

Динамика  
атмосферы  
и океана

В 2-х томах

**т. 2**

# Atmosphere—Ocean Dynamics

**Adrian E. Gill**

Department of Applied Mathematics  
and Theoretical Physics  
University of Cambridge  
Cambridge, England

1982  
Academic Press  
New York London Paris San Diego  
San Francisco Sao Paulo Sidney Tokyo Toronto

А Гилл  
Динамика  
атмосферы  
и океана

В 2-х томах

Том 2

Перевод с английского

В. Э. Рябина,

А. Н. Филатова

под редакцией

Г. П. Курбаткина



Москва  
«Мир»  
1986

ББК 26.21 + 26.23

Г 47

УДК 551.46 + 551.50

Гилл А.

Г 47 Динамика атмосферы и океана: В 2-х томах. Т. 2. Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 415 с., ил.

Систематическое исчерпывающее изложение с математической и физической точек зрения актуального направления современной геофизики, принадлежащее известному английскому ученому. Строгая математическая формулировка задач сочетается с глубоким физическим анализом явлений. Монография может служить и учебным пособием для студентов.

Во втором томе рассматриваются специфические задачи динамики системы океан — атмосфера и методы решения современных проблем в этой области.

Для математиков — прикладников, механиков, геофизиков, метеорологов, океанологов, аспирантов и студентов вузов.

Г  $\frac{1703040000-330}{041(01)-86}$  39—86, ч. 1

ББК 26.21 + 26.23

*Редакция литературы по математическим наукам*

© Academic Press, 1982

© перевод на русский язык, «Мир», 1986

## Глава 9

# Вынужденное движение

### 9.1. ВВЕДЕНИЕ

Источником движений в системе атмосфера — океан является солнечная радиация. Возникновение течений связано с тем, что тропики нагреваются сильнее, чем полюса. Именно поэтому такое большое значение придается пониманию физики реакции атмосферы и океана на вынуждающие силы различного типа, в частности на те из них, которые появляются из-за притока или оттока тепла, или те, которые вызываются действием ветра и колебаний атмосферного давления на поверхность океана. В этой главе приводятся сведения о различных вынуждающих силах и изучается реакция стратифицированной жидкости, вращающейся равномерно вокруг вертикальной оси. Другими словами, процессы исследуются не на сфере, а на  $f$ -плоскости.

Первая часть главы (до разд. 9.7) посвящена воздействию напряжения на горизонтальную поверхность. В основном оно создается трением ветра о поверхность океана. Ветровое напряжение вызывает непосредственный отклик — так называемый экмановский перенос, который в основном сосредоточен в тонком слое у поверхности океана. Обычно считается, что он действует в пределах верхнего перемешанного слоя океана с толщиной от 10 до 100 м. Резкое изменение ветра способно вызвать колебания экмановского переноса с инерционным периодом или уменьшить амплитуду существовавших ранее колебаний. Данные наблюдений о колебаниях скорости в перемешанном слое достаточно хорошо воспроизводятся даже очень простыми моделями. Аналогичные колебания могут возникнуть и в атмосфере ночью из-за резкого уменьшения напряжения после захода Солнца. Подобное уменьшение напряжения приводит к явлению, именуемому ночным струйным течением. Оно обсуждается в разд. 9.7.

Если бы ветровое напряжение было пространственно однородным, то ниже перемешанного слоя океан был бы слабо подвержен влиянию ветра, поскольку меняющийся со временем экмановский перенос возникал бы только в тонком приповерхностном слое. Однако *пространственные* изменения ветра, которые, естественно, всегда существуют, вызывают пространственные изменения экмановского переноса и таким образом приводят к возникновению конвергенций и дивергенций. Другими

словами, за счет горизонтального экмановского потока в одних районах образуется приток массы, а в других — ее отток. Это порождает вертикальные движения. К примеру, если в каком-либо районе имеется конвергенция, то для сохранения массы в нем должно возникать вертикальное движение, направленное вниз от поверхности. Вертикальная скорость, которая генерируется таким образом непосредственно под пограничным слоем, называется экмановской скоростью подкачки<sup>1)</sup>. Именно за счет этой скорости в океане возникают возмущения поля плотности и ветровые течения.

Напряжение, действующее на расположенную внизу поверхность океана (или суши), выступает для атмосферы фактором торможения за счет трения. Его интенсивность зависит от скорости ветра. С этим напряжением связан атмосферный экмановский перенос, создающий горизонтальный поток *массы*, равный по величине и противоположный по направлению океаническому. Следовательно, изменения экмановского переноса вызывают экмановскую подкачку с *вертикальным* потоком массы, который будет одним и *тем же* и для атмосферы, и для океана.

Зависимость между силой трения и скоростью у границы рассматривается в разд. 9.5. Здесь же коротко обсуждается характер изменения скорости с удалением от границы. На самом деле течение в слое трения является турбулентным, и его закон трения имеет нелинейный вид. Вместе с тем линейное ламинарное решение, которое обсуждается в разд. 9.6, все же представляет определенный интерес.

Трение в целом стремится замедлить движение и привести систему в состояние покоя. Этот процесс называется «спиндаун». Он обсуждается в разд. 9.12. Весьма важную роль в нем играет экмановская скорость подкачки.

Другой формой вынуждающих сил в океане является гравитационное притяжение Солнца и Луны, которое создает приливы. Обсуждение в разд. 9.8 касается прямого эффекта, который имеет баротропный характер, хотя в действительности существуют также и бароклинные приливы, вызванные взаимодействием баротропных приливов с неровностями морского дна. Этот эффект особенно важен, когда существуют большие изменения глубин, как, например, на континентальных склонах.

Приливные уравнения были выведены Лапласом [431] на очень ранней стадии развития гидромеханики (1778/1779). Являясь формой уравнений мелкой воды при наличии вынуждающей силы, они играют центральную роль во всей геофизической гидродинамике. Действительно, если на слой однородной жидкости малой толщины действуют каким-либо образом выну-

---

<sup>1)</sup> В советской океанологической литературе принято называть экмановскую скорость подкачки экмановской вертикальной скоростью.— *Прим. перев.*

ждающие силы (либо за счет ветра, либо за счет колебаний давления на поверхности или разности «осадки — испарение», либо приливообразующие силы), то в результате анализа получатся вынужденные уравнения мелкой воды. Следовательно, отклик на любой из этих видов вынуждающих сил связывается с откликом на любой другой из них, если представить их подходящими функциями пространства и времени. Поэтому уравнения Лапласа применимы к широкому классу баротропных течений. Кроме того, как показано в разд. 9.10, используя метод разложения решений по нормальным модам, их можно применить и к бароклинным течениям.

Разложение по нормальным модам применено, в частности, для изучения бароклинной реакции океана на движущиеся возмущения, например на ураганы. Этому вопросу посвящен разд. 9.11. Поведение решений сильно зависит от того, движется ли шторм быстрее или медленнее, чем бароклинные волны. Если он движется медленнее, то уравнения, воспроизводящие реакцию, относятся к эллиптическому типу, и отклик затухает по мере удаления от источника. При этом явления, движущиеся вместе со штормом, должны быть сосредоточены в его окрестности. Если шторм движется быстрее (что обычно и происходит), то уравнения получают гиперболическими, и за штормом тянется волновая шлейф. Из-за связанных с циклоном экмановских вертикальных движений шторм оставляет на своем пути зону подъема вод с компенсационным опусканием на периферийных участках траектории шторма.

Основной источник движений в атмосфере — это солнечная радиация, порождающая силы плавучести. Уравнения для созданных таким образом движений рассматриваются в разд. 9.13 в предположении о малой величине отклонений от состояния покоя. В последующих разделах рассматриваются частные решения для случаев постоянных сил плавучести. Если вынуждающая сила зависит только от высоты  $z$  и одной горизонтальной координаты  $y$ , то существует частный вид решения, возникающий в ряде задач. При постоянной вынуждающей силе течение в плоскости  $(y, z)$  стационарно. Отклонения изопики, однако, линейно растут со временем, что создает нормальное к указанной плоскости движение, находящееся в геострофическом равновесии с порожденным им полем давления. Это течение, естественно, также линейно растет со временем. То же самое остается в силе, когда вынуждающая сила является функцией  $z$  и расстояния  $r$  от центра шторма, что характерно, например, для задачи об урагане. Поток в плоскости  $(r, z)$  может быть постоянным, но поперечный (азимутальный) поток линейно растет со временем. Действительно, кольца жидкости, приближаясь к оси вращения, должны сохранять полный угловой момент количества движения, поэтому жидкость должна с

постоянной скоростью увеличивать свою относительную циклоническую завихренность. Такое поведение выявляется на ранних стадиях развития ураганов (см., например, обзор [272]), в которых поток в  $(r, z)$ -плоскости (относительно центра урагана) стационарен с большой точностью, но циклоническое движение вокруг центра продолжает расти со временем. Аналогичные течения возникают и в океане в областях теплоотдачи, например в месте формирования донных вод в Гренландском море.

На самом деле такое развитие не продолжается до бесконечности, поскольку в действие вступают определенные уравновешивающие механизмы. Обычно ими оказываются различные формы диссипации. Их примеры рассмотрены в последнем разделе главы. Один из примеров — модель Антарктического циркумполярного течения, для которого вынуждающей силой является ветер, а диссипативным механизмом — донное трение. Другой пример — атмосфера, приводимая в движение силами плавучести с диссипативными факторами — ньютоновой теплоотдачей и рэлеевским трением. Это приводит к модели атмосферной циркуляции, рассмотренной в 1686 г. Галлеем [284] и в 1735 г. Гадлеем [283].

## 9.2. ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО НАПРЯЖЕНИЯ: ЭКМАНОВСКИЙ ПЕРЕНОС

Когда ветер дует над поверхностью Земли, то независимо от того, твердая ли это суша или поверхность моря, на ней возникает напряжение (см. гл. 2). Для атмосферы оно выступает достаточно важным фактором торможения (см., например, разд. 2.4), а для океана — основной движущей силой. Действительно, основные системы течений Мирового океана имеют преимущественно ветровое происхождение. Рассмотрим теперь этот тип вынуждающих сил. Хотя это и удивительно, но оказывается, что он имеет свойства, сходные со свойствами вынуждающих сил топографической природы.

Горизонтальное напряжение  $(X, Y)$  на поверхности Земли — это горизонтальный вектор, представляющий собой силу, действующую на единицу площади между поверхностью (считаемой горизонтальной) и граничащим с ней слоем воздуха или воды. Чтобы включить эффекты горизонтальных напряжений в уравнения движения, полезно представлять океан или атмосферу разделенными на некоторое множество тонких горизонтальных слоев, наподобие куска фанеры (в котором, однако, каждый из слоев способен двигаться). Если напряжение  $(X, Y)$  приложено к верхней части слоя, то он будет вынужден начать движение и таким образом передать напряжение ниже расположенному слою. При толщине слоя  $\delta z$  напряжение, приклады-



ваемое к нижнему слою, примерно равно

$$(X - \delta z \partial X / \partial z, \quad Y - \delta z \partial Y / \partial z).$$

Равное по величине и обратное по направлению напряжение возникает на основании первого (верхнего) слоя, так что результирующая сила на единицу поверхности этого слоя будет равна разности напряжений на верхней и нижней границах, а именно

$$(\partial X / \partial z, \quad \partial Y / \partial z) \delta z.$$

Умножая на площадь  $\delta x \delta y$  и деля на массу  $\rho \delta x \delta y \delta z$  жидкости в слое, получаем силу, связанную с горизонтальным напряжением, действующую на единицу массы:

$$\rho^{-1} (\partial X / \partial z, \quad \partial Y / \partial z).$$

Это дополнительная сила, действующая на единицу массы и приводящая ее в движение, поэтому ее необходимо добавить к тем, которые уже входят в уравнения движения по горизонтали. К примеру, линеаризованные уравнения (8.4.1) и (8.4.2) для жидкости, вращающейся с постоянной угловой скоростью, после включения в них членов, связанных с напряжениями, приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - f v &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + f u &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial Y}{\partial z}. \end{aligned} \quad (9.2.1)$$

Причина, по которой в эти уравнения включена только производная *горизонтального* напряжения по *вертикальной* координате, состоит в том, что вертикальный масштаб атмосферных и океанических пограничных слоев (т. е. объемов, граничащих с поверхностью раздела, в которых напряжения сравнимы по величине с поверхностными) много меньше горизонтального пространственного масштаба изменения напряжений. Так, толщина атмосферного пограничного слоя имеет порядок 1 км, океанического — 10—100 м. В то же время горизонтальный масштаб изменения напряжений может быть порядка 100—1000 км.

Детальное моделирование пограничных слоев атмосферы и океана оказывается весьма трудным делом (см., например, [490, 795, 555, 896, 413, 895]). В них не только возникает турбулентность, которая связана с действием напряжений и волновыми эффектами, но имеются и другие важные процессы перемешивания, вызванные нагреванием и теплоотдачей. Однако, как мы увидим позднее, для воспроизведения некоторых общих свойств пограничных слоев и оценки влияния пограничного слоя на основное течение можно использовать достаточно простые модели.

Из (9.2.1) следует, что жидкость заставляют ускоряться две силы, порождаемые горизонтальным градиентом давления и вертикальным градиентом напряжения. Скорости, связанные с этими силами, можно рассматривать отдельно. Составляющая скорости  $(u_p, v_p)$ , порождаемая градиентом давления, удовлетворяет уравнениям

$$\partial u_p / \partial t - f v_p = -\rho^{-1} \partial p' / \partial x, \quad \partial v_p / \partial t + f u_p = -\rho^{-1} \partial p' / \partial y \quad (9.2.2)$$

и в случае стационарного течения превращается в геострофическую. Часть  $(u_E, v_E)$ , порождаемая напряжением, сосредоточена в слое его действия и в соответствии с пионерской работой [186] Экмана 1905 года по проблеме пограничного слоя будет называться *экмановской скоростью*. Слой действия напряжения по той же причине часто именуют *экмановским слоем*. Экмановская скорость удовлетворяет уравнениям

$$\partial u_E / \partial t - f v_E = \rho^{-1} \partial X / \partial z, \quad \partial v_E / \partial t + f u_E = \rho^{-1} \partial Y / \partial z. \quad (9.2.3)$$

Таким образом, скорость  $(u, v)$ , которая фигурирует в уравнениях (9.2.1), может быть представлена в виде суммы

$$u = u_p + u_E, \quad v = v_p + v_E, \quad (9.2.4)$$

где  $(u_p, v_p)$  удовлетворяет (9.2.2) и  $(u_E, v_E)$  удовлетворяет (9.2.3).

Теперь напряжение  $(X, Y)$  можно считать нулевым вне пограничного слоя (экмановского слоя), так что интегрирование (9.2.3) по  $z$  через этот слой дает

$$\begin{aligned} \rho(\partial U_E / \partial t - f V_E) &= -X_s, \\ \rho(\partial V_E / \partial t + f U_E) &= -Y_s, \end{aligned} \quad \text{если граница снизу.} \quad (9.2.5)$$

В этом уравнении  $(X_s, Y_s)$  — значения напряжения на границе, а вектор

$$(U_E, V_E) = \int (u_E, v_E) dz = \int (u - u_p, v - v_p) dz \quad (9.2.6)$$

представляет собой перенос объема в пограничном слое относительно течения, связанного с давлением. Плотность в пределах пограничного слоя можно считать постоянной, поскольку этот слой очень тонок по сравнению с масштабом высоты. Величина  $(U_E, V_E)$  называется *объемным экмановским переносом* пограничного слоя или просто экмановским переносом. Величина  $(\rho U_E, \rho V_E)$  называется *экмановским переносом массы*.

Знак члена, характеризующего напряжение в интегральном соотношении (9.2.3), зависит от того, находится пограничный слой выше или ниже поверхности. Уравнение в виде (9.2.5) применимо к атмосферному пограничному слою или придонному океаническому пограничному слою. Для приповерхностного по-

границного слоя в океане знак напряжения меняется на противоположный, и интегрирование соотношения (9.2.3) по слою дает

$$\rho(\partial U_E/\partial t - fV_E) = X_s, \quad (9.2.7)$$

$$\rho(\partial V_E/\partial t + fU_E) = Y_s, \quad \text{когда граница сверху.}$$

Отметим, что, поскольку напряжение, действующее на поверхность океана, совпадает с напряжением, действующим на нижнюю границу атмосферы, сложение (9.2.5) и (9.2.7) показывает, что сумма экмановских переносов массы в атмосфере и

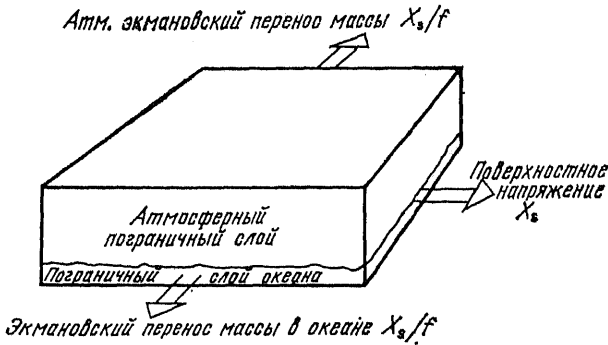


Рис. 9.1. Направления и величины стационарных экмановских переносов массы в пограничных слоях атмосферы и океана северного полушария при указанном на рисунке направлении поверхностного напряжения. В южном полушарии направления экмановских переносов обратные. Отметим, что сумма переносов массы в атмосфере и океане равна нулю. При отсутствии градиента давления сила, приложенная к единичной поверхности каждого из пограничных слоев поверхностным напряжением, равна произведению массы жидкости, расположенной на этой единичной площадке, на кориолисово ускорение слоя. Последнее, как показано на рисунке, равно экмановскому переносу массы, умноженному на  $f$ , и перпендикулярно напряжению.

океане равна нулю (в предположении, что она равнялась нулю в некоторый начальный момент). Из-за большой разницы плотностей воздуха и воды сказанное *неверно* для объемных переносов.

В стационарных условиях экмановский перенос *перпендикулярен* поверхностному напряжению. В атмосфере в северном полушарии он направлен влево относительно поверхностного напряжения. В океане в северном полушарии перенос направлен вправо по отношению к поверхностному напряжению.

Величину и направление экмановского переноса можно достаточно просто определить с помощью анализа баланса сил в горизонтальном слое атмосферы или океана с толщиной, равной толщине соответствующего пограничного слоя. При отсутствии градиента давления баланс становится наиболее простым, поскольку при этом сила  $(X_s, Y_s)$ , действующая на горизонтальную

границу слоя единичной площади, балансируется исключительно силой Кориолиса ( $\rho f V_E$ ,  $-\rho f U_E$ ), связанной со средним по слою движением. На рис. 9.1 показаны (для северного полушария) направления экмановских потоков относительно напряжения на поверхности. Для характерного значения напряжения в умеренных широтах ( $f = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ), равного  $0,1 \text{ Н/м}^2$ , экмановский перенос массы в обоих слоях равен  $1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  или  $1 \text{ г} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ . Расчеты дают еще большие значения для тропиков, где  $f$  становится очень малым.

Несмотря на то что понятие экмановского переноса широко используется, точное количественное подтверждение соотношений (9.2.5) и (9.2.7) по данным наблюдений затруднительно. Основная причина — трудность оценки градиента давления с точностью, достаточной для разделения поля скорости на две составляющие: связанную с давлением и экмановскую. В атмосфере, например, при условиях, достаточно приближенных к стационарным, напряжение можно определять по профилю скорости у земли или по прямым измерениям. Основная сложность состоит в оценке направления градиента давления, поскольку малые ошибки в нем ведут к существенным ошибкам в экмановском потоке.

### 9.3. ИНЕРЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ВЕТРОМ В ПЕРЕМЕШАННОМ СЛОЕ ОКЕАНА

Предположим, что в некоторый момент море находится в состоянии покоя. Напряжение ветра, направленное вдоль оси  $x$  (например, пусть ветер будет западным), возникает мгновенно и поддерживается постоянным и равным  $X_s$ . Как будет меняться экмановский перенос? Решение системы (9.2.7) можно легко получить, если прибавить к первому уравнению второе, умноженное на  $i$ . Это дает уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_E + iV_E) + if(U_E + iV_E) = \frac{X_s}{\rho}, \quad (9.3.1)$$

решение которого имеет вид [265]

$$U_E + iV_E = -i(X_s/\rho f)(1 - e^{-ift}). \quad (9.3.2)$$

Первоначально направления экмановского переноса и ветра совпадают, но с течением времени за счет силы Кориолиса поток поворачивается вправо (в северном полушарии). В конечном счете перенос определяется как сумма постоянного экмановского переноса, направленного вправо от ветра, и антициклонически вращающейся составляющей с инерционным периодом и амплитудой, равной величине переноса. Частица, перемещающаяся со средней скоростью слоя, будет описывать циклоиду, которая показана на рис. 9.2, *a*.

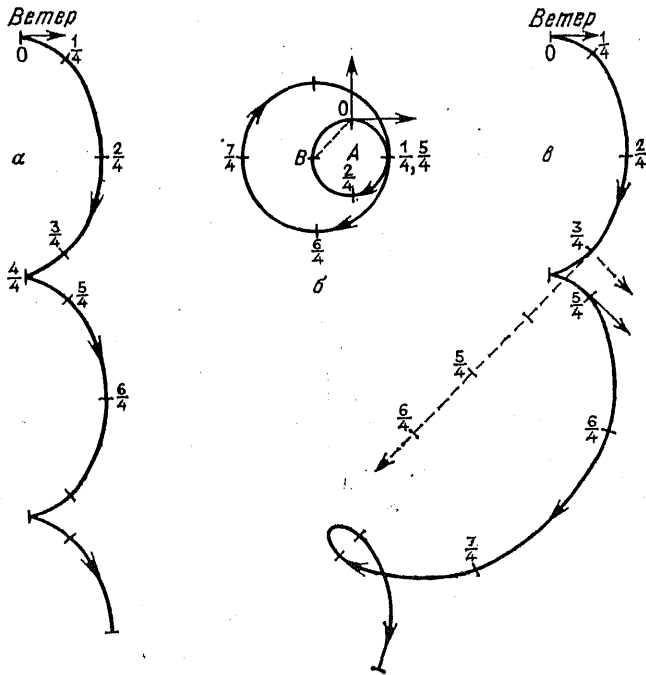


Рис. 9.2. (а) Последовательная векторная диаграмма движения частицы в перемешанном слое океана при западном ветре (обозначенном стрелкой в верхней части рисунка), который мгновенно «включается» при  $t = 0$ . Считается, что частица движется со средней скоростью слоя. Отметки нанесены через временные интервалы, равные четверти инерционного периода. Движение состоит из суммы постоянного смещения со скоростью, направленной перпендикулярно ветру (на рисунке показано смещение к югу, соответствующее условиям северного полушария), и антициклонически вращающегося инерционного колебания. Результирующая траектория — циклоида, показанная на рисунке. (б) Изменение экмановского переноса со временем показано маленьким кругом с центром в точке  $A$ . Точка  $A$  характеризует стационарный экмановский перенос, соответствующий западному ветру, действующему при  $t > 0$ . Инерционные колебания около этой величины представлены кругом с центром  $A$ , причем этот круг должен проходить через начало координат в точке  $O$ , чтобы удовлетворить начальным условиям. (в) Последовательная векторная диаграмма при последовавшем позднее изменении ветра на северо-западный и его возрастании по величине в два раза. Сплошной линией показан результат, когда изменение наступило через  $5/4$  инерционного периода относительно момента  $t = 0$ . Стрелка (нарисованная сплошной линией) показывает новое напряжение ветра в момент его изменения. Штриховая линия демонстрирует, что произойдет, если изменение ветра совершится через  $3/4$  периода после момента  $t = 0$ . Объяснение этого результата вытекает из построений, показанных на рис. 9.2, б. При изменении ветра решение будет по-прежнему состоять из суммы стационарной части (в данном случае она представлена точкой  $B$ ), направленной перпендикулярно ветру, и антициклонически вращающегося инерционного колебания. Последнее представлено на рисунке окружностью с центром в точке  $B$ , которая проходит через точку, соответствующую движению, происходившему в момент изменения ветра. Для того случая, когда ветер изменяется при  $|t| = 3\pi/2$ , она совпадает с  $B$ , и окружность имеет нулевой радиус. Соответственно, инерционные колебания подавляются. Если ветер меняется при  $|t| = 5\pi/2$ , то точка, характеризующая движение, находится далеко от  $B$ , так что радиус возникшей окружности получится вдвое больше предыдущего. Соответственно, амплитуда колебаний должна возрасти вдвое.

При прямых измерениях течений в верхнем перемешанном слое океана инерционные колебания обнаруживаются почти всегда, но особенно ярко они выражены летом и осенью, когда перемешанный слой относительно тонок и поэтому течения, формирующие экмановский перенос, достаточно сильны. Имеются свидетельства (см., например, [285, 286]), что в действительности (и особенно при интенсивном ветровом перемешивании) течения экмановской природы с большой точностью однородны в пределах перемешанного слоя. (В атмосфере при подходящих условиях (см. [388]) это также оказывается справедливым.) Если обозначить толщину верхнего перемешанного слоя через  $H_{\text{пер}}$ , то в соответствии с (9.2.4) и (9.2.6) течения будут выражены соотношениями

$$\begin{aligned} (u - u_p, v - v_p) &\equiv (u_E, v_E) = \\ &= \begin{cases} (U_E/H_{\text{пер}}, V_E/H_{\text{пер}}) & \text{при } z > -H_{\text{пер}}, \\ 0 & \text{при } z < -H_{\text{пер}}. \end{cases} \end{aligned} \quad (9.3.3)$$

Распределение напряжения по глубине, если оно приводит к однородным течениям, линейно, т. е. задается формулой

$$\left( \frac{\partial X}{\partial z}, \frac{\partial Y}{\partial z} \right) = \begin{cases} (X_s/H_{\text{пер}}, Y_s/H_{\text{пер}}) & \text{при } z > -H_{\text{пер}}, \\ 0 & \text{при } z < -H_{\text{пер}}. \end{cases} \quad (9.3.4)$$

Несмотря на то что такое распределение выглядит очень простым, оно оказывается достаточно реалистичным и по этой причине полезным для моделирования.

При прохождении шторма амплитуда инерционных колебаний в перемешанном слое океана часто вырастает до больших значений. Позднее она медленно спадает. Если допустить существование потерь энергии, то такое поведение колебаний является естественным и вытекает из соотношения (9.3.2). Однако иногда возникает и противоположный эффект, когда шторм очень быстро гасит существовавшие до него инерционные колебания. С первого взгляда это вызывает недоумение, которое, впрочем, легко объясняется при анализе поведения решений (9.2.7). Предположим, что в некоторый момент  $t = t_0$  инерционные колебания уже существуют и ветровое напряжение мгновенно меняется до величины  $(X_s, Y_s)$ . Если через  $(U_0, V_0)$  обозначить экмановский перенос при  $t = t_0$ , то решение (9.2.7), полученное сложением первого выражения со вторым, умноженным на  $i$ , имеет вид

$$\begin{aligned} U_E + iV_E &= -i(X_s + iY_s)/\rho f + \\ &+ \{U_0 + iV_0 + i(X_s + iY_s)/\rho f\} \exp[-if(t - t_0)]. \end{aligned} \quad (9.3.5)$$

Соотношение (9.3.2) — это частный случай (9.3.5) при  $t_0 = U_s = U_0 = V_0 = 0$ . Амплитуда инерционных колебаний входит

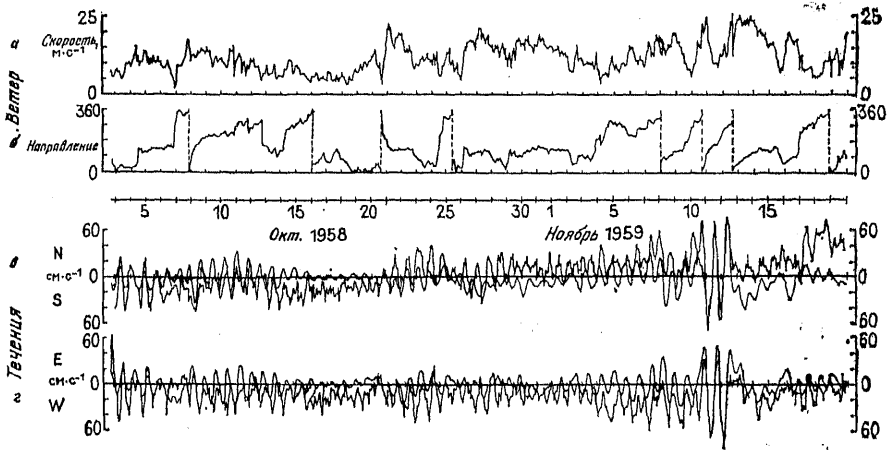


Рис. 9.3. Моделирование течений в верхнем перемешанном слое. Скорость ветра (*а*) и его направление (*б*) (отсчитываемое по часовой стрелке от севера) по измерениям на буе. Меридиональная (*в*) и зональная (*г*) составляющие скорости течения. Тонкая линия обозначает результаты наблюдений на глубине 12 м, а жирная — результаты расчета по известному ветру на основе модели, изложенной в тексте. (Из [635, рис. 2].)

в формулу (9.3.5) в виде сомножителя в фигурных скобках. Если изменение ветра происходит в такой фазе существовавших ранее колебаний, когда этот сомножитель мал, то после изменения ветра останутся только слабые колебания. Если, с другой стороны, изменения ветра произойдут в тот момент, когда этот сомножитель велик, то получатся сильные колебания.

Зависимость амплитуды колебаний от времени изменения ветра показана на рис. 9.2, *в*. При  $t=0$  западный ветер резко возрастает и дает колебания, похожие на те, которые показаны на рис. 9.2, *а*. Позднее ветер мгновенно отклоняется вправо, становится северо-западным и немного усиливается. Сплошной линией на рисунке обозначена возросшая амплитуда колебаний, которые появились бы при изменении ветра, если в момент изменения ветра он оказался направлен одинаково с течением. Штриховая линия показывает результат изменения ветра, если бы оно имело место на половину периода ранее. В этом случае при усилении ветра и его повороте вправо амплитуда колебаний падает до нуля.

Подтверждение этой общей картины получили Поллард и Миллард [635] (см. также [419] и [387]), используя результаты одновременных измерений ветра и течений в перемешанном слое. На рис. 9.3, *в*, *г* показаны измеренные течения и результаты модельных расчетов на основе уравнений (9.2.7) с небольшим изменением — добавлением диссипативного слагаемого,

позволяющего воспроизводить потери энергии поверхностными течениями. Используемые авторами модифицированные уравнения имеют следующий вид:

$$\partial U_E / \partial t - fV_E = -rU_E + X_s / \rho, \quad \partial V_E / \partial t + fU_E = -rV_E + Y_s / \rho, \quad (9.3.6)$$

где  $r$  — постоянная затухания, которую иногда называют параметром рэлеевского трения. (Эта форма записи трения была использована Эйри [7] в его теории приливов; так что она была известна уже в «дорэлеевское» время.) Результаты, показанные на рисунке, соответствуют величине  $r^{-1} = 4$  суток, что соответствует пяти инерционным периодам. Отметим, что большие амплитуды отмечаются 11 и 12 октября, во время быстрых изменений направления ветра. Наиболее яркий период устойчивого ветра 13 и 14 октября характеризуется тем, что амплитуды сильно уменьшились как по данным наблюдений, так и по результатам расчетов.

Модель, позволяющую объяснить характер затухания инерционных колебаний в перемешанном слое, предложил Бэлл [53]. Перенос турбулентных движений течениями в перемешанном слое вызывает движения у его основания. В свою очередь они излучают энергию в форме внутренних волн. Интенсивность этого излучения дает  $r^{-1}$  порядка 3—4 сут. Слой выступает также в качестве мощного источника внутренних волн с частотами порядка  $N$  и волновыми числами порядка  $NH_{\text{пер}}/U_E$ , где  $U_E/H_{\text{пер}}$  играет роль типичного значения скорости на нижней границе перемешанного слоя.

Инерционные колебания в океанском перемешанном слое могут также служить возможным источником механической энергии, которая затрачивается на вовлечение нижележащих вод в перемешанный слой. Сосредоточиваясь большей частью в перемешанном слое, инерционные колебания создают сильный сдвиг скорости у нижней границы слоя, что приводит к турбулентному перемешиванию в виде мощных волн Кельвина — Гельмгольца. Это было обнаружено, в частности, Торпом [780, 783] в лабораторных условиях и при наблюдениях над турбулентностью в озере. Соответствующая гипотеза была использована в модели [636], предназначенной для оценки изменений глубины перемешанного слоя в океане.

Вовлечение более плотной воды через нижнюю границу перемешанного слоя является важным фактором, который следует учитывать при оценке баланса тепла в слое и, значит, при определении температуры поверхности океана. Для этого, конечно, надо рассчитать также радиационный баланс и интенсивность турбулентного обмена через поверхность (см. гл. 2). В зимнее время большое значение имеет также учет конвективного пере-



мешивания, вызванного охлаждением поверхности [257]. Методы моделирования баланса тепла и солей в перемешанном слое обсуждаются в работах [795, 796, 413].

#### 9.4. ЭКМАНОВСКАЯ ПОДКАЧКА

Напряжение ветра на земной поверхности меняется от места к месту, поэтому меняется и экмановский перенос. В некоторых местах это ведет к конвергенции масс и, следовательно, к выталкиванию жидкости из пограничного слоя. В других местах экмановскому переносу свойственна горизонтальная дивергенция, при которой вода (или воздух) уходит через боковые границы данной области. В этих участках масса должна «всасываться» в пограничный слой снизу или сверху, чтобы возместить ее потери через боковые границы. Подобный эффект и называется экмановской подкачкой.

В умеренных широтах, где преобладают западные ветры, экмановский перенос в пограничном слое океана направлен к экватору. В зоне пассатов, с другой стороны, восточная составляющая ветра приводит к экмановскому переносу вод к *полюсам*. В промежуточных широтах в поверхностном слое при этом возникает конвергенция. Она ведет к выталкиванию жидкости из пограничного слоя океана и, следовательно, создает непосредственно под ним *нисходящие* движения. Изотермы океана в этом районе расположены более глубоко, что приводит к образованию градиентов давления и появлению течений. Детально этот процесс будет рассмотрен в гл. 12.

Величина вертикальной скорости  $w_E$ , которая создается за счет конвергенции или дивергенции экмановского переноса непосредственно над пограничным слоем, может быть получена из интегрального уравнения неразрывности. Предполагая, что изменениями плотности можно пренебречь, запишем его в виде (4.10.12), т. е.

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0,$$

и проинтегрируем по  $z$  через слой, используя на границе условие  $w = 0$ . Это дает

$$\partial U_E/\partial x + \partial V_E/\partial y - w_E = 0, \quad \text{если граница находится сверху.} \quad (9.4.1)$$

В стационарном случае, объединяя это выражение с (9.2.7), получим

$$\rho w_E = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Y_s}{f} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{X_s}{f} \right). \quad (9.4.2)$$

Если граница находится внизу, то знак «минус» в (9.4.1) меняется на «плюс». Однако объединение с соотношением (9.2.5)

снова дает (9.4.2). Следовательно, эта формула справедлива для любого (и верхнего, и нижнего) расположения границы. Обычно пространственный масштаб изменений ветра имеет значительно меньший порядок, чем соответствующий масштаб

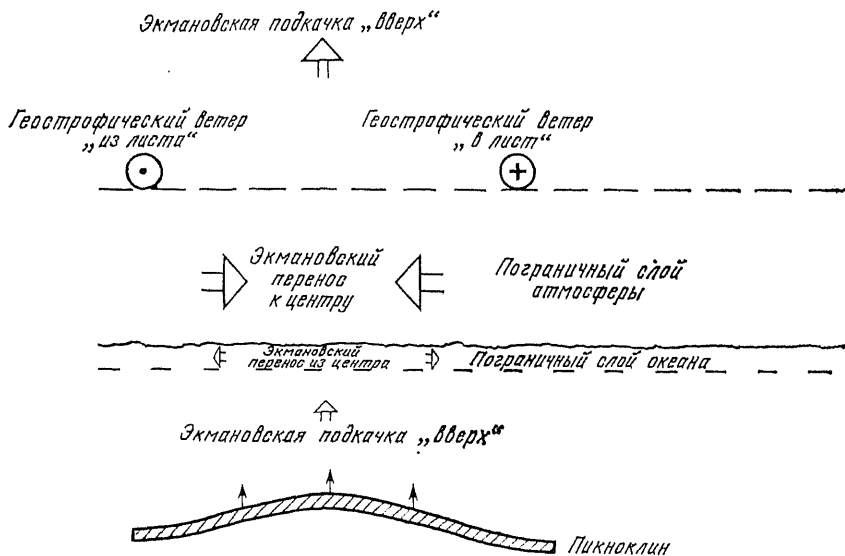


Рис. 9.4. Разрез через циклон, расположенный над поверхностью океана, который показывает характер приспособления за счет экмановских переносов. Показано, как географический ветер создает циклоническое вращение вокруг центра низкого давления. Соответственно, экмановский перенос в атмосфере направлен вовнутрь циклона и приносит воздушные массы, возмещающие дефицит. Связанная с ветром вертикальная скорость подкачки направлена вверх. Экмановский перенос массы в пограничном слое океана равен по абсолютной величине и противоположен по знаку переносу в атмосфере. Он направлен из области циклона и создает вертикальные восходящие движения. Это приводит к подъему термоклина и образованию в океане зоны низкого давления.

для  $f$ , так что из (9.4.2) следует приближенное выражение для экмановской скорости подкачки  $w_E$ :

$$\rho w_E = f^{-1} (\partial Y_s / \partial x - \partial X_s / \partial y). \quad (9.4.3)$$

Таким образом, вертикальная экмановская скорость подкачки может быть приближенно выражена как произведение  $(\rho f)^{-1}$  на *вихрь* ветра (если ветер стационарен или меняется медленно по сравнению с масштабом времени инерционных колебаний  $f^{-1}$ ). И в атмосфере, и в океане она имеет *один и тот же знак*. Если, например (см. рис. 9.4), в атмосфере над океаном имеется циклон, то экмановский перенос в пограничном слое атмосферы будет направлен в сторону низкого давления в центре циклона,

т. е. будет стремиться заполнить область низкого давления. Соответственно, вертикальная экмановская скорость вне пограничного слоя, которая в этом случае дает восходящие движения воздуха, будет приводить к образованию облачности. Внизу в океане экмановский перенос направлен наружу из центра циклона, что также вызывает восходящие движения водных масс внизу. Вертикальный поток массы  $\rho w_E$ , связанный с процессом подкачки, равен в соответствии с выражением (9.4.2) атмосферному. В результате в океане произойдет подъем термоклина и уменьшение давления в поверхностных слоях, что приводит к образованию локального поля давления, сходного с аналогичным в атмосфере над ним.

Несмотря на то что  $w_E$  представляет собой всего лишь вклад экмановских переносов в вертикальную скорость, он обычно оказывается основным и решающим. Поэтому влияние напряжения вне пограничного слоя можно учесть в целом очень просто: следует применить граничное условие по вертикали, согласно которому на горизонтальной поверхности, расположенной непосредственно под пограничным слоем, вертикальная скорость  $w$  равна  $w_E$ . Именно это условие использовалось в разд. 8.7 и ряде последующих для изучения генерации волн горного рельефа. Отсюда также следует, что аналогичные методы можно использовать и для изучения возмущений, вызванных в океане проходящими по поверхности штормами. Поскольку относительно океана они имеют скорость того же порядка, что и скорость ветра относительно рельефа, то масштабные оценки, примененные в атмосферных задачах, вполне подходят и для океана. Аналогию с волнами, генерируемыми рельефом, можно продолжить, если обратиться к случаю малых возмущений, при которых оказываются справедливыми приближения линейной теории. Тогда *экмановское отклонение* (высоты поверхности)  $\eta_E$  определяется формулой

$$w_E = \partial \eta_E / \partial t. \quad (9.4.4)$$

Величину  $\eta_E$  можно рассматривать как эквивалент высоты особенностей рельефа. Для шторма, движущегося с постоянной скоростью  $U$  без изменения формы,  $\eta_E$  имеет фиксированную пространственную структуру, которая равномерно перемещается по поверхности океана и внешне создает такой эффект, как если бы по поверхности океана протаскивали некоторое тело фиксированной формы (перевернутой вершиной вниз горы). По отношению к шторму, с другой стороны, с определенной фиксированной скоростью  $U$  через экмановский «рельеф» перемещается океан, так что эффект получается таким же, как при течении над горой, но вся картина перевернута снизу вверх. Далее в этой главе будут обсуждаться решения, полученные при пара- метрах, соответствующих условиям океана.

Формула (9.4.3) справедлива либо при стационарных условиях, либо в случае, когда изменения во времени происходят достаточно медленно. Однако нетрудно подсчитать аналогичный результат и с учетом изменений во времени. Если считать  $f$  постоянным и исключить из (9.2.7)  $U_E$  и  $V_E$ , то можно получить

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right)(U_E, V_E) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial X_s}{\partial t} + fY_s, \frac{\partial Y_s}{\partial t} - fX_s\right),$$

если граница расположена сверху. (9.4.5)

Применение формулы (9.4.1) дает для вертикальной экмановской скорости  $w_E$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right)w_E = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial X_s}{\partial x} + \frac{\partial Y_s}{\partial y}\right) + \frac{f}{\rho} \left(\frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y}\right). \quad (9.4.6)$$

Эта же формула справедлива и для случая, когда граница расположена внизу. В дополнение к члену, пропорциональному вихрю ветра, в формуле присутствует также слагаемое, пропорциональное дивергенции поверхностного напряжения.

#### 9.5. ПРИДОННОЕ ТРЕНИЕ: СТРУКТУРА СКОРОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Изучая ветры или океанские течения как реакцию на движущие силы, напряжение на нижней поверхности можно рассматривать как фактор торможения, который уменьшает скорость ветра или течения и является, таким образом, одним из видов трения. Обычно его называют придонным. Чтобы рассчитать его величину, напряжение надо некоторым образом связать со скоростью ветра или течения. Обычно эта зависимость выражается в виде закона сопротивления (2.4.1), в котором напряжение связывается со скоростью ветра на некоторой стандартной высоте над дном. Для атмосферы эта высота обычно берется равной 10 м. На этом уровне ветер составляет уже достаточно существенную часть от ветра в свободной атмосфере выше пограничного слоя (см., например, рис. 2.4), но отклонен в сторону меньшего давления на угол  $\alpha$  порядка  $20^\circ$ . Таким образом, поверхностное напряжение  $(X_s, Y_s)$  связано с ветром  $(u_g, v_g)$  вне пределов пограничного слоя соотношением вида

$$\begin{aligned} X_s &= c_{Dg}\rho |u_g| (u_g \cos \alpha - v_g \sin \alpha), \\ Y_s &= c_{Dg}\rho |u_g| (u_g \sin \alpha + v_g \cos \alpha), \end{aligned} \quad (9.5.1)$$

причем знаки  $\alpha$  и  $f$  совпадают. В эквивалентной комплексной записи (9.5.1) имеет вид

$$X_s + iY_s = c_{Dg}\rho |u_g| (u_g + iv_g) \exp(i\alpha). \quad (9.5.2)$$

Измерения в атмосферном пограничном слое в нейтральных условиях при  $\alpha \approx 20^\circ$  дают  $c_{Dg} \approx 0,001$ . В неустойчивых условиях (нагрев у земли)  $c_{Dg}$  близко к 0,002, а  $\alpha$  к  $0^\circ$ . В условиях устойчивости (холодная поверхность)  $c_{Dg}$  может быть  $10^{-4}$  или меньше, а  $\alpha$  может быть около  $40^\circ$ .

Нелинейную природу закона сопротивления (9.5.1) нужно учитывать при оценке эффектов придонного трения в различных местах и вкладов в придонное трение в некоторой фиксированной точке отдельных интервалов времени. Области пространства или интервалы времени, в которых ветер или течение достаточно сильные, играют в динамике значительно более важную роль, чем это было бы при линейном виде закона сопротивления. Таким образом, осредненное напряжение зависит не только от среднего ветра или течения, но и от силы и характера флуктуаций. Например, очень часто у дна преобладают приливные движения, а среднее течение оказывается относительно слабым. В этой ситуации (см. [702]) среднее за приливной цикл напряжение может быть вычислено при предположениях, что в заданный момент оно определяется формулой (9.5.1) и что течение ( $u_g, v_g$ ) вне пограничного слоя описывает «приливной эллипс» с центром, соответствующим среднему течению. Когда среднее течение мало по сравнению с приливым, среднее за приливной цикл напряжение оказывается линейно связанным со средним течением, но коэффициент пропорциональности и угол между средним течением и средним напряжением находятся в зависимости от свойств этого эллипса.

Экмановскую скорость  $\omega_E$  можно выразить через скорость течения с помощью формул (9.4.6) и (9.5.1). Соотношение получается довольно громоздким и нелинейным. В случае стационарного геострофического движения для выражения  $\omega_E$  через давление можно использовать формулу (7.6.5). Зависимость получается также достаточно сложной, но если пренебречь изменениями  $c_{Dg}$ ,  $\alpha$  и  $f$  и ограничиться случаями, когда давление  $p$  определяется только расстоянием  $y$  от некоторой линии или расстоянием  $r$  от некоторой точки, то она упрощается. Тогда, полагая, что  $\cos \alpha \approx 1$ , получим

$$\begin{aligned} \omega_E &\approx \frac{c_{Dg}}{\rho^2 f^3} \left| \frac{dp}{dy} \right| \left( 2 \frac{d^2 p}{dy^2} \right) && \text{при } p = p(y), \\ \omega_E &\approx \frac{c_{Dg}}{\rho^2 f^3} \left| \frac{dp}{dr} \right| \left( 2 \frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} \right) && \text{при } p = p(r). \end{aligned} \quad (9.5.3)$$

Для того чтобы значения  $\omega_E$  получились большими, в этих формулах должны быть большими не только производные второго порядка, входящие в круглые скобки, но и абсолютная величина градиента давления.

Для того чтобы использовать формулу (9.5.1), необходимо знать, как  $c_{Dg}$  и  $\alpha$  зависят от безразмерных параметров, характеризующих пограничный слой. Ограничения на форму этой зависимости могут быть получены из анализа профиля скорости в пограничном слое (см. [396, 148, 236]). Около поверхности он имеет логарифмический вид (см. разд. 2.4 и рис. 2.4)

$$u = (u_*/\kappa) \ln(z/z_0), \quad (9.5.4)$$

где константа  $\kappa$ , называемая постоянной Кармана, примерно равна 0,4;  $z$  — высота над дном, а  $z_0$  — характеристика поверхности, именуемая параметром шероховатости. (Для течений над твердой поверхностью  $z_0$  связано с размерами «элементов шероховатости» этой поверхности. Так, типичное значение  $z_0$  для травы равно 1 см, для леса 1 м.) Число  $u_*$  называется *скоростью трения* (динамической скоростью) и определяется как квадратный корень от поверхностного напряжения  $\tau$ , деленного на плотность  $\rho$ . Ось  $x$  выбрана совпадающей с направлением ветра. Для стационарного однородного течения так называемый автомодельный вид закона сопротивления основан на том условии (см., например, [236]), что выражение для скорости относительно скорости вне пограничного слоя при  $z \gg z_0$  не зависит от  $z_0$  и плавно переходит в (9.5.4) при  $z \ll z_b$ , где  $z_b$  — оценка толщины пограничного слоя, в качестве которой можно взять

$$z_b = u_* / f = (\tau/\rho)^{1/2} / f. \quad (9.5.5)$$

Автомодельный закон можно также записать в комплексном виде

$$u_g + iv_g = (u_*/\kappa) [\ln(z_b/z_0) - A - iB], \quad (9.5.6)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные.

Удобство этой записи становится очевидным, если рассматривать результат изменения  $z_0$  при постоянной скорости  $u_*$ . Уравнение (9.5.4) показывает, что он состоит в изменении скорости на всех уровнях, равном произведению  $\kappa^{-1}u_*$  на изменение  $\ln z_0$  (если для них выполняется соотношение (9.5.4)). Это же должно происходить и на всех уровнях, расположенных выше, поскольку *относительная* скорость на них не меняется. Таким образом, геострофическая скорость должна изменяться на такую же величину, что и отражено в (9.5.6).

Если поток неоднороден либо нестационарен, то около поверхности он остается по-прежнему логарифмическим, так что (9.5.6) вновь оказывается справедливым, если только с помощью функций  $A$  и  $B$  возможно учесть дополнительные параметры, возникающие из-за отсутствия однородности и стационарности. Если эти параметры однозначно определены, то зависимость от них  $A$  и  $B$  может быть установлена по наблюдениям. Результаты исследований зависимости  $(A + iB)$  от пара-

метров, отражающих устойчивость, степень нестационарности и другие характеристики, изложены, например, в работах [150, 132, 31, 897, 885]. В этих случаях для оценки толщины пограничного слоя не всегда пользуются соотношением (9.5.5), полезными оказываются и другие характеристики, такие, например, как высота инверсии или другие.

Пограничный слой на дне океана (придонный) значительно тоньше атмосферного. Поэтому влияние рельефа подстилающей поверхности в атмосфере и океане играют различную роль. Основной причиной этого является различие в плотностях воздуха и воды (множитель  $\rho^{1/2}$  в (9.5.5)), которое приводит к тому, что толщина океанского пограничного слоя примерно в тридцать раз тоньше толщины атмосферного и находится в диапазоне 2—10 м. Наблюдениям и теории этого слоя посвящены работы [861, 837, 29, 838]. В пограничном слое у дна океана в основном преобладают изменения приливного характера. В [299], например, установлено, что приливной эллипс вращается с глубиной циклонически и поворачивается в целом на  $14^\circ$ . Другой пограничный слой в океане возникает под твердой ледяной поверхностью. Он изучался в [508].

Детальное моделирование структуры скорости (и, возможно, температуры) осложняется трудностями расчета турбулентности. Один из способов ее моделирования состоит в выводе уравнений, содержащих некоторое представление турбулентных процессов (см., например, [537, 895]). Дирдорф [163] изучал результаты экспериментов по трехмерной модели, допускающей разрешение турбулентных движений, однако из-за больших затрат машинного времени ее повседневное использование называется слишком дорогим.

## 9.6. ЛАМИНАРНЫЙ ЭКМАНОВСКИЙ СЛОЙ

Первая модель пограничного слоя трения во вращающейся жидкости была разработана в 1905 г. Экманом [186] для вязкой жидкости, движущейся ламинарно. В этом случае напряжение  $(X, Y)$  пропорционально сдвигу, т. е.

$$\rho^{-1}(X, Y) = \nu \partial(u, v) / \partial z, \quad (9.6.1)$$

где  $\nu$  есть кинематическая вязкость жидкости. Подстановка этого выражения в систему (9.2.3) и сложение первого уравнения со вторым, умноженным на  $i$ , дает

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\dot{f}\right)(u_E + iv_E) = \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2}(u_E + iv_E). \quad (9.6.2)$$

В стационарных условиях решением является формула

$$u_E + iv_E = -(u_g + iv_g) \exp\{-(1+i)(f/2\nu)^{1/2}z\}, \quad (9.6.3)$$

которая удовлетворяет двум условиям, а именно: при  $z \rightarrow \infty$  скорость  $(u_E + iv_E)$  должна равняться нулю, а у земли  $-(u_p + iv_p)$ . Индекс  $p$  здесь заменен на  $g$ , так как при стационарных условиях поток, определяемый соотношением (9.2.2), является геострофическим. Строго говоря,  $(u_g + iv_g)$  есть значение геострофической скорости у земли. Однако в действительности функция  $(u_g + iv_g)$  меняется в пограничном слое не очень сильно, так что ее значение непосредственно у границы слоя можно использовать столь же успешно.

Используя формулы (9.6.1) и (9.6.3), поверхностное напряжение можно выразить через геострофическую скорость в виде

$$\rho^{-1}X_s = (fv/2)^{1/2}(u_g - v_g), \quad \rho^{-1}Y_s = (fv/2)^{1/2}(u_g + v_g). \quad (9.6.4)$$

Из (9.4.3) также следует, что с помощью (9.2.2) экмановская скорость  $w_E$  может быть выражена через давление:

$$w_E = \left(\frac{\nu}{2f}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y}\right) = \frac{1}{\rho f} \left(\frac{\nu}{2f}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right). \quad (9.6.5)$$

Таким образом, для ламинарного пограничного слоя она пропорциональна завихренности вне пограничного слоя, которая в свою очередь пропорциональна лапласиану от давления.

