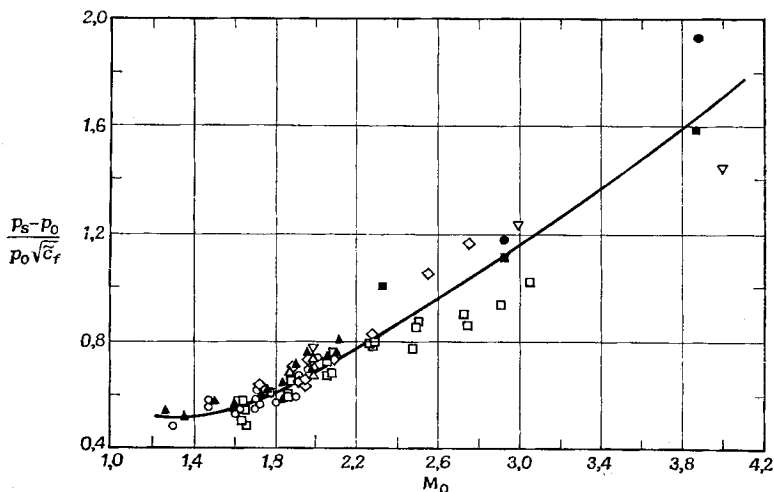
$$p = p_{\text{невязкое}} + \frac{\rho_e u_e^2}{\sqrt{M_e^2 - 1}} \frac{d\delta^*}{dx}. \quad (1)$$

В частном случае свободного взаимодействия в области, где давление невязкого течения постоянно или мало по величине по сравнению с членом, соответствующим взаимодействию, можно получить некоторую информацию о влиянии числа Рейнольдса на основе анализа порядков величин. Для случая свободного взаимодействия, при котором скорость нарастания толщины пограничного слоя мала, уравнение (1) сводится к виду

$$\frac{p - p_0}{q_0} = \frac{2}{\sqrt{M_0^2 - 1}} \frac{d\delta^*}{dx}. \quad (2)$$

Обозначая через  $l_i$  характерную длину области взаимодействия, из уравнения (2) получим следующую оценку порядка величины:

$$\frac{P - P_0}{\rho_0} \sim \frac{\delta^*}{l_i \sqrt{M_0^2 - 1}} \quad (3)$$



Ф и г. 24. Влияние числа Маха на приращение давления в точке отрыва турбулентного пограничного слоя при обтекании уступов, «углов сжатия» и при взаимодействии с падающим скачком уплотнения [7].

Обозн.	Модель	Метод
○	S-4 (турбулизатор 1)	} масляная пленка
□	S-5 (турбулизатор 2)	
◇	S-5 (турбулизатор 3)	
△	S-10 (турбулизатор 4)	
▲	CC25°-3 (турбулизатор 1)	} масляная пленка и насадок
▽	падающий скачок и «угол сжатия»	
■	уступ	} масляная пленка и насадок
●	падающий скачок	
○, □, ◇, △, ▲	— данные Гэлда и др. [50];	
▽, ■, ●	— данные Богдонова [24].	
	(S — уступ, CC — «угол сжатия»).	

Теперь уравнение количества движения в пограничном слое имеет вид

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (4)$$

Оно справедливо, если  $\partial p / \partial y$  мало по сравнению с градиентом давления в направлении потока, что соответствует случаю лами-

парного течения. Для турбулентного течения это уравнение может оказаться несправедливым, так как, согласно исследованиям Богдонова и Кеплера [12], при  $M_0 \approx 2,9$  средний поперечный градиент давления вблизи точки отрыва больше, чем продольный. При большом поперечном градиенте давления  $\partial p / \partial y$  кривизна линий тока должна быть большой, а в окрестности прямолинейной стенки линии тока должны стремиться к прямым линиям. Следовательно, только во внешней части пограничного слоя линии тока имеют большую кривизну вблизи отрыва, и уравнение турбулентного пограничного слоя может стать здесь локально несправедливым. По этой причине уравнения пограничного слоя применяются вблизи стенки, что дает

$$\frac{dp}{dx} = \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)_w. \quad (5)$$

Так как вблизи стенки скорость мала, уравнение (5) удобно для описания течения вблизи отрыва. Если принять  $M_0 = \text{const}$  и рассмотреть ряды величин, то из уравнения (5) следует

$$\frac{p - p_0}{l_i} \sim \frac{\tau_w}{\delta} \sim \frac{\tau_{w_0}}{\delta^*}. \quad (6)$$

В данном случае поверхностное трение  $\tau_{w_0}$  в начале взаимодействия используется как мера поверхностного трения  $\tau_w$ . Этот и предыдущий этапы равносильны рассмотрению семейства подобных решений, содержащих некоторые множители, зависящие от числа  $M_0$  и опущенные в уравнении (6), так как они обусловлены изменением плотности по толщине пограничного слоя и изменяются вместе с  $M_0$ . В противоположность этому множитель  $(\sqrt{M_0^2 - 1})^{-1}$ , обусловленный изменением плотности вдоль внешней границы пограничного слоя, сохранен в уравнении (3), так как он является сингулярным при  $M_0 = 1$  и становится существенным, когда  $M_0$  лишь немного больше 1.

Перемножая (6) и (3), получим

$$\frac{p - p_0}{q_0} \sim \left( \frac{\tau_{w_0}}{q_0 \sqrt{M_0^2 - 1}} \right)^{1/2} \sim \frac{\sqrt{c_{f_0}}}{(M_0^2 - 1)^{1/4}}. \quad (7)$$

Деля (3) на (6), получим

$$\frac{l_i}{\delta^*} \sim \left( \frac{q_0}{\tau_{w_0} \sqrt{M_0^2 - 1}} \right)^{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{c_{f_0}} (M_0^2 - 1)^{1/4}}. \quad (8)$$

Для удобства используем отношение коэффициента поверхностного трения при заданном числе Рейнольдса  $c_{f_0}$  к соответствующему коэффициенту при числе Рейнольдса, равном  $10^6$ :

$$\tilde{c}_f = \frac{c_{f_0}}{(c_{f_0})_{\text{Re}=10^6}}. \quad (9)$$

При постоянном  $M_0$  уравнения (7) и (8) принимают вид

$$\frac{p-p_0}{p_0} \sim \sqrt{\tilde{c}_f}, \quad (10)$$

$$\frac{l_i}{\delta^*} \sim \frac{1}{\sqrt{\tilde{c}_f}}. \quad (11)$$

Эти результаты, выражающие зависимость от числа Рейнольдса, применимы к приращению давления как в ламинарном, так и в турбулентном течении, если течение определяется свободным взаимодействием и не испытывает влияния геометрических параметров тела снизу по потоку. Они также применимы к приращению давления при отрыве ( $p_s - p_0$ ), в области плато или пика давления ( $p_p - p_0$ ), а также к общему характеру распределения приращения давления при зарождающемся отрыве, если эти приращения давления соответствуют свободному взаимодействию. В частном случае приращения давления в точке ламинарного отрыва уравнение (10) согласуется с расчетами Лиза [13], который получил зависимость, пропорциональную  $Re_0^{1/4}$ .

Факт, что  $(p_s - p_0)/p_0$  и  $(p_p - p_0)/p_0$  в ламинарном потоке изменяются почти как  $\sqrt{\tilde{c}_f} \sim Re_{x_0}^{1/4}$  (в соответствии с упрощенным анализом размерностей), стимулировал дальнейшие исследования всего распределения давления [7]. В ламинарном потоке  $\delta^* \sim x (Re_x)^{-1/2} \sim x \tilde{c}_f$ , так что из соотношения (11) следует

$$l_i \sim \frac{\delta^*}{\sqrt{\tilde{c}_f}} \sim \frac{x_0 \tilde{c}_f}{\sqrt{\tilde{c}_f}} \sim x_0 \sqrt{\tilde{c}_f}. \quad (12)$$

Так как  $\Delta p/p_0 \sim \sqrt{\tilde{c}_f}$ , корреляция кривых распределения давления может быть получена в виде зависимости  $\{(p - p_0)/p_0\} (\tilde{c}_f)^{-1/2}$  от  $\{(x - x_0)/x_0\} (\tilde{c}_f)^{-1/2}$ , как показано на фиг. 21, где приведены данные по распределению давления при ламинарном отрыве на моделях различных геометрических форм: «угла сжатия», криволинейной стенки, двух уступов и при отрыве, вызванном падающим скачком уплотнения. Имея в виду корреляцию, установленную для влияния числа Рейнольдса на распределение давления при ламинарном отрыве, основные результаты по распределению приращения давления можно получить из графика зависимости величин  $\{(p_s - p_0)/p_0\} (\tilde{c}_f)^{-1/2}$  и  $\{(p_p - p_0)/p_0\} (\tilde{c}_f)^{-1/2}$  от числа Маха (фиг. 23). При приближении  $M_0$  к 1 в уравнении (7) преобладает сингулярный множитель  $(M_0^2 - 1)^{-1/2}$  и приращение давления в области плато  $(p_p - p_0)/q_0$  асимптотически изменяется по закону  $(M_0^2 - 1)^{-1/4}$ . Следовательно,  $(p_p - p_0)/q_0$  будет асимптотически изменяться по закону

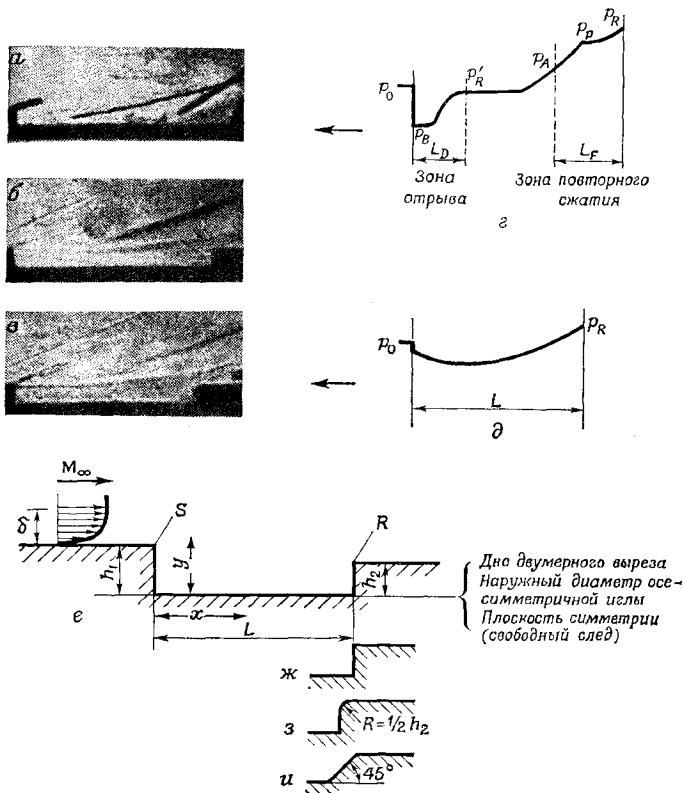
$M_0^2 (M_0^2 - 1)^{-1/4}$ , представленному штриховой линией на фиг. 23. Однако данные не распространяются на достаточно малые значения числа Маха, что не позволяет критически проверить предсказанный рост приращения давления вблизи  $M_0 = 1$ . Тем не менее в интервале полученных данных согласование теории и эксперимента удовлетворительное.

Для турбулентного отрыва в соответствии с уравнениями (7) и (8) следует построить зависимость  $\{(p - p_0)/p_0\} \tilde{c}_f^{-1/2}$  от  $(x - x_0)/\delta^* \tilde{c}_f^{-1/2}$ , как и в случае ламинарного отрыва. Принимая  $\delta^*/x_0$  для турбулентного течения пропорциональным  $\tilde{c}_f$ , находим, что подходящей переменной будет  $\{(x - x_0)/x_0\} \tilde{c}_f^{-1/2}$  (фиг. 22). Небольшой разброс, связанный с изменениями числа Рейнольдса, в основном, хотя и не полностью, объясняется упрощенным характером анализа. На фиг. 24 показано влияние числа Маха на приращение давления в точке турбулентного отрыва при обтекании уступов, «углов сжатия» и при взаимодействии со скачком уплотнения. Хотя и наблюдается значительный разброс результатов, обусловленный трудностями измерения приращения давления в точке отрыва, но не замечено систематического расхождения данных для различных форм тел. Это согласуется с выводом, что приращение давления в точке отрыва сверхзвукового турбулентного потока, как и сверхзвукового ламинарного потока, определяется свободным взаимодействием и не зависит от причины, вызвавшей отрыв.

### 1.3.2. Отрыв потока газа, вызванный каверной

Для областей отрыва потока за донным срезом и в вырезах перед уступами или за ними при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях переход пограничного слоя является важным фактором, влияющим на критическую длину (см. ниже), которая в первом приближении не зависит от чисел Рейнольдса и Маха. Существует максимальное (критическое) отношение длины оторвавшегося вязкого слоя к глубине выреза в твердой стенке, при превышении которого каверна разрушается с образованием самостоятельных областей отрыва около каждого края выреза. Путем измерения распределений давления и скорости в кавернах Харват и др. [8] выявили условия образования самостоятельных каверн в вырезах и установили параметры, определяющие структуру течения и распределение давления. Харват использовал две модели: одну для измерения давления, другую — для исследования теплопередачи. Так как вторая модель будет рассмотрена в гл. XI, сосредоточим внимание только на модели для исследования характеристик потока. Исследования Харвата [8] являются экспериментальными и касаются главным образом физики отрыва потока

в интервале чисел Маха набегающего потока  $1,9 \leq M_\infty \leq 2,78$ , а не количественных расчетов соответствующих характеристик



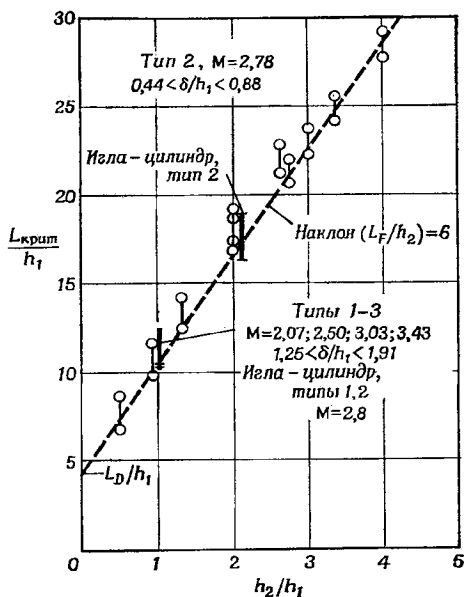
Ф и г. 25. Фотографии процесса замыкания каверны (а — в), типичные распределения давления (г, д), схемы моделей (е — и) и обозначения;  $M_0 = 2,78$ ,  $\delta/h_1 = 0,44$ , турбулентное течение,  $h_2 = h_1 = 0,625$  см [8].

а — замкнутая каверна,  $L/h = 12,5$ ; б — переходный случай,  $L/h = 11,5$ ; в — открытая каверна,  $L/h = 10,5$ ; ж — и — типы задней кромки; S — точка отрыва; R — точка повторного сжатия.

потока. Характеристики течения при дозвуковых скоростях сравниваются с характеристиками при сверхзвуковых скоростях. Пограничный слой в большинстве экспериментов был турбулентным.

Типичные примеры картин течения, распределения давления и схемы моделей показаны на фиг. 25.

**Критическая длина.** В зависимости от отношения длины выреза к глубине отрывное течение в каверне может быть открытым или замкнутым. Когда это отношение велико, поток присоединяется к поверхности дна. В этом случае существуют две области отрыва, которые Харват назвал «замкнутой каверной». Первая область отрыва образуется за уступом, расположенным по потоку, а вторая — область сжатия — образуется перед уступом, направленным навстречу потоку. Если отношение длины к высоте становится меньше критического значения, отрывное течение занимает всю каверну. Отрыв этого типа называется «открытой каверной».



Ф и г. 26. Критическая длина замыкания каверны [8].

$L_D$  — длина области отрыва в каверне;  $L_F$  — длина области сжатия оторвавшегося потока.

Если отношение  $\delta/h_1$  меньше единицы, то происходит резкое и явно выраженное изменение структуры потока. Однако, если  $\delta/h_1 > 1$ , каверна открывается внезапно, но замыкается постепенно. Имеется небольшая область гистерезиса, и если  $L$  уменьшать постепенно, то область отрыва остается замкнутой более продолжительное время и наоборот. При переходе от замкнутой к открытой каверне течение в ней было неустойчивым.

Корреляционное уравнение для критической длины замыкания является уравнением прямой линии:

$$\frac{L_{\text{крит}}}{h_1} = \frac{L_D}{h_1} + \frac{L_F}{h_2} \left( \frac{h_2}{h_1} \right), \quad (13)$$

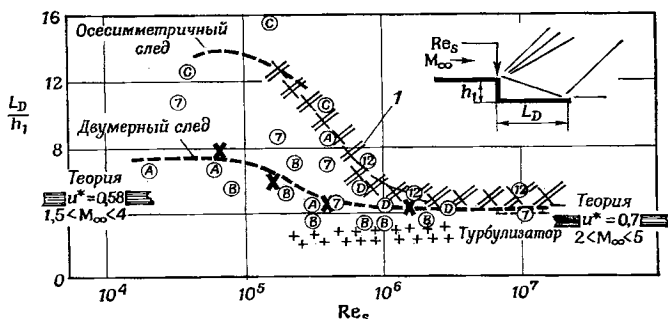
На фиг. 26 представлены измеренные значения критической длины замыкания каверны в различных вырезах с различными формами задней стенки в функции  $h_2/h_1$  при некоторых значениях числа Маха.

Течение было полностью турбулентным. Как видно из фиг. 25,  $\delta$ ,  $L$  всегда соответствует точке присоединения. Согласно плирен-фотографиям (фиг. 25, а — в), если отношение толщины пограничного слоя к высоте уступа  $\delta/h_1$  меньше единицы, то происходит резкое и явно выраженное изменение структуры потока.

Однако, если  $\delta/h_1 > 1$ , каверна открывается внезапно, но замыкается постепенно. Имеется небольшая область гистерезиса, и если  $L$  уменьшать постепенно, то область отрыва остается замкнутой более продолжительное время и наоборот. При переходе от замкнутой к открытой каверне течение в ней было неустойчивым.

как это видно из фиг. 26. Предполагается, что каверна открывается, когда вихри в обеих областях отрыва сливаются (вначале они не взаимодействовали) и образуется возвратное течение из области сжатия в область отрыва.

*Первая область отрыва в каверне.* Для этой области имеются экспериментальные данные, в особенности для донного давления.



Ф и г. 27. Отношение длины области отрыва к высоте уступа [8].

Число Рейнольдса  $Re_S = u_\infty S / \nu_\infty$  вычислено по условиям в потоке перед отрывом и расстоянию точки отрыва на верхней кромке уступа от передней кромки. Буквы в кружках обозначают следующие работы: А — Харват и Якура JAS, № 2 (1958); В — Гэдд и др., ARC TR CP 271, 1955; С — Каванау, JAS, № 4 (1954); D — Лав, NACA TN 3819, 1957; + данные Пауэрса и др., AVCO Res. Rept. 30, 1958; x точки пересечения (с фиг. 26 и 30). 1 — данные Леперта и Шемехорна JAS, № 3 (1959).

Известно, что давление в следе связано с отношением длины к глубине соотношением для течения расширения Прандтля — Майера.

В соответствии с известными решениями для развития свободного вязкого слоя [7, 14, 15] параметр смещения  $u^* = u/u_e$  существенно постоянный для полностью ламинарного или турбулентного течения и вследствие этого геометрическая форма области отрыва также приблизительно неизменна в интервале средних значений числа Маха, реализованном в экспериментах Харвата. Как видно из фиг. 27, при больших  $Re_S$  отношение  $L_D/h_1$  почти не зависит от  $M$  и  $Re$  как при ламинарном, так и при турбулентном течениях. При ламинарном течении наблюдается значительно больший разброс данных. Причина разброса значений  $L_D/h_1$  для двумерного и осесимметричного ламинарных течений недостаточно выяснена.

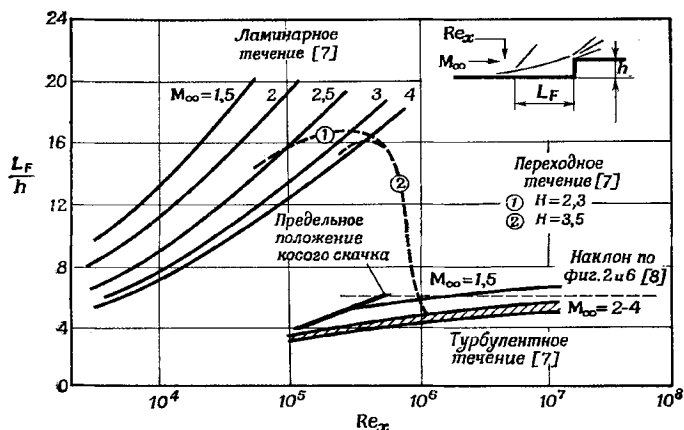
*Область сжатия в каверне.* В этой области характеристики течения подобны характеристикам области отрыва, однако известная модель Чепмена — Корста (гл. X) непосредственно не приложима (фиг. 28). Механизм течения в области сжатия включает два различных явления:



а) отрыв натекающего пограничного слоя, вызванный возрастанием давления, — свободное взаимодействие, которое определяет максимально возможное значение давления в начале области сжатия  $p_A$  (фиг. 25);

б) дальнейший рост давления от давления отрыва  $p_A$  до «среднего» давления  $p_p$ , которое вызывает отклонение внешнего потока и определяет форму области сжатия.

В случае ламинарного потока  $L_F/h$  возрастает с увеличением  $Re_x$  и  $M_\infty$  (число Маха невозмущенного потока перед областью



Ф и г. 28. Отношение длины области отрыва перед уступом к высоте уступа [8].

Число Рейнольдса  $Re_x = u_\infty x / \nu_\infty$  вычислено по расстоянию от уступа до точки отрыва.

отрыва), однако в случае турбулентного потока  $L_F/h$  не зависит от  $Re_x$  и  $M_\infty$  при умеренных сверхзвуковых скоростях. Приращение давления [7] можно выразить в виде

$$\frac{p_p - p_A}{p_\infty} = \varphi(Re, M_\infty), \quad (14)$$

где  $\varphi = K(M_\infty - 1)$  в интервале  $1,2 < M_\infty < 4$ ;  $K \approx 0,05$  для ламинарного и  $K \approx 0,25$  для турбулентного течений [14]. Эта формула выражает способность потока к сжатию и может считаться фундаментальной характеристикой отрывного течения.

Сведения о течениях в кавернах, образующихся в вырезах на теле, используются для изучения течений в свободных кавернах.

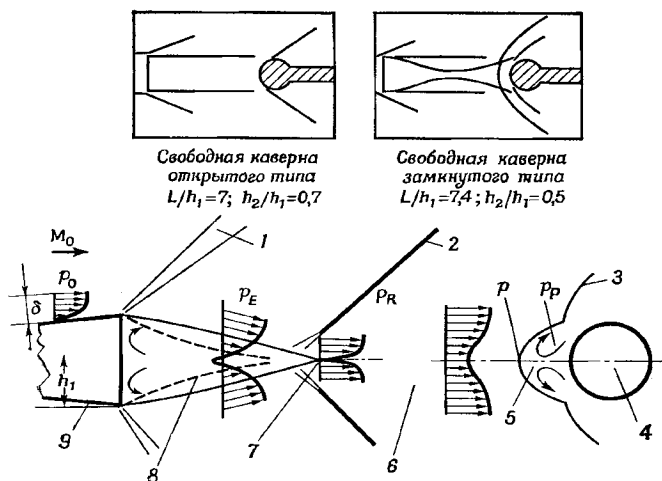
*Свободные каверны.* Свободную каверну можно описать как каверну, образующуюся, когда поверхность дна заменена пло-

скостью симметрии отрывного течения. Конфигурацию свободной области отрыва можно получить экспериментально, если ввести цилиндр в область смещения за точкой сжатия отрывного течения за донным срезом. На фиг. 29 показаны схемы, построенные по шпирен-фотографиям свободных каверн открытого и замкнутого типов.

На фиг. 30 критические длины замыкания свободных каверн представлены линейными зависимостями от  $h_2/h_1$ . Такие линейные зависимости имеют место как для свободных каверн, так и для каверн с твердой границей (фиг. 26). Однако принципиальное и интересное различие между этими течениями обнаруживается в свойствах течения в области сжатия. Как показано на фиг. 29, если в область смещения за горлом отрывного течения вводится цилиндр, течение в окрестности критической точки цилиндра изменяется и приобретает характерную структуру вихревого отрывного течения. Деформированный участок головного скачка уплотнения содержит пару вихрей (фиг. 31), поскольку давление в передней критической точке цилиндра меньше, чем максимальное давление по обе стороны от центральной линии. На фиг. 32 приведена схема изобар на поверхности цилиндра для конфигураций с размером  $L$ , большим или меньшим критической длины замыкания.

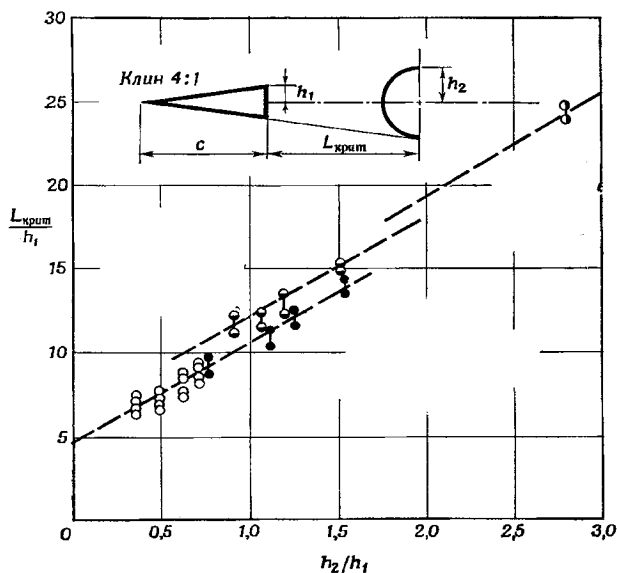
На фиг. 33 показаны для сравнения аналогичные изобары для давления в невозмущенной области отрыва, измеряемого трубкой Пито.

Неожиданное подобие результатов, связанных с замыканием двух совершенно различных каверн, можно объяснить (с некоторыми оговорками) следующим образом. Рассмотрим свободный след непосредственно перед критической точкой. Если отношения  $L_F/h_2$  в свободной или ограниченной областях отрывного течения сжатия одинаковы, то одинаковы и отклонения линий тока внешнего течения, внешнее давление, а также среднее давление отрыва  $p_p$ . Если уравнение (14) выражает фундаментальные характеристики течения в области отрыва, то давления в начале области сжатия  $p_A$  также одинаковы в обоих случаях. Перед уступом, обращенным навстречу потоку, значение  $p_A$  определяется механизмом «свободного взаимодействия», т. е. приращением давления, которое пограничный слой в состоянии поддерживать перед отрывом. Теперь рассмотрим свободный след. Скорость на центральной линии в области свободного смещения не равна нулю. Течение в состоянии поддерживать возрастание давления в направлении движения до точки торможения (предполагается, что возрастание давления в направлении движения преобладает над возрастанием давления, обусловленным переносом количества движения в поперечном направлении; в самом деле, поток должен остановиться, перед тем как изменить движение на обратное



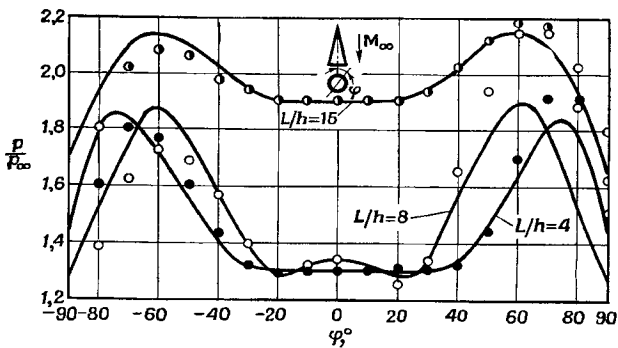
Ф и г. 29. Замыкание свободной каверны;  $M_\infty = 2,8$ ,  $Re_S = 0,5 \cdot 10^6$  (турбулентный след) [8].

1 — ввер волн разрежения; 2 — хвостовой скачок уплотнения; 3 — скачок уплотнения; 4 — цилиндр в следе за телом; 5 — течение сжатия в свободном следе; 6 — область смешения; 7 — горло следа; 8 — свободный след; 9 — клин 4 : 1.

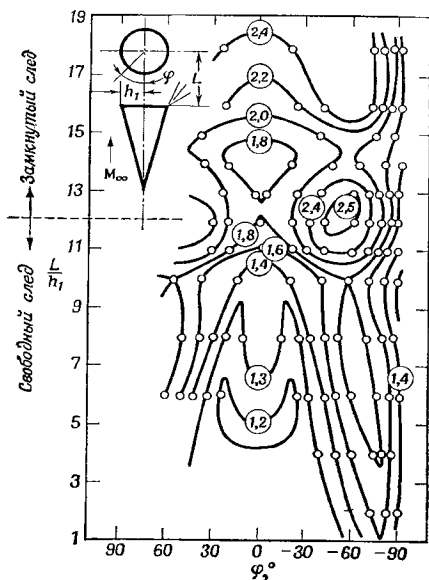


Ф и г. 30. Критическая длина замыкания свободной каверны в переходном режиме [8].

●  $M_\infty = 2,78$ ,  $Re_c = 1,6 \cdot 10^5$ ,  $L_D/h_1 = 6,0$ ,  $L_F/h_2 = 6,0$ ; ○  $M_\infty = 2,78$ ,  $Re_c = 0,70 \cdot 10^5$ ,  $L_D/h_1 = 7,7$ ,  $L_F/h_2 = 6,0$ ; ●  $M_\infty = 1,86$ ,  $Re_c = 3 \cdot 10^5$ ,  $L_D/h_1 = 4,5$ ,  $L_F/h_2 = 6,0$ ; ○  $M_\infty = 2,78$ ,  $Re_c = 4 \cdot 10^5$ ,  $L_D/h_1 = 4,5$ ,  $L_F/h_2 = 6,0$ .

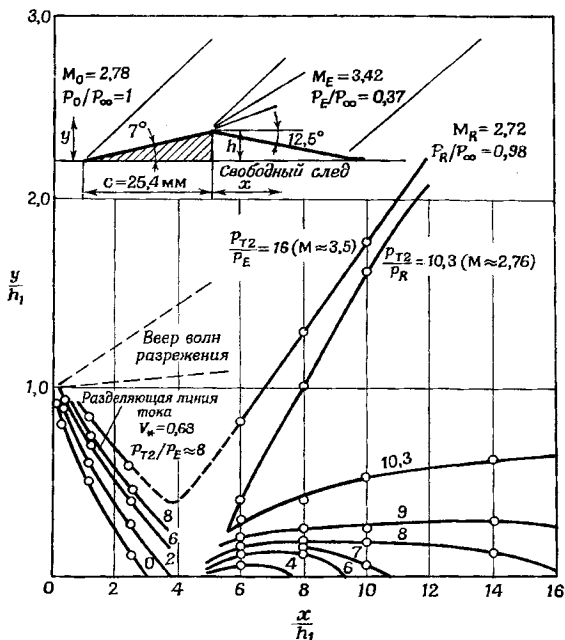


Ф и г. 31. Типичное распределение давления по поверхности цилиндра в следе за телом;  $M_\infty = 2,78$ ,  $Re_S = 0,5 \cdot 10^6$  [8].



Ф и г. 32. Схема изобар на поверхности цилиндра в следе за телом при различных значениях  $L/h_1$ ;  $M_\infty = 2,8$ ,  $Re_S = 0,5 \cdot 10^4$  (значения давления отнесены к местному давлению в невозмущенном потоке) [8].

и образовать открытую каверну). Кроме того, обратное течение не может существовать до тех пор, пока начало области сжатия не проникнет в дозвуковой участок области смешения или по



Ф и г. 33. Схема изобар в свободной области смешения и в свободном вязком слое (значения давления, измеренного трубкой Пито, отнесены к местному давлению в невозмущенном потоке) [8].

Индексы: 0 — набегающий поток; E — внешний поток; R — область смешения.

крайней мере в дозвуковое «горло». Есть основания предполагать, что когда это происходит, каверна открывается. В «звуковой» точке на центральной линии приращение давления над полным давлением торможения равно

$$(p_A - p'_R)/p'_R \approx \frac{\gamma}{2} M_{CL} \approx 0,6 \text{ при } M_{CL} \approx 1$$

(см.  $p_A$  и  $p'_R$  на фиг. 25).

Такое явление имеет место при «свободном взаимодействии». Неожиданно оказалось, что значение этого приращения давления приблизительно одинаково со значением приращения давления

при отрыве турбулентного пограничного слоя, хотя механизмы течений совершенно различны. Наблюдаемое равенство критических расстояний для свободных и ограниченных каверн представляется случайным в пределах рассмотренного интервала чисел Рейнольдса. Для свободного следа приращение давления ( $p_A - p_\infty$ ) постоянно, в то время как для уступа, обращенного навстречу потоку, эта величина зависит от  $\sqrt{c_f}$ . Кроме того, уравнение (14) описывает фундаментальные свойства течений сжатия в следе.

Эксперименты со свободными следами подтверждают предложенный механизм замыкания: так, в исследованном интервале чисел Маха критическая длина не зависит от числа Маха. Изменяя длину хорды клина, можно варьировать число Рейнольдса отрыва в переходной области, причем замыкание каверны происходит в соответствии с уравнением (13).

#### *Распределение давления*

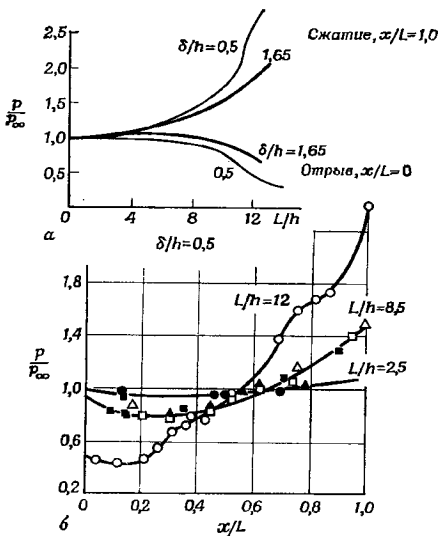
Рассмотрим теперь распределения давления в двумерных и осесимметричных кавернах, приведем измеренные распределения давления и скорости в двумерных ограниченных кавернах с полностью развитым турбулентным пограничным слоем перед каверной при  $h_1 = h_2$ , но при различных конфигурациях поверхностей, вызывающих сжатие потока [8].

*Двумерная каверна.* На фиг. 34 приведены типичные распределения давления по дну выреза, где  $\delta/h$  (отношение толщины пограничного слоя к глубине выреза) использовано в качестве параметра.

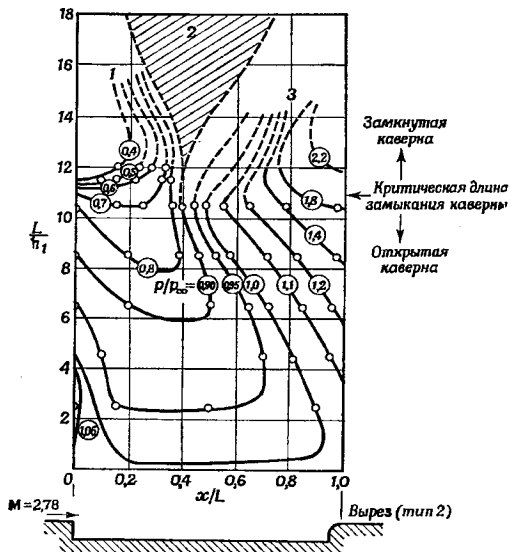
Давление в вырезе близко к постоянному, если вырез неглубокий, хотя в середине каверны наблюдается слабый минимум. Толщина пограничного слоя — важный фактор, влияющий на распределение давления. Изменения  $p/p_\infty$  с изменением  $\delta/h$  в области отрыва и в области сжатия противоположны. В области отрыва  $p/p_\infty$  уменьшается с ростом  $L/h$ . В области сжатия  $p/p_\infty$  увеличивается с ростом  $L/h$  (фиг. 34). При неглубоких вырезях, когда  $\delta/h > 1$ , давление в каверне больше статического давления в набегающем потоке. Такой же результат был получен Томаном [19]. Этот результат Харват объясняет тем, что по дозвуковой части толстого пограничного слоя от области сжатия вверх по потоку и за передний край выреза распространяется высокое давление, которое несколько оттесняет внешний сверхзвуковой поток.

На фиг. 35 показана схема изобар. Вблизи  $L_{\text{крит}}$  градиент давления становится очень большим, а затем часто наблюдается плато давления (характерное для области сжатия).

Распределение давления по задней стенке прямоугольного выреза показано на фиг. 36.



Ф и г. 34. а — влияние  $\delta/h$  и  $L/h$  на распределение давления по дну выреза; б — типичные распределения давления по дну выреза;  $M_{\infty} = 2,78$ ,  $Re_S = 1,5 \cdot 10^6$  [8].

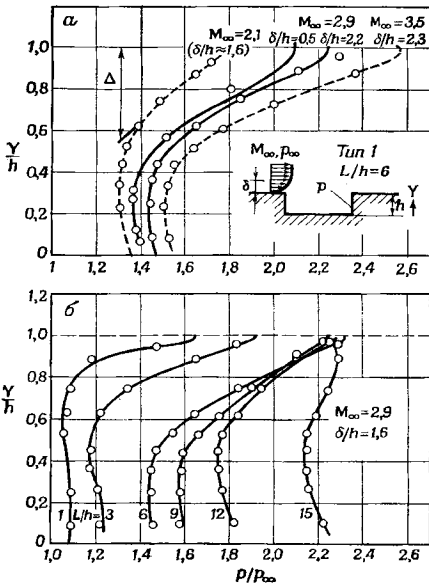


Ф и г. 35. Схема изобар, иллюстрирующая распределение давления по дну выреза;  $h_1 = h_2 = 6,35$  мм,  $M_{\infty} = 2,78$ ,  $Re_S = 1,5 \cdot 10^6$ ,  $\delta/h = 0,44$  [8].

1 — область отрыва, 2 — область присоединения; 3 — область сжатия.

У дна выреза давление почти постоянно, но на кромке уступа градиент давления довольно значителен, что свидетельствует о восстановлении динамического давления в той части внешнего потока, которая попадает на уступ.

**Осесимметричные каверны.** Что касается осесимметричной каверны, образованной между конической иглой и тупым телом



Ф и г. 36. Типичное распределение давления по задней стенке прямоугольного выреза [8].

а — переменные величины  $M_\infty$  и  $\delta/h$ ; б — переменная величина  $L/h$ .

можно сказать, что в обоих случаях основные тенденции аналогичны, но различаются количественно.

Николл [20] измерил давление и коэффициенты теплоотдачи при ламинарном течении в осесимметричном вырезе на модели (фиг. 37) при нулевом угле атаки в интервале гиперзвуковых скоростей  $11 \leq M_\infty \leq 20,1$  и интервале чисел Рейнольдса  $2,36 \cdot 10^5 \leq Re/cm \leq 5,35 \cdot 10^5$ .

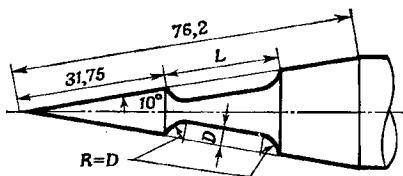
Давление в открытой каверне меньше, чем на поверхности конуса, и зависит от длины и глубины выреза (фиг. 38).

Горизонтальная координата  $\bar{x}$  — расстояние вверх или вниз по потоку, измеренное от точки присоединения вдоль образующей

за ней, то при обработке данных с использованием высоты квазидвумерного уступа между внешним радиусом тела и иглой оказывается, что осесимметричная каверна замыкается при такой же критической длине, что и двумерная каверна. Для вырезов на цилиндрических телах и для тел с иглами аналогичные наблюдения сделаны в широком диапазоне отношений радиусов иглы и тела [16, 17]. Однако замыканию течения в осесимметричной каверне присущ значительный гистерезис, когда оно соответствует большим отношениям  $h_2/h_1$ , например  $\Delta L/h_1 = 12$  и  $h_2/h_1 = 20$  [18]. Для двумерных выступов нет аналогичных данных. Хотя измерения давления в осесимметричных течениях немногочисленны, тем не менее



исходного конуса. В наиболее глубоком вырезе давление постоянно на поверхности дна, причем сжатие происходит на участке,



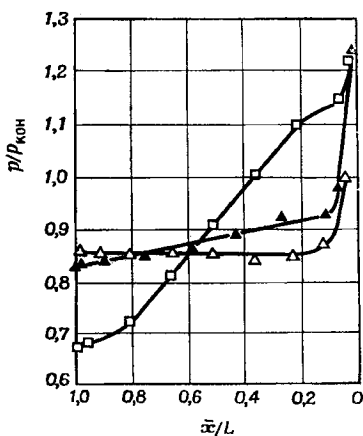
Ф и г. 37. Схема модели.

Примечание. Размеры на модели указаны в мм.

Размеры вырезов

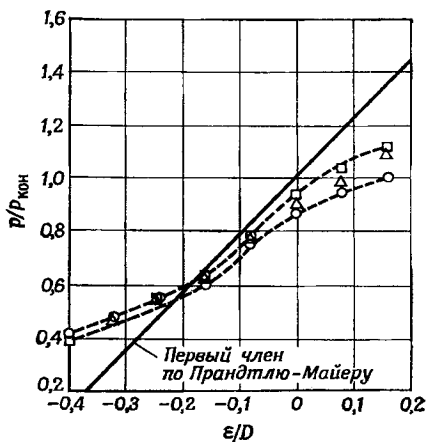
$L$ , мм	8	8	16,0	16,0	16,0	32,0	32,0	32,0
$D$ , мм	3,2	2,4	3,2	2,4	1,6	3,2	2,4	1,6
$L/D$	2,5	3,33	5,0	6,67	10,0	10,0	13,33	20,0

составляющем 10% от длины выреза, вблизи области присоединения. Однако с увеличением отношения длины к глубине на поверхности дна возникает градиент давления, а сжатие происходит



Ф и г. 38. Распределение давления по поверхности выреза;  $p_0 = 28,1$  кгс/см<sup>2</sup> [20].

Обозначения	$L$ , мм	$D$ , мм	$L/D$
△	16	3,2	5
▲	16	1,6	10
□	32	1,6	20



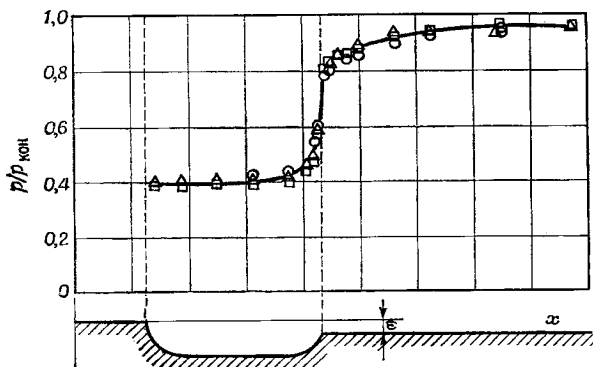
Ф и г. 39. Давление на дне выреза в зависимости от относительного превышения  $\epsilon/D$  задней кромки выреза над поверхностью конуса [20].

$p_0$ , кгс/см<sup>2</sup>; ○ 28,1, △ 49,2, □ 70,3.

на всем протяжении выреза. Течение в области присоединения зависит от геометрической формы модели в этой области. Хотя скругление кромки выреза в области присоединения практически

не влияет на распределение давления, изменение высоты задней кромки относительно передней влияет на распределение давления по поверхности дна выреза (фиг. 39).

Для сравнения на фиг. 39 приведено также давление, соответствующее разрежению или слабому сжатию в простой волне Прандтля — Майера. Видно, что давление на дне выреза меньше соответствующего течению Прандтля — Майера до  $\varepsilon/D = -0,2$  (где, как показано на фиг. 40,  $\varepsilon$  — высота задней кромки выреза над поверхностью исходного конуса). При дальнейшем понижении



Ф и г. 40. Распределение давления;  $L = 16$  мм,  $D = 3,2$  мм,  $\varepsilon/D = -0,4$  [20].

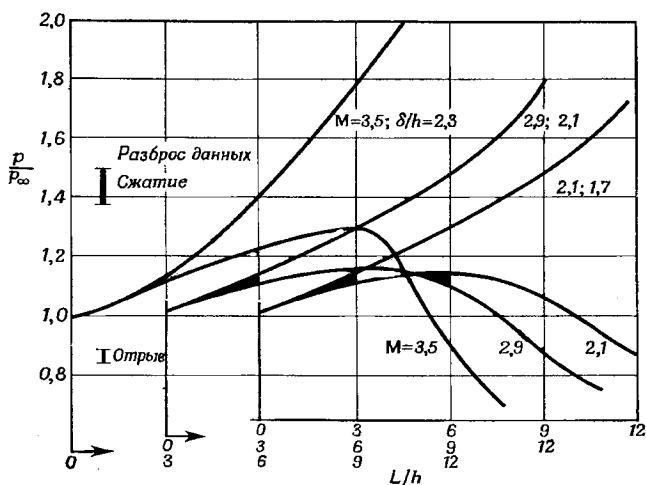
$p_0$ , кгс/см<sup>2</sup>: ○ 28,1, △ 49,2, □ 70,3.

задней кромки давление на дне повышается. Это можно объяснить следующим образом: при понижении задней кромки статическое давление на разделяющей линии тока падает, так как течение проходит через веер волн расширения в области отрыва, следовательно, полная энергия течения вдоль разделяющей линии тока также падает и ее оказывается недостаточно, чтобы обеспечить присоединение в нормальной точке присоединения и развернуть поток обратно внутрь каверны. В результате поток присоединяется ниже по течению, причем характеристики течения аналогичны наблюдаемым при обтекании уступа, расположенного по потоку (фиг. 40).

#### *Влияние толщины пограничного слоя, геометрии выреза и числа Маха*

В общем случае, когда  $\delta/h$  возрастает, все градиенты выравниваются, по-видимому, вследствие уменьшения переноса количества движения в вырез. Распределение давления в вырезе не всегда зависит от формы заднего уступа.

Над каверной открытого типа возможны два вида течения. В случае длинного выреза свободный вязкий слой постепенно «поджимается» вдоль криволинейной траектории после начального расширения внутрь каверны. Возрастающее давление отражается от дна, количество движения внутренней части слоя смещения поглощается, в результате чего не происходит восста-



Ф и г. 41. Изменение распределения давления в вырезе с изменением числа Маха;  $1,6 < \delta/h < 2,3$  [8].

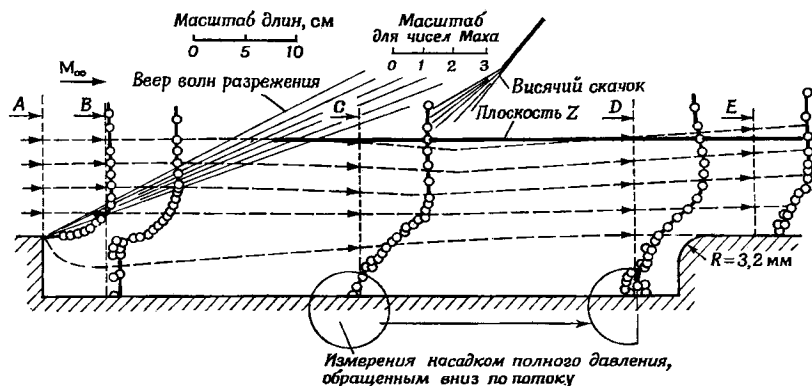
новления давления вблизи задней стенки. В случае короткого выреза возрастание давления в точке присоединения утолщает пограничный слой перед точкой отрыва и сглаживает градиенты давления. Давление в каверне почти постоянно, а утолщение пограничного слоя может вызвать предварительное отклонение линий тока внешнего течения и поднять уровень давления во всей каверне над давлением набегающего потока.

На фиг. 41 показано изменение давления сразу за точкой отрыва ( $x/L = 0$ ) и перед точкой присоединения ( $x/L = 1$ ) в функции числа Маха и отношения длины выреза к его глубине при приблизительно одинаковых  $\delta/h$ . Испытания проводились при толстом пограничном слое. Качественно характер распределения давления одинаков при различных числах Маха; однако относительные значения давления не являются простыми функциями числа Маха.

### Распределение скорости

На основе измерений статического давления можно построить линии тока внешнего течения (фиг. 42) [8].

Картина течения при сверхзвуковой скорости (фиг. 42) аналогична картине течения при дозвуковой скорости [3]. Отметим



Ф и г. 42. Картина течения и распределения числа Маха в свободном вязком слое в каверне;  $M_\infty = 2,68$ ,  $\delta/h = 0,4$ ,  $L/h = 10$  [8].

следующие характерные черты течений в каверне при сверхзвуковых скоростях:

- 1) сохранение общей массы между сечениями A и E;
- 2) обратное течение в сечениях C и D;
- 3) внутренние линии тока круто изгибаются внутрь выреза;
- 4) в сечении E, расположенном за область сжатия, скорость течения велика вплоть до стенки и профиль скорости не таков, как в пограничном слое.

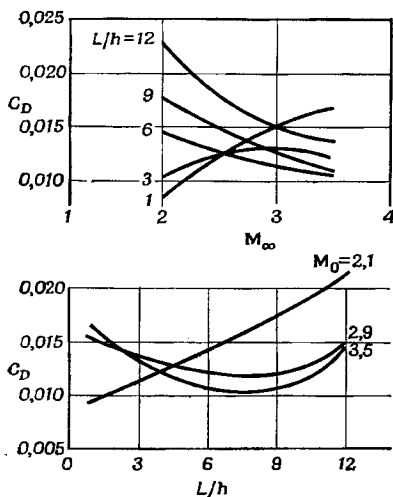
### Сопротивление стенок с вырезами

Сопротивление пластины с вырезом можно рассчитать на основе измерений давления на стенках, нормальных к потоку, только потому, что трение на дне выреза пренебрежимо мало. Коэффициент сопротивления  $C_D$  имеет вид

$$C_D = \frac{2}{\gamma} \frac{1}{M_0^2} \frac{h}{L} \int_0^1 \frac{p_R - p_S}{p_0} d\left(\frac{y}{h}\right),$$

если начало отсчета  $y$  совпадает со стенкой выреза. Зависимости  $C_D$  от  $M_0$  и  $L/h$  показаны на фиг. 43.

Геометрия задней стенки выреза не оказывает существенного влияния на  $C_D$ . С ростом числа Маха  $C_D$  уменьшается при длинном и увеличивается при коротком вырезе.



Ф и г. 43. Коэффициент сопротивления стенки с вырезом [8].

Типичные линии тока и профили скорости в слое смешения и в зоне присоединения изображены схематически на фиг. 45 и 46.

Слой смешения утолщается с расстоянием от начала этого слоя по параболическому закону подобно ламинарному пограничному слою, однако скорость его нарастания приблизительно в три раза больше, чем у пограничного слоя.

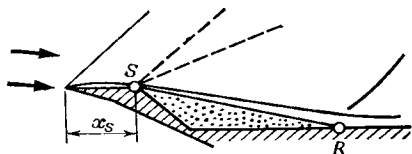
Отрывное течение в зоне присоединения предполагается двумерным, хотя в этой зоне могут существовать трехмерные возмущения [2]. При расчете статического давления в области отрыва поток массы, отсасываемой слоем смешения из области отрыва, приравнивается потоку массы, поступающей обратно в область отрыва из зоны присоединения под действием перепада давления. Для преодоления приращения давления в зоне присоединения и дальнейшего перемещения частиц в направлении течения полное давление  $p'$  вдоль линии тока в слое смешения должно быть больше, чем конечное статическое давление в конце зоны присоединения. Статическое давление в оторвавшемся слое определяется требованием, чтобы полное давление вдоль разделяющей линии тока

#### 1.4 РАСЧЕТ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ

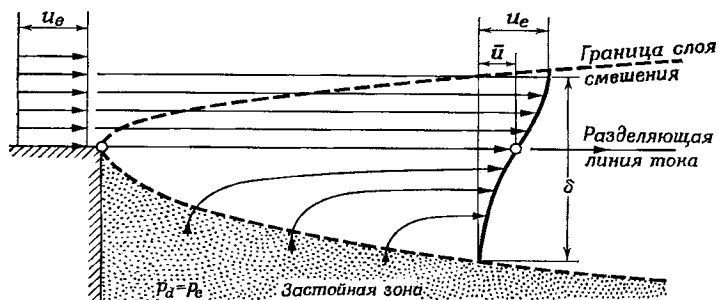
Ниже будут описаны методы расчета ламинарного и турбулентного отрывных течений перед уступом, обращенным навстречу потоку [21].

##### 1.4.1. Метод Чепмена

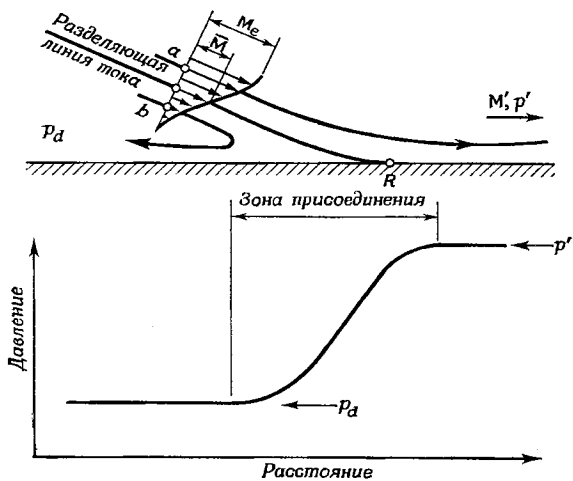
Чепмен [7] теоретически рассчитал распределение статического давления для моделей отрывного течения некоторых типов. Одна такая модель изображена на фиг. 44. Предполагалось, что пограничный слой не нарастает между начальной точкой и точкой отрыва.



Ф и г. 44. Схема отрывного течения в донной области [7].



Ф и г. 45. Схема отрывного течения в слое смешения [7].



Ф и г. 46. Схема отрывного течения в зоне присоединения [7].

по достижении зоны присоединения

$$\begin{aligned} \bar{p}_t &= p_e \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{M}^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \\ &= p_d \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \bar{M}^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \end{aligned} \quad (15)$$

равнялось конечному статическому давлению  $p'$ . Параметры с чертой сверху в уравнениях (15) и (16) соответствуют условиям вдоль разделяющей линии тока в слое смещения, индекс  $d$  относится к застойной области, а штрих — к условиям за зоной присоединения. (Аналогичная идея была предложена Корстом и др. [15].) Вследствие этого поток делится на две области: вязкий слой, где давление предполагается постоянным, и зона присоединения, где по предположению сжатие таково, что потери полного давления вдоль разделяющей линии тока не слишком велики.

Следовательно,

$$p_d = \frac{p'}{\left\{ 1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) \bar{M}^2 \right\}^{\gamma/(\gamma-1)}}. \quad (16)$$

Чтобы представить уравнение (16) в более удобном виде, выразим  $\bar{M}$  через  $M'$  или  $M_e$  вдоль внешней границы слоя смещения. Если  $Pg = 1$ , число Маха вдоль разделяющей линии тока  $\bar{M}$  связано с соответствующей скоростью  $\bar{u}$  интегралом Буземана для уравнения энергии, если температура в области отрыва  $T_d$  равна температуре торможения внешнего потока  $T_{te}$

$$T_{te} = T_e \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right), \quad (17)$$

или интегралом Крокко, если  $T_d$  не равна  $T_{te}$  [14].

Если предположить, что температура в области отрыва равна температуре восстановления, то интеграл Буземана для совершенного газа дает

$$\bar{M}^2 = \frac{(\bar{u}/u_e)^2 M_e^2}{1 + 1/2 (\gamma-1) M_e^2 \{ 1 - (\bar{u}^2/u_e^2) \}}. \quad (18)$$

Из этих уравнений получаем следующее выражение для статического давления в области отрыва:

$$\frac{p_d}{p'} = \left\{ \frac{1 + (1 - \bar{u}_*^2) \frac{1}{2} (\gamma-1) M_e^2}{1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) M_e^2} \right\}^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad (19)$$

где  $\bar{u}_* = \bar{u}/u_e = 0,587$  [13].

Так как  $\bar{u}_*$  не зависит от числа Рейнольдса, то  $p_d$  также не зависит от числа Рейнольдса, как это видно из уравнения (19). На значение  $p_d$  влияет только форма тела через значение давления  $p'$  в зоне присоединения.

Уравнение (19) принимает более удобную форму, если заметить число  $M_e$  числом  $M'$  (соответствующим условиям за зоной присоединения). Внешняя граница ламинарного вязкого слоя изменяется плавно; следовательно, внутри или вблизи этого вязкого слоя не возникает хвостового скачка уплотнения, и, таким образом, поток вдоль внешней границы изэнтропический.

С привлечением терминологии Чепмена [22] значения  $M'$  и  $p'$  для двумерного потока соответствуют «условиям эквивалентного невозмущенного потока» перед областью отрыва. Следовательно, для изэнтропического течения вдоль внешней границы вязкого слоя выражение для  $p'/p_d$  имеет вид

$$\frac{p_d}{p'} = \frac{p_d}{p_e} = \left\{ \frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) M_e^2}{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) M'^2} \right\}^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad (20)$$

Из (19) и (20) следует

$$M'^2 = (1 - \bar{u}_*^2) M_e^2 \quad (21)$$

Это означает, что отношение чисел Маха в зоне присоединения ламинарного слоя  $M'/M_e$  постоянно и равно  $(1 - \bar{u}_*^2)^{1/2} = 0,81$ .

Из (19) и (21) получаем выражение для статического давления в области отрыва

$$\frac{p_d}{p'} = \left[ \frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) M'^2}{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) \{M'^2/(1 - \bar{u}_*^2)\}} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad (22)$$

При малых скоростях  $M' \rightarrow 0$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{p_d - p'}{q'} &= \frac{p_d - p'}{(\gamma/2) p' M'^2} = \\ &= \lim_{M' \rightarrow 0} \frac{2}{\gamma M'^2} \left( \left[ \frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) M'^2}{1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1) \{M'^2/(1 - \bar{u}_*^2)\}} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} - 1 \right) = \frac{-\bar{u}_*^2}{1 - \bar{u}_*^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $q'$  — скоростной напор за зоной присоединения.

Так как  $\bar{u}_* = 0,587$ , то

$$\frac{p_d - p'}{1/2 \rho u'^2} = -0,526. \quad (24)$$



Уравнение (24) для несжимаемой среды и уравнение (22) для сжимаемой среды применимы независимо от влияния числа Рейнольдса на форму области отрыва.

В описанном методе основное приближение заключается в предположении об изоэнтропическом сжатии вдоль разделяющей линии тока в зоне присоединения. Однако при таком приближении расчетное полное давление несколько отличается от действительного полного давления. Кроме того, предполагается, что разделяющая линия тока оканчивается в точке, где давление равно  $p'$ , а не в точке присоединения, где давление равно  $p_R$ . С учетом этих двух фактов основное уравнение, соответствующее уравнению (16), записывается в виде

$$p_d = \frac{p_R}{\eta \left[ 1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \bar{M}^2 \right]^{\gamma/(\gamma-1)}},$$

где  $\eta = p_R/\bar{p}_t$  — коэффициент (не обязательно меньше единицы), выражающий «эффективность» сжатия по сравнению с изоэнтропическим процессом. Если значение  $\bar{u}_* = 0,587$  подставить в уравнение (22), то это уравнение будет ограничено случаями двумерного и чисто ламинарного отрывного течений с нулевой толщиной пограничного слоя в точке отрыва. Если же толщина пограничного слоя в точке отрыва не равна нулю и существенна, то уравнение (22) еще применимо, но профили скорости в различных сечениях слоя смешения не будут подобными. Кроме того,  $\bar{u}_* \neq 0,587$ , и должно вычисляться в каждом конкретном случае путем решения дифференциальных уравнений в частных производных для вязкого слоя.

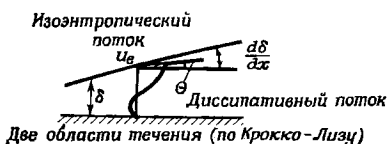
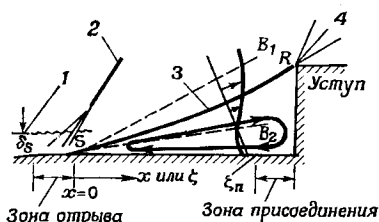
#### 1.4.2. Метод Василиу

Отрыв перед уступом, обращенным навстречу потоку, обусловлен положительным градиентом давления около поверхности перед уступом. Василиу исследовал отрыв этого вида [21], предполагая течение турбулентным и используя концепцию переменного коэффициента турбулентного перемешивания Крокко и Лиза [23].

Приращение давления и положение точки отрыва при фиксированном значении числа Маха определяются путем решения системы двух уравнений. Одно из них — дифференциальное уравнение для распределения давления — основано на концепции о переменном коэффициенте перемешивания, другое — уравнение баланса массы воздуха, втекающего и вытекающего из области отрыва перед уступом.

Использованная в расчете схема течения перед уступом показана на фиг. 47. Между точкой отрыва  $S$  и точкой присоединения  $R$  имеется турбулентный слой смешения, показанный на фиг. 47 штриховыми линиями. Течение в слое смешения между разделяю-

щей линией тока  $SR$  и внутренней границей слоя  $B_2$  поворачивает обратно перед уступом. Так как оно в дальнейшем вновь попадает в слой смешения вдоль его границы, между стенкой и границей  $B_2$  существует область течения воздуха с малой скоростью, называемая иногда застойной зоной.



Ф и г. 47. Схема отрывного течения перед уступом [21].

1 — пограничный слой перед отрывом; 2 — скачок уплотнения; 3 — разделяющая линия тока; 4 — расширение по Прайдтлю — Майеру.

3. Статическое давление по толщине слоя смешения постоянно и равно статическому давлению во внешнем изобэнтропическом потоке.

*Уравнение для распределения давления*

Чтобы установить соотношение между давлением и расстоянием до точки отрыва, используем уравнения Крокко — Лиза для количества движения и скорости притока массы в область смешения, уравнение Эйлера, а также приближенное соотношение для потока массы в слое смешения. Выражение Крокко и Лиза для скорости притока массы в слой смешения имеет вид

$$\frac{d\bar{m}}{dx} = \rho_e u_e \left( \frac{d\delta}{dx} - \Theta \right), \tag{26}$$

а для скорости изменения количества движения

$$\frac{dI}{dx} = u_e \left( \frac{d\bar{m}}{dx} \right) - \delta \left( \frac{dp}{dx} \right) - \tau_w, \tag{27}$$

где  $I = \int_0^\delta \rho u^2 dy$  — поток количества движения,  $\bar{m} = \int_0^\delta \rho u dy$  —

Сделаем следующие предположения.

1. Пограничный слой тонкий; следовательно, профиль скорости в слое смешения можно считать подобным профилю в струе, втекающей в покоящуюся жидкость.

2. Коэффициент перемешивания

$$k = \frac{d\delta}{dx} - \Theta, \tag{25}$$

где  $\Theta$  — угол отклонения внешнего (изобэнтропического) потока постоянен в точках отрыва и присоединения; но в слое смешения  $k$  изменяется с расстоянием от точки отрыва.

поток массы. Определяя среднюю скорость в слое смешения в виде

$$u_m = I/\bar{m} \quad (28)$$

и обозначая  $\kappa = u_m/u_e$ , примем

$$\kappa = \kappa_j = u_m/u_e = \text{const}, \quad (29)$$

так как в струйных течениях отношение  $u_m/u_e$  можно считать постоянным. Индексом  $j$  обозначены параметры, соответствующие условиям струйного течения.

В уравнении (27) можно пренебречь величиной  $\tau_w$ , так как член с градиентом давления велик, а скорость в области отрыва вблизи стенки мала. Объединяя уравнения (28) и (29) и подставляя результат в уравнение (27), получим

$$\kappa_j \left( u_e \frac{d\bar{m}}{dx} + \bar{m} \frac{du_e}{dx} \right) = u_e \frac{d\bar{m}}{dx} - \delta \frac{dp}{dx} \quad (30)$$

и из уравнения (26)

$$\frac{d\bar{m}}{dx} = k\rho_e u_e. \quad (31)$$

Поток массы можно приближенно выразить через разность физической толщины и толщины вытеснения пограничного слоя в виде

$$\bar{m} = \rho_e u_e (\delta_j - \delta_j^*),$$

где

$$\delta_j^* = \int_0^{\delta_j} \left( 1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dy = \delta_j - \int_0^{\delta_j} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} dy. \quad (32)$$

На основании предположения 3 можно использовать одномерное уравнение Эйлера для замены градиента скорости в уравнении (30). Таким образом, используя (31) и (32), можно записать уравнение (30) в виде

$$\frac{1}{\xi M^2} = \frac{d\xi}{d\xi} = \frac{\gamma k (1 - \kappa_j)}{(\delta/\delta_S) - (\delta_j/\delta_S) \kappa_j \{1 - (\delta_j^*/\delta_j)\}}, \quad (33)$$

где  $\xi = p/p_S$  — безразмерное давление,  $\zeta = x/\delta_S$  — безразмерная координата,  $p_S$  — давление,  $\delta_S$  — толщина слоя смешения в точке отрыва. Число Маха  $M$  внешнего изоэнтропического потока определяется следующим соотношением для косога скачка уплотнения:

$$\xi M^2 = (M_\infty^2/r_S) \{ (\gamma - 1) \xi r_S + (\gamma - 1) - (2/M_\infty^2) \times \\ \times (\xi^2 r_S^2 - 1) \} / \{ (\gamma - 1) \xi r_S + (\gamma + 1) \} = \frac{1}{F(\xi)}, \quad (34)$$

где  $r_S = p_S/p_\infty$  — безразмерное давление в точке отрыва, индекс  $\infty$  обозначает условия в потоке перед скачком уплотнения. Угол отклонения потока  $\Theta$  определяется следующим соотношением для любого скачка уплотнения:

$$\Theta \approx \operatorname{tg} \Theta = \{(\xi r_S - 1)/(\gamma M_\infty^2 - \xi r_S + 1)\} \times \\ \times \left\{ \frac{2\gamma M_\infty^2 - (\gamma - 1) - (\gamma + 1) \xi r_S}{(\gamma + 1) \xi r_S + (\gamma - 1)} \right\}^{1/2} = f_1(\xi). \quad (35)$$

Тогда толщину слоя смешения можно найти из уравнения (25)

$$d \left( \frac{\delta}{\delta_S} \right) / d\zeta = f_1(\xi) + k. \quad (36)$$

В соответствии с предположением 2

$$k = k_0 \{1 - (\zeta/\zeta_R)\}, \quad (37)$$

где  $k_0$  — постоянное значение величины  $k$ , а  $\zeta_R$  — значение  $\zeta$  в области присоединения. Следовательно,

$$\frac{\delta}{\delta_S} = \int_0^{\zeta} f_1(\xi) d\zeta + k_0 \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{2\zeta_R}\right) + 1, \quad (38)$$

где произвольная постоянная определена из условия  $\delta = \delta_S$  при  $\zeta = 0$ . Василиу показал [21], что

$$\left( \frac{\delta_j}{\delta_S} \right) \kappa_j \left(1 - \frac{\delta_j^*}{\delta_j}\right) = \zeta I_1' / \sigma_c, \quad (39)$$

где  $\sigma_c$  — коэффициент расширения струи, а

$$I_1' = \int_0^{\xi_{c\max}} \frac{u^{*2} d\xi_c}{1 + \bar{h}(2u^* - 1) - 4w_0^2 u^{*2}},$$

где

$$\xi_c = \sigma_c y / x,$$

$$u^* = u / u_e,$$

$$w_0^2 = \frac{(\gamma - 1) M_e^2}{4} / \left\{ \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2\right) \left(1 + \frac{T_w}{T_s}\right) \right\}, \quad (20)$$

$y$  — координата по нормали к поверхности,  $T_w$  — температура стенки и

$$\bar{h} = \{1 - (T_w/T_s)\} / \{1 + (T_w/T_s)\}.$$

Подставляя теперь (34), (37), (38) и (39) в (33), находим

$$F(\xi) d\xi = f(\zeta) d\zeta / \left\{ \int_0^{\zeta} f_1(\xi) d\xi + k(\zeta) + 1 \right\}, \quad (40)$$

где

$$f(\xi) = \gamma k_0 (1 - \kappa_j) \{1 - (\xi/\zeta_R)\}, \quad (40a)$$

$$k(\xi) = [k_0 \{1 - (\xi/2\zeta_R)\} - (I'_1/\sigma_c)] \xi. \quad (40b)$$

С введением преобразований

$$\eta' = \int F(\xi) d\xi = G(\eta) \quad (41)$$

уравнение (40) принимает вид

$$f' + \frac{ff''}{f'} + \frac{k_0}{2\zeta_R} f = f_2(\eta) + \frac{k_0}{2} - \frac{I'_1}{\sigma_c}, \quad (42)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по  $\eta$ .

Из уравнений (41) и (35) следует

$$f_2(\eta) \equiv f_1(\xi). \quad (43)$$

Дифференциальное уравнение (42) в замкнутом виде не решается; вместо него для численных расчетов используется уравнение (40).

#### *Модифицированное уравнение для зоны присоединения*

Для зоны присоединения решение значительно проще, поскольку в области между  $\xi = \xi_R$  и лобовой стенкой уступа толщина слоя смешения приблизительно равна ширине  $\delta_j$  струи. Следовательно, уравнение (33) принимает вид

$$\frac{d\xi}{\xi M^2} = \frac{\gamma k (1 - \kappa_j) d\xi}{(\delta_j/\delta_S) \{1 - \kappa_j (1 - \delta_j^*/\delta_j)\}}. \quad (44)$$

Если на основании предположения 2 принять коэффициент  $k$  в зоне присоединения постоянным и близким к его значению в точке отрыва, то

$$F(\xi) d\xi = [\{\gamma k_0 (1 - \kappa_j) \sigma_c\} / (\xi_{c_{\max}} - I'_1)] \frac{d\xi}{\xi}. \quad (45)$$

Подробный вывод этого уравнения дается в приложении к работе [19]. Интегрируя уравнение (45), получаем

$$G(\xi_f) - G(\xi_R) = f_j \ln(\xi_f/\xi_R), \quad (46)$$

где

$$f_j = \{\gamma k_0 (1 - \kappa_j) \sigma_c\} / (\xi_{c_{\max}} - I'_1) \quad (47)$$

— постоянная величина при заданном значении  $M$ .

Индекс  $f$  соответствует значениям на лобовой поверхности уступа,  $\xi_f$  определяется через значения  $\xi_R$ , а  $\xi_R$  — с помощью си-

стемы уравнений (40) и  $\zeta_R F_1(\xi_R) = \lambda \int_0^{\zeta_R} F_1(\xi) dy$ , которые будут рассмотрены позднее. Однако значение  $\zeta_f$  остается неопределенным. Из экспериментальных данных [24] следует, что

$$\zeta_f - \zeta_R \approx 1 \div 2.$$

В различных исследованиях было установлено, что ширина области отрыва составляет одну — две толщины пограничного слоя. Таким образом, ширина области присоединения может быть равна ширине области отрыва.

#### Уравнение баланса массы

В соответствии со схемой течения, приведенной на фиг. 47, поток массы обратного течения в точке  $\xi = \zeta_R$  области присоединения, обусловленный возрастанием давления в этой области, должен быть равен потоку массы, поступающему из области отрыва (застойной зоны) в слой смешения вдоль нижней границы. Следовательно,

$$\int_{-\infty}^{y_0} \rho_R u_R dy = \int_0^{x_R} \rho_d v_d dx. \quad (48)$$

На основании предположения 3 из уравнения состояния для совершенного газа следует

$$\rho/\rho_e = 1/(T/T_e) = 1/\{T^* (T_r/T_e)\}, \quad (49)$$

где  $T^* = T/T_r$ ,  $T_r$  — некоторая характерная температура (ее определение дается в работе [25]). Используя это определение  $T_r$ , Василиу [26] нашел, что

$$(\rho/\rho_e)_R = \{1/^{1/2} \{(T_w/T_s) + 1\} [1 + \{(\gamma - 1)/2\} M_{eR}^2]\} \times \\ \times [1/\{1 + \bar{h} (2u^* - 1) - 4w_0^2 u^{*2}\}]. \quad (50)$$

Если ввести параметр струи  $\xi_c = \sigma_c (y/x)$  (приложение к работе [21]), то уравнение (50) принимает вид

$$(\rho_e u_e)_R \frac{\xi_R}{\sigma_c} \int_{-\infty}^{\xi_{e0}'} \frac{\rho_R u_R}{(\rho_e u_e)_R} d\xi_c = \\ = \rho_\infty u_\infty \frac{(\rho_e u_e)_R}{\rho_\infty u_\infty} \frac{\xi_R}{\sigma_c} I_3 / \left\langle \frac{1}{2} \{(T_w/T_s) + 1\} [1 + \{(\gamma - 1)/2\} M_{eR}^2] \right\rangle, \quad (51)$$

где

$$I'_3 = \int_0^{\xi_{c0'}} \frac{u^* d\xi_c}{1 + h(2u^* - 1) - 4w_0^2 u^{*2}}$$

и  $\xi_{c0'}$  — координата разделяющей линии тока. В предположении  $T_d = T_w$

$$\frac{\rho_d}{\rho_e} = \frac{T_e}{T_d} = 1/(T_w/T_s) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) \quad (52)$$

и из соотношения для косога скачка уплотнения

$$\begin{aligned} \frac{\rho_e u_e}{\rho_\infty u_\infty} \frac{1}{1 + \{(\gamma-1)/2\} M_e^2} = \\ = \frac{\xi_{rS}}{1 + \{(\gamma-1)/2\} M_\infty^2} \times \left\{1 - \frac{2(\xi^2 r_S^2 - 1)}{M_\infty^2 \{(\gamma+1)\xi_{rS} + (\gamma-1)\}}\right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (53)$$

Теперь, подставляя (52) и (53) в правую часть уравнения (48), получаем

$$\begin{aligned} \rho_\infty u_\infty \int_0^{\xi_R} \frac{\rho_e u_e}{\rho_\infty u_\infty} \frac{\rho_d}{\rho_e} \frac{v_d}{u_e} d\xi = \frac{\rho_\infty u_\infty}{(T_w/T_s) \left\{1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)\right\} M_\infty^2} \int_0^{\xi_R} \frac{v_d}{u_e} \xi_{rS} \times \\ \times \left[1 - \frac{2(\xi^2 r_S^2 - 1)}{M_\infty^2 \{(\gamma+1)\xi_{rS} + (\gamma-1)\}}\right]^{1/2} d\xi. \end{aligned} \quad (54)$$

Правые части уравнений (51) и (54) равны, а выражение для произведения  $(\rho_e u_e)_R$  подставляется из уравнения (53).

В итоге получаем

$$\begin{aligned} (\xi_R/\sigma_c) \left\langle I'_3 \left[ \frac{1}{2} \{(T_w/T_s) + 1\} \right] \right\rangle \xi_{rS} \times \\ \times \left[1 - \left\langle \frac{2(\xi^2 r_S^2 - 1)}{M_\infty^2 \{(\gamma+1)\xi_{rS} + (\gamma-1)\}} \right\rangle \right]^{1/2} = \\ = \frac{1}{T_w/T_s} \int_0^{\xi_R} v_d^* \xi_{rS} \times \left[1 - \frac{2(\xi^2 r_S^2 - 1)}{M_\infty^2 \{(\gamma+1)\xi_{rS} + (\gamma-1)\}}\right]^{1/2} d\xi, \end{aligned} \quad (55)$$

где  $v_d^*$  — безразмерная нормальная составляющая скорости газа, поступающего в слой смешения, а  $v^* = v/u_e$ . Хотя  $v_d^*$  может изменяться вдоль границы, Василиу предположил  $v_d^* = \text{const}$ .

Полагая

$$F_1(\xi) = \xi_{rS} \left[1 - \frac{2(\xi^2 r_S^2 - 1)}{M_\infty^2 \{(\gamma+1)\xi_{rS} + (\gamma-1)\}}\right]^{1/2} \quad (56)$$

и

$$\xi_R F_1(\xi_R) = \lambda \int_0^{\xi_R} F_1(\xi) d\xi, \quad (57)$$

где

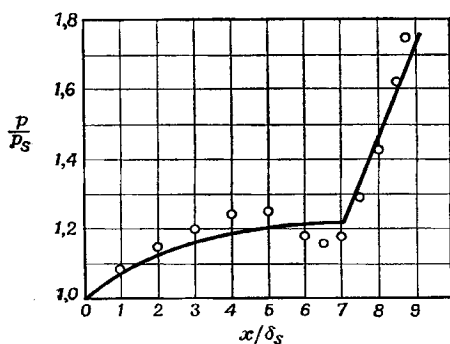
$$\lambda = (v_d^* \sigma_c / 2I_s) [(T_w/T_s) + 1] / (T_w/T_s), \quad (58)$$

можно определить  $v_d^*$  с помощью метода работы [25]. Согласно результатам работы [27],

$$\sigma_c v_d^* = \frac{1}{2(1-\bar{h})} (0,849 + 0,184\bar{h} + 0,698w_0^2). \quad (59)$$

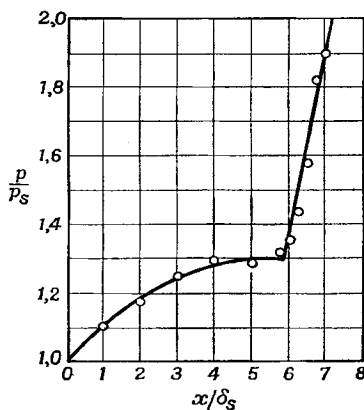
Значения  $\xi_R$  рассчитаны с помощью вычислительной машины. Зная  $\xi_R$ , можно рассчитать распределение давления в зоне присоединения.

Распределение давления в области отрыва рассчитывается численно с использованием уравнений (40) и (57).



Ф и г. 48. Распределение давления перед уступом;  $M_\infty = 2,90$  [21].

○ экспериментальные данные [24]; — расчет.



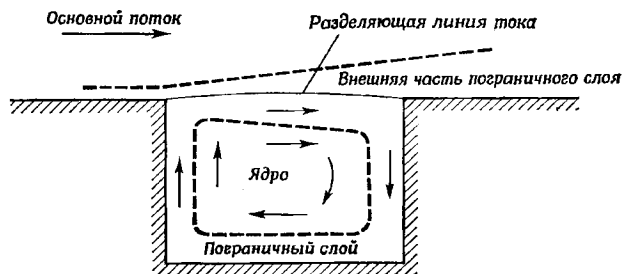
Ф и г. 49. Распределение давления перед уступом;  $M_\infty = 3,85$  [21].

○ экспериментальные данные [24]; — расчет.

Экспериментальные данные работы [24] согласуются с расчетными результатами Василиу (фиг. 48, 49). Расчет Василиу отрывного течения перед уступом довольно сложен, но осуществим, так что отрывное течение при сверхзвуковых скоростях можно проанализировать и рассчитать по крайней мере при отрыве потока, вызванном уступом.



Другой способ расчета течения в вырезе предложен Сквайром [28]. Используя идею Бэтчелора [29], Сквайр предложил расчленить каверну на «ядро» и пограничный слой вокруг него (фиг. 50). Течение в каверне поддерживается напряжением трения внешнего потока, действующего на граничную линию тока каверны. Хотя ядро может быть мало по сравнению с протяженностью пограничного слоя, во многих случаях применима концепция течения в каверне, состоящей из центрального ядра, окру-



Ф и г. 50. Течение в каверне с ядром [28].