То обстоятельство, что ламинарное решение плохо согласуется с наблюдениями в атмосферном пограничном слое (поскольку он является турбулентным), привлекало внимание на самых ранних порах становления теории. Тейлор [769], который получил ламинарное решение независимо от Экмана, предположил, что наиболее подходящим будет такое решение уравнения (9.6.2), в котором поверхностное напряжение и ветер будут параллельны. Такие же предположения делал и Экман [187]. Он отметил это в 1927 г. в более позднем обсуждении [188] своей работы и работы Тейлора.

Несмотря на то что в наблюдениях ламинарные экмановские слои в атмосфере и океане не обнаруживаются, они оказались очень полезными для целей моделирования. Это объясняется тем, что многие явления не очень чувствительны к деталям поведения жидкости внутри пограничного слоя (поскольку экмановская скорость подкачки в целом рассчитывается весьма точно). Поэтому вместо нелинейной формулы для напряжений часто используют линейную связь (9.6.4), а  $\nu$  подбирают так, чтобы  $w_E$  имела в среднем верное значение. Приближенная формула для нахождения подходящего значения  $\nu$  получается при сопоставлении (9.5.3) и (9.6.5). Это дает

$$\left(\frac{1}{2} \nu f\right)^{1/2} \approx 2c_{Dg} u_{av}, \quad (9.6.6)$$



где  $u_{av}$  — среднее значение скорости. Для атмосферы в средних широтах подходящими значениями можно считать  $u_{av} = 10$  м/с,  $c_{Dg} = 0,002$  и  $f = 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>. Они дают  $v \sim 30$  м<sup>2</sup>/с. Для океанов в районах со средними приливными течениями у дна около 10 см/с значение  $v$  должно быть меньше в  $10^4$  раз, т. е.  $v \sim 30$  см<sup>2</sup>/с или  $3 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с.

### 9.7. НОЧНОЕ СТРУЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ

Ночью в атмосфере встречается явление, которое имеет ряд общих свойств с инерционными колебаниями, изучавшимися ранее в этой главе. Оно называется ночным струйным течением и происходит ночью, в районах, удаленных от моря. Его основная причина рассмотрена в [68]. Течение возникает в том случае, когда вследствие нагрева поверхности пограничный слой оказывается достаточно высоким и перемешанным за счет конвективных движений. Ночью земля охлаждается и около нее формируется устойчивый слой, в котором «запираются» все эффекты сил трения. При этом расположенный выше инверсионный слой, который днем был частью пограничного слоя, в значительной степени освобождается от влияния трения (так как почти сразу после захода Солнца напряжение трения резко падает до нуля). В ответ на это ветер начинает осуществлять инерционное колебание, которое продолжается до наступления перемешивания на следующий день.

В [785] на основе методики, охарактеризованной в этой главе, предложена простая модель этого процесса. На рис. 9.5 показано сравнение данных наблюдений с модельными результатами. Предполагалось, что днем существует хорошо перемешанный пограничный слой толщиной 800 м, в котором напряжение в соответствии с выражением (9.3.4) линейно уменьшается с высотой. Напряжение связано со скоростью в слое законом сопротивления (в модели он взят в линейном виде). Соответственно, в пограничном слое получена скорость, которая со временем стремится достичь состояния равновесия и вращается циклонически по отношению к геострофическому ветру. При заходе толщина пограничного слоя резко уменьшилась до 200 м. Ветер в слое 200—800 м начал при этом антициклонически вращаться, так что на годографе (плоскость  $(u, v)$ ) его можно было представить в виде окружности с центром в точке, соответствующей скорости геострофического ветра (см. рис. 9.5). Это с неизбежностью привело к появлению в этом слое скорости, превысившей геострофическую. Авторы предполагали, что на рассвете перемешивание вновь будет происходить во всем восьмисотметровом слое и при обмене импульсом между двумя слоями вновь сформируется постоянная по вертикали скорость. Поскольку она не находится в равновесии с градиентом давления и силами

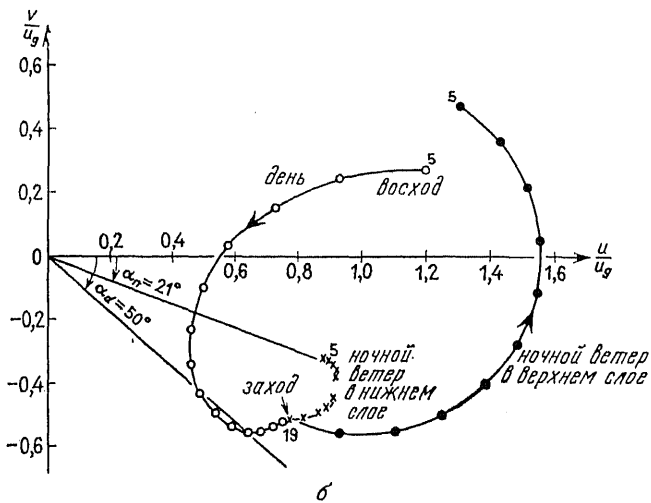
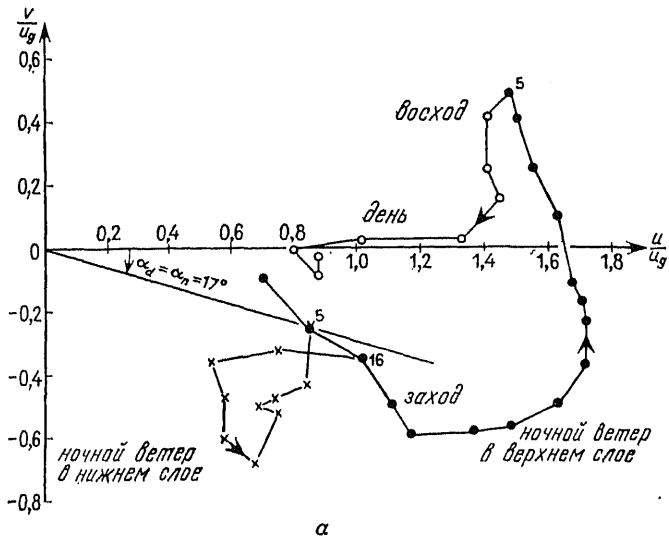


Рис. 9.5. (а) Скорости, осредненные за часовые промежутки времени, на 13—14 день эксперимента Вангара (27—28 июля 1967 г.). Ночные значения осреднены по слоям 0—200 м (+) и 200—800 м (●). Дневные значения осреднены по слою 0—800 м (○). Числа у точек обозначают восточное поясное время. (Из [785, рис. 6].) (б) Соответствующие модельные результаты. По модельным расчетам верхний слой совершил половину инерционного колебания, представленного полукругностью с центром в точке геострофического ветра  $u = u_g$ ,  $v = v_g$ . Вектор ветра вращается антициклонически (наблюдения проводились в южном полушарии) со скоростями, которые в течение ночи примерно на 60 % превосходили в данной модели скорость геострофического ветра. (В действительности ночное струйное течение было даже более сильным.) Предполагалось, что с восходом Солнца импульсы обоих слоев перемешиваются и ветер начинает «ощущать» влияние трения. С заходом Солнца верхний слой перестает ощущать это влияние и возникает новое инерционное колебание (Из [785, рис. 7].)

сопротивления, вплоть до нового сокращения толщины перемещанного слоя при заходе Солнца будет происходить ее приспособление к равновесному состоянию.

## 9.8. ПРИЛИВООБРАЗУЮЩИЕ СИЛЫ

Приливы интересовали ученых с давних времен, и о них написано очень и очень много. (Детальные исторические данные приводятся, например, в [178, гл. 13].) Известно, например, что последние месяцы жизни Аристотеля прошли на острове Эвбейя, где он изучал приливные процессы в узких проливах, отделяющих остров от материковой территории Греции. Со временем сложилось предание (см., например, [162, с. 10]), что неудача в объяснении приливных изменений настолько разочаровала Аристотеля, что он бросился в глубоко оскорбивший его залив и утонул.

Современная теория приливов основывается на ньютоновой теории гравитации, которая позволяет рассчитать силы притяжения Луны и Солнца (вклад Ньютона в теорию приливов охарактеризован Праудменом в работе [646]), и на уравнениях Эйлера движения жидкости. Объединив эти элементы, Лаплас [431] заложил основы математической теории приливов. Его работа, впрочем, касается не только приливов, но и большинства движений, о которых идет речь в этой книге. Лаплас не только вывел уравнения движения жидкости под влиянием силы тяжести на вращающейся сфере, но нашел также способ расчета *приливообразующих сил* и их представления в форме, удобной для расчета приливов. Приливообразующая сила определяется как та часть силы притяжения двух гравитационно взаимодействующих тел, которая не влияет на движение Земли как единого целого. Таким образом, она является остаточной силой, получающейся при вычитании из полной силы значения, вычисленного для центра масс Земли. Этот эффект симметричен относительно линии, соединяющей Землю с притягивающим телом (Луной или Солнцем) и стремится вытянуть Землю в эллипс, большая ось которого совпадает с линией притяжения. Относительно Земли эта ось движется, что связано с вращением Земли и относительным движением Луны и Солнца вокруг Земли. Океан *не* способен в точности принять ту эллипсоидальную форму, которую сила тяжести диктует ему, поскольку скорость его реакции ограничена скоростью распространения гравитационных волн ( $\sim 200$  м/с). Для того чтобы обегать Землю, таким волнам в принципе нужно около двух суток, однако в действительности их распространение затрудняется прихотливыми очертаниями океанов. Два обстоятельства — что (а) время, необходимое волнам для обегания поверхности земного шара, сравнимо с периодом вращения Земли, и что (б) океан имеет очень сложную

форму, и объясняют, с одной стороны, сложность, и с другой — привлекательность этой задачи, которая занимала умы многих крупных ученых со времен Лапласа и до наших дней.

Поскольку силы притяжения могут быть выражены в виде градиента потенциала, то таким же образом можно представить и приливообразующие силы. Распределение потенциала приливообразующих сил  $\Phi_T$  по поверхности Земли может быть записано в виде ряда по сферическим функциям (эти функции образуют полную систему для описания распределений на поверхности сферы; их теория дана, в частности, в [376, гл. 24] и в [566, гл. 10]), коэффициенты которого могут быть получены как коэффициенты разложения в ряд Фурье с частотами, являющимися линейными комбинациями основных частот Солнечной системы. Основные интересующие периоды — это сутки ( $2\pi/\Omega$ ), лунный месяц ( $2\pi/\Omega_M = 27,321$  сут.) и тропический год ( $2\pi/\Omega_T \approx 365,242$  сут.). Реально вместо частоты  $\Omega$  используется частота

$$\Omega_l = \Omega - \Omega_M + \Omega_T \quad (9.8.1)$$

и  $2\pi/\Omega_l$  равняется лунным суткам. При этом основной компонент прилива — лунный полусуточный прилив  $M_2$  имеет частоту  $2\Omega_l$  и период  $\pi/\Omega_l = 12,4$  ч. В табл. 9.1 приведены восемь составляю-

Таблица 9.1

Основные приливообразующие составляющие с амплитудной характеристикой, превосходящей 0,1

Виды приливов	Широтный множитель	Амплитудный фактор	Классификация				Период (час)								
			Дарвин	Дудсон											
				$i_1$	$i_2$	$i_3$		$i_4$							
Долгопериодный	$\frac{1}{4}(1 - 3 \sin^2 \varphi)$	0,156	$M_f$	0	2	0	0	327,84							
Суточный	$\sin \varphi \cos \varphi$	0,377	$O_1$	1	-1	0	0	25,82							
									0,176	$P_1$	1	1	-2	0	24,07
Полусуточный	$\frac{1}{2} \cos^2 \varphi$	0,174	$N_2$	2	-1	0	1	12,66							
									0,908	$M_2$	2	0	0	0	12,42
									0,115	$K_2$	2	2	0	0	11,97

Приведенные данные дают амплитуду вклада каждой составляющей в равновесный прилив на широте  $\varphi$  как произведение широтного множителя, амплитудного фактора и  $\eta_{em}$  — максимальной величины равновесного прилива. Если не учитывать деформации твердой оболочки Земли, то последняя величина будет равна 54 см. Однако, если ее принять во внимание, то эффективное значение уменьшится до 38 см. Числа Дудсона  $i_1 - i_4$  — это коэффициенты в выражении  $\Omega = i_1\Omega_l + i_2\Omega_M + i_3\Omega_T + i_4\Omega_{lp}$  для частоты. (По работе [321].)

щих, которые вносят не менее 10 % в амплитуду максимального равновесного (см. далее эту главу) прилива. Эти, а также многие другие составляющие были описаны Дарвином в классификации, носящей его имя. Исключительно детальное исследование приливов было проведено Дудсоном. Оно использует около 390 составляющих, учитывающих не только три основных периода, но и более продолжительные ( $2\pi/\Omega_{lp} = 8,85$  лет для лунного перигея, 18,61 лет для регрессии узлов орбиты Луны и 21 000 лет для перигея Солнца). Полный набор приводится, например, в [263]. Целый коэффициент (см. табл. 9.1) в выражении для частоты данной составляющей, выраженной через основные частоты  $\Omega_l$ ,  $\Omega_m$  и т. д., называется числом Дудсона для этой составляющей. Более детальное обсуждение этого вопроса можно найти в работах Дефанта [164, т. 2, гл. 7], Хендершотта и Манка [321] и других исследованиях приливов.

Уравнения движения жидкости с учетом приливообразующих сил включают в правой части дополнительную силу  $-\nabla\Phi_T$ , входящую на единицу массы:

$$Du/Dt + 2\Omega \times \mathbf{u} = -\rho^{-1}\nabla p - \mathbf{g} - \nabla\Phi_T. \quad (9.8.2)$$

Поскольку горизонтальный масштаб изменения вынуждающих сил очень велик по сравнению с глубиной, можно использовать приближение мелкой воды. Это и было сделано Лапласом. Так как приливы — явление глобального масштаба, то их обсуждение на данном этапе, когда введено только (см. разд. 7.4) приближение  $f$ -плоскости, пригодное лишь для движений с небольшими по сравнению с радиусом Земли масштабами, может показаться неуместным. Однако полусуточный и суточный приливы имеют частоты, сравнимые с  $f$  (поскольку обе они связаны с вращением Земли), а на этих частотах различие масштабов вызывает лишь отличия в деталях процессов, а не существенные отличия их поведения. Поэтому о динамике приливов можно многое узнать, используя простые «локальные» уравнения мелкой воды с добавлением члена, учитывающего приливообразующие силы, т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv &= -g \frac{\partial}{\partial x} (\eta - \eta_e), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu &= -g \frac{\partial}{\partial y} (\eta - \eta_e), \end{aligned} \quad (9.8.3)$$

где  $f$  — параметр Кориолиса, определенный соотношением (7.4.1),  $\eta$  — отклонение поверхности, а  $\eta_e$  задается в виде

$$\eta_e = -\Phi_T/g. \quad (9.8.4)$$

Здесь  $\eta_e$  можно считать функцией только горизонтальных координат и времени, поскольку  $\Phi_T$  по глубине меняется очень мало. Функция  $\eta_e$  представляет собой отклонение поверхности, которое

океан воспринял бы, если бы не существовали динамические эффекты (т. е. при  $u = v = 0$ ), поэтому она и называется *равновесным приливом*.

Локальная форма приливных уравнений Лапласа состоит из (9.8.3) и уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(H + \eta)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(H + \eta)v] = 0, \quad (9.8.5)$$

где  $H$  — глубина океана. Отметим, что эти уравнения предполагают постоянство скорости с глубиной, т. е. баротропный характер приливов. В действительности же существуют не только баротропные приливы, но и бароклинные, которые вызваны взаимодействием течений и рельефа дна. Следовательно, при использовании (9.8.3) и (9.8.5) неявно предполагается, что баротропный прилив слабо подвержен этому взаимодействию. Кроме того, существует еще один эффект, который приводит к изменению скорости течения с глубиной — это трение о дно. Особенно важным оно может быть для сильных приливных течений в мелких морях. Тем не менее в большинстве расчетов изменения скорости с глубиной либо пренебрегают, либо считают, что уравнения (9.8.3) и (9.8.5) записаны для осредненных по глубине течений. Обычно в (9.8.3) нелинейные члены оказываются малосущественными. Это справедливо даже для мелких морей, где основная нелинейность заключается в уравнении неразрывности и в членах, учитывающих трение.

При расчете приливов также важно учитывать реакцию твердой земли на приливообразующие силы [318], проявляющуюся в изменении формы твердой поверхности. Скорость этой реакции очень велика, так что форму, которую принимает твердая поверхность Земли, можно считать находящейся в равновесии с соответствующими силами. Непосредственный отклик твердой оболочки на приливной потенциал вызывает [578] отклонение  $h\Phi_T/g$ , где  $h$  — постоянная, примерно равная 0,6. Если этот эффект было бы возможно выделить в чистом виде, то отклонение поверхности океана *относительно твердой оболочки Земли* уменьшилось бы точно на такую величину. Поскольку  $\eta$  отсчитывается от твердой поверхности, в (9.8.5) необходимо заменить  $\eta$  на  $\eta - h\Phi_T/g$  или, что равносильно, заменить  $-\eta_e$  на  $(1 - h)\Phi_T/g$ . Однако существует также другой эффект, который необходимо учесть, а именно — появление добавочного гравитационного потенциала, возникающего при изгибе твердой оболочки Земли. Его величину можно определить по формуле  $k\Phi_T$ , где  $k$  — постоянная, примерно равная 0,3. Соответствующие изменения надо внести и в выражение для  $\eta_e$ . Включение этих двух эффектов не изменит формы уравнений (9.8.3), если  $\eta$  в них рассматривать как отклонение от твердой поверхности, а  $\eta_e$  переопре-

делить в виде

$$\eta_e = -(1 + k - h)\Phi_T/g \approx -0,7\Phi_T/g. \quad (9.8.6)$$

Итак, влияние реакции твердой оболочки Земли на приливы состоит в их *уменьшении* примерно на 30 %. Постоянные  $k$  и  $h$  в формуле (9.8.6) называются *числами Лява*. (Приведенные значения относятся только ко второй сферической гармонике, основной для приливов.)

Другое усложнение, вызванное эластичностью твердой оболочки Земли, связано с тем, что при повышении уровня она опускается. Это опускание не настолько велико, как можно было бы ожидать при учете только упругости этой оболочки, поскольку при повышении уровня возрастает действующая вверх сила притяжения воды. Оценка величины этого понижения не проста, поскольку она определяется не только местным уровнем моря, но и *средневзвешенным* отклонением поверхности [206] с весами, уменьшающимися с расстоянием от выбранной точки. Этот эффект оказывается весьма существенным для приливов [319] и, следовательно, влияет и на другие баротропные движения. Все расчеты, приведенные в этой книге, не принимали во внимание этого эффекта, однако в модельных расчетах приливов [5, 611] он учитывался. Кроме того, реальные приливы очень сильно зависят от расположения материков, т. е. для них очень важны эффекты горизонтальных границ. Далее, вплоть до гл. 10, мы не будем более обсуждать динамику приливов в океане. Динамика атмосферных приливов очень сильно отличается от динамики океанских. Обзор этого вопроса дан в [465, 394].

### 9.9. ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАНИЙ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ И ВЕТРА НА БАРОТРОПНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ОКЕАНЕ: ВЫНУЖДЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Колебания атмосферного давления  $p_a$  на поверхности  $z = \eta$  могут привести море в движение. Если учесть колебания атмосферного давления, то линеаризованное граничное условие для возмущения давления (5.2.11) приобретает вид

$$p' = p'_a + \rho g \eta. \quad (9.9.1)$$

Это соотношение можно преобразовать так:

$$p' = \rho g \eta', \quad (9.9.2)$$

где

$$\eta' = \eta - \eta_a \quad (9.9.3)$$

называется *приведенным уровнем моря*, а  $\eta_a$  определяется так:

$$\eta_a = -p'_a/\rho g. \quad (9.9.4)$$

Величину  $\eta_a$  называют отклонением поверхности для *обратного барометра*, поскольку оно равно падению водяного барометра на поверхности океана. Изменение атмосферного давления на один миллибар примерно эквивалентно изменению высоты столба воды на 1 см.

Изменения атмосферного давления создают в океане не зависящие от глубины горизонтальные градиенты давления, которые вызывают в океане постоянной глубины однородные вертикали течения. Для мелкого однородного океана уравнения движения (4.10.2) приобретают вид [см. (7.10.1)]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv &= -g \frac{\partial \eta'}{\partial x} \equiv -g \frac{\partial}{\partial x}(\eta - \eta_a), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fv &= -g \frac{\partial \eta'}{\partial y} \equiv -g \frac{\partial}{\partial y}(\eta - \eta_a), \end{aligned} \quad (9.9.5)$$

а уравнение неразрывности, как и прежде, имеет вид (5.6.7). Оказалось, что уравнения для движений, возбуждаемых колебаниями давления, имеют точно ту же форму, что и уравнения (9.8.3) и (9.8.5) для приливов.

Отметим, что в соответствии с (9.9.5) состояние покоя соответствует постоянному *приведенному* уровню моря. Таким образом, эффекты сил трения, которые сводят к нулю скорости течения, стремятся также привести поверхность моря к состоянию, соответствующему закону обратного барометра. По этой причине процесс приспособления давления в океане, который оставляет уровень  $\eta'$  неизменным, называется *изостатическим*. Подобное приспособление не меняет давления у дна океана, так как полный вес столба воздуха и воды над выбранной на дне точкой остается постоянным. На практике установлено, что приспособление уровня моря к изменениям атмосферного давления, происходящее по закону обратного барометра, является существенной частью его *сезонных* изменений в высоких широтах [612, 252, 470].

Если движения, вызванные вариациями давления, достаточно слабы и применимо линейное приближение, то уравнения (9.9.5) и (5.6.7) можно упростить:

$$\partial u / \partial t - fv = -g \partial \eta' / \partial x, \quad \partial v / \partial t + fu = -g \partial \eta' / \partial y, \quad (9.9.6)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Hu) + \frac{\partial}{\partial y}(Hv) = -\frac{\partial \eta_a}{\partial t}, \quad (9.9.7)$$

где  $H$  — глубина океана. (С этого момента все последующие рассуждения будут ограничены только линейным случаем.) Отметим, что уравнение неразрывности (9.9.7) записано в терминах приведенного уровня моря  $\eta'$ , что привело к переносу вынуждающих сил из уравнений движения в уравнение неразрывности.



Это позволяет предложить удобный лабораторный аналог (см. [255, 247]) для моделирования вынуждающих сил приливного и барического характера. Действительно, как следует из результатов разд. 5.6, уравнение (9.9.7) позволяет рассчитать отклонения поверхности  $\eta'$  мелкого слоя однородной жидкости, когда через ее единичную поверхность со скоростью  $-\partial\eta_a/\partial t$  поступает жидкость такой же плотности. В действительности именно этот тип генерации движений с притоком жидкости из-за осадков и ее изъятием при испарении и реализуется в океане. Если учесть все эти эффекты, то (9.9.7) получит вид

$$\frac{\partial\eta'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Hu) + \frac{\partial}{\partial y}(Hv) = -\frac{\partial\eta^F}{\partial t}, \quad (9.9.8)$$

где  $\eta^F$  представляет собой «вынуждающее отклонение», определяемое следующим образом:

$$\eta^F = \eta_a - \int (P - E) dt/\rho. \quad (9.9.9)$$

Последнее соотношение позволяет очень легко сравнить значения эффектов давления и осадков. Например, понижение давления на 10 мбар соответствует положительным значениям  $\eta_a$ , равным 10 см. Следовательно, для того чтобы уничтожить этот эффект и сделать  $\eta^F$  равным нулю, необходимо 10 см осадков!

Как оказывается, столь же легко можно включить в этот формализм и эффекты ветра. Уравнения баротропной реакции океана на ветровую нагрузку получаются осреднением по вертикали уравнений движения (9.2.1). В случае однородного океана, когда градиент давления пропорционален наклону поверхности и не зависит от глубины, осредненные по вертикали уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -g \frac{\partial\eta}{\partial x} + (X_s - X_b)/\rho H, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -g \frac{\partial\eta}{\partial y} + (Y_s - Y_b)/\rho H, \end{aligned} \quad (9.9.10)$$

где  $(u, v)$  в данном случае обозначает среднее по вертикали течение,  $(X_s, Y_s)$  — напряжение ветра, действующее на поверхность, а  $(X_b, Y_b)$  — придонное напряжение трения. И поверхностное, и придонное напряжения можно оценить по формулам типа (9.5.1). Для стратифицированного океана постоянной глубины те же уравнения можно получить для баротропной моды движения.

Уравнения (9.9.10) используют для расчета штормовых нагонов в мелких морях, таких как, например, Северное море (см. [311]). При этом в практических расчетах в уравнения часто добавляют входящие в (9.9.5) нелинейные члены, несмотря на то что для осредненных по вертикали течений, если действитель-

ные течения не постоянны по глубине, эта запись уже не является корректной.

Способ приведения уравнений (9.9.10) к виду (9.9.6) состоит, как и в разд. 9.2, в разделении скорости  $(u, v)$  на экмановскую часть, которая определяется локально для каждой горизонтальной точки, и скорость барического происхождения  $(u_p, v_p)$ . Для слоя мелкой однородной жидкости градиент давления не зависит от глубины. Поэтому  $(u_p, v_p)$  также постоянны с глубиной. Таким образом, разделение скорости (9.2.4), записанное в терминах средних течений, приобретает вид

$$u = u_p + U_E/H, \quad v = v_p + V_E/H, \quad (9.9.11)$$

где

$$\partial u_p/\partial t - f v_p = -g \partial \eta/\partial x, \quad \partial v_p/\partial t + f u_p = -g \partial \eta/\partial y. \quad (9.9.12)$$

Итак, (9.9.12) записывается аналогично (9.9.6), и вынуждающие силы исчезают из уравнений движения. Однако уравнение неразрывности (5.6.8) при подстановке в него соотношений (9.9.11) получает вид

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (H u_p) + \frac{\partial}{\partial y} (H v_p) = -\omega_E, \quad (9.9.13)$$

т. е. подобно (9.9.7) включает в себя эффект вынуждающих сил. В этом случае генерация движений осуществляется за счет экмановской скорости подкачки, которая определяется соотношением (9.4.1) и может быть рассчитана по уравнению (9.4.6).

Приведенные выше рассуждения показывают, что члены, характеризующие любой вид вынуждающих сил, могут быть преобразованы в уравнениях так, что их эффект будет присутствовать только в уравнении неразрывности. В частности, при учете давления атмосферы, ветра, осадков и испарения уравнения получают следующие:

$$\partial u_p/\partial t - f v_p = -g \partial \eta'/\partial x, \quad \partial v_p/\partial t + f u_p = -g \partial \eta'/\partial y, \quad (9.9.14)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (H u_p) + \frac{\partial}{\partial y} (H v_p) = -\frac{\partial \eta^F}{\partial t}, \quad (9.9.15)$$

где

$$\eta^F = \eta_a - \int (P - E) dt/\rho + \eta_E. \quad (9.9.16)$$

(Здесь  $\eta_E$  есть экмановское вертикальное смещение, определяемое по формуле (9.4.4).)

Включение всех эффектов вынуждающих сил в одно выражение (9.9.16) позволяет сделать оценки их величин. Значения экмановской скорости подкачки  $\omega_E$  для Северного Атлантического океана показаны на рис. 9.6. В средних широтах характерное экмановское смещение за год составляет около 30 м [441]. При сравнении с разностью испарение — осадки порядка

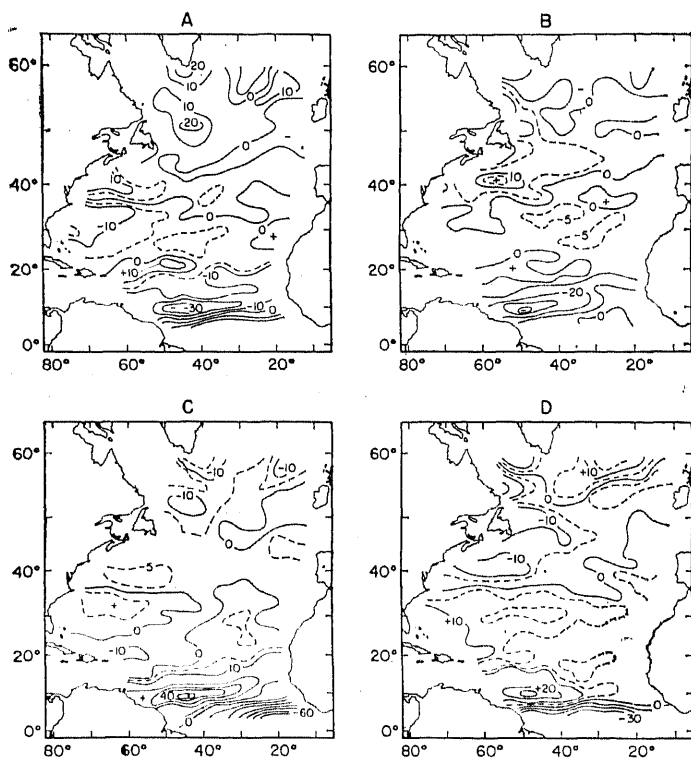
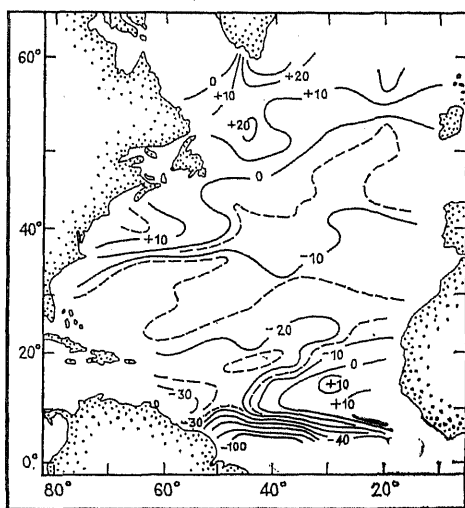


Рис. 9.6. (а) Среднегодовые значения экмановской скорости подкачки для Северной Атлантики. Единицы:  $10^{-5}$  см/с  $\approx 0,9$  см/сутки  $\approx 3,2$  м/год. (Из [441, рис. 2 и 5].) (б) Сезонные отклонения от среднего: (А) — зима; (В) — весна; (С) — лето; (D) — осень.

1 м и изменениями  $\eta_a$  около нескольких сантиметров ветровая генерация движений оказывается основной. Любопытно отметить, что в свое время основные системы течений в океане считались связанными именно с разностью осадков и испарения, а Хаф [357] и Годсброу [266] даже выполнили расчеты подобных течений. Из проведенного обсуждения видно, что ветровые течения можно рассчитать тем же способом.

Аналогично можно сравнить и относительное значение эффектов ветра и давления для шторма с волновым числом  $k$ , движущегося со скоростью  $U$ . Вертикальный поток массы  $\rho_w \omega_E$ , одинаковый (см. разд. 9.4) и в атмосфере, и в океане, можно оценить по соотношению (9.5.3), что дает

$$\rho_w \omega_E \approx 2c_D k^3 p_a'^2 / (\rho_a f^3), \quad (9.9.17)$$

де  $p_a'$  — возмущение атмосферного давления,  $\rho_a$  — плотность воздуха, а  $c_D$  — коэффициент сопротивления. Плотность воды  $\rho_w$  в левой части выражения указывает на то, что  $\omega_E$  является вертикальной скоростью подкачки в океане, а не в атмосфере. В соответствии с определением (9.4.4)  $\eta_E \approx \omega_E / (Uk)$ , в то время как  $\eta_a$  дается формулой (9.9.4). Используя эти соотношения и зависимость (9.9.17), получим

$$\eta_E / \eta_a \approx 2c_D \rho_w g^2 k^2 \eta_a / (\rho_a U f^3). \quad (9.9.18)$$

При значениях  $c_D \rho_w / \rho_a \approx 1$ ,  $k^{-1} \approx 100$  км,  $U \approx 10$  м/с и  $f = 10^{-4}$  с<sup>-1</sup> отношение  $\eta_E / \eta_a$  при  $\eta_a = 1$  см равно 20 и возрастает пропорционально  $\eta_a$ . Таким образом, влияние ветра в целом преобладает.

Уравнения (9.9.14) и (9.9.15) можно свести к одному уравнению для  $\eta'$ , используя метод, приведенный в гл. 7. Сначала к уравнениям (9.9.14) применяется оператор вихря, далее в промежуточном соотношении дивергенция выражается с помощью (9.9.15), и в результате получается уравнение для потенциальной завихренности. Для океана *постоянной глубины* (ниже будет рассматриваться только этот частный случай) оно имеет вид (см. (7.2.8)):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} - \frac{\partial u_p}{\partial y} - \frac{f \eta'}{H} - \frac{f \eta^F}{H} \right) = 0, \quad (9.9.19)$$

что при интегрировании дает

$$\frac{\partial v_p}{\partial x} - \frac{\partial u_p}{\partial y} - \frac{f \eta'}{H} - \frac{f \eta^F}{H} = \text{начальное значение}. \quad (9.9.20)$$

При ненулевых начальных условиях задача была рассмотрена в разд. 7.2 и 7.3, поэтому здесь она обсуждаться не будет. Начальное значение суммы членов уравнения (9.9.20) положим

теперь равным нулю. Слагаемое  $\eta^F$  входит в уравнение (9.9.20) таким же образом, как и начальное значение, но оно может меняться и в пространстве, и во времени.

Уравнение для  $\eta'$ , соответствующее (7.2.13), получается применением операции дивергенции к (9.9.14) и подстановкой (9.9.15) в выражение для дивергенции скорости и (9.9.20) в выражение для завихренности. В результате получается

$$\frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y^2} - \frac{1}{gH} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \eta' = \mathcal{F}, \quad (9.9.21)$$

где

$$\mathcal{F} = \frac{1}{gH} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \eta^F. \quad (9.9.22)$$

В соответствии с (9.4.6) и (9.9.16) для  $\mathcal{F}$  можно записать следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \frac{1}{gH} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \left( \frac{\partial \eta_a}{\partial t} - \frac{P - E}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho gH} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial X_s}{\partial x} + \frac{\partial Y_s}{\partial y} \right) + \\ + \frac{f}{\rho gH} \left( \frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y} \right). \quad (9.9.23) \end{aligned}$$

Уравнение (9.9.21) называется вынужденным уравнением мелкой воды или вынужденным уравнением Клейна — Гордона. Оно воспроизводит поведение малых возмущений в океане постоянной глубины в том случае, когда на них действует вынуждающая сила, создаваемая одним из обсуждавшихся выше механизмов генерации.

### 9.10. БАРОКЛИННАЯ РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЕТРА: МЕТОД НОРМАЛЬНЫХ МОД

В гл. 6 было показано, что решение задачи о динамике мелкого однородного моря постоянной глубины в виде свободных волн можно применить и к случаю стратифицированного океана постоянной глубины. Впервые это было продемонстрировано для океана, состоящего из двух слоев жидкости, в каждом из которых ее плотность была постоянна. В этом случае, следуя Стоксу, было показано существование двух независимых мод, каждая из которых удовлетворяет уравнениям мелкой воды, но с различными эквивалентными глубинами. Позднее эта концепция была распространена на случай непрерывно стратифицированного океана, для которого существует бесконечное счетное множество нормальных мод. Для каждой из них также удовлетворяются уравнения мелкой воды, но с различными эквивалентными глубинами для каждой моды. В настоящем разделе будет показано, что этот же метод может быть использован и для вынужденного движения, например генерируемого ветром. Все,

что для этого необходимо — представить вынуждающую силу в виде разложения по нормальным модам.

Возьмем, к примеру, уравнения (9.2.1), которые можно записать в виде

$$\begin{aligned} \partial u / \partial t - f v &= -\rho_0^{-1} \partial p' / \partial x + \rho_0^{-1} \partial X / \partial z, \\ \partial v / \partial t + f u &= -\rho_0^{-1} \partial p' / \partial y + \rho_0^{-1} \partial Y / \partial z. \end{aligned} \quad (9.10.1)$$

Как показано в разд. 6.11 и 6.13, каждую из переменных  $u$ ,  $v$  и  $p'$  можно представить в виде ряда по нормальным модам, а именно:

$$\begin{aligned} p' &= \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\eta}_n(x, y, t) \hat{p}_n(z), \\ (u, v) &= \sum_{n=0}^{\infty} (\tilde{u}_n(x, y, t), \tilde{v}_n(x, y, t)) \hat{p}_n(z) / (\rho_0 g). \end{aligned} \quad (9.10.2)$$

Эта форма записи выбрана так, чтобы получить для каждой моды уравнения, эквивалентные уравнениям мелкой воды. Действуя в том же духе, запишем вынуждающую силу в правой части (9.10.1) в виде (см., например, [251])

$$\rho^{-1} (\partial X / \partial z, \partial Y / \partial z) = \sum_{n=0}^{\infty} (\tilde{X}_n(x, y, t), \tilde{Y}_n(x, y, t)) \hat{p}_n(z) / (\rho_0 g). \quad (9.10.3)$$

Подстановка (9.10.2) и (9.10.3) в (9.10.1) дает для каждой моды уравнения

$$\begin{aligned} \partial \tilde{u}_n / \partial t - f \tilde{v}_n &= -g \partial \tilde{\eta}_n / \partial x + \tilde{X}_n, \\ \partial \tilde{v}_n / \partial t + f \tilde{u}_n &= -g \partial \tilde{\eta}_n / \partial y + \tilde{Y}_n, \end{aligned} \quad (9.10.4)$$

т. е. те же самые уравнения, что и (9.9.10) для мелкого однородного океана, однако с учетом вынуждающих сил, представленных более компактным образом.

Векторную величину  $(\tilde{X}_n, \tilde{Y}_n)$ , которая входит как вынуждающая сила в (9.10.4), легко рассчитать с учетом свойства (6.13.4) ортогональности нормальных мод. Так, если равенство (9.10.3) умножить на  $\hat{p}_m(z)$  и проинтегрировать по глубине, то для  $X_m$  получится

$$\tilde{X}_m \int_{-H}^0 \frac{\hat{p}_m^2}{\rho_0 g} dz = \int_{-H}^0 \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial X}{\partial z} \hat{p}_m dz. \quad (9.10.5)$$

Для  $\tilde{Y}_m$  формула имеет аналогичный вид. Если, в частности, использовать приближение Буссинеска, т. е. считать  $\rho_0$  постоянным, а для баротропной моды использовать приближенное ре-

шение (6.11.19) (означающее, что  $\hat{\rho}_0$  постоянно), то соотношение (9.10.5) дает

$$\tilde{X}_0 = g(X_s - X_b)/(\hat{\rho}_0 H). \quad (9.10.6)$$

Если  $\hat{\rho}_n$  не нормированы, то числа  $\hat{\eta}_n$  в (9.10.2) не имеют самостоятельного значения. Однако нормировку можно сделать в каждом конкретном случае. Например, если основной интерес вызывает отклонение поверхности, то  $\hat{\rho}_n$  можно нормировать так:

$$\hat{\rho}_n(0) = \rho_0 g \quad (9.10.7)$$

для всех  $n$ . При этом из (9.10.2) вытекает, что  $\tilde{\eta}_n$  характеризует вклад моды с номером  $n$  в отклонение поверхности. В частности, вынуждающая сила баротропного характера при использовании нормировки (9.10.7) в выражении (9.10.6) определяется формулой

$$\tilde{X}_0 = (X_s - X_b)/(\rho_0 H). \quad (9.10.8)$$

При этом соотношения (9.10.4) становятся такими же, как и уравнения (9.9.10) для осредненных по вертикали движений.

Оценка  $\tilde{X}_m$  для бароклинных мод требует информации о характере изменения  $\partial X/\partial z$  с глубиной. Если предположить, что изменения  $\partial X/\partial z$  по  $z$  определяются формулой (9.3.4), т. е. если в перемешанном слое напряжение с глубиной меняется линейным образом, то (9.10.5) упрощается до

$$\tilde{X}_m \int_{-H}^0 \frac{\hat{\rho}_m^2 dz}{\rho_0 g} = \frac{X_s}{H_{\text{пер.}}} \int_{-H_{\text{пер.}}}^0 \frac{\hat{\rho}_m dz}{\rho_0} \quad (9.10.9)$$

(и аналогично для  $\tilde{Y}_m$ ). В правой части выражения стоит средняя величина  $\hat{\rho}_m$  в перемешанном слое. Для первых двух мод она близка к поверхностному значению  $\hat{\rho}_m(0)$ .

Выражения для  $\tilde{X}_m$ ,  $\tilde{Y}_m$  можно переписать в виде, который напоминает формулу (9.10.8) при отсутствии донного трения,

$$(\tilde{X}_m, \tilde{Y}_m) = (X_s, Y_s)/(\rho_0 H_m^F), \quad (9.10.10)$$

где  $H_m^F$  можно назвать эквивалентной глубиной вынуждающих сил для моды  $m$ . Так, используя нормировку (9.10.7), Вюнш и Гилл [876] определили, что  $H_1^F$  для экваториальной части Тихого океана находится в пределах от 270 до 290 м. Глубину вынуждающих сил нельзя путать с обыкновенной эквивалентной глубиной, связанной с волновой скоростью соотношением (6.11.14) и равной для первой бароклинной моды в экваториальной части Тихого океана (в соответствии с теми же расчетами Вюнша и Гилла) 0,7—0,8 м.

Для моды  $n$  выполняются уравнения (9.10.4) и уравнение неразрывности (6.11.13), а именно

$$\partial \tilde{\eta}_n / \partial t + H_n (\partial \tilde{u}_n / \partial x + \partial \tilde{v}_n / \partial y) = 0, \quad (9.10.11)$$

где  $H_n$  — эквивалентная глубина (но не эквивалентная глубина вынуждающих сил). Эту систему уравнений можно преобразовать таким же способом, какой был использован в конце разд. 9.9, и получить уравнение, эквивалентное (9.9.21),

$$\frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial y^2} - \frac{1}{gH_n} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \tilde{\eta}_n = \mathcal{F}_n, \quad (9.10.12)$$

где  $\mathcal{F}_n$  задается соотношением

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial t} &= \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \tilde{X}_n}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{Y}_n}{\partial y} \right) + \frac{f}{g} \left( \frac{\partial \tilde{Y}_n}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{X}_n}{\partial y} \right) = \\ &= \frac{1}{\rho_0 g H_n^F} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial X_s}{\partial x} + \frac{\partial Y_s}{\partial y} \right) + \frac{f}{\rho_0 g H_n^F} \left( \frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y} \right) = \\ &= \frac{1}{g H_n^F} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial \eta_E}{\partial t}. \end{aligned} \quad (9.10.13)$$

Два последних равенства следуют из соотношений (9.10.10) и (9.4.6).

Проведенные преобразования выполнены на примере непрерывно стратифицированной жидкости, но способ вывода аналогичных уравнений имеется и для случая двухслойной жидкости со слоями различной плотности, который рассматривался в разд. 6.2. Применяя приближение Буссинеска и учитывая дополнительно эффекты ветра в соответствии с формулой (9.3.4) при  $H_{\text{пер}} = H_1$ , уравнения (6.2.3) для верхнего слоя вращающейся жидкости можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial u_1 / \partial t - f v_1 &= -g \partial \eta / \partial x + X_s / H_1, \\ \partial v_1 / \partial t + f u_1 &= -g \partial \eta / \partial y + Y_s / H_1. \end{aligned} \quad (9.10.14)$$

Уравнения для нижнего слоя (6.2.7) в приближении Буссинеска имеют вид

$$\begin{aligned} \partial u_2 / \partial t - f v_2 &= -g \partial \eta / \partial x - g' \partial h / \partial x, \\ \partial v_2 / \partial t + f u_2 &= -g \partial \eta / \partial y - g' \partial h / \partial y, \end{aligned} \quad (9.10.15)$$

где  $g'$  — приведенное ускорение силы тяжести (см. разд. 6.2),  $h$  — отклонение (*вверх*) поверхности раздела,  $H_1$  и  $H_2$  — невозмущенные толщины слоев (индекс 1 обозначает верхний, а 2 — нижний слой), а  $(u_i, v_i)$  — составляющие горизонтальной скорости в слое  $i$ .



Вычитая (9.10.5) из (9.10.14), получаем

$$\begin{aligned} \partial \hat{u} / \partial t - f \hat{v} &= g' \partial h / \partial x + X_s / H_1, \\ \partial \hat{v} / \partial t + f \hat{u} &= g' \partial h / \partial y + Y_s / H_1, \end{aligned} \quad (9.10.16)$$

где

$$(\hat{u}, \hat{v}) = (u_1 - u_2, v_1 - v_2) \quad (9.10.17)$$

— это встречавшееся ранее обозначение (6.3.4). Уравнения (9.10.16)—уравнения движения первой бароклинной моды в двухслойной системе, и они имеют форму, совпадающую с (9.10.4). Уравнение (9.10.11) соответствует (6.3.5). В результате исключения из (9.10.16) и (6.3.5) скоростей  $\hat{u}$  и  $\hat{v}$  получается следующее соотношение (сравнить с (9.10.13)):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \frac{1}{g H_e} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) h &= \\ = \frac{-1}{\rho g' H_1} \left\{ \frac{\partial X_s}{\partial x} + \frac{\partial Y_s}{\partial y} + f \int \left( \frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y} \right) dt \right\} &= \\ = \frac{-1}{g' H_1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \eta_E, \end{aligned} \quad (9.10.18)$$

где второе слагаемое в правой части следует из (9.4.4) и (9.4.6), а  $H_e$  задается формулой

$$H_e^{-1} = H_1^{-1} + H_2^{-1}. \quad (9.10.19)$$

Отметим, что правые части в уравнениях (9.10.18) и (9.10.12) отличаются по знаку и имеют различные множители, поскольку соотношение (9.10.18) записано для отклонений поверхности раздела, а (9.10.12) характеризует вклад отдельной моды в изменение уровня моря (т. е. динамической глубины).

Дискретный анализ мод, который был применен выше к двухслойной жидкости, может быть распространен на случай системы со многими слоями однородной жидкости, причем с появлением каждого нового слоя добавляется новая мода движения. Моды для непрерывно стратифицированной жидкости можно получить с помощью предельного перехода к случаю, когда толщины слоев стремятся к нулю (см., например, работу Лайтхилла [454]). Также интересно рассмотреть предел при  $H_{\text{пер}} \rightarrow 0$  (см. [454]) для непрерывно стратифицированной жидкости, поскольку в этом случае условие

$$\omega = \omega_E \quad (9.10.20)$$

равенства вертикальной скорости и экмановской скорости подкачки применяется для поверхности  $z = 0$ . Это совпадает с линеаризованным условием для движений, генерированных рельефом дна, так что здесь можно применять методы, использованные в гл. 6 и 8, хотя в океанографических задачах они употреб-

ляются редко. Аналогично можно использовать и методы, предложенные в книге [889] для стратифицированных течений в канале с непостоянным рельефом дна.

### 9.11. РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ДВИЖУЩИЙСЯ ШТОРМ ИЛИ УРАГАН

Источником движений морских вод являются атмосферные возмущения, которые движутся по его поверхности. Для баротропных движений эффекты изменения параметра Корiolиса с широтой оказываются существенными, если море достаточно глубоко (этот вопрос будет рассмотрен далее), в то же время для мелких морей (процессы в них обсуждаются в гл. 10) более важны эффекты боковых границ. Таким образом, вынужденные уравнения мелкой воды без учета границ применимы в основном ко внутренним (бароклинным) движениям. Так, Веронис [811] и Поллард [634] рассматривали реакцию океана на атмосферные возмущения конечной продолжительности, а А. И. Леонов и Ю. З. Миропольский [447] — резонансно-возбужденные волны. Обзоры исследований механизмов генерации внутренних волн дали Торп [782] и Филлипс [627, разд. 6.9].

Особенно интересен случай реакции океана на движущийся ураган или циклон. Если он перемещается со скоростью  $U$ , то  $\mathcal{F}$  имеет вид

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}(\xi, y), \quad \text{где } \xi = x - Ut. \quad (9.11.1)$$

Решения для изначально покоящегося океана были получены в [144] для случая с  $\mathcal{F}$ , заданной в виде дельта-функции от  $\xi$ , и в [234] для урагана, имеющего реалистичные горизонтальные очертания. Общее решение представляет собой сумму частного решения и бегущих свободных волн, т. е. совпадает с решением задачи Россби о приспособлении из гл. 7. Его составляющая, связанная с вынуждающими силами, представляет собой частное решение, в качестве которого можно взять зависимость  $\eta'$  только от  $\xi$  и  $y$ . Настоящий раздел будет посвящен исключительно исследованию свойств этого решения. Оно позволяет оценить реакцию в тот период времени, когда переходные процессы уже прекратились.

В соответствии с (9.10.12) и (9.11.1) уравнение для  $\tilde{\eta}_n$  (когда зависимость сохраняется только от  $\xi$  и  $y$ ) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial y^2} - \left( \frac{U^2}{c_n^2} - 1 \right) \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial \xi^2} - \frac{f^2}{c_n^2} \tilde{\eta}_n = \mathcal{F}_n, \quad (9.11.2)$$

где  $c_n = (gH_n)^{1/2}$  — волновая скорость изучаемой моды. Для каждой моды  $c_n$  имеет свое значение и удовлетворяет конкретному уравнению, так что оценка полного отклика требует решения уравнения (9.11.2) для каждой моды и затем суммирования их вкладов, как это было показано в предыдущем разделе. Сей-

час мы рассмотрим вклад одной конкретной моды, поэтому индекс  $n$  будет далее опускаться.

Характер решений (9.11.2) сильно зависит от того, превышает ли скорость шторма  $U$  скорость волны  $c$  или нет. Для *медленно движущихся возмущений* ( $U < c$ ) уравнение (9.11.2) является эллиптическим, в то время как для *быстро движущихся возмущений* ( $U > c$ ) оно становится гиперболическим. Значение этого различия и основные свойства решений удобно продемонстрировать, рассматривая случай, когда ветер имеет постоянное направление и следующую форму (см. рис. 9.7, б):

$$X_s = 0, \quad Y_s = \begin{cases} Y_0 \sin k\xi & \text{при } |k\xi| < \pi, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (9.11.3)$$

Это соответствует ситуации, когда до прихода центра шторма ветер дует в одну сторону, а после — в другую. Вынуждающая сила в этом случае записывается в соответствии с (9.10.13) в виде

$$\mathcal{F} = \begin{cases} -(fY_0/(\rho g H^F U)) \sin k\xi & \text{при } |k\xi| < \pi, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (9.11.4)$$

Для медленно движущихся возмущений, когда уравнение (9.11.2) является эллиптическим, решение экспоненциальным образом затухает с удалением от возмущения:

$$\eta = \begin{cases} r [\sin k\xi + ka_F \exp(-\pi/ka_F) \operatorname{sh}(\xi/a_F)] & \text{при } |k\xi| < \pi, \\ rka_F \operatorname{sh}(\pi/ka_F) \exp(-|\xi|/a_F) \operatorname{sgn}(\xi) & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (9.11.5)$$

где

$$r = \frac{c^2 Y_0}{\rho g H^F f U (1 + k^2 a_F^2)} = \frac{c^2 f Y_0}{\rho g H^F U [f^2 + k^2 (c^2 - U^2)]} \quad (9.11.6)$$

есть показатель амплитуды отклика, а  $a_F$ , который определяется по формуле

$$a_F^2 = (c^2 - U^2)/f^2, \quad (9.11.7)$$

представляет собой модифицированный радиус деформации Россби. При малых  $ka_F$ , когда либо шторм силен, либо его скорость близка к  $c$ , отклик имеет почти такую же форму, как и вынуждающая сила, и приближенно записывается в виде

$$\eta = -c^2 \mathcal{F}/f^2 = c^2 Y_s/(\rho g H^F f U). \quad (9.11.8)$$

Этот эффект явно выражен на рис. 9.7, который демонстрирует реакцию на шторм, имеющий фиксированные размеры ( $k = f/c$ ) и движущийся с различными скоростями. В случае (а)  $U^2 = 0,5 c^2$ , что соответствует  $k^2 a_F^2 = 0,5$ , график реакции представляет собой «расплывшийся» график вынуждающей силы. В слу-

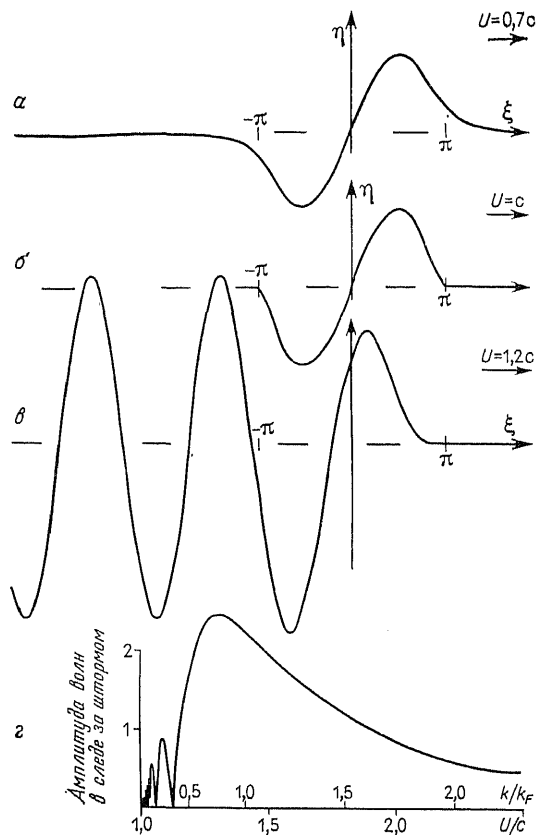


Рис. 9.7. Отклик океана на движущийся двумерный шторм. Напряжение ветра  $Y_s$  перпендикулярно траектории шторма и меняется с расстоянием вдоль его пути, как показано на рис. (б). По вертикальной оси отложена переменная  $Y_s/Y_0$ , где  $Y_0$  — максимальная величина напряжения. Расстояния по оси  $\xi$  измеряются в радиусах Россби  $c/f$ , где  $c$  — скорость длинных гравитационных волн при отсутствии вращения, а  $f$  — параметр Кориолиса. Шторм смещается вправо (на рисунке) со скоростью  $U$ , а рис. (а)–(в) показывает реакцию при различных значениях:  $U$ : (а)  $U = (0,5)^{1/2}c$ , (б)  $U = c$ , (в)  $U = (1,5)^{1/2}c$ . Единица измерения  $\eta$  равна  $cY_0/(\rho f g H^F)$ , где  $\rho$  — плотность,  $g$  — ускорение свободного падения, а  $H^F$  — определенная в тексте эквивалентная глубина для вынуждающей силы. Отклик стационарен и движется вместе со штормом. В случае (а) уравнение получается эллиптическим, и отклик сосредоточен в окрестности шторма, в случае (в) уравнение гиперболично и за штормом возникает волновой шлейф. Случай (б) пограничный, в котором отклик имеет ту же форму, что и вынуждающая сила. (г). Изменение амплитуды (единицы измерения прежние) волнового шлейфа в зависимости от скорости перемещения шторма. Также показаны соответствующие значения отношения волнового числа  $k$  вынуждающей силы к волновому числу свободных волн  $k_F$  (и, следовательно, волнового шлейфа).

чае (б)  $U = c$ , когда шторм движется со скоростью длинной гравитационной волны (или короткой волны Пуанкаре), формы реакции и вынуждающих сил совпадают.

Интересен другой предельный случай, когда скорость шторма стремится к нулю. С уменьшением скорости  $U$  форма реакции меняется несильно (и выглядит подобной той, которая показана на рис. 9.7, а), однако амплитуда бесконечно растет как  $1/U$ . При неподвижном шторме ( $U = 0$ ) необходим иной подход, так как экмановская подкачка в каждой точке происходит с неизменной скоростью, и следовательно, возмущения могут линейно расти во времени. Этот вид реакции рассматривается в разд. 9.14.

Для более привычного случая *быстро движущегося шторма* ( $U > c$ ) уравнение 9.11.2 имеет *гиперболический* вид и тригонометрические, а не экспоненциальные решения. Теперь в качестве граничного условия на бесконечности надо взять условие излучения, которое означает, что никакие волны не должны распространяться впереди возмущения. Физически это объясняется тем, что максимальная групповая скорость волн Пуанкаре равна  $c$ , так что ни одна волна не может находиться впереди возмущения. Решение записывается в виде

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{при } k\xi > \pi, \\ r [\sin k(k^{-1}\pi - \xi) - (k/k_F) \sin k_F(k^{-1}\pi - \xi)] & \text{при } |k\xi| < \pi, \\ -2r(k/k_F) \sin(\pi k_F/k) \cos k_F\xi & \text{при } k\xi < -\pi, \end{cases} \quad (9.11.9)$$

где  $k_F$  — волновое число волны Пуанкаре, фазовая скорость которой равна скорости возмущения. Оно находится из формулы

$$(Uk_F)^2 = f^2 + (k_Fc)^2, \quad (9.11.10)$$

или

$$k_F^2 = f^2 / (U^2 - c^2).$$

Амплитудный множитель  $r$  определяется по соотношению (9.11.6), которое также можно переписать в виде

$$r = c^2 Y_0 / (\rho g H^F f U (1 - k^2/k_F^2)). \quad (9.11.11)$$

Отличия полученного решения от решения для медленно движущегося возмущения очевидны: позади возмущения имеется волновая шлейф. Например, рис. 9.7, в показывает тип отклика при  $U^2 = 1.5 c^2$  и  $k = f/c$ . Частота волн в шлейфе относительно неподвижного наблюдателя дается выражением

$$\omega^2 = (Uk_F)^2 = f^2 U^2 / (U^2 - c^2), \quad (9.11.12)$$

следующим из (9.11.10), и при  $U \gg c$  оказывается близкой к инерционной. Амплитуда  $|2r(k/k_F) \sin(\pi k_F/k)|$  волн шлейфа по-

казана на рис. 9.7, *г* в виде функции  $U/c$  (или  $k/k_F$ ). Волны становятся незначительными и при малых, и при больших значениях  $k/k_F$ , но при значениях  $k/k_F$  порядка единицы они оказываются очень мощными.

Если волновые числа свободных волн и шторма совпадают ( $k = k_F$ ), то  $r$  (в соответствии с (9.11.6) и (9.11.10)) стремится к бесконечности, т. е. мы встречаемся со случаем резонанса. Однако из-за ограниченной продолжительности шторма реакция все же не растет до бесконечности, и решение имеет вид

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{при } k\xi > \pi, \\ -(c^2 Y_0 / (2\rho g H^F f U)) [(k\xi - \pi) \cos k\xi - \sin k\xi] & \text{при } |k\xi| < \pi, \\ (\pi c^2 Y_0 / (\rho g H^F f U)) \cos k\xi & \text{при } k\xi < -\pi. \end{cases} \quad (9.11.13)$$

Его можно получить либо непосредственно решая уравнение (9.11.12), либо переходя к пределу при  $k_F \rightarrow k$  в соотношении (9.11.9). При более общей форме задания вынуждающих сил, включающей в себя некоторый диапазон волновых чисел, преобладает та часть решения, которая наиболее близка к резонансному случаю  $k = k_F$ .

Приведенные выше решения позволяют предположить, каковы будут характеристики бароклиной реакции океана на прохождение урагана через океан. *Скорость* распространения этой реакции обычно много больше (скажем, в три раза) скорости первой бароклиной моды (для которой  $c$  имеет порядок 2 м/с), так что позади шторма можно ожидать образования следа в виде цепочки волн. Масштаб  $k^{-1}$  урагана обычно больше радиуса Россби, но отношение

$$(k/k_F)^2 = k^2 (U^2 - c^2) / f^2 \approx (kU/f)^2 \quad (9.11.14)$$

тем не менее близко к единице. Это приводит к доминированию волн с волновым числом  $k_F$ , примерно равным  $f/U$  (в соответствии с (9.11.10), и частотой, близкой к инерционной (в соответствии с (9.11.12)). Подобные волны можно увидеть, например, в численном решении [643], приведенном на рис. 9.8, *а*. Оно воспроизводит картину вертикальной циркуляции, возникшей при прохождении урагана Элоиза (1975) точно через точку нахождения наблюдательного буя, расположенного в Мексиканском заливе, что позволило относительно неплохо оценить структуру отклика. По рис. 9.8, *б* предсказываемую картину волнового шлейфа (рис. 9.7, *в*) можно сравнить с той, которая действительно была зарегистрирована буюм.

Однако существует и другой важный эффект, связанный с составляющей  $X_s$  напряжения, параллельной траектории шторма. Он приводит к возникновению экмановского переноса, направ-

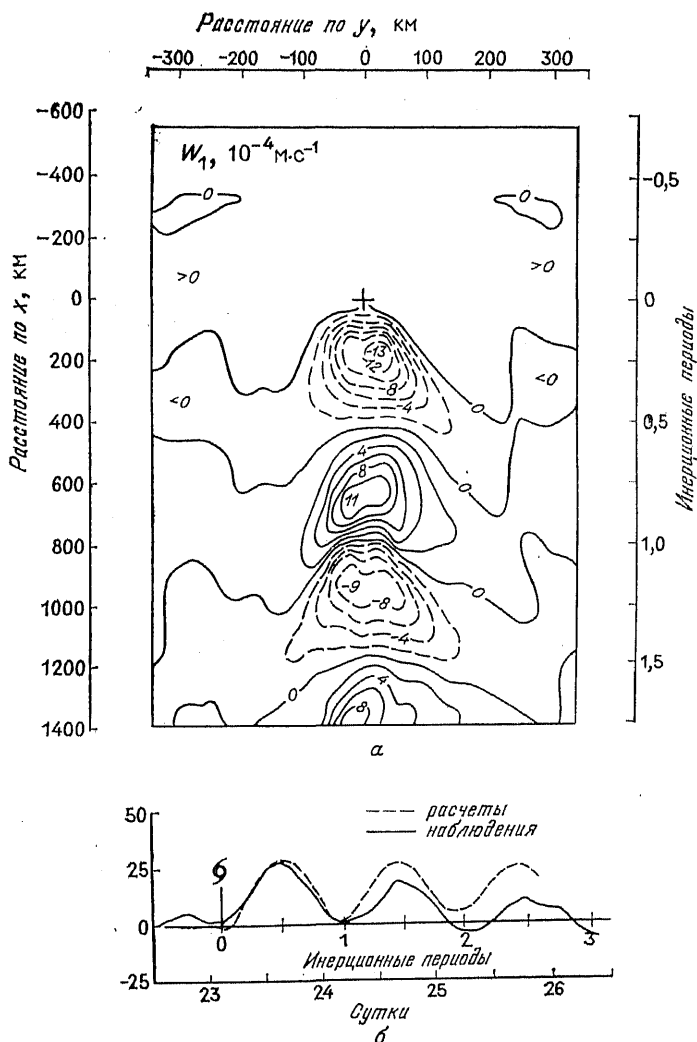
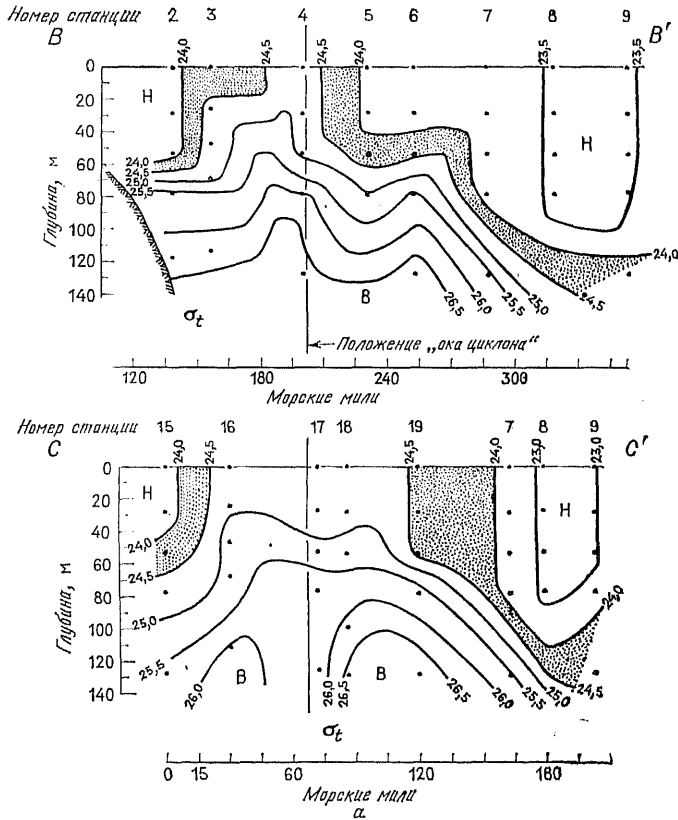


Рис. 9.8. (а) Результаты численного моделирования вертикальной скорости подкачки на нижней границе перемешанного слоя при прохождении урагана Элоиза. Модель напряжения основана на измерениях ветра с буя, над которым прошел шторм. Предполагалось, что шторм смещается со скоростью 8,5 м/с. Изначальная структура плотности задавалась по наблюдениям, выполненным за предшествующую шторму неделю. Линии равной скорости проведены через интервалы  $2 \times 10$  м/с, отрицательные значения (штриховые контуры) соответствуют подъему вод. (По [643, рис. 18].) (б) Сравнение рассчитанного апвеллинга (штриховая кривая) с наблюдениями (сплошная линия) на морском буе. (По [643, рис. 22].)

ленного от оси траектории шторма и к горизонтальному смещению вод поверхностных слоев, достигающему при урагане нескольких десятков километров. Соответственно на оси шторма возникает апвеллинг, высота которого может достигать нескольких десятков метров.



Этот апвеллинг можно рассчитать, используя методы, которые были применены в гл. 7 для расчета реакции на больших интервалах времени в задаче Россби о приспособлении. Сейчас задача состоит в определении решения для больших  $t$ , т. е. для больших отрицательных значений  $\xi$  в соотношении (9.11.1). Для таких значений (9.10.13) показывает, что

$$\mathcal{F}(\xi, y) \rightarrow \mathcal{F}_\infty(y) \equiv \frac{f^2 \eta_\infty^E(y)}{gH^F} = \frac{-f}{\rho g H^F} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial X_s}{\partial y} \frac{d\xi}{U} \quad \text{при} \quad \xi \rightarrow -\infty, \quad (9.11.15)$$



где  $\eta_{\infty}^E$  представляет собой полное экмановское смещение поверхности, вызванное прохождением шторма. Решение  $\eta$  для больших отрицательных  $\xi$  может быть представлено в виде суммы частного решения  $\eta_{\infty}(y)$ , которое является функцией только от  $y$ , и волнового шлейфа. В соответствии с (9.11.2) частное реше-

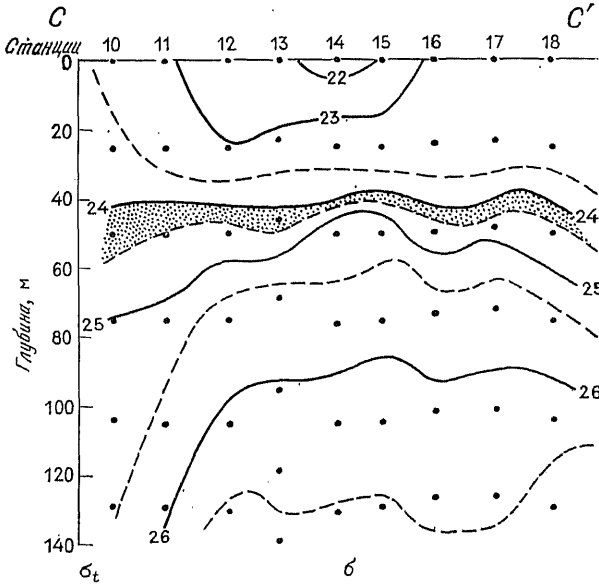


Рис. 9.9. (а) Два разреза  $BB'$  и  $CC'$  поля плотности морской воды по наблюдениям, проведенным через несколько дней после прохождения урагана по акватории Мексиканского залива. Разрезы примерно перпендикулярны пути шторма, показаны также позиции «ока» урагана при пересечении разрезов. Хорошо виден вызванный ураганом апвеллинг. (б) Разрез  $CC'$  по данным наблюдений в течение прошлого лета, когда ураганов не было. (Из [444, рис. 14].)

ние удовлетворяет уравнению

$$\partial^2 \eta_{\infty} / \partial y^2 - (f^2 / c^2) \eta_{\infty} = \mathcal{F}_{\infty} \equiv f^2 \eta_{\infty}^E / (g H^F), \quad (9.11.16)$$

и, следовательно, для ураганов, масштаб которых обычно велик по сравнению с радиусом Россби, приближенное решение имеет вид

$$\eta_{\infty} = -c^2 \eta_{\infty}^E / (g H^F). \quad (9.11.17)$$

Пример, для которого легко найти решение, получается при такой ситуации, когда зона шторма имеет форму круга, а тангенциальное напряжение  $\tau$  дается в виде

$$\tau = \tau_m (r/L) \exp\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (r/L)^2\right], \quad (9.11.18)$$

где  $r$  — радиальная переменная,  $\tau_m$  — максимальное напряжение, а  $L$  — радиус зоны максимального напряжения. В этом случае интегрирование (9.11.15) дает

$$\eta_{\infty}^E = (2\pi)^{1/2} (\tau_m / \rho f U) \left\{ 1 - (y/L)^2 \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (y/L)^2 \right\}, \quad (9.11.19)$$

а максимальное значение при  $y = 0$  получается примерно равным  $4\tau_m / (\rho f U)$ . Если  $\tau_m$  равно  $3\text{Н/м}^2$ ,  $f = 5 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  и  $U = 6 \text{ м/с}$ , то для полной величины подъема вод при прохождении урагана получается оценка 40 м. Соответствующее значение  $\eta_{\infty}$ , т. е. вклад в изменения динамической высоты  $n$ -й моды, есть  $H_n \eta_{\infty}^E / H_n^F$ , что для первой моды примерно равно  $\eta_{\infty}^E / 500$ . При  $\eta_{\infty}^E = 40 \text{ м}$  это дает 8 динамических сантиметров.

Подобные эффекты были отмечены в [444] по наблюдениям, выполненным вскоре после прохождения урагана. Разрезы поперек траектории урагана, показанные на рис. 9.9, обнаруживали существование апвеллинга с величинами 50 м и более. Соответствующая картина динамической топографии характеризовалась, как и ожидалось, понижением высот около оси урагана с изменениями порядка нескольких десятков сантиметров в перпендикулярном направлении. Это привело к течениям со скоростями около 0,5 м/с. Их пришлось срочно принимать во внимание во время рейса, поскольку обнаружилось, что разрезы поперек траектории шторма, которые были выполнены при постоянном компасном курсе и считались прямыми, оказались сильно искривленными за счет сильных течений, параллельных штормовой траектории! Обсуждение других примеров можно найти в работе [643].

Можно назвать две причины, по которым изложенная выше линейная теория в действительности оказывается непригодной для высокоточного расчета эффекта урагана. Одна из них состоит в том, что влияние урагана само по себе настолько сильно, что пренебрегать нелинейными членами в уравнениях нельзя. Вторая причина — большая роль термических эффектов. Влияние передачи тепла оказывается особо важным потому, что (см. [272]) ураганы фактически поддерживают свое существование за счет энергии, которую они черпают из доступного теплозапаса океана. Вместе с тем ураган не только отнимает тепло у океана, но и перераспределяет его за счет перемешивания, действующего одновременно с эффектами адвекции. Все эти эффекты влияют на распределение изопикн, показанное на рис. 9.9.

В работах [643, 274] предложены модели, которые учитывают и механические, и термические эффекты. Они воспроизводят волновой шлейф, апвеллинг за штормом, процесс теплоотдачи океана, а также эффекты углубления однородного слоя за счет вызванного штормом перемешивания.

### 9.12. СПИН-ДАУН ЗА СЧЕТ ПРИДОННОГО ТРЕНИЯ

Если в сильно вращающуюся жидкость внести возмущение и не поддерживать силу, которая его создает, то жидкость начнет приспособляться к геострофическому равновесию, при котором градиенты давления сбалансированы с ускорениями Кориолиса и стационарный поток направлен вдоль изобар. Однако если течение достигает дна, то на дне возникает напряжение трения, формируется (см. разд. 9.2) экмановский слой, и течение теряет энергию. Таким образом, если геострофическое равновесие не поддерживать за счет внешних вынуждающих сил, то постоянно существовать оно не будет. Под влиянием донного трения жидкость будет монотонно стремиться к состоянию покоя. Этот процесс наиболее удобно рассмотреть в случае ламинарного мелкого потока однородной жидкости, движение которого описывается уравнением (9.9.21). При отсутствии других видов вынуждающих сил правая часть  $\mathcal{F}$  будет определяться донным трением, а вынуждающее отклонение  $\eta^F$  в (9.9.22) будет равно экмановскому смещению  $\eta_E$ . Предполагается, что временной масштаб действия донного трения велик по сравнению с  $f^{-1}$ , так что (9.9.22) можно аппроксимировать зависимостью

$$\partial \mathcal{F} / \partial t = - (f^2 / (gH)) \partial \eta_E / \partial t = - (f^2 / gH) \omega_E, \quad (9.12.1)$$

полученной с помощью (9.4.4). Для ламинарного потока  $\omega_E$  определяется формулой (9.6.5). Возмущение давления в слое мелкой однородной жидкости записывается как  $\rho g \eta$ , так что (9.12.1) превращается в

$$\partial \mathcal{F} / \partial t = - H^{-1} \left( \frac{1}{2} f v \right)^{1/2} (\partial^2 \eta / \partial x^2 + \partial^2 \eta / \partial y^2). \quad (9.12.2)$$

Подстановка этого выражения в производную по времени от уравнения (9.9.21) и повторное использование предположения, что  $\partial / \partial t \ll f$ , дают

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y^2} - \frac{f^2}{gH} \eta' \right] = - H^{-1} \left( \frac{f v}{2} \right)^{1/2} \left[ \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta'}{\partial y^2} \right]. \quad (9.12.3)$$

Отметим, что поскольку в состоянии покоя  $\eta'$  постоянно, а  $\eta$  — нет, в уравнение входит не  $\eta$ , а  $\eta'$ .

Для синусоидального возмущения с волновым числом  $\kappa$  это уравнение приобретает вид

$$(f^2 + \kappa^2 c^2) \partial \eta' / \partial t = - \left( \frac{1}{2} f v \right)^{1/2} g \kappa^2 \eta' \quad (9.12.4)$$

и показывает, что возмущения затухают с характерным временным масштабом

$$t_{\text{спин}} = (1 + f^2 / \kappa^2 c^2) H \left( \frac{1}{2} f v \right)^{-1/2}, \quad (9.12.5)$$

называемым временем спин-апа (спин-дауна). Если масштаб  $\kappa^{-1}$  мал по сравнению с радиусом Россби  $a = c/f$ , то время спин-дауна не зависит от волнового числа и определяется по формуле

$$t_{\text{спин}} = H \left( \frac{1}{2} f v \right)^{-1/2}. \quad (9.12.6)$$

Это в точности равно значению в однородной жидкости при граничном условии «твердой крышки» (при  $a = \infty$ ), которое обсуждалось в книге [279]. [Замечание: если поток является турбулентным, то подходящее значение вихревой вязкости можно получить из соотношения (9.6.6), приводящего к формуле

$$t_{\text{спин}} = H / (2c_{\text{Дг}} u_{\text{ав}}). \quad (9.12.7)$$

Здесь  $c_{\text{Дг}}$  — коэффициент сопротивления, а  $u_{\text{ав}}$  — среднее значение скорости вне пределов пограничного слоя. Вместе с тем следует иметь в виду, что проведенные построения по существу представляли собой попытку описать линейным образом нелинейный процесс. Более подходящей была бы формулировка с использованием осредненных по вертикали уравнений (9.9.10) и определением донного трения по формуле турбулентного сопротивления (9.5.1).]

Противоположный предел, когда масштаб волны велик по сравнению с радиусом Россби, соответствует следующей приближенной записи уравнения (9.12.3):

$$\partial \eta' / \partial t - \kappa_E (\partial^2 \eta' / \partial x^2 + \partial^2 \eta' / \partial y^2) = 0, \quad (9.12.8)$$

т. е. уравнению диффузии с коэффициентом  $\kappa_E$ , связанным со спин-дауном в экмановском пограничном слое и определенным по формуле

$$\kappa_E = g \left( \frac{1}{2} f v \right)^{1/2} / f^2. \quad (9.12.9)$$

В этом случае жидкость стремится к состоянию равновесия так, как если бы ее поведение контролировалось диффузионными процессами. (Отметим, что аналогичный результат получается в задаче о спин-дауне во внутренней области. Он возникает за счет вязкости, которая влияет на поле плотности как горизонтальная диффузия с коэффициентом  $\nu N^2 / f^2$ . См. [249, 226].)

Другой способ учета трения состоит в использовании осредненных по вертикали уравнений (9.9.10) с аппроксимацией донного трения в виде (9.6.4). С учетом того что  $r \ll f$ , они имеют вид

$$\begin{aligned} \partial u / \partial t - f v &= -g \partial \eta / \partial x - r u, \\ \partial v / \partial t + f u &= -g \partial \eta / \partial y - r v, \end{aligned} \quad (9.12.10)$$

где

$$r = \left( \frac{1}{2} f v \right)^{1/2} / H \quad (9.12.11)$$

есть величина, обратная времени спин-дауна для движений с пространственными масштабами, малыми по сравнению с радиусом Россби. Если исключить  $v$  из (9.12.10), то получается соотношение

$$(r + \partial/\partial t)^2 u + f^2 u = -fg \partial\eta/\partial y - (r + \partial/\partial t)g \partial\eta/\partial x. \quad (9.12.12)$$

Для *медленного* приспособления ( $\partial/\partial t \ll f$ ) со *слабым* трением ( $r \ll f$ ) движение является квазигеострофическим (см. разд. 8.16). Это значит, что в первом приближении движение геострофично, но для определения вертикальных движений необходимо рассмотреть следующее приближение в уравнениях движения. Другими словами, уравнение (9.12.12) аппроксимируется так (см. [324]):

$$\begin{aligned} u &= -f^{-1}g \partial\eta/\partial y - f^{-2}(r + \partial/\partial t)g \partial\eta/\partial x, \\ v &= f^{-1}g \partial\eta/\partial x - f^{-2}(r + \partial/\partial t)g \partial\eta/\partial y. \end{aligned} \quad (9.12.13)$$

Геострофическое слагаемое не дает вклада в дивергенцию. Она получается за счет двух других слагаемых: изаллобарического и члена, характеризующего придонное трение:

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = -f^{-2}(r + \partial/\partial t)g (\partial^2 \eta/\partial x^2 + \partial^2 \eta/\partial y^2). \quad (9.12.14)$$

Если временной масштаб процесса мал по сравнению с временным масштабом сил трения, то в правой части полученного уравнения преобладает временная производная. В противоположном случае в уравнении доминирует член, характеризующий экмановскую дивергенцию. Другими словами, *изаллобарические члены* оказываются более существенными, чем порожденная трением конвергенция, если временной масштаб процесса меньше времени спин-дауна. Для больших отрезков времени верно обратное. Большое значение расчета конвергенции объясняется тем, что через уравнение неразрывности (5.6.6) она тесно связана с отклонением поверхности. Комбинируя его с уравнением (9.12.14), мы вновь получаем основное уравнение (9.12.3).

Как показано в разд. 9.5 и 9.6, для небаротропного потока донное трение можно рассчитать по известным придонным течениям, хотя однозначной связи между ними и течениями в основной области уже не существует. Однако это не совсем верно в особых обстоятельствах, например, когда почти вся энергия потока сосредоточивается в одной конкретной моде. В этом случае для расчета времени спин-дауна оказывается полезным *уравнение баланса энергии*. Квазигеострофические уравнения, воспроизводящие законы движения несжимаемой жидкости, записываются в виде (8.16.7) и (8.16.12). Если первое из уравнений (8.16.7) умножить на  $\partial p'/\partial x$ , второе — на  $\partial p'/\partial y$ , (8.16.12) умножить на  $(\partial p'/\partial z)/N^2$ , сложить их все вместе и использовать

условие несжимаемости (4.10.12), то получится уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(up') + \frac{\partial}{\partial y}(vp') + \frac{\partial}{\partial z}(wp') = \\ = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \rho_0^{-1} f^{-2} \left( \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} \rho_0^{-1} N^{-2} \left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (9.12.15)$$

В левой части уравнения стоит дивергенция потока плотности энергии (см. определение (8.6.7)), а выражение в фигурных скобках есть *квазигеострофический* вид записи для *плотности энергии* (ср. с (8.6.1)).

Интегрируя (9.12.5) по вертикали в пределах толщи и осредняя по горизонтали по длине волны, приведем его к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \frac{1}{2} \rho_0^{-1} f^{-2} \overline{\left( \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2 \right)} + \frac{1}{2} \rho_0^{-1} N^{-2} \overline{\left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right)^2} \right\} dz = \\ = \overline{[wp']}_b, \end{aligned} \quad (9.12.16)$$

где нижний индекс «b» в правой части означает, что значение берется на дне рассматриваемого района. Его можно взять непосредственно у границы придонного слоя, так что  $w_b$  будет равно экмановской скорости подкачки, определяемой соотношением (9.6.5). Таким образом,

$$\begin{aligned} [wp']_b = \frac{1}{\rho_0 f} \left( \frac{v}{2f} \right)^{1/2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( p' \frac{\partial p'}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left( p' \frac{\partial p'}{\partial y} \right) - \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2 \right\}_b, \end{aligned} \quad (9.12.17)$$

и уравнение (9.12.16) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \rho_0^{-1} f^{-2} \overline{\left( \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2 \right)} + \rho_0^{-1} N^{-2} \overline{\left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right)^2} \right\} dz = \\ = -\rho_0^{-1} f^{-1} \left( \frac{v}{2f} \right)^{1/2} \left\{ \overline{\left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2} \right\}_b. \end{aligned} \quad (9.12.18)$$

Полученное соотношение представляет собой квазигеострофическое уравнение баланса энергии с учетом придонного трения.

Из (9.12.18) следует, что если движение периодически по горизонтали и имеет распадающуюся на несколько мод структуру (см. (6.11.5)), то время  $2t_{\text{спин}}$  спин-дауна для энергии (поскольку энергия — квадратичная форма от  $p'$ , оно в два раза больше времени для самого  $p'$ ) можно записать в виде

$$(2t_{\text{спин}})^{-1} = f^{-1} \left( \frac{v}{2f} \right)^{1/2} \kappa_H^2 \hat{\rho}_b^2 / \int \left\{ \left( \frac{\kappa_H \hat{\rho}}{f} \right)^2 + \left( \frac{1}{N} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial z} \right)^2 \right\} dz, \quad (9.12.19)$$

где  $\kappa_H$  — горизонтальное волновое число. Для частного случая океана с постоянной частотой плавучести  $N$  (при этом  $\hat{\rho}$  пропор-

ционально  $\cos(\pi l z/H)$ ) соотношение (9.12.19) приводит к формуле

$$t_{\text{спин}} = \frac{1}{2} H \left( \frac{1}{2} f v \right)^{-1/2} [1 + (\kappa_H a)^{-2}], \quad (9.12.20)$$

в которой  $a$  обозначает радиус Россби первой бароклининой моды. Таким образом, если масштаб мал по сравнению с бароклининым радиусом Россби, то время спин-дауна составляет одну вторую от соответствующего времени для баротропной моды. С другой стороны, при больших масштабах время спин-дауна сильно возрастает.

### 9.13. ГЕНЕРАЦИЯ ДВИЖЕНИЙ ЗА СЧЕТ ПЛАВУЧЕСТИ

Система океан — атмосфера приводится в движение солнечной радиацией (см. гл. 1), которая создает внутренние для этой системы источники тепла. Проблема расчета мощности притоков тепла может быть довольно сложной, однако их последствия можно достаточно детально изучить, если считать сами притоки уже известными. В разд. 4.4 и 4.10 было введено и переопределено уравнение для измерений внутренней энергии (или температуры) под действием такого источника. В отсутствие диффузии уравнение, характеризующее влияние нагрева на плотность, получается при объединении (4.10.3), (4.10.4) с (4.10.7). Оно имеет следующий вид

$$D\rho/Dt - c_s^{-2} Dp/Dt = -g^{-1} B_s, \quad (9.13.1)$$

где  $c_s$  — скорость звука, а  $B_s$  — скорость изменения плавучести в единичном объеме, определяемая формулой

$$B_s = \frac{g\alpha'\theta}{Tc_p(p_r, \theta)} (Q - \nabla \cdot \mathbf{F}^{\text{рад}}). \quad (9.13.2)$$

Здесь  $Q$  — скорость нагревания единичного объема, которая может включать в себя эффект высвобождения скрытой теплоты (см. (4.4.9)),  $\nabla \cdot \mathbf{F}^{\text{рад}}$  — дивергенция радиационного потока тепла,  $T$  — температура,  $\theta$  — потенциальная температура,  $c_p$  — теплоемкость при постоянном значении давления  $p_r$  (использованном при определении потенциальной температуры),  $\alpha'$  (см. разд. 3.7) — коэффициент расширения по отношению к изменениям потенциальной температуры. Для идеальной атмосферы  $c_p$  постоянно и

$$\alpha' = \theta^{-1}. \quad (9.13.3)$$

Влияние нагрева на динамику осуществляется посредством силы тяжести при наличии изменений плотности. Именно этим объясняется форма записи приведенных выше уравнений. Плавучесть некоторой массы  $m$  жидкости можно определить как ее

вес  $mg$  с обратным знаком. Причем ее абсолютное значение роли не играет, важны лишь изменения.

На рис. 9.10 показан пример оценки мощности неадиабатического притока тепла  $(Q - \nabla \cdot \mathbf{F}^{\text{рад}})/c_p$  для атмосферы, который пропорционален  $B_s$ . Следует иметь в виду, что для покоящейся атмосферы он получился бы другим, поскольку сами движения, вызванные за счет притока тепла, меняют распределение притоков, которое в свою очередь изменяет движение, и т. д.

В случае малых отклонений от состояния покоя можно использовать методику из разд. 6.14 с той лишь разницей, что формулу (6.14.1) следует заменить на (9.13.1), т. е. учесть вынуждающую силу. Соответственно изменится и уравнение для возмущений (6.14.3): в нем добавится вынуждающая сила, и оно приобретет вид

$$g\delta(\rho' - c_s^{-1}p')/\partial t - \rho_0 N^2 w = -B'_s, \quad (9.13.4)$$

где  $B'_s$  — возмущение скорости изменения плавучести в единичном объеме.

Если горизонтальные масштабы процесса сильно превосходят вертикальные, то можно использовать приближение гидростатики, а в том случае, когда верхняя и нижняя границы области горизонтальны (если они существуют), можно применить аппарат разложения по нормальным модам. При разложении вынуждающей силы по нормальным модам, получаются вынужденные уравнения теории мелкой воды. Подробности зависят от того, сжимаема жидкость или нет (как в разд. 6.11): если сжимаема, то остальное определяется тем, выбрана ли в качестве вертикальной координаты высота (как в разд. 6.14), или же используются изобарические координаты (разд. 6.17).

В случае несжимаемой жидкости ( $c_s = \infty$ ) задача наиболее проста. Используя в (9.13.4) уравнение гидростатики (6.11.2), получим

$$\partial^2 p' / \partial z \partial t + \rho_0 N^2 w = B'_s. \quad (9.13.5)$$

Если применить разложения (6.13.1) (для атмосферы, имеющей только нижнюю границу, суммы следует заменить на интегралы), записать разложение для  $B'_s$  в форме

$$B'_s = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_0 N^2 \hat{h}_n(z) \tilde{b}_n(x, y, t) \quad (9.13.6)$$

и использовать формулу (6.11.7), то вместо приведенного ранее соотношения (6.11.8) получится

$$\tilde{w}_n = \partial \tilde{\eta} / \partial t + \tilde{b}_n. \quad (9.13.7)$$

Вместе с соотношением (6.11.9) это уравнение составляет систему вынужденных уравнений теории мелкой воды. Другая



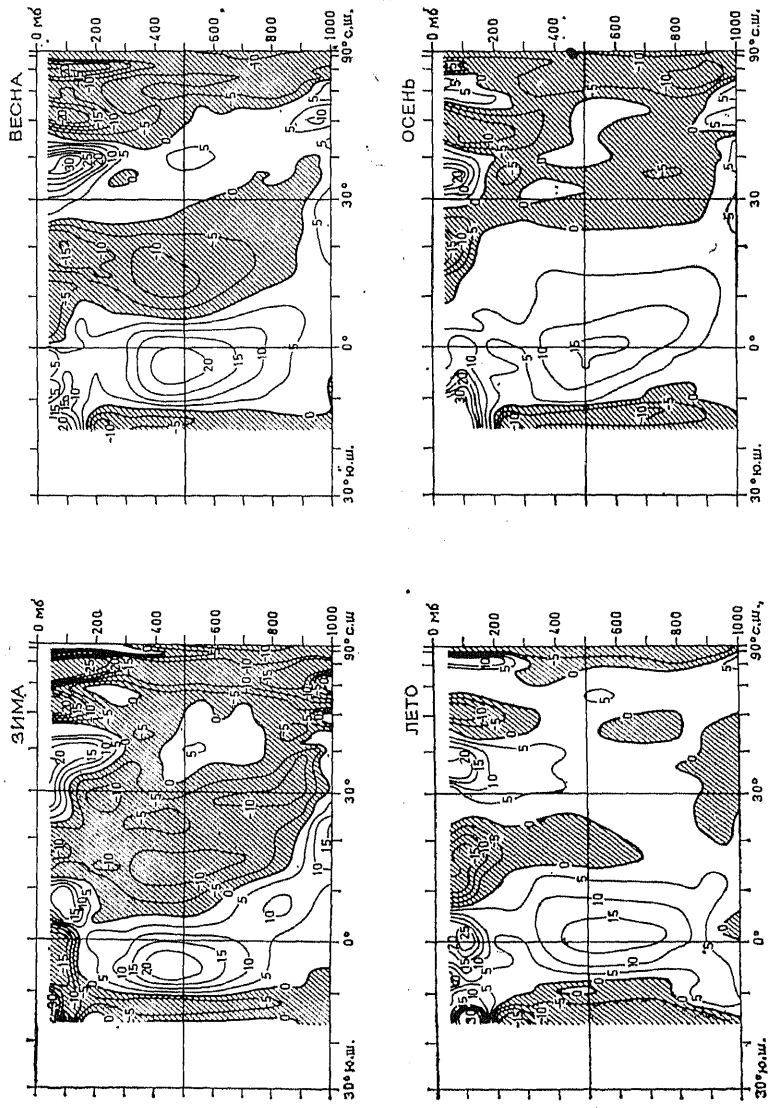


Рис. 9.10. Оценка скорости среднесезональных неадиабатических притоков тепла  $(Q - V \cdot \Gamma_{\text{рад}}) / (\rho c_p)$  (в единицах  $10^{-6} \text{ K/c} \approx 0,1 \text{ град/сут}$ ) для четырех сезонов в атмосфере. (Из [292, рис. 3].)

форма записи этих уравнений (9.9.15) получается при объединении (9.13.7) с уравнением неразрывности (6.4.3), записанным в терминах нормальных мод. Подстановка разложений (9.10.2) для  $(u, v)$  и (6.13.1) для  $\omega$  дает выражение

$$\tilde{\omega}_n + H_n(\partial \tilde{u}_n / \partial x + \partial \tilde{v}_n / \partial y) = 0, \quad (9.13.8)$$

которое полезно сравнить с (6.11.13). Теперь, объединяя равенства (9.13.7) и (9.13.8), получим уравнение

$$\partial \tilde{\eta}_n / \partial t + H_n(\partial \tilde{u}_n / \partial x + \partial \tilde{v}_n / \partial y) = -\partial \eta_n^F / \partial t, \quad (9.13.9)$$

которое совпадает с (9.9.15) за исключением того, что  $\eta_n^F$  определяется в нем формулой

$$\eta_n^F = \int \tilde{b}_n dt. \quad (9.13.10)$$

В случае сжимаемой жидкости получаются точно такие же уравнения, поэтому их вывод предоставлен читателю. При использовании изобарических координат  $B'_s$  можно записать в виде соответствующего разложения в ряд или интеграла, в котором вклад каждой моды будет представлен в виде

$$B_s = \rho_0 N N_* \rho_*^{-1/2} \hat{h}_*(z_*) \tilde{b}(x, y, t). \quad (9.13.11)$$

Как и в случае ветрового воздействия, значения  $\tilde{b}_n$  легко рассчитываются с учетом свойства взаимной ортогональности мод.

Метод нормальных мод не всегда оказывается наиболее удобным способом исследования физических проблем. Иногда более полезно оказывается рассмотрение полной системы уравнений, которую можно свести к двум уравнениям, включающим только  $\omega$  и  $p'$  (или  $\omega_*$  и  $\Phi'$ ). В случае несжимаемой жидкости из уравнений движения по горизонтали можно вывести уравнение (8.4.8) для горизонтальной дивергенции, а именно

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right). \quad (9.13.12)$$

С учетом уравнения (9.13.5) оно сводится к одному единственному уравнению либо для  $\omega$ , либо для  $p'$ . Например, для возмущения давления оно имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho_0 N^2} \frac{\partial p'}{\partial z} \right) \right\} = \\ = \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{B'_s}{\rho_0 \omega^2} \right). \end{aligned} \quad (9.13.13)$$

Это уравнение полезно сравнить с (8.16.13), выведенным для медленного движения жидкости в отсутствие вынуждающих сил.

В случае сжимаемой жидкости уравнение, соответствующее (9.13.12) (сравнить с (6.17.19)), имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) \left(\frac{\partial \omega_*}{\partial z_*} - \frac{\omega_*}{H_s}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial y^2}\right), \quad (9.13.14)$$

тогда как уравнение, соответствующее (9.13.5) (см. (6.17.23)), записывается так:

$$N_*^{-2} \partial^2 \Phi'' / \partial z_* \partial t + \omega_* = \rho_*^{-1} N_*^{-2} B'_s. \quad (9.13.15)$$

Объединяя их, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) e^{z_*/H_s} \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{e^{-z_*/H_s}}{N_*^2} \frac{\partial \Phi''}{\partial z_*} \right) \right\} = \\ = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) e^{z_*/H_s} \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{B'_s}{N_*^2 \rho_r} \right). \end{aligned} \quad (9.13.16)$$

#### 9.14. РЕАКЦИЯ НА СТАЦИОНАРНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ: БАРОТРОПНЫЙ ПРИМЕР

При стационарном (не движущемся) возбуждении реакция должна нарастать со временем до тех пор, пока не начнет действовать трение или какой-либо другой уравнивающий механизм. Если процесс симметричен (например, когда имеются зависимости только от расстояния  $r$  от некоторой фиксированной точки или расстояния  $y$  от заданной линии), то можно найти простые частные решения такой задачи. Они воспроизводят течение, которое всегда оказывается близким к геострофическому, но непрерывно меняется во времени из-за действия вынуждающих сил. Поскольку подобная эволюция в состоянии, близком к геострофическому равновесию, типична для медленных процессов приспособления в океане и атмосфере, ее изучение оказывается весьма важной задачей.

Давний пример этого типа приспособления был рассмотрен в 1897 г. Хафом [357] при расчете баротропной реакции океана на воздействие разности «осадки — испарение», которая задавалась в виде функции широты. Расчеты были выполнены в сферической системе координат, но их можно проиллюстрировать на простом случае течения на  $f$ -плоскости с вынуждающей силой, заданной как функция только от  $y$ . При этом (9.9.14) и (9.9.15) имеют простое решение, при котором приведенный уровень моря  $\eta'$  и зональная скорость  $u$  линейно меняются во времени, а меридиональная скорость  $v$  от времени не зависит. Итак, (9.9.14) и (9.9.15) упрощаются следующим образом:

$$\partial u / \partial t = f v, \quad (9.14.1)$$

$$f u = -g \partial \eta / \partial y, \quad (9.14.2)$$

$$\partial \eta / \partial t + H \partial v / \partial y = -\partial \eta^F / \partial t = (P - E) / \rho. \quad (9.14.3)$$

Индекс « $\rho$ » и штрих можно опустить, поскольку в задаче не учитываются соответственно влияние ветра и градиентов давления. Как видно из (9.14.2), в этом решении существует точный геострофический баланс для зональной составляющей потока, которая линейно растет со временем и оказывается поэтому наиболее существенной. Вместе с тем меридиональная составляющая уже *не* находится в геострофическом равновесии с градиентом давления.

Исключая из (9.14.1) — (9.14.3)  $u$  и  $v$ , получим

$$\eta - a^2 \partial^2 \eta / \partial y^2 = -\eta^F = \rho^{-1} (P - E) t, \quad (9.14.4)$$

где  $a$  — радиус Россби, равный  $(gH)^{1/2}/f$ . Допустим, к примеру, что испарение происходит в некотором широтном поясе океана  $|y| < L$ , т. е.

$$-\rho \eta^F / t = P - E = \begin{cases} -E_0 & \text{при } |y| < L, \\ 0 & \text{при } |y| \geq L. \end{cases} \quad (9.14.5)$$

Решение имеет следующий простой вид:

$$\eta = \begin{cases} -\rho^{-1} E_0 t (1 - e^{-L/a} \operatorname{ch} y/a) & \text{при } |y| < L, \\ -\rho^{-1} E_0 t \operatorname{sh}(L/a) e^{-|y|/a} & \text{при } |y| > L. \end{cases} \quad (9.14.6)$$

Оно показано на рис. 9.11. В тех местах, где происходит испарение, поверхность океана из-за изъятия воды должна понижаться. За счет процесса приспособления этот эффект распространяется по горизонтали на расстояние порядка радиуса Россби. Падение уровня происходит с постоянной скоростью. В результате, как показывает (9.14.2), возникает геострофическое зональное течение (с низким давлением, расположенным в северном полушарии слева), и, кроме того, меридиональное течение, которое в соответствии с (9.14.1) и (9.14.2) характеризуется формулой

$$v = -g f^{-2} \partial^2 \eta / \partial y \partial t, \quad (9.14.7)$$

т. е. является изаллобарическим (см. разд. 8.16). Меридиональный поток направлен к центру низкого давления (поскольку он совпадает с минимумом скорости изменения давления).

Интересен частный случай, когда пояс испарения имеет полуширину  $L$ , малую по сравнению с радиусом Россби  $a$ . Если обозначить через  $E_1 = 2E_0 L$  скорость испарения с единицы длины пояса, то в пределе при  $L/a \rightarrow 0$  уравнение (9.14.4) приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \eta - a^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right\} = \frac{-\partial \eta^F}{\partial t} = -\rho^{-1} E_1 \delta(y), \quad (9.14.8)$$

где  $\delta$  — дельта-функция Кронекера, а интеграл от правой части по всей области  $y$  равен  $-E_1/\rho$ . Если проинтегрировать по поясу

уравнение (9.14.8), то получится условие разрыва  $[\partial\eta/\partial y]$  производной от  $\eta$ , а именно

$$\frac{\partial}{\partial t} a^2 \left[ \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] = \rho^{-1} E_1, \quad (9.14.9)$$

поскольку интеграл от  $\eta$  по поясу в пределе при  $L/a \rightarrow 0$  стремится к нулю. Таким образом, функция  $\eta$  должна быть такой,

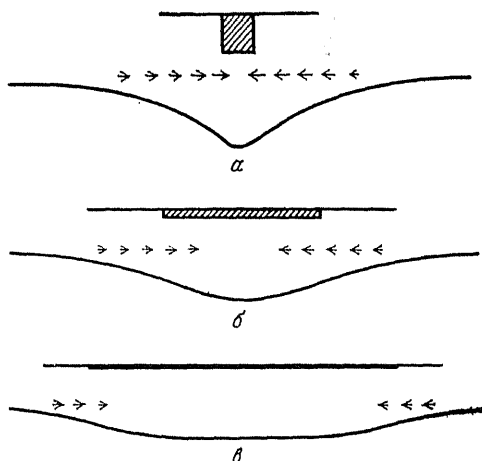


Рис. 9.11. Решения упрощенной задачи Хафа, характеризующие влияние испарения в однородном по плотности океане. На диаграмме показан результат неизменного по горизонтали испарения с пояса океана шириной (а)  $1/5$ , (б) 1, и (в) 2 радиуса Россби при постоянной суммарной интенсивности испарения. Верхняя часть каждого из рисунков демонстрирует величину испарения (с обратным знаком), в то время как нижняя часть воспроизводит скорость изменения отклонений поверхности, которая одновременно дает представление об отклонении поверхности моря в заданный момент времени. Имеется также перпендикулярное рисунку течение, которое находится в геострофическом равновесии с наклоном поверхности и растет пропорционально времени. Скорость изаллобарического течения показана стрелками различной длины. Она со временем не меняется.

чтобы левая часть уравнения (9.14.8) вне рассматриваемого пояса была равна нулю, при  $|y| \rightarrow \infty$  она также уменьшалась до нуля, и, кроме того, удовлетворяла условию (9.14.9). Другими словами, решением будет формула

$$\eta = -\frac{1}{2} (a\rho)^{-1} E_1 t e^{-|y|/a}, \quad (9.14.10)$$

представляющая собой предел решения (9.14.6), как и требовалось. Отметим, что в соответствии с соотношением (9.14.2) условие (9.14.9) означает, что в данном слое разрывна также

и скорость. Иначе говоря, в области сконцентрированного стока массы создается вихревой слой. На рис. 9.11, *a* показан случай, близкий к этому пределу.

### 9.15. ВЫНУЖДЕННЫЙ БАРОКЛИННЫЙ КРУГОВОРОТ

Построенное в разд. 9.14 решение представляло собой пример вызванного стационарным воздействием движения, для которого существовала только одна из мод — баротропная. Однако это решение можно легко обобщить для вынужденного бароклинного движения, что и будет сейчас коротко продемонстрировано.

Проблема «медленного» воздействия на бароклинные движения была рассмотрена Элиассеном [190] в статье под названием «Меридиональная циркуляция в круглом кольце под воздействием медленной термической нагрузки или трения». Он рассмотрел частный случай, при котором источники и стоки тепла (а также источники момента количества движения) распределены симметрично относительно некоторой оси. В особенности имелся в виду случай, когда ось совпадает с земной, так что кольцо представляет собой зональный поток, а восходящие движения термического происхождения вызывают меридиональную циркуляцию. Таким образом, эту модель можно использовать для исследования общей циркуляции атмосферы. Кроме того, подобные модели можно применить и к явлениям меньших масштабов, таким как замкнутые вихреобразные движения (сходные с ураганами) в однородно вращающейся жидкости (на  $f$ -плоскости).

Под «медленным» воздействием Элиассен [190, с. 23] имел в виду следующее:

«Мы упростим задачу, предполагая, что источники тепла и момента количества движения являются слабыми и настолько медленно меняются со временем, что резонансные эффекты не возникают.

Создающиеся при этом меридиональные движения можно считать настолько медленными, что связанные с ними ускорения малы по сравнению с центростремительными. Круговорот в течение всего времени будет близок к состоянию баланса, так что мы можем применить для его исследования квазистатическое приближение, т. е. считать его действительно находящимся все время в состоянии баланса и найти меридиональное течение, необходимое для поддержания этого баланса. Мы увидим, что требование сохранения баланса позволяет однозначно определить это меридиональное течение».

Эллиассен [190] попытался вывести общие уравнения для такого типа движений и нашел частные решения для точечных источников тепла (или момента количества движения). Позднее

теория этого вопроса обсуждалась Чарни [122]. В этом разделе будут построены решения для случая *малых* отклонений от состояния покоя в *однородно вращающейся* несжимаемой жидкости с постоянной частотой плавучести  $N$  при условиях, допускающих использование приближения Буссинеска. Будет решаться уравнение (9.13.3), а сам метод исследования бароклинных движений будет заключаться в обобщении полученных в последнем разделе решений с помощью аппарата суперпозиции мод (разд. 9.10).