женной пограничным слоем. Сквайр [28] не анализировал течение в каверне. Вместо этого он рассчитал течение, которое может возникнуть внутри кругового цилиндра с частично неподвижными и частично движущимися стенками. В результате он получил, что максимум скорости внутри каверны может достигать  $\sim 30\%$  от скорости внешнего потока.

## 2. ОТРЫВНЫЕ ПУЗЫРИ

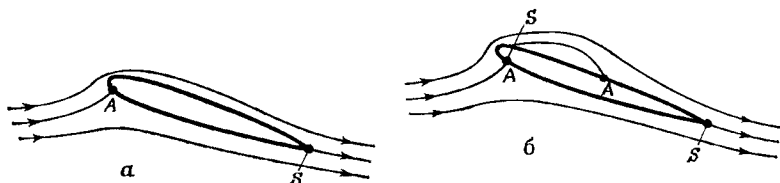
Для удобства изучения отрывных пузырей производится в два этапа: общие свойства и особенности течения в отрывных пузырях.

### 2.1. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ОТРЫВНЫХ ПУЗЫРЕЙ

В прошлом исследование отрывных пузырей в большинстве случаев ограничивалось рассмотрением пузыря, образующегося на верхней поверхности крылового профиля вблизи передней кромки. При отрыве потока вблизи задней кромки крылового профиля существует одна линия присоединения вблизи передней кромки; однако при отрыве, сопровождающемся образованием пузыря, существуют две линии присоединения и две линии отрыва [30], как показано на фиг. 51.

Когда число Рейнольдса, вычисленное по толщине пограничного слоя, превышает некоторое значение, образуется пузырь.

При отрыве, сопровождающемся образованием пузыря, возможно последующее присоединение потока к поверхности, но если пузырь в ламинарном слое разрушается, то происходит срыв с передней кромки. Существуют два вида пузырей: короткие и длинные. Короткий пузырь расположен между точками отрыва и присоединения, и воздух в нем вовлечен в циркуляционное движение. Этот пузырь разрушается, сжимаясь, например, при возрастании угла атаки. Затем поток полностью отрывается от поверхности без



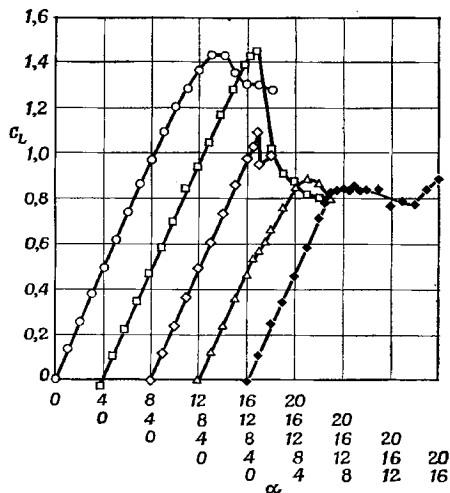
Ф и г. 51. Два типа вязкого обтекания профиля [30].

последующего присоединения. Длина пузыря небольшая, например, на крыловом профиле она имеет порядок 1% от длины хорды, и пузырь не оказывает существенного влияния на распределение давления. Однако при разрушении пузыря происходит срыв, приводящий к резкой потере подъемной силы и к возрастанию сопротивления. Длинный пузырь, длина которого сравнительно велика (2 или 3% от длины хорды), разрушается аналогичным образом, однако без последующего полного срыва потока; оторвавшийся поток движется над поверхностью тела и затем присоединяется ниже по течению или у задней кромки. При наличии длинного пузыря распределение давления изменяется, однако потери подъемной силы незначительны.

Отрывный пузырь способствует турбулизации пограничного слоя ниже по течению. Это случай так называемого срыва с задней кромки. Все три случая (короткие и длинные пузыри, а также срыв с задней кромки) изучены Маккаллохом и Голтом [31] для толстого крылового профиля (NACA 63-018) и некоторых других крыловых профилей (фиг. 52). На таком толстом крыловом профиле короткий пузырь образуется при умеренных углах атаки и сжимается, но не разрушается до достижения максимальной подъемной силы вследствие перемещения точки отрыва турбулентного слоя вверх по потоку. Образование короткого пузыря возможно только в определенном интервале чисел Рейнольдса, зависящем от распределения давления, кривизны и неровностей поверхности, а также от турбулентности набегающего потока.

Хотя простое объяснение образования короткого пузыря, данное Денхоффом [32], нельзя считать достаточно точным для коли-

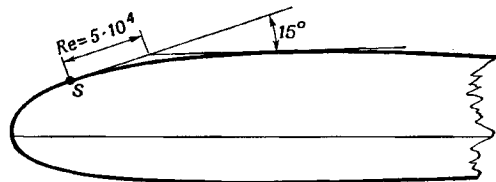
качественных оценок, тем не менее оно до сих пор позволяет качественно объяснить влияние числа Рейнольдса на срывные характеристики крылового профиля [31, 33]. На основе результатов



Фиг. 52. Коэффициент подъемной силы  $C_L$  профиля в зависимости от угла атаки  $\alpha$ ;  $Re = 5,8 \cdot 10^6$  [31].

Тип профиля:  $\circ$  NACA 63-018;  $\square$  NACA 63-012;  $\diamond$  NACA 63-009;  $\triangle$  NACA 64A006;  $\blacklozenge$  ромбовидный профиль.

присоединения. Отрыв возникает, если положительный градиент давления достаточно велик, а присоединение происходит, когда



Фиг. 53. Короткий пузырь [32].  
Крыловой профиль NACA 2412.

потoku сообщается энергия, противодействующая диссипации, которая достаточна для поддержания циркуляционного течения, т. е. поток становится турбулентным. Последующее присоеди-

измерений на пластине при наличии положительного градиента давления Денхофф заключил, что отрывное течение направлено по касательной к поверхности от точки отрыва и что переход происходит в отрывном течении. Последующее развитие турбулентного течения является причиной присоединения потока к поверхности. На фиг. 53 приведены схема и размеры ламинарного отрывного пузыря треугольной формы.

Из точки отрыва по касательной к поверхности отложен отрезок длиной  $5 \cdot 10^4 \nu / u_{eS}$ , где  $u_{eS}$  — скорость на границе пограничного слоя в точке отрыва; затем из конца этого отрезка под углом  $15^\circ$  к нему проведена другая линия для нахождения точки

ние зависит от числа Рейнольдса, и если число Рейнольдса потока больше некоторого критического значения, поток становится неустановившимся, усиливается циркуляционное течение и поток присоединяется [34]. Тани [35] предложил в качестве критического значения  $Re_{\theta \text{ крит}} = u_{eS} \theta / \nu = 210$ . На основе изучения большого числа имеющихся экспериментальных данных Оуэн и Кленффер [36] связали образование пузыря с числом Рейнольдса, вычисленным по толщине пограничного слоя. Если число Рейнольдса в точке отрыва  $Re_{\delta_S^*} = u_{eS} \delta_S^* / \nu$  больше 400—500, образуется короткий пузырь; если же  $Re_{\delta_S^*}$  меньше, чем  $Re_{\delta_{\text{крит}}^*}$ , образуется длинный пузырь ( $\delta_S^*$  — толщина вытеснения пограничного слоя в точке отрыва). Голт [37] показал, однако, что не существует универсального значения  $Re_{\delta_S^*}$  для определения момента разрушения короткого пузыря. Поток с  $Re_{\delta_S^*}$  до разрушения, большим 500, будет иметь  $Re_{\delta_S^*}$ , меньший 500, как только разрушится короткий пузырь. Из наблюдений Голта следует, что  $Re_{\delta_S^*}$  — сомнительный параметр для предсказания разрушения короткого пузыря. В качестве критерия разрушения может быть использован коэффициент восстановления давления  $\sigma = \Delta p / ((\rho/2) u_{eS}^2)$ , где  $\Delta p$  — приращение давления между точками отрыва и присоединения. Когда  $\sigma$  достигает значения, близкого к 0,35, короткий пузырь внезапно разрушается и образуется длинный пузырь [38].

Используя упрощенную модель ламинарного несжимаемого течения около пластины с уступом и предполагая справедливыми обычные допущения ламинарного пограничного слоя, можно рассчитать нарастание вязкого слоя, получив в результате

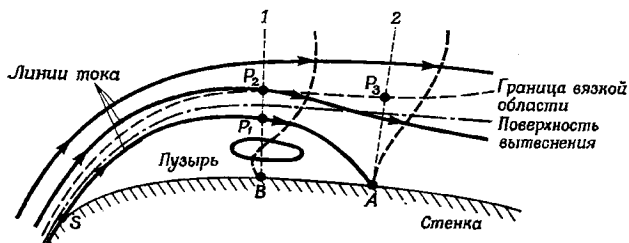
$$l/\delta_S^* = Re_{\delta_S^*} \{ (n+1)^2 - 1 \} / 3,$$

где  $l$  — длина отрывного пузыря,  $n$  — отношение высоты уступа к толщине вытеснения  $\delta_S^*$  в точке отрыва ( $n = h/\delta_S^*$ ) [39]. Согласно этому уравнению, длина ламинарного отрывного пузыря возрастает с ростом  $Re_{\delta_S^*}$ ; при турбулентном течении результат противоположен [36]. Таким образом, это явление нуждается в дальнейшем исследовании. Обобщая упомянутые выше экспериментальные результаты, можно заключить, что короткий пузырь существует, если  $Re_{\delta_S^*} > 500$  и  $\sigma < 0,35$ .

## 2.2. ПОДРОБНАЯ КАРТИНА ТЕЧЕНИЯ В ОТРЫВНЫХ ПУЗЫРЯХ

Подробная картина течения в отрывном пузыре, образующемся при ламинарном обтекании крылового профиля, показана схематически на фиг. 54 [30]. Отрывной пузырь можно расчленить

на три части: вязкое течение внутри пузыря, область турбулентного смешения вблизи присоединения и невязкий внешний поток. Решения для каждой из этих трех областей не могут быть единственными сами по себе, и только путем сращивания всех трех решений можно получить единственное решение. Однако приближенное решение можно получить для каждой области при соответствующем приближенном учете их взаимодействия между собой. Предполагается, что пузырь замкнут, так что «нулевая» линия тока отходит от поверхности в точке  $S$  и присоединяется к ней в точке  $A$ . Пограничный слой имеет конечную толщину в точке  $S$ , и так как больше нет граничного условия, требующего обращения в нуль касательной составляющей скорости вдоль



Фиг. 54. Отрывной пузырь при ламинарном обтекании крылового профиля [30].

нулевой линии тока (как на твердой поверхности), свободный вязкий слой должен распространяться внутрь области, ограниченной нулевой линией тока. Таким образом внутри пузыря жидкость приходит в движение, и возникает циркуляционное течение, удовлетворяющее требованию непрерывности в замкнутом пузыре. Как показано на фиг. 54, в задней части пузыря линии тока сильно расходятся. Такое расхождение линий тока нельзя представить себе как ламинарный процесс при рассматриваемом числе Рейнольдса, в большей степени оно подобно турбулентному перемешиванию, как в случае внезапного возрастания поперечного сечения трубы. Следовательно, можно предположить, что вблизи сечения 1 или несколько ниже по потоку происходит переход к турбулентному течению. Профиль скорости в сечении 2 будет иметь характер профиля при отрыве с вертикальным начальным участком; однако он не обязательно идентичен обычному профилю в полностью развитом турбулентном пограничном слое. Давление между точками  $S$  и  $P_1$  почти постоянно, но между точками  $P_1$  и  $A$  сильно изменяется. Легко видеть, что обычный подход, применимый к пограничному слою, не решает проблемы, хотя некоторые

допущения теории пограничного слоя справедливы и в данном случае, например допущение о постоянстве статического давления в направлении нормали к поверхности.

### *Внутреннее течение в пузыре*

Внутреннему течению в пузыре посвящено немного работ. При рассмотрении этой проблемы полезны работы Сквайра [28] и Бэтчелора [29], в которых предполагалось наличие «ядра» с постоянной завихренностью, окруженного вязким слоем, для которого справедливы допущения теории пограничного слоя. Однако эти работы следовало бы обобщить, дополнив рассмотрение предполагаемого окружающего ламинарного слоя анализом его устойчивости и определением точки перехода [30].

### *Область турбулентного смешения*

Упрощенная схема течения с пузырем около двумерного крылового профиля была изучена Норбури и Крэбтри [40], обратившими особое внимание на процесс присоединения при следующих допущениях: основной процесс смешения и соответствующее восстановление давления происходят в области  $P_1P_2P_3A$ ; профиль скорости в сечении  $P_1P_2$  — линейный, а профиль скорости в точке  $A$  имеет тот же вид, что и в точке отрыва. Жидкость, протекающая через сечение  $P_1P_2$  (сечение 1), расширяется и образует слой толщиной  $AP_3$  в сечении 2, в то время как скорость потока на верхней границе области смешения падает от  $V_1$  до  $V_2$  без потерь энергии.  $P_2P_3$  является линией тока, а через сечение  $BP_1$  жидкость в среднем не вытекает и не вытекает в соответствии с определением понятия границы пузыря. Кривизной поверхности профиля  $SBA$  можно пренебречь и, наконец,  $P_2P_3$  параллельна  $BA$ .

Из теоремы импульсов и уравнения неразрывности коэффициент восстановления давления  $\sigma$  в задней части пузыря задается в виде

$$\sigma = (p_2 - p_1) / \left( \frac{1}{2} \rho V_1^2 \right) = (C_{p_2} - C_{p_1}) / (1 - C_{p_1}).$$

Значение  $\sigma$  слабо изменяется с изменением отношения толщин  $\delta_A/\delta_B$  (где  $\delta_B = \overline{P_1P_2}$ ,  $\delta_A = \overline{AP_3}$ ), а также с изменением профиля скорости в сечении  $P_1P_2$ . Если

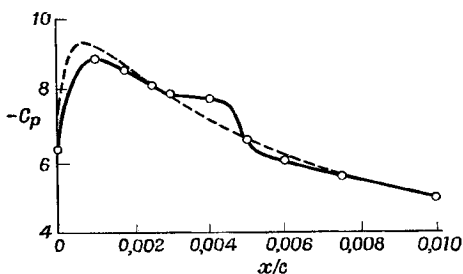
$$v_1/V_1 = a + (1 - a)(y/\delta_B)$$

и профиль в точке  $A$  соответствует  $v_2/V_2 = (y/\delta_A)^n$ , то в предельном случае ( $n = 1$ )  $\sigma$  изменяется от 0,37 до 0,45 при изменении постоянной  $a$  от 1,0 (линейный профиль) до 0,5. Подходящее значение  $\sigma$  можно получить из рассмотрения степени расширения

области турбулентного смешения между двумя параллельными потоками с различными скоростями. Когда прекращается рост давления в области турбулентного смешения (где-то в окрестности точки присоединения нулевой линии тока к стенке), толщина области смешения  $AP_2$  почти в 3 раза превосходит первоначальную толщину слоя жидкости, втекающей в область смешения ( $P_1P_2$  на фиг. 54) [41]. Это дает  $\sigma = 0,32$ . Анализ распределения давления на крыловом профиле со струйными закрылками, где отчетливо наблюдается длинный пузырь, показывает, что коэффициент  $\sigma$  приблизительно постоянен и близок к 0,35 [42].

### Внешний вязкий поток

Как упоминалось выше, короткий пузырь оказывает очень слабое влияние на распределение давления (фиг. 55) и, следовательно, на подъемную силу, сопротивление и продольный момент.



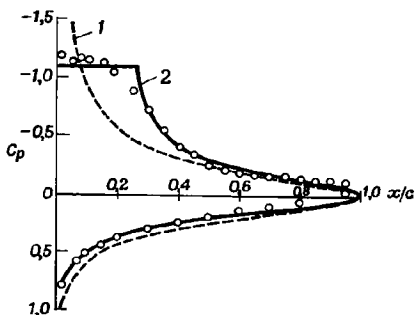
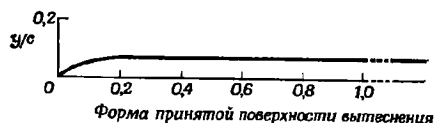
Ф и г. 55. Распределение давления в окрестности передней кромки профиля NASA 63-009, показывающее влияние короткого пузыря;  $C_L = 1,02$ ,  $Re = 5,8 \cdot 10^6$  [30]. — — — расчет для вязкого потока;  $\circ$  — экспериментальные данные (NASA TN 2502).

Поэтому исследования внешнего вязкого потока проводятся главным образом при наличии длинного пузыря. Маскелл [43] успешно решил задачу о внешнем течении в простейшем случае двумерной пластины. За длинным пузырем существует толстый пограничный слой и толстая область отрыва, которыми нельзя пренебрегать при решении задачи о внешнем течении. Поэтому Маскелл [43] рассматривает толщину вытеснения для области, состоящей из участка с постоянным давлением, который простирается по предположению до максимальной толщины пузыря, и участка с постоянной толщиной вытеснения, простирающегося до задней кромки, при этом область отрыва имеет почти постоянную толщину и плавно сходит с задней кромки, приближаясь к направлению основного потока вдали от кромки.

Распределение давления при наличии длинного пузыря определяется с учетом толщины профиля. Это делается путем простого вычитания измеренного распределения давления при нулевой подъемной силе. Единственное решение можно получить при использовании условия, следующего из расчета области турбулентного смешения при  $\sigma = 0,35$ . Это значение  $\sigma$  используется

и толстая область отрыва, которыми нельзя пренебрегать при решении задачи о внешнем течении. Поэтому Маскелл [43] рассматривает толщину вытеснения для области,

для выбора физически возможного решения из бесконечно большого числа математических решений Маскелла [43], так что распределение давления за пузырем стремится к распределению, соответствующему безотрывному обтеканию с таким же коэффициентом подъемной силы. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для длинного пузыря приведено на фиг. 56.

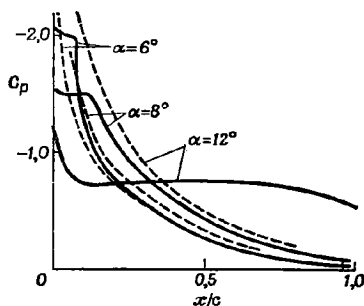


Фиг. 56. Распределение давления по крыловому профилю *NACA 64A-006*, показывающее влияние длинного пузыря [30].

1 — безотрывное течение в окрестности передней кромки плоской пластины,  $\alpha = 7^\circ$ ,  $C_L = 0,76$ ; 2 — теория для плоской пластины,  $\alpha = 7^\circ$ ,  $C_L = 0,75$ ;  $\circ$  экспериментальные данные при  $\alpha = 7^\circ$ ,  $C_L = 0,75$  с учетом влияния толщины профиля путем вычитания данных при  $\alpha = 0^\circ$ .

В случае, соответствующем фиг. 56, предполагается,

распределение давления по верхней поверхности профиля *RAE* толщиной 6% при наличии длинного пузыря [30].



Фиг. 57. Влияние угла атаки на распределение давления по верхней поверхности профиля *RAE* толщиной 6% при наличии длинного пузыря [30].

— экспериментальные данные,  $Re = 2,5 \cdot 10^6$ ; - - - - расчет для невязкого потока.

что турбулентное смешение происходит практически вблизи точки, расположенной на 45% длины орды, где распределения давления и нагрузки при наличии пузыря стремятся к соответствующим распределениям при безотрывном обтекании. Таким образом,  $C_{p_2} = -0,35$  и  $C_{p_1} = (C_{p_2} - \sigma)/(1 - \sigma) = -1,1$  при  $\sigma = 0,35$ . При определении  $C_p$  и положения точки присоединения возникают некоторые трудности.

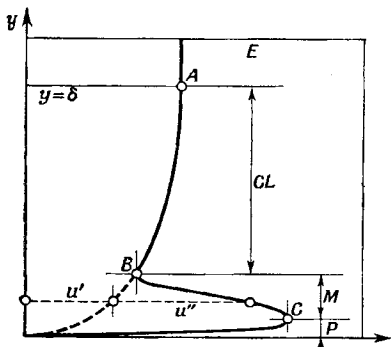
Как видно из фиг. 56 и 57, длинный пузырь оказывает большое влияние на распределение давления.

Большой рост сопротивления при наличии длинного пузыря обусловлен исчезновением пика разрежения вблизи передней кромки, а смещение центра давления связано с постепенным удлинением пузыря при возрастании угла атаки. Для дальнейших



исследований представляется важной проблема о бафтинге, вызванном отрывом с образованием длинного пузыря.

Проблему ламинарного отрывного пузыря можно кратко охарактеризовать следующим образом [44]: пузырь образуется, когда число Рейнольдса пограничного слоя при отрыве превосходит некоторое критическое значение (критерий Тани [34], Оуэна и Кленфера [36]), давление, восстанавливаемое в процессе присоединения, меньше некоторого критического значения (критерий Крэбтри [30]). Условие течения, предшествующее срыву потока с передней кромки, таково, что первый критерий выполняется, но второй критерий до некоторой степени нарушается. Первый критерий связан с переходом к турбулентному течению в области отрыва, в то время как второй связан с максимально возможным значением напряжения трения в области турбулентного смещения, противодействующего перепаду давления.



Фиг. 58. Профиль скорости в пограничном слое при вдуве струи [46].

Поверхности с сильно возрастающим давлением может быть достигнуто путем вдува струи вдоль стенки против обратного градиента давления [46].

Как видно из фиг. 58, благодаря вдуву струи профиль скорости вблизи поверхности тела изменяется, а энергия жидкости увеличивается. Каррье и Эйхельбреннер [46] исследовали эту проблему. В зоне  $M$  в основном происходит смещение и присоединение, в зоне  $P$  велико влияние трения. Профиль скорости в этой зоне соответствует профилю в обычном пограничном слое, описываемому степенным законом  $u/u_e = (y/\delta)^{1/n}$ .

В зоне  $CL$  профиль скорости представляется степенным законом, а зона  $E$  — поле невязкого течения. Точки  $B$  и  $C$  соответствуют минимуму и максимуму скорости.

При некоторых условиях присоединившийся поток вновь отрывается от поверхности тела. При повторном отрыве присоединяющегося турбулентного пограничного слоя возможен срыв всего потока, по крайней мере при умеренных и высоких числах Рейнольдса [47, 48], и этот факт был подтвержден экспериментально. Известны два различных механизма внезапного срыва: механизм,

Прежде чем закончить эту главу, упомянем о некоторых интересных явлениях присоединения и повторного отрыва. Присоединение потока к

связанный с разрушением пузыря, и механизм, связанный с повторным отрывом турбулентного пограничного слоя. Существует критическое значение  $Re_{\theta_s} = 300$ , выше которого наблюдаемые внезапные срывы обусловлены повторным отрывом; ниже этого значения срывы обусловлены разрушением пузыря [49].

## ЛИТЕРАТУРА

1. D o e n h o f f A. E., A Preliminary Investigation of Boundary Layer Transition along a Flat Plate with Adverse Pressure Gradient, NACA TN 639, 1938.
2. G i n o u x J. J., The Existence of Three-dimensional Perturbations in the Reattachment of a Two-dimensional Supersonic Boundary Layer After Separation, AGARD Rept 272, NATO Advisory Group for Aeronautical Research and Development, 1960.
3. T a n i I., I u c h i M., K o m o d a H., Experimental Investigation of Flow Separation Associated with a Step or a Groove, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Rept № 364, April 1961.
4. W i e g h a r d t K., Erhöhung des turbulenten Reibungswiderstandes durch Oberflächenstörungen, *ForschHft, Schiffstech.*, № 2, p. 65—81 (1953).
5. T i l l m a n n W., Neue Widerstandsmessungen an Oberflächenstörungen in der turbulenten Reibungsschicht, *ForschHft. Schiffstech.*, № 2, p. 81—88 (1953).
6. R o s h k o A., Some Measurements of Flow on a Rectangular Cutout, NACA TN 3488, 1955.
7. C h a p m a n D. R., K u e h n D. M., L a r s o n H. K., Investigation of Separated Flows in Supersonic Streams with Emphasis on the Effect of Transition, NACA TN 3869, 1957.
8. C h a r w a t A. F., R o o s J. N., D e w e y F. C., Jr., H i t z J. A., An Investigation of Separated Flows, *J. Aerospace Sci.*, 28, № 6, 7 (1961).
9. K r i s h n a m u r t y K., Acoustic Radiation from Two-dimensional Rectangular Cutouts in Aerodynamic Surfaces, NACA TN 3487, Aug. 1955.
10. B o g d o n o f f S. M., V a s I. E., Hypersonic Separator Flows, IAS Paper № 59—139, presented at the 7th Anglo-American Aeronautical Conference, N.Y., Oct. 5—7, 1959.
11. G a d d G. E., C o p e W. F., A t t r i d g e J. L., Heat Transfer and Skin Friction Measurements at a Mach number of 2.44 for a Turbulent Boundary Layer on a Flat Surface and in Regions of Separated Flow, ARC 20472 FM 2741, Oct. 1958.
12. B o g d o n o f f S. M., K e p l e r C. E., Separation of a Supersonic Turbulent Boundary Layer, *J. Aeronaut Sci.*, 22, № 6, p. 414—425 (June 1955).
13. L e e s L., Interaction between the Laminar Boundary Layer Over a Plane Surface and an Incidence Oblique Shock Wave, Rept 143, Princeton Univ. Aero. Eng. Lab., Jan. 24, 1949.
14. C h a p m a n D. R., Laminar Mixing of a Compressible Fluid, NACA TN 1800, 1949.
15. K o r s t H. H., P a g e R. H., C h i l d s M. E., A Theory of Base Pressure in Transonic and Supersonic Flow, University of Illinois Experiment Station, March 1955; также ASME Paper 56-APM-30, 1956.
16. J o h a n n e s e n N. H., Experiments on Supersonic Flow Past Bodies of Revolution with Angular Gaps of Rectangular Section, *Phil. Mag.* (7), 46, № 372, p. 31—39 (1955).
17. M a i r W. A., Experiments on Separation of Boundary Layers on Probes in Front of Blunt-nosed Bodies in a Supersonic Air Stream, *Phil. Mag.* (7), 43, № 343, p. 695—716 (1952).

18. Beastall D., Turner J., The Effect of a Spike Protruding in Front of a Bluff Body at Supersonic Speeds, ARC R&M, 3007, Jan. 1952.
19. Thomann H., Measurements of Heat Transfer and Recovery Temperature in Regions of Separated Flow at a Mach Number of 1.8, Rept 82, the Aero Research Inst. of Sweden, 1959.
20. Николь, Исследование ламинарного гиперзвукового течения в выемке, *Ракетная техника и космонавтика*, № 9 (1964).
21. Vasilii J., Pressure Distribution in Regions of Step-induced Turbulent Separation, *J. Aerospace Sci.*, 29, № 5, p. 590—601 (1962).
22. Chapman D. R., An Analysis of Base Pressure at Supersonic Velocities and Comparisons with Experiment, NACA Rept 1051, 1951.
23. Crocco L., Lees L., A Mixing Theory for the Interaction between Dissipative Flows and Nearly Isentropic Streams, *J. Aeronaut. Sci.*, 19, № 10, p. 649—676 (1952).
24. Bogdonoff S. M., Some Experimental Studies of the Separation of Supersonic Turbulent Boundary Layers, Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Reprint, June 1955.
25. Crane L. J., The Laminar and Turbulent Mixing of Jets of Compressible Fluid, *J. Fluid. Mech.*, 3, Part 1 (1957).
26. Vasilii J., Local and Average Heat Transfer Coefficients for a Flat Surface in Regions of Step-induced Turbulent Separation in Supersonic Flow, Convair-Astronautics Rept, № AFR-009, May 1959.
27. Vasilii J., Pressure Distribution in Regions of Step-induced Turbulent Separation in Supersonic Flow, Convair-Astronautics Rept № AE-60-0485, June 1960.
28. Squire H. B., Note on the Motion Inside a Region of Recirculation (Cavity Flow), *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 60, 203—205 (1956).
29. Batchelor G. K., On Steady Laminar Flow with Closed Stream Lines at Large Reynolds Numbers, *J. Fluid Mech.*, 1, 177 (1956).
30. Crabtree L. F., Effects of Leading-edge Separation on Thin Wings in Two-dimensional Incompressible Flow, *J. Aeronaut. Sci.*, 24, № 8, p. 597—604 (1957).
31. McCullough G. B., Gault D. E., Examples of Three Representative Types of Airfoil Section Stall at Low Speed, NACA TN 2502, 1951.
32. Doenhoff A. E., A Preliminary Investigation of Boundary Layer Transition Along a Flat Plate with Adverse Pressure Gradient, NACA TN 639, 1938.
33. Bursnall W. J., Loftin L. K., Jr., Experimental Investigation of Localized Regions of Laminar Boundary Layer Separation, NACA TN 2338, 1951.
34. Maekawa T., Atsumi S., Transition Caused by the Laminar Flow Separation (in Japanese), *J. Soc. Appl. Mech. Japan*, 1, 187—192 (1948); также NACA TM 1352, 1952.
35. Tani I., Note on the Interplay between the Laminar Separation and the Transition from Laminar to Turbulent of the Boundary Layer (in Japanese), *J. Soc. Aero. Sci. Japan*, 6, 122—134 (1957).
36. Owen P. R., Klawfer L., On the Laminar Boundary Layer Separation from the Leading Edge of a Thin Airfoil, RAE Rept Aero, 2508, 1953; также CP № 220, 1955.
37. Gault E. E., An Experimental Investigation of Regions of Separated Laminar Flow, NACA TN 3505, 1955.
38. Crabtree L. F., Formation of Regions of Separated Flow on Wings Surfaces. Part II: Laminar Separation Bubbles and the Mechanism of the Leading-edge Stall, RAE Rept Aero. 2578, 1957; также Part II of ARC R&M № 3122, 1959.
39. Cramer K. R., On Laminar Separation Bubble, *J. Aeronaut. Sci.*, 25, № 2, 143—144 (1958).

40. N o r b u r y J. F., C r a b t r e e L. F., A Simplified Model of the Incompressible Flow Past Two-dimensional Aerofoils with a Long Bubble Type and Flow Separation, RAE Tech. Note Aero. 2352, June 1955.
41. K u e t h e A. M., Investigation of the Turbulent Mixing Regions Formed by Jets, *J. Appl. Mech.*, 2, 87—95 (1935).
42. D i m m o c k N. A., Some Further Jet Flap Experiments, NGTE Memo, № M255, May 1956.
43. M a s k e l l E. F., A Theoretical Treatment of the Thin-aerofoil Stall (неопубликованное сообщение).
44. B u t l e r S. F. J., Low Speed Tests of a 6% Thick RAE 101 Aerofoil Section (неопубликованное сообщение).
45. T a n i I., Critical Survey of Published Theories on the Mechanisms of Leading-edge Stall, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Rept 367, June 1961.
46. C a r r i e r e D., E i c h e l b r e n n e r E. A., Theory of Flow Reattachment by a Tangential Jet Discharging Against a Strong Adverse Pressure Gradient, Boundary Layer and Flow Control, Vol. 7, Pergamon Press, N.Y., 1961, p. 209—231.
47. W a l l i s R. A., Experiments with Air Jets to Control the Nose Stall on a 3 ft Chord NACA G4A006 Aerofoil., Aero. Res. Lab. (Australia), Aero Note № 139, 1954.
48. W a l l i s R. A., Boundary Layer Transition at the Leading Edge of Thin Wings and its Effect on General Nose Separation, preprint ICAS 2nd Congress, Zürich., Sept., 1960.
49. E v a n s W. T., M o r t K. W., Analysis of Computed Flow Parameters for a Set of Sudden Stalls in Low-speed Two-dimensional Flow, NACA TN D-85, 1959.
50. G a d d, H o l d e r, R e g a n, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, 226, 227—253 (1954).

## БИБЛИОГРАФИЯ

- Б а у м Е., Начальное развитие отрывного ламинарного струйного течения, *Ракетная техника и космонавтика*, № 1 (1964).
- B l o o m M. H., S t e i g e r M. H., Diffusion and Chemical Relaxation in Free Mixing, presented at the Institute of the Aerospace Sciences, 31st Meeting, N. Y., Jan. 21—23, 1963, IAS Paper № 63—67.
- B l u e J. E., Acoustic Cavitation and Bubble Instabilities, United States Navy Mine Defense Laboratory, Panama City, Florida, Research Rept 314, Dec. 1966.
- B o g d o n o f f S. M., V a s I. E., Some Experiments on Hypersonic Separated Flows, Aeronautical Research Laboratories, Office of Aerospace Research, ARL 63-92, 1962.
- Б а у е р м л., К а р т е р, Отрывное течение за обращенным назад уступом при наличии и при отсутствии горения, *Ракетная техника и космонавтика*, № 1 (1965).
- B r y s o n A. E., Symmetric Vortex Separation on Circular Cylinders and Cones, *J. Appl. Mech.*, 643—648 (Dec. 1959).
- B u r g g r a f O. R., Analytical and Numerical Studies of the Structure of Steady Separated Flows, *J. Fluid Mech.*, 24, Part 1, 113—151 (1966).
- C a r r i e r e P., S i r i e i x M., Résultats Récents dans l'Étude des Problèmes de Mélange et de Recollement, Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales, Chatillon-sous-Bagneux, Edition Provisoire, Aug.—Sept. 1964.
- Д е н и с о н, Б а у м, Сжимаемый свободный струйный пограничный слой с ненулевой начальной толщиной, *Ракетная техника и космонавтика*, № 2 (1963).

- Donaldson J. C., Myers A. W., Investigation of the Separation and Reattachment of Flow Downstream of Two-dimensional Rearward-facing Steps at Mach Numbers 2.5, 3.5 and 5, Aro. Inc., von Karman Gas Dynamics Facility, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-66-106, May 1966.
- Fox H., Zakkay V., Sinha R., A Review of Some Problems in Turbulent Mixing, New York University, School of Engineering and Science, NYU-AA-66-63, Sept. 1966.
- Fraser R. P., Eisenklam P., Wilkie D., Investigation of Supersonic Flow Separation in Nozzles, *J. Mech. Eng. Sci.*, 1, № 3 (1959).
- Friberg E. G., Measurement of Vortex Separation, Part I: Two-dimensional Circular and Elliptic Bodies, MIT AL TR 114, Aug. 1965.
- Friberg E. G., Measurement of Vortex Separation, Part II: Three-dimensional Circular and Elliptic Bodies, MIT AL TR 115, Aug. 1965.
- Gillette W. B., Separation Measurements of Supersonic Turbulent Boundary Layers Over Compression Corners, Defense Research Laboratory, the University of Texas, Austin, Texas, DRL-543, 21 July 1966, CR-26.
- Ginoux J. J., Effect of Mach Number on Streamwise Vortices in Laminar Reattaching Flows, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode-Saint-Génèse, Belgium, July 1965, Technical Note 26.
- Ginoux J. J., Investigation of Flow Separation Over Ramps At  $M_\infty = 3$ , von Karman Gas Dynamics Facility, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-65-273, Dec. 1965.
- Glass I. I., Korbacher G. K., Some Comments on the Shock-wave Position in a Nozzle, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 454—455 (July 1962).
- Graham W. J., Vas I. E., An Experimental Investigation of the Separation of a Hypersonic Boundary Layer of Flat Plate, Part 1: Pressure Distribution and Optical Studies at  $M = 11.7$ , Aeronautical Research Laboratories, ARL 63-74, May 1963.
- Green L., Jr., Nall K. L., Experiments on Porous-wall Cooling and Flow Separation Control in a Supersonic Nozzle, *J. Aero/Space Sci.*, 26, № 11, 689—697 (Nov. 1959).
- Guman W. J., On the Plateau and Peak Pressure of Regions of Pure Laminar and Fully Turbulent Separation in Two-dimensional Supersonic Flow, *J. Aero/Space Sci.*, p. 56 (Jan. 1959).
- Harper J. F., On Boundary Layers in Two-dimensional Flow with Vorticity, *J. Fluid Mech.*, 17, Part 1, 141—153 (Sept. 1963).
- Holden M., Separated Flow Studies at Hypersonic Speeds, Part I: Separated Flows Over Axisymmetric Spiked Bodies, Cornell Aeronautical Laboratory of Cornell University, N.Y., Dec. 1964.
- Holden M., Separated Flow Studies at Hypersonic Speeds, Part II: Two-dimensional Wedge Separated Flow Studies, CAL Rept № AF-1285-A-13(2), Dec. 1964.
- Holder D. W., On the Effect of Shock-induced Turbulent Separation on the Shockwave Position in a Nozzle, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 633—634 (Sept. 1961).
- Johnson V. E., Jr., Mechanics of Cavitation, Hydronautics, Inc., Research in Hydrodynamics, Aug. 1961.
- Johnson V. E., Jr., Report to the Fourteenth American Towing Tank Conference on Cavitation, Hydronautics, Inc., Research in Hydrodynamics, Sept. 9—11, 1965.
- Kaufman L. G., II, Meckler L., Pressure and Heat Transfer Measurements at Mach 5 and 8 for a Fin-flat Plate Model, Flight Control Lab., Aeron. Systems Div., Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Tech. Docum., Rept № ASD-TDR-63-235, April 1963.
- Kaufman L. G., II, Pressure Measurements for Mach Five Flows Over a Blunt Pyramidal Configuration with Aerodynamic Controls: Part of an

- Investigation of Hypersonic Flow Separation and Control Characteristics, Air Force Flight Dynamics Lab., Research and Technology Division, Tech. Docum. Rept № RTD-TDR-63-4239, Jan. 1964.
- К р а е м е р К., Die Druckverteilung am Keil bei inkompressibler Stroemung: ein Beitrag zum Totwasser Problem, *Mitt. Max-Planck-Inst. StrömForsch.*, № 30 (1964).
- К у е н D. M., Laminar Boundary Layer Separation Induced by Flares on Cylinders with Highly Cooled Boundary Layer at a Mach Number of 15, NASA TN D-2610, Jan. 1965.
- Л и з Л., Р и в з Б. Л., Сверхзвуковые отрывные и присоединяющиеся ламинарные течения, ч. I, Общая теория и применение ее для анализа взаимодействия скачка уплотнения с адиабатическим пограничным слоем, *Ракетная техника и космонавтика*, № 11 (1964).
- M a u l l D. J., E a s t L. F., Three-dimensional Flow in Cavities, *J. Fluid Mech.*, 16, 620 (1963).
- M a y A., H o o v e r W. R., A Study of the Water-entry Cavity, US Naval Ordnance Lab., Ballistics Research Rept. 121, NOLTR 63-264, March 1965.
- M o o r e T. W. F., Some Experiments on the Reattachment of a Laminar Boundary Layer Separating from a Rearward Facing Step on a Flat Plate Aerofoil, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 668 (Nov. 1960).
- R e v e l l J. D., G l e a s o n R. E., Turbulent Wall Pressure Fluctuations under Separated Supersonic and Hypersonic Flows, Air Force Flight Dynamics Lab., Research and Technology Div., Tech. Rept AFFDL-TR-65-77, Aug. 1965.
- R o u s e H., Distribution of Energy in Regions of Separation, *Houille Blanche, Rev. Ing. Hydraul.*, № 4 (June 1960).
- S e b a n R. A., E m e r y A., L e v y A., Heat Transfer to Separated and Reattached Subsonic Turbulent Flows Obtained Downstream of a Surface Step, *J. Aeronaut. Sci.*, 26, 809 (1959).
- T a n i I., Low Speed Flows Involving Bubble Separation, *Progress in Aeronautical Sciences*, 5, ed. by D. Küchemann and L.H.G. Sterne, Pergamon Press, 1964, p. 70—103.
- T a n n e r M., Totwasserbeeinflussung bei Keilströmungen, Deutsche Luft- und Raumfahrt, DLR FB 64—39, NW 1964.
- T a n n e r M., Zur Bestimmung des Totwasserwiderstandes mit Anwendung auf Totwasserhinterkeilen, *Mitt. Max-Planck-Inst. StrömForsch.*, № 31 (1964).
- U s e l t o n J. C., H a h n J. S., Drag Characteristics of Three Ballute Decelerators in the Wake of the Alarr Payload at Mach Numbers 2 to 4, von Karman Gas Dynamics Facility, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-65-218, Oct 1965.

## Глава VIII

### ТЕЧЕНИЕ В СЛЕДЕ

---

#### Обозначения

- $A$  — множитель; площадь донного среза;  
 $a$  — скорость звука; расстояние между геометрическим центром подобия и началом координат; коэффициент;  
 $B$  — множитель; постоянная;  
 $b$  — ширина;  
 $C$  — постоянная;  
 $c$  — коэффициент;  
 $\bar{c}$  — средняя скорость звука;  
 $C_{Df}$  — коэффициент сопротивления внутреннего турбулентного следа, отнесенный к параметрам набегающего потока;  
 $c_m$  — коэффициент потока массы;  
 $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;  
 $D$  — сопротивление; коэффициент диффузии компонентов; потеря импульса;  
 $E$  — полная энергия следа;  
 $F$  — сила;  
 $H$  — полное давление за прямым скачком; энтальпия торможения;  
 $H_0$  — полное давление в точке торможения за прямым скачком;  
 $h$  — размер донного среза; вертикальное расстояние между вихрями; энтальпия;  
 $h'$  — ширина следа;  
 $K$  — полная завихренность в единицу времени; постоянная;  
 $K_1$  — эмпирическая постоянная;  
 $K'$  — безразмерная величина;  
 $k$  — коэффициент теплопроводности;  
 $k_1, k_2, k_3$  — константы скорости прямой реакции;  
 $k_{1R}, k_{2R}, k_{3R}$  — константы скорости обратной реакции;  
 $L_x, L_y, L_z$  — масштабы длин в направлении осей  $x, y, z$ ;

- $L_u$  — динамическая длина;  
 $l$  — длина пластины, длина смещения; горизонтальное расстояние между вихрями;  
 $l_0$  — ширина следа по Таунсенду;  
 $M$  — число Маха;  
 $M$  — частица;  
 $m$  — преобразованная координата; индекс;  
 $\dot{m}$  — поток массы;  
 $n$  — частота; концентрация частиц, частиц/см<sup>3</sup>;  
 $p$  — статическое давление; показатель степени;  
 $q$  — скоростной напор; показатель степени;  
 $R_{i_j}$  — корреляционный коэффициент;  
 $r$  — расстояние от тела; радиус;  
 $r_n$  — радиус носовой части тела;  
 $r^* = r/r_n$ ;  
 $S$  — число Струхала;  
 $U_0$  — средняя скорость потока;  
 $U_x, U_y, U_z$  — масштабы скорости в направлении осей  $x, y, z$ ;  
 $\bar{U}$  — средняя по времени разность скоростей;  
 $u_s$  — скорость вихрей относительно скорости набегающего потока;  
 $V$  — скорость (трехмерная);  
 $v$  — скорость; компонента скорости, перпендикулярная  $u$ ; скорость диффузии компонентов;  
 $v^2 \sim \bar{u}^2 \sim \bar{v}^2 \sim \bar{w}^2$ ;  
 $w$  — составляющая скорости в направлении оси  $z$ ; полная ширина следа; скорость образования компонентов среды;  
 $x$  — координата в направлении потока; расстояние вдоль следа вниз по потоку;  
 $x_0$  — координата эффективного начала отсчета расстояния перехода;  
 $x_1, x_2$  — расстояние вниз по потоку от донного среза тела до первого появления неустойчивости и полностью развитой турбулентности соответственно;  
 $Y$  — ось следа;  
 $y$  — координата, перпендикулярная к  $x$ ;  
 $\bar{y} = y/d$ ;  
 $Z = \alpha_m Y_L$ ; число;  
 $\alpha$  — постоянная; константа скорости обратной реакции; параметр;  
 $\alpha_i$  — массовая доля компонента;  
 $\alpha_m$  — масштабный множитель;  
 $\beta$  — постоянная; отношение длины пути смещения

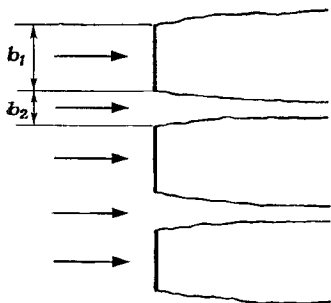


- к ширине следа; константа скорости прямой реакции;
- $\beta_x$  — доля сохраняющейся завихренности;
- $\delta$  — массовая постоянная; поперечный размер неоднородности;
- $\delta_m$  — преобразованная толщина вязкого слоя;
- $\varepsilon$  — коэффициент турбулентной вязкости;
- $\varepsilon_m$  — коэффициент тензора турбулентной диффузии;
- $\xi = Y_T/Y_{Tf}$ ;
- $\eta = y\sqrt{u_\infty/\nu x}$ ,  $\eta = y/x^q$ ; параметр потока массы;
- $\Theta$  — половина угла клина или конуса;
- $\theta$  — толщина потери импульса пограничного слоя; угол между направлением набегающего потока и касательной к поверхности; полный угол;
- $\lambda = K/u_\infty^2$ ;
- $\bar{\lambda}$  — средняя длина свободного пробега;
- $\mu$  — коэффициент динамической вязкости; относительное расстояние между вихрями;
- $\xi$  — относительное расстояние; безразмерная ордината  $(x - x_i)/d$ ;
- $\xi_1 = (x + a)/d$ ;
- $\xi_2 = y/\sqrt{d(x + a)}$ ;
- $\xi_3 = x/d$ ;
- $\xi_4 = y/d$ ;
- $(\xi_2)_0$  — значение  $\xi_2$ , при котором  $\bar{U}' = 0$ ;
- $\varphi = 1/\sqrt{\xi_1}$  или угол, измеряемый от передней критической точки;
- $\Omega$  — параметр перемежаемости.

### Индексы

- — усредненная по времени величина;
- $c$  — начальные условия, компонент;
- $e$  — местные условия на границе пограничного слоя или на границе турбулентного ядра (могут быть эквивалентны условию на бесконечности);
- $f$  — поверхность раздела;
- $i$  — начальное условие;
- $L$  — невязкий поток;
- $0$  — условия на оси;
- $1$  — параметр в основном потоке;
- $1/2$  — параметр на половине ширины следа.

Проблема течения в следе разделяется на две части: течение в следе при дозвуковых скоростях и течение в следе при сверхзвуковых скоростях. Течение в следе — явление очень сложное, поэтому начнем с того, что попытаемся охарактеризовать физику этого явления и связанные с ним задачи в целом. Течение в следе вязкое и не ограничено твердыми стенками, подобно струйному течению. Различие между этими двумя типами течений можно проиллюстрировать на примере обтекания решетки, составленной из перпендикулярных потоку пластин (фиг. 1).



Фиг. 1. Обтекание решетки плоских пластин [80].

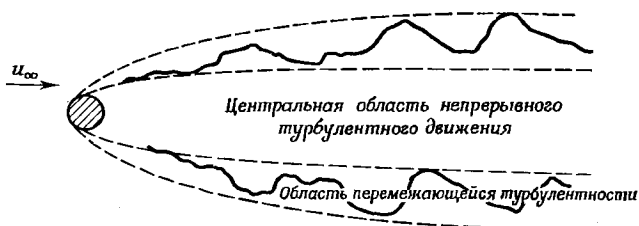
Если ширина пластины  $b_1$ , а расстояние между пластинами  $b_2$ , то отношение  $b_1/b_2$  можно использовать в качестве параметра, разграничивающего эти два течения. Если  $b_1/b_2$  мало, то каждую пластину можно рассматривать как помещенную в невозмущенный поток, а течение за ней можно назвать течением в следе. Но если  $b_1/b_2$  велико, то жидкость протекает через узкие отверстия в стенке, и такой поток можно назвать струей. Таким образом, след является неограниченным потоком за обтекаемым телом, который движется

со средней скоростью внешнего невозмущенного потока и простирается очень далеко вниз по потоку. Например, след корабля в спокойной воде и светящийся хвост — след, оставляемый оплавляющимся веществом, — за метеором можно наблюдать на протяжении многих миль. Длина следа зависит от характера потока, ламинарного или турбулентного, и от формы тела. Так как вдоль такого протяженного следа изменяются некоторые характеристики потока, расстояние вдоль следа используется при классификации особенностей течения.

В зависимости от расстояния от поверхности тела вниз по потоку в следе выделяют две области — ближний и дальний след. Например, при сверхзвуковых скоростях ближний след за цилиндром простирается примерно на 500 диаметров, а за ним начинается дальний след (в котором давление не сильно отличается от давления в невозмущенном потоке). Точнее, течение в следе подразделяется на самосохраняющееся и несамосохраняющееся. Термин «самосохраняющийся» относится к подобию структуры турбулентности и кинематических характеристик в процессе затухания. Однако подобие и самосохраняемость — не идентичные понятия. Понятием подобия пользуются в том случае, когда масштаб длины и масштаб скорости достаточны для определения

структуры турбулентности, в то время как «самосохранение» означает, что в процессе затухания подобие сохраняется в направлении потока.

Однако структура не обязательно должна быть одинаковой в различных затухающих турбулентных потоках, так как она определяется характерной длиной и скоростью. В двумерном дозвуковом следе течение является самосохраняющимся только в том случае, если изменения скорости по сечению потока меньше по сравнению со скоростью невозмущенного потока и если это условие выполняется в следе достаточно далеко вниз по потоку. При дозвуковых скоростях и малых числах Рейнольдса течение в следе за цилиндром на расстоянии 500—1000 диаметров является почти полностью самосохраняющимся, причем наиболее сильные отклонения от самосохраняющегося течения наблюдаются на протяжении 100 диаметров. Поэтому при больших числах Рейнольдса поток на расстоянии более 100 диаметров можно считать самосохраняющимся. Вблизи цилиндра, где течение в следе не является



Ф и г. 2. Мгновенная картина дозвукового течения в следе за цилиндром [68].

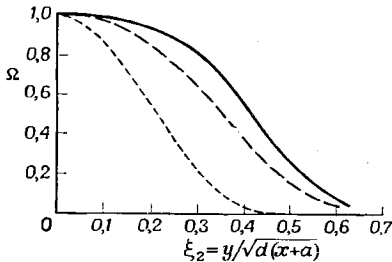
самосохраняющимся, существует высокий уровень энергии турбулентного движения, который монотонно и медленно падает вниз по потоку в основном из-за диссипации энергии в следе и частично из-за роста интенсивности турбулизации основного потока в результате более энергичного перемешивания. При числе Рейнольдса, превышающих  $5 \cdot 10^5$ , поток на поверхности цилиндра становится турбулентным и периодический характер циркуляции нарушается из-за быстрого распада периодической структуры вследствие взаимодействия с турбулентным движением [1].

На фиг. 2 показана мгновенная картина дозвукового течения в следе за цилиндром.

Как видно из фиг. 2, след можно расчленить также и в поперечном направлении на центральную и пограничную части.

В центральной части изменение кинетической энергии турбулентного движения, интенсивности ее рассеяния и вихревой вязкости весьма незначительно, и турбулентность практически одно-

родна и непрерывна во времени, поэтому эта часть потока называется центральной областью непрерывного турбулентного движения. В пограничной области кинетическая энергия турбулентного движения, интенсивность рассеяния энергии и вихревая вязкость резко уменьшаются в направлении к внешней границе и турбулентность становится перемежающейся. Степень перемежаемости определяется параметром  $\Omega$ , являющимся отношением промежутка времени,



Фиг. 3. Параметр перемежаемости  $\Omega$  в следе за круговым цилиндром [68].

—  $\xi_1 = 160$ ,  $Re_d = 8400$ ; - - -  $\xi_1 = 650$ ,  $800$ ,  $950$ ,  $Re_d = 1360$ ; - · - · - распределение средней скорости,  $Re_d = 1360$ ;  $x$  — координата с началом на оси цилиндра, параллельная невозмущенному течению и совпадающая с ним по направлению,  $y$  — координата, перпендикулярная  $x$ ;  $a$  — расстояние между геометрическим центром подобия и началом системы координат. (Для цилиндра  $a$  — расстояние, измеряемое вверх по потоку от оси цилиндра вдоль оси  $x$ .)

цилиндром устойчивое в интервале чисел Рейнольдса  $40 < Re_d < 150$ , где  $d$  — диаметр цилиндра. В этом интервале с ростом  $Re_d$  быстро возрастают числа Струхалия, определяемые по формуле  $S = nd/u_\infty$ , где  $n$  — частота, а  $u_\infty$  — скорость невозмущенного потока (фиг. 4).

Полуэмпирическая формула для этого интервала имеет вид [2]

$$S = 0,212 \left( 1 - \frac{21,2}{Re_d} \right)$$

или [3]

$$S = 0,195 \left( 1 - \frac{20}{Re_d} \right),$$

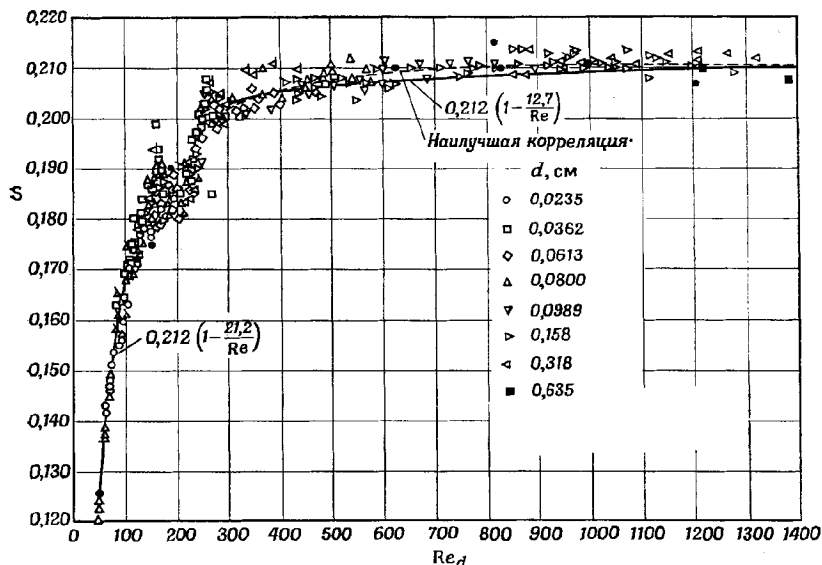
и получена на основе первоначальных исследований Струхалия [4]. Течение в следе в интервале  $300 < Re_d < 10\,000$  становится беспорядочным и  $S$  мало изменяется, пока беспорядочные турбулентные «пятна» накладываются на периодические отрывы потока.

в течение которого существует турбулентное движение, к полному времени. В центральной области непрерывного турбулентного движения  $\Omega = 1$  и затем уменьшается до 0 по мере приближения к внешней границе следа.  $\Omega$  резко падает от 1 на небольшом расстоянии от оси следа до нуля (фиг. 3). Таким образом, параметры потока в любой точке  $(x, y)$  следа могут быть выражены (и представлены графически) через независимую безразмерную переменную вида  $y/\sqrt{d(x+a)}$ .

В следе можно также выделить три различных режима течения — устойчивое, нерегулярное и переходное — в зависимости от числа Рейнольдса. Например, при дозвуковых скоростях течение в следе за ци-

В промежуточном интервале  $150 < Re_d < 300$  вследствие беспорядочного схода вихрей не установлено каких-либо законов для частоты схода (фиг. 4).

При сверх- и гиперзвуковых скоростях в следе образуются скачки уплотнения и происходит аэродинамический нагрев, однако результаты исследования течения в следе при малых скоростях



Ф и г. 4. Число Струхала  $S$  в зависимости от числа Рейнольдса  $Re_d$  (цилиндр) [2].

Значки с «хвостиками» указывают, что скорость вычислялась по частоте схода вихрей со второго цилиндра; ● — результаты Коважного.

могут быть использованы при решении задач о следе при сверх- и гиперзвуковых скоростях благодаря некоторому подобию течений. Возможно также применение соотношений подобия, полученных для сверх- и гиперзвуковых скоростей, при решении задач о дозвуковом следе.

Как упоминалось в гл. I, семь характерных свойств течения в следе при гиперзвуковых скоростях подобны свойствам течения в следе при дозвуковых скоростях [5].

Однако, как показали Лиз и Хромас, другие четыре свойства течения при гиперзвуковых скоростях отличны от соответствующих свойств при дозвуковых скоростях [6] (гл. I). Более того, при дозвуковых скоростях течение в следе за тупоносим телом

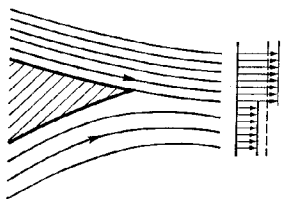
(как уже упоминалось) изменяется по времени, вихревая система сильно развита, и основная частота пропорциональна скорости набегающего потока. Но с увеличением числа Маха набегающего потока начинает сказываться сжимаемость среды и наблюдаются существенные изменения в донной области: исчезает явно выраженный при дозвуковых скоростях периодический характер течения и устанавливается стационарная сверхзвуковая картина течения. Дальнейшее увеличение числа Маха при больших числах Рейнольдса не вызывает качественных изменений в области ближнего следа. При высоких числах Маха вязкие и невязкие области течения подчиняются хорошо известному гиперзвуковому закону стабилизации, и параметры следа не зависят от числа Маха, если  $M_\infty \delta$  достаточно велико, где  $\delta$  — угол между направлением набегающего потока и местным углом наклона поверхности тела [7].

При сверх- и гиперзвуковых скоростях появляется так называемое «горло» — наименьшее сечение следа.

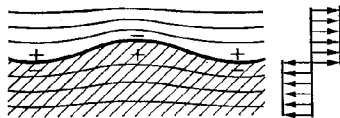
В прошлом подробнее всего было исследовано течение в следе за круговым цилиндром, ось которого перпендикулярна скорости набегающего дозвукового потока. Поэтому здесь будет рассматриваться в основном двумерный след за цилиндром. Однако, чтобы продемонстрировать основные свойства течения в следе, рассмотрим прежде двумерный след за плоской пластиной при дозвуковых скоростях, а также двумерный след за затупленной задней кромкой при дозвуковых и трансзвуковых скоростях.

## 1. ТЕЧЕНИЕ В СЛЕДЕ ПРИ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Этой классической гидроаэродинамической проблеме посвящены многочисленные работы. Механизм образования вихрей при дозвуковых скоростях был описан Прандтлем [8].



Ф и г. 5. Два сходящихся потока жидкости [8].



Ф и г. 6. Волнистая поверхность [8].

Когда два потока из разных областей течения встречаются за задней кромкой тела, они имеют различные значения констант Бернулли и одинаковое статическое давление (фиг. 5). Так как скорости вдоль двух линий тока различны, то вследствие пульсаций в потоке поверхность раздела становится волнистой (фиг. 6).

Эта волнистая поверхность перемещается со средней скоростью потока. В системе координат, изображенной на фиг. 6, жидкость над поверхностью раздела течет направо, а под ней — налево.



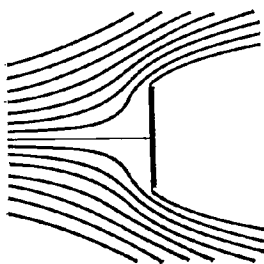
Ф и г. 7. Образование вихрей из волн на поверхности раздела [8].

Из уравнения Бернулли следует, что на гребне волны существует избыток давления, а у ее подошвы — недостаток и что по мере усиления волнистости поверхность раздела в конце концов распадается с образованием отдельных вихрей (фиг. 7).

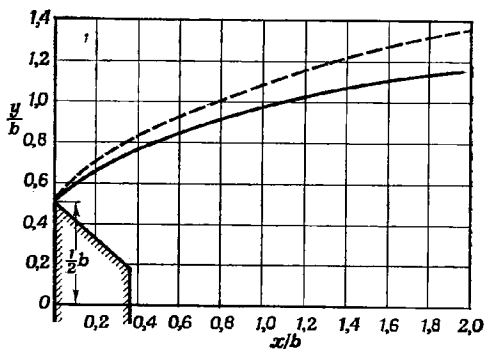
В общем случае начальные малые возмущения способствуют формированию беспорядочно перемешанных больших и малых вихрей, и тело начинает испытывать значительно большее сопротивление, чем вследствие трения. Эти вихри часто препятствуют смыканию линий тока за телом и создают несимметричное распределение давления. Течение в следе в зависимости от числа Рейнольдса является ламинарным или турбулентным. В области следа применимы предположения теории пограничного слоя, но если вязкий слой станет толстым, эти предположения нарушатся.

#### След за плоской пластиной

Кирхгоф [9], применяя концепцию поверхности разрыва Гельмгольца, решил задачу об обтекании плоской пластины (фиг. 8).



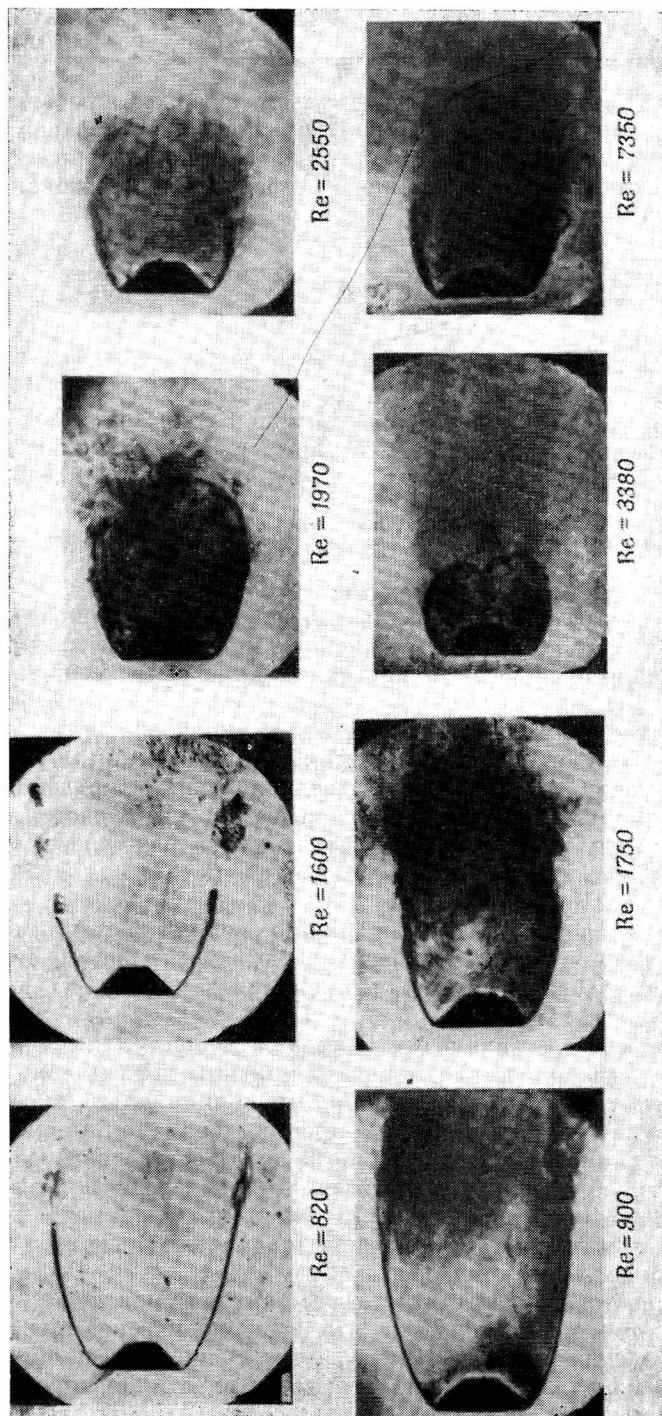
Ф и г. 8. Течение Кирхгофа около плоской пластины [8].



Ф и г. 9. Сравнение форм поверхности разрыва за пластиной [10].

— — — теория; ————— эксперимент,  $Re = 820$ .

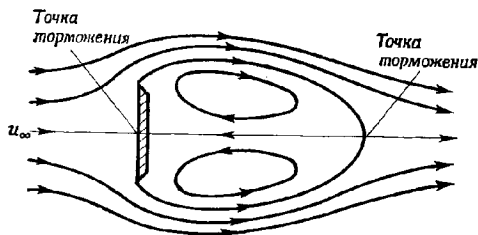
Предполагалось, что статическое давление постоянно вдоль поверхности разрыва или вихревого слоя; следовательно, скорость тоже постоянна.



Ф и г. 10. Поверхность разрыва за пластиной [10].



Так как в решении Кирхгофа поверхность разрыва простирается до бесконечности, скорость на этой поверхности равна скорости невозмущенного потока, а постоянное давление на обратной стороне пластины равно давлению в невозмущенном потоке.



Ф и г. 11. Осредненные линии тока, наблюдаемые в следе за плоской пластиной [11].

Хотя решение Кирхгофа получено для частного случая, описанного выше, оно дает результаты, близкие к экспериментальным, причем поперечный размер поверхности разрыва меньше расчетного (фиг. 9).

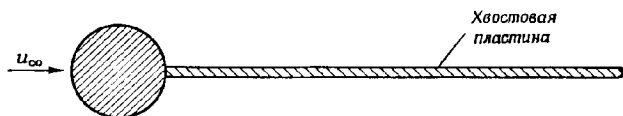
Теория Кирхгофа применима также для высокоскоростных потоков, в которых происходит кавитация. Например, при обтекании тела, выстреливаемого в воду, предположение Кирхгофа справедливо, поскольку поверхность разрыва не разрушается. При малых скоростях потока поверхность разрыва разрушается вблизи пластины и становится короче с увеличением числа Рейнольдса начиная от  $Re = 1600$  (фиг. 10).

Если построить осредненные линии тока по средним значениям скорости, измеренной в следе, то поверхность разрыва не будет распространяться до бесконечности, а окажется замкнутой [11], как показано на фиг. 11.

Два ряда вихрей, составляющих вихревую цепочку, перемещаются по потоку со скоростью, меньшей скорости невозмущенного потока. Частота пульсаций примерно пропорциональна скорости невозмущенного потока и обратно пропорциональна ширине препятствия для данной скорости и формы тела. Периодическое течение в следе преобладает на расстоянии до четырех диаметров следа. Хвостовая пластина длиной, равной пяти диаметрам цилиндра, которая делит след на две части, полностью предотвращает периодические пульсации (фиг. 12).

Если длина хвостовой пластины мала, амплитуда уменьшается и частота изменяется, из чего следует, что на периодическое течение в следе влияет передняя часть следа, а не течение вниз по потоку. Как видно из фиг. 11, область отрыва за пластиной корот-

кая — ее длина достигает 4 или 5 диаметров. Концевая точка области отрыва, являющаяся точкой торможения, совершает поперечные колебания, соответствующие пульсациям в следе.



Ф и г. 12. Круговой цилиндр с хвостовой пластиной [11].

Если хвостовая пластина достаточно длинная, то точка торможения находится на твердой поверхности и поперечные пульсации следа устраняются, хотя область разрежения остается.

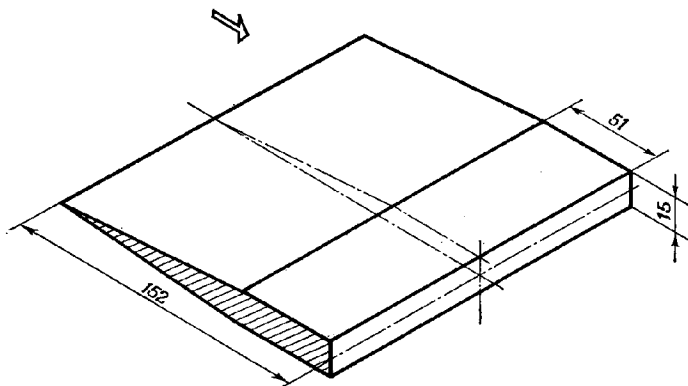
### *След за круговым цилиндром*

След за круговым цилиндром во многих аспектах подобен следу за плоской пластиной. Когда число Рейнольдса превышает некоторое критическое значение, за цилиндром формируется пара вихрей. Эта пара растягивается в направлении потока, становится несимметричной и в конце концов разрушается и сносится вниз по потоку, распространяя завихренность попеременно на обе стороны следа. При умеренно больших числах Рейнольдса не всегда существует начальная пара вихрей, и так как поверхность разрыва, сходящая с поверхности цилиндра, неустойчива, она свертывается в отдельные вихри с образованием вихревой пелены. Таким образом, вихревое движение определенной частоты существует при любом числе Рейнольдса, и вниз по потоку распространяется двойной ряд вихрей. При больших числах Рейнольдса, скажем более  $Re = 2500$ , вихри рассеиваются по мере образования, поэтому двойной ряд вихрей не может существовать. На задней стороне цилиндра вихри периодически отрываются, пока число Рейнольдса не достигнет значения  $Re = 4 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$ . При этих значениях числа Рейнольдса течение в следе становится турбулентным. Как и в случае плоской пластины, хвостовая пластина за цилиндром предотвращает отрыв вихрей и оказывает сильное влияние на сопротивление цилиндра, уменьшая коэффициент сопротивления от 1,4 до 0,9 [11, 12]. Пластина эффективна на расстоянии первых четырех-пяти диаметров вниз по потоку. Если два вязких слоя на каждой стороне следа не взаимодействуют друг с другом в области, где они имеют тенденцию к свертыванию в вихрь, то не возникает стабилизирующего механизма, закрепляющего определенное периодическое образование вихрей. Поэтому вязкие слои разрушаются независимо друг от друга [12]. Давление за пластиной или цилиндром меньше, чем давление

во внешнем потоке. Таким образом, возникает разрежение. Поэтому сопротивление плоской пластины гораздо больше, чем по теории Кирхгофа.

*След за затупленной задней кромкой при дозвуковых и трансзвуковых скоростях*

В соответствии с современными исследованиями следа за затупленной задней кромкой (фиг. 13), проведенными Нэшем и др. [13],



Ф и г. 13. Схема модели с затупленной задней кромкой [13].

Размах модели 355 мм.

П р и м е ч а н и е. Все размеры даны в миллиметрах.

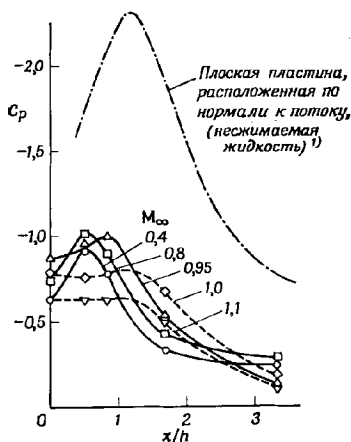
статическое давление вдоль центральной линии следа быстро уменьшается при удалении от донного среза, достигая минимума на расстоянии, примерно равном половине толщины задней кромки (фиг. 14).

Для сравнения на фиг. 14 показано распределение статического давления за плоской пластиной [14].

«Впадина» на кривой распределения давления (фиг. 14) была также замечена другими исследователями [14—16]. Эта область совпадает с местом формирования вихрей. Значение коэффициента давления  $C_p$  во «впадине» уменьшается с увеличением относительной толщины задней кромки, т. е. с увеличением интенсивности вихревой дорожки. Например, на фиг. 14 минимальное значение  $C_p$  равно примерно  $-1,0$ , тогда как для кругового цилиндра [16] оно равно  $-1,4$ , а для пластины, нормальной к потоку [14],  $-2,3$ . Вниз по потоку от впадины статическое давление снова повышается и устанавливается при некотором значении, меньшем статического давления во внешнем потоке. Появление этого плато давления вместо постепенного увеличения стати-

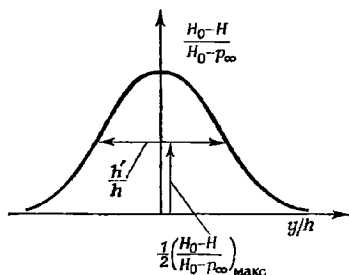
ческого давления по потоку вдоль центральной линии следа указывает на существование вихревой дорожки. Теоретически можно показать, что статическое давление вдоль центральной линии вихревой дорожки меньше статического давления в невозмущенном потоке на величину, зависящую от интенсивности вихревой дорожки. С увеличением числа Маха достигается такой режим

течения, при котором возникает хвостовой скачок уплотнения, и точка, в которой образуются вихри, перемещается вниз по потоку, а область минимума  $C_p$  исчезает. При числе Маха, выше которого



Ф и г. 14. Статическое давление на центральной линии следа [13].

<sup>1)</sup> Гэдд, ARC 24 247, FM 3253, 1962.



Ф и г. 15. Определение  $h'$  [13].

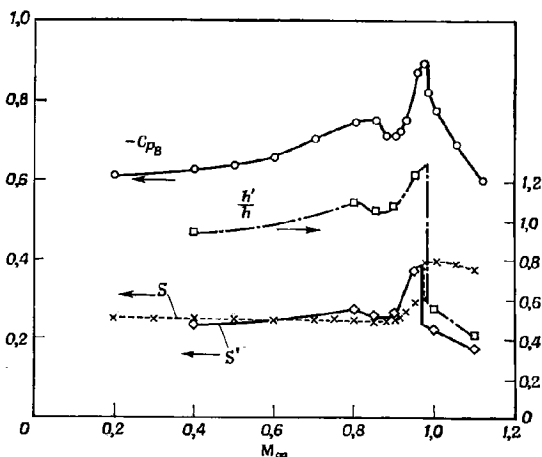
Сечение следа на расстоянии 5 см от донного среза.

происходит переход к «установившемуся» донному течению (для модели, изображенной на фиг. 13,  $M = 0,975$ ), область постоянного давления возникает внизу по потоку, что свидетельствует об образовании застойной зоны, и статическое давление в следе приближается к давлению во внешнем потоке без промежуточного плато давления. Таким образом, хотя имеется подтверждение существования дискретных вихрей в следе при сверхзвуковых скоростях, уменьшение их интенсивности таково, что след почти не обнаруживает свойств полностью развитой вихревой дорожки. При исследовании развития следа прежде всего определяется ширина следа  $h'$  в данном сечении как расстояние между точками на противоположных сторонах от центральной линии, в которых значение параметра

$$\frac{H_0 - H}{H_0 - p_\infty}$$

становится равным половине его значения на центральной линии в этом сечении, где  $H$  — давление, измеряемое трубкой Пито,

$H_0$  — полное давление,  $p_\infty$  — статическое давление окружающей среды (фиг. 15). Изменение ширины следа почти такое же, как изменение коэффициента донного давления в режиме течения, при котором преобладают периодические явления (фиг. 16). Переход от почти полностью неустановившегося режима течения к установившемуся при  $M = 0,975$  сопровождается уменьшением ширины следа.



Фиг. 16. Связь между донным давлением, шириной следа и частотой отрыва вихрей [13].

На фиг. 16 приведены числа Струхалия, вычисленные по формулам

$$S = \frac{nh}{u_\infty} \quad \text{и} \quad S' = \frac{nh'}{u_\infty} = \frac{h'}{h} S,$$

где  $n$  — частота отрывов,  $h$  — размер донного среза,  $h'$  — ширина следа. При переходе от неустановившегося течения к установившемуся частота отрывов скачкообразно увеличивается. Линии тока внешнего течения около тел различной формы могут быть определены методом годографа [17].

### 1.1. ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В СЛЕДЕ

Задача о донном давлении связана с задачей о ближнем следе, но в этом разделе донное давление не рассматривается.

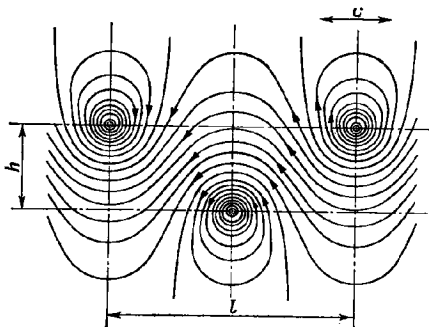
#### 1.1.1. Ламинарное течение в следе за цилиндром

Торобян и Гэвин [18] проанализировали около ста работ о течении в ламинарном стационарном следе.

*Ближний след*

Из всех явлений в потоке непосредственно вблизи цилиндра наиболее интенсивно изучалась вихревая дорожка Кармана.

*Вихревая дорожка Кармана.* Регулярная (обычно двумерная) дорожка Кармана наблюдается в интервале значений  $Re_a$  от 60 до 5000. «Дорожкой» Кармана называется система последовательных вихрей, расположенных в шахматном порядке через равные



Фиг. 17. Вихревая дорожка Кармана (схема) [66].

Линии тока показаны в системе координат, связанной с вихревой дорожкой.

интервалы. Розенхед [19] рассматривал вихревые дорожки и связанные с ними задачи, а Крживоблоцкий [20] проанализировал 150 работ по вихревым дорожкам, охватывающих 41 тему по связанным с ними задачам. Недавно Вилле [21] также обобщил результаты по этому вопросу. Из гидродинамической теории невязкого и вязкого течений следует, что вихревые дорожки можно создать экспериментально в воздухе, причем частота периодического отрыва вихрей является важным параметром течения в следе.

Карман [22] нашел, что система вихрей будет устойчивой относительно двумерных бесконечно малых смещений, если

$$\operatorname{sh} \left( \frac{\pi h}{l} \right) = 1 \text{ и } h/l = 0,281,$$

где  $l$  — горизонтальное расстояние между вихрями,  $h$  — вертикальное расстояние (фиг. 17).

Этот частный случай, в котором так называемый коэффициент Кармана  $h/l$  равен 0,281, реализуется при исчезающе малой вязкости в течение исчезающе малого времени [23]. Кроме того, установлено [23], что дорожка из одного ряда вихрей является неустойчивой. В общем случае поток может быть устойчивым при всех значениях  $h/l$ , если рассматривать средние значения  $h$  и  $l$ . Неустойчивость связана только с периодичностью [24].

Независимо была получена другая формула, выражающая условие устойчивости [25]:

$$\sin \left( \frac{\pi c}{l} \right) = \operatorname{sh} \left( \frac{\pi h}{l} \right),$$

где  $c/l$  — отношение, выражающее взаимное расположение вихрей. Символ  $c$  относится к произвольной длине,  $0 \leq c \leq l$ . Произвольному значению  $c$  соответствует значение  $h/l$ , при котором вихревая дорожка устойчива.

Обычно вихри одного ряда располагаются не посередине между вихрями другого ряда. Все вихревые дорожки, которые удовлетворяют этому уравнению, являются неустойчивыми во втором приближении, в то время как все другие вихревые системы неустойчивы уже в первом приближении. По фотографиям, полученным различными исследователями, числовые значения  $h/l$  не одинаковы, поскольку  $h/l$  зависит от времени [26—28]. При больших дозвуковых скоростях образовавшиеся вихри быстро затухают и дорожка становится визуально ненаблюдаемой. Тем не менее происходит периодический отрыв потока. Измерения поля скоростей с помощью термоанемометров и приближенные вычисления показали, что данные, полученные с помощью термоанемометров, недостаточны для характеристики вихревой дорожки [29, 30]. Было установлено, что метод расчета, предложенный в работе [29], может дать более подробную информацию о вихрях [30]. Так как результаты не согласуются друг с другом, можно сказать, что в настоящем виде теория устойчивости вихревой дорожки не удовлетворительна. Теория устойчивости первого приближения достаточно точно описывает физические явления, но математический анализ предсказывает неустойчивость, указывая, что упорядоченное расположение вихрей не может сохраняться.



Ф и г. 18. Вихревая дорожка Кармана за круговым цилиндром [21].

$M = 0,577$ ,  $Re_d = 1,16 \cdot 10^5$ .

Когда нельзя пренебрегать влиянием сжимаемости потока, т. е. при  $0,35 < M < 0,75$  (на поверхности цилиндра  $M$  достигает и превышает 1) и при  $8 \cdot 10^4 < Re_d < 2 \cdot 10^5$ , периодические вихри могут появляться даже в случае, когда скачки уплотнения простираются от одной стенки трубы до другой, как на фиг. 18 [31].