В выбранном примере воздействие осуществляется за счет плавучести, сконцентрированной в узком районе в атмосфере. Такое возмущение может создавать, например, выделение скрытой теплоты во внутренней части урагана. Это соответствует вынуждающей силе, сконцентрированной на некоторой вертикальной оси, что позволяет получить решения, обладающие *осевой* симметрией. Более наглядным, однако, оказывается другой случай, когда воздействие сосредоточивается на *плоскости*  $y = 0$ . В решение при этом входят более простые функции, а его характер в принципе не сильно отличается от случая осевой симметрии.

Поскольку  $N$  постоянно, нормальные моды являются синусоидами (6.11.21) и их суперпозиция имеет вид интеграла Фурье (6.12.4). Поэтому есть смысл выразить в виде фурье-интеграла и саму вынуждающую силу плавучести. Общий вид выражения при условии, что воздействие сконцентрировано на линии  $y = 0$ , таков:

$$B'_s = \delta(y) \int_0^{\infty} B_0(m) \sin mz \, dm. \quad (9.15.1)$$

Реакция на указанное воздействие (см. (6.11.21) и (6.11.22)) представляется следующим образом:

$$p'(y, z, t) = \int_0^{\infty} \bar{\eta}(y, t, m) \cos mz \, dm. \quad (9.15.2)$$

Подстановка этого выражения в основное уравнение (9.13.3) приводит (см. (9.10.12)) к уравнению для одиночной моды, а именно (при  $\partial/\partial t \ll f$ )

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial y^2} - \frac{f^2 m^2}{N^2} \bar{\eta} \right) = \frac{f^2 m}{N^2} B_0(m) \delta(y). \quad (9.15.3)$$

Форма вынуждающей силы была намеренно выбрана так, чтобы ее можно было записать в виде (9.14.8) и решение получилось в том же виде, что и (9.14.10). Его можно представить в (9.15.2) и получить общее бароклинное решение для медленного

воздействия за счет источника плавучести, сосредоточенного на линии  $y = 0$ :

$$p' = -\frac{1}{2} N^{-1} f t \int_0^{\infty} B_0(m) \exp(-f m |y|/N) \cos mz \, dm. \quad (9.15.4)$$

Для некоторых специальных видов  $B_0(m)$  решение получается особенно простым (см. (6.12.5)). Например, при

$$B_0 = 2B_1 D \exp(-mD), \quad (9.15.5)$$

соответствующем случаю, когда

$$B'_s = \delta(y) 2B_1 D z / (D^2 + z^2), \quad (9.15.6)$$

максимум воздействия имеется при  $z = D$ , и решение (9.15.4) записывается в виде

$$p' = -\frac{f t}{N} \frac{B_1 D (D + f |y|/N)}{(D + f |y|/N)^2 + z^2}. \quad (9.15.7)$$

Решение показано на рис. 9.12 и характеризуется следующими свойствами. Дельта-функция в (9.15.6) может считаться признаком концентрации эффекта плавучести в некоторой области малых горизонтальных размеров, в которой очень сильны вертикальные движения, и уравнение (9.13.5) упрощается следующим образом:

$$\rho_0 N^2 \omega = B'_s. \quad (9.15.8)$$

Другими словами, вертикальное движение оказывается пропорциональным силе плавучести, и вертикальный поток массы в этой узкой области может быть рассчитан весьма точно. Соответственно приток массы, необходимый для поддержания данного подъема, также оказывается известным, что позволяет предложить условие для течения вне узкой области сосредоточения эффектов плавучести.

Во внешней области нет вынуждающих сил и  $p'$  пропорционально времени, так что соотношение (9.13.3) сводится к уравнению потенциального течения

$$\partial^2 p / \partial y^2 + \partial^2 p' / \partial z_s^2 = 0. \quad (9.15.9)$$

(Здесь использована «растянутая» координата  $z_s$ , определяемая формулой (8.8.25).) Решение для потенциального течения однозначно определяется по известному притоку вдоль линии  $y = 0$ , условиям отсутствия течения при  $z = 0$  и его затухания при  $y \rightarrow \infty$ . Решение, показанное на рис. 9.12, оказалось очень близким к решению с точечным источником, расположенным вне рассматриваемой области.

Поток в плоскости  $y, z$  можно выразить через функцию тока  $\psi$ , существование которой вытекает из уравнения несжи-



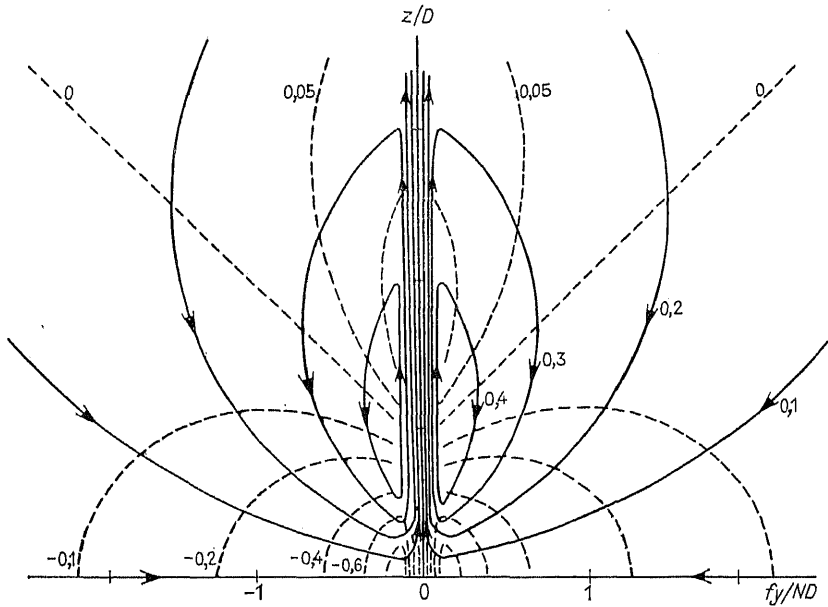


Рис. 9.12. Решение для источника плавучести, сконцентрированного на оси  $y$ . Мощность источника плавучести на оси меняется с высотой от нуля на земле до максимума при  $z = D$  (где штриховая линия с отметкой 0 пересекает ось  $z$ ) и далее снова падает до нуля при  $z \rightarrow \infty$ . Восходящее движение вдоль оси пропорционально мощности источника плавучести. Компенсационное нисходящее движение на удалении от оси оказывается медленным, стационарным и потенциальным в соответствующим образом масштабированной системе координат. Опускающийся воздух нагревается с постоянной скоростью, что приводит к равномерному падению давления. Движение к оси имеет изаллобарический характер и оказывается сбалансированным с уменьшающимся во времени давлением. Двигаясь к оси, жидкость с постоянной скоростью приобретает импульс, нормальный к плоскости рисунка. Его значения отмечены штриховыми линиями. Знак минус соответствует циклоническому вращению вокруг оси  $z$ . В использованных в тексте обозначениях для функции тока применяются единицы  $B_1/N^2$ , а для  $x$ -составляющей скорости  $B_1 ft / (\rho_0 N^2 D)$ .

маемости. Зависимости между  $p'$  и  $\psi$  выводятся из соотношения (9.13.5) и уравнения, эквивалентного (9.14.7). Они имеют вид

$$\begin{aligned} \partial\psi/\partial y &= \rho_0 w = N^{-2} B'_s - N^{-2} \partial^2 p' / \partial z \partial t, \\ \partial\psi/\partial z &= -\rho_0 v = f^{-2} \partial^2 p' / \partial y \partial t. \end{aligned} \tag{9.15.10}$$

Отсюда следует, что решение для  $\psi$ , соответствующее решению (9.15.7), записывается следующим образом:

$$\psi = \frac{(B_1 D z / N^2) \operatorname{sgn} y}{(D + |y| / N)^2 + z^2}. \tag{9.15.11}$$

Таким образом, плавучесть приводит к подъему жидкости в центральной области и создает стационарную циркуляцию с решением (9.15.11) в плоскости  $(y, z)$ . Вне центральной области циркуляция приводит к отклонению вниз поверхностей равной потенциальной температуры, т. е. в любой заданной точке возникает приток воздуха и происходит его нагрев с постоянной скоростью. В результате этого нагрева, как показывает (9.15.7), отмечается равномерное падение давления. Ветер, направленный к центру, является изаллобарическим, но вызывается он не падением давления, а является частью циркуляции, созданной влиянием плавучести, и именно эта циркуляция и приводит к уменьшению давления!

Ветры, связанные с возникающим таким образом градиентом давления, перпендикулярны к плоскости симметрии. Форма решения получается такой, что эти ветры находятся в равновесии с градиентом давления. Таким образом, решение, соответствующее «медленному приспособлению» Элиассена, оказывается в этом случае точным. Изолинии  $u$ , обозначенные на рис. 9.12 штриховыми линиями, очень напоминают вращательные движения воздуха в урагане — со скоростями, возрастающими к центру, и, следовательно, достигающими максимума непосредственно у границы ядра урагана.

Решения для случая плавучести, сконцентрированной у оси  $r = 0$ , выглядят сходными с теми, которые показаны на рис. 9.12. Линии тока надо при этом считать характеризующими течение в вертикальной плоскости, проходящей через ось, а штриховые линии интерпретировать как вращательные скорости (с отрицательными значениями), соответствующими циклоническому направлению вращения). У земли происходит сильное циклоническое вращение воздуха с максимальной интенсивностью около центра шторма. При смещении вверх оно переходит в более слабое антициклоническое вращение. В осесимметричном случае характер вращения может быть объяснен с помощью закона сохранения момента количества движения. Из-за вращения всей среды как единого целого каждое замкнутое кольцо жидкости имеет момент количества движения даже в состоянии покоя (относительного). Если при движении к центру кольцо сжимается, то его абсолютная угловая скорость возрастает так, чтобы этот момент сохранялся. При этом кольцо приобретает относительное циклоническое вращение. Процесс хорошо виден на рис. 9.12, где циклоническое вращение обнаруживается в районах потоков, направленных к центру, и антициклоническое — в районах с движениями, направленными наружу.

Информация, полученная при объединении большого числа данных о тропических штормах и ураганах, обнаруживает много общего со свойствами приведенного выше решения. Например (см. [272]), приток массы к центру шторма на стадии развития

урагана происходит с почти постоянной скоростью. Установлено, что вплоть до уровня 400 мбар средняя величина конвергенции в районе с радиусом 600 км с большой точностью постоянна и равна  $5 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ . Картина циркуляции в вертикальной плоскости, проходящей через центр шторма, показана на рис. 9.13, а. Полный поток массы воздуха, вовлеченного в эту циркуляцию, примерно равен 2 Мт/с. В соответствии с линейным решением вращательная скорость развивается за несколько дней. Однако до беспредельных значений она не растет, и в

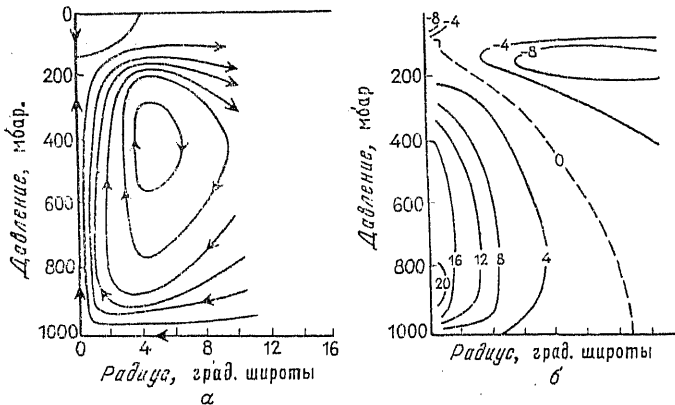


Рис. 9.13. Потoki в ураганах, построенные по результатам объединения большого числа наблюдений. (а) Линии тока в вертикальной плоскости, проходящей через ось урагана. Интервал  $1/3 \text{ Мт} \cdot \text{с}^{-1}$ . (Рассчитано с использованием рис. 48 из [272].) (б) Изолинии вращательной скорости в м/с. (По рис. 50 из [272].)

стадии зрелости урагана ее структура подобна той, которая показана на рис. 9.13, б. В самом центре урагана образуется сложная «субструктура» (на рисунке не показана) с «глазом бури», в котором происходит опускание воздуха, и облачность оказывается очень малой. Радиус такого «глаза» около 20—80 км. Эта структура окружена «стеной глаза», отмеченной очень мощными облаками. Стена представляет собой область сильных восходящих движений, и вблизи нее скорости вращения максимальны. Подробности этого процесса обсуждаются в работах [720, 273]. Общее описание и обсуждение этой темы можно найти также в учебнике по тропической метеорологии Рия [673] и книге [715].

Сходные эффекты существуют и в океане в районах локализованного опускания вод из-за их охлаждения. Это создает приток вод у поверхности океана и, следовательно, циклоническую циркуляцию. Она обнаружена, например, в Гренландском море, где имеется большое опускание вод. Простая модель этого явления обсуждена в работе [255].

### 9.16. УСТАНОВЛЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ ЗА СЧЕТ ДИССИПАЦИИ

При стационарной нагрузке и отсутствии диссипативных эффектов решения из разд. 9.15 воспроизводили отклик, величина которого постоянно росла со временем. Это явилось неизбежным следствием выбранной формы записи уравнений. Так, уравнение (9.13.13) показывает, что если внешнее воздействие постоянно, то выражение в фигурных скобках из левой части равенства должно со временем постоянно расти. В действительности же при этом начинают становиться существенными и ограничивать амплитуду отклика те эффекты, которыми при анализе ранее пренебрегли. Природа отклика может сильно зависеть от того, какой из уравновешивающих механизмов действует.

В этом разделе для демонстрации различных равновесных ситуаций будут получены простые решения. Их простота и некоторая искусственность связаны с тем, что механизмы, ограничивающие амплитуду отклика, взяты в линейном представлении.

Простейшие примеры связаны с баротропным течением, для моделирования которого можно использовать вертикально осредненные уравнения. Для примера рассмотрим течение в модельном океане, имеющем форму зонального канала и подверженном действию восточного напряжения ветра  $X$ . Ситуация сходна с той, которая изучается в модели Антарктического циркумполярного течения. При отсутствии трения модель поведет себя как решение Хафа, обсуждавшееся в разд. 9.14. Скорости будут линейно расти со временем. Однако, как показали Манк и Пальмен [579], трение может ограничить рост скорости. В работе [579] было использовано боковое трение, но можно построить аналогичную модель с привлечением в качестве стабилизирующего фактора и донного трения. При этом равновесие достигается за промежуток времени порядка времени «спин-апа», определяемый формулой (9.12.6). В стационарном состоянии имеется зональное течение восточного направления со скоростью  $u$ , величина которой в соответствии с первым из уравнений (9.9.10) такова, что придонное напряжение оказывается сбалансированным с поверхностным. При использовании для расчета напряжения «ламинарной» формулы (9.6.4) скорость  $u$  дается формулой

$$\left(\frac{1}{2} f v\right)^{1/2} u = X/\rho. \quad (9.16.1)$$

Это простое решение очень хорошо иллюстрирует сам принцип равновесия, но в действительности оказывается совершенно неприменимым к случаю Антарктического циркумполярного течения, в котором действуют другие, еще не вполне определенные уравновешивающие механизмы.

Аналогично, рассматривая течение, вызванное силами плавучести в сжимаемой атмосфере с использованием теплоотдачи

по Ньютону и трения по Рэлею в качестве уравновешивающих факторов, можно построить и бароклиный пример. Теплоотдача по Ньютону (см. разд. 8.11) представляет собой линейную аппроксимацию радиационных факторов, восстанавливающих равновесие. В уравнении (9.13.15) она учитывается с помощью замены производной  $\partial/\partial t$  на оператор  $(\partial/\partial t + \alpha)$ , где  $\alpha^{-1}$  — постоянная времени для процесса, устанавливающего равновесный режим температуры. Аналогично можно преобразовать и уравнения движения, в которых  $\partial/\partial t$  заменяется на оператор  $(\partial/\partial t + r)$ , где  $r^{-1}$  — временная постоянная процесса затухания, связанного в данном случае с «рэлеевским трением». Будучи в известной мере искусственным, этот метод все же позволяет дать аналитическое толкование положениям Галлея (1686) [284] и Гадлея (1735) [283]. Покажем это.

Рассмотрим малые возмущения, вызванные влиянием плавуности (зависящей только от  $y$  и  $z_*$ ) в сжимаемой атмосфере с постоянной  $N_*$ . Стационарное уравнение, включающее в себя ньютонову теплоотдачу (аналог (9.13.15)), имеет вид

$$\alpha N_*^{-2} \partial \Phi'' / \partial z_* + w_* = \rho_*^{-1} N_*^{-2} B_s' \quad (9.16.2)$$

Стационарные уравнения движения при отсутствии зависимости от  $x$  записываются так:

$$ru - fv = 0, \quad (9.16.3)$$

$$rv + fu = -\partial \Phi'' / \partial y, \quad (9.16.4)$$

причем уравнение неразрывности (6.17.11) позволяет ввести функцию тока  $\psi$ :

$$\rho_r \sigma w_* = \partial \psi / \partial y, \quad H_s \rho_r v = \partial \psi / \partial \sigma, \quad (9.16.5)$$

где  $\sigma$  — координата (см. (6.17.8)), определяемая как

$$\sigma = p / p_r = e^{-z_*/H_s}. \quad (9.16.6)$$

Если свести эти уравнения к одному относительно  $\psi$ , то получится

$$\sigma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \sigma^2} + \frac{N_*^2 H_s^2}{(f^2 + r^2)} \frac{r}{\alpha} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{B_s'}{N^2} \right) = 0. \quad (9.16.7)$$

Влияние горизонтальных изменений притока тепла в модели можно воспроизвести, предполагая, что неадиабатическое нагревание (пропорциональное  $B_s'/\sigma$ ) изменяется по  $y$  синусоидально, в то время как для моделирования вертикальных изменений можно предположить, что  $B_s'/\sigma$  меняется как  $\sigma(\sigma - 1)$ . Это дает максимум неадиабатического притока тепла около уровня  $\sigma = 1/2$  (500 мбар), что согласуется с наблюдениями

(см. рис. 9.10). Другими словами, воздействие задается в виде

$$B'_s \sim \sigma^2(\sigma - 1) \cos ly. \quad (9.16.8)$$

В этом случае решение (9.16.7) имеет вид

$$\psi \sim \left\{ \frac{\sigma^3}{6 - \gamma(\gamma + 1)} - \frac{\sigma^2}{2 - \gamma(\gamma + 1)} + \frac{A\sigma^{\gamma+1}}{\gamma + 1} \right\} \sin ly, \quad (9.16.9)$$

где

$$\gamma(\gamma + 1) = N_*^2 H_s l^2 (f^2 + r^2)^{-1} r \alpha^{-1}, \quad (9.16.10)$$

а  $A$  определяется по граничному условию на земле ( $\sigma = 1$ ). При этом условие линейного придонного трения (9.6.5) можно записать в виде

$$\omega_* = f^{-1} (\nu/2f)^{1/2} \partial^2 \Phi'' / \partial y^2.$$

Это (с учетом (9.16.5)) означает, что при  $\sigma = 1$

$$\psi = f^{-1} \rho_r (\nu/2f)^{1/2} \partial \Phi'' / \partial y. \quad (9.16.11)$$

Применяя это условие, получим для коэффициента  $A$  формулу

$$A = \frac{6\varepsilon + \gamma(\gamma + 1)(4 + \varepsilon)}{(\varepsilon + \gamma)[6 - \gamma(\gamma + 1)][2 - \gamma(\gamma + 1)]}, \quad (9.16.12)$$

где

$$\varepsilon = N_*^2 H_s l^2 \alpha^{-1} f^{-1} (\nu/2f)^{1/2} \quad (9.16.13)$$

есть параметр, характеризующий значение придонного трения.

Решение при малой величине  $\gamma$  (например, 0,2), которое, по видимому, отвечает условиям крупномасштабной атмосферной циркуляции, показано на рис. 9.14. Несмотря на то что в уравнении (9.16.2) баланс в основном осуществляется за счет равновесия нагревания и ньютоновой теплоотдачи, положения, высказанные еще Галлеем [284], оказываются по-прежнему справедливыми: нагретый воздух становится менее тяжелым и поднимается вверх. Поскольку система линейна, при охлаждении воздуха оказывается справедливым обратное. «Меридиональная» циркуляция (т. е. в вертикальной плоскости, параллельной оси  $y$ ), которая возникла бы без придонного трения, показана на рис. 9.14, а. При добавлении придонного трения (рис. 9.14, б) часть циркуляции происходит в пограничном слое.

К другому аспекту этого решения, связанному с сохранением момента количества движения, привлеч внимание в 1735 г. Гадлей [283]. В его решении нашло отражение то обстоятельство, что в районах с потоками, направленными к экватору (см. (9.16.3)), возникают восточные ветры. Действительно, в нижней тропосфере обнаруживаются восточные («пассатные») ветры с составляющей, направленной к экватору. И наоборот, выше пассатов, где меридиональная составляющая потока направлена

к полюсу, появляются западные ветры. При учете придонного трения пассаты у земли уменьшены по амплитуде, а в общей картине преобладают западные ветры.

Несмотря на то что в решении (9.16.9) не учтено изменение параметра Кориолиса с широтой, оно все же неплохо воспроиз-

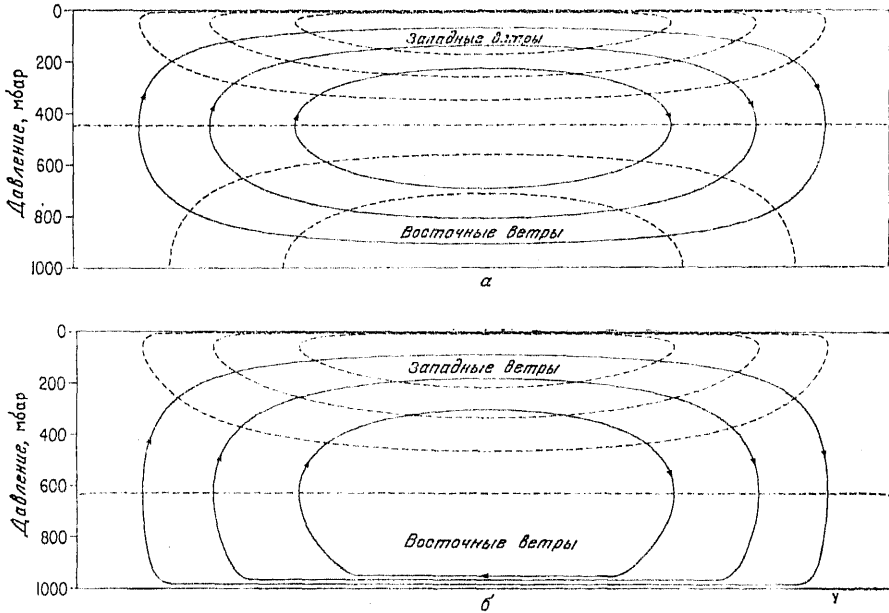


Рис. 9.14. Решение задачи о крупномасштабном атмосферном течении, вызванном потоком плавучести (ячейки Гадлея). Неадиабатические притоки тепла изменяются по давлению (вертикальная координата) параболически, будучи равными нулю на земле (при  $p = 0$ ) и достигая максимума на высоте 500 мбар. По оси  $y$  изменение синусоидальное. На рисунке показана половина длины волны с максимумами нагрева в левой части и охлаждения в правой. Равновесие достигается за счет ньютоновой теплоотдачи и рэлеевского трения. Параметр  $\gamma$  (см. текст) равен 0,2. В случае (а) придонного трения нет, в то время как в случае (б) параметр придонного трения  $\epsilon$  (см. текст) равен 0,3. Сплошные линии обозначают линии тока с шагом, равным четверти максимального значения. Штриховые линии — изолинии  $x$ -составляющей скорости (перпендикулярной к границе) с интервалом в четверть максимального значения. Горизонтальная штриховая линия указывает на нулевое значение этой составляющей скорости.

водит так называемую гадлеевскую циркуляцию. Если моделировать механизмы достижения равновесия в линейном виде, как это было сделано в полученном выше решении, то ячейка Гадлея будет покрывать весь земной шар, т. е. левая часть рисунка будет как бы соответствовать экватору, а правая — полюсу. В нижней тропосфере на всех уровнях ветер будет стационарным и восточным. (Лабораторные модели циркуляций

такого типа восходят к работе Веттина 1857 г. [814], а их обзор дан в работе [221].) В действительности из-за того, что в природе действуют другие уравновешивающие механизмы, реальная циркуляция не похожа на охарактеризованную. В частности, полученное решение воспроизводило большие меридиональные градиенты температуры в умеренных широтах. Как будет показано далее, эта ситуация неустойчива, и, следовательно, малые возмущения в умеренных широтах должны расти и превращаться в циклоны и антициклоны. Они полностью изменяют меридиональную циркуляцию в умеренных широтах, так что реально гадлеевская ячейка проявляется только в тропиках (см. рис. 1.7).



## Глава 10

# Эффекты боковых границ

### 10.1. ВВЕДЕНИЕ

До сих пор мы рассматривали эффекты вращения без учета боковых границ области. Ключевое свойство поведения вращающейся жидкости состоит в существовании процесса приспособления, при котором давление и скорости влияют друг на друга и достигают геострофического баланса. При его установлении поток на каждом уровне направлен вдоль изобар. Если теперь внести в поток пересекающую изобары границу, то возникнет новое приспособление, связанное с тем, что поток через границу невозможен. Из этого следует, что процесс приспособления в большой степени зависит от присутствия границ, по крайней мере в их окрестности.

Появление границы практически означает, что *вдольбереговая* составляющая ускорения Кориолиса на границе исчезает. Поэтому взаимное приспособление полей давления и вдольбереговой скорости у линии берега скорее напоминает приспособление в невращающейся жидкости, чем во вращающейся. В предельном случае (рассмотренном в разд. 10.2), когда имеются две близкие друг к другу границы (как в узком заливе или эстуарии), это очевидно. Поскольку движение направлено в основном вдоль залива и составляющая ускорения Кориолиса в этом направлении пренебрежимо мала, эффекты вращения в первом приближении здесь могут быть опущены. В следующем приближении вращение видоизменяет поток двояким образом. Во-первых, оно создает *градиент давления* поперек канала, необходимый для геострофического баланса во вдольбереговом течении. Это было установлено в 1859 г. Комбом [135] при обсуждении Французской академией влияния вращения на течение рек (см. разд. 7.6). Во-вторых, в районах, где существует отклонение поверхности моря от равновесной, оно приводит к появлению сдвига, необходимого для сохранения потенциальной завихренности. Приближение узкого канала можно с успехом применять для исследования приливов и сейшей в заливах, эстуариях, озерах и даже для изучения приливов в Атлантическом океане.

Если две границы канала расположены *не близко* друг к другу, то возникает вопрос, на каком удалении от берега *вдольбереговая* составляющая силы Кориолиса еще может считаться

малой. Оказывается, что это удаление должно быть равно радиусу деформации Россби. Поэтому приближение узкого канала применимо лишь для каналов, ширина которых мала по сравнению с радиусом Россби. Для широких каналов имеется специальный вид приспособления у границ. Он осуществляется за счет волн, амплитуда которых быстро уменьшается с увеличением расстояний от границы до значений порядка радиуса деформации Россби. Они называются волнами Кельвина, и их свойства изучаются в разд. 10.4. Особенность этих волн состоит в том, что они могут распространяться вдоль берега только в одном направлении, а именно оставляя его справа от себя в Северном полушарии и слева — в Южном полушарии. Причина в том, что вдольбереговая составляющая течения геострофически сбалансирована с полем давления и может затухать при удалении от берега только при соответствующем направлении распространения волны.

Существование границ создает также волны Пуанкаре. Соответствующие решения изучаются в разд. 10.3 и 10.5. Если канал широк (по сравнению с радиусом Россби), то влияние конечной длины канала найти достаточно трудно. Этот эффект обсуждается в разд. 10.6. Особенно интересно рассмотреть поведение в конце канала волны Кельвина. Применительно к сейшам и приливам в Северном море эта проблема изучалась Тейлором [770]. Наиболее подходящий способ описать решение — записать его в виде единичной волны Кельвина, которая распространяется, обходя углы в конечных точках канала без потерь энергии, но с приспособлением по фазе, вызванным поворотами на углах. Этот способ используется ниже (разд. 10.10) при изучении штормовых нагонов.

Приспособление к состоянию равновесия в канале имеет некоторые интересные особенности, которые обсуждаются в разд. 10.7. В частности, для широкого канала с первоначальным разрывом уровня приспособление *вдали* от границ не слишком сильно зависит от их наличия. Однако эффекты этого разрыва переносятся вдоль границ волнами Кельвина, идущими только по одной из сторон канала (правой по отношению к волне, движущейся в Северном полушарии). В результате после установления равновесия течение, которое было связано с первоначальным разрывом, отклоняется влево, когда оно достигает берега, и продолжается далее вдоль этого берега. Выше по потоку от первоначального разрыва течение направлено вдоль противоположного берега канала.

В разд. 10.8 кратко обсуждается динамика приливов. Равновесная теория оказывается *неприменимой* к суточной и полусуточной составляющим, поскольку скорость обегания равновесного прилива вокруг Земли близка по величине к скорости длинных гравитационных волн. Подробности этого процесса довольно

сильно зависят от прихотливых очертаний берегов Мирового океана, но имеются свидетельства, что полусуточный прилив имеет период, близкий к периоду одной из мод собственных колебаний океана. Это означает, что локальные приливы подвержены влиянию свободных волн. Например, в Тихом океане важными элементами приливов являются волны Кельвина. С другой стороны, Северная Атлантика оказывается достаточно узкой, так что к ней еще может быть применено приближение узкого канала.

Некоторые важные эффекты на границах создает ветер. В частности, вдольбереговая составляющая ветрового напряжения приводит к образованию экмановских потоков, направленных на берег или от него. В мелких морях направленный к берегу поток приводит к накоплению вод и аномальному повышению уровня моря. Это явление называется штормовым нагоном. Сильные штормовые нагоны в прошлом привели к гибели более миллиона человек, вызвали большие разрушения. Они играли важную роль в формировании многих особенностей топографии морских побережий. Процессы образования таких нагонов и наиболее простые решения для них обсуждаются в разд. 10.9 и 10.10.

Реакция глубокого моря на перпендикулярный к берегу экмановский перенос также имеет существенные последствия, особенно в том случае, когда экмановский поток направлен от берега. В сторону открытого моря переносится легкая поверхностная вода, а замещается она у берега поднимающейся с нижних уровней плотной холодной водой, богатой питательными веществами (так называемый апвеллинг). При подъеме питательных веществ в освещенную Солнцем приповерхностную зону наступает быстрое размножение микроорганизмов, поэтому эти районы совпадают с важными рыбопромысловыми районами. Практически половина рыбопромысловых районов находится в прибрежных районах, занимающих крошечную долю поверхности океана. Явление апвеллинга рассмотрено в разд. 10.11.

Поскольку сосредоточенные в прибрежных районах береговые захваченные волны могут переносить информацию вдоль берега, апвеллинг не оказывается чисто локальной реакцией океана на ветер. Особенность длинных волн этого типа состоит в том, что они распространяются только в одном направлении, а именно к полюсу у восточного берега и к экватору у западного. Реакцию прибрежного района океана на ветер можно рассчитать, представляя вынуждающую силу в виде суммы подобных волн, разрешая обыкновенное дифференциальное уравнение для амплитуды каждой волны и суммируя их. Реально это делается довольно простым способом — предполагается, что реакция в основном определяется единичной волной. Этот случай

и свойства соответствующей волны обсуждаются в разд. 10.12 и 10.13.

В последнем разделе рассмотрены пограничные течения, расположенные у восточных окраин Атлантического и Тихого океанов. Они достаточно интересны, особенно в связи с апвеллингом, который в течение года может сильно изменяться. Обстоятельной теории здесь не приводится, обсуждаются лишь различные процессы, имеющие отношение к их динамике.

## 10.2. ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ НА СЕЙШИ И ПРИЛИВЫ В УЗКИХ ЗАЛИВАХ

Сейши и приливы в узких каналах и заливах обсуждались в разд. 5.8. Из-за узости этих акваторий можно было не учитывать эффекты вращения. Решения получались в предположении, что движение в любой точке параллельно оси канала. Было установлено, что они хорошо моделируют поведение сейшей и приливов во многих каналах, заливах, эстуариях и озерах. Предположим, что решение имеет форму

$$u = u_{\text{nr}}(x, t), \quad \eta = \eta_{\text{nr}}(x, t), \quad (10.2.1)$$

где индекс  $\text{nr}$  характеризует функцию в отсутствие вращения.

Рассмотрим теперь эффекты вращения при условии, что они малы. Прежде всего должно существовать ускорение Кориолиса  $f u_{\text{nr}}$  поперек канала, которое должно уравниваться малым наклоном поверхности. Таким образом, приближенная запись для  $y$ -составляющей уравнения движения имеет вид

$$f u = -g \partial \eta / \partial y. \quad (10.2.2)$$

Если выбрать подходящим образом начало координаты  $y$  (вблизи центра канала — точное местоположение можно определить позднее), то интегрирование этого соотношения дает для «поправочной» функции поверхностного отклонения  $\eta$  выражение

$$\eta \approx \eta_{\text{nr}}(x, t) - g^{-1} f u_{\text{nr}}(x, t) y. \quad (10.2.3)$$

Условием того, что поправочное слагаемое мало по сравнению с  $u_{\text{nr}}$  (здесь используется тот факт, что в соответствии с (5.8.6)  $u_{\text{nr}}$  имеет порядок  $(g/H)^{1/2} \eta_{\text{nr}}$ ), является неравенство

$$g^{-1} f (g/H)^{1/2} W \ll 1, \quad \text{т. е.} \quad W/a \ll 1, \quad (10.2.4)$$

где  $H$  — глубина,  $W$  — ширина канала, а  $a$  — радиус деформации Россби, определенный формулой (8.2.3). Другими словами, условием незначительности эффектов вращения является *малость ширины канала по сравнению с радиусом Россби*.

Второе проявление вращения следует из уравнения для потенциальной завихренности (7.2.8), которое показывает, что за-

вихренность

$$\xi = - (f/H) \eta \quad (10.2.5)$$

возникает и при подъеме, и при опускании поверхности моря. Следовательно, поперек канала должен существовать сдвиг, т. е. соотношение (10.2.5) должно быть преобразовано следующим образом:

$$\partial u / \partial y = f \eta / H. \quad (10.2.6)$$

Интегрируя эту формулу, получим

$$u = u_{\text{пр}}(x, t) + f \eta_{\text{пр}}(x, t) \int dy / H. \quad (10.2.7)$$

При выполнении условия (10.2.4) поправочное слагаемое снова оказывается относительно малым. Это достигается при таких вертикальных размерах канала, когда глубина  $H$  не может стать в какой-либо точке малой, т. е. глубина имеет везде одинаковый порядок с величиной  $H$ , использованной в формуле (10.2.4) при вычислении радиуса Россби.

При необходимости, отыскивая решения в виде ряда по степеням малого отношения  $W/a$ , можно определить и дальнейшие уточнения. Однако основной интерес все же представляет первое приближение и, в частности, формула (10.2.3) для поверхностного отклонения. Она без особого труда дает значительное уточнение по сравнению с решением для невращающейся жидкости. Этот метод был очень успешно применен в работе [744] для расчета приливов в Адриатическом море, которое для этой цели было разделено на 40 участков. Различия по сравнению с наблюдениями оказались малыми. (Результаты этой работы воспроизведены Дефантом [164, т. 2, рис. 169 и 170]; на первом из этих рисунков показана  $\eta_{\text{пр}}$ , а на втором — основная сейша с периодом 23 ч). Расчеты многих других ситуаций изложены в гл. 12 труда Дефанта [164, т. 2].

Новое интересное свойство, возникающее за счет вращения, состоит в том, что гребень прилива начинает обегать рассматриваемую область в циклоническом направлении. Его очень удобно продемонстрировать на аналитическом решении для случая канала постоянной ширины  $W = 135$  км и глубины  $H$ , возрастающей с расстоянием  $x$  вдоль канала в соответствии с формулой

$$H = \gamma x^2 \quad (10.2.8)$$

при  $\gamma = 6,5 \cdot 10^{-10}$  м<sup>-1</sup>; это хорошее приближение для северной части Адриатики. Концевая точка канала (Венеция) расположена при  $x = x_0 = 150$  км. Модельная область Адриатики занимает зону  $x > x_0$ . Средний радиус Россби равен 250 км, так что отношение  $W/a$  примерно равно 0,5. Решения уравнения

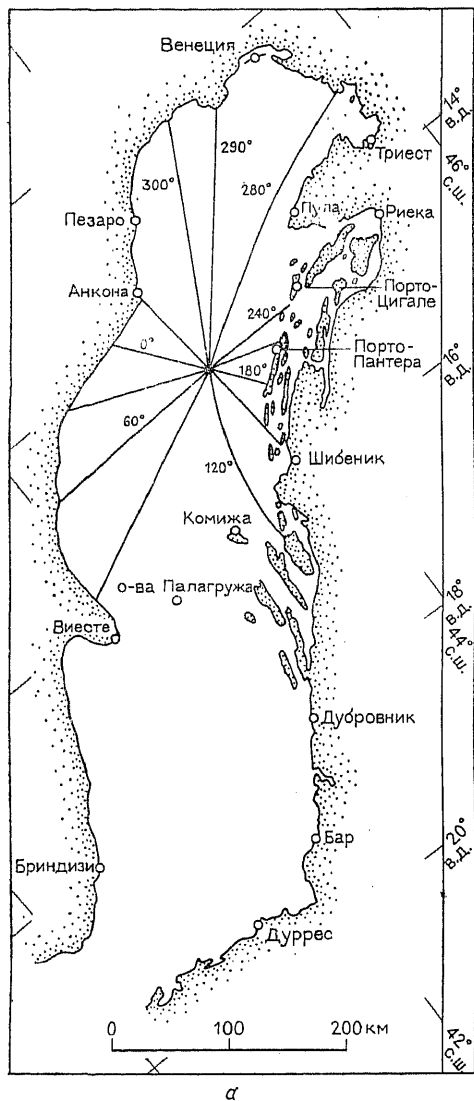
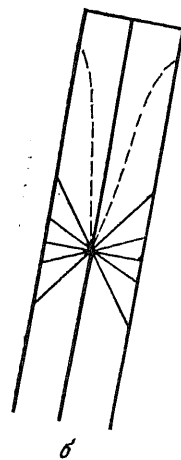


Рис. 10.1. (а) Котидальные линии в северной части Адриатического моря. (По [637; из 322, рис. 7].) (б) Котидальные линии, получаемые с помощью простой модели с квадратичным возрастанием глубины от конца канала. Интервал между (сплошными) линиями одинаковой фазы равен  $30^\circ$ . Фаза на штриховых линиях отличается на  $10^\circ$  от фазы на оси канала.



(5.8.4) при такой геометрии района и фиксированной частоте  $\omega$  имеют вид комплексных степеней  $x$ ; это дает выражения

$$\eta_{nr} = (x_0/x)^{1/2} \eta_0 \left\{ \beta \cos(\beta \ln(x/x_0)) + \frac{1}{2} \sin(\beta \ln(x/x_0)) \right\} \cos \omega t, \quad (10.2.9)$$

$$u_{nr} = (\omega/\gamma x_0) (x_0/x)^{3/2} \eta_0 \sin(\beta \ln(x/x_0)) \sin \omega t,$$

где  $1/4 + \beta^2 = \omega^2/(g\gamma)$ . Проверка этого результата представляется читателю в качестве упражнения. Поскольку  $\omega = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  и  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , в этом случае  $\beta = 1,67$ .

Обычно приливные колебания представляют в терминах амплитуды  $A$  и фазы  $\delta$ , т. е.  $\eta$  записывается в виде

$$\eta = A \sin(\omega t - \delta). \quad (10.2.10)$$

Линии постоянной  $A$  называются изолиниями полной высоты прилива. На них дается величина  $2A$ . Обычно она выражается в метрах. Изолинии  $\delta$  называются котидальными линиями. Фаза на них дается либо в градусах, либо в часах, как время наступления полной воды. На рис. 10.1, а показана построенная по данным наблюдений котидальная карта северной части Адриатики. На рис. 10.1, б воспроизведена соответствующая модельная диаграмма, полученная по уравнению

$$y \sin \delta = \left\{ \beta \operatorname{ctg}(\beta \ln(x/x_0)) + \frac{1}{2} \right\} (x\gamma g/(f\omega)) \cos \delta, \quad (10.2.11)$$

следующему из (10.2.3) и (10.2.9).

Более детальные расчеты Штернека [744] дают значительно лучшее совпадение, но простая аналитическая модель все же очень хорошо иллюстрирует основные особенности явления. Дальнейшее обсуждение этого частного случая можно найти в [322].

Сейши в Адриатике очень важны, поскольку именно с ними связаны наводнения в Венеции [678]. Период основной сейши в соответствии с более поздними расчетами оказывается равным не 23 часам, как у Штернека, а 22. Возбуждается она эпизодически при сильных ветрах. Ее влияние на Венецию сильно зависит от того, близки или нет времена наступления максимума сейши и полной воды прилива. Модель сейши, генерированной ветром, можно построить с помощью уравнений вынужденных колебаний мелкой воды, введенных в гл. 9.

### 10.3. ВОЛНЫ ПУАНКАРЕ В КАНАЛЕ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ШИРИНОЙ

Как отмечал Кельвин, несмотря на то, что единичная волна, которая в разд. 8.2 называлась его именем, не может удовлетворить граничным условиям на берегу, комбинация волн уже способна удовлетворить этим условиям. В частности, это справедливо для двух направленных под углом к берегу волн с одинаковыми амплитудами  $\eta_0$  (см. (5.3.9)), возникающих при отражении плоской волны от прямолинейной границы. Ось  $x$  удобно выбрать в направлении биссектрисы угла между двумя волновыми векторами, а начало координат  $y$  поместить на оси симметрии скорости  $v$ , т. е. на линии, где обращается в нуль  $dv/du$ .

Комбинация двух волн вида (8.2.11) уже может быть записана в форме (5.3.9), но с таким сдвигом начала оси  $y$ , при котором  $\partial v/\partial y$  равно нулю при  $y = 0$ . Тогда решением являются функции

$$\begin{aligned} \eta &= (2\eta_0/(\kappa\omega_c))(kf \cos ly + \omega l \sin ly) \cos(kx - \omega t), \\ u &= (2g\eta_0/(\kappa\omega_c))(kl \sin ly + (\omega f/gH) \cos ly) \cos(kx - \omega t), \\ v &= (2\omega_c\eta_0/(\kappa H)) \cos ly \sin(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (10.3.1)$$

где  $\omega_c$  — частота, определяемая соотношением

$$\omega_c^2 = f^2 + l^2gH. \quad (10.3.2)$$

Таким образом, дисперсионное соотношение (8.2.7) можно записать в виде

$$\omega^2 = \omega_c^2 + k^2gH. \quad (10.3.3)$$

Отсюда следует, что  $\omega_c$  — это минимальная частота волны с заданным  $l$ .

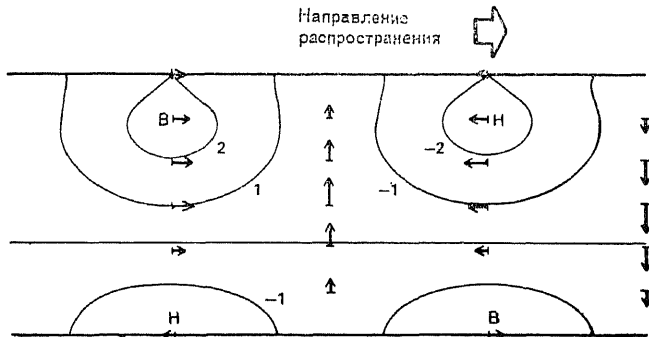


Рис. 10.2. Бегущая волна Пуанкаре в канале шириной  $\pi c/f$ . Масштаб  $l^{-1}$  в поперечном к каналу направлении равен радиусу Россби, так что минимальная частота  $\omega_c$  равна  $\sqrt{2} f$ . Масштаб  $k^{-1}$  в направлении распространения волны равен произведению  $\sqrt{3/2}$  на радиус Россби, так что  $\omega$  равна  $\sqrt{8/3} f$  и  $\omega l = 2ki$ . Знаки переменных соответствуют северному полушарию, поэтому наибольшие отклонения возникают в левой части канала (по отношению к направлению распространения). Здесь частицы движутся антициклонически. Узловая линия находится на расстоянии от стенки, примерно равном 65 % ширины канала. Изолиниями показано отклонение поверхности. Стрелки обозначают течения.

Подобная волна может удовлетворять граничным условиям отсутствия нормального потока в канале постоянной ширины [633] при условии, что  $l$  кратно  $\pi/W$ , т. е.

$$l = n\pi/W. \quad (10.3.4)$$

Для каждого  $n$  существует минимальная частота  $\omega_c = \omega_{nc}$ , необходимая для того, чтобы волна могла распространяться. Здесь,



с учетом (10.3.2) и (10.3.4), она равна

$$\omega_{nc}^2 = f^2 + n^2 \pi^2 gH/W^2. \quad (10.3.5)$$

Поскольку частота растет с ростом  $n$ , ее минимальное значение равно  $\omega_{1c}$ . В соответствии с (10.3.3) дисперсионные характеристики распространяющейся вдоль канала волны имеют свойства, аналогичные свойствам плоской волны Пуанкаре, т. е.  $\omega$  меняется при изменении  $k$  так, как показано на рис. 7.2, но с заменой  $f$  на  $\omega_c$ . Таким образом, если  $k^{-1} \ll (gH)^{1/2}/\omega_c$ , то волны характеризуются довольно слабой дисперсией и распространяются вдоль канала со скоростью, близкой к  $(gH)^{1/2}$  (их фазовая скорость немного больше, а групповая скорость немного меньше). При  $k^{-1} \gg (gH)^{1/2}/\omega_c$  волны имеют относительно малую групповую скорость и близкую к  $\omega_c$  частоту. При  $k = 0$  бегущая волна превращается в стоячую, захватывающую весь канал.

На рис. 10.2 показан пример прогрессивной волны вида (10.3.1). В северном полушарии ( $f > 0$ ) амплитуда бывает больше на левой стороне канала (относительно наблюдателя, движущегося в направлении волны). Траектории частиц являются эллиптическими. Орбитальное движение везде антициклонично, за исключением области у правого берега, которая занимает небольшую часть канала, всегда меньшую половины его ширины.

#### 10.4. ВОЛНЫ КЕЛЬВИНА

В предельном случае отсутствия вращения ( $f = 0$ ) уравнение (10.3.1) не дает решений типа рассмотренных в разд. 5.8, а дает решения, называемые поперечными модами, которые изменяются в перпендикулярном к оси канала направлении синусоидальным образом. В некоторых ситуациях, например в озерах и заливах, эти моды могут иметь значительную амплитуду. Однако первые моды (т. е. те, которые в предельном случае отсутствия вращения соответствуют движению без поперечных изменений) обычно являются более существенными. Интересно рассмотреть вопрос о том, как видоизменяются эти моды при возникновении вращения. В разд. 10.2 было установлено, что вращение приводит к изменению  $u$  и  $v$  по  $y$ , но это изменение не является синусоидальным. В решениях из разд. 8.2 в этом случае величину  $l^2$  следует считать не положительной, а отрицательной. Из всех решений подобного вида только одно может быть согласовано с условием отсутствия движения через прямолинейную границу. Оно представляет собой волновое решение, открытое в 1879 г. Кельвином [778] и названное в его честь волной Кельвина.

Рассмотрим свойства волны Кельвина. Изменения по  $y$  являются экспоненциальными. Поскольку на линии  $y = \text{const}$  (граница канала)  $v$  равна нулю, она должна быть нулевой и при всех других значениях  $y$ . Следовательно, решение вида волны

Кельвина можно получить, полагая в уравнениях  $v = 0$ . В частности, уравнения (7.2.1) и (7.2.3) при этом дают

$$\partial u / \partial t = -g \partial \eta / \partial x, \quad (10.4.1)$$

$$\partial \eta / \partial t + H \partial u / \partial x = 0. \quad (10.4.2)$$

Эти уравнения позволяют определить изменения  $\eta$  и  $u$  на любой линии  $y = \text{const}$ . Они не содержат ускорений Кориолиса и оказываются, таким образом, совпадающими с уравнениями (5.6.4), (5.6.6) движения мелкой воды при  $v = 0$  в отсутствие вращения. Следовательно, в вертикальной плоскости границы канала, а также и в любой другой параллельной ей вертикальной плоскости движение оказывается в точности совпадающим с движением в невращающейся системе (т. е. дает гравитационную волну в теории мелкой воды).

Общее решение уравнений (10.4.1), (10.4.2) состоит из суммы двух бездисперсионных волн, перемещающихся в противоположных направлениях, т. е.

$$\begin{aligned} \eta &= F'(x + ct, y) + G'(x - ct, y), \\ u &= -(g/H)^{1/2} \{F'(x + ct, y) - G'(x - ct, y)\}, \end{aligned} \quad (10.4.3)$$

где вид функций  $F'$  и  $G'$  еще предстоит определить, а  $c = (gH)^{1/2}$  (в соответствии с (7.2.5)). Изменения функций  $F'$  и  $G'$  по  $y$  можно найти из еще одного оставшегося неиспользованным уравнения (7.2.2), которое при  $v = 0$  имеет вид

$$f u = -g \partial \eta / \partial y. \quad (10.4.4)$$

Таким образом, эта составляющая движения находится в геострофическом равновесии. Подстановка (10.4.3) приводит к уравнениям

$$\partial F' / \partial y = f (gH)^{-1/2} F', \quad \partial G' / \partial y = -f (gH)^{-1/2} G', \quad (10.4.5)$$

показывающим, что одна из волн (при  $f > 0$  связанная с  $G'$ ) экспоненциально затухает в направлении возрастания  $y$ , а другая — в направлении убывания  $y$ . Эта экспоненциальная зависимость очень напоминает свойства волны Лэмба, рассмотренные в разд. 6.14, так что волна Кельвина попадает в класс так называемых краевых (захваченных, граничных) волн.

Если  $f$  положительно (Северное полушарие), то убывающее по  $y$  решение должно перемещаться по  $x$  в положительном направлении. В соответствии с (10.4.5) оно определяется как

$$F' = 0, \quad G' = e^{-y/a} G(x - ct), \quad (10.4.6)$$

где  $G$  — произвольная функция. Как отмечал Кельвин [779, с. 97], «скорость распространения волны оказывается такой же, как и при отсутствии вращения», а «влияние вращения ограничивается появлением множителя»  $\exp(-y/a)$ . «При рассмотрении

этого множителя получается множество интересных результатов». Одно из важных его свойств связано с возникновением пространственного масштаба  $a$ , который в настоящее время называется радиусом деформации Россби (см. раздел 7.5) и определяется по (7.2.23) или (8.2.3). Характерные значения  $a$  (см. разд. 7.5) для баротропных волн Кельвина (которые играют большую роль в теории приливов) имеют порядок 2000 км в случае глубокого моря и 200 км для прибрежных районов и мелких морей. Для бароклинных волн Кельвина (которые оказываются существенными при описании прибрежного апвеллинга) характерные значения  $a$  примерно равны 30 км. Существуют также предположения [244], что зарегистрированные зоны низкого атмосферного давления в прибрежных районах являются разновидностью волны Кельвина со значениями  $a$  около 300 км.

Окончательный вид решения типа волны Кельвина, получающийся при подстановке (10.4.6) в (10.4.3), оказывается следующим:

$$\eta = e^{-y/a} G(x - ct), \quad u = (g/H)^{1/2} e^{-y/a} G(x - ct). \quad (10.4.7)$$

В частности, если  $G$  имеет вид синусоиды, то оно приобретает форму

$$\eta = \eta_0 e^{-y/a} \cos(kx - \omega t), \quad u = (g/H)^{1/2} \eta_0 e^{-y/a} \cos(kx - \omega t) \quad (10.4.8)$$

с дисперсионным соотношением

$$\omega = kc. \quad (10.4.9)$$

Решение показано на рис. 10.3.

Для наблюдателя, перемещающегося вместе с волной, береговая линия (на которой волны имеют максимальную амплитуду) всегда находится справа в Северном полушарии и слева — в Южном. Это свойство можно представить и иначе: можно сказать, что волна движется к экватору по западному берегу и к полюсу — по восточному, т. е. движется вокруг бассейна циклонически. Решение типа волны Кельвина (которое для Северного полушария имеет вид (10.4.7)) можно также представить в форме, не зависящей от знака  $f$ , а именно:

$$\eta = e^{-y/a} G(x - aft), \quad u = (g/af) e^{-y/a} G(x - aft). \quad (10.4.10)$$

Скорость волны равна  $af$ , так что она меняет знак одновременно с  $f$ , как и требуется ( $a$  по определению положительно). Выражение для  $u$  следует из (10.4.1).

Рассмотрим теперь энергетику волны Кельвина, представленной решением (10.4.8). Границу поместим при  $y = 0$ ,  $\eta_0$  будет амплитудой волны на берегу. Поскольку при каждом фиксированном значении  $y$  решение получается таким же, как при отсутствии вращения, энергия волны Кельвина делится пополам

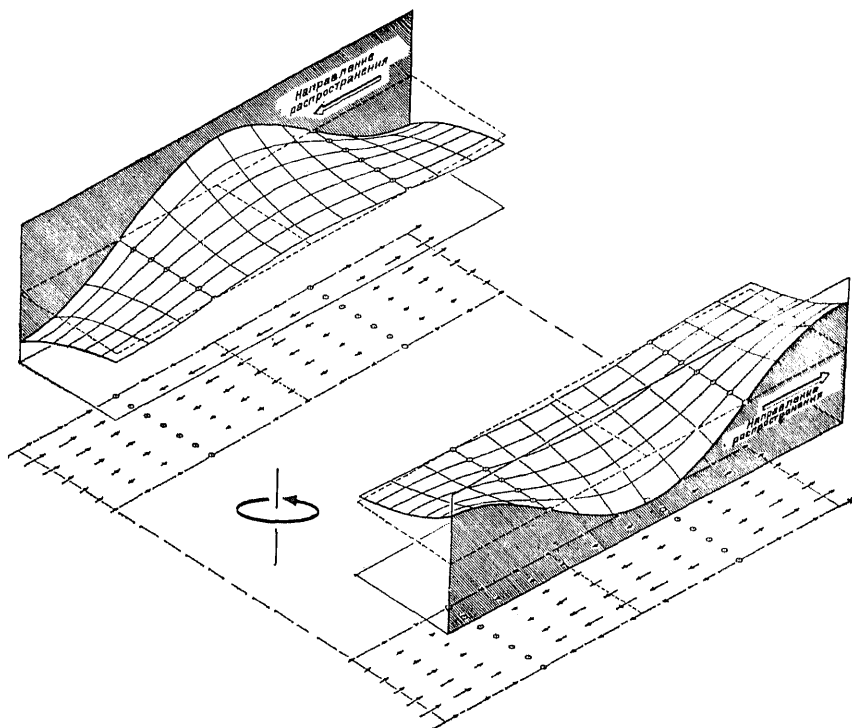


Рис. 10.3. Волны Кельвина на противоположных сторонах канала, расположенного в Северном полушарии, при условии, что ширина канала велика по сравнению с радиусом Россби. В вертикальных плоскостях, параллельных берегу, течения (показанные стрелками) целиком лежат в этих плоскостях и в точности совпадают с течениями, создаваемыми длинными гравитационными волнами в невращающемся канале. Вместе с тем поверхностное отклонение с расстоянием от берега меняется экспоненциально, что обеспечивает существование геострофического баланса. Это означает, что волны Кельвина движутся в Северном полушарии таким образом, чтобы берег оставался справа. В Южном полушарии берег должен оставаться слева. (Из [571].)

между ее кинетической и потенциальной формами. Среднее значение на единицу длины береговой линии (отмеченное чертой сверху) определяется так:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho H \overline{u^2} dy = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \rho g \overline{\eta^2} dy = \frac{1}{8} \rho g \eta_0^2. \quad (10.4.11)$$

Среднее значение потока энергии вдоль берега равно

$$\int_0^{\infty} \rho g H \overline{u \eta} dy = \frac{1}{4} \frac{\rho g^2 H \eta_0^2}{|f|}. \quad (10.4.12)$$

Эта формула представляет особый интерес в случае, когда волна проходит через область медленных изменений  $H$  или  $f$ . Поскольку поток энергии должен оставаться неизменным, амплитуда волны  $\eta_0$  должна меняться пропорционально  $(|f|/H)^{1/2}$ . В частности, при проникновении волн Кельвина на мелководье их амплитуды должны вырастать до больших значений. Это характерно, например, для составляющей прилива в мелком Северном море, которая входит в район в виде волны Кельвина и движется вдоль западного берега к еще более мелкой южной части моря.

### 10.5. ПОЛНАЯ СИСТЕМА МОД ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОГО КАНАЛА ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ

В канале постоянной ширины  $W$  возможно существование следующих распространяющихся мод: мод Пуанкаре, определяе-

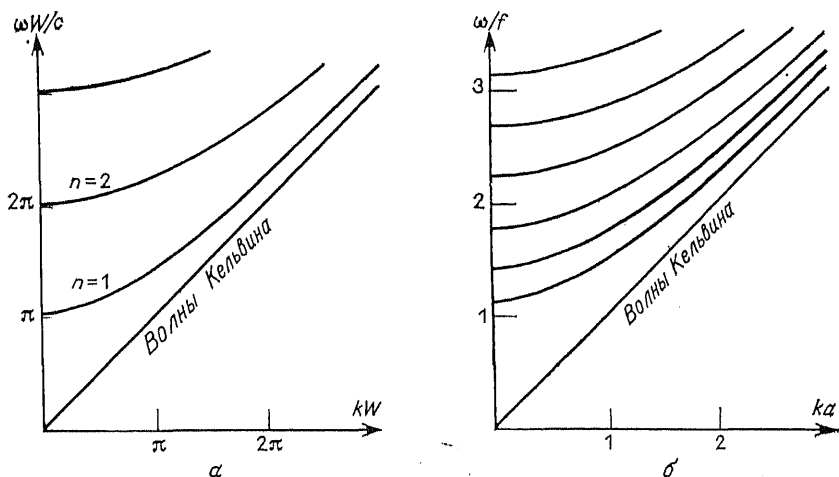


Рис. 10.4. Дисперсионные кривые в канале постоянной ширины  $W$ . Здесь  $k$  — составляющая волнового числа в направлении оси канала. В случае (а) ширина канала составляет малую часть (0,3) радиуса Россби. При этом дисперсионное соотношение, определяемое формулами (10.3.2)–(10.3.4), приобретает вид  $(\omega/fc)^2 = 0,09 + (kW)^2 + (n\pi)^2$ . Эффекты вращения, которые представлены в этом выражении константой 0,09, оказались едва различимыми. В случае (б) отношение  $W/a$  ширины к радиусу Россби велико ( $2\pi$ ), и дисперсионное соотношение имеет вид  $(\omega/f)^2 = 1 + (ka)^2 + (1/4)n^2$ . При дальнейшем возрастании ширины канала коэффициент при  $n^2$  уменьшается, что соответствует на рисунке смещению изолиний вниз и их более плотной упаковке. Предельная кривая для моды Пуанкаре в канале бесконечной ширины показана на рис. 7.2.

мых соотношениями (10.3.1) и (10.3.4), и двух волн Кельвина, движущихся по обеим сторонам канала. Дисперсионные кривые этих мод показаны на рис. 10.4. Если канал не слишком широк

( $\omega/a \ll \pi$ , как в случае (а)), то картина не очень сильно отличается от предельного случая отсутствия вращения. Однако с ростом ширины канала критические частоты  $\omega_{nc}$ , необходимые для распространения мод Пуанкаре, возрастают до частоты  $f$ , и картина становится более похожей на случай (б).

Исследование Кельвина волновых движений в канале было ограничено анализом только тех мод, которые теперь называют

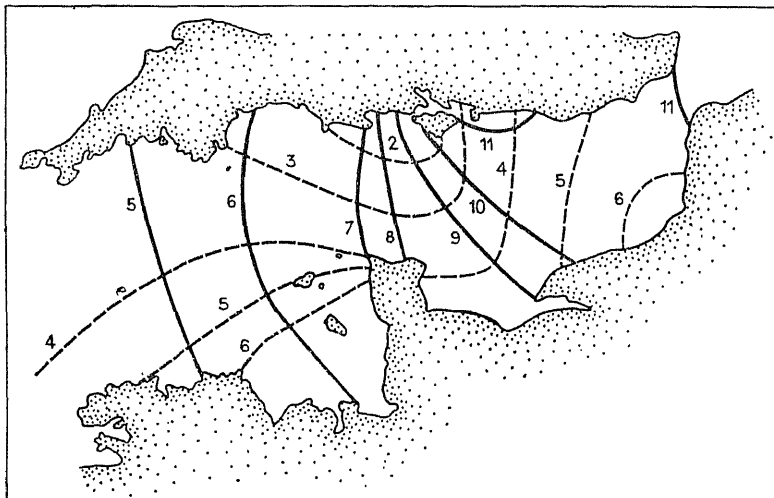


Рис. 10.5. Котидальные линии (сплошные) в лунных часах и линии одинаковых амплитуд колебаний уровня (штриховые линии, величины в метрах) в Английском канале. (Из [647, с. 262]; по [171]).

его именем (т. е. плоских распространяющихся волн, описываемых соотношениями (8.2.11) и (8.2.12)). Он отмечал, в частности, что «приливы в Английском канале имеют такой характер, что его северный берег более похож на средоточие узловых точек прилива, чем южный — французский. Возможно, что это объясняется закономерностью, отраженной во множителе ( $a$  именно  $e^{-y/a}$ ), если учитывать его одновременно с влиянием сопротивления за счет трения. Благодаря этому приливы в Английском канале можно грубо представлять как суперпозицию более мощных волн, перемещающихся с запада на восток, с менее мощными, идущими с востока на запад». То, что такое описание приливов в Английском канале является вполне разумным, можно увидеть из рис. 10.5, где представлены наблюдавшиеся приливы. Более детально эта картина обсуждается в [647, разд. 131].

Кельвин также заметил, что «задача о стоящих колебаниях в бесконечном вращающемся канале решается следующими уравнениями», и привел далее решение в виде двух волн Кель-

вина одинаковой амплитуды, движущихся в противоположных направлениях, т. е.

$$\begin{aligned} \eta &= H \{e^{-y/a} \cos(kx - \omega t) - e^{y/a} \cos(kx + \omega t)\}, \\ u &= (gH)^{1/2} \{e^{-y/a} \cos(kx - \omega t) + e^{y/a} \cos(kx + \omega t)\}, \\ v &= 0. \end{aligned} \quad (10.5.1)$$

Далее он подчеркнул, что «если у канала появятся границы, то мы столкнемся с нерешенной задачей из-за возникновения упоминавшихся ранее тессеральных колебаний».

Пуанкаре [633] также использовал решения (10.3.1) при обсуждении волн в бесконечном канале. Некоторые авторы по этой причине относят название «волны Пуанкаре» только к этим решениям. Другие виды волн приходится при этом различать по именам многих других ученых, хотя различия между ними для невращающихся волн можно охарактеризовать простыми описательными словами типа «бегущая», «стоячая», «поперечная». Использование такой описательной терминологии является значительно более предпочтительным, поэтому в книге мы используем только имена Кельвина и Пуанкаре. Волны Кельвина — это прибрежные волны, которые были только что введены. Все же другие классы неприбрежных волн называются волнами Пуанкаре. По-видимому, нет смысла давать отдельное название плоской бегущей волне (8.2.11), которая является предельной формой волны (10.3.1) в канале, когда его ширина стремится к бесконечности.

### 10.6. ЭФФЕКТЫ КОНЦЕВЫХ ТОЧЕК: СЕЙШИ И ПРИЛИВЫ В ШИРОКИХ ЗАЛИВАХ

Как утверждал в своей работе Пуанкаре [633, разд. 68], волна вида (10.3.1) «не может испытывать регулярное отражение», поскольку комбинация падающей волны и волны с  $k$ , замененным на  $-k$ , «не может формально удовлетворить условию равенства нулю нормального (по отношению к отражающей стенке) отклонения». Поэтому включение в анализ волны Пуанкаре не помогает при отыскании решений в канале конечной длины.

Проблему удовлетворения условию в конце канала решил Тейлор [770]. Он добавил в решения (10.3.1) слагаемые с мнимым  $k$ , т. е. с экспоненциальным убыванием вдали от конца канала. Они влияют на решения только вблизи конца канала и не изменяют волн Кельвина, если не учитывать их влияние на соотношение фаз падающей и отраженной волн. Отражение проявляется в возникновении запаздывания по фазе, которое возрастает с ростом ширины канала. Тейлор предлагал интерпретировать это, как если бы волна распространялась вдоль одной

стороны канала, потом немного задерживалась бы для перехода на другую сторону и возвращалась по второй стороне.

Приведенное выше описание основано на справедливом для большинства естественных каналов предположении, что  $\omega < \omega_{1c}$ , где  $\omega$  является приливной частотой. По этой причине распространяющихся волн Пуанкаре в таких каналах не существует. В соответствии с соотношением (10.3.5) условие  $\omega < \omega_{1c}$  автоматически удовлетворяется при  $\omega < f$ . В то же время при  $\omega > f$  его можно записать в виде

$$W^2 < \pi^2 gH / (\omega^2 - f^2), \quad (10.6.1)$$

т. е. ширина бассейна не должна сильно превосходить квадратный корень из его глубины. При  $\omega > \omega_{1c}$  в решение необходимо включить хотя бы одну моду Пуанкаре (см. [91]).

На рис. 10.6 воспроизведены решения, полученные Тейлором для канала с шириной 250 миль (460 км) и глубиной в 40 морских саженей (73 м), т. е. для бассейна, сходного по размерам и глубине с Северным морем. Соответствующее значение  $c = 27$  м/с. Поскольку  $\omega = 1,4 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>,  $f = 1,2 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>, радиус Россби  $a$  равен 230 км и, значит,  $W = 2a$ . Условие (10.6.1) означает, что ширина должна быть меньше 1160 км, так что оно выполняется с запасом. Решение можно сравнить с решением для случая узкого канала, представленным на рис. 10.1. Конфигурации котидальных линий оказываются весьма сходными. Однако вместо очень быстрого распространения фазы в вершине канала, которое характерно для канала малой ширины, отмечается его замедление до скоростей, не сильно отличающихся от скорости распространения фазы вдоль берегов канала. Тейлор отмечал [770]:

«В нижней части бассейна на удалении от замкнутого конца канала более 250 миль котидальные линии и движение частиц очень точно соответствуют распространению двух одинаковых волн Кельвина вверх и вниз по каналу. Приливные течения практически параллельны стенкам канала, а котидальные линии движутся внутрь правого берега (т. е. левой части рисунка). Затем волна обегает его поперечную стенку со скоростью, значительно превосходящей скорость волны Кельвина, и достигает его устья, распространяясь вдоль противоположного берега. При поворотах под прямыми углами у поперечной границы канала волна создает в углах такие подъемы и опускания уровня, которые превосходят его отклонения на всей акватории канала. При выбранном масштабе размах приливных колебаний в углах равен 1,95, в то время как наибольший размах в удаленных от этой границы частях канала равен 1,61.

Для того чтобы более ясно продемонстрировать природу движения на рис. 1 (воспроизведенном на рис. 10.6) в тех местах, где при выбранных масштабах подъем и опускание уровня



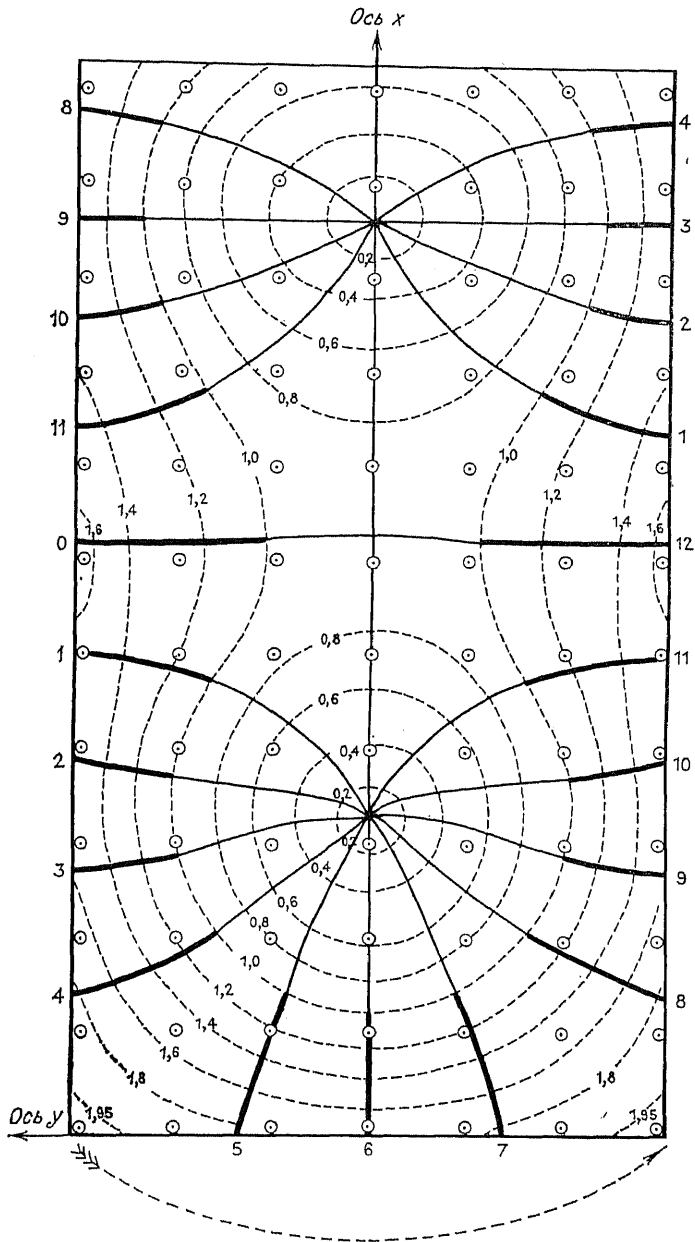


Рис. 10.6. Решение Тэйлора [770, рис. 1], характеризующее отражение волны Кельвина в конце модельного канала с размерами, соответствующими Северному морю. Сплошными линиями показаны котидальные линии с интервалами в часах, штриховыми — линии одинаковых амплитуд.

превосходят единицу, котидальные линии нарисованы жирными линиями. Можно сказать, что в этих районах амплитуда прилива превосходит половину амплитуды в углах канала. Из рисунка ясно видно, как выделенные отрезки котидальных линий движутся вниз по левой части рисунка, проходят по границе и движутся вверх по правой части.

В дальней части канала приливные течения параллельны берегам при любой фазе прилива. Там же, где удаление от конца канала не превосходит его ширину, жидкие частицы движутся по эллипсам, за исключением зон у берегов, где они, естественно, тоже движутся параллельно берегу. Направление движения частиц вокруг больших эллипсов совпадает с направлением вращения Земли...

Максимальные приливные течения происходят вблизи параллельных берегов, причем наибольшие наблюдаются в точках, удаленных от конца канала на расстояние, равное половине его ширины. Вместе с тем в центре его дальней стенки течение поперек канала оказывается почти таким же быстрым, как и эти максимальные.

Течения в центральной части бассейна значительно слабее, чем у берега» (с. 150, 153).

С появлением ЭВМ стали возможными расчеты значительно более детальных решений для конкретных морей. Пример расчета приливов в Северном море приведен в работе [209], сейшей в некоторых из Великих Озер — в работах [651, 652]. Дальнейшее обсуждение проблемы сейшей и приливов в каналах и заливах можно найти в [437, разд. 28].

### 10.7. ПРИСПОСОБЛЕНИЕ К РАВНОВЕСИЮ В КАНАЛЕ

В разд. 5.1 был описан замечательный эксперимент, выполненный в 1681 г. Марсильи. Его задача состояла в объяснении важнейших особенностей течения в Босфоре. Говоря образно, суть эксперимента состояла в том, что Босфор как бы перегородивался стенкой, с одной стороны которой находились относительно более пресные воды Черного моря, а с другой — более соленые средиземноморские воды. Марсильи показал, что при ее удалении более легкая черноморская вода будет течь поверх тяжелой средиземноморской воды, что и наблюдается. Однако в действительности на этот процесс сильно влияет вращение Земли, эффекты которого мы и рассмотрим в этом разделе.

Рассматриваемая задача в основном совпадает с «задачей Россби о приспособлении» из разд. 7.2, но относится к течению в канале с постоянными шириной  $W$  и глубиной  $H$ . Она была исследована в работе [242]. Предполагается, что ось  $y$  выходит из центра канала, а граница раздела помещается при  $x = 0$ . Положение свободной поверхности перед удалением барьера (при

$t = 0$ ) дается соотношениями (7.2.11) или (5.6.13), т. е. отклонение поверхности равно  $-\eta_0$  для всех точек с  $x > 0$  (справа от барьера) и  $+\eta_0$  для всех точек (слева от него), где  $x < 0$ . Считается, что применимо гидростатическое приближение, и задача сводится к уравнениям (7.2.1)—(7.2.3). Как было показано в гл. 6, с помощью аналогичного метода можно определить некоторые нормальные моды стратифицированной жидкости, в частности, рассмотреть процесс бароклинического приспособления в жидкости с начальным разрывом при  $x = 0$ . Результаты настоящего раздела можно распространить также на случай двухслойной системы. Для этого следует заменить переменные следующим образом:

$$u, v, g\eta, H, c \rightarrow \hat{u}, \hat{v}, g'h, H_e, c_e. \quad (10.7.1)$$

Переменные в левой части используются в данном разделе, в то время как переменные справа соответствуют двухслойной системе из разд. 6.3.

Если канал достаточно узок, то ситуация аналогична описанной в разд. 10.2. Стенки заставляют жидкость двигаться в параллельном им направлении, и в первом приближении решение имеет вид (10.2.1), т. е. соответствует случаю невращающейся жидкости из разд. 5.6. Это решение представляет собой сумму двух бездисперсионных волн, движущихся со скоростью  $c = (gH)^{1/2}$  в противоположных направлениях. Для начальных условий вида «ступеньки» решение показано на рис. 5.9, а. После прохождения фронтов поверхность совпадает с равновесным уровнем

$$\eta_{\text{пр}} = 0 \quad (10.7.2)$$

и поток становится однородным:

$$u_{\text{пр}} = g\eta_0/c = (g/H)^{1/2} \eta_0. \quad (10.7.3)$$

Значение его скорости соответствует полному переходу потенциальной энергии в кинетическую.

Первые поправки, связанные с вращением, были рассмотрены в разд. 10.2. В частности, после прохождения волнового фронта должен оставаться некоторый сбалансированный с течением наклон поверхности. В соответствии с (10.2.3) он равен

$$\eta \approx -f\eta_0 y/c. \quad (10.7.4)$$

Кроме того, уравнение потенциальной завихренности (7.2.8) требует, чтобы возник определенный сдвиг скорости

$$\partial u/\partial y = (f/H)(\eta - \eta_{\text{нач}}) \quad (10.7.5)$$

со знаком, зависящим от знака  $x$ , т. е.

$$u \approx (f\eta_0/H) y \operatorname{sign}(x). \quad (10.7.6)$$

Для канала произвольной ширины необходимо удовлетворить уравнениям теории мелкой воды (7.2.1)—(7.2.3) с граничными условиями

$$v = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm \frac{1}{2} W. \quad (10.7.7)$$

Поскольку граничное условие поставлено для функции  $v$ , то имеет смысл свести систему к одному уравнению для этой функции. Оно имеет форму, сходную с уравнением (7.2.13) для  $\eta$ , и получается при сложении уравнения (7.2.1), умноженного на  $f$ , производной по времени от уравнения (7.2.2), производной по  $y$  от уравнения (7.2.3), умноженной на  $-g$ , и произведения  $-gH^2$  на производную уравнения (7.2.10) по  $x$ . Результат этой операции имеет вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - c^2 \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f^2 v = -gH^2 \frac{\partial Q'}{\partial x}(x, y, 0), \quad (10.7.8)$$

где  $Q'(x, y, 0)$  представляет собой исходное значение возмущения потенциальной завихренности, заданное соотношением (7.2.9).

Зависимости между  $v$  и другими переменными  $u$  и  $\eta$  лучше всего представить в виде соотношений между  $v$  и суммой и разностью  $u$  и  $(g/H)^{1/2}\eta$ , а именно

$$q = (g/H)^{1/2} \eta + u, \quad (10.7.9)$$

$$r = (g/H)^{1/2} \eta - u. \quad (10.7.10)$$

Эти новые переменные были использованы Гиллом и Кларком [251] при исследовании экваториальных волн.

Суммируя друг с другом и вычитая друг из друга уравнения (7.2.1) и (7.2.3), умноженные на  $(g/H)^{1/2}$ , получим

$$\frac{\partial q}{\partial t} + c \frac{\partial q}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial y} - f v = 0, \quad (10.7.11)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} - c \frac{\partial r}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial y} + f v = 0. \quad (10.7.12)$$

Эти уравнения содержат только две зависимых переменных и позволяют связать  $q$  и  $r$  с  $v$ . Кроме того, можно заметить, что если  $v = 0$ , то каждое из уравнений соответствует одной волне Кельвина, так что способ введения  $q$  и  $r$  позволяет рассматривать независимо каждую из них.

Существуют и другие уравнения, связывающие  $q$  и  $v$  и  $r$  и  $v$ . Их можно получить как сумму и разность уравнения (7.2.2) и уравнения (7.2.10), умноженного на  $cH$ :

$$c \frac{\partial q}{\partial y} + f q + \frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial v}{\partial x} + cH Q'(x, y, 0) = 0, \quad (10.7.13)$$

$$c \frac{\partial r}{\partial y} - f r + \frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} - cH Q'(x, y, 0) = 0, \quad (10.7.14)$$

где  $Q'$  определяется соотношением (7.2.9). И в этом случае каждую из двух волн Кельвина можно рассматривать независимо. Отметим также, что уравнение (10.7.8) можно получить либо исключением  $q$  из (10.7.11) и (10.7.13), либо исключением  $r$  из (10.7.12) и (10.7.14).

Решение можно представить теперь в виде суммы мод Пуанкаре, определяемых по формулам (10.3.1), (10.3.4) и (10.3.5), и двух возможных волн Кельвина. Предположим (для простоты), что начальное состояние является симметричным относительно оси  $y$ , так что решение для  $v$  сохраняет эту симметрию. Тогда оно имеет форму

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} (\omega_{nc}/f) v_n \cos ly, \quad (10.7.15)$$

где  $l$  определяется соотношением (10.3.4), а смысл включения множителя  $(\omega_{nc}/f)$ , вытекающего из (10.3.5), скоро станет очевидным. Из (10.7.11)–(10.7.14) следует, что  $q$  и  $r$  можно представить в виде

$$q = q_0 e^{-fy/c} + \sum_{n=1}^{\infty} q_n (\cos ly + f^{-1} cl \sin ly), \quad (10.7.16)$$

$$r = r_0 e^{fy/c} + \sum_{n=1}^{\infty} r_n (\cos ly - f^{-1} cl \sin ly), \quad (10.7.17)$$

где  $q_n$ ,  $r_n$  и  $v_n$  удовлетворяют соотношениям

$$\partial q_0 / \partial t + c \partial q_0 / \partial x = 0, \quad \partial r_0 / \partial t - c \partial r_0 / \partial x = 0 \quad (10.7.18)$$

при  $n = 0$ , и

$$\frac{\partial q_n}{\partial t} + c \frac{\partial q_n}{\partial x} - \omega_{nc} v_n = 0, \quad \omega_{nc} q_n + \frac{\partial v_n}{\partial t} - c \frac{\partial v_n}{\partial x} + c H Q'_n = 0, \quad (10.7.19)$$

$$\frac{\partial r_n}{\partial t} - c \frac{\partial r_n}{\partial x} + \omega_{nc} v_n = 0, \quad -\omega_{nc} r_n + \frac{\partial v_n}{\partial t} + c \frac{\partial v_n}{\partial x} - c H Q'_n = 0 \quad (10.7.20)$$

для положительных  $\eta > 0$ .  $Q'_n$  представляет собой  $n$ -й член разложения  $Q'(x, y, 0)$  вида (10.7.15). Части  $q_0$  и  $r_0$ , имеющие вид волн Кельвина, приспособляются как в случае *невозвращающейся системы*, а каждая из мод Пуанкаре приспособляется как в рассмотренном в разд. 7.2 и 7.3 случае *без зависимости от  $y$ -координаты* и с заменой  $f$  на  $\omega_{nc}$ . Из (10.7.16) и (10.7.17) следует, что начальные значения  $q_n$  и  $r_n$  можно найти как коэффициенты разложения в ряд Фурье вида

$$c \frac{\partial q}{\partial y} + f q = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_{nc}^2}{f} q_n \cos ly \quad \text{и} \quad -c \frac{\partial r}{\partial y} + f r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_{nc}^2}{f} r_n \cos ly. \quad (10.7.21)$$

Значения  $q_0$  и  $r_0$  определяются из двух таких же уравнений с учетом того, что в среднем отклонение мод Пуанкаре на стенке должно быть равно нулю. Например, при начальном условии (7.2.11) это дает

$$q_0 \operatorname{ch}(fW/2c) = r_0 \operatorname{ch}(fW/2c) = -(g/H)^{1/2} \eta_0 \operatorname{sign}(x) \quad \text{при } t=0. \quad (10.7.22)$$

Решение с начальным распределением в виде ступеньки (7.2.11) строится очень легко. Это объясняется тем, что каждая из мод Пуанкаре ведет себя таким же образом, как и решение, показанное на рис. 7.3, а составляющие решения, являющиеся волнами Кельвина, представляют собой простые волны, движущиеся с постоянной скоростью. Для больших значений  $t$  каждая из мод Пуанкаре будет иметь вид, показанный на рис. 7.1, т. е. при больших  $|x|$  она будет очень близка к начальному состоянию. В отличие от мод Пуанкаре, волны Кельвина создают существенные изменения при больших  $|x|$ . Одна из волн движется вдоль одного берега канала (в Северном полушарии всегда вдоль правого) в положительном направлении оси  $x$  и вызывает, таким образом, изменения у этого берега. Другая волна Кельвина движется в обратном направлении вдоль противоположного берега, что соответствует изменению решения при больших отрицательных значениях  $x$ . В результате возникает несимметричная картина, показанная на рис. 10.7, *в* и определяемая формулами

$$\eta/\eta_0 \sim \begin{cases} -1 + e^{-fy/c} \operatorname{sech}(fW/(2c)) & \text{при } x \rightarrow \infty, \\ 1 - e^{fy/c} \operatorname{sech}(fW/(2c)) & \text{при } x \rightarrow -\infty; \end{cases} \quad (10.7.23)$$

$$(H/g)^{1/2} (u/\eta_0) \sim \begin{cases} e^{-fy/c} \operatorname{sech}(fW/(2c)) & \text{при } x \rightarrow \infty, \\ e^{fy/c} \operatorname{sech}(fW/(2c)) & \text{при } x \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (10.7.24)$$

На рис. 10.7, *а* и *б*, показано также решение для двух промежуточных моментов времени. На них можно увидеть движение волнового фронта со скоростью  $c$  (с этой скоростью распространяются волновой фронт для всех мод Пуанкаре и соответствующая волна Кельвина) и возникновение за фронтом некоторого следа, состоящего из колебаний на фоне окончательного стационарного состояния. Именно это состояние воспроизведено на рис. 10.7, *в*.

В действительности течения в проливах и каналах значительно сложнее. Однако приведенное выше решение следует оценивать лишь как полезную отправную точку для понимания более сложных ситуаций. В гл. 16 книги Дефанта [164] даны примеры реально наблюдавшихся течений. Если длина канала велика, то важным становится влияние трения [14]. Если канал представляет собой относительно мелкое соединение двух глубоких океан-

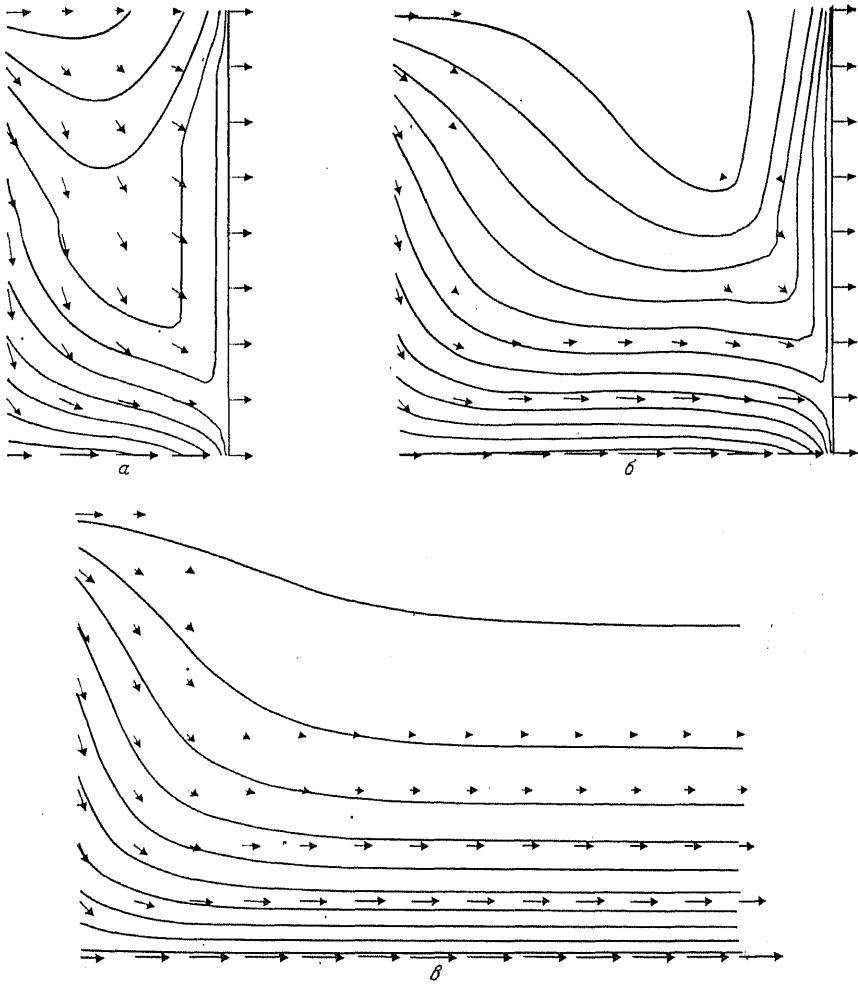


Рис. 10.7. Приспособление под влиянием силы тяжести в канале с шириной, равной четырем радиусам Россби. Изначально жидкость находилась в покое, а поверхностное отклонение равнялось  $-1$  при  $x > 0$  и  $+1$  при  $x < 0$ . На рисунках показаны изолинии равных поверхностных отклонений для области  $x > 0$ . Они проведены через значения, равные произведениям  $0,1$  на нечетные числа. Стрелками показаны величины и направления течений. Решения представлены при  $ft = 2$  (а),  $ft = 4$  (б) и при больших временах (в). На рис. (а) и (б) ясно виден фронт, продвигающийся в невозмущенную жидкость со скоростью  $c$ . На рис. (а) он находится при  $x = 2c/f$ , на (б) — при  $x = 4c/f$ . Начала стрелок выходят из узлов квадратной сетки с шагом  $(1/2)c/f$ .

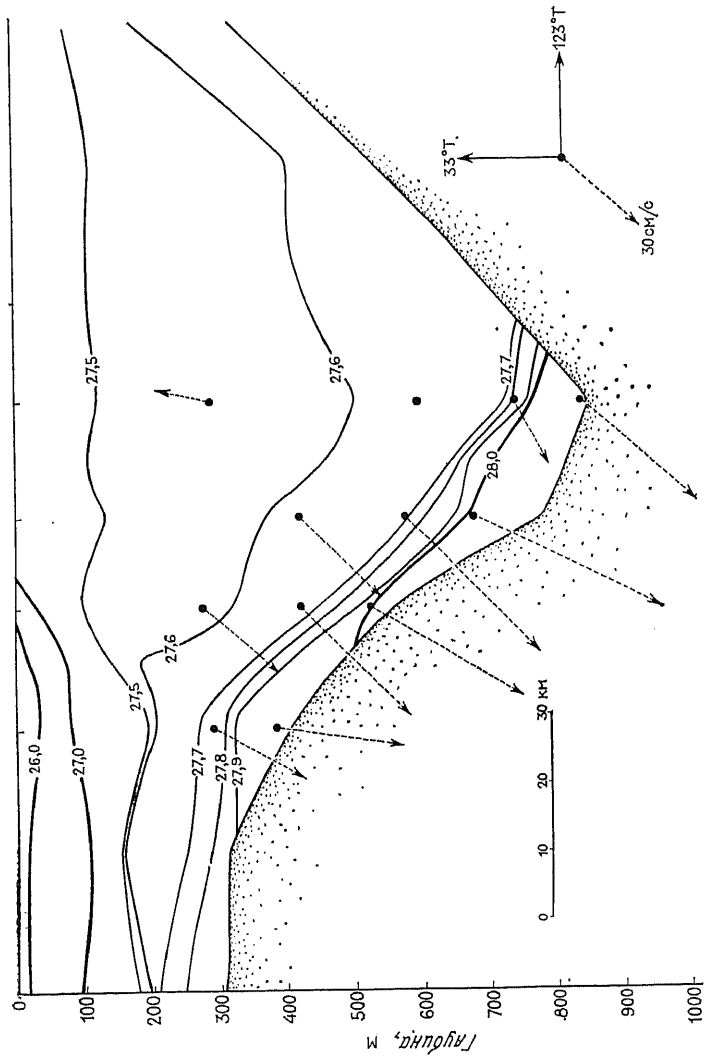


Рис. 10.8. Распределение условной удельной плотности морской воды  $\sigma_t$  на разрезе через Датский пролив. (Из [732, рис. 361.] в районе с координатами  $66^\circ$  с. ш.,  $27-29^\circ$  з. д. Плотные глубинные воды текут через порог у дна (на рис. выходят из страницы) из Гренландского моря в Северную Атлантику. Из-за вращения Земли изопикны наклонены влево (по отношению к наблюдателю, смотрящему вперед по потоку). Штриховыми линиями показаны осредненные скорости по измерениям в период с 14 августа по 15 сентября 1973 г. Максимальное течение равно  $0,6$  м/с. В верхней левой части рисунка обнаруживается клин легких вод Восточно-гренландского течения. По направлению оно совпадает с придонным течением, хотя изопикны наклонены в другую сторону. Связано это с тем, что указанное течение находится рядом с поверхностью.



ских водоемов, то он стремится как бы запрудить более плотную придонную воду у одной стороны. В этом случае поток через канал контролируется гидравлически, как истечение из резервуара (лабораторные эксперименты и соответствующая теория описаны в работах [852, 243]). Вращение приводит к наклону поверхностей равной плотности, так что течение, направленное от порога, стремится в Северном полушарии следовать у правого берега канала, как на рис. 10.7, б. На рис. 10.8 показан разрез  $\sigma_t$  через область истечения плотных вод Гренландского моря в Северную Атлантику. Этот разрез находится в южном конце Датского пролива. На нем ясно виден наклон поверхности раздела. Максимальная скорость течения была равна 0,6 м/с, поток был направлен на юго-запад.

### 10.8. ПРИЛИВЫ

Приливообразующие силы мы рассматривали в разд. 9.8. Чтобы определить реакцию океана на эти силы, надо решить вынужденные уравнения теории мелкой воды в сферических координатах, учитывая сложный рельеф дна и форму береговой линии. По существу следует решить задачу о вынужденных колебаниях линейного осциллятора, но в значительно более сложном виде. Реакция океана в подобных задачах очень сильно зависит от того, насколько частота вынуждающей силы близка к резонансной (т. е. к частоте собственных колебаний системы). Наблюдения приливов (см., например, [225, 312]) свидетельствуют о том, что некоторые моды свободных колебаний океана имеют частоты, близкие к частоте полусуточных приливов. Соответственно полусуточный прилив оказывается весьма чувствительным к особенностям рельефа дна и к форме береговой линии. В свою очередь это означает, что небольшие изменения геометрии бассейнов, происходившие в геологическом прошлом, могли приводить к значительным изменениям характера приливов. (Кроме того, это говорит о том, что успешное численное моделирование приливов является весьма сложной проблемой, и это может приводить к большим расхождениям между результатами расчетов по различным приливным моделям — см. [319].)

Некоторые простые свойства приливов можно продемонстрировать на примере полусуточного прилива в узком зональном канале постоянной глубины  $H$  [7] (Эйри, 1845). Если канал достаточно узок, то вращением Земли можно пренебречь. Тогда уравнения будут иметь следующий простой вид (см. разд. 5.8 и 9.8):

$$\partial u / \partial t = -g \partial (\eta - \eta_e) / \partial x, \quad \partial \eta / \partial t + H \partial u / \partial x = 0, \quad (10.8.1)$$

где  $\eta_e$  — равновесный прилив. В зональном канале его можно представить в форме (табл. 9.1):

$$\eta_e = A \sin(2kx - 2\Omega_l t), \quad (10.8.2)$$

где  $2\Omega_l$  — частота полусуточного прилива (т. е.  $2\pi/\Omega_l$  — лунные сутки) и

$$k = 2\pi/L \quad (10.8.3)$$

есть волновое число для полусуточного прилива в канале. Иначе говоря,  $L$  равно половине окружности Земли на широте канала (две длины волны полусуточного прилива в сумме охватывают земной шар).

Реакцию можно выразить следующим образом:

$$\eta = \eta_0 \sin(2kx - 2\Omega_l t), \quad (10.8.4)$$

где  $\eta_0$  определяется подстановкой в (10.8.1):

$$\eta_0 = A/(1 - \Omega_l^2/(c^2 k^2)), \quad (10.8.5)$$

Здесь  $c = (gH)^{1/2}$  скорость длинных гравитационных волн. Это соотношение позволяет получить весьма интересную информацию, поскольку оно демонстрирует зависимость реакции от отношения скорости  $\Omega_l/k$  распространения вокруг Земли равновесного прилива к скорости длинных волн  $c$ . Если равновесный прилив движется медленнее длинных волн (как, например, в случае полумесячного прилива  $M_f$ ), то  $\eta_0$  будет достаточно близким к  $A$  и прилив будет сильно походить на равновесный. Однако в действительности полусуточный и суточный приливы обгоняют Землю каждый день со скоростью 330 м/с (на широте  $45^\circ$ ), что превосходит скорость длинных волн (около 200 м/с). Это означает, что знаменатель в (10.8.5) отрицателен, так что в зональном канале полусуточный прилив будет противоположен по знаку равновесному.

Соотношение (10.8.5) отражает и другое обстоятельство. Если глубина канала возрастает и  $c$  становится близким к  $\Omega_l/k$ , то амплитуда реакции будет возрастать, достигая бесконечности при резонансном значении  $c = \Omega_l/k$ . Дальнейшее возрастание  $c$  приводит к изменению знака реакции. Если представить Южный океан в виде модельного канала, то окажется, что он находится в состоянии, далеком от резонанса. Однако если добавить к нему боковой канал, представляющий, скажем, Атлантический океан, то такая совместная система уже окажется близкой к резонансу [246]. В действительности оказывается, что в такой модели близкие к резонансу моды могут давать приливы, очень похожие на реально существующие в океане. Расчеты свободных (т. е. резонансных) мод колебаний океана были проведены в работе [631]. Они показали, что собственные частоты не сильно отличаются от частоты полусуточных колебаний.

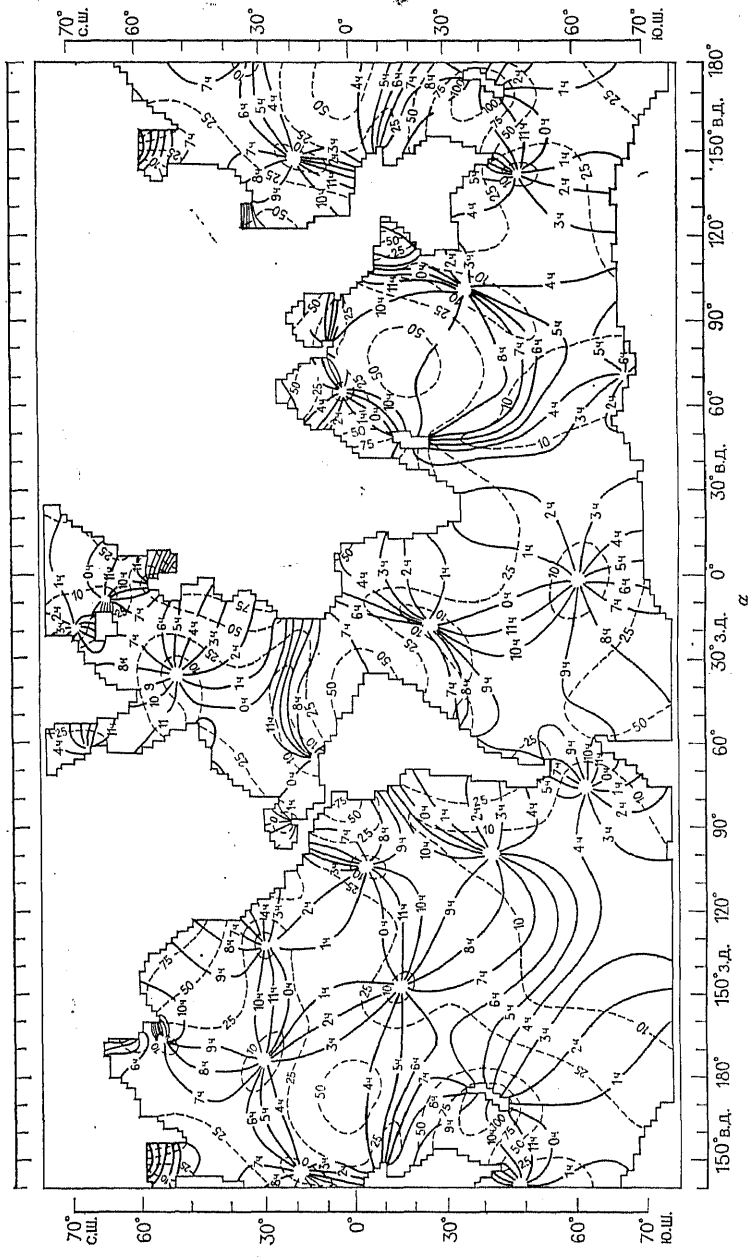


Рис. 10.9. (а) Приливная волна  $M_2$ , рассчитанная по результатам экспериментов с моделью [5, рис. 8]. Сплошными линиями показаны линии равных фаз в часах по гринвичскому времени. Амплитуды (в см) показаны штриховыми линиями. (б) Свободная мода колебаний с периодом 12,5 час по расчетам [631]. Линии равных фаз — сплошные, изоамплитуды — штриховые.

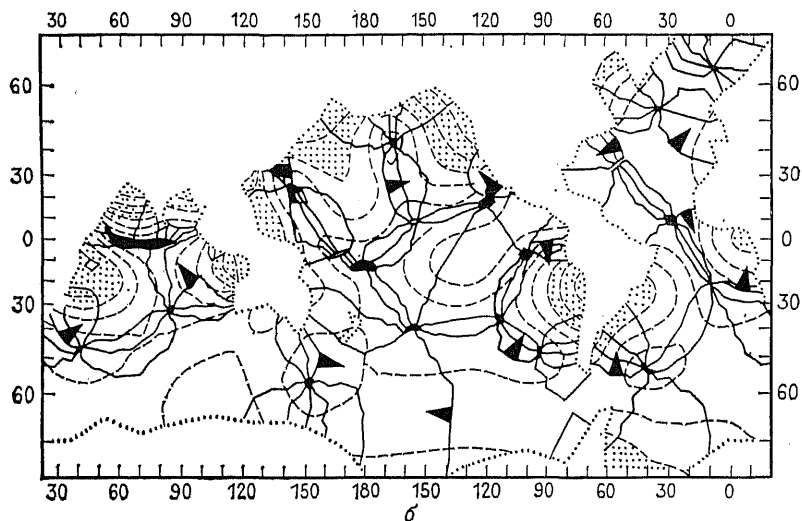


Рис. 10.9 (продолжение).

На рис. 10.9 показана свободная мода колебаний, и для сравнения дан пример численного расчета прилива в Атлантическом океане. Они обнаруживают значительное сходство.

В действительности же амплитуда отклика в зоне резонанса ограничивается за счет трения, влияние которого особенно велико на мелководье [547]. За счет трения происходит потеря энергии, сообщенной приливу Луной, и это вызывает очень медленные изменения ее орбиты [578].

Другой интересный вопрос связан с оценкой ширины канала, при которой становятся существенными эффекты вращения. Ответ на него дан в разд. 10.2 и, в частности, в формуле (10.2.4). Для этого полуширина канала должна быть мала по сравнению с радиусом Россби  $c/f$ , который для глубокого океана примерно равен 2000 км. Таким образом, Северная Атлантика с этой точки зрения представляет собой пограничный случай, т. е. теория узких каналов является для нее разумным, но не очень точным приближением. С другой стороны, размеры Тихого океана заметно превосходят радиус Россби, так что эта теория оказывается для него непригодной. Таким образом, при локальном описании приливов следует использовать теорию волн Кельвина. В [570], в частности, было показано, что составляющая полусуточного прилива, имеющая форму волны Кельвина, является доминирующей у берега Калифорнии.

### 10.9. ШТОРМОВЫЕ НАГОНЫ ПРИ ОТКРЫТОЙ БЕРЕГОВОЙ ЛИНИИ: ЛОКАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Штормовыми нагонами называются необычно высокие подъемы уровня, вызванные суровыми метеорологическими условиями. Особенно уязвимы в этом отношении некоторые пологие побережья мелких морей, например, восточный берег Великобритании или голландский берег. Описание случаев наводнений, составленное Бруксом и Глэспулом в 1928 г. ([90, стр. 95, 96]), восходит к девятому году нашей эры. Есть все основания считать, что множество характерных особенностей берегов Северного моря было сформировано под влиянием штормовых нагонов. Например, залив Зейдер-зее (Эйсселмор) в Голландии был плодородной землей 1000 лет назад; его образование началось во время нагона 17 ноября 1218 г., который затопил несколько округов и унес около 100 000 жизней. Позднее площадь залива Зейдер-зее возросла при нагоне 1 октября 1250 г., который привел одновременно к образованию острова Виринген. При другом нагоне 16 января 1362 г. было затоплено 30 округов в районах Восточных Фризских островов и Шлезвига, а Фризские острова получили свою нынешнюю форму. Те очертания, которые залив Зейдер-зее сохраняет уже в течение пяти веков, он получил при нагоне 19 ноября 1421 г. При этом погибло около ста тысяч человек. Подобные явления возникали в обозримом прошлом неоднократно. Их примером стал весьма суровый недавний нагон 31 января 1953 г. Он разрушил защитные сооружения в сотнях мест, опустошил обширные территории в Великобритании и Голландии, затопил 25 000 кв. км суши и унес около 2000 жизней. Это несчастье стимулировало серьезные исследования штормовых нагонов, приведшие к созданию численной модели Северного моря, которая сейчас используется для практического предсказания нагонов. Сила нагона 1953 г. показана на рис. 10.10. На нем представлено развитие процесса в отдельных пунктах на побережье моря.

Особенности нагонов в узких морях (ширина которых мала по сравнению с радиусом Россби) уже отмечались в разд. 10.2. Вращением Земли в приближении первого порядка здесь можно пренебречь, так что изменения уровня моря по долготе в них могут быть вызваны либо непосредственно ветром, дующим над морем (например, ветры в Адриатике порождают движущуюся 22-х часовую сейшу, которая приводит к наводнениям в Венеции), либо некоторым возмущением, которое входит в море и создает колебания уровня, как это происходит, например, с приливами (см. разд. 5.8). Эти нагоны называются внешними.