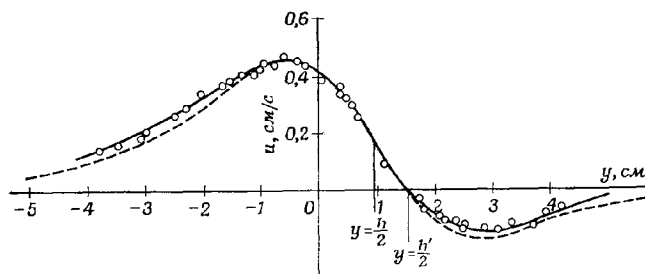
летворяют этому уравнению, являются неустойчивыми во втором приближении, в то время как все другие вихревые системы неустойчивы уже в первом приближении. По фотографиям, полученным различными исследователями, числовые значения  $h/l$  не одинаковы, поскольку  $h/l$  зависит от времени [26—28]. При больших дозвуковых скоростях образовавшиеся вихри быстро затухают и дорожка становится визуально ненаблюдаемой. Тем не менее происходит периодический отрыв потока. Измерения поля скоростей с помощью термоанемометров и приближенные вычисления показали, что данные, полученные с помощью термоанемометров, недостаточны для характеристики вихревой дорожки [29, 30]. Было установлено, что метод расчета, предложенный в работе [29], может дать более подробную информацию о вихрях [30]. Так как результаты не согласуются друг с другом, можно сказать, что в настоящем виде теория устойчивости вихревой дорожки не удовлетворительна. Теория устойчивости первого приближения достаточно точно описывает физические явления, но математический анализ предсказывает неустойчивость, указывая, что упорядоченное расположение вихрей не может сохраняться.

Когда нельзя пренебрегать влиянием сжимаемости потока, т. е. при  $0,35 < M < 0,75$  (на поверхности цилиндра  $M$  достигает и превышает 1) и при  $8 \cdot 10^4 < Re_d < 2 \cdot 10^5$ , периодические вихри могут появляться даже в случае, когда скачки уплотнения простираются от одной стенки трубы до другой, как на фиг. 18 [31].

Критическое число Маха равно 0,45, но изменения числа Струаля при этом числе Маха не наблюдаются.

Распределение скорости в отдельном вихре вихревой дорожки Кармана, измеренное Тимме [32], хорошо согласуется с уравнением Хукера [33] (фиг. 19).

Хотя вихревая цепочка Кармана за круговым цилиндром может быть устойчивой, как показывает эксперимент [34], такого



Фиг. 19. Распределение скорости в отдельном вихре вихревой дорожки Кармана. Распределение скорости по нормали к оси дорожки [21]. Сравнение уравнения Хукера [33] и экспериментов Тимме [32].

$$u = (\Gamma/l) [\operatorname{ch}(\pi h/l) / \operatorname{sh}(\pi h/l) \operatorname{sh}(2\pi y/l)] + \Gamma e^{-(y-h/2)^2/4vt} / 2\pi(y-h/2),$$

$$\Gamma = 5,73 \text{ см}^2/\text{с}, \quad 4vt = 2,5 \text{ см}^2, \quad h = 1,9 \text{ см}, \quad l = 9,1 \text{ см}, \quad h/l = 0,209.$$

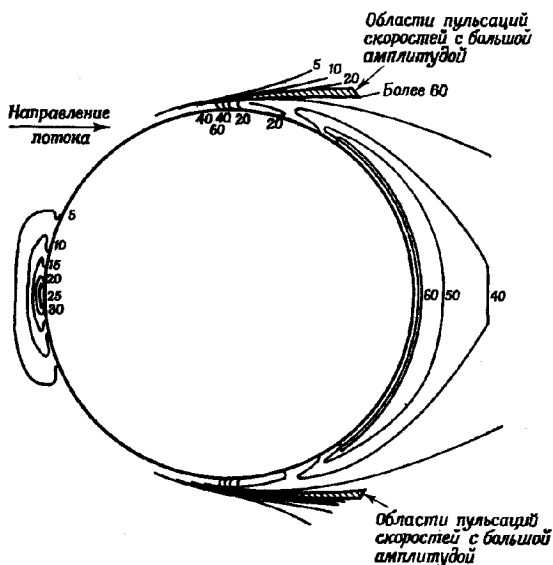
устойчивого течения в следе за осесимметричным телом не существует.

Можно дополнительно рекомендовать работы [35—53], посвященные ламинарному течению в следе за телами при дозвуковых скоростях. Недавно экспериментально был исследован установившийся след за круговым цилиндром при числах Рейнольдса, значительно больших, чем в других исследованиях; при этом были получены некоторые неожиданные результаты [54].

*Некоторые важные свойства ламинарного следа.* Пульсации скорости, измеряемые около передней критической точки, оказались весьма большими [55]. Эти возмущения, по-видимому, затухали и исчезали в пограничном слое по мере приближения к следу, но большие пульсации скорости вблизи передней критической точки могут стать важным фактором, предшествующим образованию следа. В частности, «вихревая воронка» вблизи точки отрыва, вероятно, является начальной точкой образования интенсивных вихрей в следе. В вихревой воронке наблюдаются пульсации с большой амплитудой. Эти пульсации поддерживаются путем накопления малых возмущений, возникающих в оторвавшемся пограничном слое [18, 55].



Акустическая энергия в следе является новой проблемой, связанной с турбулентностью [56]. Пульсации скорости в турбулентном следе и пульсирующие касательные напряжения на поверхности тела являются источниками акустических волн, интенсивность которых изменяется по экспоненциальному закону в зависимости от скорости жидкости [57]. В потоке около кругового цилиндра существуют три центра возмущений: два интенсивных



Ф и г. 20. Пульсации скорости у поверхности цилиндра [18].

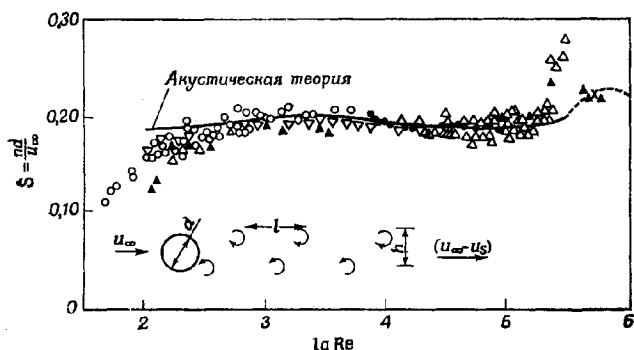
Примечание. Указанные на фигуре числа пропорциональны амплитуде пульсаций.

в точках отрыва и один слабый — в критической точке [55, 58, 59]. Пульсирующие источники акустического давления определяются этими тремя центрами. Пульсации распространяются в пограничном слое цилиндра и во внешнем потоке со скоростью звука (фиг. 20). Частота акустических колебаний равна примерно  $3a/2\lambda d$ , где  $a$  — скорость звука и  $d$  — диаметр тела [58, 59]. Оторвавшийся вихрь, пульсирующий с этой частотой, отправляет обратно импульсы, распространяющиеся от присоединенного слоя, и, согласно эффекту Доплера, частота колебаний уменьшается пропорционально отношению  $1 - (u_\infty - u_s)/a$ , где  $u_s$  — скорость перемещения вихря относительно потока. Происходит взаимодействие между акустическими колебаниями присоединенного

потока (частота которого равна первоначальной) и оторвавшегося вихря, которое вызывает интенсивную пульсацию с частотой биения  $3a/2\pi d [(u_\infty - u_s)/a]$ . Эти интенсивные пульсации являются причиной отрыва пары вихрей. Частота отрыва пары вихрей в этом случае равна  $1/2 \cdot 3/2 \cdot (1/\pi d) (u_\infty - u_s)$ , и число Струхала можно выразить формулой

$$S = \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{u_s}{u_\infty}\right).$$

Расстояние между последовательными вихрями равно  $4\pi d/3$  и постоянно, что подтверждается экспериментом.



Ф и г. 21. Сравнение экспериментальных чисел Струхала с расчетами по акустической теории Шоу [18].

▽ Струхаль; ● Эткин, Корбахер, Кифе; × Фейдж; △ Ральф; ○ Тайлер; ▲ Дрешер.

Расчетные значения числа Струхала хорошо согласуются с экспериментальными (фиг. 21).

Дальнейшее исследование и сравнение теории Шоу с экспериментальными данными может дать новую информацию о влиянии самовозбуждающихся акустических колебаний на течение в следе. Влияние наложения акустических колебаний на ламинарный поток исследовано в работе [60].

Дополнительную информацию о влиянии акустических колебаний на течение в следе можно получить из книги Ричардсона [61].

Оторвавшийся пограничный слой является неустойчивым по отношению к возмущениям, создаваемым звуковыми волнами в некотором диапазоне частот и длин волны. При наложении искусственных возмущений можно получить все неустойчивые частоты и длины волн, и как только одна длина волны станет

преобладающей, то волновые возмущения в результате взаимной индукции начнут превращаться в вихри. В течение этого процесса частота и длина волны начальных колебаний сохраняются.

### Дальний след

Течение в следе далеко внизу по потоку характеризуется пренебрежимо малыми пульсациями. Полная завихренность, проходящая через поперечное сечение в единицу времени, обозначается через  $K$  и определяется по формуле

$$K = \int_{y_1}^{y_2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) u \, dy,$$

где  $y_1$  и  $y_2$  — соответственно внутренняя и внешняя граница завихренного слоя в следе. Если ввести безразмерную величину  $\lambda$

$$\lambda = K/u_\infty^2,$$

то так называемая «доля сохраняющейся завихренности»  $\beta_x$  будет равна  $\lambda_x/\lambda_S$ , где индексы  $x$  и  $S$  относятся к значениям, вычисленным на расстоянии  $x$  от точки отрыва и в точке отрыва. Параметр  $\beta_x$  эффективно используется для описания условий течения на расстоянии  $x$ , поскольку по мере продвижения завихренности вдоль следа на нее действуют силы вязкости и турбулентное перемешивание и она постепенно разрушается завихренностью противоположного знака. При  $\lambda_S = 1,01$   $\beta_x$  уменьшается до 0,93 на расстоянии половины диаметра цилиндра от точки отрыва [35].

Энергия следа на единицу объема определяется величиной  $(1/2) \rho \overline{(u^2 + v^2 + w^2)}$ , где  $u$ ,  $v$ ,  $w$  — составляющие пульсации скорости в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно, а черта означает осреднение. На расстоянии более 40 диаметров вниз по потоку от цилиндра, где течение в следе турбулентное, Рашко [62] измерил только компоненту  $u$  при дозвуковых скоростях и определил плотность энергии через  $\overline{(u/U_0)^2}$ , где  $U_0$  — средняя скорость течения, и вычислил энергию следа  $E$  по формуле

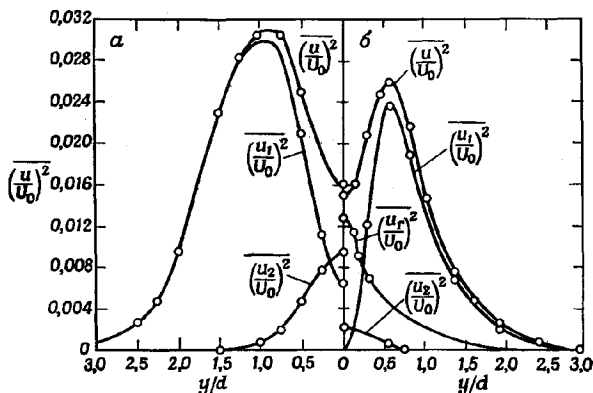
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\left( \frac{u}{U_0} \right)^2} d \left( \frac{y}{d} \right).$$

$E$  представляет собой результат интегрирования плотности энергии в плоскости, нормальной к направлению набегающего потока.

В общем случае полную энергию  $\bar{u}^2$  можно записать в виде

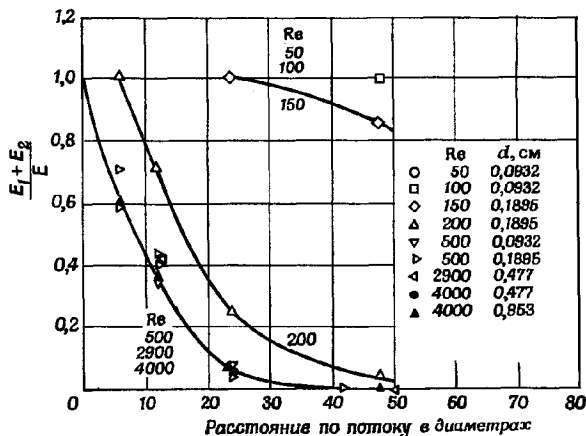
$$\bar{u}^2 = \bar{u}_r^2 + \bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2,$$

где  $\bar{u}_r^2$  — вклад энергии хаотических турбулентных пульсаций,  $\bar{u}_1^2$  — вклад энергии периодических пульсаций с частотой отрыва  $n_1$ , а  $\bar{u}_2^2$  соответствует удвоенной частоте отрыва ( $n_2 = 2n_1$ ). В цен-



Ф и г. 22. Энергия в следе [62].

а —  $Re = 150$ ; б —  $Re = 500$ ,  $d = 0,190$  см,  $x/d = 6$ .



Ф и г. 23. Затухание дискретной энергии [62].

тре следа (по крайней мере на начальном участке) чувствуется влияние завихренности с обеих сторон, и здесь преобладает частота  $n_2$  (фиг. 22).

Величина  $\bar{u}_2^2$  становится равной нулю на расстоянии менее 12 диаметров вниз по потоку. При  $Re = 150$  (фиг. 22) течение в следе устойчивое с упорядоченной вихревой дорожкой, причем турбулентное движение отсутствует. Таким образом,  $\bar{u}_r^2 = 0$ .

Энергия всего следа  $E$  записывается в виде

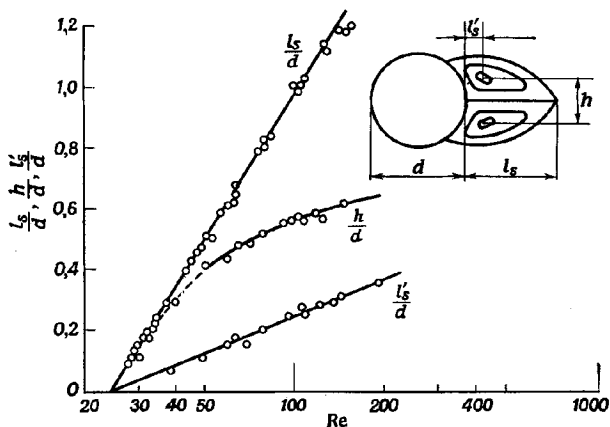
$$E = E_r + E_1 + E_2,$$

где  $E_r$ ,  $E_1$  и  $E_2$  — энергии, соответствующие  $\bar{u}_r^2$ ,  $\bar{u}_1^2$  и  $\bar{u}_2^2$ .

Затухание энергии  $E_1 + E_2$  показано на фиг. 23. Начиная с  $Re = 500$  затухание происходит аналогично для всех чисел Рейнольдса, и течение в следе становится полностью турбулентным на расстоянии 40—50 диаметров.

### 1.1.2. След за сферой и круглым диском

Течение в следе за сферой аналогично течению в следе за цилиндром, поэтому в данном разделе будет указана только разница между этими двумя течениями. На фиг. 24 [63] представлены размеры следа за сферой в зависимости от числа Рейнольдса.



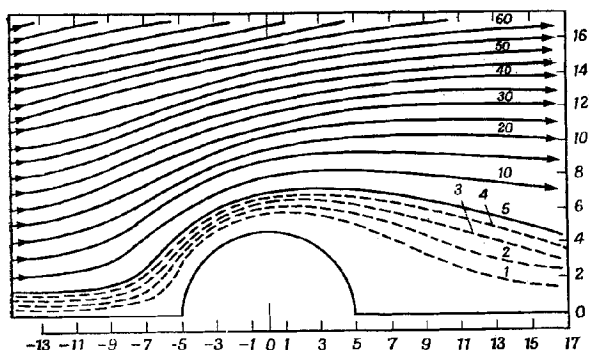
Фиг. 24. Размеры следа за сферой в зависимости от числа Рейнольдса [18].

Картину течения в следе за осесимметричным телом, например за сферой, можно представить следующим образом: при очень малых числах Рейнольдса ширина следа увеличивается с ростом числа Рейнольдса. При этом застойная зона, состоящая из заторможенной жидкости за телом, отделяется от основного потока вихре-

вой пеленой, и в этой зоне возникает постоянная циркуляция, соответствующая вихревому кольцу. В водяном следе за круглым диском при увеличении числа Рейнольдса размеры вихревого кольца растут до тех пор, пока не будет достигнуто критическое число Рейнольдса, равное 100. При этом диаметр кольца составляет примерно полтора диаметра диска. Когда число Рейнольдса превышает критическое значение, появляются колебательные возмущения на поверхности вихревого кольца и следующие одна за другой части вихревого кольца удаляются вниз по потоку через правильные интервалы времени. При числе Рейнольдса, равном 195, вихревое кольцо за круглым диском полностью разрушается [10].

### 1.1.3. Определение линий тока, поверхности разрыва, распределения скорости, сопротивления и подъемной силы

Линии тока около кругового цилиндра при малых числах Рейнольдса определяются теоретически путем решения точного уравнения вязкого течения численным конечно-разностным методом (фиг. 25) [64]. Этот метод можно применять в довольно большом интервале чисел Рейнольдса, хотя расчеты могут оказаться трудоемкими.

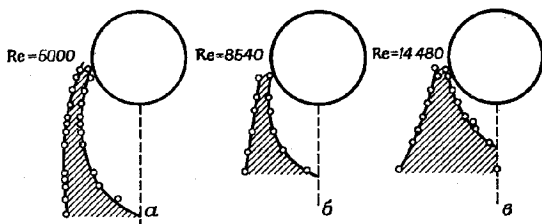


Ф и г. 25. Линии тока около кругового цилиндра;  $Re=10$  [10].

Форма поверхности разрыва около кругового цилиндра изменяется в интервале чисел Рейнольдса  $3,5 < \ln Re_d < 4,5$ , как показано на фиг. 26 [65].

Согласно теоретическим результатам, если  $x$  — расстояние, измеряемое от точки с угловой координатой  $45^\circ$  относительно передней критической точки, то толщина поверхности разрыва

или ширина следа пропорциональна  $x^{1/2}$  для малых чисел Рейнольдса, и до тех пор, пока справедлива эта зависимость, течение в следе можно предполагать ламинарным.

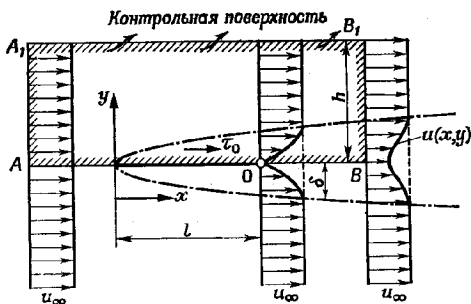


Ф и г. 26. Форма поверхности разрыва для кругового цилиндра [10].

Сопротивление тела можно вычислить, измеряя распределение скорости далеко за телом в следе и применяя уравнение количества движения.

#### *Течение около плоской пластины и за ней*

Предположим, что плоская пластина расположена под нулевым углом атаки в однородном потоке, движущемся со скоростью



Ф и г. 27. Применение уравнения количества движения для расчета сопротивления плоской пластины, расположенной под нулевым углом атаки, при заданном профиле скорости в следе [66].

$u_{\infty}$ , и пусть плоскости  $AA_1$ ,  $BB_1$  являются контрольными поверхностями (фиг. 27). Вследствие условия неразрывности и уменьшения скорости вблизи оси  $x$  часть жидкости будет протекать

через контрольную поверхность  $A_1B_1$ . Количество протекающей жидкости равно разности между количеством жидкости, поступающей через  $AA_1$  и проходящей через  $BB_1$ . Граница  $AB$  не дает вклада в количество движения в направлении  $x$ , так как вертикальная составляющая скорости на оси  $x$  вследствие симметрии равна нулю. Если ширину пластины обозначить через  $b$ , втекающую массу жидкости считать положительной, а вытекающую — отрицательной, то баланс количества движения можно выразить следующим образом:

Сечение	Расход	Количество движения в направлении оси $x$
$AB$	0	0
$AA_1$	$b \int_0^h u_\infty dy$	$\rho b \int_0^h u_\infty^2 dy$
$BB_1$	$-b \int_0^h u dy$	$-\rho b \int_0^h u^2 dy$
$A_1B_1$	$-b \int_0^h (u_\infty - u) dy$	$-b \int_0^h u_\infty (u_\infty - u) dy$
$\Sigma =$ Контрольная поверхность	$\Sigma =$ Расход = 0	$\Sigma =$ Поток количества движения = Соппротивление

Так как полный поток количества движения равен сопротивлению  $D$ , то на одной стороне пластины

$$D = b\rho \int_{y=0}^{\infty} u (u_\infty - u) dy.$$

Для обеих сторон

$$2D = b\rho \int_{-\infty}^{\infty} u (u_\infty - u) dy. \quad (1)$$

Хотя это уравнение, выражающее потерю количества движения, выведено для плоской пластины, оно применимо для любого симметричного цилиндрического тела.

Если мы определим толщину потери импульса как

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy,$$

то

$$D = b\rho u_\infty^2 \theta.$$



Распределение скорости в следе за плоской пластиной определяется следующим образом [66]. Предположим, что в следе средняя по времени разность составляющих скорости в направлении оси  $x$

$$\bar{U}'(x, y) = u_{\infty} - u(x, y) \quad (2)$$

мала по сравнению с  $u_{\infty}$ , так что членами с  $\bar{U}'^2$  или более высокого порядка можно пренебречь. Пренебрегая  $\bar{U}'^2$  и средней по времени разностью  $\bar{V}'^2$  составляющих скорости в направлении оси  $y$ , получаем уравнение пограничного слоя на плоской пластине в виде

$$u_{\infty} \frac{\partial \bar{U}'}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 \bar{U}'}{\partial y^2} \quad (3)$$

с граничными условиями  $\partial \bar{U}' / \partial y = 0$  при  $y = 0$  и  $\bar{U}' = 0$  при  $y = \infty$ . Чтобы перейти от уравнения в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению, примем

$$\eta = y \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \quad (4)$$

и

$$\bar{U}' = u_{\infty} C \left( \frac{x}{l} \right)^{-1/2} g(\eta), \quad (5)$$

где  $l$  — длина пластины и  $C$  — произвольный коэффициент. Теперь уравнение (1) примет вид

$$2D = b\rho u_{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}' dy. \quad (6)$$

Если подставим (5) в (3) и разделим результат на  $Cu_{\infty}^2 (x/l)^{-1/2} x^{-1}$ , то получим

$$g'' + \frac{1}{2} \eta g' + \frac{1}{2} g = 0 \quad (7)$$

при граничных условиях  $g' = 0$  при  $\eta = 0$  и  $g = 0$  при  $\eta = \infty$ . Интегрируя, получим

$$g' + \frac{1}{2} \eta g = 0,$$

причем постоянная интегрирования равна нулю благодаря граничному условию  $g' = 0$  при  $\eta = 0$ .

Интегрируя далее, получим

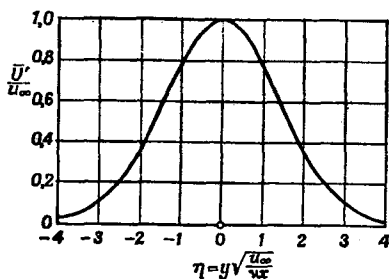
$$g = \exp\left(-\frac{1}{4} \eta^2\right), \quad (8)$$

причем постоянная интегрирования появляется в виде множителя и, не нарушая общности, ее можно принять равной единице, так как в уравнение (5) входит произвольный коэффициент  $C$ . Она определяется из условия равенства сопротивления, вычисленного по формуле (6), сопротивлению пластины. Так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta) d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{4}\eta^2\right) d\eta = 2\sqrt{\pi},$$

уравнение (6) принимает вид

$$2D = 2\sqrt{\pi} C b \rho u_{\infty}^2 \sqrt{\frac{\nu l}{u_{\infty}}}.$$



Фиг. 28. Асимптотическое распределение скорости в ламинарном следе за плоской пластиной [66].

Из этих двух уравнений

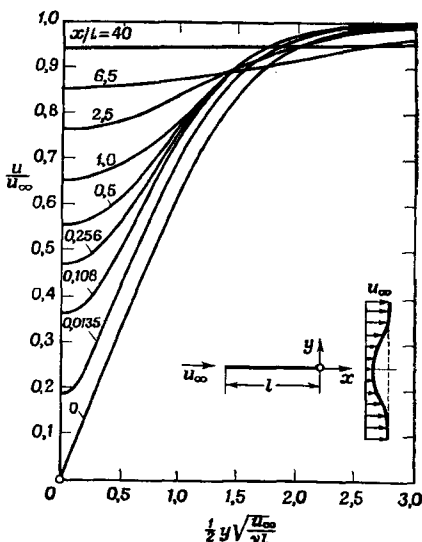
$$C = 0,664/\sqrt{\pi}.$$

Окончательно получаем скорость  $\bar{U}'$  в следе

$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{0,664}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{x}{l}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{4} \frac{y^2 u_{\infty}}{x \nu}\right). \quad (9)$$

Это уравнение справедливо на большом расстоянии от края пластины. На фиг. 28 показано распределение скорости, полученное из уравнения (9), которое напоминает гауссову функцию распределения ошибок.

На фиг. 29 показано распределение скорости в ламинарном следе.



Фиг. 29. Распределение скорости в ламинарном следе за пластиной, расположенной под нулевым углом атаки [66].

*Течение около тела произвольной формы и за ним*

В ламинарном следе даже на большом расстоянии за телом скорость в окрестности оси симметрии не равна скорости невозмущенного потока. Силы, действующие на тело произвольной формы, можно вычислить с помощью теоремы импульсов [67]. Скорость невозмущенного потока и ее направление обозначаются через  $u_\infty$  и  $x$ . Начало оси координат  $x$  находится в некоторой точке внутри тела. Скорость в любой заданной точке определяется в виде  $u_\infty - V$ , где  $V$  имеет три составляющих  $u$ ,  $v$  и  $w$  в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Тогда сопротивление определяется выражением

$$D = -\rho u_\infty \iint u \, dy \, dz. \quad (10)$$

Подъемная сила  $F_y$  и боковая сила  $F_z$  определяются выражениями

$$F_y = -\rho u_\infty \iint v \, dy \, dz,$$

$$F_z = -\rho u_\infty \iint w \, dy \, dz.$$

Эти интегралы берутся по площади поперечного сечения следа. Если осесимметричное тело расположено под нулевым углом атаки, то  $F_y$  и  $F_z$  равны нулю.

Оценка порядков величин показывает, что в следе величины  $\partial^2 V / \partial y^2$  и  $\partial^2 V / \partial z^2$  больше по сравнению с величиной  $\partial^2 V / \partial x^2$ , так что членом  $\nu \nabla^2 V$  нельзя пренебречь даже при  $ru_\infty / \nu \gg 1$  ( $r$  — расстояние от тела), т. е. там, где течение вне следа может рассматриваться потенциальным. Член  $(V \cdot \text{grad}) V$  в уравнении Навье — Стокса по порядку величины равен  $(u_\infty - V) (\partial V / \partial x) \sim (u_\infty V / x)$ , а член  $\nu \nabla^2 V$  по порядку величины равен  $\nu (\partial^2 V / \partial y^2) \sim \nu V / (2b_w)^2$ , где  $2b_w$  — ширина следа. Если считать, что эти две величины одного порядка, то  $2b_w \sim \sqrt{\nu x / u_\infty}$ , т. е. ширина следа растет пропорционально  $\sqrt{x}$ . Из уравнения (10) следует, что

$$F_x \sim \rho u_\infty V (2b_w)^2,$$

$$V \sim \frac{F_x}{\rho \nu x},$$

т. е.  $V$  в следе уменьшается с увеличением  $x$ . Исследование течения в следе можно упростить, если воспользоваться гипотезой автомодельности потока в следе.

Для дальнего следа можно сделать предположение, что все профили скоростей подобны одному «универсальному профилю скорости», если введены соответствующие масштабы длины и скорости [17].

Точнее, при соответствующих положительных постоянных  $p$  и  $q$   
и  $(x, y) = x^{-p} f(\eta)$ ,

где  $\eta = y/x^q$ . Это верно для ламинарного и турбулентного двумерного и осесимметричного течений в следе.

След	Количество движения	Однородный ламинарный $2q = 1$	Турбулентный $p + q = 1$
Двумерный	$p = q$	$p = q = \frac{1}{2}$	$p = q = \frac{1}{2}$
Осесимметричный	$p = 2q$	$p = 1, q = \frac{1}{2}$	$p = \frac{2}{3}, q = \frac{1}{3}$

Постоянные  $p$  и  $q$  могут быть определены для всех случаев из приближенного уравнения количества движения.

Для двумерного потока  $p = q = 1/2$ . Ширина следа по порядку величины составляет  $O(x^{1/2})$ , максимальная скорость обратного течения  $O(x^{-1/2})$  и число Рейнольдса постоянно вдоль следа. Для осесимметричного ламинарного потока  $p = 1$  и  $q = 1/2$ . Ширина следа по порядку величины составляет  $O(x^{1/2})$ , максимальная скорость следа  $O(x^{-1})$  и число Рейнольдса  $Re = O(x^{-1/2})$  [17]. Как уже упоминалось, ширина следа растет пропорционально  $x^{1/2}$  [65, 67].

## 1.2. ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В СЛЕДЕ

Течение в следе за плоской пластиной или любым другим телом становится турбулентным при числах Рейнольдса, больших  $10^6$ . Даже в том случае, когда пограничный слой остается ламинарным до задней кромки, течение в следе стремится турбулизоваться из-за неустойчивости потока вследствие существования точки перегиба в профиле скорости. Если пограничный слой на поверхности твердого тела становится турбулентным до отрыва, то, естественно, след будет турбулентным. Основным показателем турбулентности потока в следе являются, очевидно, скорость в следе, меньшая скорости основного потока, и турбулентное трение, которое много больше ламинарного.

Задачу о турбулентном следе можно решить с помощью уравнений пограничного слоя. При определении параметров пограничного слоя предполагается, что толщина пограничного слоя мала по сравнению с длиной тела, а поперечный градиент скорости велик. Эти предположения справедливы для течения в следе, так как поперечные размеры следа малы по сравнению с размерами основного потока и поперечный градиент скорости в следе достаточно велик. Поэтому метод решения задач пограничного слоя можно применить к расчету течения в следе. Теоретически

рассчитать турбулентное течение в следе проще, чем турбулентное течение вдоль стенки, так как из-за отсутствия стенки нет необходимости рассматривать ламинарный подслои. Кроме того, давление в определенной области следа на некотором расстоянии от тела можно считать постоянным, что упрощает расчет. Касательные напряжения можно выразить, используя понятие длины перемешивания, введенное Прандтлем.

### Теория пограничного слоя

Основные уравнения пограничного слоя жидкости следующие: уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

уравнение количества движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

и

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y},$$

где  $l$  — путь смешения. Кроме того, по гипотезе Прандтля,

$$\tau = \rho \varepsilon \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (11)$$

Так как эффективная вязкость  $\varepsilon$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon &= K_1 b (u_{\max} - u_{\min}), \\ \tau &= \rho K_1 b (u_{\max} - u_{\min}) \frac{\partial u}{\partial y}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $b$  — ширина зоны смешения, а  $K_1$  — эмпирическая постоянная.

Чтобы проинтегрировать дифференциальные уравнения неразрывности и количества движения, оцениваются порядки величин и делаются соответствующие предположения.

Если предположим, что путь смешения пропорционален  $b$ , то

$$\frac{l}{b} = \beta = \text{const} \quad \text{и} \quad \frac{db}{dt} \sim v',$$

т. е. скорость роста  $l$  пропорциональна поперечной скорости  $v'$ . Но

$$v' \sim l \frac{\partial u}{\partial y},$$

так что

$$\frac{db}{dt} \sim l \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Следующее предположение заключается в том, что среднее значение  $\partial u/\partial y$  при  $b/2$  пропорционально  $u_{\text{макс}}/b$ :

$$\frac{db}{dt} = \text{const.} \quad (l/b) u_{\text{макс}} = \text{const.} \cdot \beta u_{\text{макс.}}$$

Хинце [68] предложил другой метод расчета течения в следе.

#### *Приближенное уравнение движения*

В свободном турбулентном потоке, т. е. в следе, который не соприкасается непосредственно с твердой границей, турбулентное движение неизотропное. В затухающем изотропном турбулентном течении турбулентность не поддерживается, однако в свободном турбулентном потоке турбулентность воспроизводится. Для определения параметров потока в следе делаются следующие предположения.

1. Среднее значение составляющей скорости потока, перпендикулярной к направлению основного потока, гораздо меньше скорости основного потока.

2. Так как размеры области турбулентного течения в направлении основного потока гораздо больше, чем в поперечном направлении, параметры потока изменяются гораздо сильнее в поперечном направлении.

3. Изменения среднего статического давления по ширине следа пренебрежимо малы. Так как статическое давление в направлении основного потока постоянно, можно предположить, что в области следа среднее статическое давление постоянно. Вводя масштабы длин  $L_x$ ,  $L_y$  и  $L_z$  в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим

$$\frac{L_y}{L_x} \ll 1, \quad \frac{L_z}{L_x} \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{L_y}{L_z} \sim 1,$$

поскольку турбулентная зона значительно уже в направлении осей  $y$  и  $z$ , чем в направлении оси  $x$ . Запишем уравнение неразрывности для осредненных по времени скоростей

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}_1}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{U_x}{L_x} \approx \frac{U_y}{L_y} \approx \frac{U_z}{L_z},$$

где  $\bar{U}_1$  — средняя по времени составляющая скорости в направлении основного потока,  $\bar{V}_1$  и  $\bar{W}_1$  — средние по времени составляющие скорости в направлении осей  $y$  и  $z$  соответственно. Если ввести масштабы скорости  $U_x$ ,  $U_y$  и  $U_z$  в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , то порядок величин всех членов в уравнении неразрыв-

ности будет одинаков:

$$\begin{aligned} \frac{U_x}{L_x} &\approx \frac{U_y}{L_y} \approx \frac{U_z}{L_z}, \\ \frac{U_y}{U_x} &= \frac{L_y}{L_x}, \quad \frac{U_z}{U_x} = \frac{L_z}{L_x} \quad \text{и} \quad \frac{U_y}{U_z} \sim 1, \\ \frac{\bar{V}_1}{\bar{U}_1} &= \frac{L_y}{L_x}, \quad \frac{\bar{W}_1}{\bar{U}_1} = \frac{L_z}{L_x} \quad \text{и} \quad \frac{\bar{V}_1}{\bar{W}_1} \sim 1. \end{aligned}$$

Напряжение  $\overline{\rho uv}$ , которое появляется в уравнении движения Рейнольдса, можно также выразить в удобном масштабе с помощью коэффициента корреляции  $R_{ij}$ :

$$(R_{ij})_{A, B} = \frac{(u_i)_A (u_j)_B}{(u'_i)_A (u'_j)_B},$$

где  $u_i$  и  $u_j$  — составляющие пульсаций скорости,  $u'_i$  и  $u'_j$  — среднеквадратичные значения составляющих пульсации скорости, а индексы  $i$  и  $j$  относятся к прямоугольным координатам.  $A$  и  $B$  обозначают точки, в которых рассматриваются составляющие скорости. Так как интенсивности турбулентности  $\bar{u}^2$ ,  $\bar{v}^2$  и  $\bar{w}^2$  имеют приблизительно одинаковую величину

$$\bar{u}^2 \approx \bar{v}^2 \approx \bar{w}^2,$$

обозначим их через  $\mathbf{v}^2$ , и тогда

$$\overline{u_i u_j} \approx R_{ij} \mathbf{v}^2 \quad \text{при} \quad i \neq j.$$

Таким образом, напряжение Рейнольдса  $\overline{\rho uv}$  выражается через  $\rho R_{xy} \mathbf{v}^2$ .

#### Уравнения движения Рейнольдса для течения в следе

В области следа скорость основного потока  $\bar{U}_1$  меньше скорости невозмущенного основного потока  $u_\infty$ . Так как параметры потока в направлении  $y$  и  $z$  по существу одинаковы, то любое решение в направлении  $y$  применимо и для направления  $z$ . Следовательно, рассмотрим только направления  $x$  и  $y$ . Запишем уравнение движения Рейнольдса и порядки величин членов для направления  $x$ :

$$(u_\infty + \bar{U}_1) \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x} + \bar{V}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial y} + \bar{W}_1 \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}^2 - \frac{\partial}{\partial y} \overline{uv} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{uw} \quad (13)$$

$$\frac{u_\infty}{\bar{U}_1} \frac{U_x^2}{L_x} \quad \frac{U_x^2}{L_x} \quad \frac{U_x^2}{L_x} \quad \frac{\Delta p_1}{\rho L_x} \quad \frac{v^2}{L_x} \quad R_{xy} \frac{v^2}{L_y} \quad R_{xz} \frac{v^2}{L_z}$$

ИЛИ

$$\frac{u_\infty}{\bar{U}_1} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{\Delta p_1}{\rho U_x^2} \quad \frac{v^2}{U_x^2} \quad R_{xy} \frac{v^2}{U_x^2} \frac{L_x}{L_y} \quad R_{xz} \frac{v^2}{U_x^2} \frac{L_x}{L_z},$$

где  $\bar{p}$  — среднее по времени статическое давление, а  $\Delta p_1$  — изменение статического давления в направлении оси  $x$ . Так как  $U_y = (U_x L_y)/L_x$ , то  $\bar{V}_1 (\partial U_1/\partial y)$  имеет порядок  $(U_y U_x)/L_y \sim (U_x^2/L_x)$ . Следовательно, величины  $\bar{V}_1 (\partial \bar{U}_1/\partial y)$  и  $\bar{W}_1 (\partial \bar{U}_1/\partial z)$  имеют порядок  $\bar{U}_1 (\partial \bar{U}_1/\partial x)$ . Для  $\bar{W}_1 (\partial \bar{U}_1/\partial z)$  получим такие же результаты.

Для направления  $y$

$$(u_\infty + \bar{U}_1) \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x} + \bar{V}_1 \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial y} + \bar{W}_1 \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \overline{vu} - \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}^2 - \frac{\partial}{\partial z} \overline{vw} \quad (14)$$

$$\frac{u_\infty}{\bar{U}_1} \frac{U_x^2 L_y}{L_x^2} \quad \frac{U_x^2 L_y}{L_x^2} \quad \frac{U_x^2 L_y}{L_x^2} \quad \frac{\Delta p_y}{\rho L_y} \quad R_{xy} \frac{v^2}{L_x} \quad \frac{v^2}{L_y} \quad R_{yz} \frac{v^2}{L_z}$$

или

$$\frac{u_\infty}{\bar{U}_1} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{L_x^2 \Delta p_y}{L_y^2 \rho U_x^2} \quad R_{xy} \frac{v^2}{U_x^2} \frac{L_x}{L_y} \quad \frac{v^2}{U_x^2} \frac{L_x^2}{L_y^2} \quad R_{yz} \frac{v^2 L_x^2}{U_x^2 L_y L_z},$$

где  $\Delta p_y$  — изменение давления в направлении  $y$ .

Так как  $u_\infty/\bar{U}_1 \gg 1$  для течения в следе, то второй и третий члены в левой части этих двух уравнений малы. Если  $R_{xy}$ ,  $R_{xz}$  и  $R_{yz}$  не малы, то  $\partial u^2/\partial x$  в уравнении (13) меньше, чем  $\partial uv/\partial y$  и  $\partial uw/\partial z$ , а  $\partial \overline{vu}/\partial x$  в уравнении (14) меньше турбулентных членов. Кроме того, порядок  $v^2/U_x^2$  может быть самым высоким, следовательно,  $u_\infty/\bar{U}_1$  из уравнения (13) не может иметь больший порядок, чем  $L_x/L_y$ . Другими словами, все турбулентные члены меньше первого члена в левой части уравнения (13). Следовательно, порядок величины  $u_\infty/\bar{U}_1$  такой же, как и  $L_x/L_y$ .

По той же причине первый член в левой части уравнения (14) меньше  $\partial \bar{v}^2/\partial y$  и  $\partial \overline{vw}/\partial z$ ; эти два члена уравновешиваются членом  $(1/\rho) (\partial \bar{p}/\partial y)$ .

Теперь, если сохранить только наибольшие члены, то уравнение (14) примет вид

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}^2 + \rho \frac{\partial}{\partial z} \overline{vw} = 0. \quad (15)$$

Интегрируем это уравнение:

$$\bar{p} + \rho \bar{v}^2 + \rho \int \frac{\partial}{\partial z} \overline{vw} dy = p_\infty. \quad (16)$$

Постоянная интегрирования  $p_\infty$  — статическое давление за пределами турбулентной области в том же сечении.



Дифференцируем уравнение (16) по  $x$  и разделим результат на  $\rho$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \bar{v}^2 - \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\partial}{\partial z} \bar{v} w \, dy. \quad (17)$$

Для наибольших членов уравнение (13) принимает вид

$$u_\infty \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial y} \bar{u} v - \frac{\partial}{\partial z} \bar{u} w. \quad (18)$$

Распределение давлений можно получить из этих уравнений, если известны  $\bar{u} v$  и  $\bar{u} w$  или их соотношение с  $\bar{U}_1$ . Это соотношение можно получить в предположении, что перенос количества движения происходит вследствие диффузии, обусловленной градиентами величин:

$$-\bar{u}_i u_j = (\epsilon_m)_{ij} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right),$$

где  $(\epsilon_m)_{ij}$  — коэффициент тензора турбулентной диффузии. Члены  $\partial \bar{U}_i / \partial y$  и  $\partial \bar{U}_i / \partial z$  больше всех членов, выражающих изменение скорости. Поэтому, если пренебречь малыми членами, то

$$u_\infty \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\epsilon_m)_{xx} \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\epsilon_m)_{xz} \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial z} \right\}. \quad (19)$$

Если коэффициент  $(\epsilon_m)_{xx}$  принять постоянным, то решение уравнения (19) будет решением уравнения Гаусса. Для двумерного потока используется понятие пути смешения Прандтля

$$u_\infty \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x} = l^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial y} \right)^2, \quad (20)$$

где  $l$  — путь смешения и

$$l^2 \left| \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial y} \right| = (\epsilon_m)_{xx}.$$

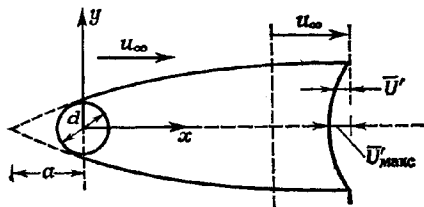
### 1.2.1. Двумерное течение в следе за телом

Турбулентное течение в следе за симметричными телами исследовалось в прошлом, но течение в следе за телом несимметричной формы, обладающим подъемной силой, изучено довольно мало. Типичным примером двумерного следа является течение за бесконечно длинным круговым цилиндром с осью, перпендикулярной основному потоку.

#### Самосохраняющееся течение

Для турбулентного следа самосохраняющееся течение на большом расстоянии от тела лучше изучено, чем несамосохраняющееся течение сразу за телом.

*Теория.* Здесь будет исследовано теоретическое распределение скорости в двумерном следе. Будет рассмотрена модель течения в следе за круговым цилиндром (фиг. 30) в предположении о подобии профилей скорости в сечениях следа на некоторых расстояниях от цилиндра [68].



Фиг. 30. Течение в следе за круговым цилиндром [68].

Если обозначить через  $U'$  отклонение от скорости  $U$ , вызываемой этим цилиндром, а через  $\bar{U}'$  ее среднее значение, то уравнение движения в направлении оси  $x$  примет вид

$$\rho u_{\infty} \frac{\partial \bar{U}'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{xy},$$

где  $\sigma_{xy}$  — тензор напряжения или

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\sigma_{xy}}{\rho u_{\infty}^2}. \quad (21)$$

Так как картина течения в следе предполагается автомодельной, то

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = f(\xi_2), \quad \frac{\bar{U}'_{\max}}{u_{\infty}} = \psi(\xi_1), \quad \frac{\sigma_{xy}}{\rho \bar{U}'_{\max}^2} = h(\xi_2), \quad (22)$$

$$\xi_2 = \frac{y}{d} \varphi(\xi_1) \quad \text{и} \quad \xi_1 = \frac{x+a}{d}. \quad (23)$$

Из уравнения (23)

$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \psi(\xi_1) f(\xi_2)$$

и

$$\frac{\sigma_{xy}}{\rho u_{\infty}^2} = \psi^2(\xi_1) h(\xi_2).$$

Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{f}{d} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_1} + \frac{\psi \xi_2}{d \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_1} \frac{\partial f}{\partial \xi_2}$$

и

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y \rho u_{\infty}^2} = \frac{\psi^2 \varphi}{d} \frac{dh}{d\xi_2},$$

уравнение (21) принимает вид

$$f \frac{d\psi}{d\xi_1} + \frac{\psi \xi_2}{\varphi} \frac{d\varphi}{d\xi_1} \frac{df}{d\xi_2} = \psi^2 \varphi \frac{dh}{d\xi_2}. \quad (24)$$

Приравнивая дефект расхода массы потере потока количества движения, можно найти связь между  $\psi(\xi_1)$  и  $\varphi(\xi_1)$ :

$$\psi(\xi_1) = A\varphi(\xi_1),$$

где  $A$  — параметр, который будет определен позже. Тогда из уравнения (21) имеем

$$\frac{f}{dh/d\xi_2} + \frac{\xi_2 (df/d\xi_2)}{dh/d\xi_2} = A \frac{\varphi^3}{d\varphi/d\xi_1}. \quad (25)$$

Члены в левой части этого уравнения являются функциями  $\xi_2$  или только  $y$ , а члены в правой части — функциями  $\xi_1$  или только  $x$ . Поэтому, чтобы уравнение (25) удовлетворялось, обе части этого уравнения должны быть постоянными. Следовательно,

$$\varphi^3 = \text{const} \frac{d\varphi}{d\xi_1} \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{1}{\sqrt{\xi_1}}.$$

Подставляя  $\varphi$  в уравнение (22), получим

$$\xi_2 = \frac{y}{d} \sqrt{\frac{d}{x+a}} = \frac{y}{\sqrt{d(x+a)}}. \quad (26)$$

Таким образом, из уравнений (22) и (23) следует

$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = A \sqrt{\frac{d}{x+a}} f(\xi_2)$$

и

$$\frac{\sigma_{xy}}{\rho u_{\infty}^2} = A^2 \frac{d}{x+a} h(\xi_2).$$

Зная  $\xi_2$ ,  $\varphi$  и  $\psi$ , уравнение (24) можно представить в виде

$$f + \xi_2 \frac{df}{d\xi_2} = -2A \frac{dh}{d\xi_2}.$$

После интегрирования

$$h = -\frac{1}{2A} \xi_2 f + c.$$

$c = 0$ , так как касательное напряжение при  $\xi_2 = 0$  равно нулю вследствие симметрии.

Распределение касательных напряжений определяется распределением скорости

$$\frac{\sigma_{xy}}{\rho u_{\infty}^2} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{d}{x+a}} \xi_2 \frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = -\frac{1}{2} \frac{y}{x+a} \frac{\bar{U}'}{u_{\infty}}. \quad (27)$$

Из уравнения (27) находим компоненту коэффициента турбулентной диффузии  $(\epsilon_m)_{xx}$ :

$$\frac{(\epsilon_m)_{xx}}{u_{\infty} d} = -\frac{1}{2} \frac{\xi_2 (\bar{U}'/u_{\infty})}{(d/d\xi_2) (\bar{U}'/u_{\infty})} = -\frac{1}{2} \frac{\xi_2 (\bar{U}'/\bar{U}'_{\max})}{(d/d\xi_2) (\bar{U}'/\bar{U}'_{\max})}. \quad (28)$$

Как видно из уравнения (28),  $(\epsilon_m)_{xx}$  является функцией только  $\xi_2$ . Интегрируя уравнение (28), находим отношение скоростей

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = \exp \left\{ -\frac{u_{\infty} d}{2} \int_0^{\xi_2} \frac{\xi_2 d\xi_2}{(\epsilon_m)_{xx}} \right\}. \quad (29)$$

Если предположить, что  $(\epsilon_m)_{xx} = \text{const}$ , то

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = \exp \left\{ -\frac{u_{\infty} d}{4 (\epsilon_m)_{xx}} \xi_2^2 \right\}. \quad (29a)$$

Для решения основного уравнения (29), дающего распределение скорости, необходимо знать  $(\epsilon_m)_{xx}$ . Если воспользоваться понятием пути смешения

$$(\epsilon_m)_{xx} = l^2 \left| \frac{\partial \bar{U}'}{\partial y} \right|,$$

то

$$\frac{(\epsilon_m)_{xx}}{u_{\infty} d} = \frac{Al^2}{d(x+a)} \left| \frac{d}{d\xi_2} \frac{U'}{\bar{U}'_{\max}} \right|.$$

Предположим, что  $l = C_m \sqrt{d(x+a)}$ , где  $C_m$  — коэффициент. Подставляя это выражение в уравнение (28) и интегрируя последнее, находим

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = \frac{(\xi_2)_0^3}{18C_m^2 A} \left[ 1 - \left\{ \frac{|\xi_2|}{|\xi_2)_0} \right\}^{3/2} \right]^2, \quad (30)$$

где  $(\xi_2)_0$  — значение  $\xi_2$ , при котором  $\bar{U}' = 0$ . Параметр  $A$  можно вычислить, используя условие  $\bar{U}'/\bar{U}'_{\max} = 1$  при  $\xi_2 = 0$ ,

$$A = \frac{(\xi_2)_0^3}{18C_m^2}.$$

Теперь уравнение (30) принимает вид

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = \left[ 1 - \left\{ \frac{|\xi_2|}{(\xi_2)_0} \right\}^{3/2} \right]^2. \quad (31)$$

Кроме того, имеем

$$\frac{\bar{U}'_{\max}}{u_{\infty}} = A \sqrt{\frac{d}{x+a}} = \frac{(\xi_2)_0^3}{18C_m^2} \sqrt{\frac{d}{x+a}}. \quad (32)$$

Из уравнений (31) и (32) следует

$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{(\xi_2)_0^3}{18C_m^2} \sqrt{\frac{d}{x+a}} \left[ 1 - \left\{ \frac{|\xi_2|}{(\xi_2)_0} \right\}^{3/2} \right]^2. \quad (33)$$

Значения  $C_m$  и  $(\xi_2)_0$  можно вычислить в предположении, что

$$l = \beta b_w \quad \text{и} \quad b_w = B (C_D dx)^{1/2},$$

где  $b_w$  — половина ширины следа,  $\beta$  и  $B$  — параметры, а  $C_D$  — коэффициент сопротивления.

Поскольку  $l = C_m \sqrt{d(x+a)}$ , то

$$C_m^2 = \frac{l^2}{d(x+a)} = \frac{\beta^2 b_w^2}{d(x+a)}.$$

Так как из интеграла количества движения [68]

$$B = \sqrt{10} \beta$$

$$C_m^2 = \frac{10\beta^4 x C_D d}{d(x+a)}$$

и поскольку

$$\xi_2 = \frac{y}{\sqrt{d(x+a)}},$$

то

$$(\xi_2)_0 = \frac{b_w}{\sqrt{d(x+a)}}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (33), получаем

$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{\sqrt{10}}{18\beta} \sqrt{\frac{C_D d}{x+a}} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{b_w} \right)^{3/2} \right\}^2. \quad (34)$$

Теперь, если примем  $a=0$ , то

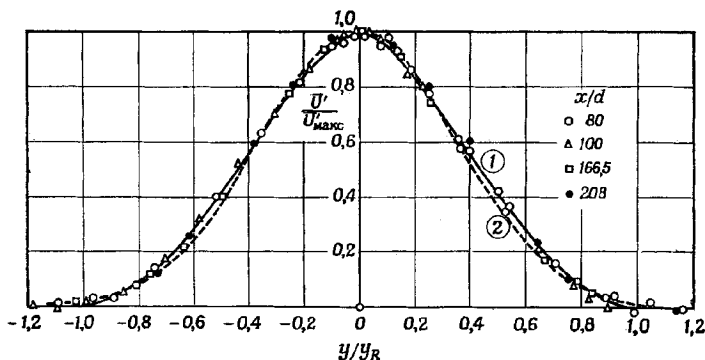
$$\frac{\bar{U}'}{u_{\infty}} = \frac{\sqrt{10}}{18\beta} \sqrt{\frac{C_D d}{x}} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{b_w} \right)^{3/2} \right\}^2. \quad (34a)$$

Это распределение скорости в следе за круговым цилиндром, полученное Шлихтингом [66].

На фиг. 31 представлены расчетное и экспериментальное распределения скорости, которые хорошо совпадают [69, 70]. Кривая 1 соответствует уравнению (34а), а кривая 2 — следующему уравнению:

$$\frac{\bar{u}'}{u_{\infty}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\pi}} \sqrt{\frac{u_{\infty} C_{Dd}}{\varepsilon_0}} \left(\frac{x}{C_{Dd}}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{4} \eta^2\right),$$

где  $\eta = y \sqrt{u_{\infty}/\varepsilon_0 x}$ , а  $\varepsilon_0$  — постоянная эффективная кинематическая вязкость. Это уравнение получается из уравнения для ламина-



Фиг. 31. Распределение скорости в следе за круговым цилиндром [66]. Сравнение теории и эксперимента по Шлихтингу [69].

нарного следа заменой ламинарной кинематической вязкости  $\nu$  на  $\varepsilon_0$ . Как видно из фиг. 31, разница между кривыми 1 и 2 очень мала.

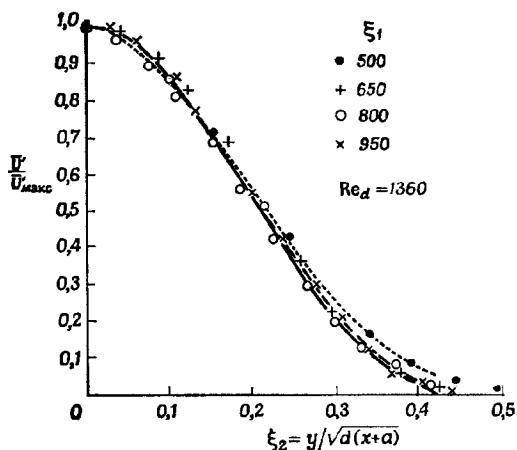
Распределение скорости в следе можно также вычислить непосредственно с использованием теории касательных напряжений Райхардта, индуктивной теории Райхардта, гипотезы Прандтля о переносе количества движения или теории Тейлора о переносе завихренности. Более подробно эти теории изложены в книге Хинце [68].

*Эксперимент.* Результаты экспериментальных исследований затухания потока в следе и других наблюдений потока за круговыми цилиндрами представляются в виде функции от  $\xi_2 = y/\sqrt{d(x+a)}$  и сравниваются с имеющимися расчетными данными.

Результаты измерений средней скорости за круговым цилиндром в самосохраняющемся потоке, выполненные Шлихтингом [69] Фейджером и Фолкнером [71], а также Таунсендом [72], согласуются между собой и с расчетными данными (фиг. 31, 32).

Экспериментально подобие в распределении средней скорости обнаружено в области  $Re_d > 800$ , в которой сопротивление кру-

гового цилиндра может оставаться постоянным, а самосохранение общей структуры потока имеет место на расстояниях  $\xi_1 = (x + a)/d > 90$ . Однако для самосохранения детальной структуры требуется большее расстояние  $\xi_1 = 500-1000$  [72]. Из фиг. 32 видно, что  $(\xi_2)_0 = 0,48$ .



Ф и г. 32. Распределение средней скорости в следе за круговым цилиндром [68].

— результаты измерений; - - - теория переноса количества движения и завихренности; ······  $(\epsilon_m)_{xx} = \text{const}$ .

Около оси следа вычисленные значения средней скорости меньше измеренных; это свидетельствует, что теоретический коэффициент переноса слишком мал. Распределение скорости на оси представляется гауссовой функцией распределения ошибок

$$\frac{\bar{U}'}{\bar{U}'_{\max}} = \exp \left\{ - \left( \frac{\xi_2}{0,256} \right)^2 \right\}.$$

Значение  $\bar{U}'/\bar{U}'_{\max}$  вычисленное по этому уравнению, отличается от измеренного около границы, так как, хотя в центральной части следа  $(\epsilon_m)_{xx} = 1/4 (0,256)^2 u_{\infty} d = 0,016 u_{\infty} d$ , в пограничной области измеренное значение  $(\epsilon_m)_{xx}$  гораздо меньше, чем в центральной части.

Путь перемешивания  $l$  больше на оси и меньше на границе, и его среднее измеренное значение на половине ширины следа составляет

$$l/y_{1/2} \approx 0,4-0,46.$$

Это значение больше вычисленного по теории Прандтля.

Распределение максимального напряжения вычисляется с помощью гауссова распределения скорости

$$\left(\frac{\sigma_{xy}}{\rho u_{\infty}^2}\right)_{\max} = -\frac{A}{2} \frac{d}{x+a} \sqrt{\frac{2(\varepsilon_m)_{xx}}{e u_{\infty} d}}$$

Оно достигается при

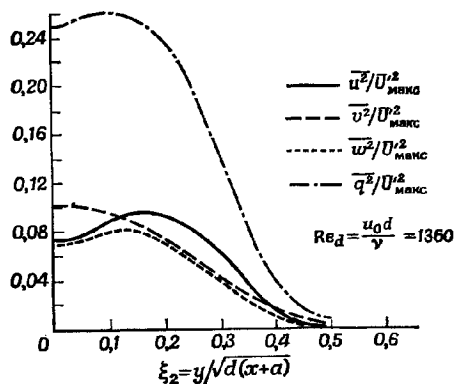
$$(\xi_2)_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_m)_{xx}}{u_{\infty} d}}$$

Но максимальная интенсивность турбулентности развивается за пределами половины ширины  $(\xi_2)_{1/2}$

$$(\xi_2)_{1/2} = \sqrt{\frac{4(\varepsilon_m)_{xx}}{u_{\infty} d} \ln 2} > (\xi_2)_{\text{опт}}$$

Таким образом, максимальная интенсивность турбулентности достигается не при  $(\xi_2)_{\text{опт}}$ .

Другие измеренные параметры следа [73, 75, 76] за круговыми цилиндрами: распределение температуры, интенсивность турбулентности, касательные



Ф и г. 33. Относительная интенсивность турбулентности при  $\xi_1 = 500, 650$  и  $950$  в следе за круговым цилиндром [68].

касательного напряжения, турбулентной вязкости и переноса параметров в поперечном направлении в области значений  $\xi_1 = 500-950$ .

Характер изменения интенсивности турбулентности на фиг. 33 подобен полученному Рошко [62], о котором упоминалось ранее. На фиг. 33  $\overline{q^2} = \overline{u_i u_i}$  — удвоенная кинетическая энергия турбулент-

ности, касательные напряжения, распределение турбулентной вязкости, перенос турбулентности в поперечном направлении, энергетический баланс и т. д. — могут быть полезны для более углубленного понимания течения в дальнем следе, поскольку эти величины измерены в области  $\xi = 80-950$ , простирающейся от несамосохраняющейся области до самосохраняющейся. На фиг. 33—35 представлены измеренные значения интенсивности турбулентности,



ного движения. Касательное напряжение достигает максимума при  $\xi_2 = 0,2$ , но турбулентная вязкость уменьшается при возрастании  $\xi_2$  (фиг. 34).

Величины

$$\frac{\overline{u^2 v}}{\overline{U}_{\max}^3} \quad \text{и} \quad \frac{\overline{w^2 v}}{\overline{U}_{\max}^3}$$

принимают отрицательные значения в центральной области, что соответствует переносу, направленному к оси следа (фиг. 35).

Вклад в энергию турбулентного движения меняется по ширине следа (фиг. 35).

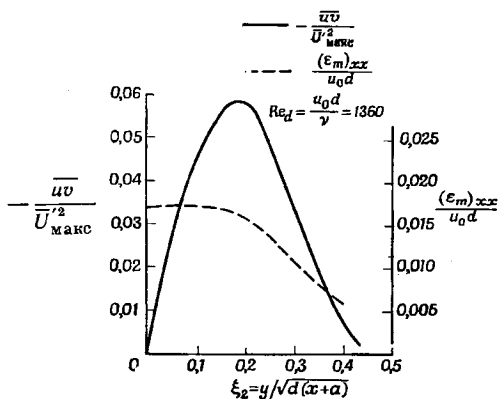
Около оси следа интенсивность турбулентного движения пренебрежимо мала и основной приток энергии происходит за счет конвекции в осевом направлении через основной поток. Диссипация и диффузия турбулентности в противоположном направлении уравновешивают этот приток энергии. На фиг. 36 знак «плюс» означает приток энергии, знак «минус» — ее потерю. Во внешней пограничной области мала не только интенсивность турбулентного движения, но и диффузия кинетической энергии, а также диссипация. Баланс энергии для течения в следе можно записать в виде [74]

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1'} \frac{1}{2} \frac{\overline{q^2}}{u_\infty^3} + \frac{\partial}{\partial \xi_2'} \frac{1}{u_\infty^3} v \left( \frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \right) + \frac{\overline{uv}}{u_\infty^2} \frac{\partial}{\partial \xi_2'} \frac{\overline{U}'}{u_\infty} + 15 \frac{v}{u_\infty d} \left( \frac{\partial}{\partial \xi_1'} \frac{u}{u_\infty} \right)^2 = 0,$$

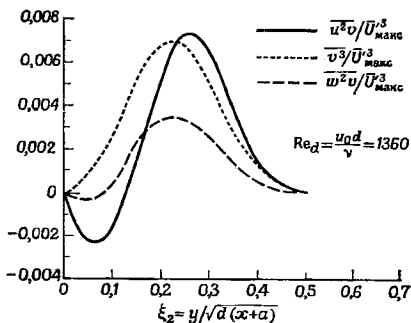
где  $\overline{q^2} = \overline{u_i u_i}$  (удвоенная кинетическая энергия турбулентного движения). Индекс  $i$  принимает значения от 1 до 3, при этом  $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$  и  $u_3 = w$ ,  $\xi_1' = x/d$  и  $\xi_2' = y/d$ . Величины всех членов в уравнении баланса энергии, за исключением переноса давления  $vp$ , были измерены Таунсендом [74]. Величина  $vp$  была измерена Кобаши [75]. Результаты измерений Таунсенда [74] представлены на фиг. 37.

Вклад вязкой диссипации в энергию турбулентного движения в элементе объема следа отрицателен. Однако на фиг. 37 член, выражающий диссипацию, имеет положительный знак, поэтому, как показано стрелками вдоль вертикальной оси, отрицательные значения означают положительный вклад в энергию. В окрестности оси следа в связи с тем, что производная  $\partial/\partial \xi_1' [(1/2) \overline{q^2}]$  отрицательна, конвективный член  $u_\infty (\partial/\partial \xi_1') [(1/2) \overline{q^2}]$  дает положительный вклад.

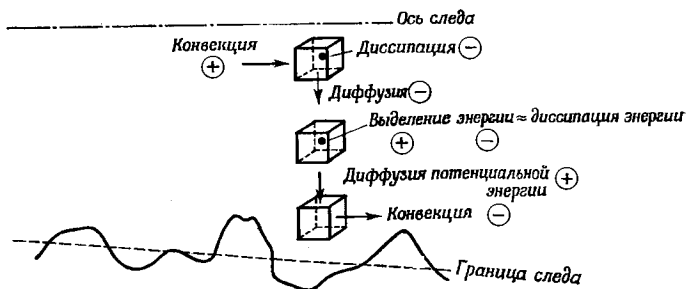
Кинетическая энергия турбулентного движения, диссипация и турбулентная вязкость не претерпевают сильных изменений в



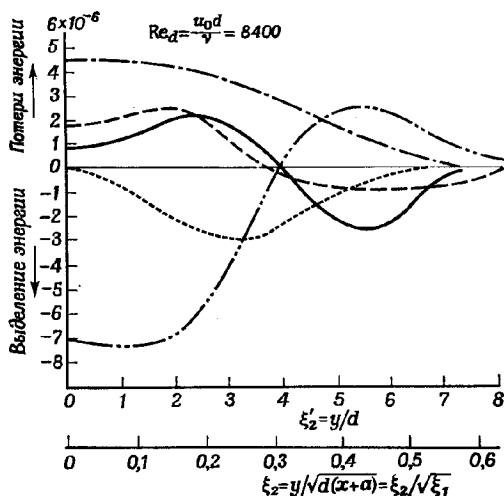
Ф и г. 34. Распределение касательного напряжения и турбулентной вязкости при  $\xi_1 = 500, 650$  и  $800$  в следе за круговым цилиндром [68].



Ф и г. 35. Перенос турбулентным движением компонент интенсивности турбулентности в поперечном направлении в сечениях  $\xi_1 = 500, 650, 800$  и  $950$  в следе за круговым цилиндром [68].



Ф и г. 36. Вклад в энергию турбулентного движения в следе за цилиндром [68].



Ф и г. 37. Баланс энергии в следе за круговым цилиндром при  $\xi_1 = 160$  [68].

$$\begin{aligned}
 & \dots - \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2} \frac{q^2}{u_0^2} \text{ (конвекция); } \dots - \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{1}{u_0^2} \frac{\overline{v'p}}{\rho} \text{ (диффузия); } \\
 & \dots - \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{1}{u_0^2} \frac{1}{2} \frac{\overline{vq^2}}{\nu} \text{ (диффузия); } \dots \frac{\overline{uv}}{u_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{\overline{U'}}{u_0} \text{ (выделение энергии); } \dots - 15 \frac{\nu}{u_0 d} \left( \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{u}{u_0} \right)^2 \text{ (диссипация).}
 \end{aligned}$$

центральной зоне вблизи оси следа, что указывает на определенную однородность турбулентности в этой области. Однако эти значения резко падают при приближении к внешней пограничной области.

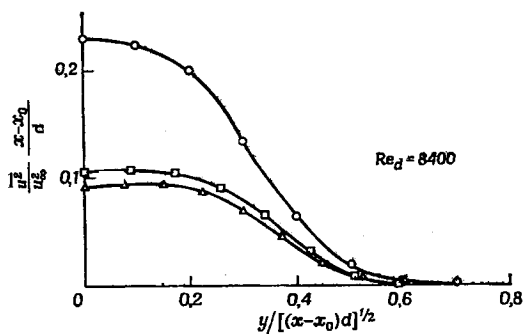
### *Несамосохраняющееся течение за круговым цилиндром*

В гл. I было представлено распределение давления по поверхности тела в ближнем следе как функция числа Рейнольдса. Таунсенд [77] измерил параметры потока около поверхности цилиндра в области, где течение в следе не является самосохраняющимся, а также в области до  $x/d = 160$  (фиг. 38).

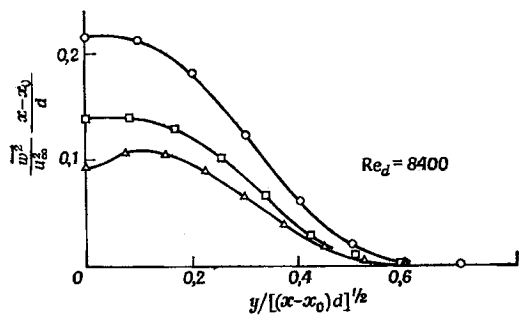
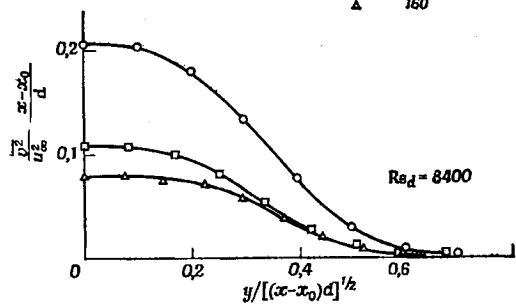
Вблизи цилиндра (т. е. при малых значениях  $x/d$ ) параметры

$$\frac{\overline{u^2}}{u_\infty^2} \left( \frac{x-x_0}{d} \right), \quad \frac{\overline{v^2}}{u_\infty^2} \left( \frac{x-x_0}{d} \right) \quad \text{и} \quad \frac{\overline{w^2}}{u_\infty^2} \left( \frac{x-x_0}{d} \right)$$

изменяются гораздо в большей степени, чем при больших значениях  $x/d$ , т. е. далеко за телом, где эти параметры малы и слабо



○  $x/d=80$   
 □  $120$   
 △  $160$



Ф и г. 38. Отклонение от самосохраняющегося течения в следе [77].

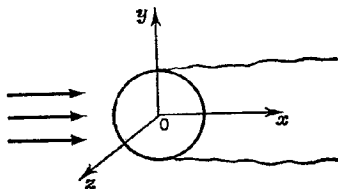
зависят от  $x/d$ , что указывает на преобладание самосохраняющегося течения;  $x_0$  соответствует некоторому условному началу течения. Вначале течение в следе в сильной степени периодическое, но при больших значениях  $Re_d$  периодичность быстро подавляется турбулентными возмущениями и на коротком расстоянии в несколько диаметров от цилиндра периодичность отсутствует полностью. Дополнительные сведения о перемежаемости течения, свойствах полностью развитого турбулентного потока, структуре крупных вихреобразований, структуре вихрей, переносящих энергию и т. д., можно найти в книге Таунсенда [77].

### *След за двумерным телом произвольной формы*

Исследования следов за телами произвольной формы немногочисленны, но характеристики следа далеко вниз по потоку обычно подобны характеристикам следа за круговым цилиндром. Однако переходный процесс, связанный с зарождением турбулентного движения вблизи тела произвольной формы, отличается от течения в следе за круговым цилиндром. Некоторая информация об этом различии содержится в разд. 1, в котором рассматриваются следы за пластиной и толстой задней кромкой.

#### *1.2.2. Турбулентный след за осесимметричным телом*

Из следов за осесимметричными телами наиболее интенсивно изучался след за сферой, хотя исследован он в меньшей степени,



Ф и г. 39. Система координат для следа за сферой.

чем след за круговым цилиндром. Свейн [78] пытался решить задачу о турбулентном следе за сферой на большом расстоянии от нее, используя теорию пограничного слоя и понятие пути смещения Прандтля. Он предполагал, что граница следа описывается уравнением

$$y = \alpha x^{1/3} + \beta x^{-1/3},$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные, и второй член становится больше первого по мере приближения к телу (фиг. 39).

Для получения теоретического решения вводятся следующие предположения:

- 1) далеко за телом средняя скорость равна  $u_\infty + v$ , причем  $v \ll u_\infty$ ;
- 2) изменение скорости течения в направлении, перпендикулярном оси  $ox$ , больше, чем вдоль этой оси;

3) уравнением движения, записанным для направления, перпендикулярного оси  $ox$ , можно пренебречь;

4)  $v' \propto [d(2b_w)]/dt \propto u_\infty [d(2b_w)]/dx$ , где  $v'$  — пульсации скорости в направлении  $y$ , а  $2b_w$  — ширина следа.

Решая уравнения неразрывности и количества движения при помощи соответствующих преобразований, требующих сложных математических вычислений, получаем следующие выражения для границы турбулентного следа и распределения скорости:

$$y = 1,41 (3C^2) (C_D^2 F x)^{1/2} \{1 + 0,19 (3C^2)^{-2/3} (C_D F)^{1/3} x^{-1/2}\},$$

$$u = u_\infty (C_D F)^{1/3} x^{-2/3} \chi_1(\eta)$$

и

$$v = \frac{u_\infty}{3} (C_D F)^{2/3} x^{-4/3} \eta \chi_1(\eta),$$

где

$$\chi_1(\eta) = - \left( \frac{1}{3} \eta^{2/3} - A \right)^2,$$

$$\eta = \frac{y}{(C_D F x)^{1/3}},$$

$$A = 0,56 (3C^2)^{-1/3},$$

а  $C = \text{const}$ , которая должна определяться экспериментально. Величина  $C_D F$  определяется по сопротивлению тела. Сопротивление вычисляется по формуле  $1/2 \rho C_D F u_\infty^2$ . Затем рассчитываются  $y$ ,  $u$  и  $v$ .

Чжен и Ох [78а] получили теоретическое решение для установившегося турбулентного дальнего следа за неподвижным осесимметричным телом, обтекаемым однородным потоком несжимаемой жидкости со скоростью  $u_\infty$ .

К основным уравнениям относится уравнение неразрывности  $[\partial(yu)/\partial x] + [\partial(yv)/\partial y] = 0$ .

В предположении, что статическое давление постоянно, уравнение количества движения можно записать в виде

$$u (\partial u / \partial x) + v (\partial u / \partial y) = (1/\rho) [\partial(\tau)/\partial y].$$

Так как  $\bar{U}' = u_\infty - u$ , то, подставляя  $U'$  в эти два уравнения и оценивая порядки величин, получим уравнение количества движения в следующем виде:

$$-u_\infty (\partial \bar{U}' / \partial x) = (\tau/\rho) + (1/\rho) (\partial \tau / \partial y).$$

Теперь введем путь смещения Прандтля  $l$ :

$$\tau = \rho l^2 \left| \partial u / \partial y \right| \left( \partial u / \partial y \right).$$

В итоге получаем следующее уравнение:

$$-u_{\infty} (\partial \bar{U}' / \partial x) = (l^2 / y) (\partial \bar{U}' / \partial y)^2 + 2l^2 (\partial \bar{U}' / \partial y) (\partial^2 \bar{U}' / \partial y^2). \quad (34б)$$

Для осесимметричного турбулентного следа в несжимаемой жидкости  $b_w$  и  $\bar{U}'$  пропорциональны  $x^{1/3}$  и  $x^{-2/3}$  соответственно [66]. Предполагая, что профили скоростей подобны и вводя  $\eta = y/b_w$  как независимую переменную, имеем

$$b_w = B (C_D d^2 x)^{1/3}$$

и

$$\bar{U}' / u_{\infty} = (x^2 / C_D d^2)^{-1/3} f(\eta),$$

где  $B$  — постоянная, которая будет определена ниже. Используя соотношение  $l = \beta b_w$ , перепишем уравнение (34б) в виде

$$(1/3) (2f + \eta f') = 2 (\beta^2 / B) [f' f'' + (1/2\eta) f'^2].$$

Решение этого дифференциального уравнения

$$(1/3) \eta f = (\beta^2 / B) f'^2 + C_1, \quad (34в)$$

где «трих» означает дифференцирование по  $\eta$ . Из граничных условий  $f = f' = 0$  при  $\eta = 1$  следует  $C_1 = 0$ .

Теперь уравнение (34в) принимает вид

$$df/f^{1/2} = (B/3\beta^2)^{1/2} \eta^{1/2} d\eta.$$

Интегрируя, получаем

$$2f^{1/2} = (2/3) (B/3\beta^2)^{1/2} \eta^{3/2} + C_2.$$

Из граничного условия  $f = 0$  при  $\eta = 1$  следует, что

$$C_2 = - (2/3) (B/3\beta^2)^{1/2}.$$

Следовательно,

$$f = (1/3) (B/9\beta^2) (1 - \eta^{3/2})^2.$$

Этот результат подобен полученному Шлихтингом [66] для двумерного следа и отличается только коэффициентом ( $1/3$  вместо  $1/2$ ), как видно из уравнения (34в).

Чтобы определить  $B$ , применим теорему количества движения к контрольному объему, окружающему тело.

Полное сопротивление вычисляется по формуле

$$D = 2\pi\rho \int_0^{\infty} u (u_{\infty} - u) y dy = 2\pi\rho \int_0^{\infty} \bar{U}' (u_{\infty} - \bar{U}') y dy.$$

Пренебрежем величиной  $\bar{U}'^2$  и определим  $D$ :

$$D = (1/2) C_D \rho u_\infty^2 (\pi d^2/4).$$

Приравнивая два последних выражения, получим

$$\begin{aligned} (1/16) u_\infty C_D d^2 &= \int_0^\infty \bar{U}' y dy = \\ &= \int_0^1 \bar{U}' b_w^2 \eta d\eta = u_\infty C_D d^2 (B^3/27\beta^2) \int_0^1 (\eta^4 - 2\eta^{3/2} + \eta) d\eta. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$B = [(105)^{1/3}/2] \beta^{3/2}$$

и

$$f = [(105)^{1/3}/54] \beta^{-4/3} (1 - \eta^{3/2})^2.$$

Окончательно из этого уравнения найдем

$$b_w = [(105)^{1/3}/2] \beta^{2/3} (C_D d^2 x)^{1/3} \quad (34г)$$

и

$$\bar{U}'/u_\infty = [(105)^{1/3}/54] \beta^{-4/3} (x^2/C_D d^2)^{-1/3} [1 - (y/b_w)^{3/2}]^2. \quad (34д)$$

Решение, представленное уравнениями (34г) и (34д), проще, чем в работе Свейна [78].

Ввиду недостатка экспериментальных данных о характеристиках следа за осесимметричным телом обычно принимается, что относительные размеры крупных вихреобразований и распределение средней скорости в осесимметричном следе приблизительно такие же, как в двумерном следе [79]. Измеренные коэффициенты сопротивления и давления в следе за диском на расстоянии 1,7 диаметров от него равны 1,20 и -0,45 соответственно [80].

Баланс энергии в турбулентном следе за воздухозаборником с тупым центральным телом был исследован Роузом [80] на основе рассмотрения экспериментальных данных и главных членов уравнений количества движения и энергии для осредненного и вторичного движения. Явления возбуждения и диссипации турбулентности в турбулентных следах этих типов, как и ожидалось, очень сложные, тем не менее можно утверждать, что основная зона возбуждения турбулентности находится между завихренным ядром и основным потоком. Кроме того, можно определить диссипацию энергии даже в зонах неоднородной анизотропной турбулентности с помощью одной лишь производной скорости вместо девяти производных, входящих в обобщенную диссипативную функцию. Потери энергии в основном потоке почти исключительно связаны с возбуждением турбулентности [80].



## 2. ТЕЧЕНИЕ В СЛЕДЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ И ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

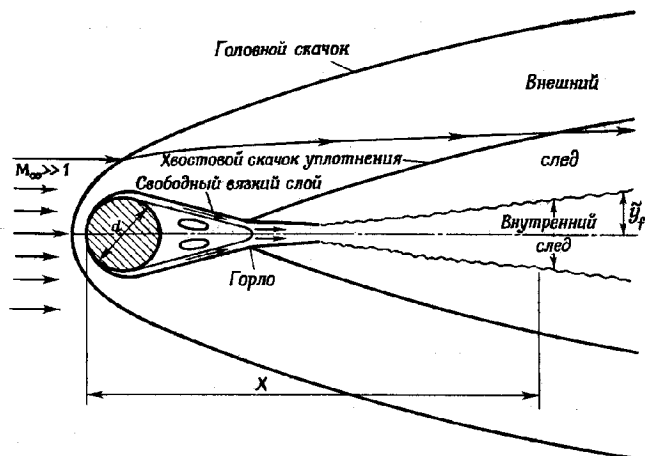
В гл. I было дано краткое описание течения в следе при больших скоростях. В этом разделе рассматриваются дополнительные подробности о механизме и свойствах течения в следе при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях.

### 2.1. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В СЛЕДЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ И ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

С древнейших времен ученые наблюдали и изучали явление образования длинных светящихся хвостов за метеорами. Такой хвост является одним из видов следов за телом при гиперзвуковых скоростях, который образован уносимым веществом метеора. Этот след можно наблюдать благодаря его значительной длине. След становится важным фактором при изучении свободных вязких потоков, свободных вихрей и турбулентности. Характеристики течения в следе зависят от того, является ли он ламинарным или турбулентным, и сильно отличаются от характеристик окружающего потока. Так как размер и свойства течения в следе непосредственно зависят от типа движущегося тела и его траектории, то, подробно изучив поле течения в следе, можно определить параметры летящего тела. Таким образом, в настоящее время решение задач, связанных со следами за космическими кораблями, ракетами и спутниками при гиперзвуковых скоростях, становится необходимым для опознавания входящих в атмосферу тел. Вследствие большой скорости таких тел возникает сложная проблема аэродинамического нагрева, при этом температура в следе становится высокой. Например, при  $M_\infty = 22$  на высоте 30 км энтальпия вдоль оси следа за тупым телом уменьшается до первоначального значения во внешнем следе только на расстоянии 150 диаметров. На расстоянии 1000 диаметров за сферой энтальпия на оси следа все еще в 10 раз больше, чем в окружающей среде. Во внешней части следа унос вещества тела и химические реакции, такие, как диссоциация молекул газа в атомы, ионизация и рекомбинация атомов в молекулы, влияют на связь с аппаратом и диагностику. Когда частицы уносимого материала сталкиваются с частицами кислорода, появляется светящийся хвост (фиг. 40, 41).

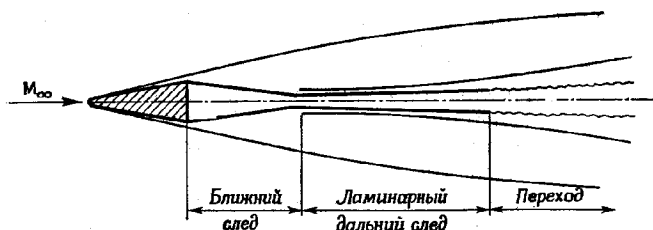
Проблема гиперзвукового следа является несомненно сложной, но существуют определенные упрощения и подобие со следом при дозвуковых скоростях. Например, хотя классический дозвуковой след, как двумерный, так и осесимметричный, находится в переменном во времени поле течения, а также в области развитой завихренности, основная частота вихреобразования пропор-

циональна скорости набегающего потока. Как уже упоминалось в гл. I, гиперзвуковой и дозвуковой следы имеют не только общие характеристики [81], но и существенные различия [6].



Ф и г. 40. След за тупым телом при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях [6].

Как упоминалось в гл. I, при гиперзвуковых скоростях все линии тока в следе за тупым телом, первоначально относящиеся к «внешнему следу», поглощаются ниже по потоку турбулентным



Ф и г. 41. След за тонким телом при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях.

следом. Физический процесс развития турбулентного следа, включая поглощение внешнего потока, можно описать следующим образом: происходит диффузия пульсаций завихренности, вызванной мельчайшими вихрями, из-за больших градиентов скоростей,

которыми они обладают, и турбулентный фронт, ограничивающий след, распространяется по ширине следа. Таким образом, происходит передача энергии турбулентного движения в область потока, где турбулентность еще не возникла, что и возбуждает турбулентное движение газа в первоначально неподвижной среде. С другой стороны, перетекание газа из внешней области в турбулентное ядро, вероятно, вызывается большими вихрями, которые разрушают границу ядра.

В ближнем следе статическое давление еще не достигает своего значения в окружающей среде и градиент давления в радиальном, а также в осевом направлении не равен нулю. В ближнем следе вязкое перемешивание является важным фактором, но в дальнем следе силы вязкости можно считать преобладающими, а статическое давление постоянно и равно своему значению в окружающей среде.

Гиперзвуковой след за тонким телом несколько отличается от следа за тупыми телами. В случае тонкого тела большие градиенты в потоке, вызванные головной ударной волной, несущественны и вязкий след распространяется в области, где параметры потока близки к параметрам набегающего потока. Явления перехода различны, кроме того, возможно различны и величины турбулентных пульсаций, которые зависят от степени затупления тела. Область ближнего следа ограничена прямыми линиями, причем его первоначальная ширина несколько больше, чем поперечные размеры тела из-за толстого оторвавшегося вязкого слоя, затем ширина следа постепенно уменьшается вниз по потоку, достигая горла. В ближнем следе оторвавшийся вязкий слой играет важную роль. За горлом ширина следа растет пропорционально длине следа. Как упоминалось в гл. I, след за тонким телом является холодным в отличие от горячего следа за тупым телом из-за отсутствия интенсивного нагрева, создаваемого возникающими ударными волнами, и более медленного роста следа. Кроме того, след за тонким телом охлаждается гораздо быстрее, чем за тупым телом. Эксперименты с острым конусом и конусом со сферическим затуплением, имеющими угол при вершине  $20^\circ$ , в интервале чисел Маха  $M_\infty$  от 2,66 до 4,85 показали, что донное давление и угол наклона поверхности следа одинаковы для обоих конусов, если одинаковы местное число Маха и число Рейнольдса, вычисленное по толщине потери импульса пограничного слоя у основания конуса [82]. Из-за высокой температуры в гиперзвуковом следе за тупым телом на течение в следе влияют свойства реального газа или физико-химические процессы, как, например, диссоциация, ионизация и рекомбинация. Время, требуемое для завершения процессов диссоциации и ионизации (и для обратных процессов), в сравнении со временем движения частиц газа существенно при определении регистрируемых эффек-

тов гиперзвукового следа, например таких, как тепловое излучение и отражение электромагнитных волн от следа. Для определения параметров следа на основании экспериментов необходимо точно знать скорость полета. Так как процесс переноса в турбулентном следе при больших числах Рейнольдса происходит в тысячи раз быстрее, чем в ламинарном следе, то высокотемпературный турбулентный след охлаждается на несколько порядков быстрее, чем ламинарный, оставляя более короткий видимый хвост.

Для удобства след можно разделить на определяемый процессом расширения и определяемый процессом теплопроводности [83]. Определяемый процессом расширения след простирается до точки, где давление уменьшается до значения, соответствующего внешнему потоку, и охлаждение происходит в основном вследствие расширения потока. В следе, определяемом процессом теплопроводности, поток охлаждается в основном за счет диффузии тепла от высокотемпературного ядра. Так как охлаждение следа происходит в основном за счет теплопроводности, влияние вязкости несущественно.

Физико-химические процессы в следе достаточно сложны, но в двух предельных случаях — равновесного и замороженного потоков — возможны значительные упрощения. В термодинамически и химически равновесном потоке газа скорости термодинамических и химических процессов гораздо больше скоростей конвекции и диффузии, а в термодинамически и химически замороженном потоке газа соотношение между скоростями противоположное. В химически замороженном потоке всеми химическими эффектами можно пренебречь вследствие быстрого и значительного расширения газа, поскольку состав газа остается постоянным, или замороженным, при той степени диссоциации, которая соответствует точке, где ее изменение стало пренебрежимо малым. Динамические изменения в газе протекают гораздо быстрее по сравнению с химическими превращениями, следовательно последние не могут существенно повлиять на состав газа, и смесь движется без изменений массовых концентраций компонентов. Если термодинамические процессы аналогичным образом связаны с динамическими изменениями в газе, то скорости термодинамических процессов, как и химических, равны нулю и поток становится обратимым. При больших скоростях и высотах след, возможно, является замороженным и ламинарным, но он становится турбулентным перед «размораживанием». На высотах более  $\sim 30$  км замороженный след очень быстро теряет тепловую энергию и атомы диссоциированного газа начинают рекомбинировать. В процессе рекомбинации выделяется энергия и ядро следа нагревается, но теплопроводность в радиальном направлении вызывает его охлаждение. Так как в замороженном потоке на высоте более  $\sim 30$  км теряется больше тепла, чем выделяется в процессе рекомбинации, то тем-

пература в следе может достигнуть значения температуры внешнего потока.

Если динамические изменения в газе протекают гораздо медленнее по сравнению со скоростями термодинамических и химических процессов, течение становится термодинамически и химически равновесным. Поскольку скорости этих процессов в пределе бесконечны, такие процессы также являются обратимыми. На достаточно малых высотах поток газа находится в термодинамическом равновесии, а след охлаждается за счет расширения от высокого давления вблизи тела до давления во внешнем потоке.

При ламинарном течении в равновесном следе температура постепенно уменьшается по потоку, но в замороженном следе температура в ближнем следе ниже, чем равновесная температура. Далее вниз по потоку в зависимости от размеров тела и высоты полета след может вновь нагреваться и охлаждаться или замороженные химические компоненты могут диффундировать без значительного нагревания. При переходе нагревания замороженного следа не происходит.

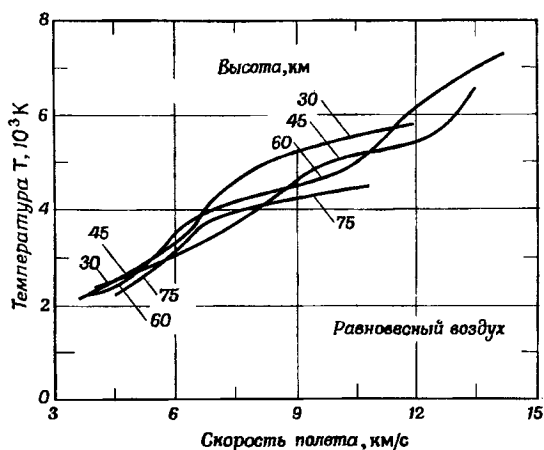
На больших высотах большая часть газа, проходящего через почти прямой скачок уплотнения, попадает в пограничный слой тела, и значительная доля энергии передается телу, а остальная ее часть рассеивается в следе. Так как в точке торможения не может быть достигнуто равновесие, концентрация электронов во всем поле течения может не быть равновесной. Кроме того, скорость рекомбинации мала. Таким образом, концентрация электронов в следе больше, чем в равновесном потоке. Однако, если поток является турбулентным, концентрация электронов может оставаться низкой.

На малых высотах толщина пограничного слоя гораздо меньше, чем расстояние до отшедшего скачка. Большая часть энергии содержится в области невязкого потока, поэтому влияние пограничного слоя тела на след пренебрежимо мало. С уменьшением высоты в точке торможения достигается равновесная ионизация, но вниз по потоку распределение плотности электронов вдоль оси зависит от соотношения (если поток ламинарный) между временем ионной и атомной рекомбинации и характерным газодинамическим временем.

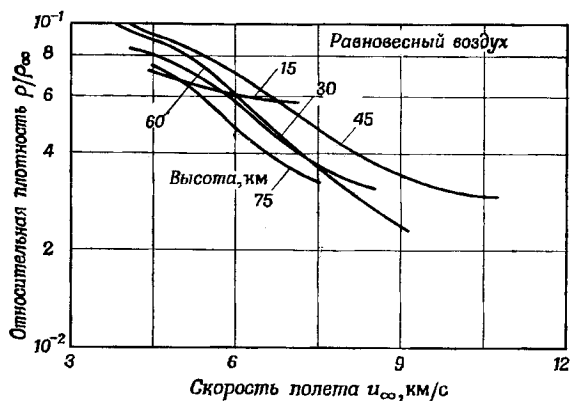
## 2. 2. ПАРАМЕТРЫ СЛЕДА ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ

Фельдман [83] теоретически исследовал течение в следе за относительно короткими телами вращения в интервале скоростей полета от 4500 до 11 000 м/с и высот от 30 до 75 км.

Температура, плотность и скорость равновесного воздуха в следе за сферой получены в функции скорости полета.

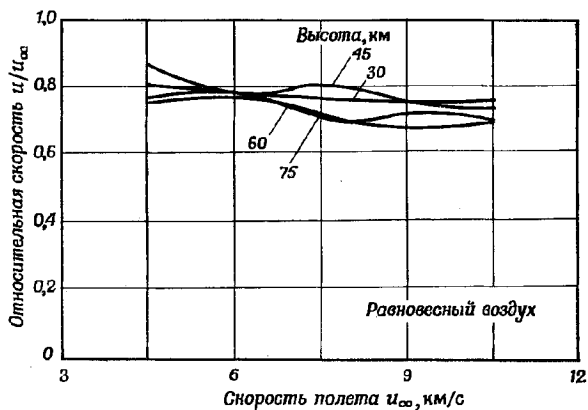


Ф и г. 42. Температура на осевой линии тока за головным скачком перед сферой при последующем изоэнтропическом расширении до давления окружающей среды [83].

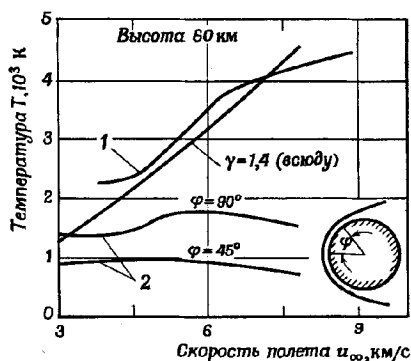


Ф и г. 43. Относительная плотность на осевой линии тока за головным скачком перед сферой при последующем изоэнтропическом расширении до давления окружающей среды [83].

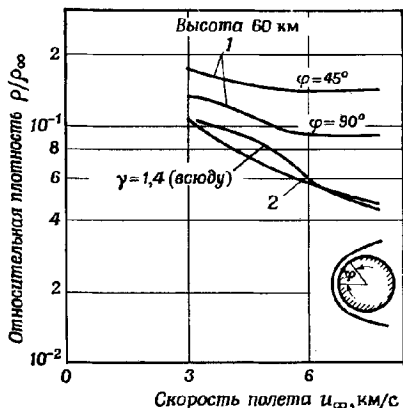
$\rho_\infty$  — плотность набегающего потока.



Ф и г. 44. Относительная скорость на осевой линии тока за головным скачком перед сферой при последующем изобарическом расширении до давления окружающей среды [83].



Ф и г. 45. Температура на осевой линии тока за головным скачком перед сферой при последующем изобарическом расширении до давления окружающей среды (сравнение между равновесным и замороженным течениями) [83].  
1 — равновесное течение, 2 — замороженное течение по колебательным степеням свободы и химическому составу.



Ф и г. 46. Относительная плотность на осевой линии тока за головным скачком перед сферой при последующем изобарическом расширении до давления окружающей среды (сравнение между равновесным и замороженным течениями) [83].  
1 — замороженное течение по колебательным степеням свободы и химическому составу; 2 — равновесное течение;  $\rho_{\infty}$  — плотность набегающего потока.

В первом приближении температура увеличивается линейно в зависимости от скорости полета (фиг. 42).

При малой скорости плотности следа составляет примерно  $1/10$  от плотности окружающей среды и почти не зависит от высоты, в то время как при высоких скоростях она уменьшается до  $1/30$  от плотности окружающей среды (фиг. 43, 44).

Температуры и плотности следа за сферой на высоте 60 км при равновесном и замороженном течении сравниваются на фиг. 45 и 46 в зависимости от скорости полета.

Исследовались два случая расположения на сфере точки замораживания газа по колебательным степеням свободы и составу. В первом случае точка находится около звуковой точки, во втором — на расстоянии  $\varphi = 90^\circ$  от критической точки. Как видно на фиг. 45, если поток проходит через скачок в равновесном состоянии, затем замораживается и после обтекания тела попадает в след, его температура может сильно отличаться от равновесной, что существенно влияет на картину течения в следе. Из фиг. 45 также видно, что если рекомбинация в потоке происходит при давлении окружающей среды, то температура может возрасти в 2—5 раз в зависимости от скорости полета. На фиг. 45 и 46 показаны также кривые для  $\gamma = 1,4$ , которые соответствуют состоянию газа, замороженного по колебательным степеням свободы и химическому составу в головном скачке уплотнения и в поле течения. В этом случае температура и плотность близки к равновесным значениям.

### 2.2.1. Ламинарный след, определяемый процессом теплопроводности

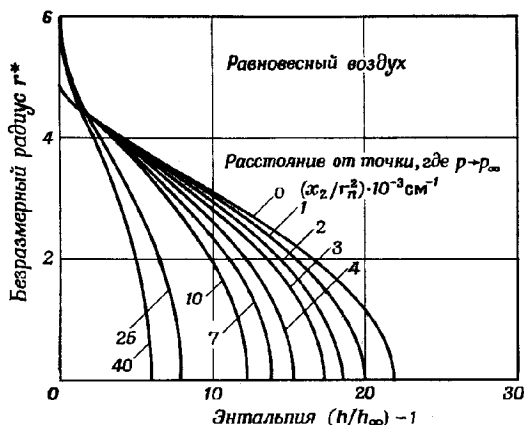
Используя уравнение квазиравновесного состояния для высокотемпературного воздуха, Фельдман [83] получил численное решение для ламинарного следа за сферой, определяемого процессом теплопроводности.

Когда давление в направлении потока уменьшается до значения в окружающей среде, то дальнейшее охлаждение следа происходит за счет теплопроводности от высокотемпературного ядра в окружающую холодную среду. Охлаждение за счет излучения пренебрежимо мало.

Для ламинарного равновесного потока воздуха на высоте 18 км при скорости  $u_\infty = 5,3$  км/с за точкой, где  $p \rightarrow p_\infty$ , Фельдман [83] построил профили полной и статической энтальпии, скорости, температуры и плотности для определяемого процессом теплопроводности следа за сферой в зависимости от  $r^* = r/r_n$  ( $r$  — радиус,  $r_n$  — радиус носка). Для определяемого процессом теплопроводности следа длина, измеряемая вдоль следа от центра сферической носовой части, обозначается через  $x_2$ . Как видно из фиг. 47—50, эти профили не расширяются в радиаль-

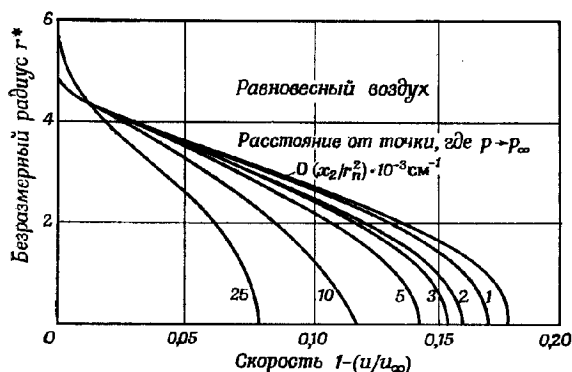


ном направлении, как в случае диффузии, по-видимому, вследствие того, что плотность в ядре ниже, чем вне его. Поскольку внешняя область следа с большой плотностью является очень интен-



Ф и г. 47. Профили энthalпии определяемого процессом теплопроводности ламинарного следа за сферой [83].

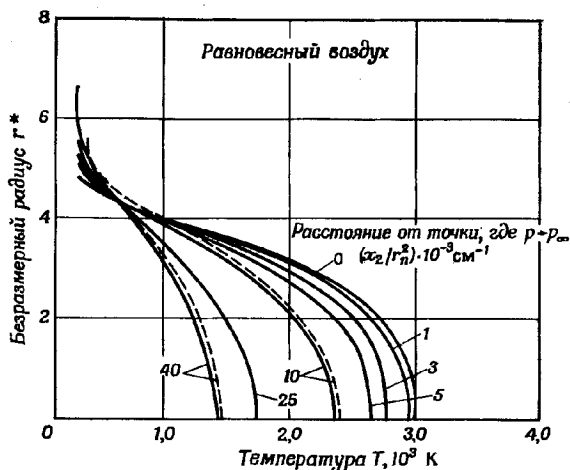
Высота 18 км,  $u_{\infty} = 5,3$  км/с.



Ф и г. 48. Профили скорости определяемого процессом теплопроводности ламинарного следа за сферой [83].

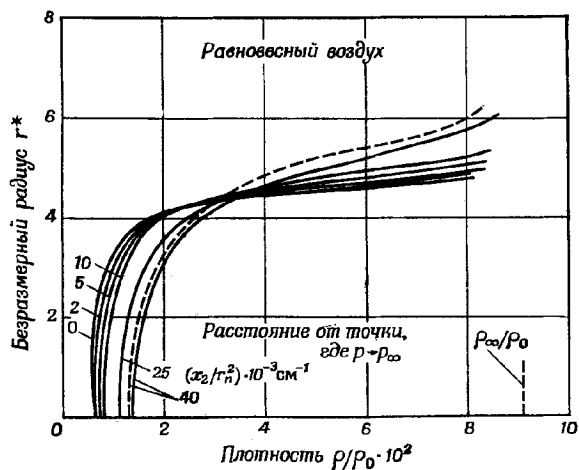
Высота 18 км,  $u_{\infty} = 5,3$  км/с.

сивным поглотителем тепла, относительно большое уменьшение температуры ядра с низкой плотностью уравнивается малым увеличением температуры окружающего газа, что предотвращает распространение энthalпии.



Ф и г. 49. Профили температуры определяемого процессом теплопроводности ламинарного следа за сферой [83].

Высота 18 км,  $u_\infty = 5,3 \text{ км/с}$ .

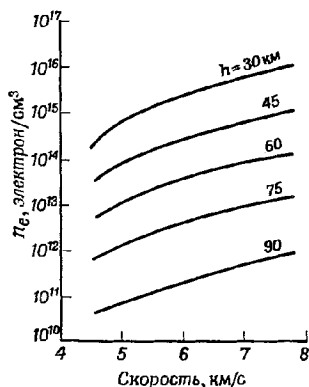


Ф и г. 50. Профили плотности определяемого процессом теплопроводности ламинарного следа за сферой [83].

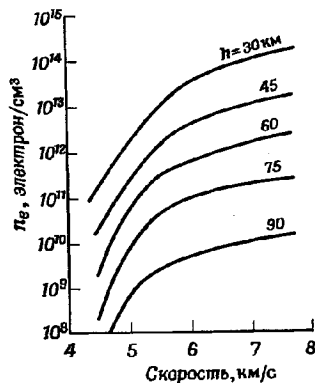
Высота 18 км,  $u_\infty = 5,3 \text{ км/с}$ .

### 2.2.2. Ионизация в ламинарном следе

Ионизационная диффузия (или теплопередача) в квазиравновесном ламинарном следе за сферой или за входящим в атмосферу телом при типичных условиях входа исследовалась Лином [84]. С помощью термодинамических таблиц Гилмора [85], Логана [86] и Тира [87] по известным равновесной температуре и плотности газа можно вычислить концентрацию электронов  $n_e$ , образовавшихся вследствие термической ионизации чистого воздуха.



Ф и г. 51. Равновесная концентрация электронов в критической точке в зависимости от скорости и высоты [84].



Ф и г. 52. Равновесная концентрация электронов на поверхности сферы в зависимости от скорости и высоты [84].

Определенная таким образом концентрация электронов в критической точке и в точке на сферической поверхности, отстоящей от нее на  $90^\circ$ , представлена на фиг. 51 и 52.

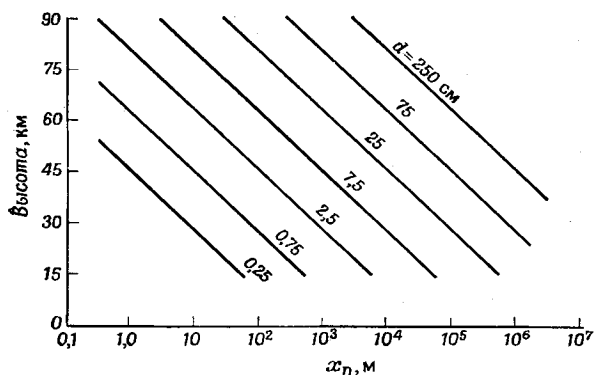
Для численных расчетов принимается упрощенная модель ламинарного следа, в которой химические реакции предполагаются мгновенными при сохранении удельной энтропии вдоль каждой линии тока.

В области ламинарного течения процесс расширения в следе нагретого в скачке газа является почти адиабатическим, поскольку потери тепловой энергии от потока к твердому телу через область отрывного течения, как правило, не превышают потери энергии путем теплопроводности через пограничный слой в безотрывной области течения около такого же тела. Потери тепла на излучение обычно меньше соответствующих аэродинамических потерь тепла. Таким образом, до тех пор, пока толщина пограничного слоя на поверхности сферы мала по сравнению с радиусом сферы, рас-

сеивание энергии в следе происходит только вследствие молекулярной диффузии, теплопроводности и вязкого перемешивания между соседними трубками тока. Время диффузии частицы диаметром  $d$  равно

$$t_D = \frac{d^2}{\lambda \bar{c}}$$

где  $\bar{\lambda}$  — средняя длина свободного пробега;  $\bar{c}$  — средняя скорость молекул газа. В течение этого времени тело, движущееся



Фиг. 53. Расстояние, на котором следует учитывать молекулярную диффузию в следе за сферой, в зависимости от диаметра и высоты [84].

Средняя скорость 6 км/с, средняя температура следа 3000 К.

со скоростью  $v$ , проходит расстояние

$$x_D = vt_D = \frac{vd^2}{c\bar{\lambda}}$$

Процесс расширения в следе на расстоянии от тела, меньшем  $x_D$ , является адиабатическим, в то время как на больших расстояниях следует учитывать влияние диффузии и теплопроводности. На фиг. 53 представлены значения  $x_D$  при средней скорости 6 км/с, средней температуре следа 3000 К и давлении в следе, равном местному атмосферному давлению.

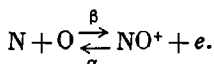
Если  $d \approx 0,3$  м, то расстояние, на котором следует учитывать молекулярную диффузию в следе, составляет примерно 1,6 км на высоте приблизительно 30 км. Если скорость электронно-ионной рекомбинации достаточно велика, то степень ионизации может считаться квазиравновесной с локальной температурой

газа и локальной концентрацией ионизованных химических компонентов в каждой точке в течение процесса расширения.

Кроме того, если рекомбинация атомов и возбуждение молекулярных колебаний происходят достаточно быстро, то вся химическая система может рассматриваться равновесной в любой момент времени. Таким образом, процесс расширения является изэнтропическим вдоль каждой трубки тока. Однако удельная энтропия газа изменяется от трубки к трубке в соответствии с местной интенсивностью головной ударной волны, через которую проходят эти трубки тока.

### *Скорость электронно-ионной рекомбинации*

Термическая ионизация воздуха нормального состава связана в основном с процессом образования ионов окиси азота. Процесс, определяющий интенсивность образования и разложения ионов  $\text{NO}^+$ , происходит следующим образом:



Константа  $\beta$ , соответствующая процессу ионизации, равна

$$\beta \approx 8 \cdot 10^{-11} T^{-1/2} e^{-31850/T} \text{ см}^3/\text{с}$$

( $T$  в градусах Кельвина). Константа  $\alpha$ , соответствующая процессу рекомбинации, равна

$$\alpha \approx 3 \cdot 10^{-3} T^{-3/2} \text{ см}^3/\text{с}.$$

Чтобы определить полную скорость изменения плотности ионов в течение процесса быстрого расширения, процессом ионизации можно пренебречь, что дает

$$dn/dt = n (d \ln \rho/dt) - \alpha n^2.$$

Первый член в правой части этого уравнения соответствует изменению плотности электронов вследствие расширения без рекомбинации, а второй член представляет обычную скорость рекомбинации при постоянном объеме.

Производная от логарифма плотности газа при расширении  $d(\ln \rho)/dt$  около тупого тела приблизительно обратно пропорциональна времени прохождения потока около тела:

$$\frac{d(\ln \rho)}{dt} \approx -\frac{v}{d}.$$

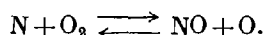
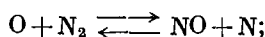
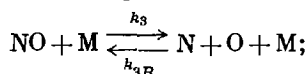
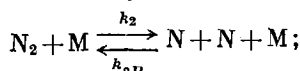
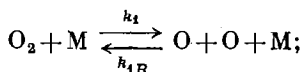
Два члена в правой части уравнения для  $dn/dt$  становятся сравнимыми по величине, когда

$$d = \frac{v}{\alpha n},$$

$n$  — плотность электронов в точке на поверхности сферы, где начинается процесс быстрого расширения. Результаты вычислений показывают, что на высотах более  $\sim 60$  км степень ионизации приближается к квазиравновесной для всей системы.

### Скорость рекомбинации атомов

Основными реакциями, определяющими местную степень диссоциации воздуха, являются:



Хотя реакции обмена (последние два уравнения) эффективны в сочетании с диссоциацией  $\text{N}_2$  и  $\text{O}_2$ , в процессе быстрого расширения они не имеют важного значения, так как не изменяют относительного количества атомов и молекул в системе. Поэтому скорость рекомбинации атомов будет определяться трехкомпонентными процессами рекомбинации (первые три уравнения приведенной выше системы).

Константы обратных процессов  $k_{1R}$ ,  $k_{2R}$ ,  $k_{3R}$  близки по величине. Поэтому, если пренебречь различием типов атомов, участвующих в рекомбинации (и типом атомов третьего компонента  $\text{M}$ ), производная от концентрации атомов в процессе быстрого расширения будет равна

$$dn_A/dt = -n_A (v/d + k_R n_A n_M).$$

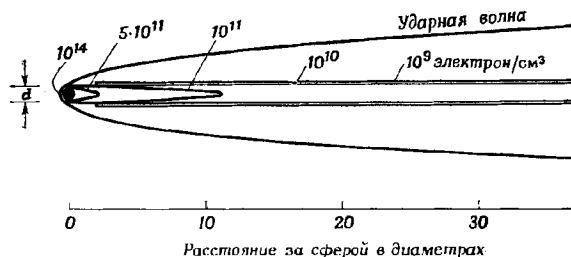
Если взять среднее значение, то

$$k_R = 10^{-27} T^{-9/2} \text{ см}^3/\text{с},$$

где  $n_A$  — концентрация всех атомов на сфере, а  $n_M$  — концентрация всех частиц на сфере. Кроме очень низких высот процесс рекомбинации атомов в следе неравновесный. Концентрации электронов в ламинарном следе за сферой в квазиравновесном состоянии при скорости 6,7 км/с на высоте 60 км указаны на фиг. 54. Нетрудно заметить, что ионизованный след за тупым

телом имеет четко выраженное ядро, диаметр которого сравним с диаметром тела.

Внутри ядра концентрация электронов почти не меняется, за исключением области, примыкающей к телу, но на внешней границе ядра концентрация электронов резко падает, образуя хорошую отражающую поверхность для электромагнитных волн с частотой, меньшей частоты плазмы внутри ядра. Резкое падение концентрации электронов в радиальном направлении вызвано быстрым уменьшением интенсивности головной ударной волны



Ф и г. 54. Концентрации электронов в следе за сферой при скорости 6,7 км/с на высоте 60 км [84].

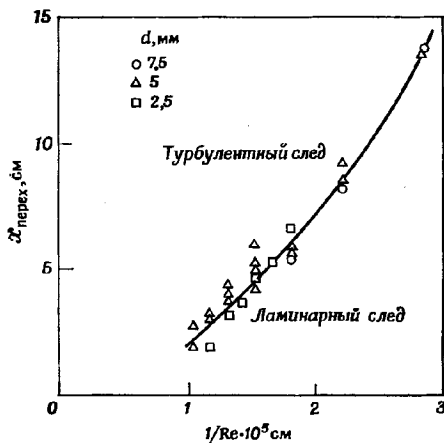
Расчет производился для ламинарного равновесного изотропически расширяющегося чистого воздуха.

при удалении от оси тупого тела. Изменение концентрации электронов в осевом направлении внутри ядра обусловлено падением давления в гиперзвуковом потоке. Известно, что для уменьшения давления за головной ударной волной при гиперзвуковых скоростях до давления окружающей среды требуется значительное расстояние. В дальней части следа после падения давления до значения в окружающей среде концентрация электронов внутри ядра изменяется либо вследствие диффузии, либо вследствие других типов диссипации.

Ионизация примесей, потенциал ионизации которых существенно ниже, чем у NO (таких, как металлы, особенно из группы щелочных и щелочноземельных), может коренным образом повлиять на распределение концентрации электронов в следе. Однако примеси с потенциалом ионизации, равным или превышающим первый потенциал ионизации NO, который составляет 9,25 эв (например, большинство неметаллических элементов и органических соединений, или элементов с высоким электронным сродством, как галогены), не изменяют распределения концентрации электронов.

### 2.2.3. Переход

В настоящее время интенсивно изучается переход ламинарного течения в следе в турбулентное. Пока еще не известна исходная причина перехода, хотя представляется, что неустойчивость или сход вихрей с тела вызывают возмущение ламинарного течения. Переход течения в следе зависит главным образом от высоты или атмосферного давления и плотности, а также от размеров тела,



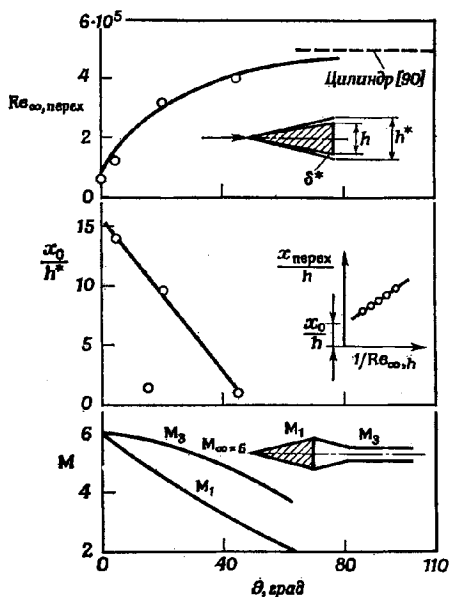
Ф и г. 55. Расстояние  $x_{\text{перех}}$  между осью цилиндра и точкой перехода в следе в зависимости от обратного значения единичного числа Рейнольдса набегающего потока для трех цилиндров [89].

тот. Переход в следе за круговым цилиндром при  $M_{\infty} = 5,8$  происходит при числе Рейнольдса  $Re_{\text{перех}} = 5,5 \cdot 10^4 - 7,5 \cdot 10^4$  [89] или приблизительно при  $Re_{\text{перех}} \sim 7 \cdot 10^4$  [90], вычисленном по расстоянию до области перехода от оси цилиндра и условиям внешнего потока. Если  $Re_{\text{перех}}$  вычисляется по расстоянию от эффективного начала и по локальным условиям в потоке при  $M_{\infty} = 5,7$ , то  $Re_{\text{перех}} = 8,5 \cdot 10^4$  [91]. Расстояние между осью цилиндра и точкой перехода в следе  $x_{\text{перех}}$  определяется по числу  $Re$ , вычисленному для единицы длины, с помощью простой зависимости, полученной Деметриадесом [89] (фиг. 55). Переход течения в следе за тонким телом происходит сразу за горлом или на некотором расстоянии от него по потоку вследствие

но слабо зависит от скорости [88]. При входе тела в верхние слои атмосферы с постоянной скоростью за ним образуется ламинарный след, но по мере того, как тело спускается, ламинарный след переходит в турбулентный и точка перехода перемещается по направлению к телу. Переход может быть определен различными способами: методами термоанемометрии, по изменению электрического тока, с помощью съемочной камеры барабанного типа по понижению скорости светящегося течения, шлирен-методами по началу изменения плотности и с помощью радиолокационных измерений по резкому росту ультравысоких част-



неустойчивости течения. Расстояние до перехода в следе за тонким телом не зависит от размеров тела, в отличие от течения в следе за тупым телом [92]. Другой отличительной особенностью перехода в следе за тонким телом является существование некоторого эффективного начала отсчета расстояния перехода. Переход



Фиг. 56. Изменение числа Рейнольдса перехода (вверху), координаты эффективного начала отсчета расстояния перехода  $x_0$  (в середине) и местного числа  $M$  на границе следа (внизу) в зависимости от местного угла клина [92].

$$h^* = h + 2\delta^*.$$

но в 4 раза (фиг. 57) [94]. На большом удалении от тупого тела ( $x_{\text{перех}}/d > 50$ ) расстояние до перехода резко возрастает, приближаясь к асимптотическому значению, при уменьшении местного числа Рейнольдса на границе следа. Поэтому «наименьшее критическое» число Рейнольдса в следе, ниже которого след полностью ламинарный, можно определить по фиг. 57. Если расстояние перехода представить в зависимости от  $p_{\infty} d$  [95], то оно не будет зависеть от скорости полета.

Несмотря на различия перехода в следе за тупым и острым телом, можно найти универсальное соотношение, подбирая соот-

за тонким телом происходит на расстоянии, отсчитываемом от этого эффективного начала, положение которого связано с динамической устойчивостью. Существование такого начала отсчета, вероятно, обусловлено распространением неустойчивости посредством дозвуковых возмущений [93]. На фиг. 56 представлены числа Рейнольдса перехода в следе за клином, вычисленные по формуле

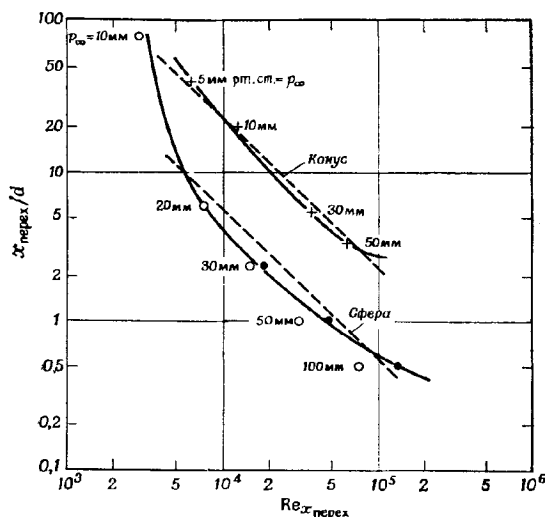
$$R_{\infty, \text{перех}} = \frac{(x_{\text{перех}} - x_0) \cdot \rho_{\infty} u}{\mu_{\infty}},$$

где  $x_0$  — координата эффективного начала отсчета.

Как для сферы, так и для конуса расстояние до точки перехода изменяется линейно с изменением местного числа Рейнольдса на границе следа в области ( $x_{\text{перех}}/d < 30$ ) (фиг. 57).

Числа Рейнольдса перехода для тупых и острых тел различаются примерно

ветствующим образом функциональные связи зависимых и независимых переменных, влияющих на переход (фиг. 58). Чем обусловлена такая универсальная корреляция между  $(Re_{x_{перех}}) \times \times (M_\infty/M_e)^2$  и  $M_\infty$ , неизвестно.



Фиг. 57. Расстояние от горла следа до точки перехода в зависимости от местного числа Рейнольдса на границе следа [94].

Для конуса  $x_{перех} = \frac{23 \cdot 10^4}{R_f}$ ; для сферы  $x_{перех} = \frac{5,6 \cdot 10^4}{R_f}$  [90], где  $R_f$  — единичное число Рейнольдса.

● данные для сферы, вычисленные по параметрам потока в начале турбулентного участка;  
○ данные для сферы, вычисленные по параметрам невязкого потока на оси; + данные для конуса, вычисленные по средним значениям параметров потока [Slattery, Clay, *Phys. fluids*, № 5, 849—855 (1962)].

Результаты, приведенные на фиг. 58, могут быть аппроксимированы кривой [95]

$$x_{перех} = 1,46 \cdot 10^{-5} \left( \frac{M_e}{M_\infty} \right)^2 \frac{\mu_\infty / \mu_{00}}{\rho_\infty / \rho_{00}} \frac{M^*}{u_\infty},$$

где  $x_{перех}$  — расстояние до точки перехода от донного среза тела (в метрах), индекс 00 относится к атмосферным условиям на уровне моря, а значение  $M^*$  определяется из соотношений

$$\lg M^* = 4,744 + 0,124M_\infty + 0,00976M_\infty^2, \quad M_\infty \ll 8;$$

$$\lg M^* = 5,48 + 0,11M_\infty, \quad M_\infty \gg 8.$$

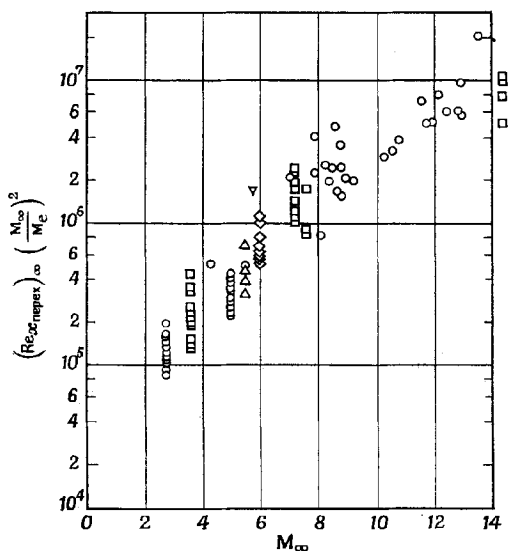
Число Маха на внешней границе пограничного слоя  $M_e$  связано с числом Маха набегающего потока  $M_\infty$  соотношением

$$M_e^2 = 5 - 5 \left( \frac{6}{7M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1} \right)^{5/7} \left\{ \frac{6(M_\infty^2 + 5) M_\infty^2 \sin^2 \beta}{5(M_\infty^2 \sin^2 \beta + 5)} \right\},$$

а значение  $\sin^2 \beta$  можно определить из уравнения

$$(\sin^2 \beta)^3 - \left( \frac{M_\infty^2 + 2}{M_\infty^2} + 1,4 \sin^2 \Theta \right) (\sin^2 \beta)^2 + \left\{ \frac{2M_\infty^2 + 1}{M_\infty^4} + \left( 0,36 + \frac{6,4}{M_\infty^4} \sin^2 \Theta \right) \right\} (\sin^2 \beta) - \frac{\cos^2 \Theta}{M_\infty^4} = 0,$$

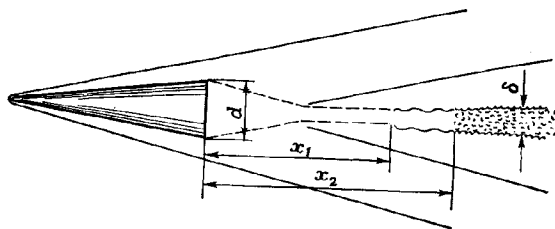
где  $\Theta$  — половина угла при вершине конуса или половина угла клина для конических тел, комбинаций сфера — конус и клин;  $\Theta = \pi/2$  для сферы и цилиндра. (В последнем случае  $\beta = \pi/2$ .)



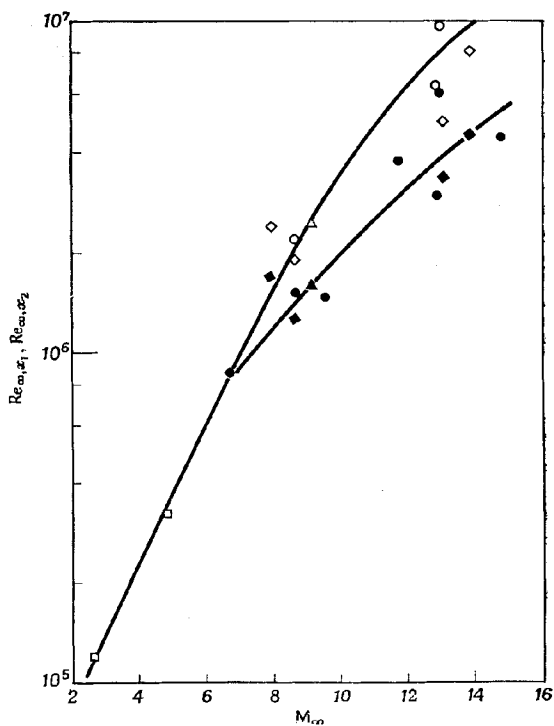
Ф и г. 58. Корреляция данных по переходу в следе [95].

○ конус; □ сфера; ◇ клин; △ конус со сферическим закруглением; ▽ цилиндр.

Протяженность области перехода была определена в функции  $M_\infty$  [96]. Как видно из фиг. 59, протяженность области перехода можно охарактеризовать расстоянием  $x_2 - x_1$ ,  $x_1$  — расстояние от донного среза тела до первого появления неустойчивости



Ф и г. 59. Схема следа за телом [96].



Ф и г. 60. Влияние числа Маха набегающего потока на число Рейвольдса перехода в следе за конусом [96].  
 ○  $\theta = 8^\circ$ ;  $\Delta \theta = 6,3^\circ$ ;  $\diamond \theta = 10^\circ$ ;  $\square \theta = 12,5^\circ$ ; светлые точки —  $Re_{\infty, x_1}$ ; зачерненные точки —  $Re_{\infty, x_2}$ .

в ламинарном потоке вязкого ядра,  $x_2$  — расстояние от донного среза тела до сечения, в котором поток в вязком ядре следа становится полностью турбулентным. Определенная таким образом протяженность области перехода показана на фиг. 60.

#### 2.2.4. Развитие следа

Ядро следа имеет неровные границы. Поэтому для определения его ширины требуется специальный метод. Ламинарный след растет медленнее по сравнению с турбулентным. С уменьшением атмосферного давления скорость роста уменьшается. При атмосферном давлении ширина следа за сферой растет пропорционально  $x^{1/2}$  на расстояниях до 3500 калибров, но при давлении 41 и 100 мм рт. ст. ширина следа увеличивается пропорционально  $x^{1/3}$  на расстояниях до 50 калибров [97]. Профиль ламинарного следа за тонким телом несимметричен при  $M_\infty = 2,5$ , и можно утверждать, что в общем случае скорости расширения и затухания хорошо совпадают с соответствующими скоростями в несжимаемой среде [98]. Однако, по-видимому, существует исключение, поскольку эксперимент при  $M_\infty \approx 6$  показал, что ширина ламинарного следа остается постоянной на расстоянии десяти или более размеров донного среза за клиньями с различными углами [92].

Расширение турбулентного следа удобно определять по следующему степенному закону:

$$\frac{b}{d} = \left(\frac{x}{d}\right)^n,$$

где  $d$  — диаметр дна осесимметричного тела,  $b$  и  $x$  — ширина и расстояние вдоль следа соответственно. Эта полуэмпирическая формула получена на основе экспериментальных данных Дейна и Шорта [99] для сферы при скорости 2260 м/с и экспериментальных данных Слэттери и Клея [100] для конуса и сферы в интервале скоростей 1200—5200 м/с при давлении 20—200 мм рт. ст. В экспериментах со стальной сферой при скоростях 800—1600 м/с Марфи и Дикинсон [101] получили  $n = 1/3$  для степенного закона следующего вида:

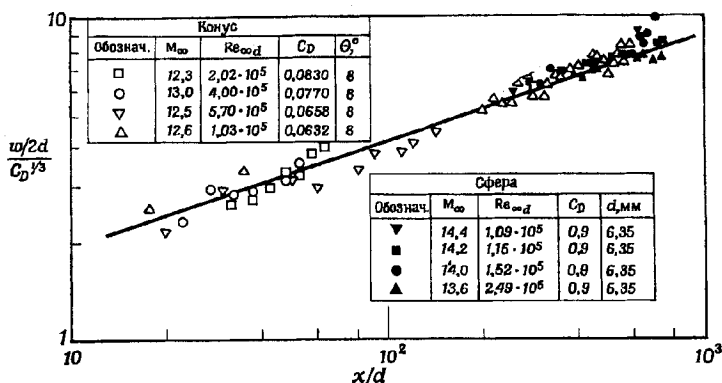
$$\left(\frac{b}{2}\right)^3 = ax + c,$$

где  $a$  и  $c$  — коэффициенты.

Закон расширения турбулентного следа был также получен Слэттери и Клеем [100]

$$\frac{w}{\sqrt{C_{DA}}} = 0,66 \left(\frac{x}{\sqrt{C_{DA}}}\right)^{1/3},$$

где  $w$  — полная ширина следа,  $A$  — площадь донного среза модели и  $x$  — расстояние вдоль следа, измеряемое от критической точки. Чтобы пользоваться этим уравнением, нужно знать коэффициент сопротивления  $C_D$ . Согласно расчетам сопротивления конуса, выполненным Лайонсом и др., сопротивление поверхностного трения составляет примерно  $1/2$ , сопротивление давления  $1/3$ , а сопротивление давления и поверхностного трения,



Ф и г. 61. Рост турбулентного ядра следа за сферой и конусом (результаты получены в баллистической установке NOL) [96].

$$\frac{w/2d}{C_D^{1/3}} = 0,9 \left( \frac{x}{d} \right)^{1/3}$$

обусловленное вязким взаимодействием, а также влиянием поперечной кривизны и донного среза — величиной порядка 5% от полного сопротивления. Лайонс и др. [96] выполнили подробный расчет  $C_D$  для сферы и конуса и на основе экспериментальных данных, представленных на фиг. 61, вывели закон  $1/3$  для роста ширины турбулентного следа

$$\frac{(w/2d)}{C_D^{1/3}} = 0,9 \left( \frac{x}{d} \right)^{1/3},$$

где  $x$  — расстояние вниз по потоку от донного среза.

Экспериментальные данные (фиг. 61) получены для конусов с полууглами при вершине 6,3 и 8° в интервале скоростей 3050—5600 м/с и для сферы при скорости 5050 м/с. Тейлор и др. [102], а также Биллербек [103] тоже измеряли рост турбулентного следа.

### 2.2.5. Измерение других параметров в следе

Присутствие небольшого количества ионизованного или возбужденного электрическим способом газа в следе позволяет проводить визуальные наблюдения. Измерение этих регистри-

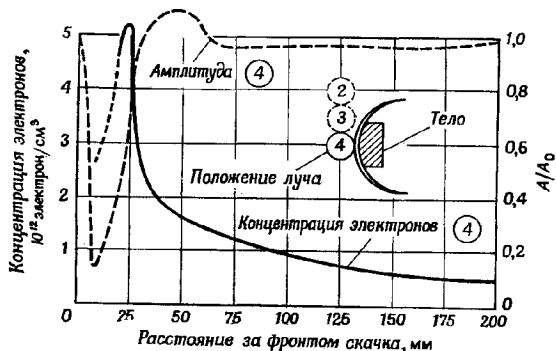
руемых явлений очень полезно для диагностики потока. Молекулы с возбужденными электронами излучают во второй положительной полосе спектра азота, в полосе Шумана — Рунге спектра кислорода и в  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосах спектра окиси азота; все эти полосы находятся в голубой части видимого спектра. Ионизованные молекулы азота  $N_2^+$  излучают в первой отрицательной полосе голубой части спектра, а свободные электроны при всех столкновениях с нейтральными и ионизованными частицами излучают вследствие свободно-свободных переходов в континууме, простирающемся до инфракрасной части спектра.

Хансен и др. [104, 105] разработали метод измерения затухания амплитуды и сдвига по фазе микроволнового луча в зависимости от концентрации электронов и частоты соударений в следе. Гребенка датчиков типа сфокусированного микроволнового зонда позволяет измерить как осевое, так и радиальное распределение концентрации электронов в следе. Но поскольку электроны превращают среду в проводящую плазму, способную отражать, поглощать и преломлять электромагнитные волны, успешное применение любых микроволновых приборов для диагностики плазмы зависит от наличия информации о взаимодействии электромагнитных волн с плазмой. Это взаимодействие особенно сильно проявляется, когда частота электромагнитных волн близка к плазменной частоте, которая пропорциональна корню квадратному из концентрации электронов. Измерения следа проводятся на баллистических установках, так как такие установки наиболее экономичны, позволяют тщательно контролировать начальные условия, а аппаратура размещена близко к траектории полета, где отношение сигнала к помехе более высокое.

Оптические измерения излучения производятся с помощью коллиматоров, установленных в поле наблюдения и обеспечивающих необходимое пространственное разрешение для исследования излучения в следе и его структуры. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими расчетами.

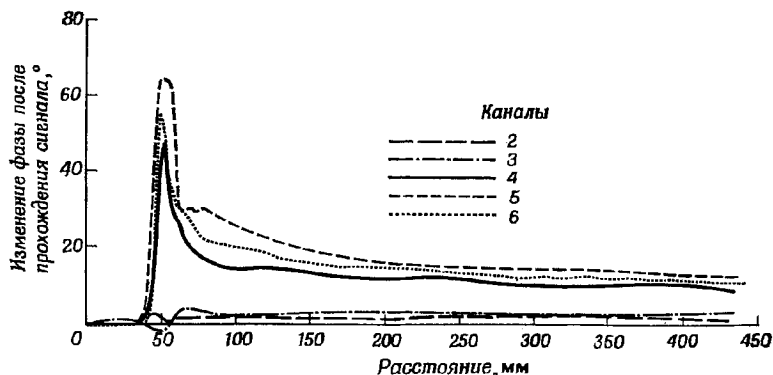
Методика измерения инфракрасного излучения аналогична используемой для видимого излучения, за исключением чувствительных элементов. Применялись фотосопротивления на основе антимолибдита индия, помещенные в сосуд Дьюара с окном из сапфира и охлаждаемые жидким азотом. В основном излучение имело длину волны менее 2 мкм. Изучение следа за объектами малого диаметра производится с помощью микроволновых зондов с длиной волны, достаточно малой для обеспечения необходимого пространственного разрешения. Частота микроволновых колебаний должна превосходить плазменную частоту по крайней мере на два порядка. Так как на распространение электромагнитных волн влияет концентрация и частота столкновений электронов, то для их определения необходимо измерять затухание амплитуды

ды и изменение фазы сфокусированного микроволнового луча. Примеры измерения затухания амплитуды, концентрации электронов и изменения фазы в гиперзвуковом следе показаны



Ф и г. 62. Амплитуда микроволнового луча и концентрация электронов в гиперзвуковом следе [105].

на фиг. 62 и 63. Из фиг. 62 видно, что вблизи области сжатия потока отношение амплитуды излучения, прошедшего через след, к ее исходному значению становится больше единицы и на некото-



Ф и г. 63. Изменение фазы в семилучевой системе 70 Гс [105].  
Давление 10 мм рт. ст.; скорость 5,4 км/с; модель — сфера с медным покрытием.

ром расстоянии вниз по потоку концентрация электронов резко уменьшается. Градиенты концентрации электронов и амплитуды имеют значительные величины в небольшом интервале.



Из фиг. 63 видно, что пики сигналов в соседних измерительных линиях смещаются в осевом направлении из-за одновременного пересечения тонких микроволновых лучей ионизованным фронтом скачка уплотнения.

Результаты измерений концентрации электронов весьма полезны для выявления аэродинамических свойств следа, в особенности ближнего следа непосредственно за донным срезом, где определение и измерение параметров потока затруднительно при больших скоростях. Мунц и Земпель [106] электронным пучком производили измерения в гиперзвуковых следах за конусом при малой плотности и  $M_\infty = 13$  и 18 до чисел Рейнольдса, при которых в ближнем следе возникает турбулентность. Затем по измеренным значениям концентрации электронов и вычисленному давлению определяли энтальпию. Микроволновым методом измерялось радиолокационное сечение, величина которого зависит от концентрации электронов и частоты столкновений.

Луч радиолокационной антенны отражается от расширяющегося следа. Отраженный сигнал испытывает доплеровское смещение вследствие движения следа и возвращается обратно в антенну. Величина этого сигнала в каждый момент времени определяет радиолокационное сечение следа для данного расстояния.

### 2.3. РАСЧЕТ СЛЕДА ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ

Большинство расчетов следа при больших скоростях основано на непосредственном применении классического интегрального метода благодаря его простоте. Интегральный метод удовлетворяет уравнению сохранения в среднем по сечению и точно вдоль оси симметрии осесимметричных следов и струй. Необходимо, однако, задать радиальное распределение параметров потока. Эти распределения выбираются на основе экстраполяции известных зависимостей для малых скоростей и асимптотических характеристик следа с использованием соотношений Крокко. Предполагаемые распределения должны обладать «местным подобием», т. е. соответствующим образом нормализованные радиальные распределения предполагаются не зависящими от координаты в направлении потока, если они выражены через нормализованные радиальные координаты, преобразованные с учетом плотности.

Основной недостаток интегральных методов связан с невозможностью точного удовлетворения начальных условий. Могут быть учтены только начальные условия на оси следа и интегральные величины, как полное количество движения и потеря энергии. Другие параметры потока и радиальные распределения параметров потока должны соответствовать принятым профилям. Поэтому заранее исключается неавтомодельность потока. Шлих-

тинг [107] использовал этот интегральный метод. С некоторыми незначительными изменениями, как учет неравновесности воздуха, интегральный метод использовался в работах [108—113], в предположении переменных параметров внешнего течения в работах [6, 107, 109, 113—115, 117], с учетом изменения высоты полета в работах [118, 119], с учетом изменения по времени параметров атмосферы (в связанной с Землей системой координат) в работах [118, 120]. Другой применяемый метод — интегральный метод полос<sup>1)</sup>, позволяет более точно описать поле течения и удолетворить более сложным начальным условиям при отсутствии автомодельности в потоке. Однако требуется большое количество полос, чтобы приблизить точность этого метода к точности конечно-разностного метода решения основных уравнений при произвольных начальных и граничных условиях [121]. Интегральный метод полос использовался в работах [122—124]. В работе [121] применялся конечно-разностный метод для точного расчета гиперзвукового ламинарного и турбулентного следов в воздухе, включая процессы диссоциации и рекомбинации, протекающие с конечными скоростями при произвольных начальных и граничных условиях. В качестве примеров рассмотрим интегральный метод Блума — Штайгера [110] для ламинарного и турбулентного следов и интегральный метод Лиза — Хромаса [6] для турбулентного следа.

### 2.3.1. Метод Блума — Штайгера

Метод основан на следующих предположениях.

1. Газ является сплошной средой. Это условие может не выполняться вверх по потоку от сильных скачков, где плотность относительно низка.

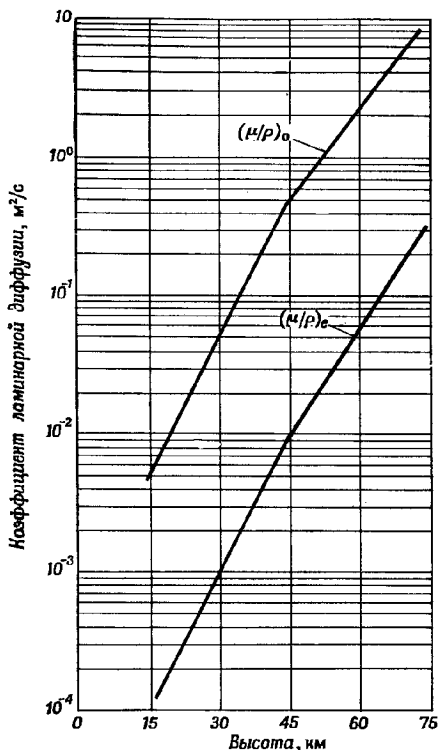
2. Компоненты смеси ведут себя как совершенный газ.

3. Свойства молекулярного переноса определяются статистической механикой и химические реакции описываются классической молекулярной кинетикой.

Порядок длины затухания неоднородностей (длины диффузии) в определяемых диффузией процессах может быть определен путем сравнения времени диффузии и времени прохождения частицы через данную область. В ламинарном потоке такие параметры, как скорость, для которых поперечный размер неоднородности характеризуется величиной  $\delta$ , а ламинарная диффузия — величиной  $\nu = \mu/\rho$ , имеют длину диффузии порядка  $\delta^2/\nu$ . Характерные значения коэффициентов ламинарной диффузии приведены на фиг. 64.

<sup>1)</sup> В отечественной литературе этот метод известен как метод интегральных соотношений. — *Прим. ред.*

Так как для воздуха коэффициенты термической диффузии  $k/\rho c_p$  и диффузии концентрации имеют такой же порядок, как и  $\nu$  (т. е. числа Прандтля и Льюиса имеют порядок 1), длины диффузии неоднородностей температуры и концентрации также



Ф и г. 64. Характерные значения коэффициентов ламинарной диффузии  $\mu/\rho$  [109].

скорости ламинарного потока, оценивается следующим образом:

$$L_u = \frac{C_D A}{\pi} \left( \frac{u_e}{u_e - u_0} \right) \left( \frac{\rho_e u_e}{\mu_e} \right) \left( \frac{\mu_e}{\mu_0} \right).$$

Для подобия процессов взаимодействия двух компонентов требуется совпадение величин  $L_u$  и  $L_{u,e} B/u_e$ , где  $B$  — размерная константа, значение которой одинаково для всех потоков. Следовательно, на большей части траектории частицы данного компо-

имеют порядок  $u\delta^2/\nu$ , причем значения  $\delta$  не одинаковы для различных параметров. В ламинарном дальнем внутреннем следе  $\nu$  составляет 50  $\nu_e$ . В турбулентном потоке структура области свободного турбулентного перемешивания довольно сложна и длина диффузии, которая не зависит от числа Рейнольдса, является величиной порядка  $\delta \times 10^3$ , где  $\delta$  — физическая толщина вязкого слоя, вычисленная по коэффициенту вязкой диффузии Прандтля [107],  $(\nu_t)_0 = K\delta_m (u_e - u_0)$ , где  $K$  — константа,  $\delta_m$  — преобразованная толщина вязкого слоя, индекс  $t$  относится к турбулентному движению, индекс  $e$  — к местным условиям на границе турбулентного ядра (которые могут быть эквивалентны условиям в невозмущенном внешнем потоке), а индекс 0 соответствует значениям на оси. Теперь динамическая длина  $L_u$ , вычисленная по

нента плотность  $\rho_e$  может приближенно использоваться для корреляции процессов взаимодействия двух компонентов, сопровождаемых диффузией. Взаимодействие трех компонентов требует дополнительного введения  $\rho_e^2$ , хотя простой выбор масштабов по  $\rho_e$  обеспечивает по крайней мере частичную корреляцию для всех процессов. Для двух различных компонентов, кроме предыдущих предположений, должно быть принято, что  $L_u \sim \rho_e A$ , где  $A$  — площадь поперечного сечения неоднородности.

### Основные уравнения для течения в осесимметричном следе

Коэффициенты бинарной диффузии нескольких компонентов, которые обозначаются через  $D$ , предполагаются одинаковыми. Следовательно, скорость диффузии любого компонента определяется по закону Фика в виде

$$\alpha_i v_i = -D \text{grad } \alpha_i,$$

где  $\alpha_i$  — массовая концентрация компонента  $i$ ,  $v_i$  — скорость диффузии компонента  $i$ . Смесь характеризуется одним числом Льюиса  $Le = (\rho D \bar{c}_p)/k$ , где  $\bar{c}_p$  — средняя удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $k$  — коэффициент теплопроводности.

Основные уравнения осесимметричного пограничного слоя: уравнение неразрывности

$$(\rho u r)_x + (\rho v r)_r = 0; \quad (35)$$

уравнение количества движения

$$(\rho u^2 r)_x + (\rho u v r)_r = (\mu g u_r)_r, \quad (36a)$$

$$p_r = 0 \text{ или } p = \text{const}; \quad (36b)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} & (\rho u r H)_x + (\rho v r H)_r = \\ & = \left[ \frac{\mu_r}{Pr} \left\{ H_r + (Pr - 1) u u_r + (Le - 1) \sum h_i \alpha_{i,r} \right\} \right]; \end{aligned} \quad (37)$$

уравнение сохранения компонента смеси

$$(\rho u r \alpha_i)_x + (\rho v r \alpha_i)_r = \left( \frac{\mu Le}{Pr} r \alpha_{i,r} \right)_r + \rho g w_i, \quad (38)$$

где  $x$  и  $r$  — направленная по потоку и радиальная координаты с соответствующими им составляющими скорости  $u$  и  $v$ ,  $H$  — энтальпия торможения,  $w_i$  — суммарная скорость образования  $i$ -го компонента, индексы  $x$  и  $r$  обозначают частные производные по указанной переменной. Эти основные уравнения применимы как

для ламинарного, так и для турбулентного течений, если в последнем случае каждый параметр переноса считается соответствующей суммой ламинарного и турбулентного коэффициентов переноса.

Граничные условия следующие:

при  $r = 0$

$$u_r = v = 0, \quad H_r = 0, \quad \alpha_{i,r} = 0, \quad (39a)$$

$$\rho u u_x = 2\mu u_{rr}, \quad (39b)$$

$$\rho u H_x = 2 \frac{\mu}{Pr} \left\{ H_{rr} + (Pr - 1) u u_{rr} + (Le - 1) \sum h_i \alpha_{i,rr} \right\}, \quad (39b)$$

$$\rho u \alpha_{i,x} = 2 \frac{\mu}{Pr} Le \alpha_{i,rr} + \rho w_i; \quad (39г)$$

при  $r \rightarrow \delta$

$$u = u_e, \quad H = H_e = \text{const}, \quad \alpha = \alpha_{i_e}. \quad (40)$$

### Точные решения

Предполагая  $Le = Pr = 1$ , из приведенных выше основных уравнений получаем интеграл Крокко для уравнения энергии, т. е. для  $u_e = u_e(x)$

$$H = H_c = \text{const}, \quad (41a)$$

и для постоянной скорости внешнего потока  $u_e = \text{const}$

$$\frac{H - H_e}{H_{0c} - H_e} = \frac{u - u_e}{u_{0c} - u_e}, \quad (41b)$$

где индекс  $c$  означает начальные условия. Если члены, учитывающие скорость образования компонентов ( $\rho w_i$ ), пренебрежимо малы по сравнению с переносными членами и если  $Le/Pr = 1$ , то интеграл уравнения концентрации (38) при  $u_e = \text{const}$  и  $\alpha_{i_e} = \text{const}$  будет следующим:

$$\frac{\alpha_i - \alpha_{i_e}}{\alpha_{i_{0c}} - \alpha_{i_e}} = \frac{u - u_e}{u_{0c} - u_e}. \quad (42)$$

Приближенно уравнения (41b) и (42) предполагаются локально применимыми при  $u_e = u_e(x)$  и  $\alpha_{i_e} = \alpha_{i_e}(x)$ . Чтобы получить основные уравнения в окончательном виде, применим следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \rho_{\infty} m \, dm &= \rho r \, dr, \quad m = \delta_m n, \\ \frac{\delta_m^2}{2} &= \int_0^{\delta_m} \frac{\rho_{\infty}}{\rho} m \, dm, \end{aligned} \quad (43)$$

где  $m$  и  $n$  — преобразованные нормальные координаты.

## Окончательный вид основных уравнений

Основные интегральные уравнения в преобразованной плоскости в окончательном виде записываются следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dx} = M \frac{du_e}{dx} - \frac{(\mu r u_r)_e}{\rho_\infty}, \quad (44a)$$

$$\frac{d\theta_E}{dx} = -\frac{1}{\rho_\infty} \left[ \frac{\mu r}{Pr} \left\{ H_r + (Pr-1) u u_r + (Le-1) \sum h_i \alpha_{ir} \right\} \right]_e, \quad (44b)$$

$$\frac{d\theta_i}{dx} = M \frac{d\alpha_{ie}}{dx} - \frac{1}{\rho_\infty} \left( \frac{Le}{Pr} \mu r \alpha_{ir} \right)_e - \delta_m^2 \int_0^1 w_i n \, dn, \quad (44b)$$

где

$$\theta = \delta_m^2 \int_0^1 u (u_e - u) n \, dn, \quad M = \delta_m^2 \int_0^1 u n \, dn, \quad (45a, б)$$

$$\theta_E = \delta_m^2 \int_0^1 u (H_e - H) n \, dn, \quad \theta_i = \delta_m^2 \int_0^1 u (\alpha_{ie} - \alpha_i) n \, dn \quad (45в, г)$$

С помощью преобразований (43) граничные условия вдоль оси, выраженные уравнениями (39б) — (39г), принимают вид

$$u_0 \frac{du_0}{dx} = 2 \frac{\mu_0}{\rho_\infty \delta_m^2} u_{nn0}, \quad (46a)$$

$$u_0 \frac{dH_0}{dx} = 2 \frac{\mu_0}{\rho_\infty \delta_m^2} \left( \frac{1}{Pr_0} \right) \times \\ \times \left\{ H_{nn0} - (Pr_0 - 1) u_0 u_{nn0} + (Le_0 - 1) \sum h_{i0} \alpha_{inn0} \right\} \quad (46б)$$

и

$$u_0 \frac{d\alpha_{i0}}{dx} = 2 \frac{\mu_0}{\rho_\infty \delta_m^2} \left( \frac{Le_0}{Pr_0} \right) \alpha_{inn0} + w_{i0}. \quad (46в)$$

Подстрочный индекс  $n$  означает частную производную по  $n$ . В приближенном интегральном методе используется предположение о виде функциональных зависимостей переменных, и чем больше независимых условий удовлетворяются принятыми профилями, тем выше точность решения. В рассматриваемом методе предполагается, что профили скорости, энтальпии торможения, концентрации компонентов среды описываются четными полиномами от нормализованной преобразованной координаты  $n$ . Предполагается далее, что для профилей скорости и концентрации компонентов смеси достаточно одного неопределенного параметра, а для профиля энтальпии торможения — двух параметров, чтобы выразить изменение этих величин вдоль потока. Толщина следа, другой неопределенный параметр, для всех переменных потока

предполагается одинаковой и неявно входит в определение  $n$ . Окончательно на основе предельных (вниз по потоку) асимптотических случаев, для которых известны точные математические решения (и точные интегралы), принимаются следующие функциональные зависимости для профилей параметров потока:

$$(u - u_0)/(u_e - u_0) = f_1(n), \quad (47a)$$

$$(H - H_0)/(H_e - H_0) = f_2(n) + \left( \frac{H_{n0}}{H_e - H_0} \right) f_3(n) \quad (47b)$$

и

$$(\alpha_i - \alpha_{i_0})/(\alpha_{i_e} - \alpha_{i_0}) = f_4(n). \quad (47b)$$

Функции  $f_i$  можно выбрать таким образом, чтобы удовлетворить начальным условиям.

С помощью уравнений (47) уравнения (45) сводятся к виду

$$\theta = \delta_m^2 (u_e - u_0) (a_1 u_e + a_2 u_0), \quad M = \delta_m^2 (a_3 u_e + a_4 u_0), \quad (48a, б)$$

$$\theta_E = \delta_m^2 \{ (H_e - H_0) (a_5 u_e + a_6 u_0) + H_{n0} (a_7 u_e + a_8 u_0) \}, \quad (48b)$$

$$\theta_i = \delta_m^2 (\alpha_{i_e} - \alpha_{i_0}) (a_9 u_e + a_{10} u_0), \quad (48г)$$

причем константы  $a_i$  определяются следующим образом:

$$a_1 = \int_0^1 f_1 (1 - f_1) n \, dn, \quad a_2 = \int_0^1 (1 - f_2) n \, dn, \quad a_3 = \int_0^1 f_3 n \, dn, \quad (49 а, б, в)$$

$$a_4 = \int_0^1 (1 - f_1) n \, dn, \quad a_5 = \int_0^1 f_1 (1 - f_2) n \, dn, \quad (49 г, д)$$

$$a_6 = \left\{ \int_0^1 (1 - f_2) n \, dn - a_5 \right\}, \quad a_7 = \int_0^1 f_1 f_3 n \, dn, \quad (49 е, ж)$$

$$a_8 = \int_0^1 f_3 (1 - f_1) n \, dn, \quad a_9 = \int_0^1 f_1 (1 - f_4) n \, dn, \quad (49з, и)$$

$$a_{10} = \left\{ \int_0^1 (1 - f_4) n \, dn - a_9 \right\}. \quad (49к)$$

#### *Термохимические свойства воздуха*

Рассмотрим чистый воздух с учетом его химического состава. Описанный метод исследования может быть соответственно использован и для других известных химических процессов.

Предполагается, что воздух, состоящий первоначально из смеси молекул кислорода и азота, распадается на смесь компонентов: N, N<sub>2</sub>, O, O<sub>2</sub>, NO, NO<sup>+</sup>, e<sup>-</sup>, которые участвуют в химических реакциях, указанных в табл. 1.

Таблица 1

КОНСТАНТЫ СКОРОСТЕЙ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ [109]

Реакция	Катализатор	Экзотермическая константа	Единица измерения
а O <sub>2</sub> + X + + 5,1 эв ⇌ O + + O + X	O	$1 \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	
	O <sub>2</sub>	$2 \times 10^{14} x (T/4500)^{-1,5}$	
	Ag, N, N <sub>2</sub> , NO	$\frac{2}{3} \times 10^{14} x (T/4500)^{-1,5}$	
б N <sub>2</sub> + X + + 9,8 эв ⇌ N + + N + X	N	$2,5 \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	$\frac{\text{см}^6}{\text{моль}^2 \cdot \text{с}}$
	N <sub>2</sub>	$0,5 \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	
	Ag, O, O <sub>2</sub> , NO	$\frac{1}{6} \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	
в NO + X + + 6,5 эв ⇌ N + + O + X	Ag	$\frac{1}{3} \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	
	NO, O, N, O <sub>2</sub> ,	$2 \times 10^{15} x (T/4500)^{-1,5}$	
	N <sub>2</sub>		
г NO + O + + 1,4 эв ⇌ ⇌ O <sub>2</sub> + N	—	$1 \times 10^{17} T^{0,5} \exp(-3120/T)$	
д N <sub>2</sub> + O + + 3,3 эв ⇌ ⇌ NO + N	—	$1,3 \cdot 10^{13}$	$\frac{\text{см}^3}{\text{моль} \cdot \text{с}}$
е N + O + + 2,8 эв ⇌ ⇌ NO + e	—	$3 \times 10^{-3} T^{-3/2}$	$\frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{частица}}$

Предполагается, что классическая химическая кинетика ламинарного течения применима для средних значений параметров турбулентного течения. Из-за отсутствия информации об эффективных скоростях реакций в турбулентном потоке значения скоростей реакций в ламинарном потоке используются также и для турбулентного потока.

### Свойства переноса

Ламинарный коэффициент динамической вязкости  $\mu$  определяется из уравнения Сазерленда. Эффекты перемешивания, обусловленные переменным составом среды, не учитываются, и в тур-



булентном потоке любое явление молекулярного переноса, как касательное напряжение, тепловой поток и скорость диффузии массы, дополнительно усиливается турбулентным переносом, связанным с турбулентными пульсациями. Коэффициенты пропорциональности — коэффициент турбулентной теплопроводности  $k_t$  и коэффициент турбулентной диффузии  $D_t$  — входят в турбулентное число Прандтля ( $Pr_t = \epsilon_v \bar{c}_p / k_t$ ) и в турбулентное число Льюиса ( $Le_t = \rho D_t \bar{c}_p / k_t$ ), как и в случае ламинарного потока. Поэтому в явном виде необходим только коэффициент турбулентной вязкости  $\epsilon_v$ , который определяется по следующей формуле:

$$\epsilon_v(x) = \rho_1 K (2\delta_m) (u_e - u_0), \quad (49\lambda)$$

где  $\rho_1(x)$  — исходное значение плотности,  $K$  — постоянная, равная 0,01, а  $\delta_m$  определяется в виде

$$\delta_m^2 = 2 \int_0^{\delta_m} \frac{\rho_\infty}{\rho} m dm.$$

Величины  $Pr_t$  и  $Le_t$  могут предполагаться постоянными, имеющими порядок единицы.

### Ламинарные следы

Расчет ламинарного следа упрощается, если условия на границах принять постоянными и касательное напряжение на внешней границе вязкого слоя считать равным нулю, т. е.

$$u_e = \text{const}, \quad \alpha_{i_e} = \text{const} \quad (50a)$$

и

$$(\mu_r r u_r)_e = (\mu_r H_r)_e = (\mu_r \alpha_{i_r})_e = 0 \quad (50b)$$

при  $r = \delta$  или  $n = 1$ .

С помощью функциональных зависимостей (47) уравнения (44) сводятся к виду

$$\theta = \theta_c = \text{const}, \text{ или} \\ \bar{\theta}_c = \frac{\theta}{u_e^2} = \delta_m^2 \frac{(u_e - u_0)(a_1 u_e + a_2 u_0)}{u_e^2}, \quad (51a)$$

$$\theta_E = \theta_{E_c} = \text{const}, \text{ или} \\ \theta_{E_c} = \delta_m^2 \{ (H_e - H_0)(a_5 u_e + a_6 u_0) + H_{n_0} (a_7 u_e + a_8 u_0) \} \quad (51b)$$

и

$$\frac{d\theta_i}{dx} = -\delta_m^2 \int_0^1 w_i n dn, \quad \theta_i = \delta_m^2 \int_0^1 u (\alpha_{i_e} - \alpha_i) n dn. \quad (51в)$$

Расчет выполняется в следующей последовательности. Подбираются функции  $\delta_m(x)$  и  $u_0(x)$ , удовлетворяющие уравнению количества движения как в интегральном виде (51а), так и вдоль оси (46а). Отделяя решение этого уравнения от решений для  $H$  и  $\alpha_i$ , получим следующий результат:

$$2f''(0) \int_x^{x_c} \frac{\mu_0 dx}{\rho_\infty u_\infty \delta_c} = f(u_0) - f(u_{0c}), \quad (52a)$$

где

$$f(u_0) = \frac{1}{a_1 + a_2} \left\{ \frac{u_e}{u_e - u_0} - \frac{a_1}{a_1 + a_2} \ln \left( \frac{a_1 u_e + a_2 u_0}{u_e - u_0} \right) \right\}. \quad (52b)$$

Если найдено некоторое частное значение  $u_{0c}$ , которое соответствует координате  $x_c$ , то уравнение (52а) дает последующие значения  $u_0$ , которые соответствуют приращению координаты  $(x - x_c)$ .

При  $u_0 \rightarrow u_e$

$$f(u_0) = \frac{1}{a_1 + a_2} \left( \frac{u_e}{u_e - u_0} \right).$$

Распределение энтальпии торможения вдоль оси получается из системы уравнений для  $H_0(x)$  и  $H_{n,n_0}(x)$ , состоящей из уравнения (51б) в интегральной форме и уравнения энергии (46б), проинтегрированного вдоль оси, а профиль энтальпии торможения задается уравнением (47б).

Для расчета распределения концентрации компонентов среды можно использовать уравнение концентрации компонентов вдоль оси (46в), в которое подставляется  $\alpha_{i_0}(x)$  из (47в). Но если вместо интегрального соотношения для концентраций компонентов используется уравнение (51в), диффузия проявляется неявно только через увеличение  $\delta_m$ , изменение  $u_0$  и параметры состояния, которые входят в  $w_i$ . Если определяется объемная концентрация, например концентрация электронов, то параметр состояния  $\rho$  вновь учитывает диффузию. Постоянные числа Льюиса и Прандтля, отличающиеся от единицы, задаются в расчетах, и их влияние учитывается с помощью уравнений (46б) и (46в). Если  $Le = Pr = 1,0$ , течение является замороженным ( $w_i = 0$ ) и интегральный метод будет точным в том смысле, что полученное решение идентично интегралам Крокко для уравнений энергии и концентраций компонентов.

### *Турбулентные следы*

На малых высотах след за телом при больших скоростях состоит из турбулентного ядра, ограниченного ламинарным или невязким внешним течением. След за тупым телом ограничен вихревым внешним течением, а след за тонким телом удовлетворяет усло-

виям однородного внешнего потока, поэтому исследование следа удобнее производить раздельно для тупых и тонких тел.