Продемонстрируем теперь, что нагоны могут быть созданы и при открытой береговой линии. Рассмотрим полуограниченный океан постоянной глубины. Пусть его граница  $y = 0$  пря-

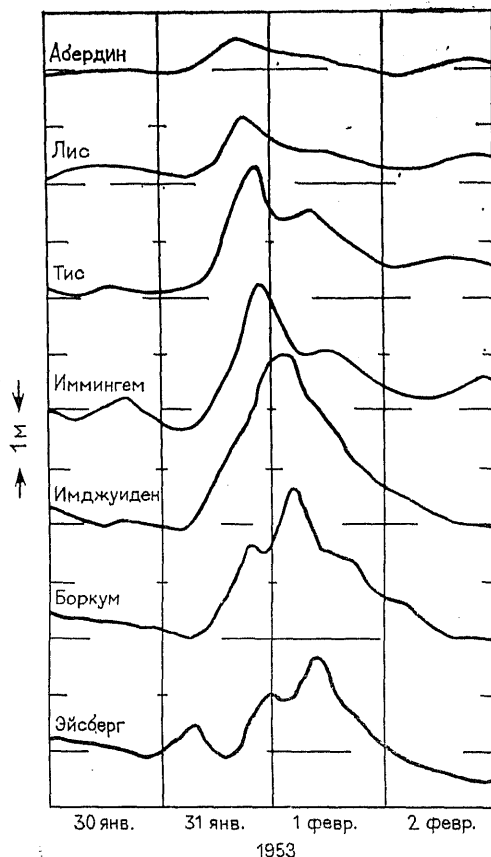


Рис. 10.10. Распространение чрезвычайно сильного штормового нагона 1953 г. по побережью Северного моря. На графиках показаны отклонения наблюдавшегося уровня моря от предвычисленного астрономически прилива. Согласно этому графику, в первые часы 1 февраля уровень моря превысил норму на 3 м. Двойной пик в некоторых районах связан с взаимодействием нагона и прилива (По [689, рис. 1].)

молинейна. В момент  $t = 0$  моментально «включается» параллельное берегу напряжение ветра  $X_s$ . Задача состоит в отыскании решения и соответствующих ему изменений уровня. Если бы граница отсутствовала, то в соответствии с результатами разд. 9.3 появились бы инерционные колебания и осредненный экмановский перенос в перпендикулярном ветру направлении. Однако при наличии границы поток через нее оказывается невозможным, возникает конвергенция или дивергенция вод и необходимые для сохранения массы подъем или опускание уровня моря. Этот эффект сродни возникновению разрыва в экмановском течении при разрывном напряжении ветра (разд. 9.4).

Если не учитывать трения и изменений по  $x$ , то уравнения (9.9.10) можно записать в следующей форме:

$$\partial u / \partial t - fv = X_s / \rho H, \quad (10.9.1)$$

$$\partial v / \partial t + fu = -g \partial \eta / \partial y, \quad (10.9.2)$$

а уравнение неразрывности (5.6.6) — следующим образом:

$$\partial \eta / \partial t + H \partial v / \partial y = 0. \quad (10.9.3)$$

Если сложить уравнение (10.9.1), умноженное на  $-f$ , с производной по времени от (10.9.2) и с производной уравнения (10.9.3) по  $y$ , умноженной на  $-g$ , то можно получить одно уравнение для  $v$ ,

$$\partial^2 v / \partial t^2 + f^2 v - gH \partial^2 v / \partial y^2 = -f X_s / \rho H, \quad (10.9.4)$$

которое представляет собой одну из форм записи вынужденных уравнений теории мелкой воды (сравнить с (9.9.21)). Решение получается очень близким к тому, которое встречалось в задаче Россби о приспособлении из разд. 7.2 и 7.3. Оно представляется в виде суммы стационарной и изменяющейся составляющих. Стационарная часть решения удовлетворяет условию отсутствия потока через границу (т. е.  $v = 0$  при  $y = 0$ ) и стремится на бесконечности к стационарному экмановскому решению. Это решение выражено формулой

$$v = -(X_s / f \rho H) (1 - e^{-y/a}), \quad (10.9.5)$$

где

$$a = c / f = (gH)^{1/2} / f \quad (10.9.6)$$

есть определение радиуса Россби (7.2.23).

Для того чтобы решение удовлетворяло начальному условию состояния покоя, к решению (10.9.5) надо прибавить нестационарную часть. Она имеет свойства, которые были уже рассмотрены нами для аналогичного решения из разд. 7.3, и состоит из волнового фронта, удаляющегося от берега со скоростью  $c$ , и расположенных за фронтом медленно диспергирующих волн с периодами порядка инерционного. Детально это решение исследовал в своей работе Крепон [145] (см. также [19]). Вынужденные уравнения теории мелкой воды применительно к этой проблеме выведены в [596]. В этой же работе были определены некоторые свойства их решений. Однако, поскольку после прохождения отрезка времени порядка  $f^{-1}$  решение около берега в основном определяется соотношением (10.9.5), его нестационарную часть мы далее изучать не будем.

Рассмотрим теперь дальнейшие свойства решения (10.9.5). Поскольку оно соответствует постоянному потоку к берегу (или от него), вода у берега будет непрерывно накапливаться (или

убывать). Поэтому уровень моря в этом районе будет линейно меняться со временем. Действительно, уравнение неразрывности дает:

$$\eta = (X_s/\rho c) e^{-y/af}. \quad (10.9.7)$$

Поскольку  $v$  от времени не зависит, из (10.9.2) следует, что у берега возникает параллельное ему течение со скоростью  $u$ , ко-

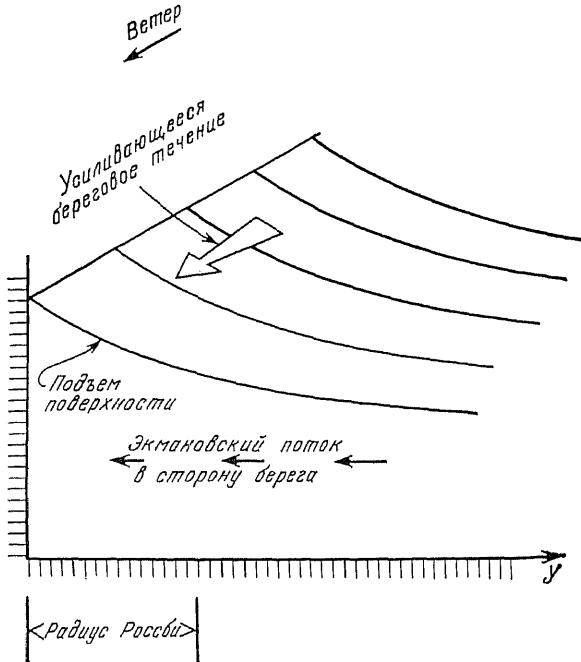


Рис. 10.11. Локальное решение для волнового нагона в Северном полушарии. Ветер дует вдоль берега, оставляя его справа. Это создает направленное к берегу экмановское течение и подъем уровня с постоянной скоростью в прибрежной зоне с шириной порядка радиуса деформации Россби. Береговое течение также усиливается в геострофическом равновесии с уровнем. Поэтому оно также усиливается с постоянной скоростью. Направления ветра и течения совпадают.

торое постоянно находится в геострофическом равновесии с перпендикулярным к берегу градиентом давления, т. е.

$$u = -(g/f) \partial \eta / \partial y = (X_s/\rho H) e^{-y/af}. \quad (10.9.8)$$

Все эти свойства решения показаны на рис. 10.11. Еще одно его свойство можно заметить, исключая функцию  $v$  из соотношений (10.9.1) и (10.9.3). Это дает

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\eta}{H} \right) = 0. \quad (10.9.9)$$



Иначе говоря, возмущение потенциальной завихренности в течение всего нагона остается нулевым. Эту важную особенность решения мы будем использовать далее при изучении более сложных ситуаций.

То обстоятельство, что наклон поверхности моря у берега линейно растет со временем, установил Номитцу [596]. Полное решение уравнений в форме (10.9.5) — (10.9.8) было получено Чарни [120]. Кроме того, Чарни обратил внимание на тесную связь этой задачи и задачи Россби от адаптации и подметил весьма важные свойства решения, как, например, то, что вдольбереговое течение и течения, связанные с наклоном уровня моря, изменяются только в прибрежной зоне шириной порядка радиуса Россби, где они линейно зависят от времени. По своей структуре исследуемое решение сходно с решением Хафа [357], которое рассматривалось в разд. 9.14. На самом деле, если рассматриваемую область дополнить до бесконечности за пределы границы  $y = 0$ , то можно увидеть, что решение задачи о береговом нагоне будет совпадать с решением задачи в бесконечной области, когда при  $y > 0$  напряжение равно  $X_s$ , а в области  $y < 0$  его знак противоположен, и оно равно  $-X_s$ .

Отметим, что зависимость (10.9.7) дает *максимальный эффект* в мелкой воде, где  $c = (gH)^{1/2}$  мало. Например, характерное для сильного нагона ветровое напряжение  $2H/m^2$  вызывает в соответствии с (10.9.7) подъем уровня на 1 м за 3 ч при глубине места 50 м. Это значение сравнимо со скоростями подъема уровня, наблюдавшимися при нагоне 1953 года (рис. 10.10).

Нагон возникает под действием перпендикулярного к берегу экмановского переноса, который создает в прибрежной области накопление вод (или их дефицит). Вопрос о том, что будет происходить с этим переносом у берега при достижении *стационарного состояния*, рассмотрен Джефрисом [377]. В установившемся режиме перенос через берег должен быть везде равен нулю. Таким образом, ветровое напряжение на поверхности должно быть уравновешено какой-либо силой (см. (9.9.10)), что возможно только за счет напряжения трения у дна. Другими словами, до момента, пока придонное напряжение не сравняется с поверхностным, будет происходить усиление вдольберегового течения. Если использовать для записи придонного трения формулу, принятую в разд. 9.12 (см. (9.12.10)), то соотношение баланса можно представить в виде

$$0 = (X_s/\rho H) - \tau u. \quad (10.9.10)$$

В стационарном состоянии геострофическое соотношение

$$fu = -g \partial \eta / \partial y \quad (10.9.11)$$

также остается справедливым. Следовательно, со временем должен установиться некоторый постоянный наклон уровня по нор-

мали к берегу. Джеффрис [377] оценил продолжительность отрезка времени, необходимого для того, чтобы этот градиент сформировался на удалении  $L$  от берега. Если расстояние  $L$  велико по сравнению с радиусом Россби, то анализ, проведенный в разд. (9.12), показывает, что его продолжительность будет определяться временем, требуемым для диффузионного распространения информации на расстояние  $L$ . (Если определять коэффициент диффузии по формуле (9.12.9).) Поскольку нагоны являются на самом деле существенно нестационарными явлениями, установившееся состояние никогда не достигается. Пример расчета нагонов, учитывающий наблюдения временных изменений (штормы, двигавшиеся по нормали к берегу) и придонное трение, приведен в работе [310].

Отметим, что в рассмотренном случае при глубине 50 м подъем уровня моря на 1 м соответствует возрастанию скорости вдольберегового течения на 0,5 м/с. Время затухания под действием трения для явлений с пространственными масштабами порядка радиуса Россби определяется по формуле (9.12.7) (время спин-дауна). Для течения со скоростью 0,5 м/с оно примерно равно 6 часам.

#### 10.10. ДВИЖЕНИЕ НАГОНОВ ВДОЛЬ БЕРЕГА: ВЫНУЖДЕННЫЕ ВОЛНЫ КЕЛЬВИНА

В разд. 10.9 было показано, что нагоны создаются, когда направленный к берегу ветровой экмановский перенос приводит к скоплению воды в прибрежной зоне шириной порядка радиуса деформации Россби. Полученное решение основывалось на предположении о том, что вдольбереговыми изменениями функций можно пренебречь. Однако оказывается, что нередко (см., например, рис. 10.10) нагоны движутся вниз по берегу и, следовательно, важно рассматривать изменения как по  $y$ , так и по  $x$ . Анализ сильно упрощается, если вдольбереговой масштаб  $L$  велик по сравнению с радиусом Россби  $a$ , что очень часто является логичным допущением. Нестационарными изменениями с временными масштабами  $T^{-1}$  и менее будем снова пренебрегать.

Как и ранее, остановимся на уравнениях из разд. 9.9. Они сводятся к уравнению (9.9.21) для потенциальной завихренности. Когда изменения по  $y$  происходят быстро по сравнению с изменениями по  $x$ , оно имеет довольно простые решения. Метод нахождения приближенных решений, которые основаны на этом предположении, состоит во введении *безразмерных переменных* (их будем обозначать звездочками). Пусть  $\tau$  будет масштабом ветрового напряжения,  $L$  — масштабом его изменений по пространству. Сделаем также дополнительное предположение, что масштаб времени равен  $L/c$ , где  $c = (gH)^{1/2}$  — скорость длинных гравитационных волн. Тогда напряжение можно записать сле-

дующим образом:

$$X_s = \tau X_s^*(x/L, y/L, ct/L), \quad Y_s = \tau Y_s^*(x/L, y/L, ct/L). \quad (10.10.1)$$

Кроме того, будем предполагать, что вдольбереговой масштаб явления равен  $L$ , масштаб в перпендикулярном берегу направлении равен радиусу Россби  $a = c/f$ , а временной масштаб  $L/c$ . Тогда безразмерные формы записи независимых переменных имеют вид

$$x^* = x/L, \quad y^* = y/a, \quad t^* = ct/L. \quad (10.10.2)$$

Подходящие масштабы для  $u$ ,  $v$  и  $\eta$  могут быть выведены из решений (10.9.5), (10.9.7) и (10.9.8) предыдущего раздела. Это дает

$$u^* = \rho H c u / \tau L, \quad v^* = \rho H f v / \tau, \quad \eta^* = \rho g H \eta / \tau L. \quad (10.10.3)$$

Соответствующая форма записи уравнений динамики (9.9.10) такова:

$$\partial u^* / \partial t^* - v^* = -\partial \eta^* / \partial x^* + X_s^*(x^*, \varepsilon y^*, t^*), \quad (10.10.4)$$

$$\varepsilon^2 \partial v^* / \partial t^* + u^* = -\partial \eta^* / \partial y^* + \varepsilon Y_s^*(x^*, \varepsilon y^*, t^*), \quad (10.10.5)$$

а уравнение неразрывности записывается следующим образом:

$$\partial \eta^* / \partial t^* + \partial u^* / \partial x^* + \partial v^* / \partial y^* = 0. \quad (10.10.6)$$

Входящий в уравнения малый параметр  $\varepsilon$  представляет собой отношение двух имеющихся масштабов длины

$$\varepsilon = a/L = c/fL. \quad (10.10.7)$$

В пределе при  $\varepsilon \rightarrow 0$  динамические уравнения (10.10.4) и (10.10.5) дают

$$\partial u^* / \partial t^* - v^* = -\partial \eta^* / \partial x^* + X_s^*(x^*, 0, t^*), \quad (10.10.8)$$

$$u^* = -\partial \eta^* / \partial y^*. \quad (10.10.9)$$

Таким образом, в приближении нулевого порядка эффект создается только ветром, дующим параллельно берегу, причем изменениями этого ветра с расстоянием от берега можно пренебречь. Основной компонент  $u^*$  скорости находится в геострофическом равновесии с перпендикулярным берегу градиентом уровня моря, а слабая составляющая течения  $v^*$  геострофическому соотношению не удовлетворяет.

Теперь, когда выведена безразмерная форма уравнений, можно опустить звездочки и подразумевать под прежними обозначениями безразмерные переменные. Складывая (10.10.6) и производную от (10.10.8) по  $y$  и вычитая из этой суммы производную (10.10.9) по  $x$ , получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \eta \right) = 0. \quad (10.10.10)$$

Интегрируя это уравнение и подставляя в него выражение для  $u$ , которое следует из (10.10.9), получим

$$\partial^2 \eta / \partial y^2 - \eta = 0. \quad (10.10.11)$$

Таким образом, решение имеет вид

$$\eta = A(x, t) e^{-y}, \quad (10.10.12)$$

$$u = A(x, t) e^{-y}. \quad (10.10.13)$$

Выражение для  $u$  следует из геострофического соотношения (10.10.9). Формула для амплитуды  $A(x, t)$  получается, когда уравнение (10.10.8) записывается применительно к линии  $y = 0$  (линии берега). Скорость  $v$  здесь обращается в нуль, и мы имеем

$$\partial A / \partial t + \partial A / \partial x = X_s(x, 0, t). \quad (10.10.14)$$

Решение для  $v$  оказывается таким же, как и для случая без изменений по  $x$ . В размерном виде оно дается формулой (10.9.5).

В определяющем динамiku штормовых нагонов уравнении (10.10.14) основной интерес представляет величина  $A$  — уровень моря на берегу. Если зависимости от  $x$  нет, то  $A$  растет со временем линейно, воспроизводя решение из разд. 10.9. В случае отсутствия вынуждающей силы мы уже имели дело и с другим решением

$$A = G(x - t), \quad (10.10.15)$$

где  $G$  — произвольная функция. Оно соответствует волне Кельвина из разд. 10.4.

В целом решения уравнения (10.10.14) можно рассматривать как волны Кельвина, изменяющиеся под влиянием ветра. Фактически для наблюдателя, движущегося вдоль берега со скоростью волны Кельвина (в безразмерных переменных с единичной скоростью), уравнение (10.10.14) означает, что скорость  $A$  изменения уровня моря у берега численно равна параллельной берегу составляющей напряжения ветра  $X_s$ . Это объясняется тем, что экмановский перенос в сторону берега или от него определяется локально и в зависимости от своего знака будет увеличивать или уменьшать амплитуду волны Кельвина. Например, если наблюдатель находится на вершине волны Кельвина ( $A > 0$ ) и  $X_s$  положительно (экмановский перенос в сторону берега), то амплитуда волны будет расти. Если наблюдатель находится во впадине ( $A < 0$ ) и экмановский перенос направлен от берега ( $X_s < 0$ ), то глубина этой впадины будет возрастать. Соответствующее соотношение получается при выборе новой координаты  $\xi$ , движущейся вместе с волной, т. е. при выборе вместо  $x$  и  $t$  новых координат

$$\xi = x - t, \quad t' = t. \quad (10.10.16)$$

Тогда (10.10.14) приобретает вид

$$\partial A / \partial t' = X_s(\xi + t', 0, t'). \quad (10.10.17)$$

Аналогичное уравнение было получено в работе [389].

Поскольку размеры Северного моря велики по сравнению с радиусом Россби (около 200 км), рассмотренную выше модель можно использовать для расчета нагонов на восточном берегу Великобритании. В этом случае направленный к берегу экмановский перенос создают ветры с румбами от северного до северо-западного. Ветры этих направлений уже долгое время известны как источники нагонов. Например, Брукс и Глэспул [90, стр. 88, 89] приводят цитату из описания исключительного шторма 1703 г., сделанного Дефо:

«Другим удручающим обстоятельством, сопутствовавшим бедствию, стал вызванный яростью ветра чудовищный прилив, который случился на следующий день. Он продемонстрировал, что на какую-то часть времени ветер отклонился в сторону севера. Как уже наблюдалось и известно всем, кто разбирается в морских делах, наиболее высокий прилив происходит при северо-западном ветре; так что этот дующий с необыкновенным неистовством на север ветер поднял на море такую бурю, что в некоторых районах Англии происходило невероятное — вода поднималась на шесть-восемь футов выше, чем это когда-либо отмечалось на памяти человека».

Соответствующее уравнению (10.10.17) соотношение было также получено на чисто эмпирической основе Коркэном и развито в работе [690]. Рассмотрим следующий пример. Для того чтобы волна Кельвина прошла расстояние от Абердина до Лоустофта, нужно 8 часов. Таким образом, интегрируя (10.10.17) по этому отрезку времени, получим, что для наблюдателя, движущегося вместе с волной,

$$A_L(t') = A_A(t' - T) + \int_{t'-T}^{t'} X_s(\xi + t, 0, t) dt, \quad (10.10.18)$$

где  $A_L$  — уровень моря в Лоустофте, а  $A_A$  — в Абердине. Это можно сравнить с эмпирической формулой, полученной методом наименьших квадратов,

$$A_L(t') = 1,15A_A(t' - T) + \alpha \bar{X}_s, \quad (10.10.19)$$

где  $\alpha$  — некоторый подходящий коэффициент, а  $\bar{X}_s$  — осредненное значение  $X_s$  в некоторый промежуточный момент времени. Множитель 1,15 может быть связан с тем, что Северное море становится к югу более мелким. Это должно приводить к пропорциональному  $H^{-1/2}$  росту амплитуды  $A$ , необходимому для поддержания потока энергии постоянным.

В качестве примера аналитического решения уравнения (10.10.14) возьмем случай, в котором при  $x = 0$  нет никакого нагона. Этот вариант может имитировать ситуацию, когда точка  $x = 0$  представляет собой северную оконечность восточного берега Великобритании. Предположим, что ветер дует параллельно берегу с силой, не зависящей от местоположения, но меняющейся по времени следующим образом:

$$X_s = \begin{cases} \pi \sin \pi t & \text{при } 0 < t < 1, 0 < x < 1, \\ 0 & \text{при всех остальных } t. \end{cases} \quad (10.10.20)$$

Масштаб длины выбран так, что  $x = 1$  совпадает с южным концом восточного берега. Для простоты продолжительность шторма принята равной времени, необходимому волне для пробега на расстояние, равное длине восточного берега. Решение можно будет распространить и за границу  $x = 1$ , если в качестве оси  $x$  взять расстояние вдоль берега в направлении распространения волны и предположить, что волна может обогнуть угол без потерь энергии. Однако, поскольку ориентация берега при этом изменится, будем считать, что начиная с точки поворота вынуждающая сила станет равной нулю. Тогда получится следующее решение:

$$A = \begin{cases} 1 - \cos(\pi t) & \text{при } 0 < t < x < 1, \\ 2 \sin\left(\frac{1}{2}\pi x\right) \cos\left(\pi\left(t - \frac{1}{2}(1+x)\right)\right) & \text{при } x < t < 1, \\ 1 - \cos(\pi(t-1-x)) & \text{при } \max(1, x-1) < \\ < t < 1+x, \\ 0 & \text{в любом другом} \\ & \text{случае.} \end{cases} \quad (10.10.21)$$

Оно показано на рис. 10.12. Несмотря на упрощенный характер модели, решение имеет много общего с реальным нагоном (см. рис. 10.10). Отметим, что наблюдавшийся в действительности нагон затухал у берегов Германии и Дании. Это согласуется с оценками интенсивности трения, которые были сделаны в конце предыдущей главы. Впрочем, в этом могли сыграть свою роль и другие факторы.

Как отмечалось в разд. 10.9, причиной нагона является направленный к берегу экмановский перенос. При исследовании нагонов, как это было сделано в разд. 9.2, удобно подразделить течение на собственно вынужденный экмановский перенос и некоторую составляющую, связанную с полем давления, т. е.

$$u = U_E/H + u_p, \quad v = V_E/H + v_p, \quad (10.10.22)$$

где  $U_E$  и  $V_E$  определяются из (9.2.7), а  $u_p$  и  $v_p$  удовлетворяют однородным частям уравнений (9.2.2). Изменения уровня моря связаны только с составляющей  $(u_p, v_p)$ , которая удовлетворяет однородным уравнениям и входит в решение из-за неоднородного граничного условия

$$v_p = -V_E/H \quad \text{при } y=0, \quad (10.10.23)$$

т. е. за счет образования некоторого перпендикулярного границе течения, необходимого для компенсации экмановского потока. Таким образом, имеется простая возможность лабораторного моделирования нагонов. Для этого нужен резервуар, в котором одна из стенок может легко смещаться в стороны под напором воды. При этом горизонтальное смещение стенки дает величину интеграла от экмановского течения. Для случаев, соответствующих сильным нагонам Северного моря, оно может достигать до 10 км.

Приведенное выше обсуждение раскрывает природу нагонов, поэтому уравнения типа (10.10.18) и на самом деле можно применять для их прогнозирования. Конечно, в действительности для точного предсказания нагонов необходимо также учитывать детали геометрической формы области, трение и нелинейные взаимодействия (см., например, [640]) между нагонами и приливами. Это достигается применением численных моделей (см. [311, 639]), которые для прогнозирования нагонов можно

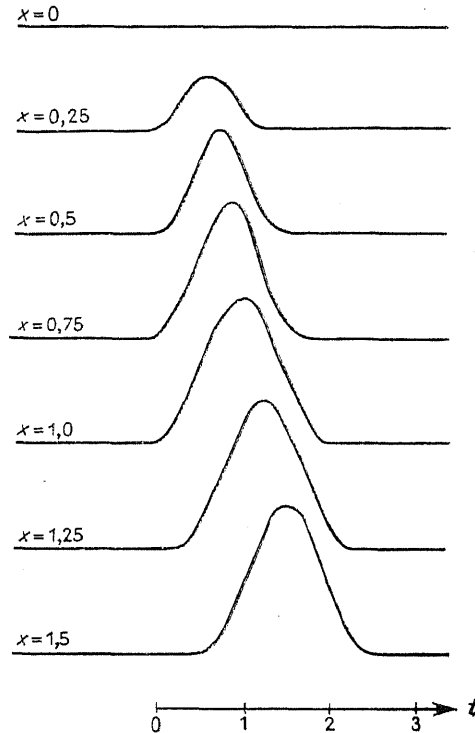


Рис. 10.12. Изменения со временем  $t$  отклонения поверхности моря в ходе штормового нагона, вызванного ветром, дующим параллельно берегу в районе  $0 \leq x \leq 1$  в течение единичного отрезка времени (половины периода гармонической волны). Интервал между станциями в безразмерных единицах равен  $1/4$  и сравним с тем, который показан на рис. 10.10. Реальный нагон на рис. 10.10 не спадал так быстро, что свидетельствует о том, что ветер, быстро возрастая, столь же быстро не уменьшался. Несмотря на простоту модели, рост и распространения нагона получились сходными с теми, которые были реально зарегистрированы.

связывать с моделями атмосферы [210]. Обзорные статьи по расчету нагонов опубликованы Веландером [843] и Рейдом с соавторами [661].

#### 10.11. ПРИБРЕЖНЫЙ АПВЕЛЛИНГ

Два предыдущих раздела книги были посвящены баротропной реакции океана на направленный к берегу или от него экмановский ветровой перенос. Эта реакция особенно сильна, когда речь идет о штормовых нагонах в мелких морях. В стратифицированном океане существует также и *бароклинный* отклик аналогичного вида. Наиболее просто его можно проиллюстрировать с помощью двухслойной модели из разд. 9.10. Основная доля отклика сосредоточена в прибрежной зоне моря шириной порядка внутреннего радиуса Россби (примерно 30 км для глубоководных районов). Бароклинная реакция подчиняется уравнениям (9.10.16) и (6.3.5), которые в точности совпадают по форме с уравнениями баротропной модели, так что вполне можно использовать решения, найденные в двух предыдущих разделах. Область возникновения бароклинной реакции очень мала по сравнению с *баротропным* радиусом Россби, поэтому в уравнениях можно использовать приближение «твердой крышки», т. е. при исследовании внутренних движений пренебрегать движениями на поверхности океана (см. разд. 6.3).

Исключительно важен особый случай внутренних движений, при котором сосредоточенный в верхнем слое экмановский перенос направлен *от* стороны от берега. Это приводит к апвеллингу — *подъему* глубинных вод и замещению ими удаляющихся от берега поверхностных вод. Глубинные воды содержат питательные вещества. Их потребление в освещенной солнцем верхней зоне океана приводит к усиленному размножению фитопланктона, который в свою очередь необходим для развития животного мира. В результате прибрежные районы оказываются наиболее важными рыбопромысловыми районами мира. (Модели биологических факторов обсуждаются, например, Уэлшем [827].)

Интенсивность апвеллинга в конкретном районе пропорциональна изменению величины экмановского потока в области подъема. В прибрежных районах поток изменяется от нулевых значений на берегу до значений, характерных для глубоководных районов, на расстояниях порядка внутреннего радиуса деформации Россби, т. е. около 30 км. Такие же изменения экмановских потоков в открытом океане наблюдаются лишь на синоптических масштабах, т. е. 1000—3000 км. Таким образом, интенсивность апвеллинга в прибрежных районах должна быть в 30—100 раз больше, чем в открытом океане. Это и объясняет преобладающее значение прибрежных промысловых районов по



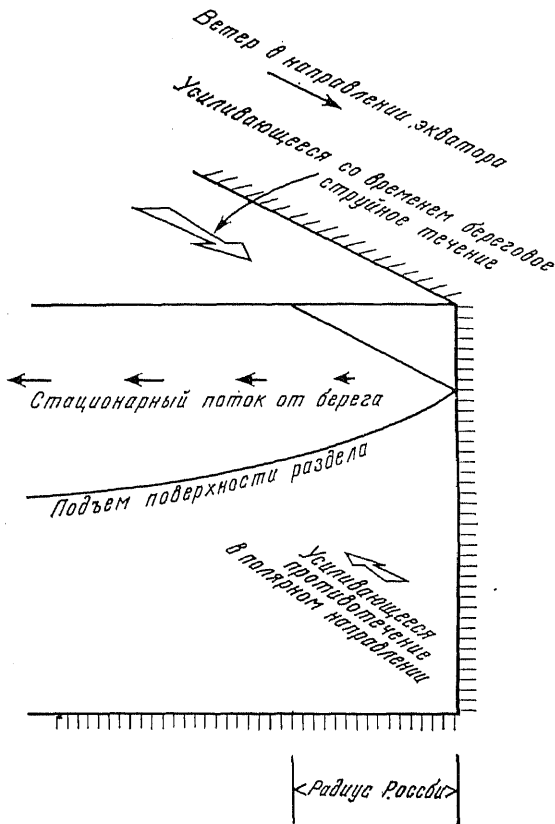
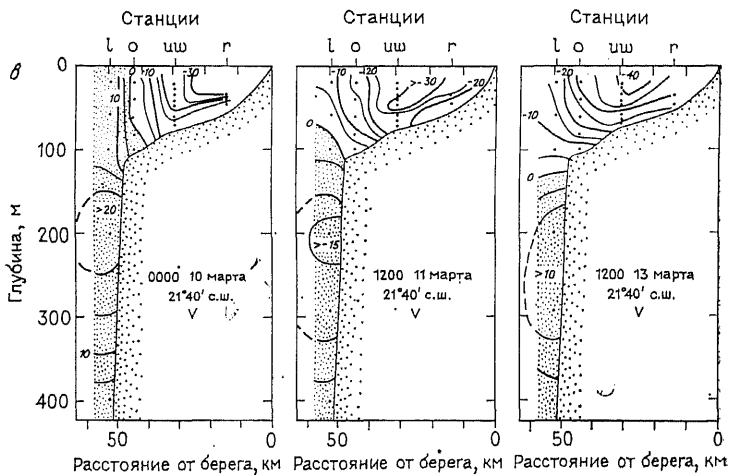
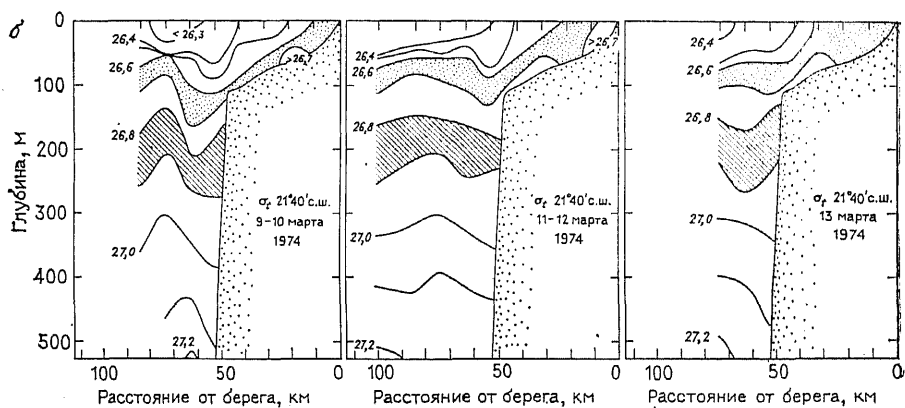
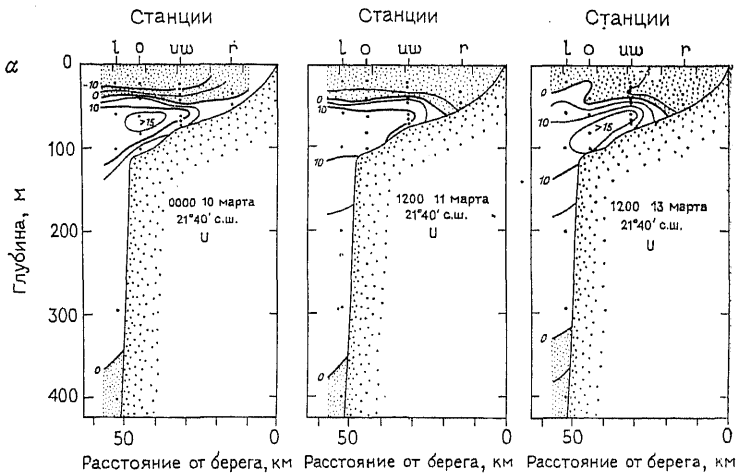


Рис. 10.13. Локальное решение, воспроизводящее апвеллинг. Оно представляет собой бароклинный аналог показанного на рис. 10.11 решения. Экмановский перенос от берега вызывает подъем вод с постоянной скоростью. В верхнем слое возникает совпадающая по направлению с ветром прибрежная струя. Под ней создается противотечение. Картина соответствует ситуации у восточного берега.

сравнению с глубоководными. Действительно, Ризер [695, с. 75] характеризует ситуацию таким образом:

«Открытый океан (90 % акватории) по сути дела представляет собой биологическую пустыню. В настоящее время он приносит пренебрежимо малую долю мирового улова рыбы при очень незначительной или вовсе отсутствующей перспективе ее увеличения в будущем. Районы апвеллинга, занимающие в сумме не более одной десятой процента поверхности океана (что по площади примерно равно территории Калифорнии), дают около половины этого улова. Другая половина добывается в прибрежных водах и некоторых удаленных от берега районах со сравнительно высокой продуктивностью».



Под прибрежными водами Ризер имеет в виду районы, ограниченные изобатами с глубиной 100 саженей, которые не входят в районы апвеллинга (они занимают около 7,5 % океана), а под удаленными от берега районами (около 2,5 % площади океана) — зоны фронтов, дивергенций и т. п.

Локальное решение бароклиных уравнений (9.10.16) и (6.3.5), т. е. решение, при котором зависимость от  $x$  отсутствует, имеет тот же вид, что и (10.9.5), (10.9.7) и (10.9.8):

$$\delta = -(X_s/\rho f H_1)(1 - e^{-y/a}), \quad (10.11.1)$$

$$h = -(cX_s/\rho g' H_1)e^{-y/a t}, \quad (10.11.2)$$

$$\hat{u} = (X_s/\rho H_1)e^{-y/a t}, \quad (10.11.3)$$

где  $a = c/f$  — радиус Россби, а  $c$  — скорость длинных внутренних волн, определяемая соотношением (6.3.7), т. е.

$$c^2 = g' H_1 H_2 / (H_1 + H_2). \quad (10.11.4)$$

Решение показано на рис. 10.13, представляющем собой аналог рис. 10.11 для внутреннего движения.

Решения приведенного выше вида были найдены в работах [120, 891]. Для напряжения  $0,1 \text{ Н/м}^2$ ,  $g' = 0,03 \text{ м/с}^2$ ,  $H_1 = 100 \text{ м}$  и  $H_2 \gg H_1$  скорость апвеллинга равна 5 м в сутки. При этих условиях скорость вдольберегового течения возрастает на  $0,1 \text{ м/с}$  за сутки. Чарни назвал его «*прибрежной струей*». В непрерывно стратифицированном океане (см. [251]) подобную форму имеет каждая из мод, а полное решение находится как их суперпозиция.

Основные зоны апвеллинга находятся у восточных границ океанов (см. работу [297] и обзор [735]). Отмечается, что с этими же районами (см. обзор [866]) связаны и экваториальные течения, а также области направленного в сторону экватора ветра. Однако совпадение этих областей никоим образом не является точным. В названных работах отдельно были отмечены зоны апвеллинга у берегов Перу, западного побережья Соединенных Штатов, северо-западных и юго-западных берегов Африки. Кроме того, апвеллинг существует также у берегов Сомали и Аравии во время юго-западного муссона. Как уже отмечалось, именно на эти районы и приходится половина мировой добычи рыбы.

Рис. 10.14. Разрезы у побережья Северо-Западной Африки, иллюстрирующие: (а) зональную составляющую скорости (в заштрихованных областях направлена к берегу), (б) распределение плотности ( $\sigma_t$ ), (в) вдольбереговую (северную) составляющую скорости (в заштрихованных областях она направлена к полюсу). Ветер дул с практически постоянной скоростью  $10 \text{ м/с}$  с северо-северо-востока и достиг своего максимального значения 9 марта. Радиус Россби примерно равен  $30 \text{ км}$ . (По [46, рис. 11, 7, 10 соответственно].)

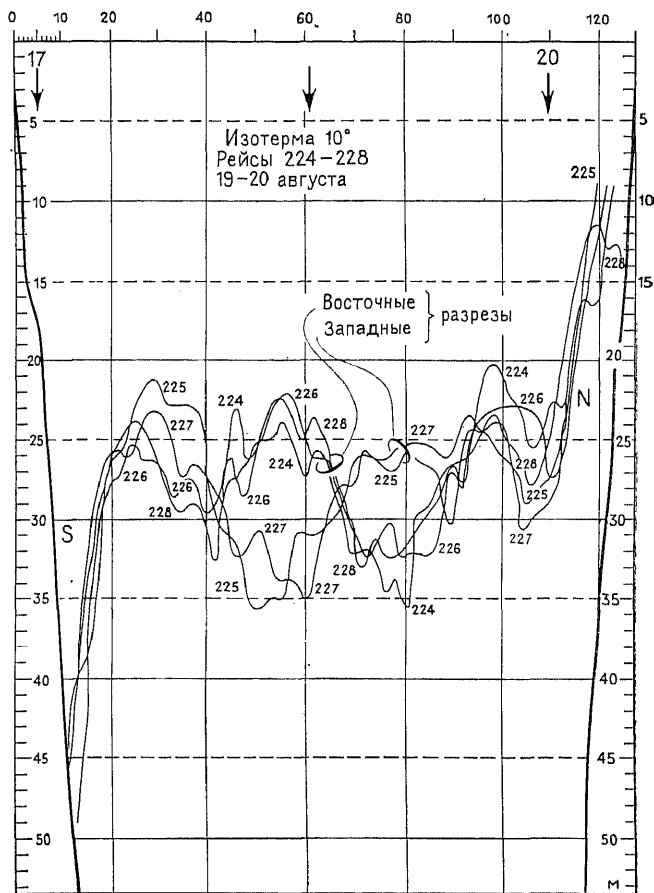


Рис. 10.15. Глубина термоклина (изотерма 10°C) на разрезах через озеро Мичиган, выполненных 19—20 августа 1963 г. незадолго после краткого усиления ветра северо-северо-восточного направления. Ветер привел к образованию апвеллинга у восточного берега и нисходящих движений у западной границы озера. Радиус Россби равен примерно 5 км. На рисунке видны также нестационарные колебания в середине разрезов. (Из [568], см. также [570, рис. 26].) Горизонтальный масштаб в километрах.

Пример измерений течений и термической структуры в районе апвеллинга показан на рис. 10.14, который можно сравнить с нестационарным теоретическим решением на рис. 10.13. Восьмого марта 1974 г. в районе эксперимента наблюдался легкий ветер. В течение 9 марта он усиливался и достиг 10 м/с при северо-северо-восточном направлении. Потом этот ветер оставался неизменным на всем протяжении измерений. Распределение экмановского переноса  $X_s/\rho f$  (где  $X_s$  — напряжение,  $\rho$  —

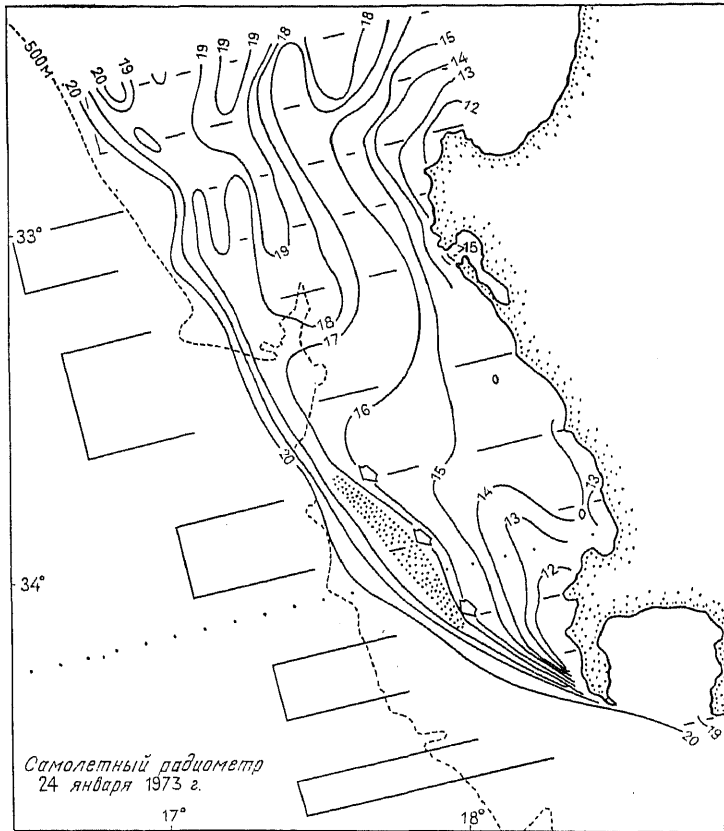


Рис. 10.16. Результаты измерений поверхностной температуры у западного берега Южной Африки по данным самолетного радиометра. (Из [42].) Вдали от берега температура примерно равна  $20^{\circ}\text{C}$ . У берега она сильно понижена за счет апвеллинга. Отмечаются большие разности температур около мыса Доброй Надежды у южного края зоны апвеллинга.

плотность, а  $f$  — параметр Корниолиса) на глубинах до 30 м дает течение от берега со скоростью порядка  $0,1$  м/с, которое можно действительно увидеть на рис. 10.14, *а* в верхнем 30-метровом слое наряду с направленным к берегу течением на более глубоких горизонтах. На рис. 10.14, *б* виден соответствующий подъем элементов термической структуры, а на рис. 10.14, *в* — связанная с ней структура вдольберегового течения. Радиус Россби (при приведенном ускорении силы тяжести  $g' = 0,03$  м/с<sup>2</sup> и глубине места 100 м) равен 30 км.

Хорошие иллюстрации этого явления получены при измерениях в Великих Озерах, ширина которых велика по сравнению с внутренним радиусом Россби. Например, на рис. 10.15 показан

разрез через озеро Мичиган, выполненный вскоре после сильного импульса северо-северо-восточного ветра, который вызвал апвеллинг у восточного берега озера и опускание вод (даунвеллинг) — у его западного берега, что соответствует направлению экмановского переноса. В этом случае внутренний радиус Россби равен 5 км, и зона, подверженная влиянию апвеллинга, имеет примерно вдвое большую ширину. Другие примеры можно найти в обзоре Чанади [152], посвященном прибрежным струям.

Очень часто интенсивность апвеллинга оказывается настолько большой, что он начинает изменять температуру поверхности моря. Поэтому признаком его возникновения часто является узкий прибрежный пояс вод с низкой температурой. Прибрежные воды вообще очень часто оказываются более холодными, чем те, которые немного удалены от берега. Этот процесс нелинеен, поскольку для того чтобы охладить поверхность, необходимы достаточно большие отклонения. Кроме того, при этом обычно возникает вертикальное перемешивание. К тому же, поскольку процесс даунвеллинга не может в принципе сделать поверхность моря более теплой, смена апвеллинга и даунвеллинга в среднем понижает температуру поверхности. Пример сильных изменений на поверхности показан на рис. 10.16. Этот эффект наиболее явно выражен у берега, поскольку температуры вод у берега и в нескольких милях от него могут отличаться на величину до  $10^{\circ}\text{C}$  (см. рис. 1 работы [41]). Определить апвеллинг можно также по цвету вод и изобилию морской жизни.

### 10.12. ШЕЛЬФОВЫЕ ВОЛНЫ

При учете пространственных изменений ветра решение для каждой из мод будет совпадать по форме с решениями задачи о нагонах из разд. 10.10. Это означает, что в него будет входить внутренняя волна Кельвина, распространяющаяся вдоль берега с возрастанием или убыванием амплитуды в соответствии с характером влияния ветра в выбранной точке [251]. Каждая мода с номером  $n$  имеет свою скорость  $c_n$  свободного распространения (см. разд. 9.10) и, следовательно, свой радиус Россби  $a_n = c_n/f$  и коэффициенты при вынуждающей силе (т. е. эквивалентную глубину для вынуждающей силы — см. разд. 9.10). Поэтому полный эффект ветрового воздействия можно оценить только при вычислении суперпозиции мод. Однако если система двухслойна, то ситуация упрощается, так как в этой системе существует только одна бароклинная мода. В таком случае можно непосредственно применить решение, данное в разд. 10.10.

Теория вынужденных внутренних волн Кельвина справедлива только для модели океана с постоянной глубиной. Горизонтальные границы области должны при этом быть вертикальными отвесными стенками. Если допустить существование у бе-

рега наклонных стенок, то изменения коснутся не только свойств волн Кельвина — кроме того, возникнут новые формы волн, связанные с наклоном дна. Эти новые формы волн не исчезают даже при отсутствии стратификации. В этом предельном случае они называются *шельфовыми волнами*. Рассмотрим свойства этих волн в однородном по плотности океане.

Итак, пусть в однородном океане глубина  $H(y)$  зависит только от расстояния  $y$  от берега. Предположим, что масштаб изменений глубины (совпадающий с пространственным масштабом реакции) мал по сравнению с радиусом Россби, и используем приближение «твердой крышки». При этом в уравнении неразрывности (5.6.8) можно пренебречь отклонением поверхности, что дает

$$\frac{\partial}{\partial x}(Hu) + \frac{\partial}{\partial y}(Hv) = 0, \quad \text{или} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{H} \frac{dH}{dy} v. \quad (10.12.1)$$

При подстановке выражения для дивергенции в уравнение завихренности получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{f}{H} \frac{dH}{dy} v = 0. \quad (10.12.2)$$

Теперь еще раз используем (10.12.1) для определения функции  $\psi$ :

$$Hu = -\partial\psi/\partial y, \quad Hv = \partial\psi/\partial x. \quad (10.12.3)$$

Исключим  $u$  и  $v$  из соотношения (10.12.2):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial\psi}{\partial y} \right) \right\} - \frac{f}{H^2} \frac{dH}{dy} \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0. \quad (10.12.4)$$

В полученном уравнении есть решения вида бегущей волны

$$\psi = H^{1/2} \varphi(y) \exp(ikx - i\omega t) \quad (10.12.5)$$

при  $\varphi$ , удовлетворяющем уравнению

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2} + \left\{ \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{2H} \frac{dH}{dy} \right) - \left( \frac{1}{2H} \frac{dH}{dy} \right)^2 - k^2 + \frac{fk}{\omega} \frac{1}{H} \frac{dH}{dy} \right\} \varphi = 0. \quad (10.12.6)$$

Наиболее простым оказывается случай экспоненциального роста глубины с удалением от берега, т. е.

$$H = H_0 \exp(2\lambda y). \quad (10.12.7)$$

Решение имеет вид

$$\varphi \sim \sin ly, \quad (10.12.8)$$

а дисперсионное соотношение получается следующим:

$$\omega = 2fk\lambda / (k^2 + l^2 + \lambda^2). \quad (10.12.9)$$

Дисперсионная кривая при фиксированном значении  $l$  показана на рис. 10.17.

Рассмотрим случай типичного значения  $\lambda^{-1} = 30$  км. Значение  $l$  зависит от ширины зоны экспоненциального изменения глубины и характеристик океана вне этой зоны. Обычно  $l$  может иметь бесконечное множество значений, причем минимальное из них оказывается близким к  $\lambda$ . Рассмотрим волну с  $l = \lambda$ . Вызванные штормами возмущения с такими пространственными

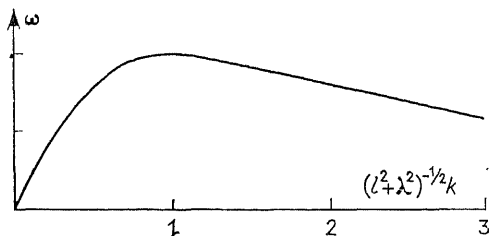


Рис. 10.17. Дисперсионная кривая (10.12.9) «волны континентального шельфа» для экспоненциально растущей с удалением от берега глубины. Фазовая скорость имеет то же направление, что и у волн Кельвина, т. е. мелкая зона находится в Северном полушарии справа. Групповая скорость длинных волн имеет такое же направление, а коротких — противоположное.

масштабами имеют большие по сравнению с  $\lambda^{-1}$  значения  $k^{-1}$ , поэтому скорость их свободного распространения дается формулой

$$\omega/k = 2f\lambda/(l^2 + \lambda^2). \quad (10.12.10)$$

В случае  $l = \lambda$  она равна  $f/\lambda$ , т. е. примерно 3 м/с. Направление движения зависит от знака  $f$  и совпадает с направлением волны Кельвина (при условии роста глубины с удалением от берега). Максимальная частота равна

$$\omega_{\max} = f\lambda(l^2 + \lambda^2)^{-1/2}. \quad (10.12.11)$$

Она никогда не превосходит  $f$  и равна  $0,7f$  при  $l = \lambda$ . При этой частоте вдольбереговая составляющая групповой скорости становится нулевой. По этой причине такие постоянные особенности рельефа шельфа, как хребты и каньоны, могут порождать волны соответствующего масштаба, а именно  $(l^2 + \lambda^2)^{-1/2}$ , с характерными значениями около 20 км [525]. Имеются свидетельства, что на этой частоте спектры когерентности течений и уровня моря имеют максимум [156]. Фазовая скорость более коротких волн имеет то же направление, что и у длинных волн, но направления их групповых скоростей противоположны.

Этот механизм (см. [479, рис. 13]) проиллюстрирован на рис. 10.18. Сплошной линией показаны траектории частиц, находившихся в своем невозмущенном состоянии на изобате, па-



параллельной берегу. При движении частица сохраняет свою потенциальную завихренность  $Q$  (см. (7.10.9)), которая при пребрежении движениями на поверхности дается формулой

$$Q = (f + \zeta)/H, \quad (10.12.12)$$

где  $\zeta$  — относительная завихренность частицы, а  $H$  — глубина. Если обозначить через  $H_{\text{нев}}$  глубину в невозмущенном состоянии ( $\zeta = 0$ ), то  $Q = f/H_{\text{нев}}$  и соотношение (10.12.12) дает:

$$\zeta/f = (H - H_{\text{нев}})/H_{\text{нев}}. \quad (10.12.13)$$

Таким образом, отклонение частицы в более глубокое место (от берега) сообщает ей циклоническую завихренность, а отклонение в мелкую зону (к берегу) — антициклоническую.



Рис. 10.18. Механизм распространения шельфовых волн. Сплошная линия соединяет точки расположения частиц, лежащих в невозмущенном состоянии на изолиниях глубины. Для того чтобы сохранялась потенциальная завихренность, необходимо, чтобы частица смещающаяся в более мелкую зону, приобретала антициклоническую относительную завихренность, а частица, смещающаяся в более глубокую область — циклоническую. Направление относительной завихренности показано для Северного полушария. Движение, вызываемое этим полем завихренности, показано широкими стрелками. Оно приводит к перемещению частиц в положения, отмеченные штриховой линией.

Теперь рассмотрим движение, которое вызывается этими вихревыми образованиями. Оно показано на рисунке стрелками, нанесенными у невозмущенного положения частиц. В результате частицы начинают двигаться в направлении, обозначенном штриховой линией, и волна распространяется вдоль берега, оставляя мелкую воду справа.