*Следы за тупыми телами.* Метод Блума и Штайгера [109] не ограничен только химически замороженными или равновесными течениями и может применяться не только для упрощенных граничных условий на поверхности раздела, но и для более общих граничных условий. Этот метод основан на предположении, что ядро следа является полностью турбулентным, турбулентное движение в ядре устойчиво и нетурбулентные потоки массы, отсасываемые ядром, мгновенно становятся турбулентными. Кроме того предполагалось, что ядро следа развивается внутри внешней области завихренного течения. Таким образом, все параметры потока на поверхности раздела являются функциями расстояния в направлении потока и заранее неизвестны. На основе этих предположений вполне обоснованно требование равенства ламинарного и турбулентного касательных напряжений на поверхности раздела. Если турбулентная вязкость гораздо больше ламинарной, т. е. если  $\nu \gg \mu_{te}$ , из требования равенства касательных напряжений на поверхности раздела следует  $u_{r_{te}} \ll u_{r_{lc}}$  и всегда  $u_{r_{te}}$  остается малой (индексы  $l$  и  $t$  относятся соответственно к ламинарному и турбулентному течениям). Профиль скорости вихревого течения вычисляется на основе модели невязкого течения с помощью параметра потока массы  $\eta$ , определяемого формулой

$$\rho_{\infty} u_{\infty} \frac{\eta^2 - \eta_c^2}{2} = \int_{\delta_c}^{\delta} \rho_e u_e r dr. \quad (53)$$

т. е.  $\eta$  — преобразованная нормальная координата внешнего потока, соответствующая радиусу поперечного сечения, через которое протекает масса указанной величины за единицу времени. Соответствующая корреляция скорости, полученная на основе профилей, показанных на фиг. 10 работы [6], осуществляется при помощи формулы

$$u_e = u_{e_c} + (u_{\infty} - u_{e_c}) \{0,93 (\eta - \eta_c) - 0,29 (\eta - \eta_c)^2 + 0,03148 (\eta - \eta_c)^3 - 0,00037 (\eta - \eta_c)^4\}. \quad (54)$$

Значение  $\eta$  для данного сечения находится путем приравнивания массы, поглощаемой турбулентным ядром до этого сечения, эквивалентной массе в вязкой области, а именно

$$\begin{aligned} u_{\infty} \left( \frac{\eta^2 - \eta_c^2}{r} \right) &= \frac{1}{\rho_{\infty}} \int_{\delta_c}^{\delta} \rho u r dr = \\ &= \delta_m^3 (a_3 u_e + a_4 u_0) - \{ \delta_m^3 (a_3 u_e + a_4 u_0) \}_c. \end{aligned} \quad (55)$$

В соответствии с этим уравнением наклон линий тока, входящих в ядро, пренебрежимо мал по сравнению с наклоном поверхности раздела. Значения параметров  $\delta_m$  и  $u_0$  получаются из интегрального уравнения (44а) и граничных условий вдоль оси [уравнение (46а)]. Они представлены уравнениями

$$\frac{d\delta_m^2}{dx} = \frac{\{2a_2u_0 + (a_1 - a_2)u_e\}}{(a_1u_e + a_2u_0)} \left\{ \frac{2f_1''(0)}{\rho_\infty u_0} \right\} (\mu_{i_0} + \varepsilon_v) +$$

$$\delta_m^2 \{(a_3 - 2a_1)u_e + (a_4 + a_1 - a_2)u_0\} \frac{du_e}{dx} - \frac{\mu_{i_e}}{\rho_\infty} \delta \frac{\rho_e u_e}{\rho_\infty u_\infty} \left( \frac{\int_{\eta_e}^{\eta} \frac{\rho_\infty u_0}{\rho_e u_e} \eta d\eta}{\int_{\eta_e}^{\eta} \eta d\eta} \right)^{1/2} u_{\eta_e}$$

$$+ \frac{1}{(u - u_0)(a_1u_e + a_2u_0)} \quad (56a)$$

и

$$\frac{du_0}{dx} = \frac{2(\mu_{i_e} + \varepsilon_v) f_1''(0)}{\rho_\infty \delta_m^2 u_0}, \quad (56b)$$

где турбулентная вязкость находится из уравнения (49л) и

$$du_e/dx \approx u_{\eta_e} d\eta/dx.$$

Уравнение (56а) представляет особенно интересный класс задач о течениях с малыми потерями скорости  $u_e - u_0$  (т. е.  $u_0 \rightarrow u_e$ ) и почти полностью поглощенным внешним вихревым потоком. При этих условиях последние два члена в уравнении (56а) преобладают по величине из-за важной роли переноса на поверхности раздела.

При  $Le = Pr = 1$  для ламинарного, турбулентного и переходного потока точное решение уравнения энергии (37) имеет вид

$$H = H_c = H_e = \text{const.}$$

Качественную оценку влияния начального уменьшения или приращения энтальпии торможения можно произвести по местным значениям  $u_e$ , определенным по уравнению (41б).

Распределение концентраций компонентов получается путем удовлетворения уравнения (47в) граничным условиям для  $\alpha_{i_0}$  на оси (46в):

$$u_0 \frac{d\alpha_{i_0}}{dx} = 2 \frac{(\mu_{i_0} + \varepsilon_v)}{\rho_\infty \delta_m^2} (\alpha_{i_e} - \alpha_{i_0}) f_4''(0) + w_{i_0}. \quad (58)$$

Так как на внешней границе ядра  $\alpha_{i_e}$  меняется в зависимости от  $x$ , одного только уравнения (58) недостаточно для решения задачи. Однако значения  $\alpha_{i_e}$  можно вычислить с помощью сле-

дующего уравнения концентраций компонентов в замороженном потоке:

$$\frac{d\alpha_{ie}}{dx} = \left\{ \frac{(\mu_r \alpha_{ir})_r}{\rho u r} - \frac{v}{u} \alpha_{ir} \right\}_e. \quad (59)$$

*Следы за тонкими телами.* В предположении, что на поверхности раздела параметры потока постоянны и перенос отсутствует, расчет турбулентного следа за тонким телом становится простым. Граничные условия на поверхности раздела выражаются соотношениями (50). Основные уравнения и метод расчета для турбулентного и ламинарного следов одинаковы. Однако параметры переноса требуют специального рассмотрения. В частном случае  $\varepsilon_v \gg \mu_{i0}$  поле скоростей может быть полностью определено.

Из уравнений (46а), (47а), (51а) и

$$\rho u r = \rho_\infty u_\infty \psi \psi_r,$$

$$\rho v r = -\rho_\infty u_\infty \psi \psi_x,$$

где  $\psi$  — функция тока, следует

$$4K a_2^{1/2} f_1''(0) \bar{\theta}^{1/2} \int_{x_c}^x \frac{\rho_r}{\rho_\infty} dx = F(u_0) - F(u_{0c}), \quad (60a)$$

где  $\bar{\theta} = \theta/u_e^2$ ,

$$F(u_0) = \frac{2}{3d} g^{-3/2} (d + cg)^{1/2} \left\{ 1 - \left( \frac{2c}{d} \right) g \right\}, \quad (60b)$$

$$g = \frac{u_e - u_0}{u_0}, \quad c = a_1/a_2 \quad \text{и} \quad d = 1 + c.$$

Функция  $F$  при  $u_0 \rightarrow u_e$  асимптотически стремится к

$$F(u_0) \rightarrow \frac{2}{3d^{1/2}} g^{-3/2}.$$

*Расчеты.* Рассмотрим отдельно ламинарный и турбулентный следы.

**Ламинарный след за тупым телом.** Результаты расчетов ламинарного следа приведены на фиг. 65—69.

Условия на начальной оси получены на основе скоростей химических реакций в одномерном невязком потоке воздуха с заданным изменением давления, расширяющемся от условий в критической точке тупого тела до условий в окружающей среде [125]. Во всех расчетах ламинарного следа предполагается, что  $p = p_\infty$ ,  $H = H_\infty$ ,  $H_{\text{плос}} = 0$ . Тогда

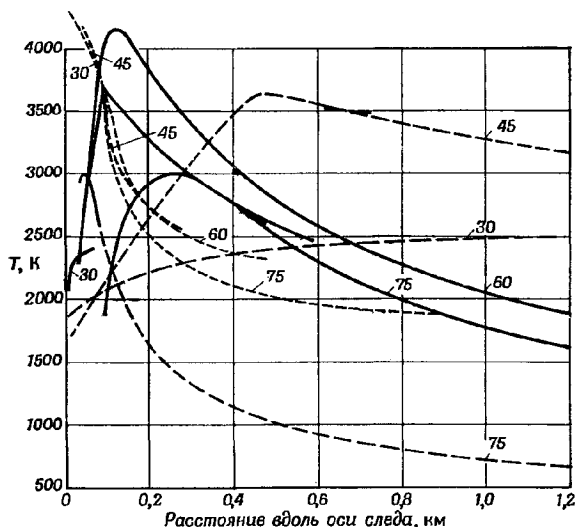
$$f_1''(0) = f_4''(0) = 12, \quad a_1 = \frac{1}{21}, \quad a_2 = \frac{11}{210},$$

$$a_5 = \frac{349}{210}, \quad a_6 = \frac{311}{210}, \quad a_7 = -\frac{43}{840} \quad \text{и} \quad a_8 = -\frac{23}{840}.$$

На фиг. 65 представлены распределения температуры в зависимости от  $x$  и приведенного расстояния

$$\xi = x \left( \frac{\rho u}{\mu} \right)_{60 \text{ км}} / \left( \frac{\rho u}{\mu} \right),$$

а также равновесные значения температуры, соответствующие давлению на высоте полета и расчетной энтальпии, в зависимости от  $\xi$  (для сравнения). Малые изменения в составе среды могут

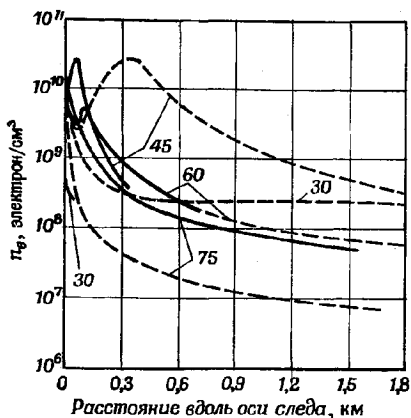


Фиг. 65. Распределения температуры вдоль оси следа в процессе входа тупого аппарата в атмосферу со скоростью от 4,5 до 6 км/с,  $C_D A \approx 0,09 \text{ м}^2$  [109].

— — — неравновесная температура в зависимости от  $x$ ; — — — неравновесная температура в зависимости от  $\xi$ ; - - - - равновесная температура, соответствующая давлению на высоте полета и расчетной энтальпии, в зависимости от  $\xi$ . Возле каждой кривой указана высота в км.

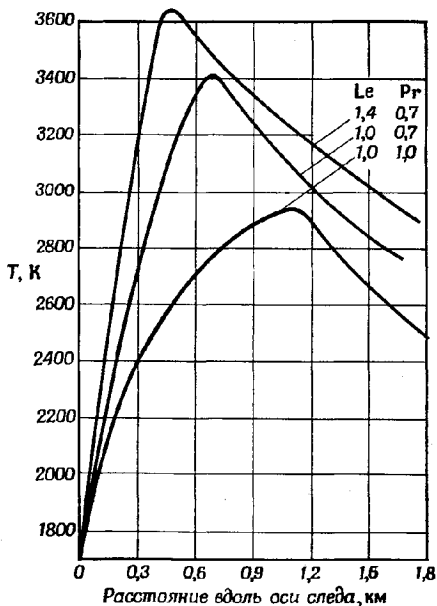
привести к большим изменениям температуры. Например,  $\alpha_N = 0,01$  соответствует приблизительно 200 К. Таким образом, малая ошибка в значении  $\alpha_i$  может привести к большой погрешности в величине максимума температуры. Заметим, что скорость диффузии определяется  $f_4''(0)$ , значение которой здесь задается.

На фиг. 66 приведены распределения концентрации электронов, соответствующие распределениям температуры на фиг. 65, причем пунктирные и сплошные линии относятся соответственно к  $x$  и  $\xi$ .



Ф и г. 66. Распределения концентрации электронов вдоль оси следа, соответствующие распределениям температуры на фиг. 65 [109].

--- в зависимости от  $x$ ; — в зависимости от  $z$ .

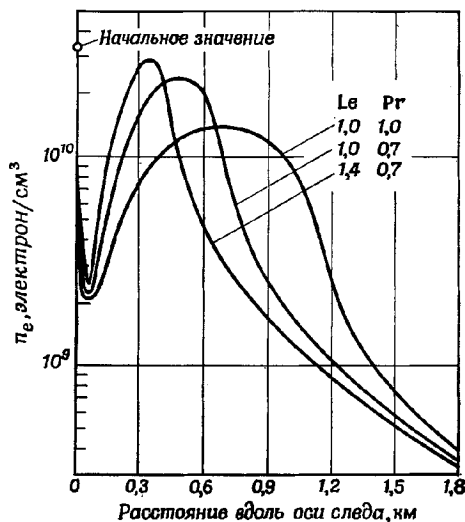


Ф и г. 67. Влияние чисел Льюиса и Прандтля на распределение температуры вдоль оси следа [109]

Высота 45 км, номинальная скорость 6 км/с номинальное значение  $C_D A = 0,09 \text{ м}^2$ .

На больших высотах диффузия препятствует образованию максимумов, а на малых высотах рост температуры недостаточен для их образования. Процесс образования электронов ( $N + O \rightleftharpoons NO^+ + e^-$ ) практически является равновесным, происходящим в неравновесной среде, содержащей энергетически доминирующие компоненты  $N_e$ ,  $N$ ,  $O_2$  и  $O$ .

На фиг. 67 и 68 показано влияние чисел Льюиса и Прандтля на распределение температуры и концентрации электронов вдоль



Ф и г. 68. Влияние чисел Льюиса и Прандтля на концентрацию электронов [109].

Высота 45 км, номинальная скорость 6 км/с, номинальное значение  $C_{DA} = 0,09 \text{ м}^2$ .

оси, выражающееся в усилении пиков температуры и концентрации электронов. Распределение концентрации электронов сокращается по длине следа при числах Льюиса и Прандтля, отличающихся от единицы, вследствие усиления диффузии по потоку. Так как предполагалось, что  $f_1''(0) = f_4''(0)$ , влияние чисел Льюиса и Прандтля, представленное на фиг. 67 и 68, неявно содержится в предположении

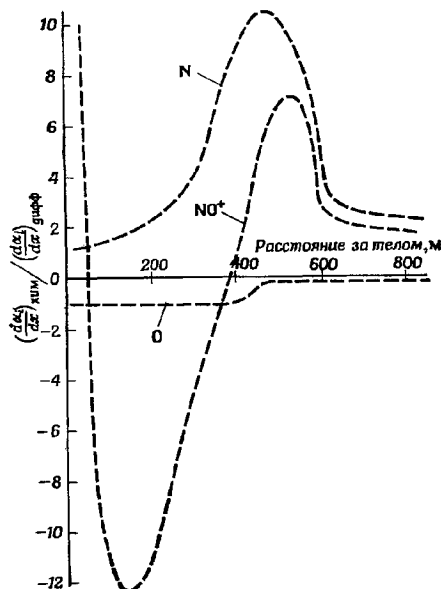
$$w = \frac{Le_0}{Pr_0} \frac{f_4''(0)}{f_1''(0)} = \frac{Le_0}{Pr_0} > 1.$$

Таким образом, при оценке упомянутых выводов нужно соблюдать известную осторожность.



Турбулентные следы за тупым и тонким телами. На фиг. 70 и 71 приведены результаты расчетов турбулентного следа за тупым и тонким телами.

При расчетах давление принималось постоянным и равным давлению окружающей среды, числа Льюиса и Прандтля осредненного и турбулентного потока считались равными единице,

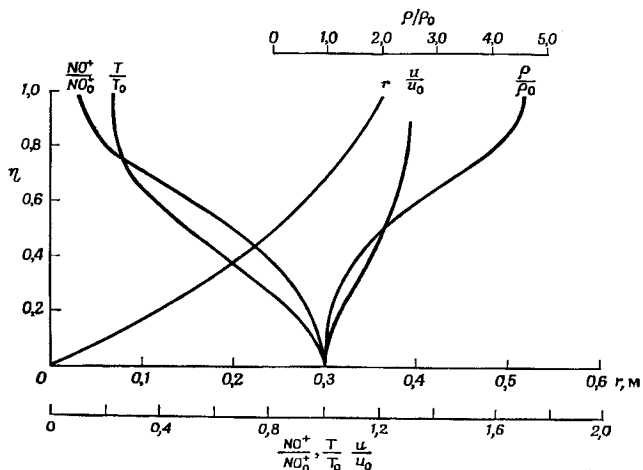


Ф и г. 69. Отношение изменения массовой доли компонентов, образующихся в процессе химических реакций, к изменению той же величины вследствие диффузии в зависимости от расстояния (ламинарный след) [109].

Ламинарный след на высоте 45 км,  $u_\infty = 6,6$  км/с. — — диффузионный член отрицательный.

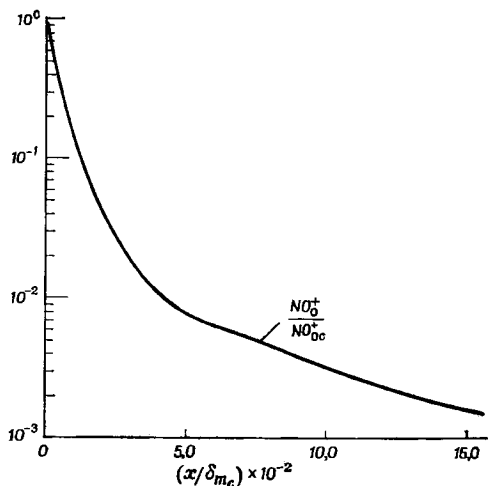
а также  $f'_i(0) = f''(0) = 12$ ,  $a_1 = 1/21$ ,  $a_2 = 11/210$ ,  $a_3 = 2/5$  и  $a_x = 1/10$ . Для тупого тела расчеты производились для высоты 43,7 км и скорости набегающего потока 6,5 км/с. Начальные условия (при  $x = 0$ ) на границе турбулентного ядра и на оси приведены в табл. 2.

Далее предполагается, что  $H = H_\infty = \text{const}$  в следе, и начало координат ( $x = 0$ ) расположено приблизительно на расстоянии 20—30 диаметров тела от донного среза. Из фигуры 70 в видно, что максимум температуры на оси соответствует  $x/\delta_{mc} = 420$ .



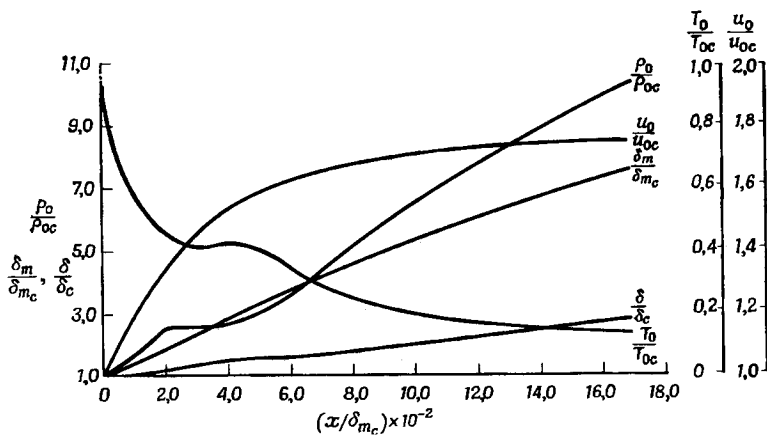
Ф и г. 70а. Турбулентный след за тупым телом. Распределение параметров потока в начальном сечении,  $x_c = 0$  [109].

Высота 43,7 км,  $u_\infty = 6,5$  км/с. Условия при  $r=0, x=0$ :  $NO_0^+ = 9,7629 \cdot 10^{10}$  частиц/см<sup>3</sup>;  $T_0 = 3,3384 \cdot 10^3$  К,  $\rho_0 = 1,385 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_0 = 3,6$  км/с,  $\delta m_c = 0,141$  м.

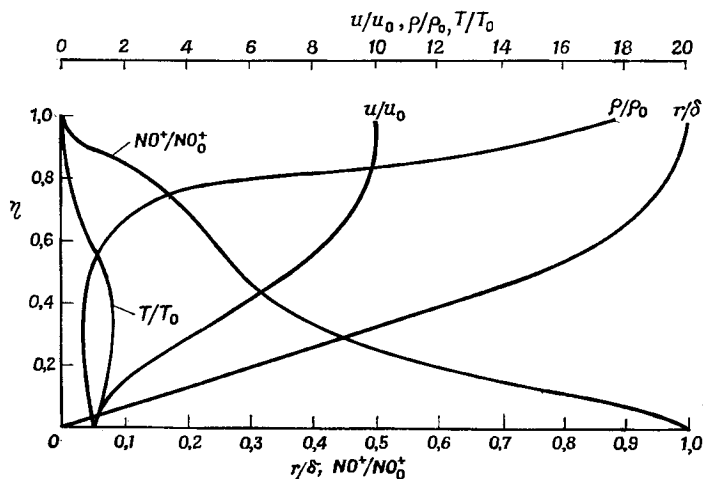


Ф и г. 70б. Турбулентный след за тупым телом. Распределение концентрации электронов вдоль оси [109].

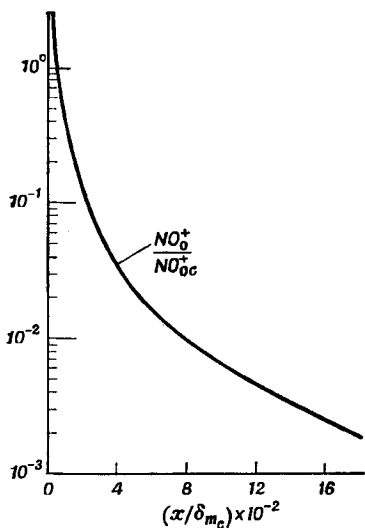
$\delta m_c = 0,141$  м;  $NO_{0c}^+ = 9,7629 \cdot 10^{10}$  частиц/см<sup>3</sup>.



Ф и г. 70в. Турбулентный след за тупым телом. Распределение параметров потока вдоль оси [109].

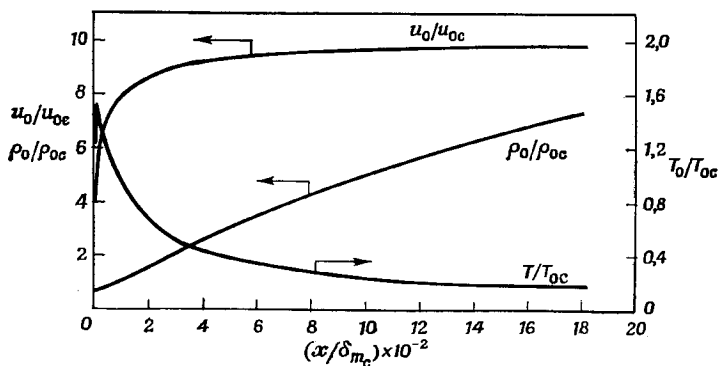


Ф и г. 71а. Турбулентный след за тонким телом. Распределение параметров потока в начальном сечении,  $x_c = 0$  [109]. Высота 45,7 км,  $u_\infty = 7,2$  км/с. Условия при  $r = 0, x = 0$ :  $u_0 = 0,72$  км/с;  $\delta_c = 0,929$  м;  $\rho_0 = 1,026 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup>;  $T_0 = 3993,6$  К;  $NO_0^* = 6,712 \cdot 10^{10}$  частиц/см<sup>3</sup>.



Ф и г. 71б. Турбулентный след за тонким телом. Распределение концентрации электронов вдоль оси [109].

$\delta_{m_e} = 0,288$  м,  $N_{0s}^+ = 6,712 \cdot 10^{10}$  частиц/см<sup>3</sup>.



Ф и г. 71в. Турбулентный след за тонким телом. Распределение параметров потока вдоль оси [109].

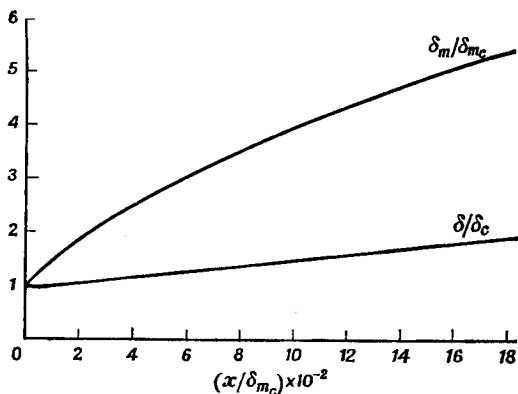
Для тонкого тела расчеты производились для высоты 45,7 км и скорости набегающего потока 7,2 км/с. Начальные условия, условия на границе ядра и условия полета те же самые, что и в табл. 2. Так как применим интеграл Крокко для уравнения энергии (416), в расчетах можно учесть начальные отклонения значений полной энтальпии. Предполагается, что  $H_{0c} = 0,38H_{\infty}$  и начало координат ( $x = 0$ ) расположено немного ниже горла следа, откуда следует, что  $u_{0c} = 0,1u_{\infty}$ .

Таблица 2

ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНОГО СЛЕДА [109]

	Единица измерения	Тупое тело	Тонкое тело	
Высота	км	43,7	45,7	
$u_{\infty}$	км/с	6,5	7,2	
$u_e$	км/с	4,7	$u_{\infty}$	
$\alpha_{O_2e}$		$2,025 \cdot 10^{-4}$	$\alpha_{O_2\infty}$	Условия на границе при $x = 0$
$\alpha_{Oe}$		0,233	0	
$\alpha_{Ne}$		0,1734	0	
$\alpha_{NO}$		$3,59 \cdot 10^{-5}$	0	
$\alpha_{NO_e^+}$		$7,81 \cdot 10^{-7}$	0	
$T_e$		745 K	$T_{\infty}$	
$NO_e^+$	частиц/см <sup>3</sup>	$9,92 \cdot 10^9$	0	
$H_0$		$H_{\infty}$	$H_{\infty}$	
$u_0$	км/с	3,68	0,72	
$\alpha_{O_2_0}$		$1,18 \cdot 10^{-6}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$	Условия на оси при $x = 0$
$\alpha_{O_0}$		0,233	0,230	
$\alpha_{N_0}$		0,207	0,310	
$\alpha_{NO_0}$		$3,47 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	
$\alpha_{NO_0^+}$		$3,53 \cdot 10^{-5}$	$3,26 \cdot 10^{-5}$	
$T_0$		3338 K	3994 K	
$NO_0^+$	частиц/см <sup>3</sup>	$9,76 \cdot 10^{10}$	$6,71 \cdot 10^{10}$	
$H_0$		$H_{\infty}$	$0,38H_{\infty}$	
$\eta$ при $x = 0$		0,450	—	
$\delta_{m_c}$ при $x = 0$		0,141	0,288	
$K$	м	0,01	0,01	

Примечание:  $\alpha_{e-} = (M_{e-}/M_{NO^+}) \alpha_{NO^+}$ ,  $\alpha_{N_2} = 1 - \sum \alpha_i$  ( $i \neq N_2$ ),  $p = \text{const.}$



Ф и г. 71г. Турбулентный след за тонким телом. Распределение параметров потока вдоль оси [109].

$\delta_c = 0,929$  м,  $\delta_{m_c} = 0,288$  м.

### 2.3.2. Теория Лиза и Хромаса

Теория гиперзвукового турбулентного следа, разработанная Лизом и Хромасом [6], касается главным образом процесса смешения, который определяет скорости диффузии и охлаждения следа за тупым телом при термодинамическом равновесии. В этой теории рассматривается структура следа за тупыми телами и предлагается упрощенная схема течения во внешней и внутренней частях следа. Граница между этими частями следа считается бесконечно тонкой и предполагается, что расширение границы внутреннего следа зависит только от градиента и величины энтальпии. Кроме того, рассматриваются два предельных вида турбулентной диффузии: 1) турбулентность, обладающая «локальным подобием», при котором поток в каждом сечении ведет себя как участок «автомодельного» турбулентного следа с малой скоростью, и коэффициент диффузии пропорционален местной потере количества движения или сопротивлению внутреннего следа на данном участке; 2) «замороженная» диффузия, при которой коэффициент турбулентной диффузии зависит только от начального значения коэффициента сопротивления внутреннего следа в области горла. Если коэффициент диффузии известен, то можно проинтегрировать уравнения турбулентной диффузии для энтальпии и массовой концентрации. Были рассчитаны частные случаи нарастания внутреннего турбулентного следа и проведено сравнение с экспериментальными данными. Кроме того, рассчитан типичный

пример входа в атмосферу при  $M_\infty = 22$  на высоте 30,5 км, чтобы изучить распределение энтальпии и концентрации электронов в следе в двух предельных случаях термодинамического равновесия и при чистой диффузии (в однородной среде).

### *Характеристики внешнего и внутреннего следа*

Рассмотрим характеристики внешнего и внутреннего следа.

*Внешний след.* Рассмотрим область  $x/d > 2-10$ , где статическое давление только приблизительно в пять раз больше давления в набегающем потоке и энтальпия вдоль линий тока невязкого течения изменяется медленно с изменением статического давления (т. е. градиент энтальпии в направлении потока пренебрежимо мал). Предположим, что число Рейнольдса достаточно велико и характерное время ламинарной диффузии во внешнем следе значительно больше времени перехода основной части потери импульса во внутренний турбулентный след. Предполагается, что внутренний след не влияет на течение во внешнем следе вплоть до границы турбулентного ядра; таким образом, распределение энтальпии во внешнем следе можно определить из расчета невязкого течения.

Введем «приведенное расстояние»  $Y$  по нормали к оси следа, не совпадающее с физическим расстоянием  $y$  и определяемое преобразованием Хоуарта — Дородницына:

$$Y_L^m dY_L = \left( \frac{\rho_L}{\rho_\infty} \right) \bar{y}^m d\bar{y}, \quad (61)$$

где  $\bar{y} = y/d$ , индекс  $L$  означает величину в «невязком» потоке или во внешнем следе;  $m$  — показатель степени ( $m = 0$  для двумерного и  $m = 1$  для осесимметричного потока). Распределение энтальпии в невязком потоке представляется двупараметрическим семейством профилей

$$(h_L/h_\infty) - 1 = \{(h_L/h_\infty) - 1\}_0 g(\alpha_m Y_L) = Hg(Z) \quad (62)$$

для  $Y_L > Y_{Lf}$ , где  $h$  означает эффективную статическую энтальпию, включая химическую энтальпию [126],  $(h_L)_0$  — значение энтальпии на нулевой линии тока в невязком течении, простирающемся до оси,  $H = (h_L/h_\infty - 1)_0$ ,  $Z = \alpha_m Y_L$  и  $\alpha_m$  — масштабный коэффициент, который можно определить по потере импульса в невязком потоке. Для гиперзвукового следа  $(u_\infty - u)/u_\infty \ll 1$  и  $h - h_\infty \approx -u_\infty(u - u_\infty)$ . В этом приближении  $Y_L$  [уравнение (61)] соответствует функции тока или потоку масс между осью и  $y$ . В области  $x/d > 5 - 10$  сопротивление за счет статического давления пренебрежимо мало по сравнению с сопротивле-

нием за счет потери импульса и

$$\alpha_m^{m+1} = \frac{4m+1}{C_{D_0}} g_{m+1} \frac{H}{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}, \quad (62a)$$

где  $C_{D_0}$  — коэффициент сопротивления в «невязком» потоке и

$$g_{m+1} = \int_0^\infty Z^m g(Z) dZ.$$

Когда  $x/d > 50-100$ , статическое давление фактически равно давлению в набегающем потоке, линии тока невязкого течения параллельны оси следа, профиль распределения энтальпии в невязком потоке [уравнение (62)] не зависит от расстояния вдоль оси в предельных случаях «замороженного» или термодинамически равновесного потока.

*Внутренний след.* В теории Лиза и Хромаса [6] учитывается термодинамический эффект изменения статического давления вдоль оси следа и не учитывается динамический эффект. Численные расчеты следа за осесимметричным телом выполнены для  $M_\infty = 8,5$ ,  $p_\infty = 1$  атм и для  $M_\infty = 22$  на высоте 30,5 км. Предполагая, что средняя энтальпия полностью описывается двумя параметрами, разностью  $(h_T(0) - h_f)$  и шириной следа  $Y_{Tf}$ , получаем

$$(h_T/h_\infty) - (h_f/h_\infty) = B_1 \left( \frac{x-x_i}{d} \right) G \left( \frac{Y_T}{Y_{Tf}} \right) \quad (63)$$

при  $0 \leq Y_T \leq Y_{Tf}$ ,

где  $d$  — диаметр тела и индексы  $T$ ,  $i$  и  $f$  обозначают значения в турбулентном следе, начальные значения и значения на границе соответственно.

Так как невязкий поток, окружающий внутренний след, характеризуется параметрами  $\rho_f$ ,  $h_f$  и  $u_f$  при  $y = y_f$ , переменная Хоурта — Дородницына для внутреннего следа может быть определена следующим образом:

$$Y_T^m dY_T = \rho/\rho_f \cdot \bar{y}^m d\bar{y}. \quad (64)$$

Две неизвестные функции,  $B_1((x-x_i)/d) = B_1(\xi)$  и  $Y_{Tf}(\xi)$ , определяются из условия сохранения энергии, выраженного интегралом энергии по ширине внутреннего следа, и из баланса энергии вдоль оси внутреннего следа, который связывает интенсивность охлаждения в направлении потока с интенсивностью турбулентной теплопередачи по нормали к оси.

Член, выражающий теплопроводность в уравнении энергии, определяет эквивалентный коэффициент турбулентной диффузии.



Из уравнения (64)

$$\frac{1}{y^m} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_T y^m \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{\rho}{d^2 Y_T^m} \frac{\partial}{\partial Y_T} \left\{ \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \varepsilon_T \frac{\bar{y}^{2m}}{Y_T^m} \frac{\partial h}{\partial Y_T} \right\}.$$

На оси этот член равен

$$\frac{\rho(0)}{d^2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial Y_T^2} \right)_0 \left\{ \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^2 \varepsilon_T \right\} \lim_{Y_T \rightarrow 0} \left( \frac{1}{Y_T^m} \frac{1}{\partial Y_T} \frac{\bar{y}^{2m}}{Y_T^{m-1}} \right),$$

но из уравнения (64)

$$\bar{y} \approx Y_T \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{-1/(m+1)}$$

и член, выражающий теплопроводность, принимает вид

$$(m+1) \frac{\rho(0)}{d^2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial Y_T^2} \right)_{Y_T=0} \bar{\varepsilon}_T.$$

Коэффициент турбулентной диффузии определяется следующим образом:

$$\bar{\varepsilon}_T = \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{2/(m+1)} \varepsilon_T. \quad (65)$$

Принимая во внимание, что

$$\varepsilon_T = K' \Delta u y_f, \quad (66)$$

где  $K'$  — безразмерная величина, зависящая от свойств среды (но не от разности скоростей или ширины следа), и  $\Delta u$  — среднее значение разности скоростей по ширине следа, представим уравнение (65) в виде

$$\bar{\varepsilon}_T \approx K' \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{2/(m+1)} \Delta u y_f \approx K' \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{1/(m+1)} \Delta u Y_T f d. \quad (67)$$

Если

$$K' = K \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{-1/(m+1)}, \quad (68a)$$

то

$$\bar{\varepsilon}_T \approx K \Delta u Y_T f d, \quad (68b)$$

где  $K$  — постоянная, пропорциональная  $(R_T)^{-1}$ . Коэффициент пропорциональности зависит только от соотношения между  $Y_T$  и шириной следа  $l_0$ , определенной по Таунсенду.

Из уравнений (68a), (66) и (65)

$$\frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_\infty d} = K \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{1/(m+1)} \frac{\Delta u}{u_\infty} \bar{y}_f. \quad (69)$$

Когда  $x/d > 5-10$ , полная энтальпия фактически постоянна по ширине внутреннего следа и равна полной энтальпии невязкого потока. Так как  $(u_\infty - u)/u_\infty \ll 1$ , то в турбулентной части

потока

$$h - h_{\infty} \approx -\beta u_{\infty} (u - u_{\infty}). \quad (70)$$

Величина  $\beta u_{\infty}$  представляет некоторую среднюю скорость, причем  $0,8 \leq \beta \leq 0,9$ . Из уравнения (69) получаем

$$\frac{\bar{\varepsilon}_T(\xi)}{u_{\infty} d} = \frac{K h_{\infty}}{\rho u_{\infty}^2} \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{1/(m+1)} B_1(\xi) \bar{y}_f(\xi). \quad (71)$$

*Соотношение между эквивалентным коэффициентом турбулентной диффузии и потерей импульса*

Если  $\bar{\varepsilon}_T$  определяется из уравнений (68б) или (71), связь между  $\bar{\varepsilon}_T$  и местным значением потери импульса во внутреннем следе такая же, как в «автомодельном» следе несжимаемой жидкости с постоянным сопротивлением. Потери импульса по сравнению с местным невязким потоком на границе турбулентного ядра определяются выражением

$$D_f = 2(\pi)^m \int_0^{y_f} \rho u (u_f - u) y^m dy. \quad (72)$$

Из уравнений (63), (64) и (70)

$$D_f = 2(\pi)^m \rho_f h_{\infty} d^{m+1} B_1(\xi) Y_{T_f}^{m+1} G_{m+1}, \quad (73)$$

где

$$G_{m+1} = \int_0^1 G(\zeta) \zeta^m d\zeta \quad (73a)$$

и

$$\zeta = Y_T / Y_{T_f}.$$

Из уравнений (71) и (73)

$$\frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_{\infty} d} Y_{T_f}^m = \frac{K\beta}{4^{m+1} G_{m+1}} \left\{ \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right\}^{1/(m+1)} \left( \frac{\bar{y}_f}{Y_{T_f}} \right) C_{D_f}', \quad (74)$$

где  $C_{D_f}'$  — «местный» коэффициент сопротивления, определяемый выражением

$$D_f = C_{D_f}' \left\{ \frac{(\pi)^m}{2^m} d^{m+1} \frac{\rho_f u_f^2}{2} \right\}, \quad (75)$$

т. е.

$$C_{D_f}' = (\rho_{\infty} / \rho_f) (C_{D_f} / \beta^2), \quad (75a)$$

где  $C_{D_f}$  — коэффициент сопротивления внутреннего турбулентного следа (отнесенный к  $\rho u_{\infty}^2 / 2$ ).

Из уравнения (64)

$$\bar{y} \approx Y_T \left( \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right)^{-1/(m+1)},$$

следовательно,

$$\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_\infty d} Y_{Tf}^m \approx \frac{K}{4^{m+1} G_{m+1}} C_{Df} \quad (76)$$

или

$$\frac{\rho_f}{\rho_\infty} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_\infty d} \right) Y_{Tf}^m \approx \frac{K/\beta}{4^{m+1} G_{m+1}} C_{Df}. \quad (76a)$$

Так как в турбулентном течении, обладающем «местным подобием»,  $C_{Df}$  в уравнении (76a) является местным значением коэффициента сопротивления, то величина

$$\frac{\rho_f}{\rho_\infty} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_\infty d} \right) Y_{Tf}^m$$

увеличивается в направлении потока от своего начального значения, соответствующего  $(C_{Df})_i$ , до конечного, соответствующего коэффициенту полного сопротивления тела. Противоположному предельному случаю медленной реакции турбулентности на изменения течения соответствует «замораживание» этой величины

$$\frac{\rho_f}{\rho_\infty} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_\infty d} \right) Y_{Tf}^m$$

при начальном значении, соответствующем  $(C_{Df})_i$ . Из уравнений (73) и (75) следует

$$\frac{B_1(\xi)}{H} Y_{Tf}^{m+1} = \frac{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}{H} \frac{\beta^2 C_{Df}}{4^{m+1} G_{m+1}}. \quad (77)$$

Таким образом, если известен  $(C_{Df})_i$ , то начальное значение  $Y_T$  определяется величиной  $B_1/H$ , выбранной для начала вычислений, т. е.  $B_1/H$ ,  $(C_{Df})_i$  и  $H$  являются параметрами задачи. Если  $(Y_{Tf})_i \ll 1$ , решение сравнительно нечувствительно к выбранному значению  $(Y_{Tf})_i$ .

*Уравнения турбулентной диффузии и их решения для энтальпии и массовой концентрации*

Рассматриваются уравнения турбулентной диффузии энтальпии и массы во внутреннем следе.

*Турбулентная диффузия энтальпии во внутреннем следе.* Приближения теории пограничного слоя могут быть использованы при решении задач внутреннего следа. В случае установившегося

двумерного или осесимметричного турбулентного течения уравнение энергии для эффективной бинарной смеси, записанное через суммарную статическую энтальпию, имеет вид

$$\rho \left( u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{1}{y^m} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_T y^m \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \rho \varepsilon_M \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{y^m} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho \varepsilon_m \left( 1 - \frac{1}{Le_T} \right) y^m \sum h_i \frac{\partial K_i}{\partial y} \right\}, \quad (78)$$

где  $\varepsilon_T$ ,  $\varepsilon_M$  и  $\varepsilon_m$  — коэффициенты турбулентной диффузии для тепла, импульса и массы соответственно,  $Le_T = (\varepsilon_M / \varepsilon_T)$  — турбулентное число Льюиса. Члены, учитывающие ламинарный перенос и диссипацию, считаются пренебрежимо малыми по сравнению с соответствующими турбулентными членами. Если принять  $Le_T = 1$  и учитывать только термодинамический эффект распределения статического давления (а не динамический эффект), то уравнение (78) примет вид

$$\rho \left( u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{1}{y^m} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_T y^m \frac{\partial h}{\partial y} \right). \quad (79)$$

Так как из рассмотрения порядков величин в области не слишком близкой к горлу  $v (\partial h / \partial y) \ll u (\partial h / \partial x)$  и  $u \approx \bar{u} = \beta u_\infty$  при  $0,8 \leq \beta \leq 0,9$ , то данная задача аналогична задаче об одномерной ( $m = 0$ ) или двумерной нестационарной ( $m = 1$ ) теплопроводности с  $t = x / \bar{u}$ . Однако эта аналогия несколько необычна, так как сам коэффициент  $\varepsilon_T$  зависит от амплитуды и ширины импульса энтальпии [уравнения (68) и (71)] и тепло распространяется в область  $y > y_f$  нестационарного неоднородного распределения энтальпии, в котором  $\varepsilon_T$  фактически равно нулю. Используя переменную Хоурта — Дородницына [уравнения (64) и (79)], находим

$$u \frac{\partial h}{\partial \xi} + \bar{v} \frac{\partial h}{\partial Y_T} = \frac{1}{Y_T^m} \frac{\partial}{\partial Y_T} \left\{ \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \frac{\varepsilon_T}{d} \frac{\bar{y}^{2m}}{Y_T^m} \frac{\partial h}{\partial Y_T} \right\}, \quad (80)$$

где  $\xi = x/d$ ,  $\bar{y} = y/d$  и  $\bar{v} = u Y_\xi + v Y_{\bar{y}}$  — поперечная составляющая скорости «эквивалентного несжимаемого потока». Последний член уравнения (80), записанный через  $\varepsilon_T$ , имеет вид

$$\left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \left( \frac{\bar{y}}{Y_T} \right)^{2m} \frac{\varepsilon_T}{u_\infty d} \approx \left\{ \frac{\rho(0)}{\rho_f} \right\}^{2/(m+1)} \frac{\varepsilon_T}{u_\infty d} = \frac{\bar{\varepsilon}_T}{u_\infty d}.$$

Вместо точного решения уравнений (79) и (80) путем интегрирования уравнения (79) по ширине внутреннего следа преобразуем его в нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для приращения энтальпии или потери импульса во внутреннем следе. Второе уравнение этого типа получается путем удовлетворения уравнения (79) вдоль оси следа.

С помощью этих двух уравнений определяется поведение двух параметров  $B_1(\xi)$  и  $Y_{T_f}(\xi)$  [уравнение (63)] и, таким образом, все характеристики турбулентной диффузии энтальпии. Умножая уравнение (79) на  $y^m$  и интегрируя по ширине внутреннего следа, с использованием уравнения неразрывности (64) получим

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int_0^{Y_{T_f}} \rho_f \mu_T h Y_T^m dY_T \right) = h_f \frac{d}{d\xi} \left( \int_0^{Y_{T_f}} \rho_f \mu_T Y_T^m dY_T \right) \quad (81)$$

или

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ \int_0^{Y_{T_f}} \rho_f (h - h_f) Y_T^m dY_T \right\} = -\rho_f \frac{Y_{T_f}^{m+1}}{m+1} \frac{dh_f}{d\xi}, \quad (82)$$

где  $h$  заменено на  $\bar{h}$  и, следовательно, исключено из уравнения (82). Интеграл в левой части уравнения (82) пропорционален потере импульса [уравнения (70) и (72)]. Из уравнений (63) и (62) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left\{ \frac{\rho_f}{\rho_\infty} B_1(\xi) (Y_{T_f})^{m+1} G_{m+1} \right\} = \\ = - \left( \frac{\rho_f}{\rho_\infty} \right) \frac{\alpha_m (Y_{T_f})^{m+1}}{m+1} \left\{ \left( \frac{h_L}{h_\infty} \right)_0 - 1 \right\} g' (\alpha_m Y_{L_f}) \frac{dY_{L_f}}{d\xi}. \end{aligned} \quad (83)$$

Интегрируя уравнение (83), находим

$$\begin{aligned} \frac{\rho_f}{\rho_\infty} B_1(\xi) Y_{T_f}^{m+1} G_{m+1} = \left\{ \frac{\rho_f}{\rho_\infty} B_1(\xi) Y_{T_f}^{m+1} G_{m+1} \right\} - \\ - \frac{\{(h_L/h_\infty) - 1\} \alpha_m}{m+1} \int_{(Y_{T_f})_i}^{Y_T} \frac{\rho_f}{\rho_\infty} Y_{T_f}^{m+1} g' (\alpha_m Y_{L_f}) dY_{L_f}. \end{aligned} \quad (84)$$

Так как

$$\left( \frac{\rho_f}{\rho_\infty} \right) Y_{T_f}^{m+1} = Y_{L_f}^{m+1} - \delta (\text{const}), \quad (84a)$$

где  $\delta$  — постоянная, связанная с массой, с помощью уравнения (62a) перепишем уравнение (84) в удобной форме, определяющей «функцию сопротивления»  $F_1(Z_f)$ :

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_f/\rho_\infty) B_1 Y_{T_f}^{m+1} G_{m+1}}{\{(\rho_f/\rho_\infty) B_1 Y_{T_f}^{m+1} G_{m+1}\}_i} = \frac{C_{D_f}}{(C_{D_f})_i} = \\ = F_1(Z_f) = 1 + \frac{H}{H+1} \{g(Z_f) - g(Z_f)_i\} + \\ + \frac{C_{D_0}}{(C_{D_f})_i} \frac{1}{g^{m+1}} \left[ \int_{Z_f}_i^{Z_f} Z^m g(Z) dZ - \left\{ \frac{Z_f^{m+1} g(Z_f)}{m+1} \right\} \frac{Z_f}{Z_f}_i \right], \end{aligned} \quad (85)$$

где  $Z_f = \alpha_m Y_{L_f}$  и  $H = (h_L/h_\infty)_0 - 1$ . Вдоль оси следа уравнение (79) или (80) принимает вид

$$\left(\frac{\partial h}{\partial \xi}\right)_{Y_T=0} = (m+1) \left(\frac{\partial^2 h}{\partial Y_T^2}\right)_{Y_T=0} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_\infty d}\right). \quad (86)$$

Из уравнения (63)

$$H g'(Z_f) \frac{dZ_f}{d\xi} + \frac{dB_1}{d\xi} = (m+1) \frac{G''(0)}{Y_{T_f}^2} B_1 \left(\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_\infty d}\right). \quad (87)$$

Для турбулентного движения, обладающего «локальным подобием»,  $\bar{\varepsilon}_T$  находится из уравнения (74) и с помощью уравнений (75а), (85) и (84а) имеем:

$$\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_\infty d} = \frac{\alpha_m^m K (C_{D_f})_i}{\beta^2 4^{m+1} G_{m+1}} \left(\frac{\rho(0)}{\rho_f}\right)^{1/(m+1)} \frac{\alpha_m \bar{y}_f}{Z_f} \frac{Z_f F_1(Z_f)}{(Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)}. \quad (88)$$

Если с помощью уравнений (83) и (84а) заменить  $dB_1/d\xi$  на  $dZ_f/d\xi$ , то из уравнения (85) можно получить выражение для  $B_1$  в функции  $Z_f$ .

Принимая для простоты  $\rho \sim (p/h)$ , имеем

$$\mathcal{Y}(Z_f, H) (dZ_f/d\xi) = -(K/\beta^2) \frac{G''(0)}{4^{m+1} G_{m+1}} \alpha_m^{m+2} (C_{D_f})_i (p_f/p_\infty)^{1/(m+1)}, \quad (89)$$

где

$$\mathcal{Y}_1(Z_f, H) = \frac{Z_f^{m-1} (Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)^{2/(m+1)} \left(\frac{h(0)}{h_\infty}\right)^{1/(m+1)} \left(\frac{h_f}{h_\infty}\right)^{1/(m+1)}}{\left\{ \left(\frac{p_f}{p_\infty}\right)^{1/(m+1)} \frac{\alpha_m \bar{y}_f}{Z_f} \right\}} \times \\ \times \frac{F_2(Z_f)}{F_1(Z_f)} \quad (89a)$$

и

$$F_2(Z_f) = \left[ 1 + \frac{1}{m+1} \left\{ \frac{1}{(m+1) G_{m+1}} - 1 \right\} \frac{G_{m+1}}{g_{m+1}} \times \right. \\ \left. \times \frac{C_{D_0}}{(C_{D_f})_i} g'(Z_f) \frac{(Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)^2}{Z_f^m F_1(Z_f)} \right]. \quad (89b)$$

Функция  $F_1(Z_f)$  определяется из уравнения (85):

$$\alpha_m^{m+1} \delta = (m+1) g_{m+1} \frac{H}{H+1} \frac{(C_{D_f})_i}{C_{D_0}}, \\ \frac{h(0)}{h_\infty} = 1 + H \{g(Z_f) + B_1/H\}, \quad (89в)$$

$$\frac{B_1}{H} = \frac{(C_{D_f})_i}{C_{D_0}} \frac{g_{m+1}}{G_{m+1}} \frac{F_1(Z_f)}{(Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)}, \quad (89г)$$

$$\left(\frac{p_f}{p_\infty}\right)^{1/(m+1)} \frac{\alpha_m \bar{y}_f}{Z_f} = \left\{ 1 + \frac{(m+1) H}{Z_f^{m+1}} \int_0^{Z_f} Z^m g(Z) dZ \right\}^{1/(m+1)} \quad (89д)$$

и

$$\frac{h_f}{h_\infty} = 1 + Hg(Z_f). \quad (89e)$$

Функция  $\mathcal{Y}(Z_f, H)$  в уравнении (89) зависит от  $\xi$  только вследствие слабого изменения  $H$ , приводящего к уменьшению  $p_f/p_\infty$  вдоль оси следа. Поэтому  $\mathcal{Y}(Z_f, H)$  является практически функцией только  $Z_f$ , а уравнение (89) может быть решено в однократных квадратурах для определения роста ширины турбулентного внутреннего следа

$$\int_{Z_{f_i}}^{Z_f} \mathcal{Y}(Z_f, H) dZ_f = -\frac{K}{\beta^2} \frac{G''(0)}{4^{m+1}G_{m+1}} \alpha_m^{m+2} (C_{D_f})_i \int_{\xi_i}^{\xi} \left(\frac{p_f}{p_\infty}\right)^{1/(m+1)} d\xi. \quad (90)$$

Распределение статического давления вдоль оси следа определяется из расчета невязкого потока со скачком уплотнения или из эксперимента. При  $\xi > 100$   $p_f/p_\infty \approx 1$ . Если  $Z_f(\xi)$  известно из уравнения (90), физическая граница следа определяется из уравнения (89а), а амплитуда турбулентного импульса вычисляется по уравнению (89г). В противоположном предельном случае «замороженного» коэффициента диффузии из уравнения (76а) находим

$$\frac{\rho_f}{\rho_\infty} \frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_\infty d} Y_{T_f}^m \approx \frac{K}{\beta^{24^{m+1}G_{m+1}}} (C_{D_f})_i.$$

Кроме того, с помощью уравнений (83), (85) и (84а) уравнение теплопроводности (87) решается в однократных квадратурах:

$$\int_{(Z_f)_i}^{Z_f} \mathcal{G}(Z_f, H) dZ_f = -\frac{K}{\beta^2} \frac{G''(0)}{4^{m+1}G_{m+1}} \alpha_m^{m+1} (C_{D_f})_i \int_{\xi_i}^{\xi} \left(\frac{p_f}{p_\infty}\right)^{1/(m+1)} d\xi, \quad (91)$$

где

$$\mathcal{G}(Z_f, H) = Z_f^m (Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)^{1/(m+1)} \left(\frac{h_f}{h_\infty}\right)^{1/(m+1)} F_2(Z_f). \quad (91a)$$

Функция  $F_2(Z_f)$  определяется из уравнения (89б), а  $h_f/h_\infty$  из уравнения (89е). Так как в области не слишком близкой к горлу, но перед началом интенсивного «поглощения» внешнего течения ядром  $\alpha_m^{m+1} \delta \ll Z_f^{m+1} \ll 1$ , то  $F_1(Z_f) \approx 1$ ,  $F_2(Z_f) \approx 1$ ,  $h(0)/h_\infty \approx 1 + H$ ,  $(\alpha_m \bar{y}_f/Z_f) (p_f/p_\infty)^{1/(m+1)} \approx (1 + H)^{1/(m+1)}$ . Решение уравнений (89) и (91) сводится к соотношению подобия

$$Y_T^{m+2} - (Y_{T_f})_i^{m+2} = -(m+2) \frac{K}{\beta^2} \frac{G''(0)}{4^{m+1}G_{m+1}} (C_{D_f})_i (\xi - \xi_i). \quad (92)$$

Заметим, что в этой области расширение физических границ внутреннего следа в сильной степени зависит от уменьшения статического давления вдоль оси следа [уравнения (84а) и (89д)]. Как только начинается процесс интенсивного «поглощения», решения в случае турбулентности, обладающей «локальным подобием», и в случае «замороженного» коэффициента диффузии расходятся между собой и точный расчет расширения следа усложняется. Но так как процесс «поглощения» по существу завершается на расстоянии 100—200 диаметров тела вниз по потоку от горла, то при  $\xi - \xi_i > 100-200$

$$F_1(Z_f) \approx \frac{C_{D_0} + (C_{D_f})_i}{(C_{D_f})_i} \text{ и } F_2(Z_f) = 1.$$

Из уравнений (89), (89а), (89в) — (89е) следует

$$Z_f \sim \{K(C_{D_0} + C_{D_{fi}})\}^{1/(m+2)} (H)^{-2/((m+1)(m+2))} \xi^{1/(m+2)} \quad (93)$$

и

$$\bar{y}_f \sim Z_f H^{1/(m+2)} \sim \{K(C_{D_0} + C_{D_{fi}}) H^m (m+1) \xi\}^{1/(m+2)}. \quad (94)$$

Поэтому при заданном  $\xi$  ширина следа очень чувствительна к  $H$  или скорости полета, а расширение следа более точно определяется уравнением (89д).

Далеко по потоку ( $\xi > 10^4$ ) вследствие существенного охлаждения следа  $h(0)/h_\infty \approx 1$ ,  $h_f/h_\infty \approx 1$  и  $(\alpha_m \bar{y}_f)/Z_f \approx 1$ . В этой области расширение следа определяется соотношением, аналогичным уравнению (92), в котором  $C_{D_{fi}}$  заменено на  $(C_{D_0} + C_{D_{fi}})$  для случая «локально подобной» турбулентности. Распределение энthalпии получается из условия автомодельности аналогично случаю Таунсенда:

$$(2^{2m} G_{m+1}) \left( \frac{h_T - h_f}{u_\infty^2/2} \right) \left( \frac{Ax}{\theta} \right)^{(m+1)/(m+2)} = G \left\{ \frac{y}{2(Ax)^{1/(m+2)} \theta^{(m+1)/(m+2)}} \right\},$$

где

$$A = -(m+2) \frac{K}{\beta^2} \frac{G''(0)}{4^{m+1} G_{m+1}}$$

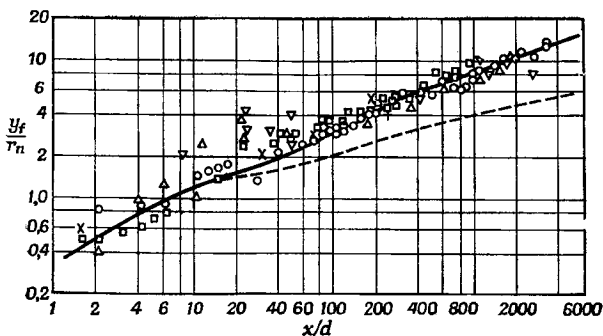
и  $\theta$  — толщина потери импульса

$$\left( \frac{\theta}{d} \right)^{m+1} = \frac{C_{D_0} + C_{D_{fi}}}{2^{m+2}}.$$

Результаты расчетов роста ширины следа представлены на фиг. 72 и 73. Как видно из фиг. 72, экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами расчета.

При скоростях порядка 2,7 — 3 км/с расчетное расширение внутреннего следа в случае «локально подобной» турбулентности хорошо совпадает с измерениями теньвым методом, но ширина





Ф и г. 72. Ширина турбулентного следа  $M_\infty = 8,5$ ,  $p_\infty = 1$  атм [6].

Экспериментальные данные Слэттери и Клея (Лаборатория им. Линкольна)

	$u_\infty$ км/с	$d$ , см	$p_\infty$
▽	2,74	12,7	41 мм рт. ст.
□	2,74	12,7	1 атм
○	2,74	6,35	1 атм
△	2,74	12,7	100 мм рт. ст.

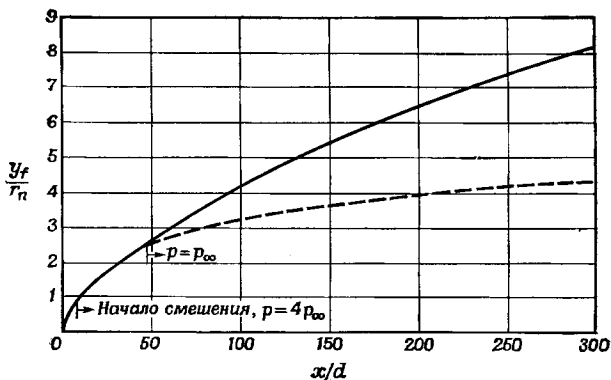
Экспериментальные данные Дейна и Шорта (фирма «Конвэр»)  
+ 2,13 9,6 1 атм

Экспериментальные данные Фельдмана (фирма AVCO)  
X 4,57 5,59 1 атм

Теория Лива и Хромаса [6]

$$2,89 (C_{D_f})_i = 0,022 \quad 1 \text{ атм}$$

— «локально подобная» турбулентность; - - - «замороженный» коэффициент диффузии.



Ф и г. 73. Ширина турбулентного следа [6].

$M_\infty = 22$ ; высота 30 км;  $u_\infty = 6,73$  км/с;  $(C_{D_f})_i = 0,0077$ ;  $r_n$  — радиус носовой части тела. — «локально подобная» турбулентность; - - - «замороженный» коэффициент диффузии.

следа, вычисленная для «замороженного» коэффициента диффузии (определенного только по начальному сопротивлению внутреннего следа), занижена по крайней мере вдвое в интервале  $200 < x/d < 4000$ . Таким образом время, требуемое для выравнивания масштаба и интенсивности турбулентного движения, меньше по сравнению со временем, требуемым для изменения турбулентного коэффициента диффузии вдоль оси следа.

*Турбулентная диффузия массы во внутреннем следе.* Зная изменение коэффициента турбулентной диффузии  $\epsilon_T(\xi)$  вдоль оси следа, можно описать турбулентную диффузию отдельных химических компонентов во внутреннем следе с помощью подхода, аналогичного рассмотренному выше для суммарной статической энтальпии. Рассмотрим простейший случай, когда все диффундирующие компоненты содержатся во внутреннем следе: рекомбинация или другие химические реакции, в которых участвуют эти компоненты, настолько медленнее диффузии, что ими можно пренебречь. Это случай введения инородного вещества в пограничный слой путем абляции. Как и энтальпия [уравнение (63)], массовая концентрация может быть задана в простейшем случае в двуацентрическом виде:

$$K_i(\xi, Y_T) = K_0(\xi) F\left(\frac{Y_T}{Y_{TD}(\xi)}\right), \quad (95)$$

где  $K_i$  — массовая концентрация диффундирующих компонентов и  $Y_{TD}(\xi)$  — мера ширины профиля массовой концентрации. Для этого частного случая, принимая

$$F\left(\frac{Y_T}{Y_{TD}}\right) = e^{-Y_T^2/Y_{TD}^2}, \quad (95a)$$

находим поток массы

$$\begin{aligned} \dot{m} &= 2(\pi)m \int_0^\infty \rho u K_i y^m dy = 2(\pi)^m \beta \rho_\infty d^{m+1} K_0 Y_{TD}^{m+1} F_{m+1} = \\ &= \text{const}, \end{aligned} \quad (96)$$

где

$$F_{m+1} = \int_0^\infty \lambda^m e^{-\lambda^2} d\lambda, \quad F_1 = \sqrt{\pi/2}, \quad F_2 = \frac{1}{2}.$$

Вводя коэффициент потока массы  $c_m$ , получаем

$$c_m = \frac{\dot{m}}{2(\pi)^m \beta \rho_\infty u_\infty d^{m+1} F_{m+1}} = \frac{\rho_f}{\rho_\infty} Y_{TD}^{m+1} K_0 = \text{const}. \quad (96a)$$

Второе соотношение между  $K_0$  и  $Y_{TD}$  можно получить из уравнения бинарной диффузии, которое при  $Le_T = 1$  принимает вид

уравнения (79) или (80), в которых  $h$  заменено на  $K_i$ . На оси следа из уравнения (84) следует

$$\left(\frac{\partial K_i}{\partial \xi}\right)_{Y_T=0} = (m+1) \left(\frac{\partial^2 K_i}{\partial Y_T^2}\right)_{Y_T=0} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_{\infty} d}\right), \quad (97)$$

а из уравнения (95а)

$$\frac{dK_0}{d\xi} = -2(m+1) \left(\frac{\bar{\varepsilon}_T}{\beta u_{\infty} d}\right) \frac{K_0}{Y_{TD}^2}. \quad (97a)$$

Уравнение (88) обеспечивает «локальное подобие» турбулентности  $\bar{\varepsilon}_T/(\beta u_{\infty} d)$ . Подставляя это соотношение и выражение (96а) в уравнение (97а), получаем

$$\begin{aligned} \left[\frac{K_0(\xi_i)}{K_0(\xi)}\right]^{2/(m+1)} &= \frac{Y_{TD}^2 (\rho_f/\rho_{\infty})^{2/(m+1)}}{(Y_{TD})_i^2 (\rho_f/\rho_{\infty})_i^{2/(m+1)}} = \\ &= 1 + \frac{2(C_{Df})_i \alpha_m^{m+2} K}{\beta^{24m} G_{m+1} (Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)_i^{2/(m+1)}} \int_{\xi_i}^{\xi} L(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (98)$$

где профили начальной массовой концентрации и энтальпии в турбулентном потоке «срачиваются», если

$$(Y_{TD})_i^2 = \frac{1}{2} (Y_{Tf})_i^2.$$

$L(\xi)$  определяется формулой

$$\begin{aligned} L(\xi) &= \frac{(\rho_f/\rho_{\infty})^{1/(m+1)} \{(\rho_f/\rho_{\infty})^{1/(m+1)} (\alpha_m \bar{y}_f/Z_f)\} Z_f F_1(Z_f)}{\{h(0)/h_{\infty}\}^{1/(m+1)} \{h_f/h_{\infty}\}^{1/(m+1)} (Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)} = \\ &= \frac{(Z_f^{m+1} - \alpha_m^{m+1} \delta)^{(1-m)/(1+m)} Z_f^m F_2(Z_f)}{\bar{\chi}(Z_f, H)} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{\infty}}\right)^{1/(m+1)}. \end{aligned} \quad (99)$$

Зная массовую концентрацию, можно вычислить объемную концентрацию частиц вдоль оси:

$$\frac{n_I(\xi_i, 0)}{n_I(\xi, 0)} = \frac{(\rho_f/\rho_{\infty})_i \{h(0)/h_{\infty}\} K_0(\xi_i)}{(\rho_f/\rho_{\infty}) \{h(0)/h_{\infty}\}_i K_0(\xi)}. \quad (100)$$

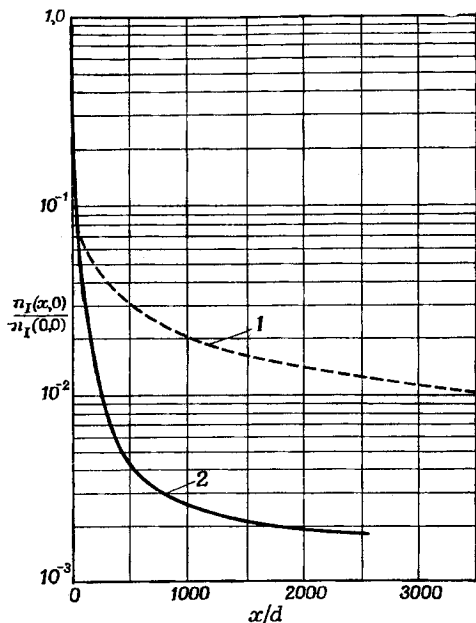
Распределение объемной концентрации частиц по ширине следа имеет следующий вид:

$$\frac{n_I(\xi, Y_T)}{n_I(\xi, 0)} = \frac{\{h(0)/h_{\infty}\}}{\{h(Y_T)/h_{\infty}\}} \left(e^{-Y_T^2/Y_{TD}^2}\right), \quad (101)$$

где  $Y_{TD}$  определяется из уравнения (98). Расчетные значения объемной концентрации частиц приведены на фиг. 74.

Из уравнения (100) видно, что начальное уменьшение объемной концентрации частиц вдоль оси следа происходит вследствие

объемного расширения потока при  $p_f \rightarrow p_\infty$ . Если  $(\xi - \xi_i) > > 50-100$ , то  $p_f \approx p_\infty$ . При охлаждении следа или при увеличении его плотности объемная концентрация частиц уменьшается вниз по потоку медленнее, чем массовая концентрация. Так как



Ф и г. 74. Турбулентная диффузия в следе;  $M_\infty = 22$ , высота 30 км [6].  
 $n_f(x, 0)/n_f(0, 0)$  — отношение местной концентрации частиц к исходной концентрации частиц. 1 — «замороженный» коэффициент диффузии; 2 — «локально подобная» турбулентность.

при  $(\xi - \xi_i) \sim 200$  процесс «поглощения» осесимметричного турбулентного внутреннего следа фактически завершается, то  $F_2(Z_f) \approx \approx 1$ ,  $Z_f^{m+1} \ll \alpha_f^{m+1} \delta$  и  $|K_0(\xi)|^{-2/(m+1)} \gg |K_0(\xi_i)|^{-2/(m+1)}$  при  $(\xi - \xi_i) > 200$ . Сравнивая уравнения (89) и (98), получаем

$$\left(\frac{\rho_f}{\rho_\infty}\right)^{2/(m+1)} Y_{T_D}^2 \approx Y_{T_f}^2 = \left(\frac{\rho_f}{\rho_\infty}\right)^{2/(m+1)} Y_{T_f}^2$$

или

$$Y_{T_D}^2 \approx Y_{T_f}^2.$$

Это означает, что нормализованная массовая концентрация и суммарная статическая энтальпия подобны, когда процесс «поглощения» завершен. Таким образом,

$$\frac{\rho l}{\rho_{\infty}} K_0(\xi) \sim \xi^{-(m+1)/(m+2)}.$$

Аналогичные замечания можно сделать для случая «замороженной» диффузии. Следующие выводы могут служить заключением к исследованию потока в следе.

Если процесс «поглощения» полностью развит, влияние начального коэффициента сопротивления внутреннего турбулентного следа, отнесенного к параметрам набегающего потока  $(C_{D_f})_i$ , мало, так как сопротивление, создаваемое поглощаемым внешним невязким потоком, гораздо больше начального сопротивления. Длина, требуемая для поглощения потерь импульса внутренним следом, происходящего наиболее интенсивно в начальный период, пропорциональна  $(C_{D_f})_i^{-1/3}$  в двумерном случае и  $(C_{D_f})_i^{-1/4}$  в осесимметричном случае.  $(C_{D_f})_i$  изменяется пропорционально  $(\text{Re})^{-1/2}$ , если вязкий слой ламинарный, и значение  $(C_{D_f})_i$  может быть оценено не более чем с двукратной ошибкой.

Расчет турбулентной диффузии химически активного газа в гиперзвуковом следе за телом с острым носком был выполнен Уэббом и Хромасом [127]; развитие гиперзвукового турбулентного следа за тупым и тонким телами было рассчитано Ликодисом [114]. Чуан и Янг [128] рассмотрели след в разреженном газе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Stewart R. W., Townsend A. A., Similarity and Self-preservation in Isotropic Turbulence, *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, A, 243, № 867, 359—386 (June 1951).
2. Roshko A., On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets, NACA TN 2913, 1953; NACA Rept 1191, 1954.
3. Rayleigh L., Aeolian Tones, *Phil. Mag.*, 29, 433—533 (1915); также *Scientific Papers*, 6, pp. 315—325.
4. Strouhal V., Über eine besondere Art der Tonerregung., *Ann. der Phys. u. Chem. (Wiedemann's Ann.)*, 5, 216—251 (1878).
5. Fay J. A., Goldburg A., The Unsteady Hypersonic Wake Behind Spheres, AVCO Everett Research Rept 139, Nov. 1962.
6. Lees L., Hromas L., Turbulent Diffusion in the Wake of a Blunt-nosed Body at Hypersonic Speeds, IAS Preprint 62—71, presented at the IAS 30th Annual Meeting, N.Y., Jan. 22—24, 1962; также *J. Aerospace Sci.*, 29, № 8, 976 (Aug. 1962).
7. Dewey C. F., Jr., The Near Wake of a Blunt Body at Hypersonic Speeds, AIAA Preprint 64—43, presented at Aerospace Sciences Meeting, Jan. 1964.
8. Prandtl L., *Führer durch die Strömungslehre, Essentials of Fluid Dynamics*, Hafner Publishing Co., N.Y., p. 50—53, 1952.

9. K i r c h h o f f G. R., Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen, *Krelles J.*, 70 (1869).
10. Современные проблемы гидродинамики, т. II, ОГИЗ, М.—Л., 1943.
11. R u s s e l l A. J. T., Aerodynamics of Wakes Existence of Unsteady Cavities, *Engineering*, 186, № 4838, 701, 702 (Nov. 1958).
12. R o s h k o A., On the Wakes and Drag of Bluff Bodies, *J. Aeronaut. Sci.*, p. 124—132 (Feb. 1955).
13. N a s h J. F., Quincey V. G., Callinan J., Experiments on Two-dimensional Base Flow at Subsonic and Transonic Speeds, NPL Aero. Rept 1070, ARC 25070, F. M. 3356, National Physical Laboratory, Jan. 1963.
14. G a d d G. E., Two-dimensional Separated or Cavitating Flow Past a Flat Plate Normal to the Stream, ARC 24247, F. M. 3253, Nov. 1962.
15. R o s h k o A., On the Drag and Shedding Frequency of Two-dimensional Bluff Bodies., NACA TN 3169, July 1954.
16. F a i l R., Lawford J. A., E y r e R. C. W., Low Speed Experiments with the Wake Characteristics of Flat Plates Normal to an Airstream, RAE Tech. Note Aero. 2516, ARC 19958, FM 2652-0, 1393, June 1957.
17. Биркгоф Г., Сарантонелло Э., Струи, следы, каверны, изд-во «Мир», 1964.
18. T o r o b i n L. B., Gauvin W. H., Fundamental Aspects of Solids-Gas Flow. Part II: The Sphere Wake in Steady Laminar Fluids, *Can. J. Chem. Engng.*, 37, 167—176 (Oct. 1959).
19. Розенхед Л., Вихревые системы в следах, сб. Проблемы механики, ИЛ, М., 1955.
20. K z y w o b l o s k i M. Z., Vortex Streets in Incompressible Media, *Appl. Mech. Rev.*, 6, 393—397 (1953).
21. Вилле Р., Вихревые дорожки Кармана, сб. Проблемы механики, вып. IV, ИЛ, М., 1963.
22. Карман Т., *Göttinger Nachrichten*. p. 547—556 (1912).
23. D o m m V., The Stability of Vortex Streets with Consideration of the Spread of Vorticity of the Individual Vortices, *J. Aeronaut. Sci.*, 22, № 11 (Nov. 1955).
24. B i r k h o f f G., Formation of Vortex Streets, *J. Appl. Phys.*, 24, 98—103 (1953).
25. M a u e A., Für Stabilität der Karmanschen Wirbelstrasse, *Z. angew. Math. Mech.*, 20, 129—137 (1940).
26. D o m m U., Über Wirbelstrassen von geringster Instabilität, *Z. angew. Math. Mech.*, 36, 367—371 (1956).
27. L i n C. C., On Periodically Oscillating Wakes in the Oseen Approximation in Studies, etc., presented to R. von Mises, Academic Press, p. 170—176, 1939.
28. W i l l e R., Timme A., Über das Verhalten von Wirbelstrassen, *Jb. Schiffbautech.*, 51, 215—221 (1957).
29. W e h r m a n n O., Hitzdrahtmessungen in einer aufgespaltenen Karmanschen Wirbelstrasse, *ForschBer. Wirt- u. VerMinist., N-West.*, № 470, Westdeutscher Verlag. Köln and Opladen, 1957.
30. T i m m e A., *Über Eigenschaften von Wirbelstrassen*, Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, Rept № 77, 1959, Westdeutscher Verlag, Köln and Opladen.
31. N a u m a n n A., Pfeiffer H., Versuche an Wirbelstrassen hinter Zylindern bei hohen Geschwindigkeiten, *ForschBer. Wirt- u. VerMinist., N-West.*, № 493 (1958).
32. T i m m e A., Über die Geschwindigkeitsverteilung in Wirbeln, *Ing.-Archiv.*, 25, 205—225 (1957).
33. H o o k e r S. G., On the Action of Viscosity in Increasing the Space Ratio of a Vortex Street, *Proc. Roy. Soc., A*, 154, 67—89 (1936).

34. Rosenhead L., The Spread of Vorticity in the Wake Behind a Cylinder, *Proc. Roy. Soc., A*, 127, 591—612 (1930).
35. Fage A., Johansen F. G., Structure of Vortex Streets, *Phil. Mag.*, 5, № 7, 417—440 (1928).
36. Fage A., Falkner V. M., Flow Around a Circular Cylinder, ARC, Rept and Memorandum, № 1369, Feb. 1931.
37. Relf E. F., On the Sound Emitted by Wires of Circular Cross Section When Exposed to an Air Current, *Phil. Mag.*, 42, 173—176 (1921).
38. Relf E. F., Owen E., The Singing of Circular and Stream Line Wires, ARC, Rept and Memorandum, № 825, March 1921.
39. Relf E. F., Simmons L. F. G., On the Frequency of the Eddies Generated by the Motion of Circular Cylinder Through a Fluid, *Phil. Mag.*, 49, 509—511 (1925).
40. Richardson E. G., Aeolian Tones, *Proc. Phy. Soc.*, 36, 153—167 (1924).
41. Blenk W., Fuchs D., Liebers L., Über die Messung von Wirbel-frequenzen, *Luftfahrtforschung*, 12, 38—41 (1935).
42. Link W., Neue Messungen zur Aerodynamik des Zylinders, insbesondere seines reinen Reibungswiderstandes, *Phys. Z.*, Jahrgang 32, № 22, p. 900—914 (1931).
43. Lock C. N. H., On the Systems of Vortices Generated by a Circular Cylinder in Steady Motion Through a Fluid, ARC Rept and Memorandum, № 986, Nov. 1925.
44. Lehnert R., Akustische Messungen an Wirbelstrassen hinter Kreis-zylinder und ebener Platte, *Phys. Z. Sowj.*, 38, 476—498 (July 1937).
45. Krüger F., Lauth A., Theorie der Hiebtöne, *Ann. d. Phys.*, 44, 801—815 (1914).
46. Tyler E., Vortex Formation Behind Obstacles of Various Sections, *Phil. Mag.*, 7, № 11, 849—890 (1931).
47. Kovasznyay L. S. G., Hot-wire Investigation of the Plate Behind Cylinders at Low Reynolds Numbers, *Proc. Roy. Soc., A*, 198, 174—190 (1949).
48. Etkin B., Karbacher G. K., Keef R. T., Acoustic Radiation from a Stationary Cylinder in a Fluid Stream (Aeolian Tones), *J. Acoust. Soc. Am.*, 29, 30—36 (Jan. 1957).
49. Taneda S., Studies on Wake Vortices (II), Experimental Investigation of the Wake Behind Cylinders and Plates at Low Reynolds Numbers, *Rep. Res. Inst. Appl. Mech. (Japan)*, IV, № 14, 29—40 (Oct. 1955).
50. Hama F. R., Three-dimensional Vortex Pattern Behind a Circular Cylinder, *J. Aeronaut. Soc.*, 24, № 2, 150—158 (Feb. 1957).
51. Richardson E. G., The Flow and Sound Field near a Cylinder Towed Through Water, *Appl. Sci. Res.*, A VII, 341—350 (1957).
52. Cometta C., An Investigation of the Unsteady Flow Pattern in the Wake of Cylinders and Spheres Using a Hot-wire Probe, Brown University Division of Engineering, TR WT-21 (AFOSR TN 57-760, 1957).
53. Morkovin M. V., Flow Around Circular Cylinder — A Kaleidoscope of Challenging Fluid Phenomena, Symposium on Fully Separated Flows (ASME), May 1964.
54. Grove A. S., Shair F. H., Petersen E. E., Acrivos A., An Experimental Investigation of the Steady Separated Flow Past a Circular Cylinder, *J. Fluid Mech.*, 19, Part I, 60—80 (May 1964).
55. Piercy N. A. V., Richardson E. G., On the Variation of Velocity Amplitude Near the Surface of a Cylinder in a Viscous Fluid, *Phil. Mag.*, 6, 970—977 (1928).
56. Richardson E. G., Acoustics in Relation to Aerodynamics, *J. Aeronaut. Sci.*, 22, 775—780 (1955).

57. Lighthill M., On Sound Generated Aerodynamically, *Proc. Roy. Soc.*, A, 211, № 1107, 564—587 (March 1952).
58. Shaw R. A., A Theory of Acoustic Frequency and Resonance as Controlling Factors in Aerodynamics, ARC Rept № 12 376, FM № 1357, May 1949.
59. Shaw R. A., The Solution of the Problem of a Cylinder Shedding a Periodic Wake, ARC 12 696, FM 1359, Nov. 1949.
60. Schade H., Michalke A., Für Entstehung von Wirbeln in einer freien Grenzschicht, *Z. Flugwiss.*, 10, № 415 (1962).
61. Technical Aspects of Sound, ed. by E. G. Richardson, Vols. 1, 2 and 3, Elsevier Publishing Co., N. Y., 1962.
62. Roshko A., On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets, NACA TR 1191, p. 801—825, 1954.
63. Taneda S., Studies on Wake Vortices (III), Experimental Investigation of the Wakes Behind a Sphere at Low Reynolds Numbers, *Rep. Res. Inst. Appl. Mech. (Japan)*, IV, № 16, 99—105 (Oct. 1956).
64. Roshko A., A New Hodograph for Free Stream Line Theory, NACA TN 3168, July 1954.
65. Roshko A., On the Drag and Shedding Frequencies of Two-dimensional Bluff Bodies, NACA TN 3169, July 1959.
66. Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя, ИЛ, М., 1956.
67. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1953.
68. Хинде И. О., Турбулентность, ее механизм и теория, Физматгиз, М., 1963.
69. Schlichting H., Über das ebene Windschattenproblem, Thesis, Göttingen, *Ing.-Archiv.* 1, 533—571 (1930).
70. Reichardt H., Gesetzmäßigkeiten der freien Turbulenz, *Z. angew. Math. Mech.*, 21, 257 (1941).
71. Fage A., Falkner V. M., Note on Experiments on the Temperature and Velocity in the Wake of a Heated Cylinder Obstacle, *Proc. Roy. Soc. (London)*, A, 135, 702—705 (1932).
72. Townsend A. A., The Fully Developed Turbulent Wake of a Circular Cylinder, *Aust. J. Sci. Res.*, A, 2, № 4, 451—468 (Dec. 1949).
73. Fage A., Falkner V. M., Note on Experiments on the Temperature and Velocity in the Wake of a Heated Cylinder Obstacle, *Proc. Roy. Soc. (London)*, A, 135, 702—705 (1932).
74. Townsend A. A., Momentum and Energy Diffusion in the Turbulent Wake of a Cylinder, *Proc. Roy. Soc. (London)*, A, 197, 124 (1949).
75. Kobashi Y., Measurements of Pressure-fluctuation in the Wake of Cylinder, *J. Phys. Soc. (Japan)*, 12, 533—543 (May 1957).
76. Townsend A. A., Local Isotropy in the Turbulent Wake of a Cylinder, *Aust. J. Res.*, A, 1, № 2, 161—173 (June 1948).
77. Таунсенд А. А., Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом, ИЛ, М., 1959.
78. Swain L. M., On the Turbulent Wake Behind a Body of Revolution, *Proc. Roy. Soc. (London)*, A, 125, № 799 (Nov. 1929).
- 78a. Chang P. K., Oh Y. H., Axially Symmetric Incompressible Turbulent Wake Downstream of a Single Body, *J. Hydraulics*, 2, № 4 (Oct. 1963).
79. Hall A. A., Hilsop G. S., Velocity and Temperature Distribution in the Turbulent Wake Behind a Heated Body of Revolution, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 34, 345—350 (1938).
80. Rouse H., Répartition de l'énergie dans les zones de décollement — Distribution of Energy in Regions of Separation, *Houille blanche*, № 3 (May 1960), № 4 (June 1960).
81. Фэй, Гольдбург, Нестационарный гиперзвуковой след за затупленными телами, *Ракетная техника и космонавтика*, № 10 (1963).



82. Lehnert R., Schermerhorn U. L., Wake Investigation on Sharp and Blunt-nose Cones at Supersonic Speeds, NAVORD Rept 5668, Jan. 1958.
83. Feldman S., On Trails of Axisymmetric Hypersonic Blunt Bodies Flying through the Atmosphere, *J. Aerospace Sci.*, 28, № 6, 433—448, 470 (June 1961).
84. Lin S. C., Ionized Wakes of Hypersonic Objects, AVCO Everett Research Rept, 151, June 1959.
85. Gilmore F. R., Equilibrium Composition and Thermodynamic Properties of Air to 24 000° K, Rand Corporation, RM-1543, Aug. 1955.
86. Logan J. G., Treanor C. E., Tables of Thermodynamic Properties of Air from 3000° K to 10 000° K at Intervals of 100° K, Cornell Aeronautical Lab. Inc., Rept, № BE-1007-A-3, Jan. 1957.
87. Teare J. D., Equilibrium Composition of High Temperature Air, AVCO, Everett Research Laboratory (не опубликовано).
88. Слетери, Клей, Переход ламинарного течения в турбулентное и последующее движение в следе за сферой при гиперзвуковых скоростях, *Ракетная техника и космонавтика*, № 9 (1962).
89. Demetriades A., Some Hot-wire Anemometer Measurements in a Hypersonic Wake, Proceedings of the 1961 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press, 1961.
90. Деметриадис, Гольд, Переход к турбулентному режиму течения в гиперзвуковом следе за плохообтекаемыми заглушенными телами, *Ракетная техника и космонавтика*, № 9 (1962).
91. McCarthy J. F., Kubota T., A Study of Wakes Behind a Circular Cylinder at  $M = 5.7$ ; AIAA Paper № 63—170, presented at the AIAA Summer Meeting, Los Angeles, Calif., June 17—20, 1963.
92. Demetriades A., Hot-wire Measurements in the Hypersonic Wakes of Slender Bodies, AIAA Paper № 63—444, presented at AIAA Conference on Physics of Entry into Planetary Atmosphere, Aug. 1963, at the Massachusetts Institute of Technology.
93. Lin C. C., On the Stability of the Laminar Mixing Region Between Two Parallel Streams in a Gas, NACA TN 2887, 1953.
94. Вебб, Хромас, Лиз, Переход в следе при гиперзвуковых скоростях полета, *Ракетная техника и космонавтика*, № 3 (1963).
95. Zeiberg S. L., Correlation of Hypersonic Wake Transition Data, Tech. Note, № 382, General Applied Science Laboratories, Oct. 1963.
96. Lyons W. C., Jr., Brady J. J., Levensteins Z. J., Hypersonic Drag, and Stability, and Wake, Data for Cones and Spheres, AIAA, Preprint, № 64—44, presented at Aerospace Sciences Meeting, N. Y., Jan. 1964.
97. Slattery R. E., Clay W. G., Width of the Turbulent Trail behind a Hypervelocity Sphere, *Physics Fluids*, 4, 1199—1201 (1961).
98. Lukasiewicz J. D., Royle J. K., Boundary-layer and Wake Investigation in Supersonic Flow, ARC R & M 2613, Oct. 1948.
99. Dana T. A., Short W. W., Experimental Study of Hypersonic Turbulent Wakes, Zph-103, Convair, May 1961.
100. Slattery R. E., Clay W. G., The Turbulent Wake of Hypersonic Wakes, ARS Paper presented at the 17th Annual Meeting and Space Flight Exposition, Los Angeles, Calif., Nov. 1962.
101. Марфи, Дикинсон, Развитие турбулентного следа за сферой, летящей со сверхзвуковой скоростью, *Ракетная техника и космонавтика*, № 2 (1963).
102. Taylor R. L., Melcher B. W., Washburn W. K., Measurements of the Growth and Symmetry of the Luminous Hypersonic Wake behind Blunt Bodies, AVCO Everett Research Laboratory, Research Rept 163, May 1963.

103. Billerbeck W. J., Jr., Empirical Equation for the Wake Spreading Limits behind Three-dimensional Bodies, *J. Aerospace Sci.*, 27, 840 (1960).
104. Hansen C. F., Primich R., Steinberg M., Maiden C. J., Measurement and Analysis of Optical and Microwave Observables in Flow About Hypersonic Models, AIAA Paper, № 63—204, Presented at AIAA Summer Meeting, Los Angeles, Calif., June 1963.
105. Primich R., Hayami R. A., Ionization in Hypersonic Wakes — Review of Microwave Probe Instrumentation and Summary of Preliminary Data, TR 62—209 D., Dec. 1962, GM Defense Research Laboratories, Santa Barbara, Calif.
106. Muntz E. P., Zempel R. E., Slender Body Near Wake Density Measurements at Mach Numbers Thirteen and Eighteen, General Electric Document, № 63 SD 718, July 1963.
107. Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя, ИЛ, М., 1956.
108. Leonard M., Long M., Wan N. S., Chemical Non-equilibrium Effects in Hypersonic Wakes, ARS Paper № 2675-62, presented at the ARS Annual Meeting, Nov. 1962.
109. Блом М. Н., Steiger M. H., Diffusion and Chemical Relaxation in Free Mixing, IAS Paper, № 63—67, presented at its Annual Meeting, Jan. 1963.
110. Блом М. Н., Steiger M. H., Hypersonic Axisymmetric Wakes Including its Effects of Rate Chemistry, GASL TR-180, Sept. 1960.
111. Блом В. Н., Steiger M. H., Hypersonic Axisymmetric Turbulent Wakes Including Rate Chemistry, GASL TR-286, April 1962.
112. Steiger M. H., Improved Hypersonic Laminar Wake Calculations Including Rate Chemistry, GASL TR-249, Aug. 1961.
113. Вальо-Лаурин Р., Блум М., Химические эффекты во внешних гиперзвуковых течениях, сб. Исследование гиперзвуковых течений, изд-во «Мир», 1964.
114. Lykoudis P. S., Ionization Trails, Proceeding of the 1961 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press, California.
115. Lykoudis P. S., The Growth of the Hypersonic Turbulent Wake behind Blunt and Slender Bodies, Memorandum RM-3270-PR, the Rand Corporation, Jan. 1963.
116. Wan K. S., A Theory of Laminar Viscous Wakes for Bodies at Hypersonic Speeds, Paper presented at the IAS Summer Meeting, June 1962.
117. Нромас Л., Lees L., Effects of Nose Bluntness on the Turbulent Hypersonic Wake, Space Technology Labs. STL Rept, № 6130-6259-RU-000, Oct. 1962.
118. Zeiberg S. L., Generalization of the Oscillating Vehicle, GASL TR 307, Aug. 1962; также Proceeding of the 14th Semi-Annual Meeting of AMRAC (s).
119. Zeiberg S. L., The Wake Behind an Oscillating Vehicle, *J. Aerospace Sci.*, 29, № 11, 1344—1347 (Nov. 1962).
120. Klaimon J. H., The Re-entry Wake in an Earth Fixed Co-ordinate System, AIAA paper 63-185, presented at the AIAA Summer Meeting, June 1963.
121. Zeiberg S., Bleich D. G., Calculation of Hypersonic Laminar and Turbulent Wakes by an Exact Numerical Method, Paper presented at the Sixth BOWACA, Symposium on Aeroballistics, Oct.-Nov., 1963.
122. Дородницын А. А., Об одном методе численного решения некоторых нелинейных задач аэродинамики, Труды III Всесоюзного математического съезда, т. 3, М., 1958.
123. Чёрный Г. Г., Метод интегральных соотношений для расчета течений газа с сильными ударными волнами, *ПММ*, 25, № 1 (1961).
124. Pallone A., Hypersonic Wakes and Transition Studies, AIAA Paper presented at AIAA Summer Meeting, June 1963.

125. Steiger M., Improved Rate Chemistry Program for One-dimensional Inviscid Air Flow with Prescribed Pressure Variation, General Applied Science Laboratories Inc. Tech. Rept, 246, Aug. 1961.
126. Lees L., Convective Heat Transfer with Mass Addition and Chemical Reactions, Third AGARD Colloquium on Combustion and Propulsion, Pergamon Press, p. 451—498, March 1958.
127. Webb W. H., Hromas L. A., Turbulent Diffusion of a Reacting Gas in a Wake of a Sharp-nosed Body at Hypersonic Speeds, BSD-TDR 63-138, Space Technology Laboratories Inc., April 1963.
128. Chuan R. L., Yang H. T., Hypersonic Low Density Wakes, Paper presented at Sixth US Navy Symposium in Aeroballistics, Washington, DC, Oct.—Nov. 1963.

### БИБЛИОГРАФИЯ

- A d a r k a r D. B., K a y s W. M., Heat Transfer in Wakes, Stanford Univ. Dept. of Mech Engng, Tech. Rept, № 55, April 1963.
- A l b e r n a t h y F. J., K r o n a u e r R. E., The Formation of Vortex Streets, *J. Fluid Mech.*, 13, 1 (1962).
- B a i l e y A. B., Effect of Unit Reynolds Number on Transition in the Wakes of High Speed Sharp Slender Cones, von Karman Gas Dynamics Facility, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-66-137, July 1966.
- B a t c h e l o r G. K., A Proposal Concerning Laminar Wakes behind Bluff Bodies at Large Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, 1, 388 (1956).
- B a u m E., Re-entry Observables in the Near Wake of a Slender Ablating Teflon Body, Electro-Optical Systems, Inc., Research Notes, RN-22, Jan. 1964.
- B a u m E., D e n i s o n M. R., Interacting Supersonic Laminar Wake Calculations by a Finite Difference Method, AIAA 4th Meeting, Los Angeles, Calif., Paper № 66—454, June 1966.
- B e a r m a n P. W., On Vortex Street Wakes, National Physical Lab., Aerodynamics Div., NPL AERO Rept 1199, ARC 28 143, FM 3722, April, 1966.
- B e h r e n s W., Flow Field and Stability of the Far Wake Behind Cylinders, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67—32, N. Y., Jan. 1967.
- B e r g e r E., Die Bestimmung der hydrodynamischen Grossen einer Karman-schen Wirbelstrasse aus Hitzdrahtmessungen bei kleinen Reynoldsschen Zahlen, *Z. Flugwiss.*, 12, № 2 (1964).
- B e r g e r E., Unterdrueckung des Karman-schen Wirbelstrasse im Nachlauf von Kreiszyllindern durch gesteuerte Querschwingungen des erzeugenden Zylinders im Uebergangsbereich oberhalb  $Re=160$ , DVL Institut fuer Turbulenzforschung, 1965.
- B l o o m M. H., Hypersonic Axisymmetric Laminar Wakes, Including Rate Chemistry and Streamwise Pressure Gradients, Radio Corporation of America, DAMP Technical Monograph, № 62—34, Dec. 1962.
- B l o o m M. H., On Viscous Wakes of Yawed Infinite Cylinders and Analogous Jets., Polytechnic Institute of Brooklyn, PIBAL Rept № 730, Nov. 1961.
- B l o o m M. H., P a l l o n e A., Shroud Tests of Pressure and Heat Transfer Over Short Afterbodies With Separated Wakes, *J. Aerospace Sci.* (Oct. 1959).
- B l o o r M. S., The Transition to Turbulence in the Wake of a Circular Cylinder, *J. Fluid Mech.*, 19, 290 (1964).
- B o w m a n J. E., Pitot Pressure Measurements in the Wakes of Unsupported Models in a Hypersonic Gun Tunnel, Royal Armament Research and Development Est., HARDE Memo, 54/65, Dec. 1965.
- B r e s l i n J. P., O d e n b r e t t C. L., Blade Frequency Harmonic Content

- of the Potential Wake of Single Screw Ships, Davidson Laboratory, Rept 956, April 1963.
- Brighton J. A., A Study of Wakes of Hypersonic Vehicles, Final Report to the National Science Foundation, Covering Period Sept. 1, 1964 — Aug. 1965, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Pa., Aug. 1965.
- Brown A. C., Kramer R. L., Smith C. E., Hypersonic Cylinder Wake Studies at Mach 20, Tech. Rept. Gas Dynamics RR-9-63-14, Sept. 1963, Lockheed Missiles & Space Co., Sunnyvale, Calif.
- Bryson A. E., Symmetric Vortex Separation on Circuit Cylinders and Cones, *J. Appl. Mech.*, 643—648, Dec. 1959.
- Carlson W. O., Heat Transfer in Laminar Separated and Wake Flow Regions, 1959, Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, preprints of paper presented at University of California, Los Angeles, Calif., p. 140—155, June 1959.
- Carlson W. O., A Solution for Heat Transfer in Laminar Separated and Wake Flow Regions R59SD356, 1959, Aerophysics Operation RM 29, General Electric Co.
- Cheng S. I., Flow Around an Isolated Stagnation Point in the Near Wake (Task 3.1—Flow field Analysis — REST Project), Air Force Ballistic Systems Division, Norton Air Force Base Calif., RAD-TM-63-23, July 1963.
- Cheng S. I., A Theory of Hypersonic Near-Wakes (Task 3.1 — Theoretical Flow Field Analyses — Rest Programs), Avco Corp., Wilmington, Mass., Tech. Memo, RAD-TM-65-6, Jan. 1965.
- Choppers K. P., Hubert I. F., Karman Vortex Streets in Wake of Islands, AIAA Second Aerospace Sciences Meeting, Paper № 65-16, N. Y., Jan. 1965.
- Chuan R. L., Yang H. T., Hypersonic Low Density Wakes, presented at the Sixth US Navy Symposium on Aeroballistics, Washington, DC, Paper № 12, Oct.—Nov. 1963.
- Clay W. G., Herrmann J., Slattery R. E., Statistical Properties of the Turbulent Wake behind Hypervelocity Spheres, *Physics Fluids*, 8, № 11 (Oct. 1956).
- Coles D., The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, 1, Pt 2, 191—226 (July 1959).
- Cresci R. J., Experimental Investigation of the Near Wake of a Slender Cone in Hypersonic Flow, General Applied Science Laboratories, Technical Rept, № 359, Aug. 1963.
- Cresci R. J., Zakkay V., An Experimental Investigation of the Near Wake of a Slender Cone at  $M_\infty = 8$  and 12, Aerospace Research Labs., Office of Aerospace Research, ARL 65-87, May 1965.
- Curlie N., Hydrodynamic Stability of Laminar Wakes, *Physics Fluids*, 1, 159 (1958).
- Деймен мл., Возмущающее влияние державки на сверхзвуковой след за телом, *Ракетная техника и космонавтика*, № 18 (1963).
- Deissler R. G., Effects of Combined Buoyancy and Shear on Weak Homogeneous Turbulence, NASA Technical Note D-3999, May 1967.
- Demetriades A., Hot-wire Measurements in the Hypersonic Wake of a Cylinder, *J. Aerospace Sci.*, 28, № 11, 901 (Nov. 1961).
- Денисон, Баум, Сжимаемый свободный струйный пограничный слой с ненулевой начальной толщиной, *Ракетная техника и космонавтика*, № 2 (1963).
- Dom m U., Ein Beitrag zur Stabilitätstheorie der Wirbelstraßen unter Berücksichtigung endlicher und zeitlich wachsender Wirbelkerndurchmesser, *Ing.-Archiv.*, 22, № 6, 400—410 (1954).
- Dom m U., The Stability of Vortex Streets with Consideration of the Spread of Vorticity of the Individual Vortices, *J. Aeronaut. Sci.*, 22, № 11, 750—754 (Nov. 1955).

- Eckert C., Surface Wake of a Submerged Sphere, *Physics Fluids*, 1, № 6, 457 (Nov.-Dec. 1958).
- Eschenroeder A., Hayami R., Primich R., Chen T., Ionization in the Near Wakes of Spheres in Hypersonic Flight, AIAA 3rd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 68-55, N. Y., Jan. 1968.
- Fail R., Lawford J. A., Eyre R. C. W., Low Speed Experiments on the Wake Characteristics of Flat Plates Normal to an Airstream, Royal Aircraft Establishment, Farnborough, Hants Tech. Note Aero 2516, June 1957.
- Fan D. M., Aligned-fields Magnetogasdynamic Wakes, *J. Fluid Mech.*, 20, 433 (1964).
- Fay A., A Review of Laboratory Experiments on Hypersonic Wakes, Avco Everett Research Laboratory, AMP 97, Oct. 1962.
- Feldman S., Body Geometry Effects on the Observables from Wakes of Hypervelocity Vehicles of Identical Drag Area ( $C_{DA}$ ), Heliodyne Corp., Research Note 7, Jan. 1963.
- Feldman S., Hypersonic Wakes in the Atmosphere, *Physics Fluids*, 3, 479 (1960).
- Фернандез, Левинский, Ионизация воздуха в гиперзвуковом ламинарном следе за острыми конусами, *Ракетная техника и космонавтика*, № 10 (1964).
- Ferri A., Daskin W., Possible Effects of Wavelets in Turbulent Wakes, GASL, Technical Memo, № 87, July 1963.
- Fuller P. W. W., A Survey of the Possibilities of Using Electron Beams for Ionised Wake Measurements, Royal Armament Research and Development Establishment Memo. 22/65, June 1965.
- Gibson W. E., Reinecke W. G., Turbulent Wake Studies: Fluid-dynamic Structure of Turbulent Wakes, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-22, N. Y., Jan. 1967.
- Glaucert N. B., Magneto hydrodynamic Wakes, *J. Fluid Mech.*, 15, 1 (1963).
- Голуд, Ламинарный след с произвольными начальными профилями, *Ракетная техника и космонавтика*, № 5 (1964).
- Goldburg A., A Hypersonic Wake Transition Map, Avco Everett Research Lab., a div. of Avco Corp., Research Note 550, July 1965, revised Sept. 1965.
- Gowen F. E., Perkins E. W., A Study of the Effects of Body Shape on the Vortex Wakes of Inclined Bodies at a Mach Number of 2, NACA Research Memorandum A53117, C-68877, Copy 1, Dec. 1, 1953.
- Grange J.-M., Klineberg J. M., Lees L., Laminar Boundary Layer Separation and Near-wake Flow for a Smooth Blunt Body at Supersonic and Hypersonic Speeds, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-62, N. Y., Jan. 1967.
- Гупта, Ламинарное течение проводящей жидкости в плоском следе за телом при наличии поперечного магнитного поля, *Ракетная техника и космонавтика*, № 10 (1963).
- Hall G. R., Interaction of the Wake From Bluff Bodies with an Initially Laminar Boundary Layer, AIAA 3rd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 66-126, N. Y., Jan. 1966.
- Harlow F. H., Fromm J. E., Dynamics and Heat Transfer in the von Karman Wake of Rectangular Cylinder, *Physics Fluids*, 7, 1147 (1964).
- Heinrich H. G., Eckstrom D. J., Velocity Distribution in the Wake of Bodies of Revolution Based on Drag Coefficient, AF Flight Dynamics Lab., Research and Technology Div., Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Tech. Document. Rept ASD-TDR-62-1103, Dec. 1963.
- Heinrich H. G., Hess R. S., Pressure Distribution in the Wake of Two Bodies of Revolution at Transonic and Supersonic Speeds, Aeronautical

- Systems Div., Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Techn. Documen. Rept, № ASD-TDR-62-1104, Dec. 1963.
- Гидальго, Тэйлор, Переход в вязком следе за затупленными телами при гиперзвуковых скоростях, *Ракетная техника*, № 7 (1962).
- Hidalgo H., Taylor R. L., Keck J. C., Transition in the Viscous Wakes of Blunt Bodies at Hypersonic Speeds, *J. Aerospace Sci.*, 29, № 11, 1306 (Nov. 1962).
- Hill J. A. F., Luce R. W., Wind Tunnel Measurements of Turbulent Wake Cooling with Base Injection, Mithras, Inc., Cambridge, Mass., MC 64-85-R3, Scientific Rept, Aug. 1966, AFOSR 66-1929.
- Hoffert M., Turbulent Axisymmetric Wakes of Slightly Blunted Conical Pellets at Firing Range Velocities, GASL, Technical Memo, № 80, April 1963.
- King H. H., Initial Profiles for Wake Calculations, General Motors Corp., Santa Barbara, Calif., BSD-TR-66-316, Tech. Rept TR66-51, Oct. 1966.
- Kirkpatrick A., Cantin A., Heckman D., Progress in Electrostatic Probe Measurements in a Hypersonic Turbulent Wake, Canadian Armament Research and Development Establishment, CARDE Technical Note 1733/66, Oct. 1966.
- Kronauer R. E., Growth of Regular Disturbances in Axisymmetric Laminar and Turbulent Wakes, Research and Advanced Development Division, Avco Corp., Tech. Memo, RAD-TM-64-3, Feb. 1964.
- Кристаугас, Развитие турбулентного следа за сферами диаметром 76,2 мм, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).
- Курбота, Ривс, Басс, Семейство подобных решений для осесимметричных несжимаемых течений в следе за телами, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).
- Langan W. T., Cresswell J. D., Browne W. C., Effects of Ablation Products on Ionization in Hypersonic Wakes, AIAA 2nd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 65-54, N. Y., Jan. 1965.
- Lagaway W. D., Ray A. D., Experimental Measurements in the Near Wake of a Slender Cone at Mach Numbers 8 and 10, von Karman Gas Dynamic Facility, Arnold Engineering Development Center, AEDC-TR-66-265, Jan. 1967.
- Ledger J. D., Vas I. E., Bogdonoff S. M., Hypersonic Studies of Wakes Behind Cylinders, Part I: Pitot pressure measurements at  $M=16$  in helium, Princeton Univ., Dept. of Aero. Eng., Rept 739, June 1965.
- Лиз, Течение в донной области и следе при гиперзвуковых скоростях полета, *Ракетная техника и космонавтика*, № 3 (1964).
- Леонард, Кек, Шлярен-фотография летящего снаряда с использованием резонансного излучения, *Ракетная техника*, № 7 (1962).
- Левенштейн, Характеристики течения в следе при гиперзвуковом обтекании конусов и сфер, *Ракетная техника и космонавтика*, № 12 (1963).
- Levensteins Z. J., Kruminis M. V., Experimental Study of Aerodynamic Characteristics of Hypersonic Wakes, AIAA 3rd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 66-53, N. Y., Jan. 1966.
- Li H., Study of Hypersonic Contaminated Wake by an Exact Numerical Solution, Space Sciences Lab., GE, Missile and Space Div., Tech. Information Series, R63SD68, Dec. 1963.
- Lien H., Erdos J. I., Pallone A. J., Nonequilibrium Wakes with Laminar and Turbulent Transport, Avco Research & Advanced Development Div., Wilmington, Mass., AIAA Conference on Physics, Aug. 1963 № 63-447, A 63-21570.
- Lin S. C., Hayes J. E., A Quasi One-dimensional Model for Chemically Reacting Turbulent Wakes of Hypersonic Objects, AIAA Conference on Physics of Entry Into Planetary Atmospheres, MIT, № 63-449, Aug. 1963;

- также Avco Everett Research Lab., Div. of Avco Corp., BSD-TDR-63-153, Research Rept 157, July 1963.
- L o v e R. H., The Effect of Ejected Polymer Solutions on the Resistance and Wake of a Flat Plate in a Water Flow, Hydronautics, Inc., Technical Rept 353-2, June 1965.
- Л и к у д и с, Ламинарный гиперзвуковой след за телом с учетом влияния расширения и теплопроводности, *Ракетная техника и космонавтика*, № 4 (1963).
- L y k o u d i s P. S., Length of the Laminar Hypersonic Wake during the Ballistic Re-entry of a Blunt Object., Rand Corporation, P-2781, Aug. 1963.
- L y k o u d i s P. S., Recent Developments in the Fluid Mechanics of Hypersonic Wakes, Rand Corp., Nov. 1966, prepared for presentation at the XVIIIth International Astronautical Congress, Madrid, Oct. 1966.
- L y k o u d i s P. S., A Review of Hypersonic Wake Studies, Rand Corp., Memo, RM-4493-ARPA, May 1965.
- L y k o u d i s P. S., Theory of Ionized Trails for Bodies at Hypersonic Speeds, US Air Force, Project Rand, RM-2682-1-PR, May 29, 1961.
- M a g n u s o n A. H., An Experimental Investigation of the Unsteady Wake behind an Oscillating Wing in Two-dimensional Incompressible Non-cavitating Flow, the Pennsylvania State Univ., Institute for Science and Engng. Tech. Memo, File № TM 607, 2441-10, Feb. 1967.
- M a r r i s A. W., A Review on Vortex Streets, Periodic Wakes and Induced Vibration Phenomena, ASME, J. Basic. Engng, Paper № 62-WA-106, 1962.
- M a r t e l l u c c i A., R a n l e t J., Experimental Study of Near Wakes, Ballistic Missile Division, Tech. Progress Rept, Jan.- Oct. 1966.
- M a r t e l l u c c i A., S c h l e s i n g e r A., Measurements in the Near Wake of a Cone at Mach 12, GASL, Tech. Rept, № 582, March 1966.
- M a r t e l l u c c i A., S c h l e s i n g e r A. J., Wind Tunnel Investigation of the Turbulent Near Wake of a Cone at Angle of Attack, GASL, Tech. Rept, № 581, March 1966.
- M a r t e l l u c c i A., T r u c c o H., A g n o n e A., K e n n e d y E., Measurements of the Turbulent Near Wake of a Cone at Mach Number 6, Addendum, №1 to GASL TR-482, June 1965.
- M a r t e l l u c c i A., T r u c c o H., R a n l e t J., A g n o n e A., Measurements of the Turbulent Near Wake of a Cone at Mach 6, AIAA 3rd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 66-54, N. Y., (Jan. 1966).
- M a u l l D. J., B e a r m a n P. W., The Measurement of the Drag of Bluff Bodies by the Wake Traverse Method, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 843 (Dec. 1964).
- M i c h a l k e A., W e h r m a n n O., Akustische Beeinflussung von Freistrahlgrenzschichten, International Council of the Aeronautical Sciences, Third Congress, Stockholm 1962, p. 773—785, Spartan Book Co., Inc., Washington, DC, 1964.
- М и х е л ь с о н, Анализ турбулентного следа за машущим крылом с продольной тягой, *Ракетная техника и космонавтика*, № 11 (1963).
- M u n t z E. P., Gas Density Fluctuations in the Hypersonic Turbulent Wake of a Sharp, Slender Cone, GE Re-entry Systems Dept., Document, № 67SD416, BSD-TR-67-28, Feb. 1967.
- N a u d a s c h e r E., Flow in the Wake of Self-propelled Bodies and Related Source of Turbulence, *J. Fluid Mech.*, 22, Part 4, p. 625—656 (1965).
- Н е с с, Ф а н у ч ч и, Влияние градиента давления на неравновесное течение в дальнейшей части следа, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).
- П е й д ж, Д и к с о н, Преобразование в задаче о следе, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).

- Pai S. L., Li H., On the Stability of Axi-symmetrical Wakes of a Binary Mixture of Compressible Fluids, GE Space Sciences Lab., Tech. Inform. Series, R62SD79—Class I (Aug. 1962).
- Pallone A., Erdos J., Hypersonic Laminar Wakes and Transition Studies (Task 3.1.3.—Flow in the Laminar Wake — RESR Program), Research and Advanced Development Div., Avco Corp., RAD-TM-62-104, Jan. 1963.
- Pallone A. J., Erdos J. I., Eckerman J., McKay W., Hypersonic Laminar Wakes and Transition Studies, AIAA Summer Meeting, Calif., № 63-174, June 1963.
- Parry J. F. W., Cascade Blade Flutter and Wake Excitation, *J. Roy. Aeronaut Soc.*, p. 505—508 (July 1954).
- Payne F. R., Large Eddy Structure of a Turbulent Wake, Report to Fluid Mechanics Branch, US Office of Naval Research, Sept. 1966.
- Pippert G. F., On the Structure of Wake Turbulence Deduced From Field Radar Measurements, AIAA Conference on Physics of Entry into Planetary Atmospheres, MIT, № 63-446, Aug. 1963.
- Proutian A. P., Azzarelli T., An Analysis of Schlieren Measurements of Gas Density Fluctuations in a Turbulent Wake, Heliodyne Corp., Research Note 18, June 1965.
- Proutian A. P., Feldman S., Some Theoretical Predictions of Mass and Electron Density Oscillations Based on a Simple Model for Turbulent Wake Mixing, AIAA 1st Acrospace Sciences Meeting, N. Y., Preprint, № 64—24, Jan. 1964.
- Ragsdale W. C., Darling J. A., An Experimental Study of the Turbulent Wake behind a Cone at Mach 5, US Naval Ordnance Lab., NOLTR 66—95, Aerodynamics Research Rept, 262, Sept. 1966.
- Rand S., Wake of a Satellite Traversing the Ionosphere, *Physics Fluids*, 3, 265 (1960).
- Rand S., Hypersonic Wakes in the Atmosphere, *Phys. Fluids*, 3, 479 (1960).
- Reeves B. L., Lees L., Theory of the Laminar Near Wake of Blunt Bodies in Hypersonic Flow, AIAA 2nd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 65-52, N. Y., Jan. 1965.
- Reynolds A. J., Observations on Distorted Turbulent Wakes, *J. Fluid Mech.*, 13, 241 (1962).
- Reynolds A. J., Similarity in Swirling Wakes and Jets, *J. Fluid Mech.*, 14, 241 (1962).
- Ritter Z., Wake Traverses in the Presence of Tunnel Blockage, Admiralty Research Lab., Teddington, Middlesex, ARL/G/N4, Feb. 1963.
- Rom J., Analysis of the Near Wake Pressure in Supersonic Flow Using the Momentum Integral Method, Interim Scientific Rept № 5, Technion Research and Development Foundation, Haifa, Israel, Sept. 1964.
- Rom J., Near Wake Flow Studies in Supersonic Flow, Technion-Israel Institute of Technology, TAE Rept № 38, Annual Summary Rept № 3, March 1965.
- Rom J., Seginer A., Kronzon J., The Flow Field in the Turbulent Supersonic Near Wake behind a Two-dimensional Wedge-flat Plate Model, Technion-Israel Institute of Technology, TAE Rept № 54, Aug. 1966.
- Rosenbaum H., Zeinerg S. L., Turbulent Boundary Layer and Wake Calculations for a 15° Cone, GASL, Tech. Memo. № 120, July 1965.
- Sakurai T., On the Mechanics of Magneto-hydrodynamical Twin Wakes, *J. Fluid Mech.*, 15, 610 (1963).
- Sato H., Kuriki K., The Mechanism of Transition in the Wake of a Thin Flat Plate Placed Parallel to a Uniform Flow, *J. Fluid Mech.*, 11, 321 (1961).
- Schaeffer J. W., Eskinazi S., An Analysis of the Vortex Street Generated in a Viscous Fluid, *J. Fluid Mech.*, 6, 241 (1959).



- Schlesinger A. J., Martellucci A., Wind Tunnel Investigation of the Turbulent Near Wake of a Cone at Angle of Attack, GASL, Tech. Rept № 581, March 1966.
- Schwiderski E. W., Lugt H. J., Symmetric Stagnation and Wake Past a Semi-infinite Plate, US Naval Weapons Lab., NWL Rept № 1886, Sept. 1963.
- Seban R. A., Levy A. M., The Effect of a Downstream Splitter Plate on the Heat Transfer from a Circular Cylinder Normal to an Airstream, WADC, TR 57-479, 1957.
- Shair F. H., Grove A. S., Petersen E. E., Acrivos A., The Effect of Confining Walls on the Stability of the Steady Wake behind a Circular Cylinder, *J. Fluid Mech.*, 17, 546 (1963).
- Silovic V., A Five-hole Spherical Pitot Tube for Three-dimensional Wake Measurement, Hydro and Aerodynamics Lab., Lyngby, Denmark, Rept № Hy-3, May 1964.
- Simpkins P. G., Harrington J. A., The Observable Characteristics of Near Wakes Due to Ablation Contamination, Avco Missiles, Space and Electronics Corp., BSD-TR-67-91, March 1967.
- Слаттери, Клей, Стивенс, Взаимодействие гиперзвукового следа за телом со снарядом, летящим за этим телом с гиперзвуковой скоростью, *Ракетная техника и космонавтика*, № 4 (1963).
- Slattery R. E., Clay W. G., Measurement of Turbulent Transition, Motion, Statistics, and Gross Radial Growth Behind Hypervelocity Objects, *Phys. Fluids*, 5, № 7 (July 1962).
- Смит, Крамер, Браун, Экспериментальное исследование ближней части следа за цилиндром при числе  $M = 20$ , *Ракетная техника и космонавтика*, № 7 (1966).
- Smith T. B., MacCreedy P. B., Jr., Aircraft Wakes and Diffusion Enhancement, Meteorology Research, Inc., MR163 FR-71, Final Rept, Part B, May 1963.
- Стейгер, Блум, Трехмерные эффекты в вязких спутных течениях, *Ракетная техника и космонавтика*, № 4 (1963).
- Steiger M. H., Bloom M. H., Linearized Swirling Wakes, *Phys. Fluids*, 5, 1027 (1962).
- Steiger M. H., Bloom M. H., The Three-dimensional Viscous Wakes, *J. of Fluid Mech.*, 14, 233 (1962).
- Stenphenson J. N., Measurement of the Profile Drag of Compressor and Turbine Cascades and the Effects of Wakes in Exciting Vibration, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 722—725 (Nov. 1953).
- Strasberg M., Соопер R. D., Measurements of the Fluctuating Pressure and Velocity in the Wake behind a Cylinder, David Taylor Model Basin, Washington, DC, TMB Rept, 1779, 1963, p. 384—393.
- Swain L. M., On the Turbulent Wake behind a Body of Revolution, *Proc. Roy. Soc. (London)*, A, 125, № 799 (Nov. 1929).
- Tanner M., Totwasserbeeinflussung die Keilströmungen, Deutsche Luft- und Raumfahrt, Forschungsbericht 64-39, DLR FB 64-39, Nov. 1964.
- Тэйлор, Кек, Мэлчер, Карбуун, Высокоскоростное развертывающее устройство для измерений поперечного светящегося следа, *Ракетная техника и космонавтика*, № 9 (1963).
- Taylor R. L., Melcher B. W., II, Measurements of the Growth and Symmetry of the Luminous Hypersonic Wake Behind Blunt Bodies, AIAA 1st Aerospace Sciences Meeting, N. Y., Preprint № 64-45, Jan. 1964.
- Тэйлор, Мелчер, Уошберн, Исследование гиперзвукового светящегося следа, *Ракетная техника и космонавтика*, № 10 (1964).
- Theisen J. G., Vortex Periodicity in Wakes, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-34, N. Y., Jan. 1967.

- Thompson G. E., An Exploratory Study of Open Wake Effects upon the Pressure Distribution of a Hypersonic Body, Air Force Institute of Technology, Thesis, Aug. 1964.
- Todisco A., Pallone A., Measurements in Laminar and Turbulent Near-wakes, Avco Missiles, AVMSD-0131-67-RM, Jan. 1967; также AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-30, N. Y., Jan. 1967.
- Todisco A., Pallone A., Near-wake Flowfield Measurements, Avco Corp., Tech. Memo. RAD-TM-65-21, May 1965.
- Trusso H., Martellucci A., Ranlet J., Agnone A., Measurements of the Turbulent Near Wake of an Elliptic Cone at Mach 6, GASL, Tech. Rept № 537, Sept. 1965.
- Vaglio-Laurin R., Bloom M. H., Byrne R. W., Aerophysical Aspects of Slender Body Reentry, American Rocket Soc., 17th Annual Meeting and Space Flight Exposition, Calif., № 2674-62, Nov. 1962.
- Vas I. E., Murman E. M., Bogdonoff S. M., Studies of Wakes of Support-free Spheres at  $M=16$  in Helium, AIAA 2nd Aerospace Sciences Meeting, Paper № 65-51, N. Y., Jan. 1965.
- Wallis W. F., Wakes in Axial Compressors, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 730—734 (Dec. 1959).
- Wan K. S., Inviscid Flow Field in the Wake of Hypersonic Bodies, GE, Space Sciences Lab., R61SD099, Aug. 1961.
- Вен, Переход в следе за телом, *Ракетная техника и космонавтика*, № 5 (1964).
- Washburn W. K., Goldburg A., Transition Structure in the Hypersonic Sphere Wake as Shown by the Sodium Schlieren, Avco Everett Research Lab., AMP 111, April 1963.
- Ушберн, Кек, Визуализация течения в следе за телами, летящими с гиперзвуковой скоростью, методом следящей развертки, *Ракетная техника*, № 8 (1962).
- Ушберн, Гольдберг, Мелчер, Измерение скоростей в гиперзвуковом следе за конусом с помощью фоторегистратора, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).
- Webb W. H., Thomas L. A., Turbulent Diffusion of a Reacting Wake, AIAA 1st Aerospace Sciences Meeting, N. Y., Preprint № 64-42, Jan. 1964, p. 1—13.
- Вебб, Хромас, Лиз, Переход в следе при гиперзвуковых скоростях полета, *Ракетная техника и космонавтика*, № 3 (1963).
- Weinbaum S., Laminar Incompressible Leading and Trailing Edge Flows and the Near Wake Rear Stagnation Point, AGARD Rept, 526, May 1966; также BSD-TR-66-230 Document № 66SD745, Aug. 1966.
- Weinbaum S., Near Wake Uniqueness and a Re-examination of the Throat Concept in Laminar Mixing Theory, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper 67-65, N. Y., Jan. 1967.
- Weinbaum S., On the Singular Points in the Laminar Two-dimensional Near Wake Flow Field, GE Space Sciences Lab., Theoretical Fluid Physics Tech. Memo, № 36, Jan. 1967.
- Вейнбаум, Анализ быстрого расширения сверхзвукового пограничного слоя и его применение к проблеме ближнего следа, *Ракетная техника и космонавтика*, № 2 (1966).
- Weiss R., The Near Wake of a Wedge, Avco Everett Research Lab., Research Rept 197, BSD-TDR-64-150, Dec. 1964.
- Weiss R. F., A New Theoretical Solution of the Laminar, Hypersonic Near Wake, AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-63, N. Y., Jan. 1967.
- Wen K. S., Chen T., Hayami R. A., Primich R. I., An Eddy Diffusion Model Predicting Rapid Wake Ionization Decay behind Hypersonic Cones, General Motors Corp., AC Electronics-Defense Lab. Tech

- Rept TR67-03A, BSD-TR-67-20, Jan. 1967; также AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-21, N. Y., Jan. 1967.
- W i l s o n L. N., Far-wake Behavior of Hypersonic Blunted Cones, General Motors Corp., AC Electronics-Defence Research Labs., Tech. Rept TR66-80, BSD-TR-67-13, Dec. 1966; также AIAA 5th Aerospace Sciences Meeting, Paper № 67-31, N. Y., Jan. 1967.
- W i l s o n L. N., The Far-wake Behavior of Hypersonic Spheres, General Motors Corp., ARPA Order № 347, TR66-19, June 1966.
- W u T. Y a o - T s u, A Wake Model for Free Stream Line Flow Theory, Part 1: Fully and Partially Developed Wake Flows and Cavity Flows Past an Oblique Flat Plate, *J. Fluid Mech.*, 13, 64 (1962).
- W u T. Y a o - T s u, W a n g D. P., A Wake Model for Free Stream Line Flow Theory, Part 2: Cavity Flows Past Obstacles of Arbitrary Profiles, *J. Fluid Mech.*, 18, 65 (1964).
- Y a n g K w a n g - T z u, Laminar Free-convection Wake Above a Heated Vertical Plate, *J. Appl. Mech.*, Paper № 63-WA-46.
- Z a r i n N., The Flow Fields of Hypersonic Wakes: A Literature Review, Infrared Physics Lab., Willow Run Labs., The Inst. of Science and Techn., Rept of BAMIRAC, March 1967.
- Z e i b e r g S. L., Further Results for the Oscillating Wake, Down-range Anti-missile Measurement Program, DAMP Tech. Monograph № 62-28, Dec. 1962.
- Z e i b e r g S. L., Investigation of Phenomena Influencing Hypersonic Wake Analysis, DAMP Tech. Monograph № 62-33, Dec. 1962.
- З е й б е р г, Захват электрона кислородом в гиперзвуковых следах, *Ракетная техника и космонавтика*, № 6 (1964).
- З е й б е р г, Обобщенные зависимости для данных по переходу в гиперзвуковых следах, *Ракетная техника и космонавтика*, № 3 (1964).
- Z e i b e r g S. L., B l e i c h G. D., The Blunt Body Hypersonic Wake, GASL Tech. Rept, № 451, July 1964.
- З е й б е р г, Б л е й х, Расчет гиперзвукового следа методом конечных разностей, *Ракетная техника и космонавтика*, № 8 (1964).
- Z e i b e r g S. L., F i e l d s A. K., Boundary Layer and Wake Calculations for Slender Cones with Slight Nose Blunting, GASL Tech. Rept, № 556, Sept. 1965.

## Глава IX

### ОТРЫВ ПОТОКА С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

---

#### Обозначения

- $A_f$  — относительная площадь плоского среза носовой части тела, %;
- $a$  — радиус иглы;
- $C_N$  — коэффициент нормальной силы;
- $C_m$  — коэффициент продольного момента;
- $C_p = (p_{t\infty} - p)^{1/2} \rho_{\infty} u_{\infty}^2$  — коэффициент давления;
- $K = l/t$  или  $l/d$ ;
- $L$  — расстояние в направлении  $x$  от начала пограничного слоя до точки на теле, где его толщина или радиус равны  $t$ ;
- $l$  — длина иглы; расстояние в направлении  $x$  от начала пограничного слоя до начала области отрыва (застойной области);
- $M$  — число Маха;
- $n$  — параметр степенного профиля скорости;
- $r$  — радиус;
- $s$  — расстояние по нормали к клину; расстояние вдоль поверхности тела, измеренное от критической точки;
- $s_B$  — длина исходной модели;
- $s_1$  — расстояние вдоль оси модели, измеренное от носка;
- $t$  — толщина;  $t = 2(s_1/s_B) - 1$ ;
- $u^*$  — скорость на разделяющей линии тока;
- $X_{C_p}$  — положение центра давления, измеренное в длинах тела от его носка;
- $\beta = \tau_c/\tau_{пл}$ ;
- $\delta$  — толщина пограничного слоя; отклонение потока за скачком уплотнения;
- $\theta$  — толщина потери импульса пограничного слоя; угол наклона скачка уплотнения относительно вектора скорости перед скачком; угловая координата на сферической носовой части;
- $\lambda$  — угол отрыва;
- $\xi$  — приращение статического давления в скачке уплотнения;
- $\sigma$  — коэффициент восстановления давления;
- $\varphi$  — угол скачка уплотнения.

*Индексы*

- $s$  — поверхность конуса, хорда;
- $R$  — присоединение;
- $S$  — отрыв;
- $t$  — полное значение;
- $0$  — значение перед областью отрыва;
- $1$  — условие за скачком уплотнения на передней кромке или за областью отрыва;
- $2$  — значение после присоединения.

Отрыв потока с передней кромки может оказать влияние на весь режим обтекания поверхности. Как и в других случаях отрыва потока, вязкий поток отрывается на передней кромке под действием положительного градиента давления. При достаточно больших углах атаки крылового профиля положительный градиент давления на передней кромке с малым радиусом закругления оказывается достаточно большим, чтобы вызвать отрыв. При больших числах Маха отрыв потока с передней кромки зависит от интенсивности скачка уплотнения, образующегося около передней кромки. Даже при малых углах атаки тонкого крыла с большой стреловидностью и с заостренной передней кромкой поток отрывается от передней кромки с образованием вихрей над верхней поверхностью крыла, оказывая влияние на аэродинамические характеристики, в особенности в условиях взлета и посадки, а также под действием порывов ветра и взрывных волн в атмосфере. Другим интересным явлением считается отрыв потока с острия иглы, установленной перед тупой носовой частью тела при сверхзвуковых скоростях. Такая игла может способствовать уменьшению сопротивления и теплопередачи к летательным аппаратам, развивающим большие скорости<sup>1)</sup>. Она может быть также использована как эффективное средство управления.

Вначале рассмотрим отрыв потока с передней кромки при дозвуковых, а затем при сверхзвуковых скоростях потока.

### 1. ОТРЫВ ПОТОКА С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ ПРИ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В данном разделе рассматривается механизм и критерии отрыва потока с передней кромки при дозвуковых скоростях, а также сход вихрей с передней кромки.

<sup>1)</sup> Можно говорить только об уменьшении суммарного теплового потока, так как в области присоединения возможны «пики» теплового потока.— *Прим. ред.*

## 1.1. МЕХАНИЗМ ОТРЫВА С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

На основе наблюдений отрыва с передних кромок крыльев были разработаны различные теории отрыва потока с передней кромки.

Крэбтри [1] на примере крылового профиля RAE 101 с относительной толщиной 10% заметил, что существуют следующие три типа отрыва потока.

1) *Отрыв с задней кромки.* При возрастании угла атаки точка отрыва турбулентного слоя движется вверх по потоку от задней кромки.

2) *Отрыв с передней кромки.* Поток внезапно отрывается вблизи передней кромки.

3) *Отрыв потока с тонкого профиля.* Вблизи передней кромки отрывается ламинарный поток и присоединяется как турбулентный поток. При возрастании угла атаки точка присоединения движется вниз по потоку.

Отрыв турбулентного потока (тип 1) рассматривался в гл. IV. Отрыв с присоединением (тип 3) рассматривался в гл. VII. Явление отрыва с передней кромки (тип 2) изучается в данном разделе. При отрыве потока этого типа ламинарный слой может оторваться от верхней поверхности профиля вблизи передней кромки при некотором угле атаки. Хотя Крэбтри [1] не наблюдал присоединения на профиле RAE 101, в общем случае присоединение возможно ниже по потоку с образованием пузыря на верхней поверхности. Как указывалось выше, существуют пузыри двух видов: короткие и длинные, в зависимости от их протяженности. Короткий пузырь представляет наибольший интерес при исследовании отрыва с передней кромки, поскольку при внезапном разрушении короткого пузыря происходит отрыв с передней кромки с последующим срывом потока, вызывающим резкое падение подъемной силы и внезапное повышение сопротивления. Поскольку такой срыв крайне нежелателен с точки зрения аэродинамических характеристик крыльев, необходимо понять физическую природу отрыва потока этого типа.

В точке присоединения турбулентного потока сразу за коротким пузырем на профиле NACA 64 A006 кривая распределения формпараметра  $H = \delta^*/\theta$  имеет пик, указывающий на существование зоны зарождающегося турбулентного отрыва сразу за коротким пузырем, что может послужить ключом к теории, объясняющей механизм отрыва с передней кромки. Поэтому Уоллис [2] постулировал, что картина течения, включающая короткий пузырь, неустойчива, вследствие этого поток отрывается в точке ламинарного отрыва с образованием длинного пузыря. Но постулат Уоллиса не подтверждается другими наблюдениями. Так как теория Уоллиса основана на исследовании конкретного кры-

лового профиля, она не поддается обобщению. Итак, ввиду того что область непосредственно за коротким пузырем является переходной от области смешения к обычному турбулентному пограничному слою и так как профили скорости в этих областях не принадлежат к обычному типу, трудно дать истолкование значения  $H$  в этой области [1]. Кроме того, примеры отрывов потока с крыловых профилей, приведенные Маккаллохом и Голтом [3], не согласуются с теорией Уоллиса, так как зарождающегося турбулентного отрыва непосредственно за точкой присоединения в конце короткого пузыря ими не наблюдалось. Макгрегор [4] также не обнаружил тенденции к отрыву присоединяющегося пограничного слоя на профиле.

### 1.1.1. Теория Макгрегора

Теория Макгрегора [4] отрыва с передней кромки основана на балансе энергии установившегося вихря за коротким пузырем. Предполагается, что разрушение короткого пузыря соответствует тому состоянию, при котором кинетическая энергия, поступающая из оторвавшегося пограничного слоя, недостаточна для поддержания вихревого движения вследствие диссипации энергии путем диффузии. Таким образом, эта теория не охватывает проблему в целом, а только некоторую ее часть, хотя предположения Макгрегора, связанные с условиями равновесия циркуляционного течения в задней части пузыря, являются достаточно убедительными и, по-видимому, правильными [1].

### 1.1.2. Теория Крэбтри

В теории отрыва с передней кромки Крэбтри [1] используется коэффициент восстановления давления  $\sigma$  в связи с тем, что последние достижения сделали возможным более точно вычислить  $\sigma$ , комбинируя результаты измерений Голта [3] и Макгрегора [4] в широком интервале углов атаки и чисел Рейнольдса в области отрыва с коротким пузырем. По определению

$$\sigma = (C_{pR} - C_{pS}) / (1 - C_{pS}) = (p_R - p_S) / (\frac{1}{2} \rho u_\infty^2),$$

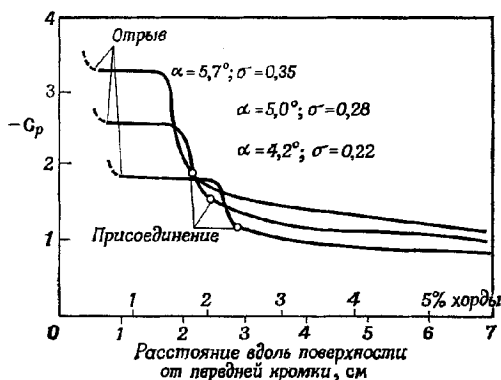
где  $C_p$  — коэффициент давления в области присоединения

$$C_p = (p - p_\infty) / (\frac{1}{2} \rho u_\infty^2).$$

Индексы  $S$  и  $R$  соответствуют условиям при отрыве и присоединении. В момент разрушения короткого пузыря либо вследствие возрастания угла атаки, либо вследствие уменьшения числа Рейнольдса при постоянном угле атаки коэффициент восстановления давления в области турбулентного смешения достигает мак-

симального значения 0,35. Это происходит во всех случаях обтекания профиля, и значение  $\sigma = 0,35$  является обоснованным для процесса турбулентного смешения, вызывающего присоединение в пузыре, что подтверждается экспериментально [5].

Протяженность оторвавшегося ламинарного слоя в передней части пузыря (или в области, где давление постоянно) определяется выражением  $(Re_{\delta^*})_S = (u_e \delta^* / \nu)_S$ , а коэффициент восстановления давления, при котором происходит присоединение турбулентного пограничного слоя, зависит от протяженности



Ф и г. 1. Распределение давления в окрестности передней кромки крылового профиля с хордой 122 см;  $Re = 1,7 \cdot 10^6$  [4].

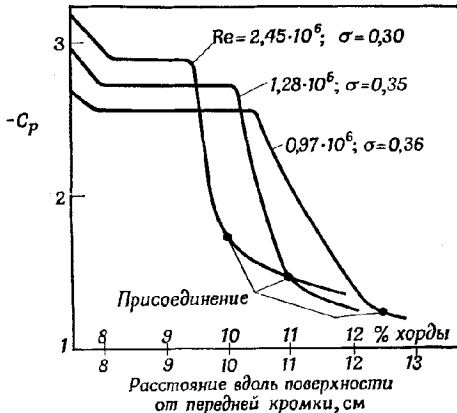
оторвавшегося слоя. После присоединения распределение давления достигает значений, соответствующих безотрывному обтеканию. Если это необходимое значение  $\sigma$  меньше предполагаемого максимально возможного значения, то в передней части пузыря может развиваться интенсивное подсосывание и пузырь будет коротким. С увеличением угла атаки пик разрежения в распределении давления, соответствующем потенциальному обтеканию, становится выше, возрастает и положительный градиент давления. Таким образом, коэффициент восстановления давления в области присоединения возрастает, достигая в конце концов максимально возможного значения  $\sigma$ , хотя короткий пузырь с ростом угла атаки несколько сжимается (фиг. 1).

Как видно на фиг. 2,  $\sigma$  также растет с уменьшением числа Рейнольдса при постоянном угле атаки.

Так как с возрастанием числа Рейнольдса растет протяженность ламинарного участка в оторвавшемся слое смешения, то при меньших числах Рейнольдса пик разрежения также будет



ниже, но коэффициент восстановления давления, необходимый для присоединения, может достигнуть максимально возможного значения. При полностью перераспределенном давлении на профиле присоединение может произойти далеко внизу по потоку при коэффициенте восстановления давления  $\sigma = 0,35$  с образованием пузыря. Как упоминалось выше, экспериментальные исследования [6] дают такой же порядок величины  $\sigma$  для длинного пузыря при условии, что пузырь не настолько велик, чтобы



Ф и г. 2. Распределение давления в окрестности передней кромки профиля с хордой 100 см при  $\alpha = 4,2^\circ$  [4].

покрыть больше половины длины хорды, и что давление на передней кромке не меняется. Отметим следующие последовательные этапы образования длинного пузыря.

1. По достижении максимального значения  $\sigma = 0,35$  короткий пузырь не может больше существовать.

2. Пик разрежения падает, вследствие чего  $Re_{\delta^*} < 450$ . Если в точке ламинарного отрыва  $Re_{\delta^*} > 450$ , то сразу за отрывом можно ожидать перехода к турбулентному течению.

3. Пятна турбулентности в области отрыва не могут расти, и течение в этой области остается ламинарным. Эксперименты Макгрегора [4] показали, что толщина вытеснения оторвавшегося слоя смешения растет весьма незначительно вдоль внешней границы пузыря от точки отрыва до появления турбулентности. По-видимому, это справедливо качественно и для длинного пузыря.

4. Наконец,  $Re_{\delta^*}$  становится больше 450, турбулентные пятна растут и возникает турбулентное смешение.

5. Распределение давления становится таким, что поток присоединяется при достаточно малом значении  $\sigma$  [4].

В случае тонкого профиля явление гистерезиса при изменении числа Рейнольдса, обнаруженное Маккаллохом [7], можно объяснить следующим образом: предположим, что на тонком профиле при большом числе Рейнольдса образуется короткий пузырь; затем при уменьшении числа Рейнольдса в некоторый момент образуется длинный пузырь. В результате происходит перераспределение давления и  $Re_{\delta}^*$  уменьшается. Если теперь снова увеличивать число Рейнольдса, пузырь укорачивается до тех пор, пока не будут достигнуты первоначальные условия, но при более высоком значении числа Рейнольдса. Явление гистерезиса при изменении угла атаки, но постоянном значении числа Рейнольдса объясняется аналогичным образом. В этом случае возврат к короткому пузырю происходит при значительно меньшем угле атаки, чем разрушение пузыря [4].

## 2. КРИТЕРИЙ ОТРЫВА ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

На основе экспериментальных данных для профилей был установлен простой эмпирический критерий отрыва ламинарного потока с передней кромки.

Голт [8] исследовал аэродинамические характеристики двумерного профиля NACA 63-009 при числе Рейнольдса  $Re = 5,8 \cdot 10^6$  (вычисленном по длине хорды) и числе Маха  $M_\infty = 0,167$ . В результате был получен критерий ламинарного отрыва с передней кромки

$$C'_{pS} / C'_{p\max} \approx 0,89.$$

где  $C'_p$  — коэффициент давления, определяемый по формуле

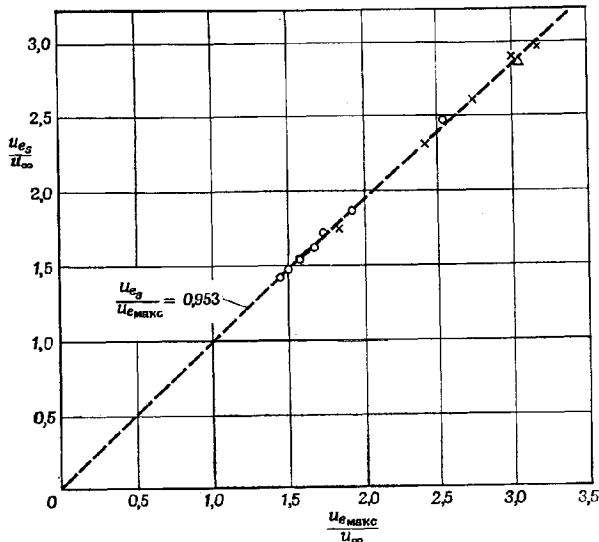
$$C'_p = (p_{t\infty} - p) / (\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2),$$

а  $p_{t\infty}$  — полное давление набегающего потока.

Оуэн и Кленфер [9] более подробно исследовали отрыв с передней кромки профилей NACA 63-009, 63-012, 64A-006, 65-3-018, 66-2-016, 66-3-018 и клиньев в интервале значений числа Рейнольдса  $Re_{\delta}^*$  от 400 до 4883, углов атаки от 0 до 10° и углов клина от 5 до 12°.

Они установили, что критерием отрыва ламинарного потока с передней кромки может служить постоянное отношение скоростей  $u_{eS} / u_{e\max} = 0,95$  (фиг. 3). В соответствии с экспериментальными данными Голта [8] это отношение составляет 0,94. Хотя указанный критерий справедлив только для двумерных профилей, эти же результаты можно использовать и применительно к тонким стреловидным крыльям [8]. Результаты измерений [10] на про-

филе исходной и модифицированной форм (профиль «с отклоненным носком» крыла с большой подъемной силой) подтвердили выбранный критерий отрыва. В качестве окончательного числового значения предложена величина 0,94 (фиг. 4).



Фиг. 3. Соотношение между скоростью в точке отрыва и максимальной скоростью [9].

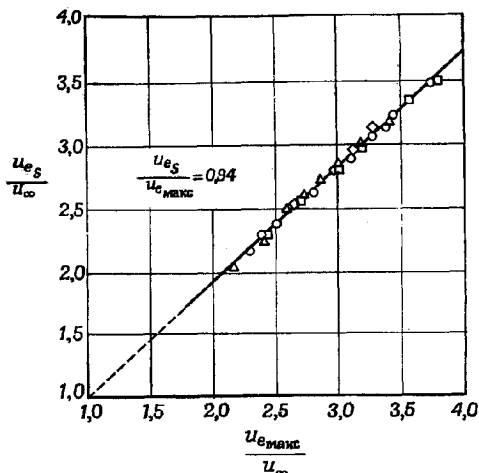
$u_{\infty}$  — скорость набегающего потока;  $u_{e_{макс}}$  — максимальная скорость на профиле;  $u_{e_g}$  — скорость в точке отрыва; о — профиль NASA 64A006 [NASA TN 1923 (1949)], к — профиль NASA 63-009 [8]; Δ — профиль NASA 63-012 [NASA TN 2338 (1951)].

Отклоненный носок одного из исследованных профилей схематически изображен на фиг. 5.

Профиль с отклоненным носком имеет меньший радиус носка, чем исходный профиль. С помощью такого простого изменения конфигурации носка можно затянуть или предотвратить ламинарный отрыв с передней кромки при соответствующем отклонении закрылка. Испытания модели проводились при скорости потока воздуха 16—24 м/с с отклонением и без отклонения закрылка. Критерий  $u_{e_g} / u_{e_{макс}} = 0,94$  может быть использован при отклонении и без отклонения закрылка независимо от значений углов атаки и формы профиля. Однако, если на криволинейной поверхности существенно влияние центробежных сил, создающих большую подъемную силу, этот простой критерий может оказаться несправедливым.

### 3. РАЗРУШЕНИЕ ВИХРЕЙ, СХОДЯЩИХ С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

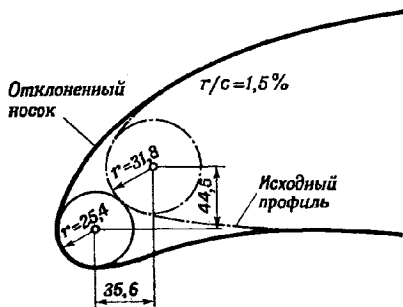
Разрушение вихрей происходит как в закрученном потоке в трубе, так и на стреловидном крыле. Это явление связано с отрывом



Ф и г. 4. Соотношение между скоростью в точке отрыва и максимальной скоростью [10].

△ исходный профиль без закрылка; ○ исходный профиль с отклоненным закрылком; ◇ профиль с отклоненным носком без закрылка; □ профиль с отклоненным носком и отклоненным закрылком.

вом потока. Была предпринята попытка рассмотреть разрушение вихрей с образованием турбулентности как результат взаимодействия пограничного слоя,



Ф и г. 5. Форма отклоненного носка [10].

Исходный профиль UAS 35B, длина хорды  $s = 1,6$  м, радиус носка  $r/c = 2\%$ .

оторвавшегося от верхней поверхности крыла, со сворачивающимся вихревым слоем, сходящим с передней кромки [11], однако в дальнейшем этот фактор перестали считать существенным для разрушения вихрей. Рассмотрим вкратце явление разрушения вихрей, сходящих с передней кромки, ввиду его практической важности, а также для более глубокого понимания отрыва потока. Основные особенности этого

явления были выявлены Роем [12], Маскеллом [13] и Джонсом [14]. Разрушение представляет собой структурное изменение потока от сильного регулярного движения по спирали к более слабому турбулентному движению, которое может возникнуть в некотором сечении вихря [15].

Разрушение вызывается положительным градиентом давления, приводящим жидкость с малой энергией в состояние покоя. Его можно предотвратить путем отсасывания жидкости в сечении непосредственно за началом разрушения, как и в случае отрыва потока. Аналогия между разрушением вихрей и прямым скачком уплотнения при сверхзвуковых скоростях почти отсутствует, но оба случая связаны с неустойчивостью при замедлении потока, обусловленном внезапным ростом давления.

Так как разрушение вихрей на крыле приводит к уменьшению местного разрежения на его поверхности и к изменению положения отрыва пограничного слоя под вихрем, это явление требует более глубокого исследования.

### 3.1. РАЗРУШЕНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ ВИХРЕЙ, СХОДЯЩИХ С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

Краткое описание этого явления приводится в книге [16], а также в работе [14].

Ранее это явление исследовалось экспериментально в водяных трубах или в аэродинамических трубах малых скоростей [11, 17—33].

Теоретические исследования выполнены в работах [34—37, 39].

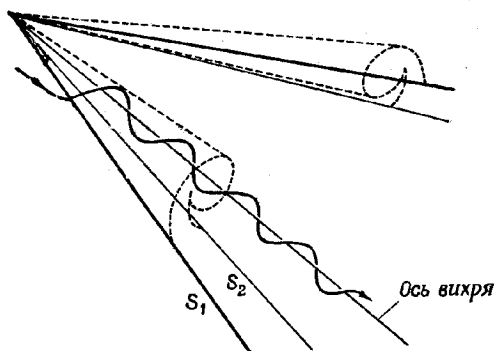
Из этих многочисленных экспериментальных и теоретических работ следует, однако, что явление разрушения вихрей, сходящих с передней кромки, пока еще окончательно не понято. Были проведены качественные исследования, чтобы понять поведение потока и найти надлежащую основу для теоретических расчетов установившегося и не установившегося разрушения. В водяной трубе исследовалось, каким образом сильно развитое турбулентное течение, возникающее при отрыве потока с острой передней кромки нестреловидного крыла, переходит в течение с устойчивыми вихревыми образованиями на крыле с большой стреловидностью. Кроме того, изучалась структура вихря, измерялись составляющие скорости, давление и уровень шума, а также определялось положение ядра вихря.

При аппроксимации вихревой целины парой дискретных вихрей теоретический расчет потока оказывается довольно простым [34—36], однако результаты расчетов плохо согласуются с экспериментальными данными. Теория крыла малого удлинения Магглера и Смита наиболее полно отражает особенности, обнаруженные экспериментально.

## 3.2. РАЗРУШЕНИЕ ВИХРЕЙ, СХОДЯЩИХ С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ КРЫЛА

Разрушение вихрей, сходящихся с передней кромки треугольного крыла, происходит следующим образом [15]. Рассмотрим треугольное крыло в дозвуковом потоке (фиг. 6).

Предположим, что каждый из пары вихрей на треугольном крыле образуется при сворачивании конической вихревой пленки, сходящей с передней кромки. В то же время этот вихрь можно



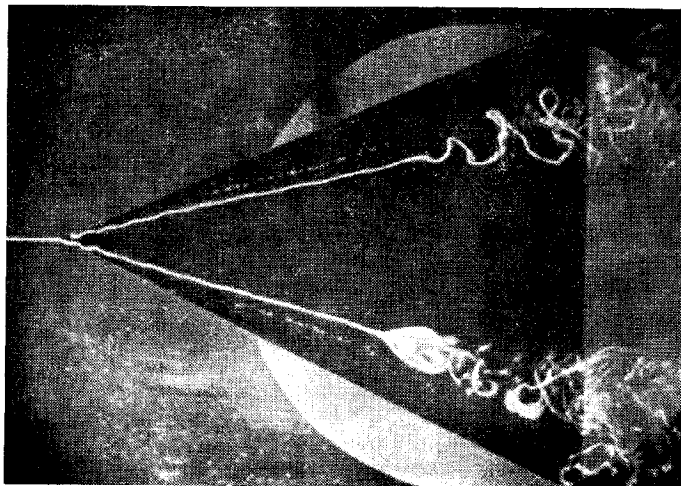
Ф и г. 6. Формирование ламинарных вихрей на треугольном крыле [5].

рассматривать как ядро вихревого течения, вбирающее в себя завихренность с передней кромки, размеры и интенсивность которого увеличиваются с расстоянием вниз по потоку. Вихревые слои сбегают с передней кромки  $S_1$  и образуют линию вторичного отрыва  $S_2$  на верхней поверхности. Наблюдения показывают, что перед разрушением каждая линия тока, подходящая к вихрю после огибания передней кромки, принимает форму почти цилиндрической спирали (фиг. 7).

Согласно теории Холла [30], вихревое ядро состоит из вязкой вихревой оболочки и внутреннего вязкого ядра, окруженного этой оболочкой. Вихревую оболочку можно рассматривать как область с приблизительно постоянной скоростью вращения частиц жидкости, а вязкое ядро — как область, в которой скорость вращения частиц жидкости снижается до нуля на оси. По-видимому, разрушение возникает в ядре вихря, и течение вдоль оси внутри ядра может быть чрезвычайно чувствительным к малым возмущениям внешнего потока. Отношение скорости вращения частиц к осевой составляющей скорости является важ-

ным фактором, влияющим на разрушение вихря. Форма носка оказывает слабое влияние на значение угла атаки, при котором происходит разрушение вихрей.

Согласно результатам измерений, полное давление на оси почти постоянно по всей длине вихря после резкого падения



Ф и г. 7. Окрашенная вихревая нить на треугольной пластине с острыми кромками [15].

Скорость воды в трубе 5 см/с.

у вершины. Величина полного давления на оси очень мала вследствие уменьшения окружной составляющей скорости, обусловленной вязкой диффузией в узком внутреннем ядре. Геометрическая форма оси вихря на крыле близка к прямой линии, расположенной под некоторым углом к внешнему потоку, однако при приближении к задней кромке ось вихря искривляется, стремясь совпасть с направлением набегающего потока.

Различные исследования разрушения вихря при малых скоростях и числах Рейнольдса показывают, что вихревые течения, распространяющиеся от стреловидной передней кромки с острым носком, внезапно замедляются вдоль оси вихря, отклоняются и совершают периодические вращательные движения, а затем происходит разрушение вихрей с образованием турбулентности. Разрушение обусловлено положительным градиентом давления, действующим вдоль оси, и низким полным давлением внутри

вихревого ядра. На крыле течение вдоль оси вихря легко затормаживается вследствие восстановления давления, вызванного задней кромкой и следом.

В общем случае, если восстановление давления, вызванное задней кромкой, оказывается недостаточным для торможения течения вдоль оси вихря, последний не разрушается на поверхности тела, но может разрушиться в следе в процессе дальнейшего роста давления вдоль оси, обусловленного диффузией завихренности. Хотя в потоке, окружающем вихрь, давление растет постепенно, внезапное замедление непосредственно перед разрушением связано с резким ростом давления вдоль линии тока вблизи оси.

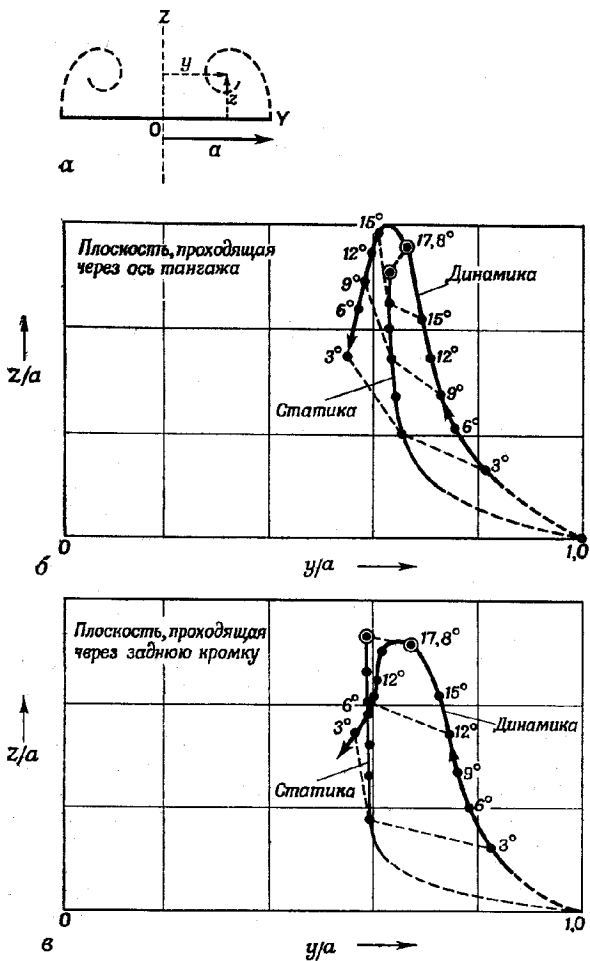
При определенных условиях в зависимости от отношения окружной и осевой составляющих скорости возможно внезапное расширение вихря, которое сопровождается ростом давления, вызывающим торможение течения вдоль оси. Положение точки, в которой начинается разрушение, можно определить из рассмотрения баланса между различными независимыми факторами, связанными с геометрией тела. Это положение чувствительно к градиенту давления вдоль вихря. Когда разрушение происходит выше по потоку от задней кромки, его положение зависит от комбинации угла атаки и стреловидности передней кромки, но практически не зависит от числа Рейнольдса. В условиях благоприятных для возникновения разрушения, его окончательное положение может быть определено расстоянием, на которое проникает жидкость из области турбулентного течения, образовавшейся ниже разрушения, вверх по течению вдоль оси вихря.

Кроме того, наблюдения показывают, что при малых числах Рейнольдса существует область периодического течения между областями замедления осевого течения и турбулентного разрушения вихрей и вихревая нить совершает периодическое вращательное движение. Возможно осесимметричное расширение вихря около точки торможения осевого потока, но поскольку осесимметричная конфигурация неустойчива, имеется сильная тенденция к сворачиванию вихря в спираль. Следовательно, спиральная конфигурация является вторичным свойством процесса разрушения [14, 15].

Исследования обтекания колеблющегося треугольного крыла с углом положительной стреловидности передней кромки  $80^\circ$ , проведенные в водяной трубе [40], показали, что существует значительная разница в положении вихрей при установившемся и неустановившемся течениях (фиг. 8).

При возрастании угла атаки вихрь становится более интенсивным и движется внутрь, но не достигает положения, соответствующего стационарному обтеканию, вплоть до максимального





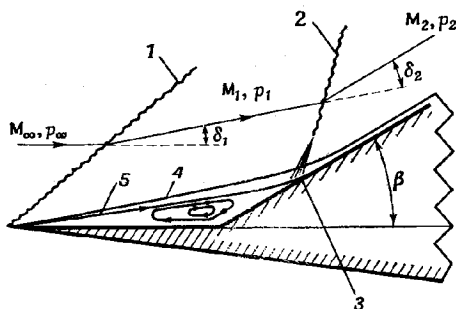
Ф и г. 8 Положение вихря, сходящего с передней кромки треугольного крыла (ось тангажа расположена на расстоянии  $0,625 c_0$  от вершины) [14].

$y, z$  — координаты точки пересечения оси вихря с плоскостью, перпендикулярной к набегающему потоку;  $a$  — местный полуразмах;  $c_0$  — корневая хорда.

значения угла атаки. Наоборот, при уменьшении угла атаки вихрь ослабляется и движется наружу от положения, соответствующего стационарному обтеканию.

#### 4. ОТРЫВ С ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Задача об обтекании передней кромки сверхзвуковым потоком осложняется взаимодействием скачка уплотнения с пограничным слоем. Однако частный случай отрыва ламинарного пограничного слоя с передней кромки при обтекании «угла сжатия»



Ф и г. 9. Отрыв ламинарного потока с передней кромки [41].

1 — скачок уплотнения на передней кромке; 2 — скачок уплотнения в области присоединения; 3 — точка присоединения; 4 — внешняя граница слоя смешения; 5 — разделяющая линия тока.

довольно прост. Этот случай был рассмотрен Брауэром [41] с использованием модифицированной теории слоя смешения Чепмена [42]. Схема течения изображена на фиг. 9.

При отрыве основной поток отделяется слоем смешения от области с циркуляционным течением газа, заключенной между разделяющей линией тока и поверхностью тела. Слой смешения вызывает некоторое отклонение потока. За скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке, линии тока прямолинейны и параллельны внешней границе слоя смешения. При приближении разделяющей линии тока к точке присоединения образуется система волн сжатия, сливающихся затем в скачок уплотнения, соответствующий присоединению. Чепмен и др. [43] показали экспериментально, что рост статического давления  $p_2/p_1$  по толщине зоны присоединения не зависит от числа Рейнольдта, а зависит от числа Маха  $M_2$  после присоединения.

## 4.1. ТЕОРИЯ ЧЕПМЕНА — БРАУЭРА

Чепмен [43] сделал следующие предположения.

1. Статическое давление вдоль прямолинейного участка разделяющей линии тока равно статическому давлению потенциального течения.

2. Вдоль криволинейного участка разделяющей линии тока до точки присоединения происходит изоэнтропическое сжатие, течение затормаживается, давление возрастает до  $p_2$ . Ниже точки присоединения по потоку статическое давление равно  $p_2$ .

3. В слое смещения  $\bar{u}^* = u^*/u_e = 0,587$ , где  $u^*$  — скорость на разделяющей линии тока,  $u_e$  — скорость потенциального течения.

4. Применимо уравнение состояния совершенного газа.

5. Теплопередача на стенке пренебрежимо мала, а  $Pr = 1$ . Для связи температуры в слое смещения с температурой торможения потенциального течения можно использовать интеграл Буземана для уравнения энергии.

На основании этих предположений приращение давления (представленное отношением давлений при переходе через скачок уплотнения) равно

$$\xi_2 = \left\{ \frac{1 + (\gamma - 1) M_2^2 / 2 (1 - \bar{u}^{*2})}{1 + (\gamma - 1) M_2^2 / 2} \right\}^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (1)$$

Справедливость этой формулы подтверждена экспериментально Чепменом и др. [43] для тел различных форм, у которых отрыв происходит с передней кромки.

Брауэр [42] развил теорию смещения Чепмена [43] и произвел расчеты с использованием вычислительной машины.

Как упоминалось выше, вследствие независимости давления в точке присоединения от числа Рейнольдса при отрыве с передней кромки уравнение (1) можно использовать для расчета расширения поля течения до области отрыва. Рассмотрим фиг. 9. Предполагается, что  $\delta_1$  определяет расширение области ламинарного смещения, поскольку слой смещения вызывает отклонение невязкого потока.

Ниже по течению поток вновь отклоняется в области присоединения, и сумма отклонений должна быть равна наклону стенки. Предполагая, что при переходе через скачки уплотнения справедливы обычные уравнения газовой динамики, Брауэр [42] нашел

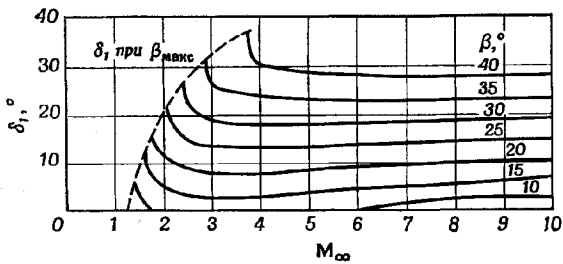
$$\operatorname{ctg} \delta_{i+1} = \operatorname{tg} \theta_{i+1} \left\{ \frac{(\gamma + 1) M_i^2}{2 (M_i^2 \sin^2 \theta_{i+1} - 1)} - 1 \right\} \quad (2)$$

и

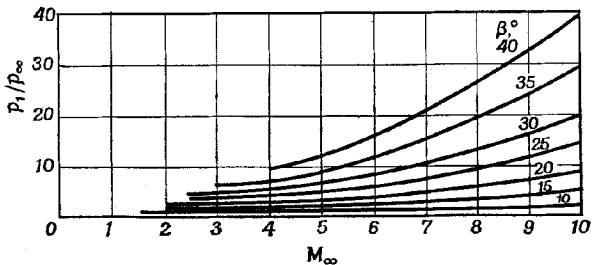
$$M_{i+1} = \frac{1}{\sin (\theta_{i+1} - \delta_{i+1})} \left\{ \frac{(\gamma - 1) M_i^2 \sin^2 \theta_{i+1} + 2}{2 \gamma M_i^2 \sin^2 \theta_{i+1} - (\gamma - 1)} \right\}^{1/2}, \quad (3)$$



Ф и г. 10. Предельные случаи отрыва с передней кромки [41].



Ф и г. 11. Отклонение потока за скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке [41].



Ф и г. 12. Давление за скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке [41].

где  $\delta$  и  $\theta$  — отклонение потока при переходе через скачок и наклон скачка уплотнения относительно направления вектора скорости перед скачком, индексы  $i = 0, 1$ , относятся к условиям на передней кромке и в области присоединения. Приращение давления выражается в виде

$$\xi_2 = \{2\gamma M_1^2 \sin^2 \theta_2 - (\gamma - 1)\}/(\gamma + 1). \quad (4)$$

Справедливо также кинематическое соотношение

$$\delta_2 = \beta - \delta_1, \quad (5)$$

где  $\beta$  — «угол сжатия».