Определим возможные значения  $l$  для шельфа, профиль глубины которого задан при  $0 \leq y \leq B$  ( $B$  — ширина шельфа) формулой (10.12.7), а при  $y > B$  глубина океана постоянная. Этот профиль был использован в работе [104] в качестве модели рельефа дна к востоку от Австралии. Решением является

$$\psi = \begin{cases} \exp(\lambda(y - B)) \sin ly \exp(ikx - i\omega t) & \text{при } 0 \leq y \leq B, \\ \exp(k(B - y)) \sin lB \exp(ikx - i\omega t) & \text{при } y \geq B. \end{cases} \quad (10.12.14)$$

Если изменения на шельфе экспоненциальной формы определяются формулами (10.12.5), (10.12.7) и (10.12.8), то для

области океана постоянной глубины решение имеет характер потенциального течения в силу (10.12.4). Отклонение поверхности  $\eta$  получается подстановкой (10.12.3) в уравнения динамики (7.2.1) с использованием предположения в волновом характере решения типа (10.12.5):

$$gH\eta = f\psi - (\omega/k)\partial\psi/\partial y. \quad (10.12.15)$$

Оно показывает, что при  $y = B$  производная  $\partial\psi/\partial y$  должна быть непрерывной. Тогда, используя (10.12.14), получаем

$$l^{-1} \operatorname{tg} lB = -(\lambda + k)^{-1}. \quad (10.12.16)$$

Имеется бесконечное счетное множество возможных значений  $l$ . Дисперсионные кривые, которые соответствуют первым из них, показаны на рис. 10.19 при выборе  $\lambda B = 2,7$ , сделанном в работе [104]. Мода  $n$  удовлетворяет условию

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi < lB < n\pi. \quad (10.12.17)$$

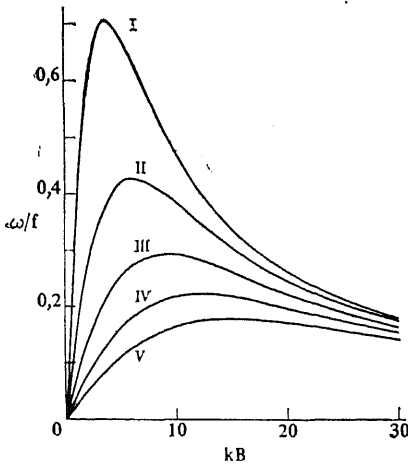


Рис. 10.19. Дисперсионные кривые первых пяти мод волн континентального шельфа, для которого характерен экспоненциальный рост глубины до постоянного значения, равного 5 км, на удалении  $B = 80$  км от берега. Это распределение хорошо моделирует топографию шельфа в районе Сиднея. (По [104, рис. 4]).

В действительности из-за влияния стратификации или эффектов на свободной поверхности решение типа потенциального течения неприменимо даже в случае плоского дна океана. Тем не менее указанные эффекты лишь в некоторой степени изменяют величину правой части соотношения (10.12.16), так что по-прежнему имеется счетный набор мод, удовлетворяющих (10.12.17). Пример изменения структуры мод за счет стратификации в случае плоского дна приведен в работах [582, 251].

Дальнейшее обсуждение шельфовых волн можно найти в обзоре [437].

Основное свойство океана, которое служит причиной распространения шельфовых волн, — это изменение его глубины. Существование береговой границы не является необходимым. Действительно, как показал в своей работе Лонге-Хиггинс [480], волны такого же вида могут распространяться вдоль топогра-

фических образований и в глубинах океана. Однако граница оказывается *необходимой* и очень важной, когда речь идет о *возбуждении* под действием ветра шельфовых волн [254]. Это объясняется тем, что созданный ветром экмановский перенос сосредоточен в узком приповерхностном слое и поэтому не зависит от рельефа дна. Вместе с тем экмановский поток не может пересекать береговую границу. Поэтому ниже экмановского слоя с необходимостью возникает компенсационное движение. Поверхность океана должна при этом двигаться таким образом, чтобы создавать согласующиеся с течениями ниже экмановского слоя градиенты давления. Характер движения под экмановским слоем определяется динамикой шельфовых волн. В частности, при движении поперек изобат (линий одинаковой глубины) генерируется относительная завихренность, и поле скорости должно быть таким, которое соответствует порожденному этим процессом распределению завихренности.

Обычно пространственный масштаб  $L$  ветра, генерирующего шельфовые волны, значительно больше ширины шельфа  $B$ . Поэтому для решения этой задачи можно использовать теорию длинных волн. Масштабирование можно провести совершенно так же, как при изучении штормовых нагонов (разд. 10.10), за исключением того, что радиус Россби  $a$  заменяется на ширину шельфа  $B$  и скорость  $c = af$  заменяется на  $Bf$ . Уравнения, эквивалентные (10.10.4)—(10.10.6), записанные в размерной форме с учетом малости  $\epsilon$ , имеют вид

$$\partial u / \partial t - fv = -g \partial \eta / \partial x + (\rho H)^{-1} X_s(x, t), \quad (10.12.18)$$

$$fu = -g \partial \eta / \partial y, \quad (10.12.19)$$

$$\partial (Hu) / \partial x + \partial (Hv) / \partial y = 0. \quad (10.12.20)$$

Таким образом, в первом приближении вдольбереговой поток находится в геострофическом равновесии. Вдольбереговая составляющая ветра доминирует в генерации течений и изменений уровня моря. С помощью данных наблюдений это показали Крэгг и Стёдж — см. работу [155], причем изменениями ветра с расстоянием от берега можно пренебречь. Уравнение для потенциальной завихренности можно получить, вычитая из производной от (10.12.19) по  $x$  производную от (10.12.18) по  $y$  и уравнение (10.12.20), умноженное на  $f/H$ . Выраженное через функцию тока, определяемую равенствами (10.12.3), оно имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial t} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{f}{H^2} \frac{dH}{dy} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{X_s}{\rho H^2} \frac{dH}{dy}. \quad (10.12.21)$$

Решением этого уравнения является сумма шельфовых мод [254]:

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x, t) H^{1/2} \Phi_n(y) \quad (10.12.22)$$

при  $\varphi_n$ , удовлетворяющем уравнению, которое служит эквивалентом (10.12.6) для длинных волн, а именно:

$$\frac{d^2\varphi_n}{dy^2} + \left\{ \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{2H} \frac{dH}{dy} \right) - \left( \frac{1}{2H} \frac{dH}{dy} \right)^2 + \frac{f}{c_n H} \frac{dH}{dy} \right\} \varphi_n = 0. \quad (10.12.23)$$

Это уравнение имеет решения только для  $c_n$ , совпадающих с собственными значениями и равных скоростям распространения длинных волн. При подстановке (10.12.22) в (10.12.21) получаем следующее уравнение для  $A_n$ :

$$\frac{1}{c_n} \frac{\partial A_n}{\partial t} + \frac{\partial A_n}{\partial x} = \frac{b_n X_s(x, t)}{\rho f}, \quad (10.12.24)$$

где  $b_n$  — коэффициент, образующийся при разложении правой части (10.12.21) в ряд вида (10.12.22) (см. [254]).

По форме уравнение (10.12.24) совпадает с соотношением (10.10.14), характеризующим развитие штормового нагона. Поэтому амплитуда каждой из шельфовых волн ведет себя известным из теории нагонов образом. Общий эффект может быть рассчитан лишь как суперпозиция мод. Однако, если одна из мод преобладает над другими, то картина будет очень похожа на обычный нагон. Если же значительную амплитуду имеют несколько мод, то общий эффект будет состоять в растекании нагона, что можно рассматривать как некий вид дисперсии.

В действительности при отсутствии вынуждающей силы шельфовая волна будет терять энергию за счет трения, взаимодействия с мелкомасштабными формами рельефа и т. п. В работе [254] предложено учитывать эти эффекты, вводя в уравнение (10.12.24) диссипативный член. При этом оно приобретает вид

$$\frac{1}{c_n} \left( \frac{\partial A_n}{\partial t} + r_n A_n \right) + \frac{\partial A_n}{\partial x} = \frac{b_n X_s(x, t)}{\rho f}. \quad (10.12.25)$$

Бринк и Аллен [87] показали, что при учете донного трения уравнение для амплитуд волн принимает в точности этот вид, и оценили временной масштаб  $r_1^{-1}$ . Он оказался равным 5 сут. Кроме того, донное трение приводит к тому, что течение у берега опережает по фазе течение в удаленных от берега районах. Этот эффект наблюдался авторами в натуральных условиях.

При учете донного трения в уравнениях для длинных волн появляется только одно изменение — добавление в соотношение (10.12.18) члена, отражающего этот эффект. Если придонное трение описывается линейной формулой (9.6.4), то (10.12.18) приобретает вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{X_s(x, t)}{\rho H} - \frac{1}{H} \left( \frac{\nu f}{2} \right)^{1/2} u. \quad (10.12.26)$$

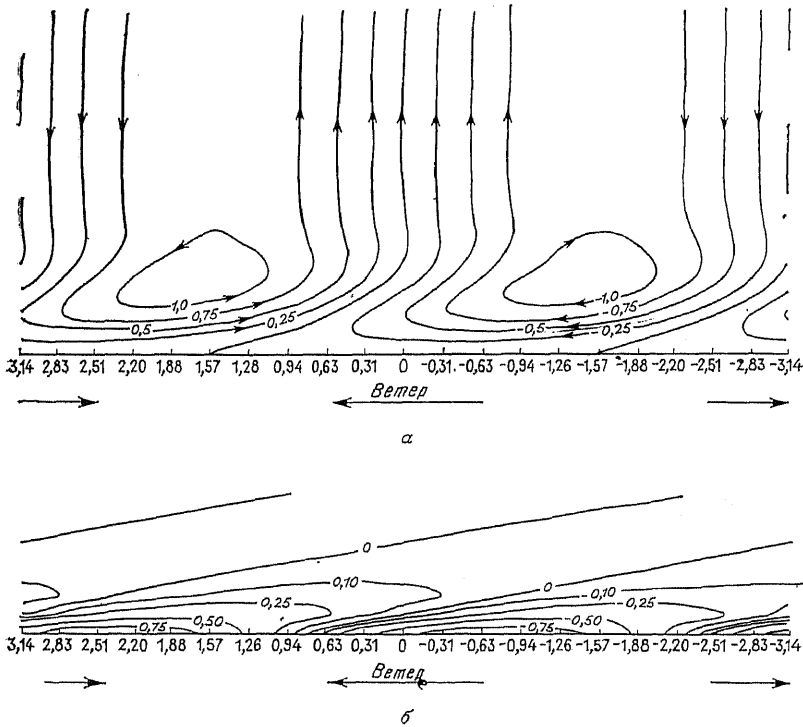


Рис. 10.20. Линии тока (а) и отклонение поверхности (б) для стационарного потока на шельфе с глубиной, линейно растущей с расстоянием  $y$  от берега. Течение вызывается периодическим напряжением ветра вида  $X_s = -X_{\max} \cos kx$  и находится в равновесии с силой донного трения. При этом  $k(\nu/2f)^{1/2} = 0,016dH/dy$ . Единицей функции тока является  $X_{\max}/(fkr)$ , а единицей отклонения поверхности  $-2X_{\max}/(\rho g \{k(\nu/2f)^{1/2}dH/dy\}^{1/2})$ . На горизонтальной оси отложены значения  $-kx$ . (Из [154, рис. 4 и 5].)

В [154, 155] исследован случай *стационарных* решений уравнений (10.12.26), (10.12.19) и (10.12.20). Исключая из них  $u$  и  $v$ , для  $\eta$  можно получить уравнение

$$\frac{dH}{dy} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \left(\frac{\nu}{2f}\right)^{1/2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}, \quad (10.12.27)$$

которое при постоянном наклоне дна превращается в легко решаемое уравнение теплопроводности. На берегу, где  $H$  равно нулю, (10.12.26) показывает, что

$$(vf/2)^{1/2} u = \rho^{-1} X_s, \quad (10.12.28)$$

т. е. течение направлено по ветру, чтобы донное напряжение уравновесило поверхностное. Это можно проиллюстрировать на примере периодически изменяющегося вдоль берега (по  $x$ ) ветра,

показанном на рис. 10.20. При удалении от берега характерные конфигурации изолиний вдольбереговой скорости начинают смещаться по отношению к изменениям ветра в направлении распространения шельфовой волны, а на большом расстоянии от берега поток попросту совпадает с экмановским, направленным под прямым углом к ветру. В работе [155] были обсуждены также и другие наблюдения, при которых отмечены ячейки шельфовой циркуляции подобного типа.

### 10.13. БЕРЕГОВЫЕ ЗАХВАЧЕННЫЕ ВОЛНЫ

В стратифицированном океане постоянной глубины свободные волны могут распространяться вдоль берега в форме внутренних волн Кельвина с характерным масштабом порядка 30 км (радиус Россби). В разд. 10.12 было показано, что в однородном по плотности океане с рельефом дна, характерным для шельфа, существуют такие свободные волны (волны континентального шельфа), которые движутся вдоль границы и имеют такой же пространственный масштаб. В действительности стратификация и наклон дна существуют одновременно, поэтому реально должны иметь место некоторые гибридные волны, имеющие свойства и волн Кельвина, и шельфовых волн. Гилл и Кларк [251] назвали их *береговыми захваченными волнами*. Свойства этих волн были исследованы в расчетах, приведенных в публикациях [10, 130, 828, 366].

На рис. 10.21 приведен пример береговой захваченной волны, наблюдавшейся у перуанского побережья. По структуре она напоминает волну Кельвина первой бароклинной моды. В поперечном к берегу направлении ее масштаб равен 30—60 км [368]. Скорость распространения в направлении полюса равна 2 м/с [736]. Волна вносила вклад в изменчивость течений на периодах от суток до недель [88]. Считается, что подобные волны сначала распространяются к востоку вдоль экватора в виде экваториальных волн Кельвина (см. гл. 11), а потом движутся вдоль берегов к полюсу, имея показанную на рисунке форму. Они также влияют на уровень моря и температуру поверхности, как видно на рис. 10.21.

Свидетельством распространения волн вдоль восточного берега Тихого океана могут служить и записи уровня моря [195]. Скорость распространения имеет порядок 1 м/с. Существование захваченных береговых волн означает, что всякий раз, когда у экватора возникает подъем уровня, позднее этот подъем будет отмечен ближе к полюсу (рис. 10.22). Высокие уровни моря у экватора распространяются вплоть до широты Сан-Франциско, севернее которой основным определяющим фактором становятся ветровые эффекты. Высокие уровни моря соответствуют и высоким прибрежным температурам.

Мортимер [567] (см. также [570]) нашел свидетельства циклонического распространения аналогичных типов волн вокруг берегов о. Мичиган и Лак-Леман, используя измерения температуры воды и колебаний уровня. Модель, учитывающая реакцию такого рода в больших озерах, предложена в работе [151], а в работах [817, 818] приводятся свидетельства об их наблюдениях. Сходные виды волн могут существовать и в атмосфере. Гилл [244] предположил, что прибрежные циклоны, огибающие южное побережье Африки, оставляя сушу слева, являются формой вынужденной внутренней волны, подобной волне Кельвина (см. также [44, 593]). Развитие такого центра низкого давления показано на рис. 10.23. Причина, по которой это образование имеет смысл трактовать как внутреннюю волну, состоит в существовании сильной инверсии примерно на высоте одного километра. С некоторым приближением ее можно рассматривать как поверхность раздела в двухслойной модели, сходной с использованной в разд. 6.3. Эта волна имеет свойства волны Кельвина, так как Южная Африка состоит преимущественно из высокогорных плато, которые находятся выше инверсии и образуют, таким образом, для воздуха в нижнем слое боковую границу. Она препятствует возникновению потока, который обязательно имелся бы при ее отсутствии. Поэтому для удовлетворения граничному условию необходимо к невозмущенному потоку прибавить дополнительный. Этот дополнительный

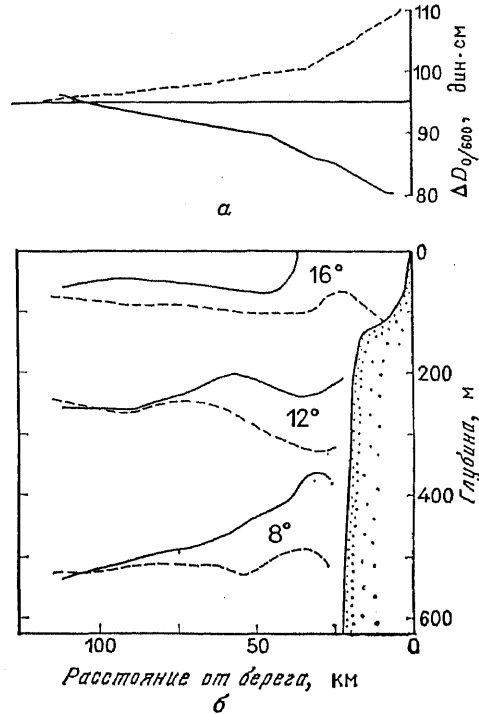


Рис. 10.21. Профили поверхности моря (а) (по расчетам динамической топографии относительно уровня 600 дбар) и избранные изотермы (б) для очень высокого (31 июля 1976 г., штриховые линии) и очень низкого (10 августа 1976 г., сплошные линии) уровня моря в Сан-Хуане (15° ю.ш., перуанское побережье). Изменения сходны с теми, которые должна создавать первая бароклинная мода волны Кельвина. Характеристики распространения волны в полярном направлении согласуются с такой интерпретацией. (Из [368, рис. 5].)

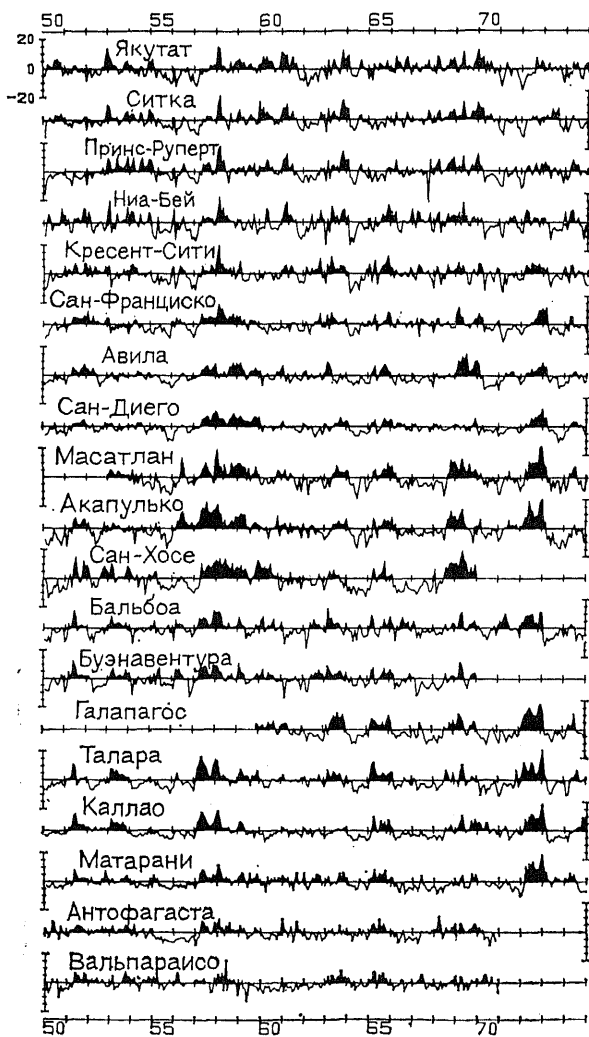


Рис. 10.22. Временные ряды среднемесячных аномалий уровня моря на тихоокеанском побережье Америки в период 1950—1974 годов. Станции расположены по широтам, начиная со станции Якутат (Аляска,  $60^\circ$  с. ш.) и кончая Вальпараисо (Чили,  $33^\circ$  ю. ш.). Положительные аномалии окрашены в черный цвет. (Из [195, рис. 4а].)

ный поток может иметь вид береговой захваченной волны. Амплитуды прибрежных понижений давления в действительности достигают очень больших значений, при этом волна может стать очень крутой и возникает узкий фронт, в точности как



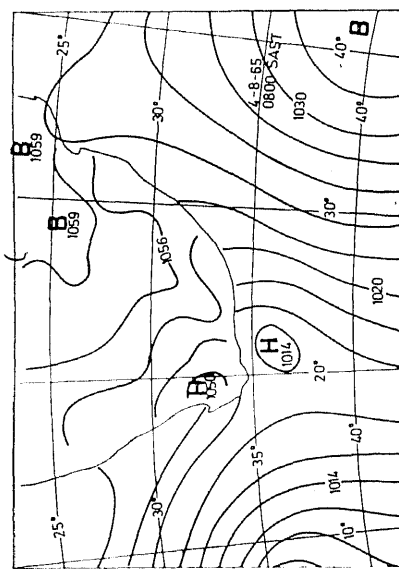
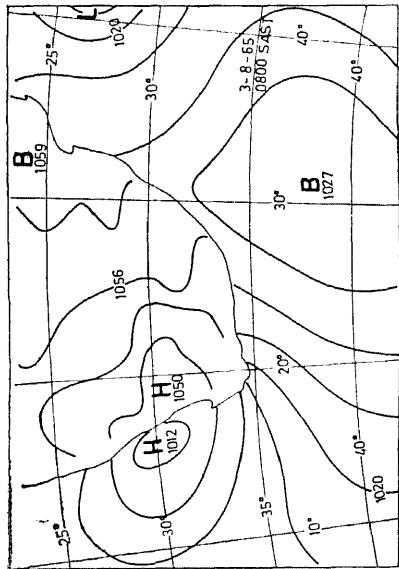
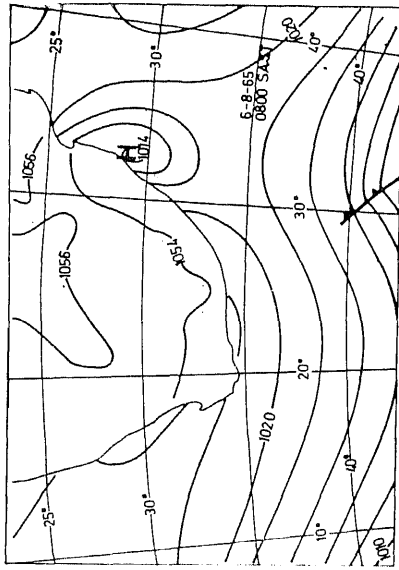
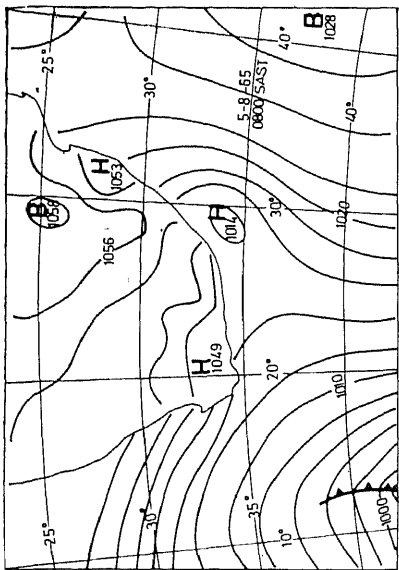
у приливной волны. При прохождении фронта вдольбереговая составляющая ветра достигала 16 м/с [642].

Энфилд и Аллен [195] провели анализ изменчивости уровня моря на побережье Тихого океана. Он показал, что севернее Сан-Франциско связь уровня с тропическими аномалиями становится слабой, существенными являются корреляции с вдольбереговой составляющей напряжения ветра. Здесь играет роль еще одно обстоятельство. С ростом широты (и, следовательно,  $f$ ) уменьшается радиус Россби и его отношение к ширине шельфа. Поэтому структура береговых захваченных волн меняется по широте. В численных экспериментах [761] установлено, что энергия, заключенная в волнах Кельвина, в низких широтах передается квазибаротропным модам типа шельфовых волн, которые значительно легче теряют ее, передавая, например, распространяющимся на запад планетарным волнам (см. гл. 12).

Изучение генерации береговых захваченных волн за счет действия ветра на стратифицированный океан с учетом шельфа можно провести с помощью теории длинных волн в точности так же, как это было сделано при обсуждении штормовых нагонов и шельфовых волн. Экмановский перенос в сторону берега должен быть скомпенсирован за счет равного ему по величине и обратного по знаку потока на линии берега. При этом можно определить суперпозицию береговых захваченных волн, обладающих свойством компенсировать экмановский перенос. Кроме того, можно показать [130], что, как и в частном случае шельфовой волны, амплитуда  $A_n$  каждой из волн удовлетворяет уравнению (10.12.24).

Береговые захваченные волны наблюдались неоднократно. Обзоры данных наблюдений приведены в работах [437, 438, 583, 584, 11, 50]. В качестве примера отметим, что Хэммон [289] установил, что уровень моря и атмосферное давление у восточного берега Австралии не подчиняются «закону обратного барометра» (см. разд. 9.9). Это послужило поводом для создания Робинсоном [676] модели шельфовой волны, а также разработки теории генерированных ветром шельфовых волн [6]. Наблюдения в районе берега Орегона свойств меняющихся со временем течений приведены в работе [420]. Они показали преимущественно баротропное движение вдоль изобат с максимальными скоростями у берега. Аллен и Смит [12] оценили баланс сил во флюктуирующих течениях по измерениям в трех точках.

В работах [290, 130] изучалось влияние распространения береговых волн на их структуру. Было произведено сравнение временных рядов наблюдений над уровнем моря с результатами расчетов по уравнению вида (10.12.25), проведенных со значениями вдольберегового ветра, заданными по данным наблюдений. Поскольку это уравнение описывает только одну



моду, оно является весьма грубым представлением береговых захваченных волн. Однако даже оно показывает, что учет распространения моды в виде волны улучшает точность предсказания уровня моря по сравнению с лучшими прогнозами, полученными с использованием только локальных ветров. Результаты Хэмона показаны на рис. 10.24. Кривая А представляет собой результат сравнения записи уровня моря в точке 29° ю. ш. с результатами расчетов, основанных на уравнении (10.12.25) с данными о ветре из районов шельфа южнее этой точки, значении  $c$ , равном 4 м/с (полученном из предварительных эмпирических исследований), и нулевой скорости затухания ( $r = 0$ ). Кривая В представляет собой результат использования только локальных значений ветра, т. е. основывается на уравнении (10.12.25) с бесконечной скоростью затухания. Другими словами, волна «не помнит» воздействий ветра, происходивших при движении к точке наблюдения. Для периодов от 4 суток до 2 недель совпадение оказывается значительно лучше в случае А. Аналогичный анализ [130] на основе данных с западного побережья Северной Америки показал, что для периодов от 4 суток и более прогнозы, учитывающие распространение сигнала вдоль берега, оказываются лучшими. Подобный подход был оценен как весьма перспективный и при изучении озера Онтарио [55].

Хотя анализы данных наблюдений над уровнем приводят к простой картине распространения вдоль берега когерентных длинных волн, более подробные исследования данных о течениях и распределении температуры (солености) очень часто обнаруживают отсутствие этой когерентности. Это объясняется тем, что большую энергию имеют также движения меньшего масштаба. Это могут быть и вихри, вызванные неустойчивостью течений, или волновые движения, связанные с мелкомасштабными неоднородностями рельефа дна. Эти движения приносят в апвеллинг элементы случайности, которые могут приводить к непредсказуемой неоднородности распределения биомассы. Такая пятнистая структура характерна, например, для апвеллинга у северо-западного побережья Африки на широтах около 20° с. ш., где проходит граница водных масс.

С другой стороны, имеются районы, в которых апвеллинг возникает преимущественно из-за топографических особенностей.

Рис. 10.23. Карты поверхностного давления по состоянию на 8 ч стандартного южно-африканского времени за 3—5 августа 1965 г., показывающие движение прибрежной области пониженного давления вокруг южной оконечности Африки из Атлантического океана в Индийский. Средний промежуток времени между прохождением таких областей примерно 6 дней, а средняя скорость распространения 6,5 м/с. Радиус Россби около 200 км, скорость свободной волны Кельвина около 20 м/с. (Из [244, рис. 1].)

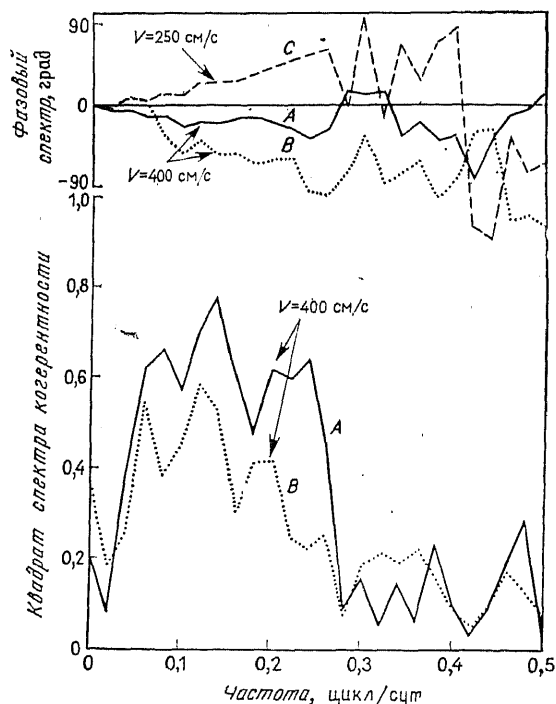


Рис. 10.24. Результаты расчета взаимного спектра колебаний уровня моря в районе Эванс-Хэд (побережье Австралии,  $29^\circ$  ю. ш.) и решения  $A_n$  уравнения (10.12.25), где  $X_s$  — параллельное берегу напряжение ветра, значение  $b_n$  постоянно,  $x$  — расстояние по берегу в направлении полюса и  $r_n$  — скорость затухания. Измерения ветра проводились на участке берега вплоть до о. Габо (около  $38^\circ$  ю. ш.), откуда и начиналось интегрирование. Период наблюдений составлял 790 сут, а графики построены для показанных на рисунке значений  $v = c_n$ . Кривые A и C соответствуют нулевой скорости затухания, а кривая B — случаю с сильным затуханием, когда большую роль играет ветер только в узкой окрестности выбранной точки. (Из [290].)

Например, на рис. 10.25 представлена картина апвеллинга, полученная в работе [616] с помощью модели, учитывающей рельеф дна и форму береговой линии, характерные для побережья Орегона. Сильный апвеллинг был отмечен в точке, соответствующей мысу Кап-Блан ( $y = -150$  км). Было показано, что он в большей степени связан с рельефом дна, чем с формой береговой линии, поскольку модель океана постоянной глубины с той же формой береговой линии дает вдоль берега по существу постоянные скорости апвеллинга.

Зоны усиленного апвеллинга могут также формироваться под влиянием рельефа прилегающей области суши, поскольку сильные ветры могут при этом направляться на океан через про-

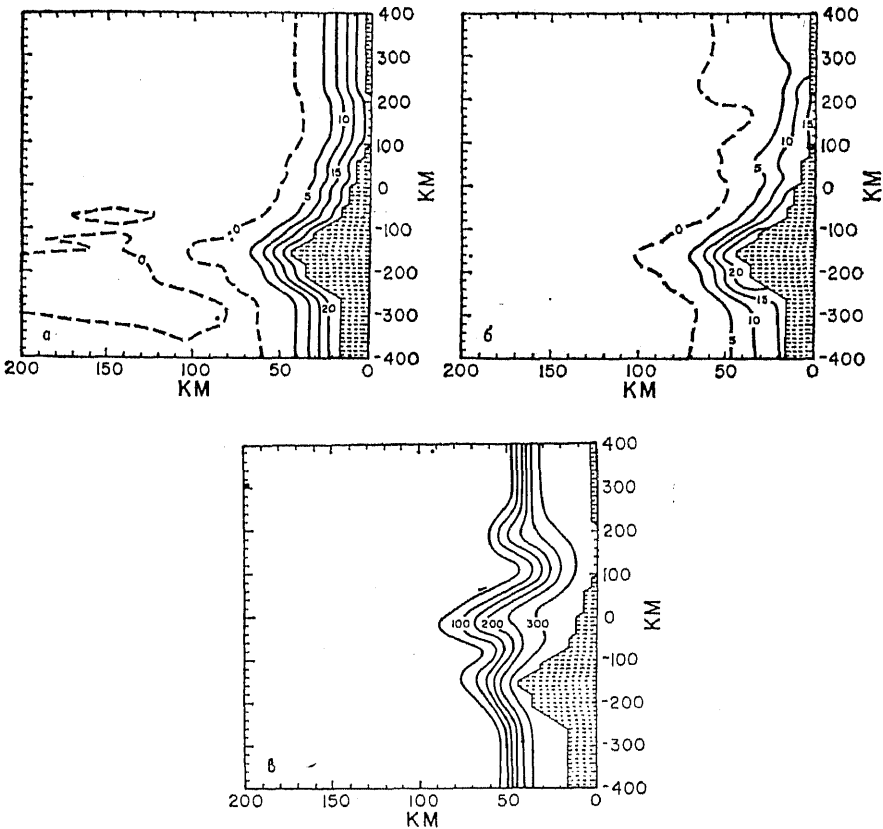


Рис. 10.25 (а) Отклонения пикноклина, воспроизведенные на 5-е сутки моделью океана постоянной глубины с учетом формы береговой линии, сходной с имеющейся в штате Орегон. Апвеллинг, создаваемый направленным к экватору ветром, оказывается слабо подверженным влиянию формы берега. (б) Соответствующая картина, когда учитывается модельное распределение рельефа шельфа (показано на рис. (в)) у побережья Орегона. При этом интенсивность апвеллинга обнаруживает значительную изменчивость вдоль линии берега. Эти результаты получены при численном интегрировании уравнений модели в работе [616, рис. 3б и 5].)

ходы между горами. Это создает чрезвычайно неоднородную картину распределения ветрового напряжения. Известен пример явления в заливе Тегуантапе (около  $15^\circ$  с. ш.,  $95^\circ$  з. д.); так, Роден [680] показал, что холодные поверхностные температуры в заливе связаны с сильными северными ветрами, которые создают (благодаря дополнительному вихреобразованию вследствие влияния гор) вертикальные экмановские скорости порядка  $10$  м/сут (т. е.  $10^{-4}$  м/с).

## 10.14. ВОСТОЧНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

На широтах ниже  $45^\circ$  ветры у восточного побережья океанов направлены в основном к экватору [866]. Они должны приводить к формированию направленных к экватору течений, которые обычно и отмечаются при наблюдениях. Обзорные работы по этим течениям и связанным с ними районами апвеллинга выполнены Вустером и Рейдом [866] и Смитом [735]. Всегда, однако, необходимо иметь в виду, что на масштабах времени порядка нескольких суток имеется значительная изменчивость (см. рис. 10.14; *в*), формирующиеся фронты могут создавать тонкую пространственную структуру вод [43], и названные течения в различных сезонах могут сильно отличаться друг от друга (см., например, [867]).

Наиболее полно исследовано и описано в литературе течение у побережья штата Орегон. На рис. 10.26, *а* показаны поля плотности в этом районе на разрезе по  $44^\circ 33'$  с.ш. для двух экстремальных зим. Распределения плотности в течение других зим являются промежуточными. На рис. 10.26, *б* для того же разреза показаны два экстремальных летних распределения. Различия между зимними и летними распределениями значительно больше, чем между экстремальными распределениями в одном сезоне. Зимой легкая вода ( $\sigma_t < 25$ ) обнаруживается только в прибрежной зоне не далее 70 км от берега. Летом во время апвеллинга вода такой плотности находится далеко от берега, а непосредственно у берега расположена относительно более плотная вода ( $\sigma_t \approx 26,5$ ). Соответствующие течения в верхнем стометровом слое воды на  $44^\circ 45'$  с.ш. для одного отдельно взятого года показаны на рис. 10.26, *в*. Зимой течения направлены на юг, причем скорости у поверхности превосходят скорости на глубинах. Сезонные колебания скорости имеют амплитуду около 20 см/с, соответствующую горизонтальным смещениям изолиний плотности порядка 1000 км. Таким образом, в конце лета в прибрежном течении могут встречаться воды с параллели  $55^\circ$  с.ш., а в конце зимы — воды с широты  $35^\circ$ . Поэтому очевидно, что контраст между свойствами водных масс в различных сезонах довольно велик [367]. Прибрежный экмановский перенос, который, по-видимому, является основным источником сезонных колебаний, показан на рис. 10.26 в виде функции широты и времени года. Отметим, что на широте  $45^\circ$  осредненное течение направлено к югу, в то время как ветер в этом месте дует на север. Однако несколькими градусами южнее средний ветер все же приобретает направление на юг.

То обстоятельство, что сезонные колебания прибрежного течения выражены только у берега и слабо связаны с процессами в удаленных от берега районах, иллюстрирует рис. 10.27. Пер-

вая его часть (а) показывает изменения январских динамических высот на различных горизонтах по данным расчетов [660], а часть (б) содержит аналогичные данные для лета (июля). Изменения динамических высот у берега в течение года хорошо согласуются с наблюдениями изменений уровня моря (рис. 10.27, в). Как видно из частей (а) и (б) рисунка, область резких изменений динамических высот ограничена двухсоткилометровой прибрежной полосой и, возможно, связана с шириной материкового склона. Сравнение сезонных изменений динамических высот на различных расстояниях от берега подтверждает этот вывод и указывает, что изменения уменьшаются практически до нуля на расстоянии порядка 80 км и сильно отличаются по фазе на расстояниях порядка 300 км. Заметим, что, поскольку течения определяются градиентом динамической глубины, пограничные течения должны иметь ширину порядка 200 км и менять свое направление каждый сезон.

Полная теория восточных пограничных течений до сих пор не разработана. Однако ряд вопросов был все же исследован, и далее мы приводим краткую сводку полученных результатов.

(а) Основной механизм формирования этих течений — *ветровой экмановский перенос*. Его природа охарактеризована в разд. 10.11. Рисунок 10.26, г, например, показывает, что у берегов штата Орегон мегатонны вод (в перерасчете на один метр береговой линии) переносятся летом в сторону открытого океана, а зимой к берегу. От берега уносится легкая поверхностная вода, что позволяет подняться на поверхность плотным водам с нижних уровней, как видно на рис. 10.26, а, б. Экмановская теория правильно предсказывает порядки объемов переносимых при этом вод. На рис. 10.27, а, б показана соответствующая перестройка поля давления. Она приводит к появлению вдольбереговых течений, находящихся в геострофическом равновесии с полем давления.

(б) Реакция *не является чисто локальной*, поскольку сигналы (скажем, подъем термоклина на отдельной широте за счет какого-либо механизма) переносятся к полюсу береговыми захваченными волнами, и термоклин должен будет приподниматься также во всех точках, находящихся полярнее широты сигнала. Этот вопрос был рассмотрен в разд. 10.11—10.13. Его анализ позволяет предложить возможное объяснение того обстоятельства, что средние течения у побережья штата Орегон совпадают по направлению не с местными локальными ветрами, а со средними ветрами в более южных районах.

(в) В разд. 10.7 был представлен пример другого нелокального эффекта теории пограничных течений, происходящего при установлении равновесия в канале. Этот пример подчеркивает *однонаправленность* распространения влияния сигнала, поскольку пограничное течение образовывалось только с одной стороны

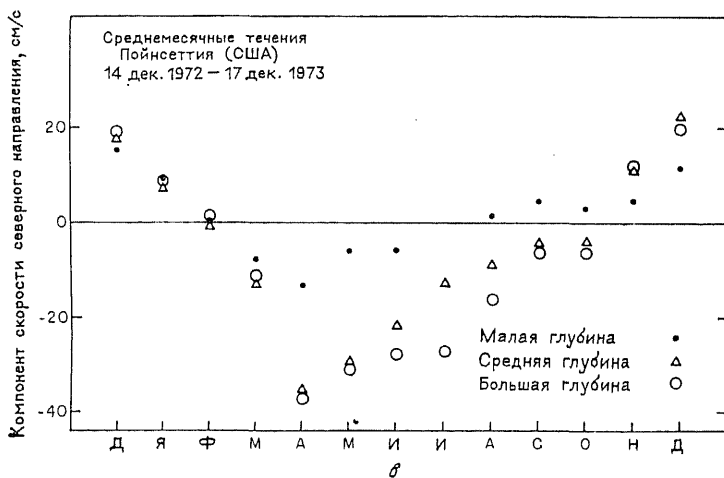
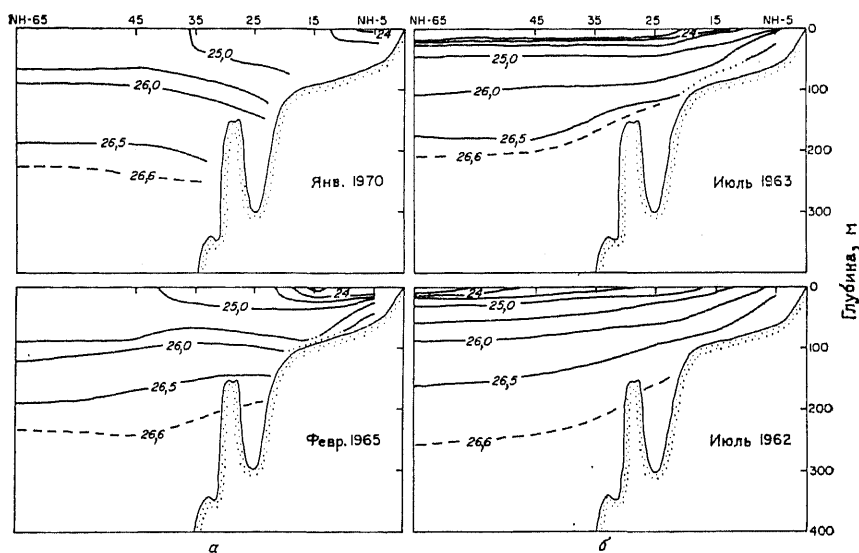


Рис. 10.26. Распределение плотности на разрезе по  $44^{\circ}39'$  с.ш. у побережья Орегона в течение двух экстремальных зимних (а) и двух экстремальных летних (б) периодов. Расстояние от берега дано в морских милях. [Из [367].] (в) Среднемесячные течения у Орегона на широте  $44^{\circ}45'$  с.ш. (глубина 100 м) на горизонте 25 м (○), промежуточной глубине 40 м (△) и глубине 80 м (●), т.е. в 20 м от дна. [Из [369].] (г) Экмановский перенос в сторону открытого океана на восточном берегу северной части Тихого океана как функция широты и времени года. [Из [37].]



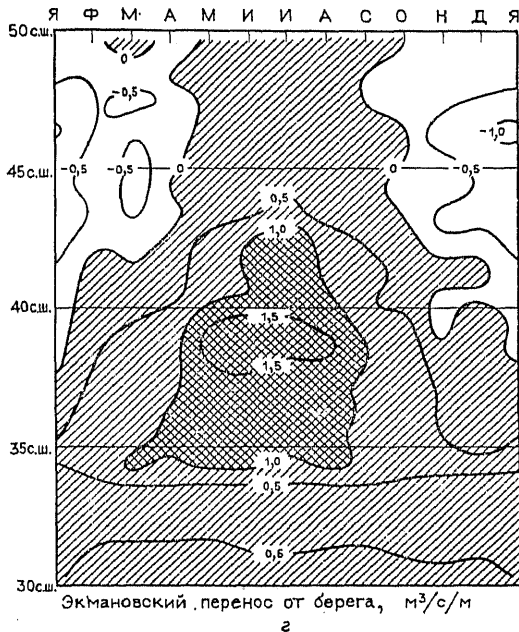


Рис. 10.26 (продолжение).

от начальной неоднородности. Он проявлялся также в численных экспериментах, в частности в работе [759].

(г) Предыдущий пример также указывает на другую форму вынуждающих сил — эффект плавучести. Например, если в некоторой точке побережья в океан впадает река и в него попадает определенный объем пресных вод, то это приводит к понижению термоклина в точке впадения реки, а также (из-за береговых волн) во всех точках, лежащих ближе к полюсу. Поскольку понижение термоклина у берега соответствует направленному к полюсу течению, оно формируется начиная с точки впадения.

(д) Описание эффектов плавучести в пункте (г) основано на линейном анализе уравнений динамики жидкости. Однако подобные черты имеются и у решения нелинейной задачи о растекании струи легкой жидкости, выпущенной в более тяжелую покоящуюся жидкость. Струя, выпущенная у восточного берега, отклоняется к полюсу и формирует направленное к полюсу пограничное течение. Примером такого явления служит Норвежское течение, которое создается пресным речным стоком [564]. При этом у берега образуется клин легких вод (он наблюдается, в частности, у побережья штата Орегон) и соответствующее геострофическое течение, направленное к полюсу. Лабораторные

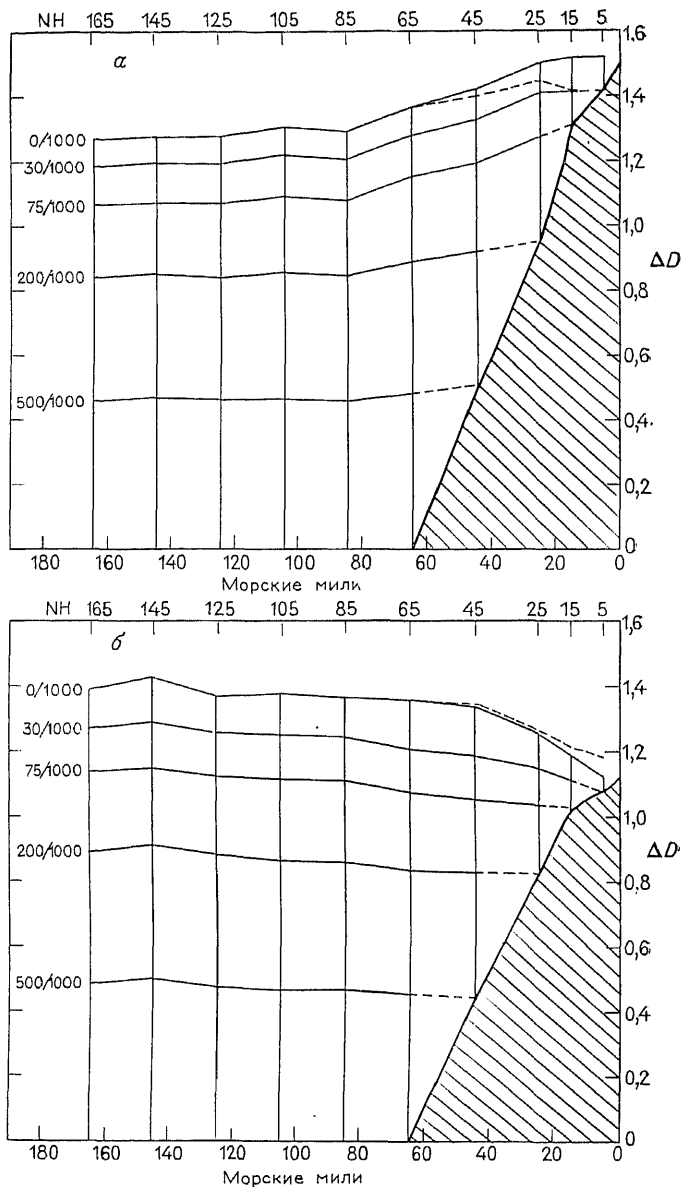
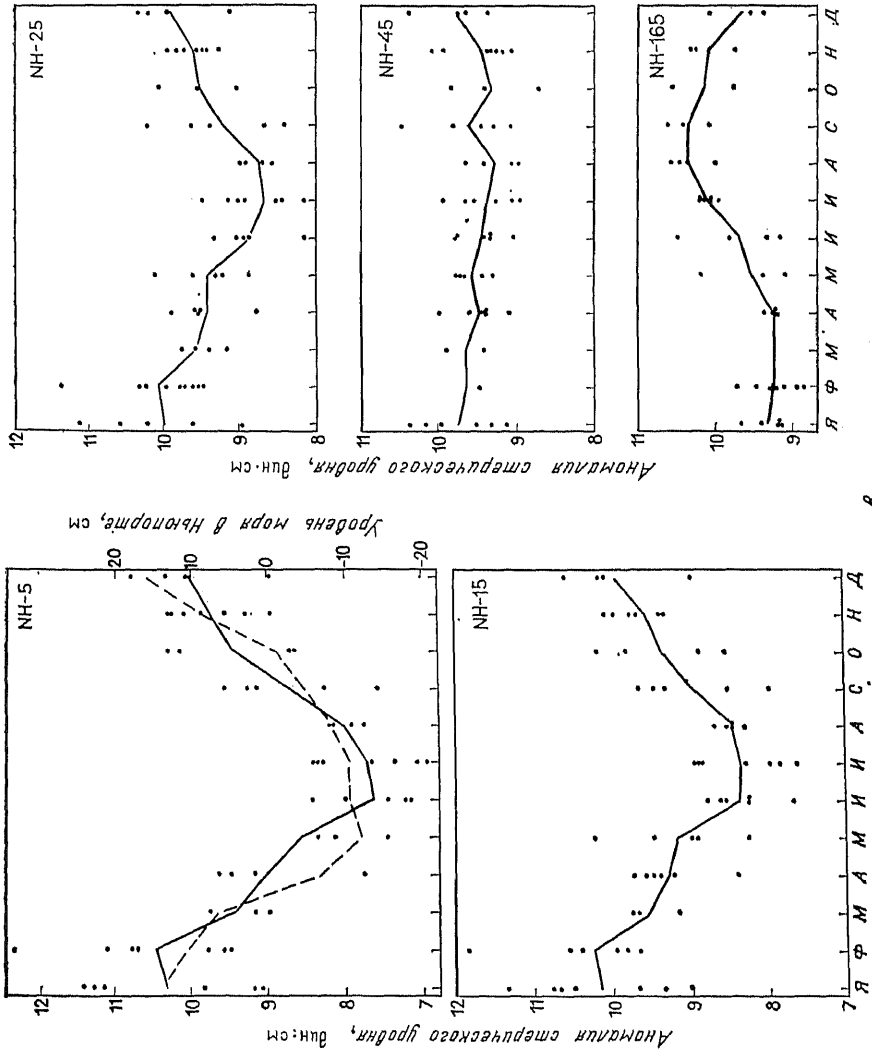


Рис. 10.27. Изменения динамической высоты (в динамических метрах) относительно поверхности 1000 дбар на разрезе по  $44^{\circ} 38'$  с. ш. у побережья штата Орегон в январе (а) и июле (б) 1966 года. (Из работы [660, рис. 4]). Над материковым склоном значения были проэкстраполированы. Расстояние выражено в морских милях (54 морских мили = 100 км), а номера станций соответствуют расстоянию от берега в морских милях. (в) Рассчитанные таким же методом сезонные изменения динамической высоты. Штриховыми линиями на первом рисунке показаны колебания уровня моря в зоне измерителя приливов. (Из [367].)



8

Рис. 10.27 (продолжение).

и численные модели этого процесса исследовались в работах [890, 194, 851]. Аналогичную структуру имеет также Восточно-гренландское течение, находящееся у западной границы [816].

(е) На очень сильные течения могут влиять также гидравлические эффекты, вызванные изменениями топографии шельфа. Теория этого вопроса обсуждалась в работах [243, 255].

(ж) Интенсивный апвеллинг может приводить к образованию резких поверхностных фронтов, сходных с теми, которые наблюдались авторами работы [43]. Модели этого явления предложены в статье [288]. Сугонихара [760] показал, что если формируется фронт, то может возникать и двухъячеичная циркуляция жидкости. Наблюдения, связанные с фронтами апвеллинга в озере Онтарио, были обсуждены в свете модели [153], основанной на простых предположениях.

(з) Перенос информации к полюсу волнами в действительности ограничен вследствие диссипативных эффектов. Это явление моделируется эмпирически путем введения диссипативного слагаемого вида (10.12.25). Радиус затухания представляет собой путь волны, проходимый ею за время затухания. Например, при временном масштабе затухания, равном 3 сут, и скорости волны 3 м/с получается расстояние около 1000 км.

(и) Важный диссипативный эффект, который оказывается более существенным в мелких районах, чем в глубоких, связан с придонным трением. Примером влияния придонного трения служит стационарное решение (10.12.26), показанное на рис. 10.20. Другой пример представляет собой источник, расположенный на шельфе [51]. Течение от источника создает вдольбереговой пограничный поток в направлении распространения шельфовых волн.

(к) Эффективным механизмом перемешивания в мелких водах может быть турбулентность в придонном потоке. Например, перемешивание в приливных потоках может сделать однородной по вертикали всю толщу вод (см., например, [730, 729]). Это является одной из причин отчетливых изменений структуры температуры и солености, которые очень часто обнаруживаются у кромки шельфа, т. е. именно в том месте, где происходит переход от шельфа с малыми изменениями глубин к достаточно крутому материковому склону. Другая причина связана с различной скоростью нагревания и охлаждения вод различной глубины. В простой модели [149] реакция шельфа и удаленных от берега областей рассматривалась так, как если бы на кромке шельфа имелась перегородка. Из-за разницы глубин в этих областях возникала различная структура. Далее эта воображаемая перегородка устранялась и происходило геострофическое приспособление. При этом устанавливалось распределение, близкое к наблюдаемому.