Уравнения (1)–(5) образуют систему совместных трансцендентных уравнений с восемью переменными и параметрами  $\gamma$ ,  $M_\infty$  и  $\beta$ . Вследствие трансцендентного характера этих уравнений их решение в замкнутой форме невозможно. Было найдено численное решение с помощью двух последовательных приближений. Согласно результатам расчетов решение существует не при всех комбинациях  $M_\infty$  и  $\beta$ . Интервалу  $1 < M_\infty \leq 10$  соответствует некоторый интервал значений  $\beta$  с нижним, не равным нулю пределом, который соответствует отрыву с передней кромки (фиг. 10).

Из фиг. 10 видно, что в соответствии с данной теорией отрыв с передней кромки невозможен ни при одном значении  $\beta$ , если  $M_\infty < 1,27$ .

На фиг. 11 и 12 представлены зависимости  $\delta_1$  и  $p_1/p_\infty$  от  $M_\infty$  с  $\beta$  в качестве параметра.

При сравнении теоретических результатов, представленных Брауэром [42], с экспериментальными данными Чепмена и др. [43] в двух случаях отрыва с передней кромки получено удовлетворительное согласие, если принять во внимание приближенный характер теории.

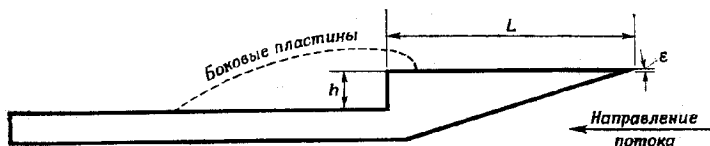
#### 4.2. ВЛИЯНИЕ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ НА ОТРЫВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Передняя кромка оказывает влияние на отрывное течение при сверхзвуковых скоростях. Небольшие искажения формы передней кромки могут возбудить периодические возмущения по размаху в пограничном слое до присоединения и после него.

На фиг. 13 и 14 приведены экспериментальные результаты Жину [44] для двумерного уступа, расположенного по потоку ( $M_\infty = 2,15$ ). Видно, что в пограничном слое существуют возмущения по размаху до присоединения и после него как при ламинарном, так и при турбулентном режимах течения. Амплитуда возмущений была наибольшей в переходном режиме. Амплитуда приблизительно пропорциональна искажениям формы передней кромки, а отношение длины волны возмущений потока к тол-

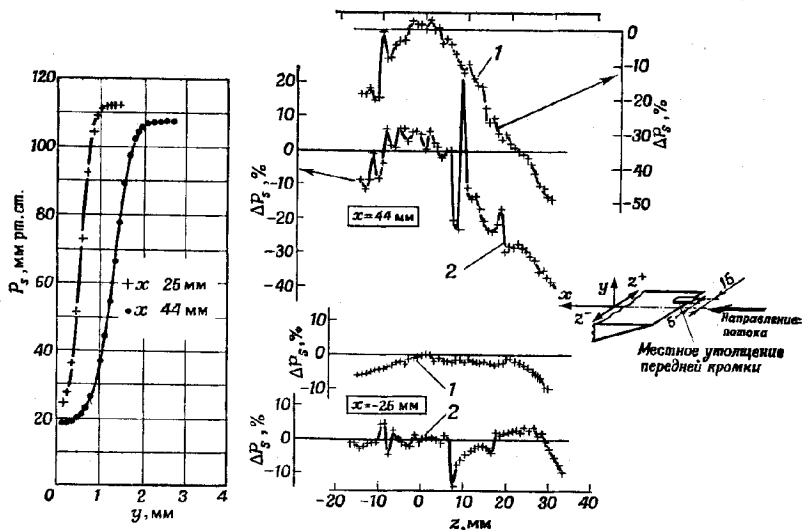
щине пограничного слоя является функцией отношения высоты уступа к толщине пограничного слоя, но не зависит от размаха модели.

Это трехмерное возмущение является по существу результатом неустойчивости двумерного течения, причем в основном



Ф и г. 13. Геометрическая форма модели [44].

$L = 80-225$  мм,  $h = 3-10$  мм, толщина передней кромки  $\epsilon = 13-224$  мм.



Ф и г. 14. Влияние местных изменений толщины передней кромки на возмущения потока [44].

1 — без местного утолщения; 2 — с местным утолщением.

возмущение (по крайней мере в первоначальных экспериментах) обусловлено небольшими искажениями формы передней кромки. Если уменьшение амплитуды пропорционально искажениям передней кромки и зависит только от них, то изменения полного давления в двумерном потоке вдоль размаха имеют величину порядка 1% от полного давления за прямым скачком, измеренного

на центральной линии модели при условии, что искажения формы передней кромки меньше  $0,5 \div 1$  мкм.

Влияние местных изменений толщины передней кромки на возмущения потока показано на фиг. 14. Полное давление за прямым скачком на центральной линии модели ( $z = 0$ ) обозначено через  $p'_s$ , а изменения давления по размаху определяются с использованием следующего соотношения:

$$\Delta p'_s = \frac{p'_s(x, y, z) - p'_s(x, y, 0)}{p'_s(x, y, 0)},$$

и задаются в долях от  $p'_s$ . Изменения толщины вносят дополнительное сильное возмущение в пограничный слой.

### 5. ОТРЫВ ПОТОКА ОТ ТОНКОЙ ИГЛЫ ИЛИ ПЛАСТИНЫ, УСТАНОВЛЕННОЙ ПЕРЕД ТУПЫМ ТЕЛОМ, ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ И ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Этот частный случай отрыва потока может быть применен для практических приложений с использованием преимуществ отрывного течения. Отрыв такого типа может существовать как в ламинарных, так и турбулентных течениях, включая взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем, присоединение оторвавшихся слоев и пульсационные нестационарные течения. Вначале перечисляются некоторые возможные практические приложения; затем описываются особенности механизма течения. Наконец дается описание подробной картины течения на основе экспериментальных наблюдений. Экспериментальные исследования проводились большей частью на цилиндрических моделях с носовыми частями, имеющими полусферическую форму, плоскую форму, полусферическую форму с плоским срезом, а также форму оживала и усеченного конуса. Интервал исследуемых чисел Маха набегающего потока  $1,75 \leq M_\infty \leq 14$  и чисел Рейнольдса, вычисленных по диаметру цилиндрической части тела,  $0,85 \cdot 10^6 \leq Re_d \leq 1,5 \cdot 10^6$ . Течение около таких осесимметричных моделей при нулевом и отличном от нуля угле атаки будет рассмотрено более тщательно после рассмотрения свойств течения около двумерных поверхностей при нулевом угле атаки. Коэффициенты сопротивления, подъемной силы и т. п. определялись каждым исследователем по-своему, что будет упомянуто в соответствующих разделах.

#### 5.1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

Как указывалось в гл. I, тонкая игла, установленная перед тупым телом, может быть использована для уменьшения сопротивления, а также теплопередачи при больших скоростях набе-

гающего потока. На высокоскоростных летательных аппаратах игла может применяться для более эффективного использования тяги силовой установки. Например, можно существенно уменьшить тепловые потоки и потребную тягу воздушно-космического самолета при полете в атмосфере почти с постоянным числом Маха.

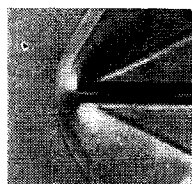
При входе в атмосферу тупого тела с заданной теплоемкостью обеспечиваются более высокие числа Маха и повышенная эффективность боеголовки, что затрудняет ее перехват. Так как игла приводит к уменьшению донного давления и, по-видимому, к уменьшению теплопередачи в донной области, облегчается задача разработки конструкции аппарата. При сообщении тупому телу с иглой угла атаки его сопротивление понижается по сравнению с сопротивлением такого же тела без иглы (хотя и не столь существенно, как при нулевом угле атаки), а подъемная сила повышается. Поэтому выступающая игла может оказаться полезной в условиях старта и других условиях полета. Изменяя длину и диаметр выступающей иглы, можно управлять аэродинамическими характеристиками; тонкая прямая игла является удобным и простым средством управления. Однако ее применение несколько ограничено, если не принять соответствующих мер для устранения неблагоприятных явлений, связанных с пульсациями потока около иглы, которые могут повлиять на аэродинамические характеристики.

#### 5.2. МЕХАНИЗМ ОТРЫВА ПОТОКА ОТ ВЫСТУПАЮЩЕЙ ИГЛЫ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ

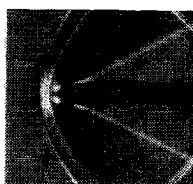
В гл. I были приведены экспериментальные результаты Феттингера [45] по отрыву дозвукового потока от двумерной поверхности. На тонкой пластине, установленной перед толстой пластиной, поток отрывался под действием вязкости и положительного градиента давления вдоль тонкой пластины. При сверхзвуковых скоростях поток также отрывается под действием вязкости и градиента давления за скачком уплотнения. Одна из первых работ по отрыву сверхзвукового потока от выступающей иглы, выполненная Мэйром [46], содержит тщательные наблюдения и физические объяснения. Особенности отрыва потока от тупого тела с выступающей тонкой иглой можно кратко охарактеризовать следующим образом: при достаточно большом числе Маха набегающего потока образуется система скачков уплотнения. При обтекании тупого тела без иглы образуются скачки уплотнения двух видов: криволинейный скачок перед телом и косой скачок на поверхности тела (фиг. 15). Если перед телом установить пластину, то возникает довольно сложная картина скачков уплотнения (фиг. 16—20).



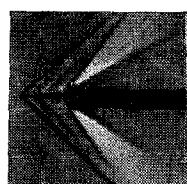
Форма замкнутой области отрыва около двумерной поверхности тонкой пластины является в общем случае клиновидной с присоединением потока на поверхности тупого тела. Внутри области отрыва возникает циркуляционное течение. Область отрыва часто называют застойной зоной, однако этот термин



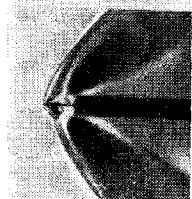
Фиг. 15.



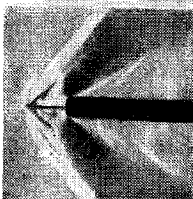
Фиг. 16.



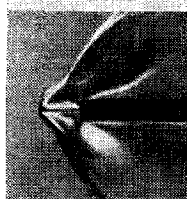
Фиг. 17.



Фиг. 18.



Фиг. 19.



Фиг. 20.

Ф и г. 15—20. Обтекание двумерного тупого тела с выступающей плоской пластиной [46].

не должен связываться с представлением о нулевом значении скорости внутри этой области. Если тело и игла осесимметричные, то область отрыва около иглы имеет в общем случае коническую форму. Когда течение является неустановившимся, форма скачка и аэродинамические характеристики в течение периода колебаний переменны. Угол между внешней границей оторвавшегося слоя и осью иглы (угол отрыва) является функцией числа Маха и числа Рейнольдса, вычисленного по расстоянию между точкой отрыва и концом иглы. Оторвавшийся вязкий слой отсасывает жидкость из области отрыва, и для сохранения баланса потока массы часть этой жидкости должна быть возвращена в область отрыва под действием градиента давления в области присоединения. В условиях равновесия давление в области присоединения, которое может поддерживаться оторвавшимся слоем, зависит от числа Маха набегающего потока и от угла отрыва. Основные особенности обтекания иглы, установленной перед тупым телом, определяются изменением формы скачка уплотнения. Для тонкого тела нельзя

достичь сколько-нибудь заметного уменьшения сопротивления, так как скачок уплотнения примыкает к поверхности тела, а установка иглы не приводит к заметным изменениям формы скачка уплотнения. Этот факт был доказан Нейсом [47] на примере комбинации цилиндр — конус (с углом  $10^\circ$ ) — игла при  $M_\infty = 2,75 - 6,3$ . Аналогично Хант [48] подтвердил, что при установке короткой иглы перед телом с пирамидальным носком при  $M_\infty = 1,61 - 1,81$  отрыв потока не наблюдается и сопротивление не уменьшается.

Физический процесс изменения формы скачка уплотнения, описанный Меккелем [49], уже упоминался в гл. I, так что здесь мы не будем повторяться.

Характеристики потока можно изменить путем изменения длины и диаметра иглы. При использовании короткой иглы поток отрывается на ее конце. Отрыв этого типа называется «концевым». При использовании длинной иглы точка отрыва смещается вниз по потоку к излому поверхности иглы и остается там при дальнейшем изменении длины в некотором интервале значений. Отрыв такого типа называется «затянутым отрывом». Для простоты рассмотрим характеристики потока при нулевом угле атаки, т. е. при наличии сопротивления и отсутствии подъемной силы. С увеличением длины иглы угол отрыва уменьшается. Соответственно уменьшается и сопротивление. Это продолжается до тех пор, пока точка отрыва не начнет перемещаться вдоль иглы, что приводит к возрастанию угла отрыва и, следовательно, сопротивления. Нетрудно понять, что существует некоторая длина иглы, при которой сопротивление становится минимальным. Хант [48] назвал ее критической. Мы будем называть эту длину «критической длиной, соответствующей минимуму сопротивления». Далее можно допустить, что при некотором значении длины иглы происходит скачкообразное перемещение точки отрыва с конца иглы в точку, соответствующую затянутому отрыву, или наоборот. Эта длина также была названа критической в работах [50, 51]. Здесь и в дальнейшем такая критическая длина будет называться «критической длиной, соответствующей скачкообразному перемещению точки отрыва». При такой критической длине иглы случайным образом возникают отрывы потока обоих типов (концевой и затянутый отрывы), поэтому такое явление было названо «неоднозначностью течения» [52]. Критическая длина, соответствующая минимуму сопротивления, получена для наиболее длинной, конически заостренной иглы, когда отрыв происходит на конце конического заострения. С увеличением длины иглы точка отрыва не остается фиксированной, однако она устанавливается в некотором смещенном положении. Такое смещение точки отрыва сопровождается изменением формы скачка уплотнения с соответствующей деформацией области отрыва [53]. Если оторвавшийся

слой непрерывно изгибается, то его называют «изогнутым». Оторвавшийся слой такого типа не колеблется и не пульсирует. Богдонов и Вас [54] наблюдали образование скачка уплотнения либо выпуклой, либо вогнутой формы на конце иглы при гиперзвуковых скоростях в потоке гелия,  $M_\infty = 12,7 - 14,0$  и  $Re/cm = 0,29 \cdot 10^6$ . Согласно результатам испытаний основное различие между сверхзвуковым и гиперзвуковым обтеканием состоит в том, что области отрыва сверхзвукового потока были переходными, в то время как при гиперзвуковой скорости они были чисто ламинарными.

### 5.3. ОТРЫВ ПОТОКА ОТ ДВУМЕРНОЙ ТОЛСТОЙ ПЛАСТИНЫ С ВЫСТУПАЮЩЕЙ ТОНКОЙ ПЛАСТИНОЙ

Модель состояла из тонкой и двух толстых пластин. Тонкая пластина помещалась между толстыми пластинами (фиг. 17). Форма лобовой части толстой пластины может быть плоской или скругленной, например в виде полуцилиндра. Кромка тонкой пластины может быть плоской или заостренной. Автору неизвестны исследования обтекания таких тел под углом атаки. Поэтому здесь представлен лишь случай нулевого угла атаки. Для турбулентного потока при  $M_\infty = 2$  в интервале  $Re/m = 1,24 \cdot 10^7 - 1,81 \cdot 10^7$  можно выделить следующие три режима течения в соответствии с отношением толщины пограничного слоя перед толстой пластиной к ее толщине [55].

*Первый режим.* В этом режиме толщина пограничного слоя перед толстой пластиной имеет тот же порядок, что и толщина пластины. Область взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем занимает значительную часть отрывного течения. Распределение давления в области отрыва сильно изменяется с изменением размера тела.

*Второй режим.* В этом режиме толщина пластины в три или более раз превосходит толщину пограничного слоя. Область взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем имеет меньшую протяженность, чем область отрыва.

В области отрыва, занимающей значительную часть выступающей пластины, давление почти постоянно и равно давлению за скачком уплотнения, создаваемым отрывом. Перед лобовой поверхностью толстой пластины давление может сильно изменяться в зависимости от формы пластины.

*Третий режим.* В этом режиме толщина пластины намного больше толщины пограничного слоя. При возрастании толщины пластины точка отрыва перемещается вверх по потоку. Если отношение этой толщины к длине выступающей пластины более 15%, точка отрыва располагается вблизи передней кромки выступающей пластины или непосредственно на ней. Если передняя кромка

не является шероховатой, точка отрыва попадает в область ламинарного течения по мере ее перемещения к кромке. Так как ламинарный слой не может поддерживать более высокое приращение давления, чем турбулентный слой, угол отрыва уменьшается, а точка отрыва быстро перемещается к передней кромке. При дальнейшем возрастании толщины пластины (или при уменьшении длины выступающей тонкой пластины) угол, образуемый линией, исходящей из передней кромки и касательной к толстой пластине, достигает значения, при котором происходит отход головного скачка уплотнения при заданном числе Маха набегающего потока. При этом третий режим течения может быть нестационарным, если края толстой пластины острые. Однако в случае цилиндрической формы передней кромки толстой пластины пульсаций не возникает, а происходит установившийся переход к обтеканию с отошедшим скачком уплотнения. Из этих исследований можно заключить, что нестационарное течение обусловлено острыми кромками, попадающими в область дозвукового циркуляционного течения перед телом [46, 52].

Из этих трех режимов второй и третий представляют интерес с точки зрения уменьшения сопротивления тел с клинообразной формой передней части.

Если на выступающей пластине имеет место концевой отрыв, то возникает возвратное течение, занимающее около половины области отрыва. Статическое давление на поверхности тела оказывается чувствительным к присутствию тонкой пластины в области отрыва и к малым изменениям условий в набегающем потоке. Числа Маха, вычисленные по результатам измерений плотности и полного давления за прямым скачком, составляли в общем случае менее 0,5 в области возвратного течения вблизи поверхности выступающей пластины [55].

### 5.3.1. Исследования картины течения

Вследствие сложного характера обтекания тупых тел с выступающими иглами или пластинами необходимы тщательные наблюдения для понимания картины течения. Фиг. 15—20 относятся к двумерным потокам около тупых тел с выступающими пластинами. Согласно фиг. 15 ( $K = 0$ , где  $K = l/t$ ,  $l$  — длина тонкой пластины,  $t$  — толщина толстой пластины) и фиг. 16 ( $K = 0,55$ ), форма головных скачков уплотнения одинакова. При  $K = 0,55$  около тонкой пластины формируется дозвуковое течение и на обеих сторонах этой пластины поток отрывается с образованием установившейся застойной зоны. Фиг. 17 соответствует  $K = 2$ , однако при  $K = 3,0$  и  $3,5$  течения подобны. Пограничный слой на тонкой пластине отрывается перед уступом; при этом вблизи передней кромки тонкой пластины образуется область отрыва

клиновидной формы. Скачок уплотнения, образующийся перед этой областью, становится слабым вблизи передней кромки толстой пластины (фиг. 17), а вычисленное значение  $\Delta p/p$  составляет величину порядка 0,1. При  $K = 1,5$  и 2,0 течение становится неустановившимся. На фиг. 18 ( $K = 1,5$ ), 19 и 20 ( $K = 2,0$ ) наблюдается неустановившееся течение без регулярных периодических колебаний. Так как головной скачок уплотнения присоединен к тонкой пластине, течения над ней и под ней не зависят друг от друга и возможна асимметрия, как это видно на фиг. 18 и 20. Если  $K$  столь велико, что поток не отрывается на передней кромке тонкой пластины, то его поведение до некоторой степени зависит от того, является ли пограничный слой вблизи отрыва турбулентным или ламинарным. Если пограничный слой турбулентный, то внешняя граница области отрыва почти прямолинейна и вблизи точки отрыва формируется косою скачок уплотнения. Если же пограничный слой ламинарный, то отрыв происходит далеко от тупого тела. Линии тока сразу за точкой отрыва имеют в общем случае вогнутую форму относительно внешнего потока, и, таким образом, в этой области происходит постепенное сжатие [46].

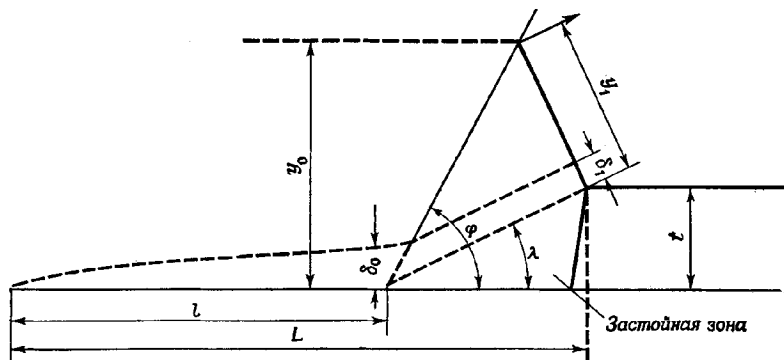
### 5.3.2. Пульсирующее течение

Пульсирующие течения недостаточно поняты. Существует несколько теорий этого явления, основанных на наблюдениях и анализе. Так как большая часть экспериментальных исследований выполнена на осесимметричных моделях, пульсирующее течение будет рассмотрено подробнее в разделе об осесимметричных потоках. В этом разделе будет дана краткая характеристика пульсирующего течения.

При обтекании двумерных пластин неустановившееся течение возникает при  $K = 1,5$  и 2,0 [46], когда толщина тела достигает максимально возможного значения для образования отрыва клиновидного типа [49]. Поэтому можно заключить, что пульсирующее течение возникает только при таких значениях  $K$ , при которых возможны клиновидные или конусообразные области течения с присоединенным скачком уплотнения (слабым или сильным), и что геометрическая форма тупого тела не оказывает влияния на пульсирующее течение. При  $M_\infty = 1,96$  максимальное значение полуугла клина с присоединенным скачком уплотнения составляет  $22,3^\circ$  [46]. Механизм пульсирующего течения можно объяснить с помощью баланса массы. Течение становится неустановившимся, когда отношение давлений при переходе через косою скачок уплотнения таково, что масса жидкости, возвращающаяся в зону отрыва вблизи точки присоединения, не сбалансирована с массой жидкости, отсасываемой из этой области [56].

### 5.3.3. Расчет двумерного потока около тупой пластины с тонкой выступающей пластиной

В настоящее время не существует достаточно полной теории течения около тупого тела с выступающей пластиной (двумерный случай) или иглой (осесимметричный случай). Здесь представлен расчет, впервые выполненный Меккелем [49]. Этот расчет применим как для двумерного, так и для осесимметричного течений. Из условия баланса потока массы определяются размеры области отрыва клиновидной или конусообразной формы, а также пределы существования отрывов такого типа. Существует максимальное



Ф и г. 21. Схема обтекания двумерного тупого тела с выступающей плоской пластиной [49].

значение толщины тела (отнесенной к начальной толщине пограничного слоя), при превышении которого становится невозможным установившийся отрыв клиновидного или конусообразного типа. На фиг. 21 показана простая теоретическая схема течения, в которой оторвавшийся вязкий слой присоединяется по касательной к носовой части тела (такое предположение о присоединении слоя по касательной должно быть проверено).

Расчет основан на упрощенной картине отрыва при допущении, что скачок уплотнения и граница отрывного течения прямые и что статическое давление внутри области отрыва постоянно и равно давлению за косым скачком уплотнения.

Тогда уравнение неразрывности принимает вид

$$\rho_0 u_0 (y_0 - \delta_0) + \int_0^{\delta_0} \rho u dy = \rho_1 u_1 (y_1 - \delta_1) + \int_0^{\delta_1} \rho u ds,$$

где индексы 0 и 1 относятся к условиям перед областью отрыва и за ней, \$s\$ — расстояние по нормали к поверхности тела. Исполь-

зуем понятие толщины вытеснения пограничного слоя

$$\rho_0 u_0 (y_0 - \delta_0^*) = \rho_1 u_1 (y_1 - \delta_1^*), \quad (6)$$

тогда уравнение количества движения примет вид

$$\begin{aligned} & (p_1 - p_0) y_0 + \rho_1 u_1^2 \cos \lambda (y_1 - \delta_1) - \rho_0 u_0^2 (y_0 - \delta_0) + \\ & + \int_0^{\delta_1} \rho u^2 \cos \lambda ds - \int_0^{\delta_0} \rho u^2 dy = 0, \end{aligned}$$

где  $\lambda$  — угол отрыва. Используя уравнение (6) и определение толщины потери импульса пограничного слоя  $\theta$ , находим

$$y_0 \left( 1 - \frac{u_1}{u_0} \cos \lambda - \frac{p_1 - p_0}{\rho_0 u_0^2} \right) = \theta_0 - \frac{\rho_1 u_1^2 \cos \lambda}{\rho_0 u_0^2} \theta_1 + \left( 1 - \frac{u_1}{u_0} \cos \lambda \right) \delta_0^*. \quad (7)$$

Из соотношений для косоуго скачка уплотнения следует

$$1 - \frac{u_1}{u_0} \cos \lambda = \frac{p_1 - p_0}{\rho_0 u_0^2} = \frac{1}{2} C_{p1},$$

где  $C_p$  — коэффициент давления

$$C_p = \frac{(p/p_0) - 1}{(\gamma/2) M_0^2}.$$

Уравнение (7) принимает вид

$$\frac{\theta_1}{\theta_0} = \frac{1 + 1/2 H_0 C_{p1}}{Q}, \quad (8)$$

где

$$Q = \frac{\rho_1 u_1^2 \cos \lambda}{\rho_0 u_0^2} = \frac{p_1}{p_0} \frac{M_1^2}{M_0^2} \cos \lambda,$$

а  $H_0 = \delta_0^*/\theta_0$  — формпараметр пограничного слоя.

Соотношение между  $C_p$ , углом скачка уплотнения перед областью отрыва  $\varphi$  и углом границы области отрыва  $\lambda$  имеет вид

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{1/2 C_{p1} \operatorname{ctg} \varphi}{1 - 1/2 C_{p1}}.$$

Равновесные значения угла скачка уплотнения и угла отрыва или давления в отрывном течении можно определить из уравнения (8), если известно  $\theta_1/\theta_0$ . Это значение  $\theta_1/\theta_0$  можно вычислить в предположении, что приращение  $\theta$  между положениями 0 и 1, обусловленное смещением, пропорционально приращению, которое имело бы место при замене области отрыва клином с углом  $\lambda$ . Таким образом,

$$\theta_1 = \theta_0 + \int_1^L \frac{\varepsilon \tau_1}{\rho_1 u_1^2 \cos \lambda} dx,$$

где  $\varepsilon$  — коэффициент пропорциональности,  $\tau$  — напряжение трения. Если предположить, что напряжение трения на клине равно напряжению трения на плоской пластине, то

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{\rho_0 u_0^2}{\rho_1 u_1^2} \varepsilon \theta'_0 \frac{t}{\sin \lambda}, \quad (9)$$

где  $t$  — толщина тупого тела. Ввиду того что

$$\frac{\tau_0}{\rho_0 u_0^2} = \left( \frac{d\theta}{dx} \right)_{x=l} = \theta'_0,$$

из уравнений (8) и (9) следует

$$\varepsilon \frac{\theta'_0}{\theta_0} t = \left( 1 + \frac{1}{2} H_0 C_{p1} - Q \right) \operatorname{tg} \lambda = T \operatorname{tg} \lambda, \quad (10)$$

где  $T$  — функция  $M_0$ , а  $\lambda$  определяется уравнением (10). В случае ламинарного или турбулентного течения вдоль плоской пластины

$$\theta' = \frac{\tau}{\rho_0 u_0^2} = k(M_0) \operatorname{Re}_x^{-1/\eta},$$

где  $\eta = 2$  для ламинарного течения и  $\eta \approx 7$  для турбулентного течения,  $k$  — безразмерная функция  $M_0$ .

Интегрируя это уравнение, находим

$$\theta_0 = \int_0^l \theta' dx = \frac{\eta}{\eta-1} l k(M_0) \operatorname{Re}_l^{-1/\eta}.$$

Следовательно,

$$\theta'_0/\theta_0 = (\eta - 1)/\eta l,$$

где  $l$  — расстояние от начала пограничного слоя до начала застойной зоны. Тогда уравнение (10) принимает вид

$$\varepsilon \frac{t}{l} = \frac{\eta}{\eta-1} T \operatorname{tg} \lambda$$

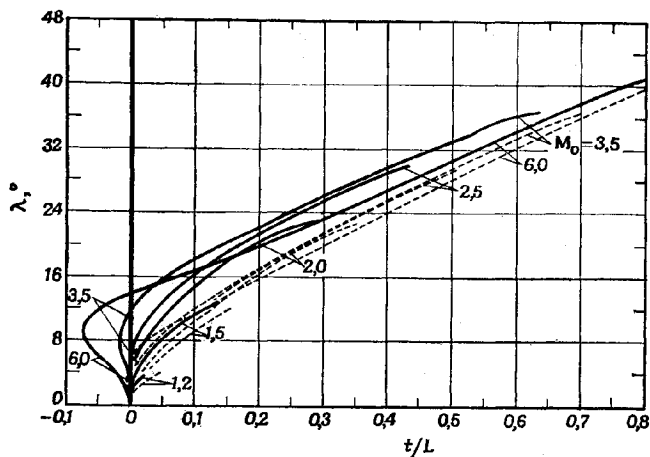
или

$$\frac{t}{L} = \frac{T \operatorname{tg} \lambda}{\varepsilon \{ (\eta-1)/\eta \} + T}, \quad (11)$$

где  $L$  — расстояние в направлении  $x$  от начала пограничного слоя до точки на теле, в которой толщина или радиус тела равны  $t$  и в которой должно быть выбрано значение  $\varepsilon$ .

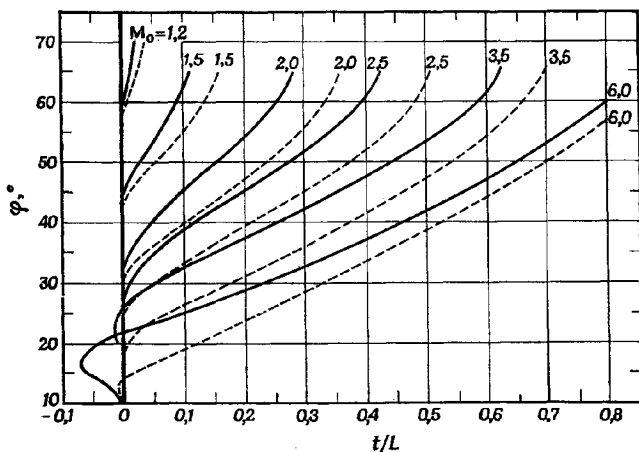
Так как  $l = L - t \cos \lambda$ , уравнение (11) дает теоретическую зависимость  $\varphi$ ,  $\lambda$  или  $C_{p1}$  от толщины препятствия, если пограничный слой перед областью отрыва либо полностью ламинарный, либо полностью турбулентный. Угол отрыва  $\lambda$  и угол скачка уплотнения  $\varphi$  графически представлены на фиг. 22 и 23 как функции  $t/L$  с  $M_0$  в качестве параметра в предположении  $\varepsilon = 1$ .





Ф и г. 22. Угол отрыва  $\lambda$  в зависимости от относительной толщины тела  $t/L$  (двумерное течение) [49].

— турбулентный пограничный слой ( $\eta = n = 7$ ); - - - ламинарный пограничный слой;  $M_0$  — число Маха набегающего потока.



Ф и г. 23. Угол скачка уплотнения  $\varphi$  в зависимости от относительной толщины тела  $t/L$  (двумерное течение) [49].

— турбулентный пограничный слой ( $\eta = n = 7$ ); - - - ламинарный пограничный слой.

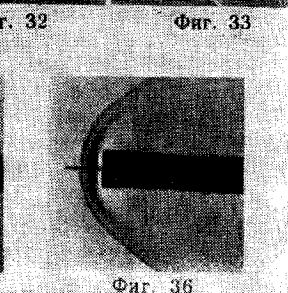
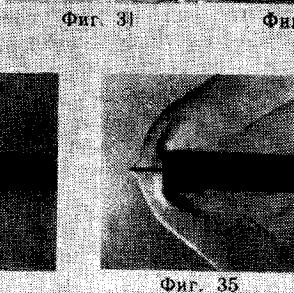
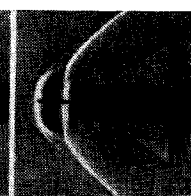
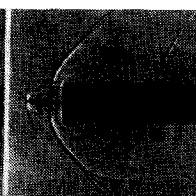
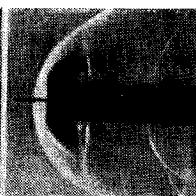
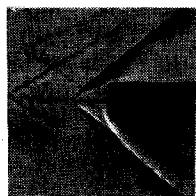
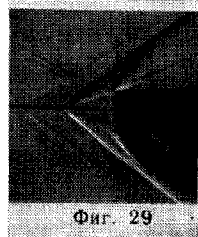
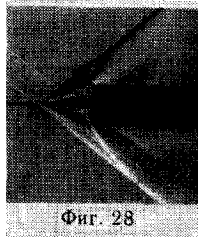
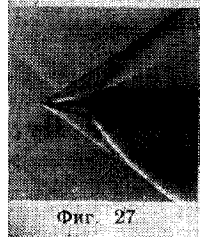
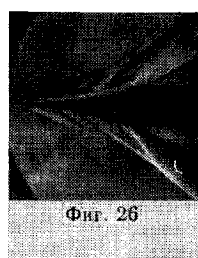
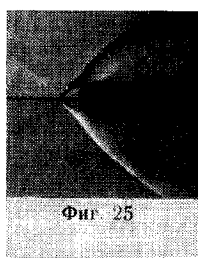
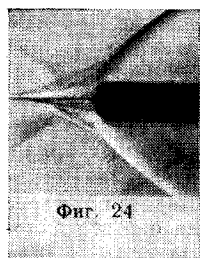
Результаты показывают, что для каждого значения  $M_0$  существует максимальное значение  $t/L$ , выше которого данная теория не дает решения. Максимальное значение  $t/L$  получено из условия, что при отрыве пограничного слоя достигается максимально возможный угол отклонения потока, соответствующий присоединенному косому скачку уплотнения. Так как при малых значениях  $t/L$  становится существенным влияние взаимодействия пограничного слоя с косым скачком уплотнения, представляет интерес анализ Меккеля для больших чисел Маха, когда отрыв клиновидного типа возможен при довольно больших значениях  $t/L$ .

#### 5.4. ОТРЫВ ПОТОКА НА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТУПЫХ ТЕЛАХ С ВЫСТУПАЮЩЕЙ ИГЛОЙ ПРИ НУЛЕВОМ УГЛЕ АТАКИ

Модели для исследования этой проблемы имеют вид осесимметричных тел с различными затуплениями и тонкими стержнями (иглами), установленными перед этими телами. Примеры таких моделей с иглами и без них показаны на фиг. 24—36. Затупление носовой части может варьироваться за счет изменения площади плоского участка носовой части от нескольких процентов до 100 относительно максимальной площади поперечного сечения модели. Игла может иметь форму цилиндра с коническим заострением, цилиндра с плоским торцом или состоять из нескольких цилиндров различных диаметров. Длины и диаметры игл различны. Течение около таких тел подобно двумерному, описанному в разд. 5.3, за исключением, например, пульсирующего течения. Одно из основных качественных различий между двумерным и осесимметричным течениями заключается в том, что переход от одного типа отрыва к другому в первом случае сопровождается пульсирующим течением, в то время как во втором случае нестационарность не наблюдалась [49]. При нулевом угле атаки были измерены [46] угол отрыва и распределение давления на поверхности тупого тела при  $M_\infty = 1,96$  и  $Re/cm = 1,3 \cdot 10^5$ . Распределения давления и скорости, а также коэффициенты сопротивления и теплопередачи для тупых тел при  $M_\infty = 12,7 - 14,0$  и  $Re/cm = 0,29 \cdot 10^6$  определены экспериментально [54].

##### 5.4.1. Угол отрыва и распределение давления по полусферической носовой части при $M_\infty = 1,96$

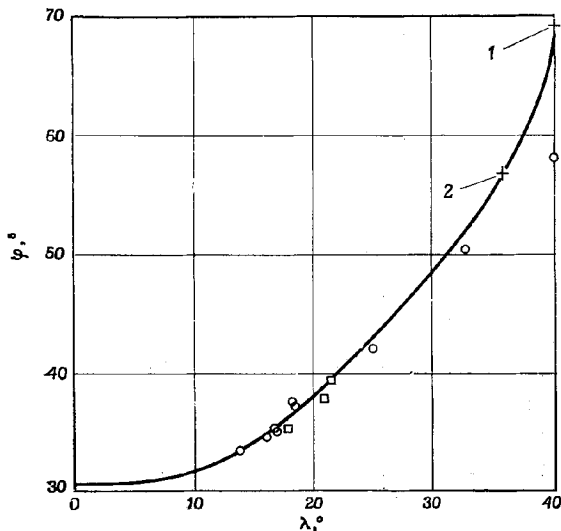
В случае почти установившегося конического течения при отрыве на изломе поверхности иглы или в какой-либо другой точке ее поверхности угол конической области отрыва при  $M_\infty = 1,96$  возрастает с ростом угла конического скачка уплотнения (фиг. 37), причем измеренные значения согласуются с теоретическими, приведенными в таблице Копала [57], хотя измеренные значения



Ф и г. 24—36. Обтекание тупого осесимметричного тела с выступающей тонкой иглой [46].

в общем случае несколько меньше, чем теоретические. Соотношение между углом конического скачка уплотнения и углом отрыва не зависит от формы тупого тела. На фиг. 38 приведено распределение давления, измеренное при условиях обтекания, соответствующих фиг. 30 и углу конической области отрыва  $16,7^\circ$ .

Из фиг. 38 видно, что при малых значениях угла  $\theta$ , отсчитываемого от передней критической точки, измеренное давление на полусферической носовой части немного ниже расчетного,



Ф и г. 37. Соотношение между углом конического скачка уплотнения и углом конической области отрыва [46].

1 — максимальное значение  $\lambda$  для присоединенного скачка уплотнения; 2 — условие, соответствующее  $M = 1$  на границе застойной области; ○ полусферический носок; □ плоский носок.

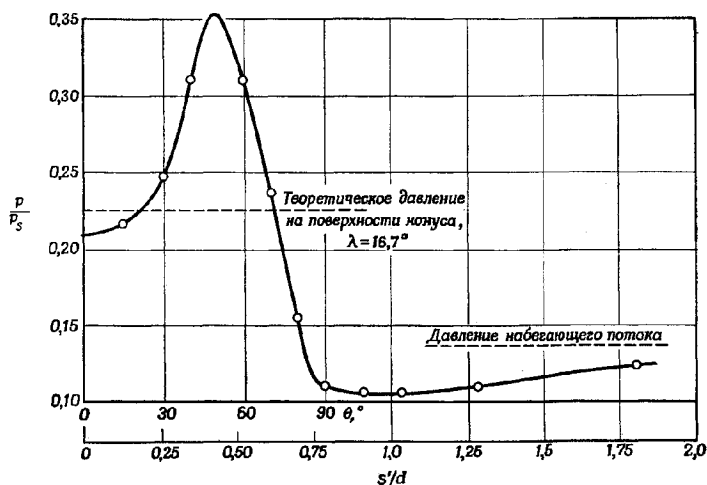
однако при  $\theta > 30^\circ$  в окрестности линии сопряжения полусферической носовой части с цилиндром становится существенным влияние сжатия потока, сопровождающегося быстрым ростом давления. Максимальное значение давления  $p/p_s = 0,35$  достигается при  $\theta \approx 50^\circ$ . Затем давление быстро падает до минимального значения сразу за линией сопряжения. Значительный рост давления имеет место между скачком уплотнения и поверхностью тела.

По измеренному распределению давления, приведенному на фиг. 38, был вычислен коэффициент сопротивления. Сопротивление трения не учитывалось и предполагалось, что давление

на донную часть тела равно статическому давлению набегающего потока [46]. Коэффициент сопротивления  $C_D$  определяется по формуле

$$C_D = \frac{D}{(\frac{1}{2}\rho_{\infty}u_{\infty}^2)(\pi d^2/4)} = 0,36,$$

где  $D$  — сопротивление. Сравнение значений  $C_D$  для тела с иглой и без иглы показало, что с помощью выступающей иглы перед цилиндром с полусферической носовой частью можно уменьшить



Ф и г. 38. Распределение давления по телу с полусферической носовой частью и выступающей иглой ( $l/d = 1,44$ ) [46].

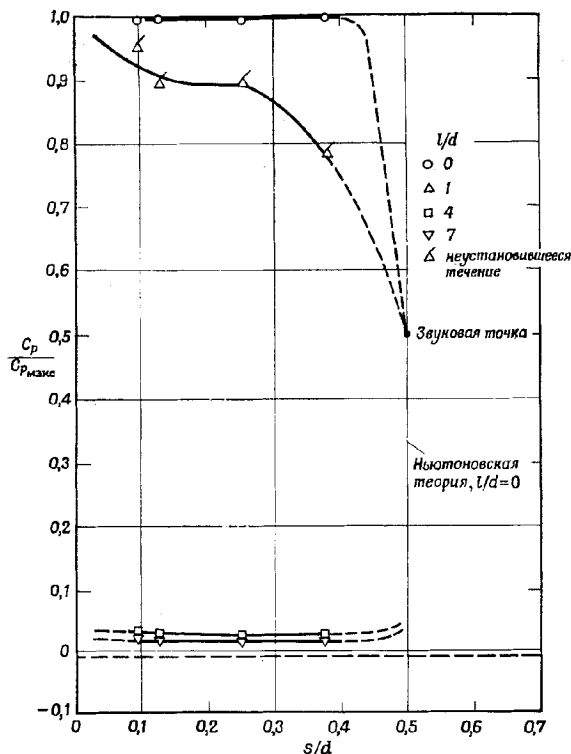
$p_s$  — давление торможения набегающего потока,  $d$  — диаметр тела вращения,  $s'$  — расстояние вдоль поверхности тела, измеренное от передней критической точки;  $\theta$  — угловая координата на полусферической носовой части.

сопротивление почти на 50%. Расчетное значение  $C_D$  для цилиндрического тела с конической носовой частью (с полууглом конуса  $16,7^\circ$ ) составляет 0,25, т. е. всего около двух третей от величины  $C_D$  для тела с полусферической носовой частью и иглой.

#### 5.4.2. Распределение давления и сопротивление при $M_{\infty} = 12,7 - 14,0$

Для измерения давления на теле с выступающей острой иглой и без нее при гиперзвуковых скоростях использовались модели цилиндра с плоским торцом и полусферическими носовыми частями [54]. Единственный скачок уплотнения оставался присоединенным к концу иглы, что свидетельствовало о расположении точки

отрыва также на конце иглы и об отсутствии пульсаций течения. Хотя при  $M_\infty = 1,96$  угол конической области отрыва по измерениям Мэйра [46] составляет  $16,7^\circ$ , при  $M_\infty = 12,7 - 14,0$  этот угол уменьшается до  $6,25 - 5^\circ$  при длине иглы от 4 до 8 диаметров



Фиг. 39. Распределение давления по плоской носовой части цилиндра при различных значениях  $l/d$  [54].  
— — — нулевое давление.

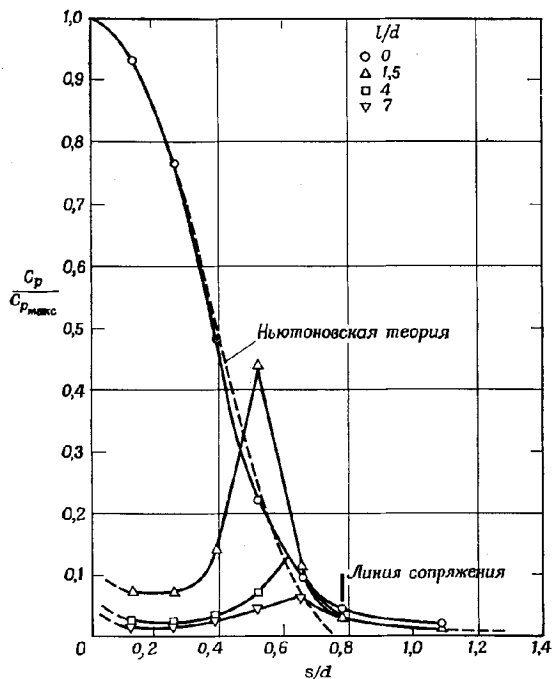
тела. Результаты измерения распределения давления по носовой части при гиперзвуковых скоростях, представленные в виде  $C_p / C_{p_{\max}}$  (фиг. 39—42), наглядно свидетельствуют об изменении давления, связанном с наличием иглы. На этих фигурах

$$C_p = (p - p_\infty) / \left( \frac{\gamma}{2} p_\infty M_\infty^2 \right),$$

$$C_{p_{\max}} = (p_t - p_\infty) / \left( \frac{\gamma}{2} p_\infty M_\infty^2 \right),$$

где  $p_t$  — полное давление за прямым скачком уплотнения,  $s$  — расстояние вдоль поверхности, измеренное от критической точки,  $l$  — длина иглы,  $d$  — диаметр тела. Измеренное распределение давления на теле без иглы хорошо согласуется с результатами расчета по ньютоновской теории.

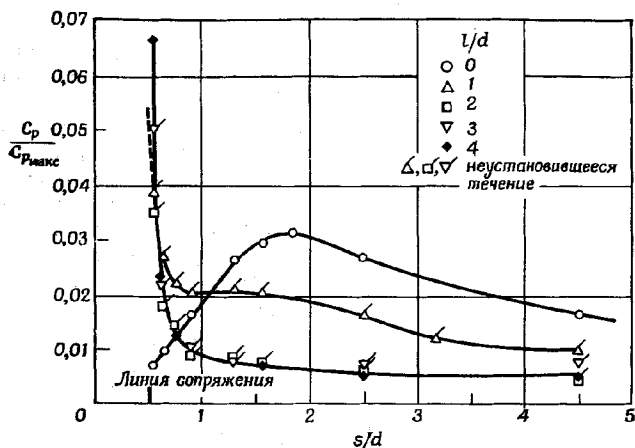
На фиг. 39—41 наблюдается внезапное изменение в распределении давления при  $l/d > 4$  для цилиндра с плоским торцом и при



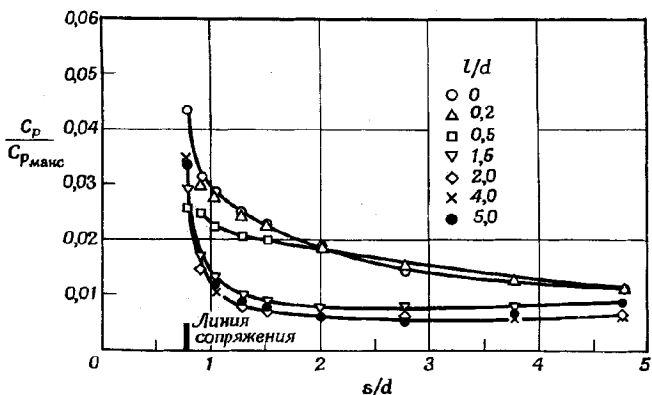
Ф и г. 40. Распределение давления по полусферической носовой части цилиндра при различных значениях  $l/d$  [54].

$l/d > 1,5$  для цилиндра с полусферической носовой частью, причем при  $l/d > 4$  это изменение усугубляется. На поверхности цилиндра с плоским торцом давление быстро падает в интервале отношений  $l/d$  от 1 до 1,5, а при  $l/d > 6$  изменение длины иглы не оказывает существенного влияния на давление. На цилиндре с полусферической носовой частью точка присоединения перемещается от  $\theta = 45^\circ$  при  $l/d = 0,5$  до  $\theta = 70^\circ$  при максимальных исследованных значениях  $l/d$ .

При установке иглы перед цилиндром с плоским торцом происходит более слабое расширение потока около торцевой кромки, что вызывает постепенное уменьшение давления вдоль цилиндри-



Ф и г. 41. Распределение давления по цилиндру с плоским торцом при различных значениях  $l/d$  [54].



Ф и г. 42. Распределение давления по цилиндру с полусферической носовой частью при различных значениях  $l/d$  [54].

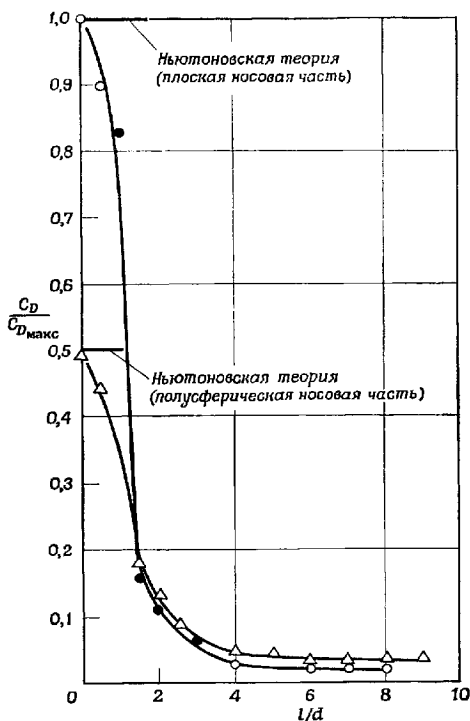
ческой части тела. Увеличение длины иглы от двух до четырех диаметров тела оказывает слабое влияние на распределение давления.



В случае полусферической носовой части вблизи точки присоединения наблюдается пик давления, однако уровень значений давления на линии сопряжения полусферического носка и цилиндра и на цилиндрической части тела значительно ниже, чем на цилиндре без иглы.

Результаты измерений коэффициента сопротивления приведены на фиг. 43.

Коэффициент сопротивления  $C_D$  рассчитывался путем интегрирования измеренного давления на лобовой части тупого тела. Максимальное значение коэффициента сопротивления  $C_{D\text{макс}}$ , к которому отнесены коэффициенты  $C_D$ , рассчитано по давлению за прямым скачком уплотнения и площади лобовой части. Как видно из фиг. 43, в случае цилиндра с плоским торцом  $C_D/C_{D\text{макс}}$  достигает единицы при отсутствии иглы, однако в случае цилиндра с полусферической носовой частью это отношение достигает только 0,5. Значения  $C_D/C_{D\text{макс}}$  падают до 0,02—0,03 при  $l/d > 4$  в случае цилиндра с плоским торцом, но только до 0,03 при  $l/d > 6$  в случае цилиндра с полусферической носовой частью.

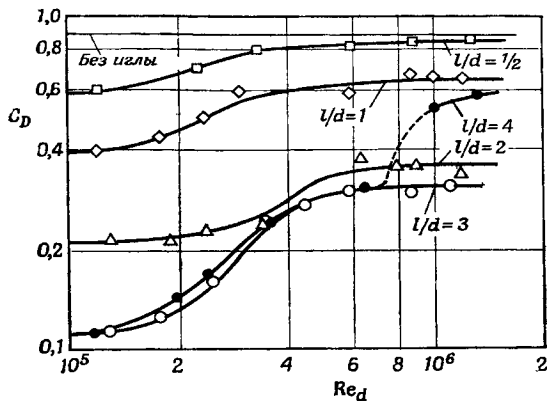


Ф и г. 43. Коэффициенты сопротивления тел с иглами различной длины [54].  $\circ$  цилиндр с плоским торцом;  $\Delta$  цилиндр с полусферической носовой частью;  $\bullet$  неустойчившее течение.

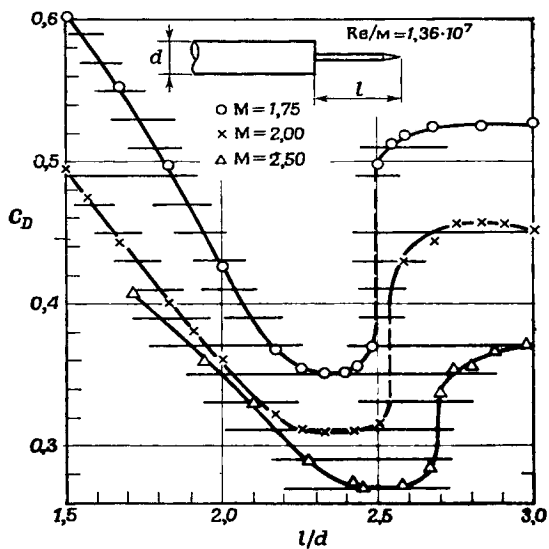
### 5.4.3. Влияние чисел Маха и Рейнольдса

В данном разделе на основе экспериментальных исследований изучается влияние чисел Маха и Рейнольдса на характеристики потока при нулевом угле атаки.

Кроуфорд [58] выполнил экспериментальные исследования при  $M_\infty = 6,8$  на моделях различных размеров в интервале чисел Рейнольдса от  $0,12 \cdot 10^6$  до  $1,5 \cdot 10^6$ , вычисленных по диаметру полусферической носовой части; Даниельс и Йошихара [52]



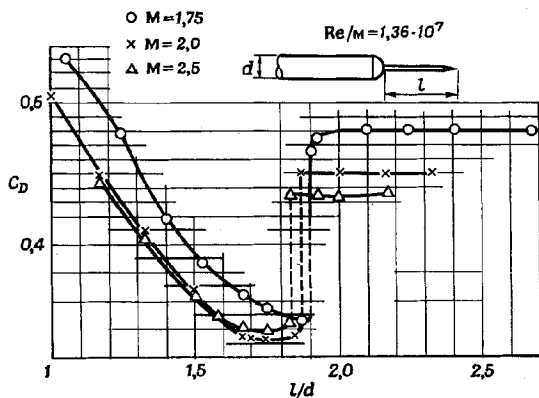
Ф и г. 44. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент сопротивления давления тел с полусферической носовой частью и выступающей иглой [58].



Ф и г. 45. Влияние числа Маха [52].

провели исследования при  $M_\infty = 1,75, 2,0$  и  $2,50$ , но при одном значении  $Re/m = 1,36 \cdot 10^7$ .

Кроуфорд [58] измерил также интенсивность теплопередачи к телу с иглой, но эта часть его работы рассматривается в гл. XI. В интервале чисел Рейнольдса от  $0,49 \cdot 10^6$  до  $3,69 \cdot 10^6$  в пограничном слое цилиндра с полусферическим носком переход не наблюдается. Однако, если перед телом установить иглу, переход происходит при числе Рейнольдса около  $0,5 \cdot 10^6$ , вычисленном



Ф и г. 46. Влияние числа Маха [52].

по условиям в набегающем потоке и размеру тела [58]. Наименьшее значение числа Рейнольдса перехода, вычисленное по условиям в набегающем потоке и толщине пограничного слоя на теле с иглой, равно  $0,06 \cdot 10^6$  при длине иглы, равной половине диаметра цилиндра. Зависимости  $C_D$  от  $Re_d$  для тела с иглой и без нее приведены на фиг. 44.

Значения  $C_D$  возрастают с увеличением  $Re_d$ . С ростом длины иглы  $C_D$  уменьшается до минимума, а затем возрастает, если число Рейнольдса достаточно велико, чтобы мог произойти переход, как в случае  $l/d = 4$ . Такое возрастание сопротивления обусловлено соответствующим возрастанием давления за отрывом переходного пограничного слоя [43]. Как видно из фиг. 44, значение  $C_D$  при  $l/d = 1$  близко к значению  $C_D$  при  $l/d = 4$ , если возникает переход.

Экспериментальные результаты для двух моделей с иглами (цилиндры с плоским торцом и полусферической носовой частью) приведены на фиг. 45 и 46 [52].

$C_D$  определялся по формуле

$$C_D = \frac{D}{qA} + \frac{p_B - p_a}{q},$$

где  $q$  — скоростной напор набегающего потока,  $D$  — полное сопротивление, измеренное на весах,  $A$  — площадь поперечного сечения тела,  $p_B$  — донное давление,  $p_a$  — статическое давление набегающего потока.

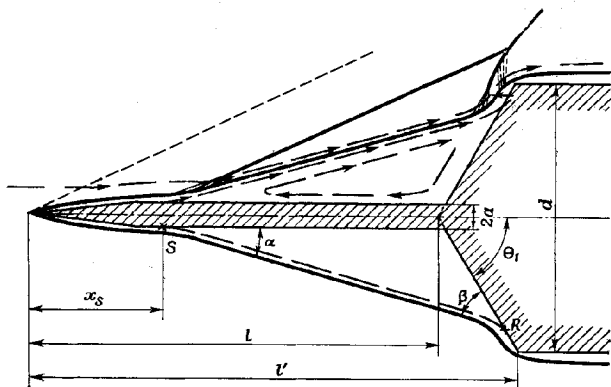
Из фиг. 45 и 46 можно видеть, что качественно влияние длины иглы на сопротивление одинаково для обеих форм тел при всех значениях числа Маха. До некоторого значения длины иглы сопротивление падает и достигает минимума. Затем  $C_D$  внезапно возрастает на значительную величину и при дальнейшем возрастании длины иглы остается постоянным или слегка отклоняется от постоянного значения. Внезапный рост сопротивления обусловлен переходом, наблюдавшимся также Кроуфордом [58]. Другие исследователи не наблюдали такого внезапного роста сопротивления, по-видимому, вследствие ламинарного характера пограничного слоя [54].

#### *5.4.4. Исследования обтекания осесимметричного тела с иглой при нулевом угле атаки*

Здесь рассматривается сложная картина течения около осесимметричного тела с иглой на основе материалов испытаний, выполненных при  $M_\infty = 10$  [59] и нулевом угле атаки, а также при  $M_\infty = 1,96$  [46]. Вуд [59] изучал отрывные течения фотографическим методом и теоретически исследовал область взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем. Модели представляли собой полые цилиндры из латуни диаметром 19 мм с выступающими иглами различной длины диаметром 1,17 и 3,17 мм. Одна модель схематически показана на фиг. 47.

Течение было ламинарным, и оторвавшийся вязкий слой имел прямолинейные образующие, за исключением двух малых участков вблизи точек отрыва и присоединения. Так как оторвавшийся вязкий слой образует почти коническую поверхность, давление в направлении потока оказывается постоянным и может быть оценено из известного решения Тейлора — Маккола для обтекания конуса. Кроме того, благодаря нулевому значению градиента давления по нормали к прямой линии тока давление в области отрыва такое же, как и во внешнем потоке. Что касается присоединения на изломе поверхности тела, то установлено, что хотя в некоторых случаях внешняя граница вязкого слоя не касается тела, его внутренняя часть присоединяется и вызывает значительный рост давления. Картина такого течения схематически изображена на фиг. 48.

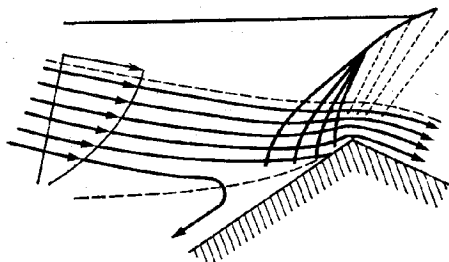
Скачок уплотнения всегда начинается вблизи излома поверхности. Фоторегистрация при  $M_\infty = 10$  позволила установить, что в зависимости от длины иглы и угла конуса в случае цилиндра с конической носовой частью и выступающей иглой существуют пять различных режимов течения (фиг. 49).



Ф и г. 47. Схема модели с иглой [59].

Интересно отметить, что все границы на фиг. 49 сходятся к значению угла отхода конического скачка уплотнения. Пульсирующее течение возникает при углах конуса, больших, чем

угол, при котором происходит отход конического скачка уплотнения, в то время как при углах, меньших этого значения, наблюдалось полностью присоединенное течение. На фиг. 49 каждой форме модели соответствует одна точка. Область *A* соответствует безотрывному обтеканию, а области *B* и *C* — установившемуся течению с отрывом и

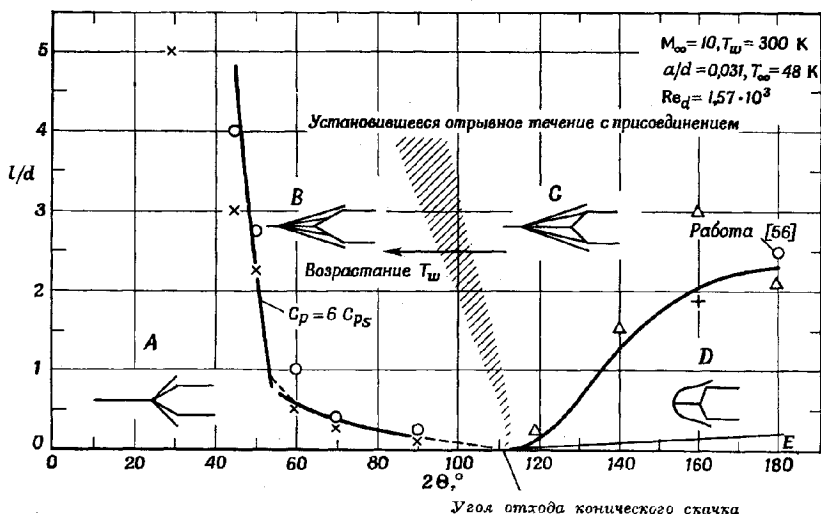


Ф и г. 48. Присоединение на изломе поверхности [59].

присоединением. Граница между областями *B* и *C* определена приблизительно, отчасти из-за трудностей установления момента, когда точка присоединения достигает излома поверхности и отчасти вследствие разброса результатов измерений. Область *D* соот-

ветствует неустановившемуся течению. Пятый режим течения в области *E* сравнительно несущественный. Такое течение возникает, когда игла не проникает через отсоединенный скачок уплотнения и не вносит изменений в поток.

В случае *A* (безотрывное обтекание) пограничный слой на игле взаимодействует со скачком уплотнения, образующимся у основания иглы. Влияние соответствующего приращения давления распространяется вверх по потоку в дозвуковую часть пограничного слоя, и его толщина увеличивается. Однако для конусов



Ф и г. 49. Режимы обтекания тел с конической носовой частью и выступающей иглой [59].

× Безотрывное обтекание (*A*); ○ на поверхности (*B*); Δ на изломе поверхности (*C*); + неустановившееся течение (*D*); *l/d* — относительная длина иглы;  $2\theta$  — угол конуса.

с углом при вершине, меньшим  $30^\circ$ , это приращение давления не достаточно велико, чтобы вызвать отрыв. Таким образом, при обтекании тонких тел не следует ожидать отрыва потока. В случае *B* вязкий слой присоединяется на конической поверхности тела. При установившемся отрывном течении интенсивность скачка уплотнения, требуемая для поддержания этого течения, намного меньше требуемой для первоначального отрыва. Таким образом, точка отрыва перемещается вверх по потоку, а угол отрыва уменьшается до тех пор, пока не будут достигнуты условия равновесия между ростом давления и способностью пограничного слоя противостоять ему. Равновесие при отрыве не зави-

сит от формы и размеров тела. Так как случай *B* соответствует установившемуся потоку, то это означает, что некоторая фиксированная масса жидкости должна быть заключена в области отрыва. Возрастанию давления в точке присоединения должно соответствовать отклонение внешнего потока. В общем случае рост давления уменьшается, когда точка присоединения смещается наружу. Таким образом, положение равновесия для вязкого слоя определяется ростом давления до уровня, при котором разделяющая линия тока достигает точки торможения, и вследствие этого сохраняется фиксированная масса жидкости в области отрыва.

Случай *C* соответствует увеличению наклона поверхности тела, когда точка присоединения перемещается ближе к излому поверхности, чтобы поддержать требуемое возрастание давления. Вязкий слой присоединяется на изломе поверхности, где отклонение потока может быть значительно меньше, чем геометрический угол присоединения. Действительный угол носовой части тела оказывает второстепенное влияние, изменяя степень зависимости отклонения потока от положения точки присоединения. Температура в области отрыва сильно влияет на условия присоединения, так что граница между областями *B* и *C* на фиг. 49 весьма чувствительна к изменению температуры.

На фиг. 24—36 показаны цилиндры с иглами, установленными перед плоскими и полусферическими носовыми частями. При  $M_\infty = 1,96$  течение было либо ламинарным, либо турбулентным. Так как влияние скачка уплотнения распространяется на значительно большее расстояние вверх по потоку в случае ламинарного течения, чем в случае турбулентного течения [60], поток перед отрывом на фиг. 24 и 26 был ламинарным, а на фиг. 25 и 27, по-видимому, турбулентным. Это удалось подтвердить с помощью тонких проволочных турбулизаторов (фиг. 28, 29).

По фотографиям на фиг. 24—29 можно видеть, что во всех случаях линии тока, проходящие вдоль границы области отрыва, отклоняются наружу вблизи излома поверхности, поскольку здесь начинается скачок уплотнения. Этот эффект более заметен в случае полусферического носка, чем плоского, в особенности при ламинарном пограничном слое на игле. Как видно из фиг. 24 и 26, при ламинарном пограничном слое на игле половина угла конического скачка уплотнения, начинающегося вблизи отрыва, составляет приблизительно  $25^\circ$ . Так как этот угол меньше  $30,7^\circ$  (соответствующего  $M_\infty = 1,96$ ), отрыв быстро перемещался вверх по потоку, как только возникла такая картина течения. Однако в случае турбулентного течения соответствующее значение угла скачка уплотнения хорошо согласуется с расчетным, вычисленным по наклону поверхности области отрыва, указывая тем самым на почти стационарное положение точки отрыва.

Типичную картину отрыва потока вблизи излома поверхности иглы можно увидеть на фиг. 30, где показано чисто коническое течение и выполнено условие постоянства давления в области отрыва. Таким образом, давление было измерено при условиях течения, соответствующих фиг. 30, и это измеренное распределение давления было приведено в начале разд. 5.4.

Случай *D* соответствует неустановившемуся пульсирующему течению. Было предположено, что неустойчивость потока связана в большей степени с явлением присоединения, чем с явлением отрыва [59]. В этой области были проведены интенсивные исследования [46, 56]. Хотя значения чисел Маха были различными ( $M_\infty = 1,96$  в работе [46], 6,8 в работе [56] и 10 в работе [59]), результаты наблюдений аналогичны, поэтому здесь излагаются результаты наблюдений Мэйра [46]. Приведены фотографии пульсирующего течения с коротким периодом пульсаций ( $K = 1$ ). Фазы течения представлены в хронологическом порядке, о чем можно судить по перемещению слабого прямого скачка уплотнения в направлении потока. Ниже описано поведение потока в течение одного периода пульсаций [46]. На фиг. 31 перед тупым телом видны две головные ударные волны; волна, расположенная выше по течению, движется вниз по потоку и смыкается со второй ударной волной, как это видно на фиг. 35 и 36, где представлены две фазы, непосредственно следующие за фазой, представленной на фиг. 31.

В установившемся потоке эта вторая волна вызывает отрыв потока на игле. На подлинной фотографии можно видеть слабую коническую ударную волну, вызванную отрывом и начинающуюся почти на половине расстояния между основанием иглы и первой ударной волной. На приведенной репродукции она почти незаметна. Слабая линия, воспринимаемая как продолжение прямого скачка и на игле почти нормальная к направлению потока (фиг. 32), связана с эффектом «послесвечения» источника света и не заслуживает внимания. Фотография на фиг. 31 соответствует началу перемещения точки отрыва вверх по потоку. По истечении 50 мкс точка отрыва достигает конца иглы (фиг. 32). В этой фазе размеры области отрыва довольно велики, и на конце иглы формируется сильная, почти прямая ударная волна, распространяющаяся по нормали к игле приблизительно на расстоянии двух диаметров иглы от ее конца. На больших расстояниях наблюдается слабая ударная волна, наклоненная к потоку под углом, лишь немного превышающим угол Маха. Головная ударная волна перед телом не проходит через область отрыва, а расщепляется на несколько ветвей на расстоянии около двух диаметров тела от оси. Это расщепление ударной волны, по-видимому, каким-то образом обусловлено взаимодействием с ударной волной, расположенной выше по потоку. Пограничный слой на тупом теле



отрывается на торцевой кромке и присоединяется в некоторой точке ниже по потоку, формируя косой скачок уплотнения. На фиг. 33 представлена фотография, полученная примерно через 30—40 мкс после фотографии, представленной на фиг. 32. В течение этого времени область отрыва расширяется, а значительная часть головной ударной волны на игле удаляется от тела. Прямая ударная волна, которая кажется расположенной непосредственно перед телом, должна иметь кольцевую форму, так как в области отрыва ударные волны не возникают. Светлая полоса перед телом соответствует участку ударной волны, расположенной вне области отрыва. На фиг. 34 примечательна затемненная область расширения непосредственно за головной ударной волной на игле. Она может существовать только в течение короткого времени. Расширение, вероятно, имеет место, когда область отрыва ниже по потоку от точки отрыва начинает сжиматься. Можно предположить, что существование области отрыва ограничено очень коротким временем быстрого сжатия, достаточного для создания волны расширения. Фотография, представленная на фиг. 34, получена через 15—21 мкс после фотографии, приведенной на фиг. 33. На фиг. 34 внешняя часть головной ударной волны перед иглой еще удаляется от тела. Вблизи конца иглы головная ударная волна несимметрична, вероятно, потому, что нижняя часть волны начинает двигаться вниз по потоку немного раньше верхней части. На фиг. 35 и 36 показаны фазы пульсирующего потока. Эти фотографии получены через 40 и 60 мкс соответственно после фиг. 34. Ясно видно, что область отрыва сжимается и головная ударная волна движется вниз по потоку вдоль иглы. В то же время внешняя часть головной ударной волны непосредственно перед пересечением с прямым скачком уплотнения еще продолжает удаляться от тела. Как видно из фиг. 35, 36 и 31, перед носовой частью тупого тела начинает развиваться новая, почти прямая ударная волна. Прежняя волна, движущаяся вниз по потоку, сливается с этой новой волной и образуется единственная волна, которую можно видеть на фиг. 32 и 33.

#### *5.4.5. Пульсирующее течение*

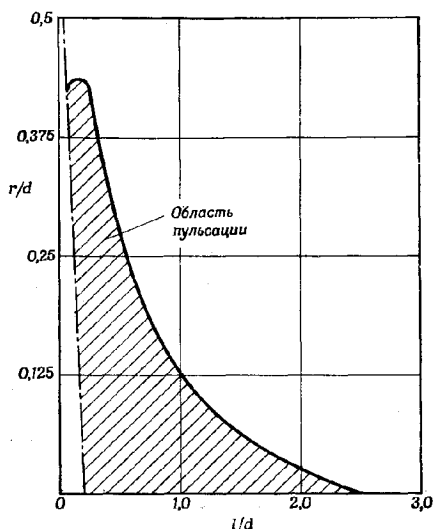
Краткое описание основных особенностей пульсирующего течения дано в разд. 5.3. В различных исследованиях [46, 48, 51, 52, 56, 58, 61, 62] наблюдались пульсирующие течения около осесимметричных тел при нулевом и ненулевом углах атаки. Причины возникновения пульсирующего течения были объяснены в работах [46, 56]. При нулевом угле атаки наблюдались пульсации перед цилиндром с плоским срезом и с иглой, однако перед цилиндром со сферической носовой частью и с иглой никаких пульсаций не наблюдалось [46]. Аналогичные наблюдения также

были выполнены авторами работы [52]. Олбум [51] на основе изучения 25 работ установил, что при обтекании цилиндра со сферической носовой частью и с иглой никаких гистерезисных явлений не наблюдается. Предполагается, что гистерезис возможен, когда некоторое явление в потоке, например пульсация, возникает при более высоких значениях некоторого параметра, если этот параметр возрастает, либо при более низких его значениях, если он уменьшается. Как упоминалось выше [46], форма тела является определяющим фактором для возникновения пульсаций. Рассмотрим фиг. 31. Существуют две головные ударные волны перед тупым телом — сильная волна, которая медленно перемещается, и слабая волна, движущаяся вниз по потоку и сливающаяся с предыдущей волной. Сильная ударная волна действует на пограничный слой на игле и вызывает его отрыв. Отрыв происходит по истечении некоторого промежутка времени, составляющего при  $M_\infty = 1,96$  около 50 мкс. Коническая область отрыва начинает развиваться, когда на конце иглы сформируется сильная почти прямая ударная волна (фиг. 32). В последующие 50 мкс головная волна на игле удаляется от тела (фиг. 33 и 34), а ее пересечение со второй волной движется вниз по потоку. Прямая ударная волна кольцеобразной формы, возникающая в этом пересечении, также движется вниз по потоку. Когда эта прямая ударная волна проходит за торец цилиндра, ее влияние на отрыв ослабляется и область отрыва быстро сокращается (фиг. 34). Это вызывает волну расширения (фиг. 34) и движение по потоку центральной части головной ударной волны на игле (фиг. 35, 36). Когда эта ударная волна начинает двигаться вниз по потоку, она становится весьма слабой. Перед тупым телом возникает новая сильная ударная волна, как если бы оно начало двигаться со сверхзвуковой скоростью из состояния покоя. Эта новая ударная волна вызывает отрыв вверху по потоку, и начинается новый цикл (фиг. 31). (Частота колебаний составляла  $6000 \text{ с}^{-1}$  при  $M_\infty = 1,96$ .) Прежде чем приступить к обсуждению причин колебаний в интерпретации Маулла [56], приведем краткое описание его экспериментальных исследований с применением моделей пяти различных форм: цилиндра с плоским торцом и четырех моделей со скругленными носовыми частями (относительный радиус скругления  $r/d$  составлял  $1/8$ ,  $1/4$ ,  $3/8$  и  $1/2$ ). Изменение относительной длины иглы в интервале значений  $0,25 < l/d \leq 2,5$  при  $M_\infty = 6,8$  и  $Re/cm = 0,67 \cdot 10^5$  соответствовало области пульсаций, показанной на фиг. 50.

Этот результат подтверждает, что, как указывал Мэйр [46], форма тела является важным фактором, определяющим пульсации. Частота пульсаций составляла около  $2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$  при  $M_\infty = 6,8$  и, таким образом, была значительно выше, чем в измерениях Мэйра ( $6000 \text{ с}^{-1}$ ,  $M_\infty = 1,96$ ).

На основе экспериментальных данных [46, 54] Маулл [56] определил размеры области пульсаций в функции числа Маха (фиг. 51).

Маулл [56] описал механизм пульсаций, ссылаясь на свои фотографии обтекания цилиндра с плоским торцом и с иглой, длина которой составляла  $\frac{3}{4}$  диаметра цилиндра ( $M_\infty = 6,8$ ).



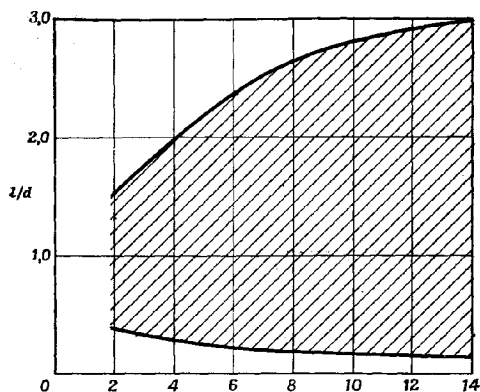
Фиг. 50. Влияние радиуса скругления вала поверхности на размеры области пульсаций [56].

Так как в этом разделе уже приводились фотографии течения, полученные Мэйром [46], воспользуемся ими при изложении соображений Маулла о балансе массы в процессе пульсаций. При этом следует иметь в виду, что фотографии Мэйра были получены при  $M_\infty = 1,96$ , а эксперименты Маулла соответствовали  $M_\infty = 6,8$ .

Рассмотрим фотографию на фиг. 32, соответствующую начальной стадии, когда граница конической области отрыва перед носовой частью тела проходит значительно ниже торцевой кромки. Таким образом, чтобы поток вне отрывной области повернуть в направлении поверхности тела, ударная волна должна быть отошедшей.

Рассмотрим теперь равновесие потока газа. Давление при переходе через ударную волну возрастает, а площадь сечения за ударной волной, через которое газ мог бы вернуться назад в область отрыва, слишком велика, чтобы обеспечить равновесие с массой газа, отсасываемого из области отрыва перед ударной волной. Следовательно, реализуется неравновесное условие для потока газа, втекающего в область отрыва за носком. Это условие приводит к удлинению области отрыва и к образованию почти прямой ударной волны на конце иглы, которая разрастается и заменяет коническую ударную волну. С увеличением количества газа, поступающего в область отрыва, ударная волна разрастается, а область ее взаимодействия с головной ударной волной перед телом смещается наружу, в направлении к торцевой кромке цилиндра (фиг. 33). Следовательно, форма области отрыва изме-

няется от конической до криволинейной и область присоединения приближается к лобовой поверхности тупого тела. В процессе расширения области отрывного течения величина угла, на который должен развернуться внешний поток в конце этой области, чтобы обтекать носовую часть тела, уменьшается и отношение давлений в скачке, которое обеспечивает этот разворот, также



Ф и г. 51. Размеры области пульсаций в зависимости от числа Маха для цилиндра с плоским торцом ( $r/d = 0$ ) [56].

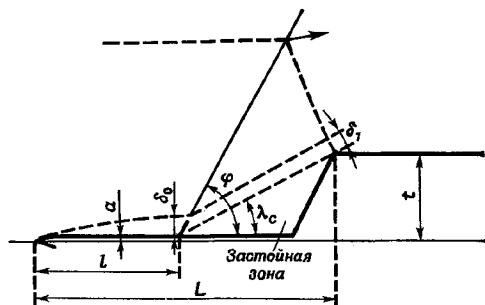
уменьшается. Поэтому втекание газа в область отрыва прекращается. В этой стадии газ вытекает из области отрыва и обтекает торцевую кромку, что приводит к сжатию области отрыва, перемещению ударной волны от конца иглы к телу (фиг. 34) и к ее ослаблению. (Можно сравнить формы ударных волн на фиг. 33 и 34.) Когда эта ударная волна перемещается вниз по потоку вдоль иглы, на ее конце снова возникает отрыв с образованием конической ударной волны, как на фиг. 35. Когда избыточное количество газа вытекает из области отрыва и сильная ударная волна, первоначально образовавшаяся на конце иглы, становится головной ударной волной перед тупым телом, описанный цикл повторяется.

Следует заметить, что угол наклона ударной волны при отрыве почти не зависит от формы носовой части тела, однако угол присоединения полностью определяется формой носовой части тела [56]. В некоторых случаях неустойчивость течения связана с перемещением точки перехода пограничного слоя на игле, а движение точки перехода зависит от турбулентности в набегающем потоке воздуха, вызываемой крупномасштабными возмущениями на входе в аэродинамическую трубу.

### 5.4.6. Расчет осесимметричного потока около тупого тела вращения с илой при нулевом угле атаки

Меккель [49] обобщил свой расчет двумерного потока (разд. 5.3.3) на случай осесимметричного потока. Упрощенная модель для расчета осесимметричного потока показана на фиг. 52.

Как и в случае двумерного потока, делаются следующие предположения: скачок уплотнения и граница области отрыва прямолнейны и давление в области отрыва постоянно. Соотношение



Фиг. 52. Схема обтекания осесимметричного тупого тела с начальным пограничным слоем [49].

между углами  $\theta_0$  и  $\theta_1$  приблизительно соответствует замене конической области отрыва эквивалентным твердым конусом и имеет вид

$$\frac{\theta_1^2}{\theta_0^2} = \frac{1 + H_0^2 \{1 - (u_c/u_0) \cos \lambda_c\}}{Q_c} \quad (12)$$

и

$$Q_c = \frac{\rho_c u_c^2}{\rho_0 u_0^2} \cos \lambda_c,$$

где индекс  $c$  соответствует условиям на поверхности конуса, эквивалентного конической области отрыва.

Следуя определениям, имеем

$$\theta_0^2 = 2\pi \int_a^{a+\delta_0} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) y dy,$$

$$\theta_1^2 = 2\pi \int_t^{t+\delta_1 \cos \lambda_c} \frac{\rho u}{\rho_c u_c} \left(1 - \frac{u}{u_c}\right) \frac{y dy}{\cos \lambda_c},$$

$$\delta_0^{*2} = 2\pi \int_a^{a+b_0} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) y dy,$$

$$\delta_1^{*2} = 2\pi \int_t^{t+b_1 \cos \lambda_c} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) \frac{y dy}{\cos \lambda_c}.$$

Обозначая через  $\tau_c$  среднее значение вязкого напряжения на конусе, эквивалентном области отрыва, и через  $A_c$  — площадь его поверхности, имеем

$$\frac{\theta_1^2}{\theta_0^2} = 1 + \frac{\tau_c}{\rho_c u_c^2} \frac{A_c}{\theta_0^2}. \quad (13)$$

Если  $a/b \ll 1$ , то из уравнений (12) и (13) следует

$$\left\{1 + H_0^2 \left(1 - \frac{u_c}{u_0} \cos \lambda_c\right) - Q_c\right\} \operatorname{tg} \lambda_c = T_c \operatorname{tg} \lambda_c = \frac{\tau_c}{\rho_0 u_0^2} \frac{\pi t^2}{\theta_0^2}. \quad (14)$$

Так как толщина пограничного слоя на игле остается малой (относительно диаметра иглы), из формулы для поверхностного трения в двумерном потоке получим

$$\theta_0^2 \approx 2\pi a \int_0^{b_0} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy = 2\pi a \int_0^l k(M_0) \operatorname{Re}_x^{-1/\eta} dx$$

или

$$\theta_0^2 \approx 2\pi a l \frac{\eta}{\eta-1} k(M_0) \operatorname{Re}_l^{-1/\eta}.$$

Принимая  $\beta = \tau_c/\tau_{пл}$ , где  $\tau_{пл}$  — вязкое напряжение на плоской пластине, находим

$$\tau_c = \beta \tau_{пл} = \beta \rho_0 u_0^2 k(M_0) \operatorname{Re}_l^{-1/\eta}.$$

Из уравнения (14) следует

$$T_c \operatorname{tg} \lambda_c = \frac{\eta-1}{\eta} \frac{\beta}{2} \frac{t}{a} \frac{t}{l}. \quad (15)$$

Поскольку

$$l = L - \operatorname{ctg} \lambda_c t,$$

уравнение (15) принимает вид

$$\frac{t}{L} = \frac{(2/\beta)(a/t) T_c \operatorname{tg} \lambda_c}{\{\eta/(\eta-1)\} + \frac{2}{\beta} \frac{a}{t} T_c}. \quad (16)$$

Если значение  $a/t$  задано, то из уравнения (16) определяется зависимость  $t/L$  от угла конуса и числа Маха для полностью ламинарного или полностью турбулентного потоков на игле.

Однако величина  $\beta$  еще не известна, за исключением случая ламинарного потока без начального пограничного слоя, поэтому уравнение (16) в общем случае не решается.

Известно из экспериментов [49], что сделанные предположения в общем случае не справедливы, хотя стремление давления к постоянному значению в области отрыва очевидно, когда выступающая игла становится очень длинной. Предположение о постоянстве давления в области отрыва не выполняется в связи с наличием вихревого движения, создаваемого отсосом газа вязким слоем из области отрыва. Сравнение экспериментальных значений коэффициентов сопротивления с расчетными показывает, что для длинных игл совпадение результатов неудовлетворительное. При малой длине иглы экспериментальные значения коэффициентов сопротивления стремятся к кривым, соответствующим коническому отрыву с конца иглы, в то время как при большой длине иглы экспериментальные значения коэффициентов сопротивления уменьшаются в соответствии с решением уравнения (16). При больших длинах иглы коэффициент сопротивления оказывается несколько меньше рассчитанного по теории конического отрыва. Меккель [49] показал, что переход от отрыва на поверхности иглы к отрыву с конца иглы сопровождается большим изменением коэффициента сопротивления. Однако эксперимент не подтверждает этот вывод.

#### 5.5. ВЛИЯНИЕ ФОРМ ТУПОГО ТЕЛА И ИГЛЫ НА ОТРЫВ ПОТОКА ПРИ НАЛИЧИИ УГЛА АТАКИ

Большинство экспериментальных исследований проводилось для цилиндров с плоскими торцами или полусферическими носовыми частями с выступающими иглами, имеющими коническое заострение. Основные свойства потока около тел таких геометрических форм были описаны выше. Рассмотрим теперь влияние других форм тел и свойства потока при угле атаки, отличном от нуля, поскольку изучение влияния ненулевого угла атаки на аэродинамические характеристики необходимо для обеспечения безопасных и эффективных летных характеристик аппаратов.

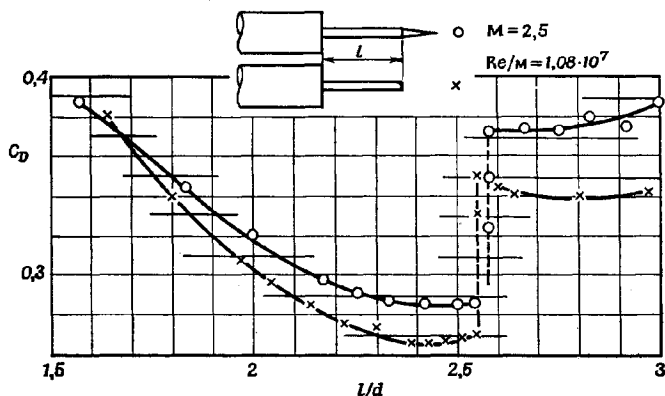
##### *5.5.1. Влияние формы иглы и носовой части тупого тела на характеристики потока*

Для выяснения влияния формы иглы и носовых частей на характеристики потока проведены эксперименты [48, 51, 52, 62, 63].

На фиг. 53 сравниваются коэффициенты сопротивления цилиндра с плоским торцом и с иглой, имеющей коническое заострение (полуугол конуса  $10^\circ$ ), и такого же цилиндра с иглой того же диаметра, но без заострения при нулевом угле атаки [52].

Как видно из фиг. 53, при всех длинах игл  $C_D$  несколько больше в случае иглы с коническим заострением по сравнению с тупой иглой. При  $M_\infty = 2,5$  и  $l/d = 2,4$   $C_D = 0,28$  для заостренной иглы и  $C_D = 0,27$  для тупой. При  $l/d = 3$  значения  $C_D$  соответственно равны 0,394 и 0,342. Заострение иглы практически не влияет на характеристики потока в интервале значений  $M_\infty$  от 1,61 до 1,81 [48].

Бестол и Тернер [62] проводили эксперименты на моделях с иглами, имевшими заостренные концы и конусообразные насадки при  $M_\infty = 1,5; 1,6$  и  $1,8$  и нулевом угле атаки. Заострен-



Фиг. 53. Влияние формы конца иглы [52].

ный конец имел форму оживала с максимальным диаметром, равным диаметру иглы. Конический насадок (полуугол конуса 15, 30 и 40°) имел диаметр основания несколько больший, чем диаметр иглы. (Один из насадков показан на фиг. 55.) Из этих трех насадков наиболее эффективным для уменьшения сопротивления тупого тела оказался конус с полууглом 15°. На фиг. 54 и 55 сравниваются значения  $C_D$  тупого тела с иглой, имеющей заострение оживальной формы и конический насадок с полууглом 15°.

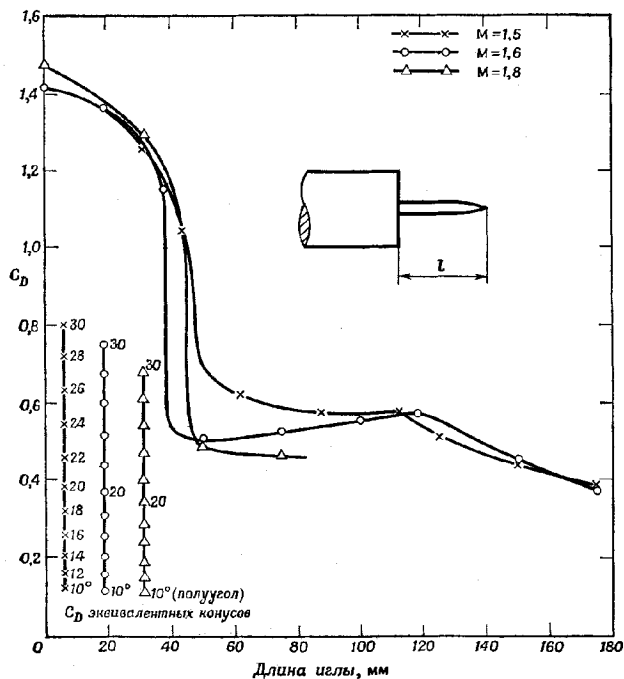
Из фиг. 54 и 55 видно, что игла с коническим насадком может в большей степени уменьшить сопротивление, чем игла с заострением оживальной формы, хотя диаметр основания такого насадка больше диаметра острой иглы.

Рассмотрим теперь влияние формы тупого тела. Джонс [63] определил сопротивление с помощью весовых испытаний и вычислил коэффициенты сопротивления осесимметричных тел, отнесенные к площади максимального поперечного сечения. Тела различались только отношением диаметра носовой части  $r_n$  (без



иглы) к радиусу цилиндра. Испытания проводились при  $M_\infty = 2,72$  и  $Re/cm = 0,73 \cdot 10^6$  при нулевом угле атаки. Формы исследованных моделей показаны на фиг. 56.

Модель 1 имеет форму, соответствующую минимальному коэффициенту волнового сопротивления для заданной относительной толщины в соответствии с теорией тонкого тела [64]. Отношение длины модели к диаметру донного среза равно 4,0, координаты



Ф и г. 54. Сопротивление цилиндра с плоским торцом и выступающей иглой с заострением оживальной формы [62].

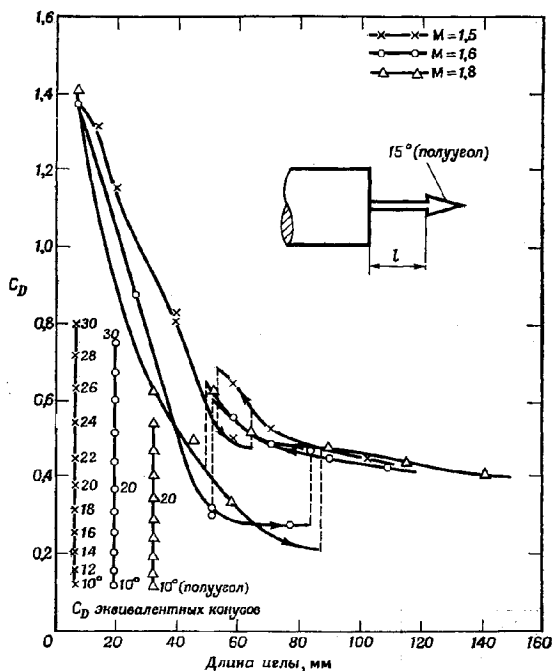
ее образующей задаются в виде

$$y^2 = \frac{r_B^2}{\pi} \{ t \sqrt{1-t^2} + \arccos(-t) \},$$

где  $t = 2(S_1/S_B) - 1$ ,  $r_B$  — радиус донного среза,  $S_1$  — расстояние, измеренное вдоль оси модели от ее носка,  $S_B$  — длина исходной модели. Значения отношений  $r_1/r_B$  составляют  $1/4$ ,  $1/2$  и  $3/4$ . Модель 5 является комбинацией конуса с цилиндром при-

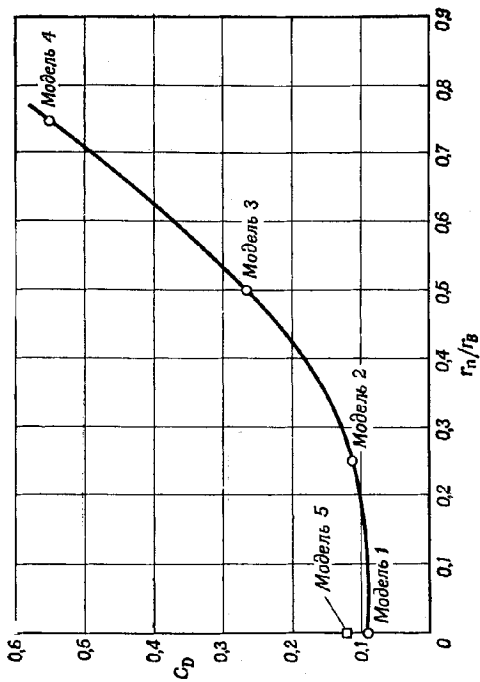
близительно такого же объема, как и модель 1, которая использовалась для сравнения по сопротивлению с моделями других форм. Экспериментальные значения  $C_D$  представлены на фиг. 57.

Как видно из фиг. 57, если радиус носовой части меньше четверти максимального радиуса сечения тупого тела, сопротивление возрастает незначительно. Однако при дальнейшем увеличении радиуса носовой части сопротивление возрастает быстро.

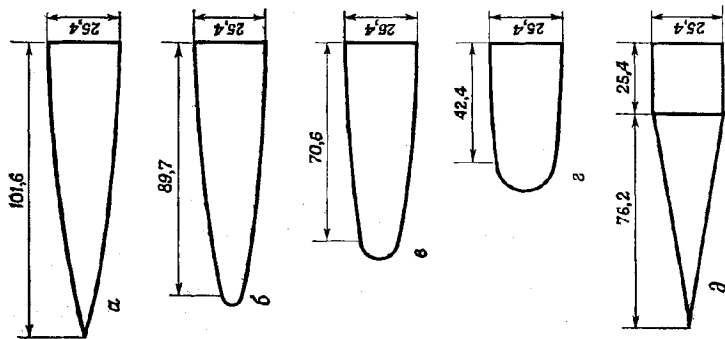


Ф и г. 55. Сопротивление цилиндра с плоским торцом и выступающей иглой, на которой установлен конический насадок с полууглом  $15^\circ$  [62].

Можно заметить, что сопротивление модели 2 ( $r_n/r_B = 0,25$ ) почти такое же, как сопротивление модели 5 (конус — цилиндр). Джонс не определял аэродинамических характеристик этих моделей с иглами, но Хант [48] и Олбум [51] произвели такие измерения для тупых тел различных форм при наличии и при отсутствии иглы. Однако их результаты для одних только тупых тел без иглы здесь представлены не будут, поскольку нас в боль-



Ф и г. 57. Влияние радиуса носовой части на коэффициент сопротивления [63].



Ф и г. 56. Формы моделей [63].

а — модель 1 (исходная конфигурация); б — модель 2,  $r_n/r_B = 0,25$ ; в — модель 3,  $r_n/r_B = 0,50$ ; г — модель 4,  $r_n/r_B = 0,75$ ; д — модель 5, конус-цилиндр. Примечание. Все размеры моделей даны в миллиметрах.

шей мере интересует сравнение аэродинамических характеристик тупых тел при отсутствии и при наличии иглы.

Влияние диаметра иглы на аэродинамические характеристики было изучено Джорджем [50] при нулевом угле атаки,  $M_\infty = 1,6, 2,0$  и  $2,8$  и  $38,5 \cdot 10^6 \leq Re/m \leq 56,2 \cdot 10^6$ . В одном случае диаметр иглы составлял 1,25 см, а диаметр цилиндра с плоским торцом 2,94 см. Таким образом, отношение диаметров иглы и цилиндра было равно 0,43. Половина угла заострения иглы составляла  $42,5^\circ$  при  $M_\infty = 2,0$  и  $60^\circ$  при  $M_\infty = 2,8$ . Результаты испытаний показали, что в некотором диапазоне относительных диаметров иглы существует гистерезис в значениях критической длины, соответствующей скачкообразному перемещению точки отрыва. При небольших относительных диаметрах (меньших 0,25 [48, 52]) гистерезис значений критической длины не наблюдается, однако при больших относительных диаметрах (больших 0,35 [50, 62]) гистерезис возникает.

#### *5.5.2. Влияние угла атаки, формы иглы и тупого тела на характеристики потока*

Только в нескольких экспериментальных исследованиях изучалось влияние формы иглы и тупого тела при ненулевом угле атаки.

Олбум [51] провел эксперименты при  $M_\infty = 2-3$ ,  $Re = 0,3 \times 10^6 - 0,9 \cdot 10^6$  (вычисленных по диаметру тела) и углах атаки от  $-2$  до  $10^\circ$ , причем удлинение хвостовой части тела составляло 3.

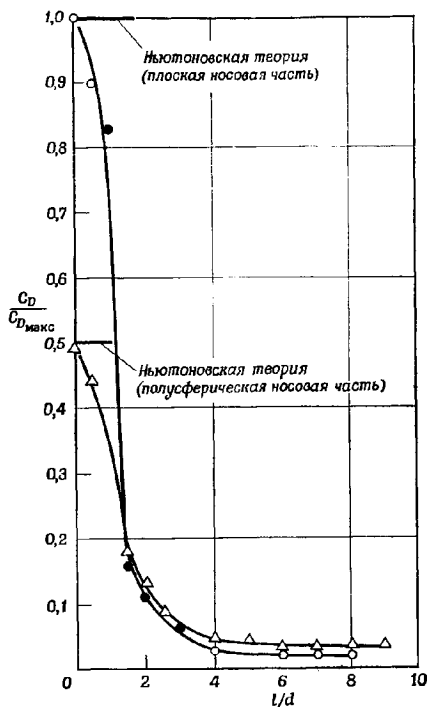
На фиг. 58 представлены модели с иглами пяти различных форм: цилиндр с коническим носком, цилиндр с плоским торцом и три иглы более сложной формы. Длины игл составляли от 0,75 до 2,0 диаметров тела. Тупые тела представляли собой прямые круговые цилиндры. Степень заглушения носовой части изменялась за счет увеличения площади плоского среза тела  $A_f$ , выраженной в процентах от площади максимального поперечного сечения и составляющей 0, 4, 50 и 80% в случае сферической носовой части с плоским срезом и 100% в случае цилиндра с плоским торцом. Основной диаметр всех игл составлял 0,2 диаметра тела.

Олбум [51] исследовал картину течения и тщательно измерил аэродинамические характеристики.

Приведем некоторые его результаты, чтобы продемонстрировать сложный характер отрывных течений около тел с иглой при различных от нуля углах атаки; отметим также некоторые результаты его наблюдений, отличающиеся от результатов других исследователей.

Хант [48] исследовал картину течения около моделей с полусферическими носовыми частями и выступающими иглами при

В случае полусферической носовой части вблизи точки присоединения наблюдается пик давления, однако уровень значений давления на линии сопряжения полусферического носка и цилиндра и на цилиндрической части тела значительно ниже, чем на цилиндре без иглы.



Ф и г. 43. Коэффициенты сопротивления тел с иглами различной длины [54].  $\circ$  цилиндр с плоским торцом;  $\triangle$  цилиндр с полусферической носовой частью;  $\bullet$  неустановившееся течение.

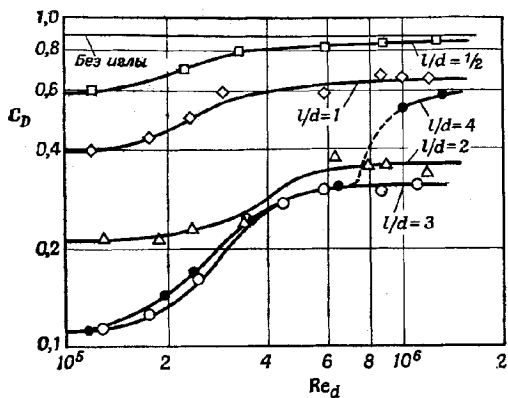
Результаты измерений коэффициента сопротивления приведены на фиг. 43.

Коэффициент сопротивления  $C_D$  рассчитывался путем интегрирования измеренного давления на лобовой части тупого тела. Максимальное значение коэффициента сопротивления  $C_{D_{\text{макс}}}$ , к которому отнесены коэффициенты  $C_D$ , рассчитано по давлению за прямым скачком уплотнения и площади лобовой части. Как видно из фиг. 43, в случае цилиндра с плоским торцом  $C_D / C_{D_{\text{макс}}}$  достигает единицы при отсутствии иглы, однако в случае цилиндра с полусферической носовой частью это отношение достигает только 0,5. Значения  $C_D / C_{D_{\text{макс}}}$  падают до 0,02–0,03 при  $l/d > 4$  в случае цилиндра с плоским торцом, но только до 0,03 при  $l/d > 6$  в случае цилиндра с полусферической носовой частью.

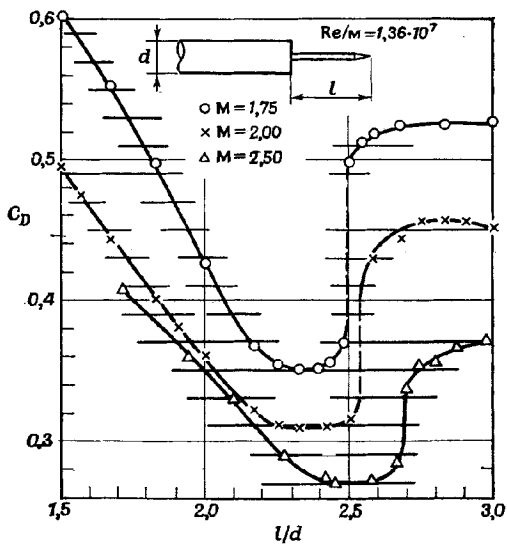
### 5.4.3. Влияние чисел Маха и Рейнольдса

В данном разделе на основе экспериментальных исследований изучается влияние чисел Маха и Рейнольдса на характеристики потока при нулевом угле атаки.

Кроуфорд [58] выполнил экспериментальные исследования при  $M_\infty = 6,8$  на моделях различных размеров в интервале чисел Рейнольдса от  $0,12 \cdot 10^6$  до  $1,5 \cdot 10^6$ , вычисленных по диаметру полусферической носовой части; Дэниельс и Йошихара [52]



Ф и г. 44. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент сопротивления давления тел с полусферической носовой частью и выступающей иглой [58].



Ф и г. 45. Влияние числа Маха [52].

стороне иглы в соответствии с их интенсивностью и расположением относительно иглы. Дальнейшие подробности о таких схемах при малых углах атаки содержатся в работе Ханта [48].

Результаты исследований Олбума и Ханта представлены ниже.

*Пульсации.* Как отметили Мэйр [46] и Маулл [56], пульсирующие течения возникают при обтекании тела с плоским торцом и с иглой. При нулевом угле атаки измеренная частота пульсаций составляла около  $3000 \text{ с}^{-1}$ . С увеличением угла атаки до  $5,5^\circ$  частота уменьшается приблизительно до  $2800 \text{ с}^{-1}$  и при  $13,5^\circ$  пульсации прекращаются [51].

*Концевой отрыв.* Присоединение отрывного течения к полусферической носовой части тела всегда происходило при нулевом угле атаки и было неустановившимся. При использовании иглы с коническим заострением было замечено искривление области отрыва. Точка отрыва в процессе искривления перемещается внутри области между концом и изломом поверхности иглы. Искривление возрастает с возрастанием затупления носка [51].

*Критическая длина иглы.* Точное значение критической длины, соответствующей скачкообразному перемещению точки отрыва, было определено из наблюдения неоднозначной картины течения при нулевом и ненулевом углах атаки. При нулевом угле атаки и  $M_\infty = 2,5$  неоднозначность течения преимущественно имеет место в интервале чисел Рейнольдса  $0,1 \cdot 10^6 \leq Re_d \leq < 1,0 \cdot 10^6$ . При ненулевых углах атаки неоднозначность имеет место при  $Re_d = 0,28 \cdot 10^6$ ;  $0,55 \cdot 10^6$  и  $0,85 \cdot 10^6$ . В случае  $A_f = 80\%$  и игл с плоским носком при  $l/d = 1,50$  и  $2,0$ ,  $M_\infty = 2,5$  и  $Re_d = 0,6 \cdot 10^6$  точка отрыва с увеличением угла атаки скачкообразно перемещается с конца иглы вниз по потоку, а с уменьшением угла атаки возвращается на конец иглы. С увеличением числа Маха критическая длина медленно возрастает, а с увеличением длины иглы (при сохранении ее диаметра постоянным) критическая длина уменьшается. С увеличением диаметра относительно тонких игл критическая длина возрастает, а с увеличением угла атаки критическая длина иглы уменьшается [51].

Критическая длина, соответствующая минимальному сопротивлению, в основном является функцией числа Рейнольдса, но также зависит от числа Маха, угла атаки и от отношения диаметра иглы к диаметру носовой части тупого тела. Когда длина иглы превосходит ее критическое значение, приблизительно равное удвоенному диаметру полусферического носка при  $M_\infty = 1,61 - 1,81$  и  $Re_d = 0,3 \cdot 10^6$ , отрыв внезапно перемещается вниз по потоку вдоль иглы и не удерживается на изломе поверхности иглы.

Кроме того, когда длина иглы превосходит критическую длину, соответствующую минимальному сопротивлению, отрыв становится неустановившимся и пульсирующим с большой частотой

вдоль иглы. Такие пульсации продолжают до тех пор, пока пограничный слой на игле остается ламинарным. Но как только пограничный слой перед областью отрыва становится турбулентным, пульсации прекращаются. Критическая длина, соответствующая минимальному сопротивлению, медленно уменьшается с увеличением угла атаки. При нулевом угле атаки с уменьшением диаметра иглы уменьшается также угол отрыва [48].

*Игла с диском.* Особенностью течения около иглы с диском является образование двух областей отрыва: перед диском, а также между диском и носовой частью тупого тела (фиг. 60).



Фиг. 60. Картина обтекания тела с полусферической срезанной носовой частью и иглой с выступом [51].

$\alpha = 0^\circ$ ,  $M_\infty = 2,5$ ;  $Re_l = 0,56 \cdot 10^6$ ,  
 $A_f = 4\%$ ,  $l/d = 1,55$ .

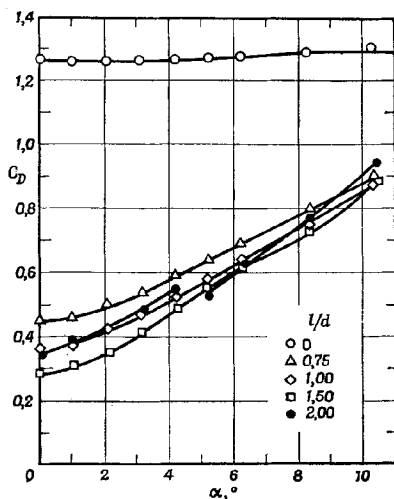
$C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_N$ ,  $C_m$  и положение центра давления в функции угла атаки, используя в качестве параметров затупление носовой части тела, длину иглы, число Рейнольдса и число Маха. Значения  $C_D$  даны также в функции  $A_f$  с  $l/d$  в качестве параметра или в функции  $l/d$  с  $A_f$  в качестве параметра. Значения  $C_N$  и положение центра давления представлены в функции  $A_f$  с углом атаки в качестве параметра. Наконец, значения  $C_D$  даны в функции числа Рейнольдса. Основная модель испытывалась в потоке воздуха при  $M_\infty = 2,5$  и  $Re_d = 0,6 \cdot 10^6$ . Исследования влияния  $M_\infty$  и  $Re_d$  проводились на примере иглы с плоским носком ( $l/d = 1,5$ ) перед телом с различными формами носовой части. Олбум выделил результаты измерений для тела с  $A_f = 50\%$  при  $l/d = 1,58$  из остальных результатов, поскольку изменения характеристик потока в этом случае были обусловлены неоднозначной картиной отрыва потока. Хант [48] измерил на трехкомпонентных механических весах сопротивление и подъемную силу тела с полусферическим носком и с иглой, а также двух других тел: с конической носовой частью с полууглом  $19^\circ 45'$  и с носовой частью в виде восьмигранной пирамиды с полууглом при вершине  $20^\circ 45'$ , но без иглы (фиг. 65). Испытания моделей этих двух форм без

Отрыв перед диском во многом аналогичен отрыву около тела с иглой без диска, и эта область отрыва почти не зависит от формы носовой части тела или от геометрической формы иглы за диском [51].

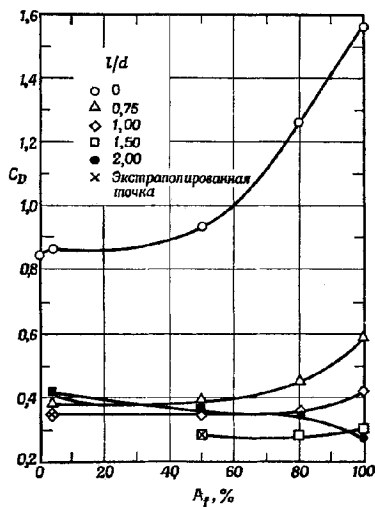
#### *Измерение аэродинамических характеристик*

Олбум [51] измерил силы и моменты на трехкомпонентных весах тензометрического типа и представил измеренные значения





Ф и г. 61. Коэффициент сопротивления тел с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].  
 $A_f = 80\%$ .



Ф и г. 62. Влияние площади среза носовой части на сопротивление тел с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].  
 $\alpha = 0$ ;  $M_\infty = 2,5$ ;  $Re_l = (0,57 \pm 0,01) \cdot 10^6$ .

иглы проводились вследствие того, что при нулевом угле атаки на игле возникала коническая область отрыва, а также с целью сравнения с результатами для тела с полусферической носовой частью и с иглой.

*Сопротивление.* Олбум [51] представил данные по силе сопротивления за вычетом донного сопротивления в предположении, что статическое давление на поверхности дна модели равно статическому давлению в набегающем потоке.

Иглы сильно уменьшают сопротивление при нулевом угле атаки (до 81%), однако при ненулевых углах атаки уменьшение сопротивления было менее значительным и оно оказалось весьма чувствительным к изменению угла атаки.

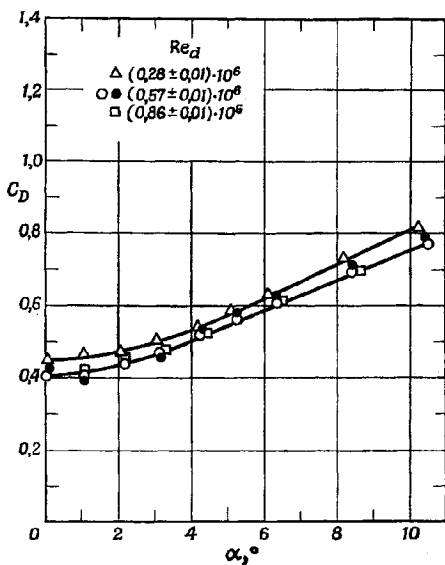
С помощью иглы можно значительно уменьшить сопротивление (фиг. 61). Однако изменение  $C_D$  с изменением длины иглы в интервале  $0,75 \leq l/d \leq 2,0$  довольно мало. С возрастанием угла атаки сопротивление тоже растет и при  $\alpha = 10^\circ$  более чем в 2 раза превосходит значение при  $\alpha = 0^\circ$ . Следовательно, с ростом угла атаки игла становится менее эффективным средством уменьшения сопротивления тупого тела.

На фиг. 62 приведена зависимость  $C_D$  от  $A_f$  при нулевом угле атаки. Как следовало ожидать, с возрастанием площади среза  $C_D$  также возрастает. Однако это возрастание менее заметно при наличии иглы:  $C_D$  возрастает только при  $A_f \geq 60\%$  и почти постоянно при  $A_f \leq 60\%$ .

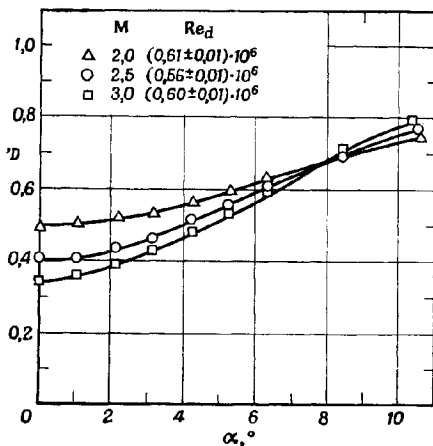
Число Рейнольдса, так же, как и число Маха, слабо влияет на  $C_D$  при ненулевых углах атаки, хотя при малых углах атаки и небольшом числе Маха  $C_D$  довольно велико по сравнению со случаем большего числа Маха (фиг. 63, 64). Игла также уменьшает измеренное донное давление модели при гиперзвуковых скоростях [54]. Изменение  $C_D$  в случае иглы с плоским носком и в случае игл с острым носком аналогично.

Хант [48] экспериментально определил  $C_D$  и ввел поправку к измеренному значению, уменьшающую силу сопротивления на величину, которая соответствует предположению о равенстве донного давления за моделью статическому давлению в набегающем потоке, как это сделал Олбум. При ламинарном пограничном слое перед отрывом, нулевом угле атаки и диаметре иглы, равном 0,2 диаметра носовой части, сопротивление уменьшалось на 50%. При относительном диаметре 0,133 сопротивление уменьшалось на 48%, а при относительном диаметре 0,067 — на 43%. Причина такого изменения  $C_D$  заключается в том, что окончательное значение угла отрыва пограничного слоя уменьшается с увеличением диаметра иглы. Пример изменения  $C_D$  с изменением длины и диаметра иглы при угле атаки  $5^\circ$  показан на фиг. 65.

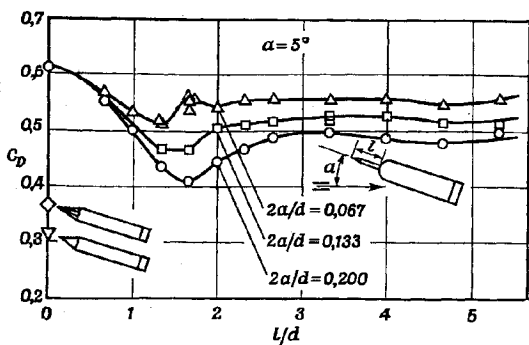
Влияние больших значений отношения диаметра иглы к диаметру цилиндрической части тела уменьшается с увеличением



Ф и г. 63. Влияние числа Рейнольдса на сопротивление тел, имеющих иглу с плоским носком [51].  
 $l/d = 1,5$ ;  $A_f = 4\%$ .  $M_\infty = 2,5$ .

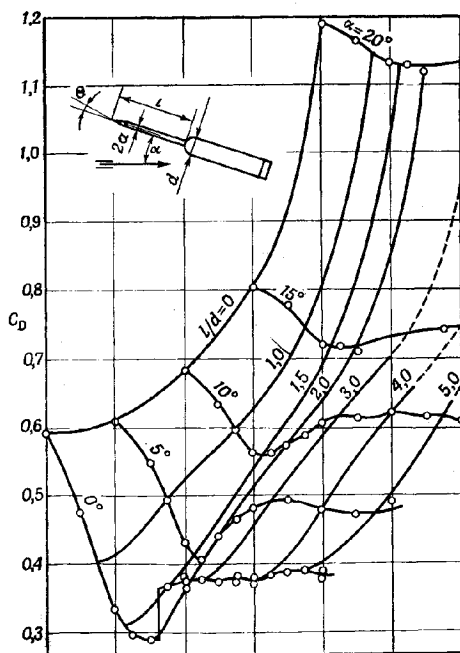


Ф и г. 64. Влияние числа Маха на сопротивление тел, имеющих иглу с плоским носком [51].  
 $l/d = 1,5$ ;  $A_f = 4\%$ .



Ф и г. 65. Влияние диаметра и длины иглы на сопротивление [48].

$M_\infty = 1,81$ , полуугол заострения иглы  $10^\circ$ ,  $Re_d \approx 310\,000$ ,  $l$  — полная длина иглы,  $2a$  — диаметр цилиндрической части иглы,  $d$  — диаметр носовой части тела.



Ф и г. 66. Сетка кривых сопротивления, характеризующая влияние угла атаки и длины иглы [48].

$M_\infty = 1,81$ ,  $2a/d = 0,2$ , полуугол заострения иглы  $10^\circ$ ,  $Re_d = 310\,000$ .

угла атаки. Например, при одинаковых значениях этого отношения измеренное уменьшение сопротивления при нулевом угле атаки составляло 50%, а при угле атаки  $5^\circ$  оно было равно 33%, при  $10^\circ$  оно составляло 10% и при  $20^\circ$  только 5%.

У тела с конической носовой частью и у тела с пирамидальной восьмигранной носовой частью без иглы сопротивление меньше, чем у тел с иглами (фиг. 65). Кроме того, можно заметить, что сопротивление достигает минимального значения при критической длине и что при дальнейшем увеличении длины иглы сопротивление возрастает, а затем принимает почти постоянное значение независимо от длины иглы для данного угла атаки. Хант [48] построил сетку кривых сопротивления для исследованного интервала углов атаки и длин иглы (фиг. 66). Значение угла заострения иглы оказывает пренебрежимо малое влияние на уменьшение сопротивления.

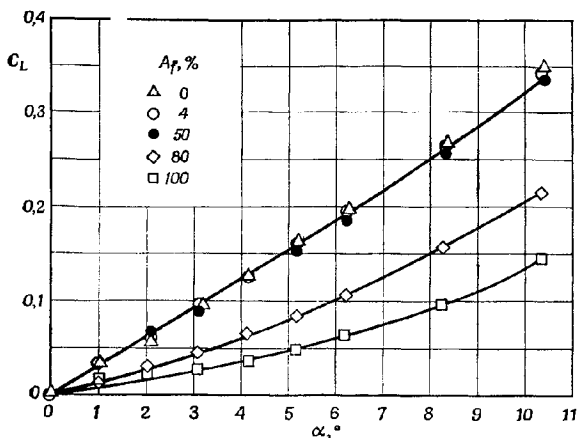
*Подъемная сила.* Значения коэффициентов подъемной силы, измеренные Олбумом [51], были поправлены с учетом влияния донного давления в предположении, что статическое давление на поверхности дна модели равно статическому давлению в набегающем потоке.

Плоский срез носовой части тела оказывает существенное влияние на подъемную силу при  $A_f > 50\%$  (фиг. 67). С увеличением  $A_f$  от 0 до 100% значения  $C_L$  возрастают более чем на 50%.

При наличии иглы подъемная сила возрастает в зависимости от угла атаки (фиг. 68), однако в интервале значений  $0,84 \leq l/d \leq 2,0$  изменение длины иглы не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на  $C_L$ . Из фиг. 67 и 68 видно, что длина иглы оказывает слабое влияние на  $C_L$ . На  $C_L$  в основном влияет плоский срез носовой части  $A_f$ . Наибольшее значение  $C_L$  было получено для тела с иглой, имевшего наименьшее  $A_f$ , а наибольшее относительное приращение  $C_L$  было получено для тела с иглой, имевшего наибольшее значение  $A_f$  (80 и 100%). Возрастание  $C_L$ , обусловленное иглой, достигало 200% при  $\alpha = 5^\circ$  и  $\sim 100\%$  при  $\alpha = 10^\circ$ . Можно заметить, что  $C_L$  тела с иглой и с плоским торцом ( $A_f = 100\%$ ) почти равно  $C_L$  тела с полусферической носовой частью без иглы ( $A_f = 0$ ).

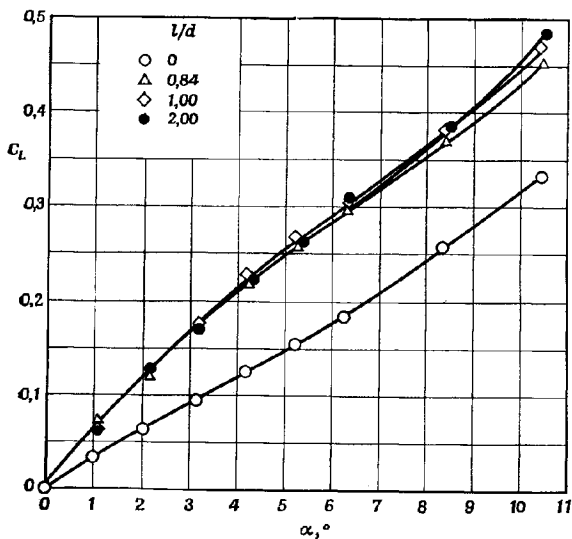
Число Рейнольдса очень слабо влияет на  $C_L$  (фиг. 69), но влияние числа Маха на  $C_L$  зависит от формы носовой части тела и угла атаки (фиг. 70). Изменение  $C_L$  в случае иглы с плоским носком и в случае заостренной иглы аналогично.

Хант [48] определил  $C_L$  и внес поправку в измеренные значения, учитывающую приращение подъемной силы, действующей на державку модели, а также составляющую силы донного давления. Значения  $C_L$  для цилиндра с полусферической носовой частью и иглой, а также для цилиндров с конической и с пирами-



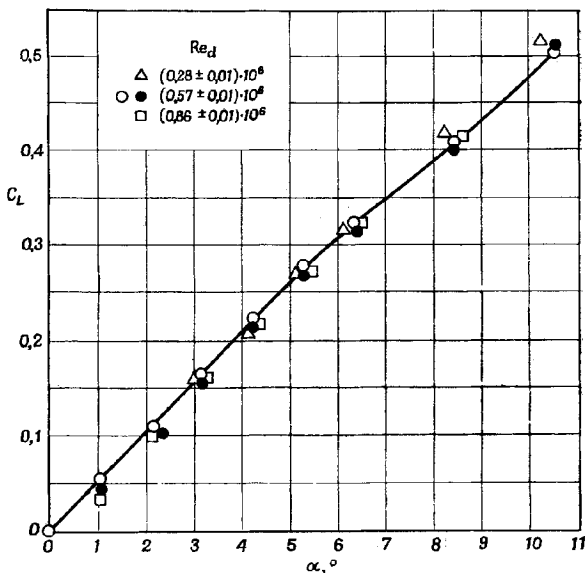
Ф и г. 67. Влияние плоского среза носовой части на коэффициент подъемной силы тел с полусферической срезанной носовой частью без иглы [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Re_d = (0,57 \pm 0,01) \cdot 10^6$ .

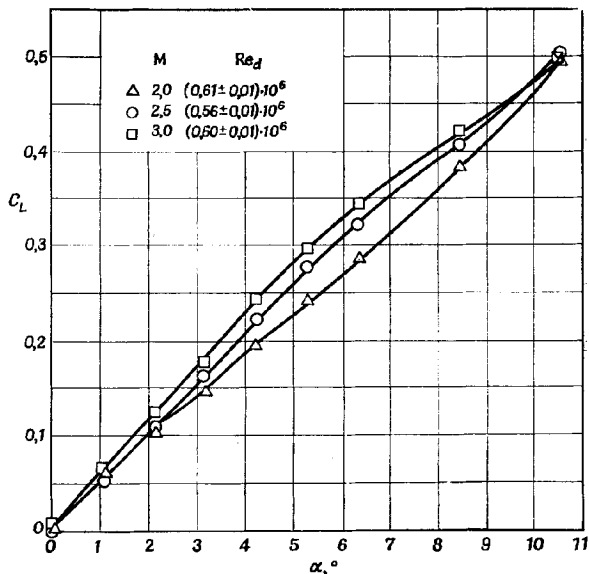


Ф и г. 68. Коэффициенты подъемной силы тел с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

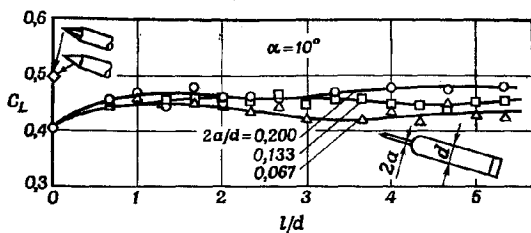
$M_\infty = 2,5$ ;  $Re_d = (0,57 \pm 0,01) \cdot 10^6$ ;  $A_f = 50\%$ .



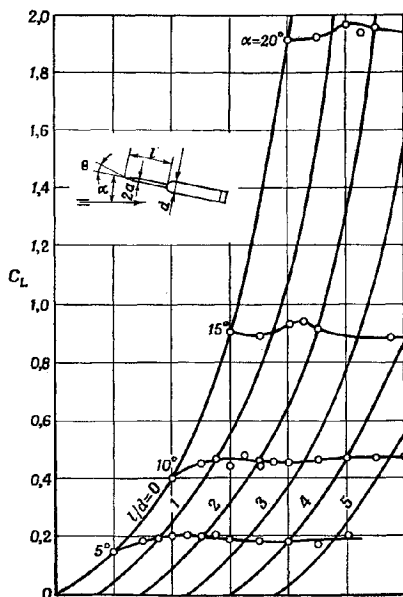
Ф и г. 69. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент подъемной силы тел с иглой, имеющей плоский носок [51].  
 $l/d = 1,5$ ;  $A_f = 4\%$ ;  $M_\infty = 2,5$ .



Ф и г. 70. Влияние числа Маха на коэффициент подъемной силы тел с иглой, имеющей плоский носок [51].  
 $l/d = 1,5$ ;  $A_f = 4\%$ .

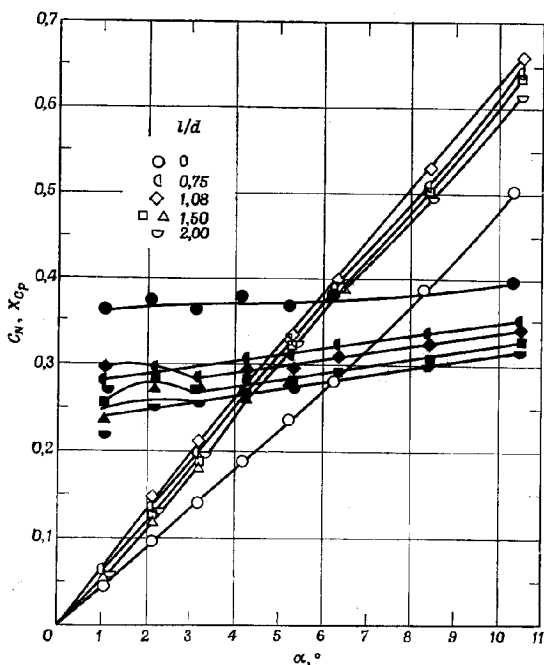


Ф и г. 71. Влияние диаметра и длины иглы на коэффициент подъемной силы [48].  
 $M_{\infty} = 1,81$ , полуугол заострения иглы  $10^\circ$ ,  $Re_d = 310\ 000$ .



Ф и г. 72. Сетка кривых подъемной силы, характеризующая влияние угла атаки и длины иглы [48].  
 $M_{\infty} = 1,81$ ,  $2a/d = 0,2$ , полуугол заострения иглы  $10^\circ$ ,  
 $Re_d = 310\ 000$ .

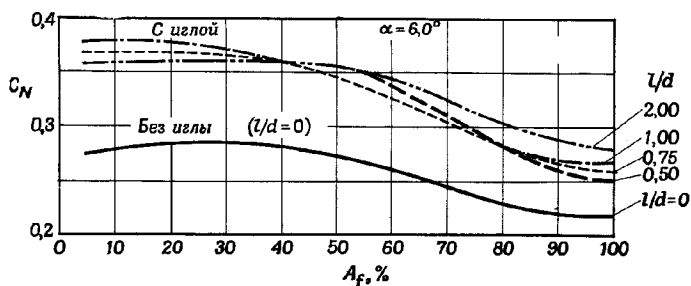




Ф и г. 73. Коэффициенты нормальной силы и положения центра давления на телах с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Re_d = (0,57 \pm 0,02) \cdot 10^6$ ,  $A_f = 4\%$ .

Зачерненные значки означают положение центра давления.

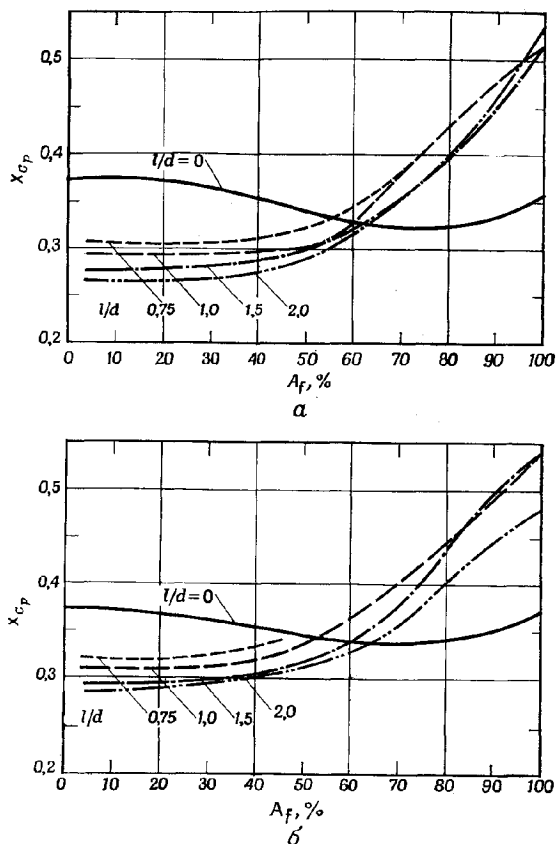


Ф и г. 74. Влияние плоского среза носовой части тела на коэффициент нормальной силы тел с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Re_d = (0,56 \pm 0,02) \cdot 10^6$ .

дальной носовыми частями без иглы при  $\alpha = 10^\circ$  представлены на фиг. 71.

При большем отношении диаметра иглы к диаметру цилиндрической части тела подъемная сила была больше. Оба тела с кони-



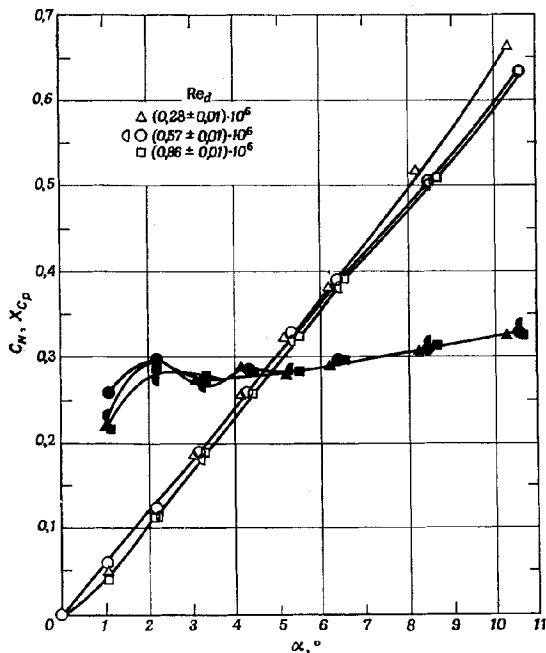
Ф и г. 75. Влияние плоского среза носовой части тела на положение центра давления для тел с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Re_d = (0,56 \pm 0,02) \cdot 10^4$ ;  $\alpha - \alpha = 4^\circ$ ;  $\delta - \alpha = 6^\circ$ .

ческой и пирамидальной носовыми частями без иглы имели большую подъемную силу, чем тела с иглой. Подъемная сила достигает максимального значения при критической длине иглы, соответствующей минимальному сопротивлению. При больших длинах

$C_L$  остается почти постоянным независимо от длины иглы. Как и для  $C_D$ , Хант [48] построил сетку кривых  $C_L$  (фиг. 72).

**Нормальная сила и центр давления.** Нормальная сила и центр давления являются важными факторами, определяющими устойчивость. Их изменения, обусловленные наличием иглы, были впервые исследованы Олбумом [51].



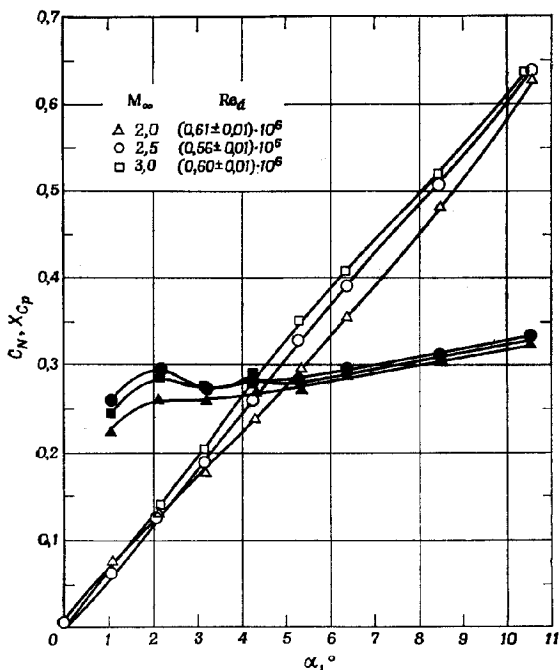
Ф и г. 76. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент нормальной силы и положение центра давления для тел с иглой, имеющей плоский носок [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $l/d = 1,5$ ,  $A_f = 4\%$ . Зачерненные значки обозначают положение центра давления.

Рассмотрим иглу с плоским носком.  $C_N$  возрастает при наличии иглы и линейно изменяется с  $\alpha$  (фиг. 73). Однако длина иглы в интервале  $0,75 \leq l/d \leq 2,0$  не оказывает существенного влияния на  $C_N$ . Коэффициент  $C_N$  уменьшается с увеличением  $A_f$  при наличии иглы и без нее (фиг. 74), однако при малых значениях  $A_f$  влияние  $A_f$  на  $C_N$  мало. Изменение положения центра давления  $X_{Cp}$ , обусловленное иглой, противоположно изменению  $C_N$ .  $X_{Cp}$  измерялось от носовой части модели в единицах длины модели.

При наличии иглы  $X_{CP}$  сохраняется неизменным до  $A_f = 40\%$  и затем быстро возрастает с увеличением  $A_f$  (фиг. 75). При отсутствии иглы  $X_{CP}$  медленно уменьшается с увеличением  $A_f$ , а затем, начиная от  $A_f = 70\%$ , постепенно возрастает.

Рассмотрим теперь иглу с коническим носком. В этом случае зависимости  $C_N$  и  $X_{CP}$  качественно подобны соответствующим



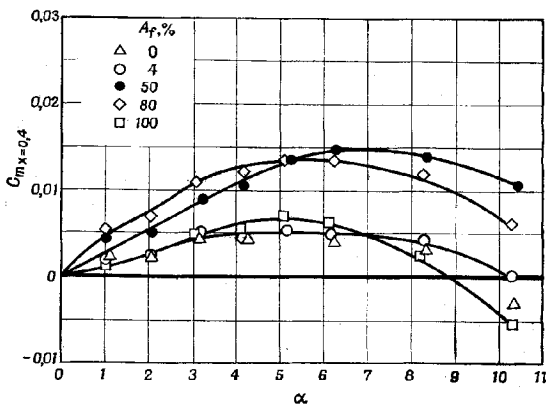
Ф и г. 77. Влияние числа Маха на коэффициент нормальной силы и положение центра давления для тел с иглой, имеющей плоский носок [51].

$l/d = 1,5$ ,  $A_f = 4\%$ . Зачервленные значки обозначают положение центра давления.

зависимостям для иглы с плоским носком, но имеется количественное различие. Игла с коническим носком создает несколько большую нормальную силу и вызывает несколько большее смещение положения центра давления вниз по потоку по сравнению с иглой той же длины с плоским носком.

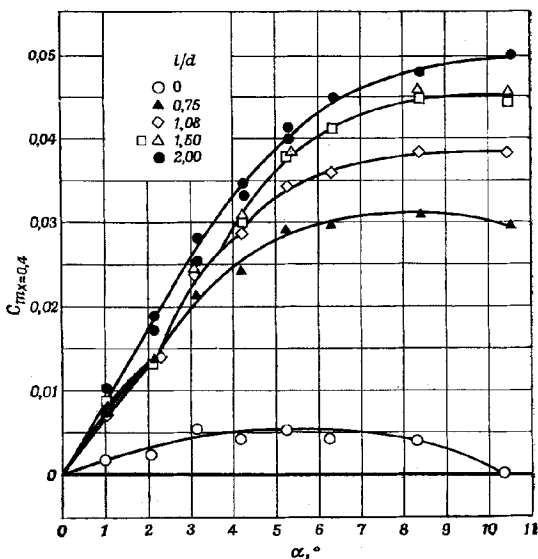
При  $A_f = 4\%$   $C_N$  и  $X_{CP}$  слабо зависят от  $Re_d$  (фиг. 76).

При возрастании числа Маха положение центра давления имеет тенденцию к дальнейшему смещению вниз по потоку (фиг. 77),



Ф и г. 78. Влияние плоского среза носовой части на коэффициент продольного момента тела (относительно точки  $X=0,4$ ) с полусферической срезанной носовой частью без иглы [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Red = (0,57 \pm 0,01) \cdot 10^6$ .

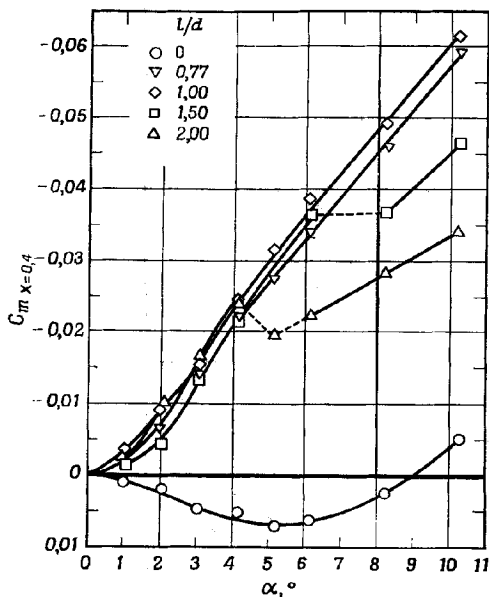


Ф и г. 79. Коэффициенты продольного момента тел (относительно точки  $X = 0,4$ ) с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

$M_\infty = 2,5$ ,  $Red = (0,57 \pm 0,02) \cdot 10^6$ ,  $A_f = 4\%$ .

а форма тела является важным фактором для зависимости  $C_N$  от  $M_\infty$ .

**Продольный момент.** Олбум [51] измерил продольный момент, действующий на модели. Значения  $C_m$  вычислялись относительно одной точки на каждой модели  $X = 0,4$ , где  $X$  — расстояние от носка модели до данной точки, измеренное вдоль продольной



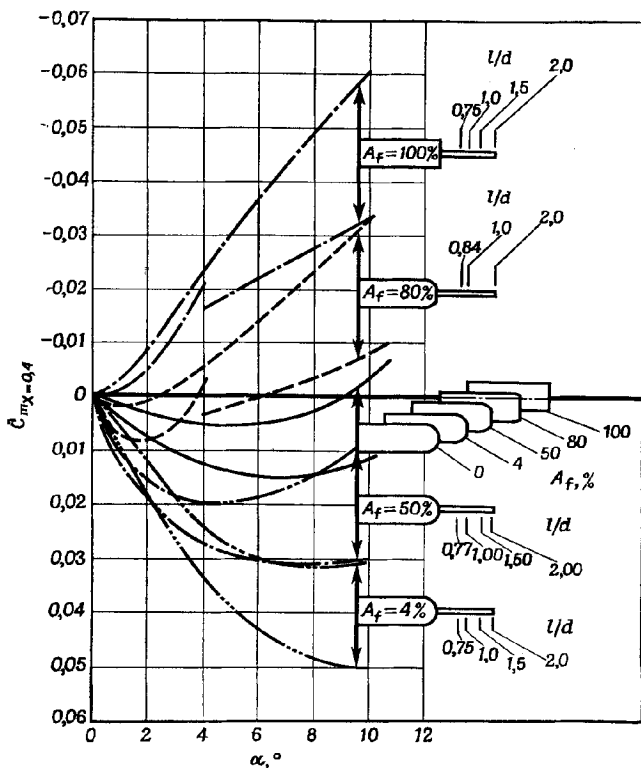
Фиг. 80. Коэффициенты продольного момента тел (относительно точки  $X = 0,4$ ) с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].  $M_\infty = 2,5$ ;  $Re_l = (0,57 \pm 0,02) \cdot 10^6$ ,  $A_f = 100\%$ .

оси тела в единицах длины тела. Результаты исследования влияния плоского среза носовой части тела на продольный момент при отсутствии иглы показаны на фиг. 78. Значение  $C_{m_{X=0,4}}$  положительно, если момент увеличивает угол атаки. В соответствии с фиг. 78 исходные модели в большинстве случаев были неустойчивыми. Наибольший дестабилизирующий момент имели тела с  $A_f = 50$  и  $80\%$ .

Результаты измерений  $C_{m_{X=0,4}}$  при наличии иглы показаны на фиг. 79 и 80.

Штриховые линии, соединяющие экспериментальные точки на фиг. 80, указывают интервалы критической длины иглы, соот-

ветствующей скачкообразному перемещению точки отрыва. Из этих двух фигур видно, что при  $A_f = 4\%$  и наличии иглы  $C_{m_{X=0,4}}$  остается положительным при всех углах атаки в исследованном интервале значений; однако при  $A_f = 100\%$   $C_{m_{X=0,4}}$

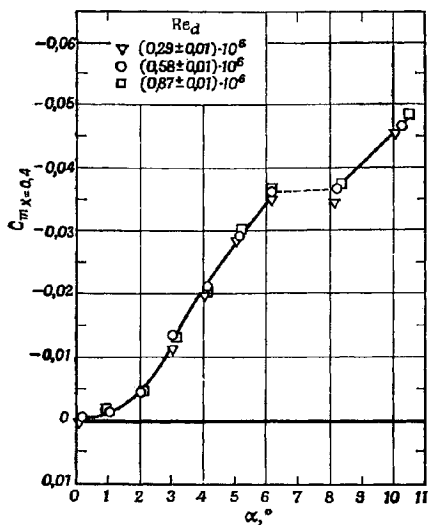


Ф и г. 81. Границы значений коэффициента продольного момента тел (относительно точки  $X = 0,4$ ) с иглами различной длины, имеющими плоский носок [51].

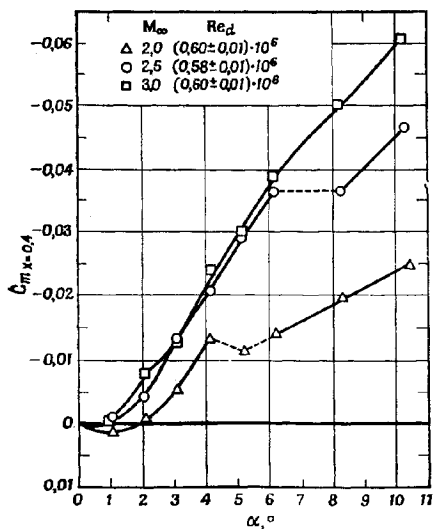
$M_\infty = 2,5$ ,  $Re_l = 0,60 \cdot 10^6$ .

принимает большие отрицательные значения. Это свидетельствует, что продольный момент в сильной степени зависит от формы тела и длины иглы.

Фиг. 81 дает полное качественное представление о влиянии  $A_f$  на  $C_{m_{X=0,4}}$ . Установка иглы с плоским носком может оказать



Ф и г. 82. Влияние числа Рейнольдса на коэффициент продольного момента тел (относительно точки  $X=0,4$ ) с иглой, имеющей плоский носок [51].  
 $M_\infty = 2,5$ ;  $l/d = 1,5$ ;  $A_f = 100\%$ .



Ф и г. 83. Влияние числа Маха на коэффициент продольного момента тел (относительно точки  $X = 0,4$ ) с иглой, имеющей плоский носок [51].  
 $l/d = 1,5$ ,  $A_f = 100\%$ .



стабилизирующее или дестабилизирующее влияние в зависимости от формы тела. Игла оказывает дестабилизирующее влияние на тело при  $A_f = 4$  и 50% и сильное стабилизирующее влияние при  $A_f = 80$  и 100%. Эксперименты Олбума с иглами, имеющими конический носок, а также с иглами, имеющими выступы, показывают, что изменение продольного момента аналогично случаю иглы с плоским носком. Число Рейнольдса оказывает очень слабое влияние на  $C_{mX=0,4}$  (фиг. 82).

Влияние числа Маха зависит от формы носовой части тела, а также от угла атаки (фиг. 83).

Можно заметить (фиг. 83), что с уменьшением числа Маха имеется тенденция к уменьшению устойчивости. Следовательно, существует возможность использовать иглу в качестве эффективного стабилизирующего устройства только выше некоторого значения числа Маха.

В настоящее время не известны какие-либо измерения составляющих силы вдоль хорды, а также поперечных и вращательных моментов для тупых тел с иглами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. C r a b t r e e L. F., The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces, ARC R & M 3122 (N34952), July 1957.
2. W a l l i s R. A., Experiments with Air Jets to Control the Nose Stall on a 3-ft Chord NACA 64A 006 Aerofoil, ARL (Australia) Aerodynamics Note 139, Sept. 1954, ARC 17, 311, Jan. 1955.
3. G a u l t D. E., An Experimental Investigation of Regions of Separated Laminar Flow, NACA TN 3505, 1955.
4. M c G r e g o r I., Regions of Localized Boundary-layer Separation and their Role in the Nose Stalling of Aerofoils, Ph. D. thesis, Queen Mary College, London E. 1, June 1954.
5. P e a r c e y H. H., The Occurrence and Development of Boundary-layer Separation at High Incidences and High Speeds, ARC 17.901, Sept. 1955.
6. N o r b u r g J. F., C r a b t r e e L. F., A Simplified Model of the Incompressible Flow Past Two-dimensional Aerofoils with a Long-bubble Type of Flow Separation, RAE Tech. Note Aero. 2352, ARC 17, 945, June 1955.
7. M c C u l l o u g h G. B., The Effect of Reynolds Numbers on the Stalling Characteristics and Pressure Distribution of Four Moderately Thin Airfoil Sections, NACA TN 3524, Nov. 1955.
8. G a u l t D., Boundary Layer and Stalling Characteristics of the NACA 63-009 Airfoil Section, NACA TN 1894, 1949.
9. O w e n P. R., K l a n f e r L., On the Laminar Boundary Layer Separation from the Leading Edge of a Thin Airfoil, RAE Rept. Aero. 2508, 1953.
10. G y ö r g y f a l v y D., Flight Research Investigation of Laminar Separation of a High Lift Boundary Layer Control Plane, Research Rept 25, the Aerophysics Department of Mississippi State University, June 1959.
11. L a n b o u r n e N. C., P u s e y P. S., Some Visual Observations of the Effects of Sweep on the Low-speed Flow over a Sharp-edge Plate at Incidence, ARC R & M 3106, Jan. 1958.
12. R o y M., Caractères de l'écolement autour d'une aile en flèche accentuées, *Compt. Rend. Acad. Sci., Paris*, 26, № 159, 294, 514 (1952).

13. Maskell E. C., Flow Separation in Three Dimensions, Rept Aero. Res. Comm., London, 18063, 1955, p. 291, 514, 517.
14. Jones W. P., Research on Unsteady Flow, the 1961 Minta Martin Lecture published by Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., with Institute of the Aerospace Sciences, N. Y., 1961; также *J. Aerospace Sci.*, 29, № 3, 249 (March 1962).
15. Lanbourn N. C., Bryer D. W., The Bursting of Leading-edge Vortices—Some Observations and Discussion of the Phenomenon, ARC R & M 3282, 1962.
16. Incompressible Aerodynamics, ed. by B. Thwaites, the Fluid Motion Memoirs, Oxford, Clarendon Press, 1960, p. 514—515.
17. Spreiter J. R., Sacks A. H., The Rolling-up of the Trailing Vortex Sheet and its Effect on the Downward Behind Wings, *J. Aeronaut. Sci.*, 21, 509—510, 514, 516 (1951).
18. Werlé H., Visualization on Tunnel Hydro-dynamics, *Recherche aéronaut.*, 33, № 3, 514 (1953).
19. Örnberg T., A Note on the Flow Around Delta Wings, Aero. Tech. Notes, K. Tek. Högsk Stockholm 38, 1954, p. 514.
20. Bartlett G. E., Vidal R. J., Experimental Investigation of Influence of Edge Shape on the Aerodynamic Characteristics of Low-aspect Ratio Wings at Low Speeds, Rep. Cornell Aero. Lab., N. Y., № 62, 1954.
21. Fink P. T., Taylor J., Some Low-speed Experiments with 20° Delta Wings, ARC Rept 17, 854, 1955, p. 514.
22. Elle B. J., An Investigation at Low Speed of Flow Near the Apex of Thin Delta Wings with Sharp Leading Edges, ARC R & M 3176, Jan. 1958.
23. Marsden D. J., Simpson R. W., Rainbird W. J., An Investigation into the Flow over Delta Wings at Low Speeds with Leading-edge Separation, College of Aeronautics Rept 114, ARC 20, 409, Feb. 1958.
24. Hall M. G., On the Vortex Associated with Flow Separation from a Leading Edge of a Slender Wing, ARC 21, 117, June 1959.
25. Garner H. C., Walsh D. E., Pressure Distribution and Surface Flow on 5% and 9% Thick Wings with Curved Tip and 60% Sweepback, ARC R & M 3244, Jan. 1960.
26. Werlé H., Sur l'éclatement des tourbillons d'apex d'une aile delta aux faibles vitesses, *Recherche aéronaut.*, № 74, 23—30 (Jan.-Feb. 1960).
27. Rogers E. W. E., Berry C. J., Townsend J. E. G., A Study of the Effect of Leading-edge Modifications on the Flow over a 50 deg. Sweepback Wing at Transonic Speeds, ARC 62, 12278, May 1960.
28. Squire H. B., Analysis of the Vortex Breakdown Phenomenon, Part I, Imperial College of Science and Technology, Aeronautics Dept. Rept № 102, 1960.
29. Jones J. P., The Breakdown of Vortices in Separated Flow, USAA Rept № 140, ARC 22, 241, July 1960.
30. Hall M. G., A Theory for the Core of a Leading-edge Vortex, *J. Fluid Mech.*, 11, Part 2, 209—228 (1961).
31. Garner H. C., Cox D. K., Surface Aeroflow Patterns on Wings of Different Leading-edge Radius Sweepback, ARC CP № 583, March 1961.
32. Earnshaw P. B., An Experimental Investigation of the Structure of a Leading-edge Vortex, RAE Tech. Note Aero. 2740, March 1961.
33. Lawford J. A., Beauchamp A. R., Low-speed Wing-tunnel Measurements on a Thin Sharp-edged Delta Wing with 70° Leading-edge Sweep, with Particular Reference to the Position of Leading-edge Vortex Breakdown, RAE Tech. Note Aero. 2797, Nov. 1961.
34. Legendre R., Écoulement au voisinage de la pointe avant d'une aile a forte fleche aux incidences moyennes, *Recherche aéronaut.*, 3, № 3; 31, № 3; 35, № 3 (1952—1953).

35. Adams MacC., Leading-edge Separation from Delta Wings at Supersonic Speeds, *J. Aeronaut. Sci.*, 20, 514 (1953).
36. Brown C. E., Michael W. H., Effect of Leading-edge Separation, NACA TN 3430, 1955, p. 100.
37. Roy M., Sur la théorie de l'aile en delta-tourbillions d'apex et nappes en cornet, *Recherche aéronaut.*, 56, N° 3, 514 (1956).
38. Mangler K. W., Smith J. H. B., Calculation of the Flow Past Slender Delta Wings with Leading-edge Separation, ARC Rept 19634, 1959, p. 100-514.
39. Mangler K. W., Smith J. H. B., A theory of Slender Delta Wings with Leading-edge Separation, ARC Rept 18759, 1956, p. 514.
40. Lambourne N. C., Some Current and Proposed Investigations into the Flow for Slender Delta and Other Wings in Unsteady Motion, ARC 21844, April 1960.
41. Brower W. B., Leading-edge Separation of Laminar Boundary Layers in Supersonic Flow, *J. Aerospace Sci.*, 28, N° 12, 957-961 (Dec. 1961).
42. Chapman D. R., Laminar Mixing of a Compressible Fluid, NACA Rept 958, 1950.
43. Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K., Investigation of Separated Flow in Supersonic and Subsonic Streams with Emphasis on the Effect of Transition, NACA Rept 1356, 1958.
44. Ginoux J. J., Leading-edge Effect on Separated Supersonic Flows, TCEA TN 4, Training Center for Experimental Aerodynamics, Rhode-Saint-Génèse, Belgium, May 1961; talk paper N° ICAS-18 presented at the Third International Congress in the Aeronautical Science, Stockholm, Aug. 1962.
45. Föttinger H., *Mitt. Verein. Grosskesselbesitzer*, 73 (1939).
46. Mair W. A., Experiments on Separation of Boundary Layers on Probes in Front of Blunt-nosed Bodies in a Supersonic Air Stream, *Phil. Mag.*, 43, seventh series, (July 1952).
47. Neice S. E., Experimental Investigation of the Aerodynamic Characteristics of a Ballistic-type Missile, NACA RM A54C04, April 1954.
48. Hunt G. K., Supersonic Wind-tunnel Study of Reducing the Drag of a Bluff Body at Incidence by Means of a Spike, Royal Aircraft Establishment, Rept Aero. 2606, May 1958.
49. Moeckel W. E., Flow Separation Ahead of Blunt Bodies at Supersonic Speeds, NACA TN 2418, July 1951.
50. Gorges H. A., Some Tests on the Formation of Conical Flows due to Separation, Tech. Note HSA 50, Weapons Research Establishment, Australian Defence Scientific Service, South Australia, April 1959.
51. Album H. H., Spiked Blunt Bodies in a Supersonic Flow, Air Force Office of Scientific Research, Washington 25, DC, Rept AFOSR 307, June 1961.
52. Daniels L. E., Yoshihara H., Effects of the Upstream Influences of a Shock Wave at Supersonic Speeds in the Presence of a Separated Boundary Layer, WADC Tech. Rept 54-31, Jan. 1954.
53. Stalder J. R., Nielsen N. V., Heat Transfer from a Hemisphere Cylinder Equipped with Flow-separation Spikes, NACA TN 3287, Sept. 1954.
54. Bogdonoff S. M., Vas I. E., Preliminary Investigations of Spiked Bodies at Hypersonic Speeds, *J. Aerospace Sci.*, 26, N° 2, 65-74 (Feb. 1959).
55. Bernstein H., Brunk W. E., Exploratory Investigation of Flow in the Separated Region Ahead of Two Blunt Bodies at Mach Number 2, NACA RM E55D07B, June 1955.
56. Maull D. J., Hypersonic Flow over Axially Symmetric Spiked Bodies, *J. Fluid Mech.*, 8, Part 4, 584-592 (Aug. 1960).

57. K o p a l Z., Tables of Supersonic Flow Around Cones, Massachusetts Institute of Technology, 1947.
58. C r a w f o r d D. H., Investigation of the Flow over a Spiked-nose Hemisphere-cylinder at a Mach Number of 6,8; NASA TN D-118, Dec. 1959.
59. W o o d C. J., A Study of Hypersonic Separated Flow, Ph. D. thesis, University of London, Oct. 1961 (available as DDC AD 401652).
60. L i e p m a n n H. W., R o s h k o A., D h a w a n S., On Reflection of Shock Waves from Boundary Layers, NACA TN 2334, 1951.
61. E g g e r s A. J., H e r m a c h C. A., Initial Experiments on the Aerodynamic Cooling Associated with Large-scale Vortical Motions in Supersonic Flow, NACA RM A54L13, March 1955.
62. B e s t a l l D., T u r n e r J., The Effect of a Spike Protruding in Front of a Bluff Body at Supersonic Speeds, ARC Tech. Rept R & M 3007, Jan 1952.
63. J o n e s J. J., Flow Separation from Rods Ahead of Blunt Noses at Mach Number 2.72; NACA RM L52E05a, July 1952.
64. v o n K a r m a n Th., The Problem of Resistance in Compressible Fluids, GALCIT Pub. № 75, 1936 from *Atti Roy. Accad. Ital., Cl. Sci. Fis. Mat. e Nat.*, 14 (1936).

## БИБЛИОГРАФИЯ

- B l a c k J., H u n t R. D., Some Measurements of Leading-edge Separation Bubbles on a 10 percent Thick Symmetrical Aerofoil, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 819—823 (Dec. 1953).
- B r o w n C. E., M i c h a e l W. H., On Slender Delta Wings With Leading-edge Separation, NACA TN 3430, April 1955.
- C o l e J. D., B r a i n e r d J. J., Slender Wings at High Angles of Attack in Hypersonic Flow, American Rocket Society, Air Force Office of Scientific Research, International Hypersonics Conference, MIT, Aug. 1961.
- C r a b t r e e L. F., Effects of Leading-edge Separation on Thin Wings in Two-dimensional Incompressible Flow, *J. Aeronaut. Sci.*, 21, № 8, 597—604 (Aug. 1957).
- E l l e B. J., J o n e s J. P., A Note on the Vorticity Distribution on the Surface of Slender Delta Wings with Leading-edge Separation, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 195—198 (March 1961).
- H a h n M. S., Pressure Distribution and Mass Injection Effects in the Transitional Separated Flow over a Spiked Body at Supersonic Speed, *J. Fluid Mech.*, 24, Part 2, 209—223 (1966).
- M a u l l D. J., Hypersonic Flow Over Axially Symmetric Spiked Bodies, *J. Fluid Mech.*, 8, 584 (1960).
- R e i n e c k e W. G., A l b u m H. H., J o h a n i T., Pitot and Static Pressure Measurements in the Separated Region of Spiked Cylinder in Hypersonic Flow, Aerospace Research Labs., Office of Aerospace Research, ARL 65-237, Nov. 1965.
- S a c k s A. H., N i e l s e n J. H., G o o d w i n F. K., A Theory for the Low-speed Aerodynamics of Straight and Swept Wings With Flow Separation, Vidyā, Research and Development, Rept № 9, March 31, 1963.
- S h a r p A. W., The Supersonic Flow Past a Leading-edge Separation Bubble, *J. of Fluid Mech.*, 5, 445 (1959).
- W a r d J. W., The Behaviour and Effects of Laminar Separation Bubbles on Aerofoils in Incompressible Flow, *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, 783 (Dec. 1963).

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные обозначения . . . . .	5
<b>Глава VII. Характеристики отрывных течений . . . . .</b>	<b>7</b>
1. Отрывные течения около двумерных и осесимметричных тел и за ними . . . . .	10
2. Отрывные пузыри . . . . .	60
Литература . . . . .	69
<b>Глава VIII. Течение в следе . . . . .</b>	<b>74</b>
1. Течение в следе при дозвуковых скоростях . . . . .	81
2. Течение в следе при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях . . . . .	124
Литература . . . . .	184
<b>Глава IX. Отрыв потока с передней кромки . . . . .</b>	<b>199</b>
1. Отрыв потока с передней кромки при дозвуковых скоростях . . . . .	200
2. Критерий отрыва ламинарного потока с передней кромки . . . . .	205
3. Разрушение вихрей, сходящих с передней кромки . . . . .	207
4. Отрыв с передней кромки при сверхзвуковых скоростях . . . . .	213
5. Отрыв потока от тонкой иглы или пластины, установленной перед тупым телом, при сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях . . . . .	218
Литература . . . . .	276

П. ЧЖЕН

## ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Том II

Редактор *О. Пряджина*

Художник *А. Шипов*

Художественный редактор *Ю. Урманчеев*

Технический редактор *И. Дерва*

Корректор *О. Иванова*

Сдано в набор 27/X 1972 г. Подписано к печати 23/II 1973 г.

Бумага № 1, 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>=8,75 бум. л. 17,50 печ. л. 16,49 уч.-изд. л.

Изд. № 20/6749. Цена 1 р. 45 к. Зак. 0733

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Трудового Красного знамени

Московская типография № 7 «Искра революции»

Союзполиграфпрома при Государственном комитете

Совета Министров СССР по делам издательств,

полиграфии и книжной торговли. Москва, Трехпрудный пер., 9