(л) Стационарные течения могут создаваться колеблющимися ветрами, даже если осредненное во времени значение ветра равно нулю. Этот механизм был исследован в работе [606] применительно к течениям озера Киннарет, которые образовывались бризовыми ветрами с суточным циклом.

(м) Размеры озер могут порождать характерные для каждого озера свойства. Так апвеллинг, возникший на одной стороне озера, может распространяться вокруг него в виде волны Кельвина. Численные модели озер обсуждаются, например, в работах [54, 728].

(н) Несмотря на то что многие свойства восточных пограничных течений полностью определяются реакцией океана на воздействия в пограничной области, некоторые из них зависят также от потоков в остальной части океана. В частности, свойства вод в пограничном течении зависят от характеристик океана в месте его зарождения.

(о) При обсуждении в целом не делалось никаких различий между восточными и западными пограничными течениями. Это было связано с тем, что вращение системы считалось однородным, а движение рассматривалось в виде малого отклонения от состояния покоя. На самом деле существуют два обстоятельства, указывающие на различия между этими течениями: кривизна Земли, которая приводит к изменению параметра Корнолиса с широтой (бета-эффект), и различия температур в тропиках и у полюсов, т. е. существование меридиональных осредненных градиентов. Влияние бета-эффекта, который будет рассматриваться в гл. 11—12, на восточные пограничные течения изучалось в работах [18, 362]. Основная причина существования различий между востоком и западом состоит в том, что кривизна Земли приводит к образованию такой формы волны (планетарной волны), которая переносит информацию *на запад*. Это означает, что состояние восточных пограничных водных масс слабо зависит от того, что происходит в центральных частях океанов, в то время как состояние западных пограничных водных масс в значительной степени определяется процессами в центральных частях океанов. В частности, основной движущей силой средней циркуляции на шельфе у западной границы является вдольбереговой градиент давления, который формируется как реакция на ветры в открытом океане (см. гл. 12). Обсуждение циркуляции на западном шельфе дано в работе [50].

(п) Существование планетарных волн играет весьма важную роль в формировании стационарной циркуляции у восточных границ. Это было продемонстрировано в линейной модели Маккриэри [502], в качестве вынуждающей силы в которой выступала меридиональная составляющая напряжений ветра  $Y_s$ , зависящая только от широты (расстояния  $y$  по меридиану). Маккриэри выбрал такие специальные формы записи членов,

характеризующих трение и диффузию, которые позволили ему использовать для изучения стационарных потоков в стратифицированном океане постоянной глубины аппарат нормальных мод. Для нескольких первых мод трение не было существенным, однако реакция не возрастала неограниченно, как это происходило в модели из разд. 10.11. Это объясняется излучением энергии в виде планетарных волн, подобных тем, которые исследовались в работе [18]. «Невязкое» решение уравнения (9.10.4) для  $n$ -ой моды имеет простой вид:

$$g \partial \tilde{\eta} / \partial y = \tilde{Y}_n. \quad (10.14.1)$$

Оно отражает равновесие напряжения ветра и градиента давления. Приведенное соотношение применимо, в частности, для линии берега. Любопытно отметить, что в работе [195] на эмпирической основе было показано, что формула

$$g \partial \eta / \partial y = Y_s / \rho_0 H^F \quad (10.14.2)$$

(см. (9.10.10)) позволяет рассчитывать как сезонные (оптимальное значение  $H^F = 157$  м), так и аномальные (оптимальное значение  $H^F = 383$ ) изменения уровня на тихоокеанском берегу США.

«Невязкое» стационарное решение соответствует отсутствию течений, но если трение принимается во внимание, то течения появляются. С ростом номера моды вплоть до  $n = 5$  или 6 течения становятся все более сильными. Для мод с большими номерами трение является доминирующим фактором. Соответствующее решение второго из уравнений (9.10.4) (при замене производной  $\partial/\partial t$  на коэффициент трения  $r_n$ ) выглядит особенно просто:

$$r_n \bar{v}_n = \tilde{Y}_n. \quad (10.14.3)$$

В то же время первое из этих уравнений сводится к геострофическому соотношению

$$f \bar{v}_n = g \partial \tilde{\eta}_n / \partial x. \quad (10.14.4)$$

Представленные зависимости, которые основаны на введении в модель эффектов трения, являются одним из вариантов решения, найденного в разд. 10.11 (при соответствующем выборе осей). При стремлении номера моды  $n$  к бесконечности течения становятся слабее, поскольку увеличивается трение. Таким образом, преобладающие в целом течения определяются промежуточными модами. При суммировании мод получается поверхностное течение, направленное к экватору, и противотечение полярного направления, которое при приближении к полюсам располагается все более глубоко. Эти результаты согласуются с наблюдениями. Апвеллинг оказывается интенсивным в области сильных ветров, однако занятая им область неглубока, и он заме-

няется начиная с глубин около 100 м на медленное опускание вод.

Аллен [11] дал обзор других моделей стационарной циркуляции. Отмечаются интересные эффекты, возникающие при учете рельефа дна на шельфе, особенно когда наклон дна резко возрастает при переходе шельфа в материковый склон (см. [380, 379]).

(р) Интересно отметить, что особые явления, наблюдающиеся в океане у восточной границы, оказывают существенное влияние на климат близкорасположенных районов. Это связано с тем, что апвеллинг приводит к значительному понижению температуры прибрежных вод по сравнению с ее среднеширотными значениями [735]. Например, средняя температура воздуха в Сан-Франциско не достигает максимального значения до сентября, месяца прекращения апвеллинга, в то время как в сотне миль от берега максимум температуры наблюдается в июле. Холодная вода у берега охлаждает воздух и увлажняет его, создавая невысокий устойчивый слой холодного влажного воздуха с расположенным над ним слоем низких слоистых облаков. Часто наблюдаются туманы, что может иметь большое значение для поддержания жизни в соседних пустынных районах. Апвеллинг может также влиять на морской бриз, переносящий холодный морской воздух на расстояние до 50 миль в сторону суши. Краткий обзор этих и других эффектов приведен в работе [735].

## Глава 11

# Тропики

### 11.1. ВВЕДЕНИЕ

Как подчеркивалось ранее, вращение Земли решающим образом влияет на то, как атмосфера и океан реагируют на различные внешние возмущения. Динамический эффект создается ускорением Кориолиса, которое равно произведению параметра Кориолиса на горизонтальную составляющую скорости, и поэтому процессы приспособления обладают особыми свойствами, когда параметр Кориолиса обращается в нуль. В гл. 10 было показано, что при равенстве нулю одной из составляющих (вдольбереговой) ускорения Кориолиса возникают заметные эффекты. Особенно важный из них — существование береговых захваченных волн, способных быстро распространяться вдоль береговой линии. В этой главе будут изучаться особенные классы движений, существующие в окрестности экватора, где оба компонента кориолисова ускорения в уравнениях мелкой воды равны нулю. Оказывается, что экваториальная зона, как и береговая полоса, также является волноводом.

Перед исследованием динамики тропической зоны выводятся уравнения мелкой воды на сфере (как это делал Лаплас двести лет тому назад). При этом уравнения будут содержать эффекты изменений параметра Кориолиса. Принцип сохранения потенциальной завихренности по-прежнему справедлив, хотя величина  $f/H = 2\Omega \sin \varphi/H$  для покоящейся жидкости не является постоянной (как в изучавшемся выше случае однородно вращающейся системы), а меняется по широте. Это имеет важные последствия для медленных процессов приспособления и для характера возможных состояний равновесия, проявляющиеся не только в тропиках, но и на других широтах.

Расчеты динамической реакции океана в экваториальной области выполняются не в сферических координатах, а с использованием специального приближения, так называемого приближения экваториальной бета-плоскости. В этом приближении параметр Кориолиса берется равным произведению некоторой константы ( $\beta$ ) на расстояние от экватора. Оно применимо ко всем тропикам, и следовательно, к значительной части поверхности Земли (половина ее поверхности лежит между параллелями  $30^\circ$ ).

В разд. 11.5 и 11.6 описаны различные типы волн, которые могут распространяться в экваториальном волноводе. Это эква-



торнальная волна Кельвина (названная так из-за сходства своей структуры со структурой береговой волны Кельвина) и экваториально захваченные гравитационные волны, которые служат аналогом волн Пуанкаре в однородно вращающейся системе. Имеется также новый важный класс волн со значительно более низкими частотами, называемых планетарными волнами. Их существование связано с изменениями невозмущенной потенциальной завихренности, и поэтому они встречаются на всех широтах. Однако траектории, вдоль которых они распространяются, изгибаются, как и траектории гравитационных волн, из-за изменения параметра Кориолиса с широтой. Именно этот изгиб и приводит к сосредоточению волн в области экваториального волновода.

Особенная природа медленного (т. е. с масштабом времени, превосходящим инерционный период) приспособления во вращающейся жидкости уже отмечалась в предыдущих главах. Оказывается, что для этого медленного процесса существенными являются изменения параметра Кориолиса с широтой. В разд. 11.8 рассматриваются приближения, которые можно использовать при его изучении. Поскольку при этом жидкость находится в состоянии, близком к геострофическому равновесию, движение называется квазигеострофическим. Вместе с тем характер приспособления может быть связан и с отклонениями от геострофичности. Очевидно, что этот тип движений важен, поскольку происходящие отсюда изменения распределений давления и скорости в атмосфере и океане преимущественно относятся к этой категории.

В разд. 11.10 изучаются свойства вертикально распространяющихся экваториально захваченных волн и приводятся ссылки на некоторые результаты их наблюдений в атмосфере и океане. Оказывается, что указанные волны могут играть существенную роль в динамике экваториальной зоны, например, ускоряя осредненные течения в стратосфере там, где происходит поглощение волн.

Приложения волновых решений к задаче о приспособлении рассматриваются начиная с разд. 11.11, в котором подчеркивается особая роль свободных волн. Например, изменения ветра в одной части экваториального океана (скажем, в западной части Тихого океана) могут создавать экваториальные волны, приводящие к изменениям в удаленных местах (в восточной части Тихого океана и у берегов Перу). Эти процессы могут лежать в основе некоторых изменений в Тихом океане, существенно влияющих на рыболовство у берегов Перу и на климат. С помощью других решений можно рассмотреть формирование под действием ветра экваториального противотечения и Сомалийского течения. Аналогично колебания интенсивности источников тепла в тропосфере, связанные с колебаниями облачности, могут по-

рождать волны, которые одновременно высоко распространяются в стратосфере и огибают Землю.

Стационарные вынужденные решения рассматриваются в разд. 11.13 и 11.14, начиная с уравнения потенциальной завихренности для идеальной жидкости. Оно показывает, что при отсутствии трения растягивающиеся вихревые линии смещаются к полюсу. Растяжение в атмосфере может быть вызвано нагревом, в то время как в океане его основной причиной служит экмановская подкачка. Если ее связать с распределением напряжения ветра, то в результате получается важное соотношение, известное как уравнение Свердрупа. Оно устанавливает, что перенос вод к северу вызывается положительным вихрем напряжения ветра.

В разд. 11.14 ищутся решения в случае слабого трения. Их можно использовать для моделирования многих наблюдаемых свойств тропической атмосферы и океана. Простые решения можно найти, например, для варианта, когда нагрев сосредоточен в отдельном районе около экватора. В самой области нагрева в нижней тропосфере в соответствии с уравнением потенциальной завихренности возникает течение в сторону полюса. К востоку от этой зоны волны Кельвина, выходящие из зоны нагрева, формируют восточные пассаты. Это течение параллельно экватору, и поэтому для того, чтобы сбалансировать направленные к полюсу движения в участке нагрева, в его западной части должны возникать движения в сторону экватора. По этой причине на западном фланге области притока тепла формируется циклоническая циркуляция. В западной части зоны нагрева также возникают западные ветры, являющиеся реакцией типа планетарных волн. Реакция океана на ветровое воздействие может быть рассмотрена аналогичным образом.

В заключение приводятся два описательных раздела, касающиеся тропических циркуляций атмосферы и океана и их изменчивости. Отдельные аспекты этих циркуляций уже затрагивались в предыдущих разделах в связи с приложениями модельных результатов, однако они не давали цельного представления, что и послужило причиной появления двух последних обобщающих разделов.

## **11.2. ЭФФЕКТЫ КРИВИЗНЫ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ — УРАВНЕНИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ НА СФЕРЕ**

В предыдущих разделах влияние вращения Земли было ограничено случаем, когда кривизна Земли не учитывалась, т. е. считалось, что горизонталь совпадает с плоской поверхностью, расположенной по отношению к вектору угловой скорости вращения под фиксированным углом. Полученные при таких предположениях решения можно использовать для моделирования

явлений на вращающейся Земле только при выполнении определенных условий, рассмотренных в разд. 7.4. Однако при малых частотах эффекты кривизны Земли могут быть очень существенными. Эти эффекты, а также условия, при которых они оказываются важными, будут рассмотрены в этой и последующих главах.

Рассмотрим сначала, следуя Лапласу, уравнения движения для слоя мелкой воды на сфере. Вертикальными движениями пренебрегаем и записываем уравнения для горизонтальных составляющих скорости (4.12.14) и (4.12.15) без учета силы трения:

$$\frac{Du}{Dt} - \left(2\Omega + \frac{u}{r \cos \varphi}\right) v \sin \varphi = - \frac{1}{\rho r \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda}, \quad (11.2.1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + \left(2\Omega + \frac{u}{r \cos \varphi}\right) u \sin \varphi = - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad (11.2.2)$$

где  $\lambda$  — долгота,  $\varphi$  — широта,  $r$  — радиальная координата. Полная производная по времени,  $D/Dt$ , соответствует случаю только горизонтальных движений (вертикальными движениями пренебрегаем), и (4.12.9) дает

$$\frac{D}{Dt} = \frac{D_H}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}. \quad (11.2.3)$$

Кроме того, поскольку мы рассматриваем движения мелкой воды, в правых частях (11.2.1) и (11.2.2)  $p$  можно заменить на  $\rho g \eta$ . Уравнение неразрывности (см. (5.6.7)) с учетом того, что оператор дивергенции имеет вид (4.12.10), записывается так:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{r \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} [(H + \eta) u] + \frac{\partial}{\partial \varphi} [(H + \eta) v \cos \varphi] \right\} = 0. \quad (11.2.4)$$

Эта система уравнений отличается от выведенной Лапласом лишь тем, что приливообразующие силы здесь отсутствуют. Из-за малой толщины слоя воды  $r$  можно считать постоянной, равной радиусу Земли.

Для малых отклонений от состояния покоя применима линеаризованная версия этих уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \varphi v = - r^{-1} g \sec \varphi \frac{\partial \eta}{\partial \lambda}, \quad (11.2.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \varphi u = - r^{-1} g \frac{\partial \eta}{\partial \varphi}, \quad (11.2.6)$$

$$r \cos \varphi \frac{\partial \eta}{\partial t} + \partial (Hu) / \partial \lambda + \partial (Hv \cos \varphi) / \partial \varphi = 0. \quad (11.2.7)$$

Если снова повторить преобразования, использованные при выводе уравнения (7.2.4) для случая постоянной глубины, то появятся дополнительные слагаемые. Преобразования состоят в применении операции дивергенции к уравнениям горизонтального движения (11.2.5) и (11.2.6) и подстановке выражения для

дивергенции из (11.2.7). При этом получается

$$\partial^2 \eta / \partial t^2 - c^2 \Delta \eta + f H \zeta - \beta H u = 0. \quad (11.2.8)$$

Здесь  $c^2 = gH$ , как и ранее,

$$f = 2\Omega \sin \varphi, \quad (11.2.9)$$

$$\beta = r^{-1} df/d\varphi = 2\Omega \cos \varphi / r, \quad (11.2.10)$$

вертикальная составляющая завихренности  $\zeta$  определяется из соотношения

$$r \cos \varphi \zeta = \partial v / \partial \lambda - \partial (u \cos \varphi) / \partial \varphi, \quad (11.2.11)$$

а  $\Delta$  — лапласиан, который в данном случае берется по горизонтальным переменным (изменения по глубине отсутствуют), т. е. (см. 4.12.20))

$$\Delta = \Delta_H \equiv \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{r^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \quad (11.2.12)$$

Параметр Кориолиса  $f$  определен как в (7.4.1), но его производная  $\beta$  по направлению на север теперь входит в уравнение 11.2.8, что и позволяет учесть эффекты кривизны Земли.

Следующим шагом, следуя разд. 7.2, будет вывод уравнения завихренности (7.2.7). Для этого к уравнениям (11.2.5) и (11.2.6) применим операцию вихря, что дает

$$\partial \zeta / \partial t + r^{-1} f \sec \varphi (\partial u / \partial \lambda + \partial (v \cos \varphi) / \partial \varphi) + \beta v = 0. \quad (11.2.13)$$

В этом уравнении влияние кривизны Земли также учтено посредством  $\beta$ -слагаемого. При подстановке выражения (11.2.7) для дивергенции горизонтальной скорости получается уравнение потенциальной завихренности

$$\partial (\zeta - f \eta / H) / \partial t + \beta v = 0, \quad (11.2.14)$$

которое также содержит  $\beta$ . Как будет показано в следующем разделе, это выражение также является возмущением уравнения (7.10.9).

Методы решения этих уравнений на сфере или полусфере обсуждены в работах [481, 482]. Для приливов были найдены численные решения, включающие приливообразующие силы, изменение глубины и сложную форму океанов [320]. Однако подходящие приближения можно сделать для всех движений, кроме тех, масштабы которых сравнимы с радиусом Земли. Для того чтобы понять природу существующих движений, полезно сосредоточить внимание на тех из них, которые имеют масштаб, меньший, чем радиус Земли. При этом удается воспользоваться всеми возможными приближениями. Сначала будут рассмотрены волны, энергия которых в основном сосредоточена в тропиках.

Однако перед этим обсудим уравнение потенциальной завихренности для мелкого однородного океана, используя полные сферические полярные координаты.

### 11.3. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЗАВИХРЕННОСТЬ ДЛЯ МЕЛКОГО ОДНОРОДНОГО СЛОЯ

Уравнение потенциальной завихренности для мелкого слоя однородной жидкости было выведено в разд. 7.10. Запись этого уравнения в виде (7.10.7) отражает связь растяжения вихревых нитей и горизонтальной дивергенции. Она справедлива вне зависимости от того, является ли  $f$  постоянным или меняется, в том числе при записи уравнения на сфере. То же верно и для уравнения неразрывности (7.10.8) и, следовательно, для уравнения потенциальной завихренности (7.10.9), являющегося формой записи теоремы Гельмгольца о вихревых нитях. В полярных координатах уравнение имеет вид

$$D_H Q / Dt = 0, \quad (11.3.1)$$

где оператор  $D_H / Dt$  определяется по (11.2.3), а функция  $Q$  — с помощью (7.10.10), т. е.

$$Q = (f + \zeta) / (H + \eta) = (2\Omega \sin \varphi + \zeta) / (H + \eta). \quad (11.3.2)$$

Вывод этого уравнения в полярных координатах предоставляется читателю в качестве упражнения.

Для обсуждения малых отклонений от состояния покоя функцию  $Q$  можно представить в виде суммы членов различного порядка. Слагаемое нулевого порядка равно

$$\bar{Q} = 2\Omega \sin \varphi / H \equiv f / H, \quad (11.3.3)$$

а слагаемое первого порядка

$$Q' = \zeta / H - 2\Omega \sin \varphi \eta / H^2. \quad (11.3.4)$$

Уравнение для возмущения первого порядка можно при этом записать в виде

$$\frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \varphi} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \varphi} = 0. \quad (11.3.5)$$

В предыдущих главах внимание почти всегда было сосредоточено на *весьма частном случае*, когда  $\bar{Q}$  было постоянным. Тогда (11.3.5) сводится к  $\partial Q' / \partial t = 0$ , т. е. в каждой точке  $Q'$  имеет фиксированное значение, определяемое соотношением (7.2.10), что было использовано в гл. 7. Однако в том случае, когда учитывается кривизна Земли, т. е. параметр  $f$ , определяемый формулой (11.2.9), меняется с широтой, этот результат уже неверен. Это же можно утверждать и для случая однородного океана переменной глубины, даже при постоянном  $f$ .

В результате свойства жидкой среды уже нельзя считать не зависящими от направления, поскольку теперь имеется *выделенное направление*, определяемое изолиниями  $\bar{Q}$ . В случае стационарного течения уравнение (11.3.5) показывает, что течение должно быть направлено по изолиниям  $\bar{Q}$ . Это обнаружил в 1897 г. Хаф [357]. Для океана постоянной глубины изолинии  $\bar{Q}$  совпадают с широтными кругами.

В задаче о шельфовых волнах был уже рассмотрен один случай непостоянства  $\bar{Q}$  (разд. 10.12). Было показано, как волны низкой частоты могут распространяться вдоль изолиний  $\bar{Q}$ . Далее можно будет убедиться в том, что аналогичный эффект будет характерен для случая, когда глубина  $H$  постоянна, а  $f$  переменна.

#### 11.4. ЭКВАТОРИАЛЬНАЯ БЕТА-ПЛОСКОСТЬ

Для движений в окрестности экватора можно применить приближение

$$\sin \varphi \approx \varphi, \quad \cos \varphi \approx 1. \quad (11.4.1)$$

Оно дает так называемое приближение экваториальной  $\beta$ -плоскости. Половина поверхности Земли заключена между широтами  $30^\circ$ , и максимальная ошибка в этой полосе широт составляет только 14 %. В рамках этого приближения  $\beta$  является константой, определяемой формулой

$$\beta = 2\Omega/r = 2,3 \times 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}, \quad (11.4.2)$$

а

$$\dot{f} = \beta y, \quad (11.4.3)$$

где

$$y = r\varphi \quad (11.4.4)$$

— это расстояние от экватора в направлении на север. Вместо долготы  $\lambda$  используется расстояние от выбранной точки, измеренное в сторону востока:

$$x = r\lambda.$$

При этом линейные уравнения (11.2.5)—(11.2.7) принимают вид

$$\partial u / \partial t - \beta y v = -g \partial \eta / \partial x, \quad (11.4.5)$$

$$\partial v / \partial t + \beta y u = -g \partial \eta / \partial y, \quad (11.4.6)$$

$$\partial \eta / \partial t + \partial (Hu) / \partial x + \partial (Hv) / \partial y = 0. \quad (11.4.7)$$

Выведенное ранее при постоянной  $H$  уравнение (11.2.8) сохраняет свою форму. Параметр  $f$  в нем теперь определяется по (11.4.3), а

$$\zeta = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y. \quad (11.4.8)$$

Аналогично, лапласиан записывается обычным образом в декартовых координатах. Выведенное ранее уравнение потенциальной завихренности (11.2.14) также не меняется за исключением того, что  $f$  и  $\beta$  теперь записываются в экваториальном приближении. То обстоятельство, что полученное уравнение, равно как и исходная система, могут быть выведены из полных уравнений простым использованием приближения (11.4.1), подтверждает, что содержащиеся в них ошибки не превосходят непосредственных ошибок этого приближения.

Уравнение для одной переменной  $v$  может быть получено сложением  $-(\beta y/c^2) \partial/\partial t$  от (11.4.5),  $(1/c^2) \partial^2/\partial t^2$  от (11.4.6),  $-(1/H) \partial^2/\partial y \partial t$  от (11.4.7) и  $-\partial/\partial x$  от (11.2.14). В результате при постоянной  $H$  получается

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + f^2 v \right) - \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right\} - \beta \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (11.4.9)$$

Отличия от уравнения (7.2.13) в приближении  $f$ -плоскости заключаются в том, что  $f$  теперь определяется по (11.4.3), и уравнение содержит член с  $\beta$ .

Поскольку далее нам будет необходимо рассмотреть *вынужденные* движения на экваториальной  $\beta$ -плоскости, желательно перед рассмотрением других форм этих уравнений добавить в них члены, характеризующие вынуждающие силы. Тогда можно будет представить себе ту форму, с которой они входят в выведенные уравнения. «Вынужденные» уравнения (11.4.5) — (11.4.7) имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{X}{\rho H}, \quad (11.4.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{Y}{\rho H}, \quad (11.4.11)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Hu) + \frac{\partial}{\partial y} (Hv) = -\frac{E}{\rho}. \quad (11.4.12)$$

Обозначения соответствуют использованным в формулах (9.9.10) и (9.9.15), т. е.  $(X, Y)$  можно рассматривать как поверхностное напряжение, а  $E$  как интенсивность испарения. Однако функциям  $X$ ,  $Y$  и  $E$  можно давать и более широкую интерпретацию, поскольку с помощью приведенных уравнений можно исследовать *любые* вынуждающие силы.

При учете вынуждающих сил в случае постоянной глубины  $H$  уравнение для потенциальной завихренности, получающееся сложением  $\partial/\partial x$  от (11.4.11) с  $-\partial/\partial y$  от (11.4.10) и с произведением уравнения (11.4.2) на  $-\beta y/H$ , имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \zeta - \frac{f}{H} \eta \right) + \beta v = \frac{1}{\rho H} \left( \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} + fE \right). \quad (11.4.13)$$

Используя его вместо (11.2.14), получаем аналог уравнения (11.4.9), содержащий вынуждающие силы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + f^2 v \right) - \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right\} - \beta \frac{\partial v}{\partial x} = \\ = \frac{1}{\rho H} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial Y}{\partial t} - fX \right) + \frac{\partial E}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} + fE \right) \right\}. \end{aligned} \quad (11.4.14)$$

Уравнение (11.4.14) записано для одной переменной  $v$ . Оно достаточно просто, и его можно решить. Однако для того, чтобы связать переменную  $v$  с другими, предпочтительнее работать не с переменными  $u$  и  $v$ , а с  $q$  и  $r$  [251], определяемыми формулами (10.7.9) и (10.7.10):

$$q = g\eta/c + u \equiv (g/H)^{1/2} \eta + u, \quad (11.4.15)$$

$$r = g\eta/c - u \equiv (g/H)^{1/2} \eta - u. \quad (11.4.16)$$

Уравнения, связывающие между собой  $v$  и  $q$  и  $v$  и  $r$ , очень похожи на те, которые были получены для волн в канале в разд. 10.7. Во-первых, складывая с уравнением (11.4.10) и вычитая из него произведение  $g/c$  на (11.4.12), получим (сравнить с (10.7.11) и (10.7.12)):

$$\frac{\partial q}{\partial t} + c \frac{\partial q}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial y} - \beta yv = \frac{1}{\rho H} (X - cE), \quad (11.4.17)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} - c \frac{\partial r}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial y} + \beta yv = -\frac{1}{\rho H} (X + cE). \quad (11.4.18)$$

Два других уравнения, связывающие  $q$  с  $v$  и  $r$  с  $v$ , представляют собой разность и сумму производной по времени от (11.4.11) и уравнения (11.4.13), умноженного на  $c$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( c \frac{\partial q}{\partial t} + \beta yq + \frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \beta cv = \\ = \frac{1}{\rho H} \left\{ \frac{\partial Y}{\partial t} - c \left( \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} + fE \right) \right\}, \end{aligned} \quad (11.4.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( c \frac{\partial r}{\partial t} - \beta yr + \frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \beta cv = \\ = \frac{1}{\rho H} \left\{ \frac{\partial Y}{\partial t} + c \left( \frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x} + fE \right) \right\}. \end{aligned} \quad (11.4.20)$$

Несмотря на то что два последних уравнения связывают переменную  $v$  последовательно с  $q$  и  $r$ , как это и требуется, некоторая дополнительная информация может быть получена при взятии производной по времени от уравнения (11.4.11), что дает

$$\left( c \frac{\partial q}{\partial y} + \beta yq \right) + \left( c \frac{\partial r}{\partial y} - \beta yr \right) + 2 \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{2Y}{\rho H}. \quad (11.4.21)$$



Причина, по которой эти частные формы записи уравнения полезны, станет очевидной позднее. Смысл их вывода тот же, что и в задаче о течениях в канале. Действительно, приведенные выше уравнения идентичны соответствующим уравнениям для канала, за исключением последнего члена в (11.4.19) и (11.4.20), включающего  $\beta$ , и того обстоятельства, что  $f$  равняется  $\beta y$ .

### 11.5. ЭКВАТОРИАЛЬНАЯ ВОЛНА КЕЛЬВИНА

Очень важное свойство экваториальной зоны состоит в том, что она выступает в качестве волновода, т. е. возмущения захватываются в окрестности экватора. Эта идея была, по-видимому, впервые высказана в 1959 г. Есидой — см. [530]. Наиболее просто продемонстрировать эту особенность экватора можно с помощью модели экваториальной волны Кельвина. Свое название она получила из-за большого сходства с береговой захваченной волной Кельвина, изучавшейся в разд. 10.4. Как и в случае береговой волны, движение происходит только в одном направлении, параллельно экватору. При этом уравнения (11.4.5) и (11.4.7) дают

$$\partial u / \partial t = -g \partial \eta / \partial x, \quad \partial \eta / \partial t + H \partial u / \partial x = 0. \quad (11.5.1)$$

Эти соотношения совпадают с (10.4.1) и (10.4.2) для береговой волны Кельвина. Поэтому решение, как и в случае береговой волны, имеет форму (10.4.3). В каждой плоскости  $y = \text{const}$  движение полностью совпадает с тем, которое было бы при отсутствии вращения.

Поскольку соотношение (10.4.4) (при  $f = \beta y$ ) требует выполнения условия геострофического равновесия между зональной скоростью и меридиональным градиентом давления, можно сказать, что эффекты вращения не позволяют движениям в разных плоскостях  $y = \text{const}$  не зависеть друг от друга. Подстановка (10.4.3) в (10.4.4) дает по-прежнему (10.4.5), но теперь при  $f = \beta y$ . Необходимо найти решение, затухающее при  $y \rightarrow \pm \infty$ . Оно представляется функцией  $G'$  и удовлетворяет уравнению

$$\partial G' / \partial y = -(\beta y / c) G', \quad (11.5.2)$$

где  $c = \sqrt{gH}$ . Решение (см. (10.4.6)) имеет вид

$$G' = \exp\left(-\frac{1}{2} \beta y^2 / c\right) G(x - ct), \quad (11.5.3)$$

Для него характерно затухание возмущения на расстояниях порядка  $a_e$ , где  $a_e$ , определяемое формулой

$$a_e = (c / (2\beta))^{1/2}, \quad (11.5.4)$$

называется из-за своей связи с масштабом затухания в случае  $f$ -плоскости экваториальным радиусом деформации [251]. (От-

метим, что в соответствии с формулой (11.6.4) из разд. 11.6 в выражении (11.5.4) имеется множитель 2.)

Полное решение для волны Кельвина ((см. 10.4.3) и (11.5.3)) имеет вид

$$\begin{aligned}\eta &= \exp\left(-\frac{1}{2}\beta y^2/c\right) G(x-ct), \\ u &= (g/c)\exp\left(-\frac{1}{2}\beta y^2/c\right) G(x-ct), \\ v &= 0.\end{aligned}\tag{11.5.5}$$

Кроме того, следуя (11.4.16), имеем  $r=0$  и, в соответствии с (11.4.15),  $q=2u$ . (Решение показано на рис. 11.2, а.)

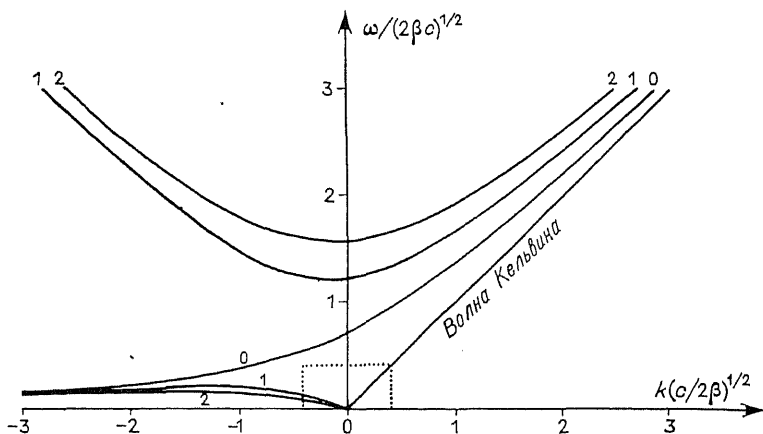


Рис. 11.1. Дисперсионные кривые экваториальных волн. По вертикальной оси отложена частота в  $(2\beta c)^{1/2}$ , по горизонтальной оси — волновые числа в  $(2\beta/c)^{1/2}$ . Кривая с индексом «0» соответствует смешанной планетарно-гравитационной волне. Верхние кривые 1 и 2 относятся к двум первым гравитационным волновым модам, а две нижние кривые — двум первым планетарным волновым модам. (Воспроизведено из книги «Numerical Models of Ocean Circulation», 1975, с разрешения Национальной академии наук, Вашингтон.)

Величина экваториального радиуса Россби для баротропных волн в океане ( $c \approx 200$  м/с) имеет порядок 2000 км, так что теория захваченных волн может лишь с большой натяжкой согласоваться с приближением экваториальной  $\beta$ -плоскости. Однако, как будет показано далее (разд. 11.9), этот способ исследования уместен для бароклиных волн и в атмосфере, и в океане.  $H$  при этом интерпретируется как эквивалентная глубина. Типичные для атмосферы значения  $c = (gH)^{1/2}$  равны 20—80 м/с, что дает экваториальный радиус Россби в пределах от 6 до 12 градусов широты (650—1300 км). Для бароклиных волн в океане типичные значения  $c$  находятся между 0,5 и

3 м/с. При этом экваториальный радиус Россби равен 100—250 км.

Уравнение (11.5.3) показывает, что экваториальные волны Кельвина движутся *на восток* с постоянной скоростью  $c$  (как и в случае без вращения) и не испытывают дисперсии. Дисперсионное отношение между частотой  $\omega$  и зональным волновым числом  $k$  имеет простой вид (10.4.9), т. е.

$$\omega = kc. \quad (11.5.6)$$

(Эта кривая показана на общей дисперсионной диаграмме для экваториальных волн на рис. 11.1.) Для первой бароклинной моды в океане типичное значение  $c$  равно 2,8 м/с [876]. Таким образом, волне Кельвина для пересечения Тихого океана от Новой Гвинеи до Южной Америки необходимо около 2 месяцев. Для более высоких номеров мод в океане и тех волн, которые наблюдаются в атмосфере, скорости распространения становятся сравнимыми со скоростями течений. В этих случаях волновой анализ применим, лишь если среднее течение мало меняется на расстояниях порядка длины волны (см. разд. 8.12); при этом  $\omega$  в (11.5.6) интерпретируется как собственная (внутренняя) частота, или частота с учетом доплеровского сдвига  $\hat{\omega}$ , определяемая формулой (8.12.29).

## 11.6. ДРУГИЕ ЭКВАТОРИАЛЬНО ЗАХВАЧЕННЫЕ ВОЛНЫ

Кроме волны Кельвина существует также бесконечный набор экваториальных захваченных волн с масштабom захвата того же порядка, что и у волн Кельвина, т. е. равным экваториальному радиусу Россби (см. формулу (11.5.4)). Свойства этих волн были впервые детально рассмотрены в работах [530, 69]. Их можно исследовать, отыскивая решения, пропорциональные  $\exp(ikx - i\omega t)$ . При этом (11.4.9) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2v}{dy^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} - \frac{\beta^2 y^2}{c^2} \right) v = 0. \quad (11.6.1)$$

Затухающие при  $y \rightarrow \pm \infty$  решения хорошо известны и даются (после взятия вещественной части) формулой

$$\begin{aligned} v &= D_n((2\beta/c)^{1/2} y) \cos(kx - \omega t) = \\ &= 2^{-n/2} H_n((\beta/c)^{1/2} y) \exp(-\beta y^2/2c) \cos(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (11.6.2)$$

где  $D_n$  — функция параболического цилиндра порядка  $n$ , а  $H_n$  — полином Эрмита порядка  $n$  ([196, гл. 8 и 10]). Соответствующим дисперсионным соотношением является

$$(\omega/c)^2 - k^2 - \beta k/\omega = (2n + 1)\beta/c, \quad (11.6.3)$$

и его кривые показаны вместе с кривой волны Кельвина на рис. 11.1.

Выражения для других переменных  $q$  и  $r$  можно получить с помощью (11.4.17), (11.4.18) и соотношений

$$\left(d/d\xi + \frac{1}{2}\xi\right) D_m = mD_{m-1}, \quad \left(d/d\xi - \frac{1}{2}\xi\right) D_m = -D_{m+1}, \quad (11.6.4)$$

выполняющихся для функций параболического цилиндра. В результате, используя равенство  $\xi = (2\beta/c)^{1/2}y$ , имеем

$$q = (ck - \omega)^{-1} (2\beta c)^{1/2} D_{n+1} ((2\beta/c)^{1/2} y) \sin(kx - \omega t), \quad (11.6.5)$$

$$r = (ck + \omega)^{-1} (2\beta c)^{1/2} n D_{n-1} ((2\beta/c)^{1/2} y) \sin(kx - \omega t). \quad (11.6.6)$$

Соответствующие выражения для  $u$  и  $\eta$  вытекают из определений (11.4.15) и (11.4.16).

При  $n \geq 1$  волны подразделяются на два класса. Для верхних ветвей слагаемое  $\beta k/\omega$  в (11.6.3) оказывается малым, и дисперсионные кривые приближенно задаются формулой

$$\omega^2 \approx (2n + 1)\beta c + k^2 c^2. \quad (11.6.7)$$

Относительная ошибка этой аппроксимации ограничена сверху величиной  $2 \cdot 3^{-3/2} \cdot (2n + 1)^{-1}$ , максимальное значение которой при  $n = 1$  равно 13%. Соответствующее дисперсионное соотношение совпадает с таковым для волн Пуанкаре (см., например, (10.3.3)). Поэтому эти волны называются либо *экваториально захваченными гравитационными волнами*, либо *экваториально захваченными волнами Пуанкаре*. Более полно они будут обсуждены в следующем разделе.

Для кривых в нижней части графика в (11.6.3) мал член  $\omega^2/c^2$ , и дисперсионные кривые приближенно определяются соотношением

$$\omega = -\beta k / (k^2 + (2n + 1)\beta/c). \quad (11.6.8)$$

Относительная ошибка не превосходит  $4 \cdot 3^{-3} (2n + 1)^2$ , т. е. ее максимальное значение равно 2% при  $n = 1$ . Соответствующие волны называются *экваториально захваченными планетарными волнами* (или экваториально захваченными волнами Россби). Их дисперсионные кривые совпадают по виду с кривыми (10.12.9) шельфовых волн. Связано это со сходством динамики волн, которое будет отмечено при обсуждении планетарных волн в разд. 11.8.

Отметим, что между минимальной частотой гравитационных волн и максимальной частотой планетарных волн существует большой интервал. Поэтому эти волны легко отличать. Интервал частот для волны с номером  $n$  пропорционален множителю  $2(2n + 1)$ , который при низшем значении  $n = 1$  равен 6. Однако

существуют две волны, частоты которых лежат в этом интервале. Первая из них — волна Кельвина. Поскольку при  $n = -1$  соотношение (11.6.3) совпадает с дисперсионным отношением (11.5.6) для волны Кельвина, эту волну называют волной минус первого порядка. Вторая волна соответствует  $n = 0$ . Сейчас она будет подробно рассмотрена.

Решение при  $n = 0$  оказывается в некотором смысле особенным, поскольку из (11.6.6) следует, что в этом случае, как и для волны Кельвина,  $r = 0$ . Однако скорость  $v$  нулю не равна, и (11.4.20) приводит к дисперсионному соотношению

$$\omega/c - k - \beta/\omega = 0. \quad (11.6.9)$$

Уравнение (11.6.3) дает тот же результат, но содержит лишний множитель  $(\omega + ck)$ . Решение (11.6.2) в этом случае упрощается и имеет вид

$$v = \exp(-\beta y^2/2c) \cos(kx - \omega t), \quad (11.6.10)$$

а (11.6.5) и (11.6.9) показывают, что

$$u = g\eta/c = -(\omega y/c) \exp(-\beta y^2/2c) \sin(kx - \omega t). \quad (11.6.11)$$

Дисперсионная кривая с  $n = 0$  на рис. 11.1 — единственная кривая, обладающая тем свойством, что при больших положительных значениях  $k$  она ведет себя как гравитационная, а при больших отрицательных  $k$  — как планетарная. Поэтому ее называют *смешанной планетарно-гравитационной волной* (или смешанной гравитационной волной Россби). Фазовая скорость этой волны может быть направлена как на восток, так и на запад, но групповая скорость всегда имеет восточное направление и достигает максимума для коротких волн с направленной на восток групповой скоростью т. е. для гравитационных волн). На рис. 11.2, б показан пример восточной фазовой скорости. При распространении фазы на запад знак  $v$  будет меняться на противоположный. Частицы всюду будут двигаться по антициклоническим орбитам. Случай  $k = 0$  соответствует чисто стоячей волне, при которой поверхность будет синусоидально подниматься и опускаться, причем по разные стороны от экватора направления движения будут противоположны. Антициклонически двигаясь, частицы будут смещаться на восток при подъеме поверхности, и на запад — при ее опускании. Частота стоячей волны определяется формулой

$$\omega = (\beta c)^{1/2},$$

дающей период около 9 суток для первой бароклинной моды океана, и около 3-х недель для моды с более высоким номером и  $c = 0,5$  м/с. Для атмосферных волн с  $c \approx 20$  м/с период со-

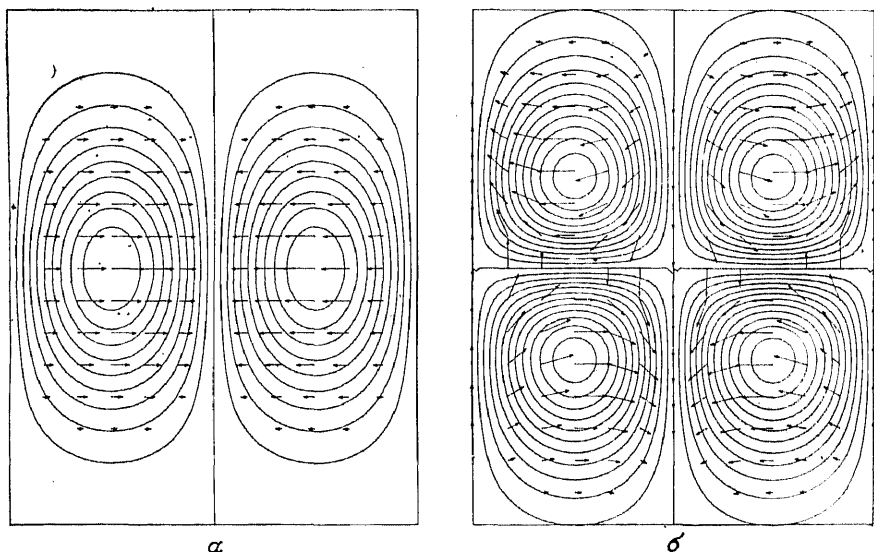


Рис. 11.2. Изолинии отклонения поверхности и стрелки, обозначающие течения, для волны Кельвина (а) и распространяющейся на восток смешанной планетарно-гравитационной волны (б). Фазовая и групповая скорости обеих волн направлены на восток. В волне Кельвина жидкие частицы двигаются параллельно экватору, а в смешанной волне движение происходит по эллиптическим орбитам в антициклоническую сторону. На рисунках показан широтный пояс, соответствующий  $\pm 4$  экваториальным радиусам Россби.

ставляет около 5 суток. Свидетельства существования таких волн в атмосфере и океане приведены, например, в работах [821, 876, 841].

### 11.7. ЭКВАТОРИАЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД: ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

Важное свойство решений уравнения (11.6.1) состоит в экваториальном захвате. Другими словами, путь волн всегда лежит вдоль экваториального волновода. Эффект волновода целиком обусловлен изменением параметра Кориолиса с широтой, что можно видеть из (11.6.1). Для волны с фиксированными частотой  $\omega$  и зональным волновым числом  $k$  коэффициент при функции  $\psi$  в уравнении (11.6.1) на линии экватора может быть положительным, что приводит к волновым решениям. Однако с ростом  $|y|$  растет и абсолютная величина  $f = \beta y$ . Коэффициент при  $\psi$  начинает уменьшаться, и в некоторой точке («точке поворота» или критической широте  $y_c$ ), определяемой соотношением

$$f_c^2 = \beta^2 y_c^2 = \omega^2 - k^2 c^2 - \beta k c^2 / \omega = (2n + 1) \beta c, \quad (11.7.1)$$

он становится равным нулю. (Равенство (11.7.1) следует из дисперсионного отношения (11.6.3).) Для более высоких, чем критическая, широт коэффициент при  $v$  становится отрицательным, и решения (11.6.1) превращаются в экспоненциальные, что и соответствует захвату волн.

В этом случае, когда фаза волны меняется вдоль оси  $y$  достаточно быстро, для решения задачи можно применить метод Лиувилля — Грина (или ВКБ-метод, см. разд. 8.12). Меридиональное волновое число  $l$  при этом определяется для каждого значения  $y$ , и решение приближенно представляется в форме (8.12.7). При используемых в настоящей главе обозначениях оно имеет вид

$$v = l^{-1/2} \exp \left\{ i \left[ \int l dy + kx - \omega t \right] \right\}, \quad (11.7.2)$$

где в соответствии с (11.6.1)  $l$  определяется формулой

$$l^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} - \frac{\beta^2 y^2}{c^2} = \frac{\beta^2}{c^2} (y_c^2 - y^2), \quad (11.7.3)$$

Последнее равенство в формуле (11.7.3) получено с учетом (11.7.1). Приближение справедливо, если параметр  $\delta$ , определяемый формулой (8.12.5) (с заменой  $m$  на  $l$  и  $z$  на  $y$ ), мал, т. е.

$$\delta = l^{-3/2} d^2 (l^{-1/2}) / dy^2 \ll 1. \quad (11.7.4)$$

На экваторе

$$\delta = 1/[2(2n + 1)^2], \quad (11.7.5)$$

что говорит о применимости теории асимптотически в пределе больших  $n$ . Асимптотическое поведение функций параболического цилиндра при больших  $n$  изучено очень хорошо. Соответствующие данные приводятся, например, в книге [196, разд. 8.4]. В окрестности критической широты  $l$  стремится к нулю, и приближение теряет справедливость. Однако, как отмечено в разд. 8.12.1, здесь можно применить другие формы приближений.

Траектории распространения групп волн (лучи) можно рассчитать с помощью методов из разд. 8.9.2. В общем виде формулы для них представлены в разд. 8.12.3. Уравнения (8.12.27) для такого луча имеют вид

$$dx/dt = c_{gx}, \quad dy/dt = c_{gy}, \quad \text{или} \quad dy/dx = c_{gy}/c_{gx} = l/(k + \beta/2\omega), \quad (11.7.6)$$

где  $c_{gx}$  и  $c_{gy}$  — составляющие групповой скорости, значения которых рассчитываются из дисперсионного соотношения (11.6.3) и определения групповой скорости (8.12.24). При подстановке выражения (11.7.3) для  $l$  решения, характеризующие траектории

лучей, получаются следующими:

$$y = y_c \sin [c^{-1} \beta x / (k + \beta/2\omega)]. \quad (11.7.7)$$

Таким образом, траектория синусоидально колеблется около экватора, максимально удаляясь от него к полюсам на расстояние, равное критической широте  $y_c$ .

Влияние изменения параметра Кориолиса с широтой на ход лучей не ограничено только областью низких широт. В частности, применительно к гравитационным волнам оно было исследовано в работе Андерсона и Гилла [19]. При этом член  $\beta/2\omega$  в уравнениях (11.7.6) и (11.7.7) мог считаться пренебрежимо малым. Если, например, в некотором небольшом диапазоне широт на достаточном удалении от экватора на океан внезапно начнет действовать однородное ветровое напряжение, то возникнут инерционные периодические колебания, которые были рассмотрены в разд. 9.3 на  $f$ -плоскости. Поскольку в соответствии с (11.7.6) энергия возмущения должна переноситься по меридиану на север или на юг, она не может остаться локализованной на широте своего зарождения. На рис. 11.3 этот эффект показан в предельном случае, когда изменения по  $x$  отсутствуют (т. е.  $k = 0$  и применимым оказывается не соотношение (11.7.7), а первый вариант (11.7.6)). Решение для  $f$ -плоскости реализуется только на протяжении двух или трех периодов, после этого начинает сказываться распространение энергии к экватору. Позднее образуется картина движения энергии через экватор и обратно в виде группы волн, которая достаточно хорошо описывается лучевым уравнением  $dy/dt = c_{gy}$ .

Другой эффект, связанный с экваториальным волноводом, состоит в разделении движения на дискретный набор мод  $n = 1, 2, \dots$ . Он проявляется также и в канале (разд. 10.5). Это означает, в частности, что длинные волны Пуанкаре (малые  $k$ ), которые являются гравитационными волнами с близкой к нулю групповой скоростью, могут иметь только дискретный набор частот (см. (11.6.7)), определяемых формулой

$$\omega^2 \approx (2n + 1) \beta c. \quad (11.7.8)$$

Отбор частот можно наблюдать по записям уровня моря в Тихом океане. Действительно, колебания (с величиной порядка сантиметров), связанные с первой бароклинной модой, достаточно велики для того, чтобы их можно было обнаружить. В то же время колебания более высоких мод уже нельзя различить, что само по себе создает эффективный фильтр. Для первой бароклинной моды  $c$  примерно равно 2,8 м/с, соотношение (11.7.8) дает период порядка 5,5 суток при  $n = 1$ , 4 суток при  $n = 2$  и 3 суток при  $n = 4$ . Соответствующие пики видны на спектре колебаний уровня моря на о. Ошен (рис. 11.4, а). Для спектра в окрестности о. Кантон (рис. 11.4, в) доминирующим является



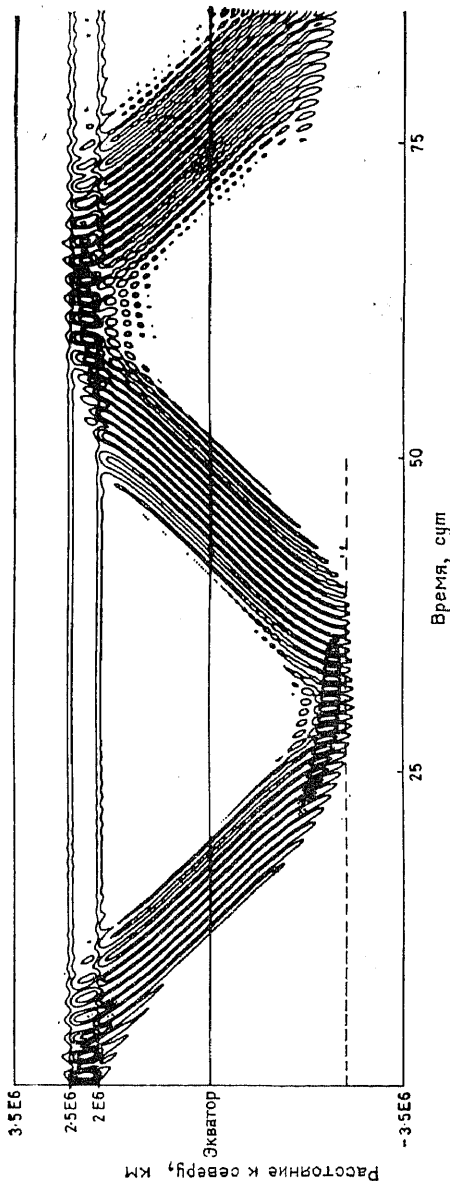


Рис. 11.3. Иллюстрация  $\beta$ -дисперсии гравитационных волн. Напряжение ветра начинает действовать с момента  $t=0$  в поясе  $2000 \text{ км} < y < 2500 \text{ км}$ . Сначала, как и на  $f$ -плоскости, генерируются локальные инерционные волны. Однако изменения  $f$  с широтой приводят к тому, что волны пересекают экватор с севера на юг и обратно. На рисунке показаны изолинии меридиональной скорости. Лучевая траектория, по которой распространяется группа волн, близка к той, которая вытекает из формулы (11.7.7). (Из работы [19, рис. 6].)

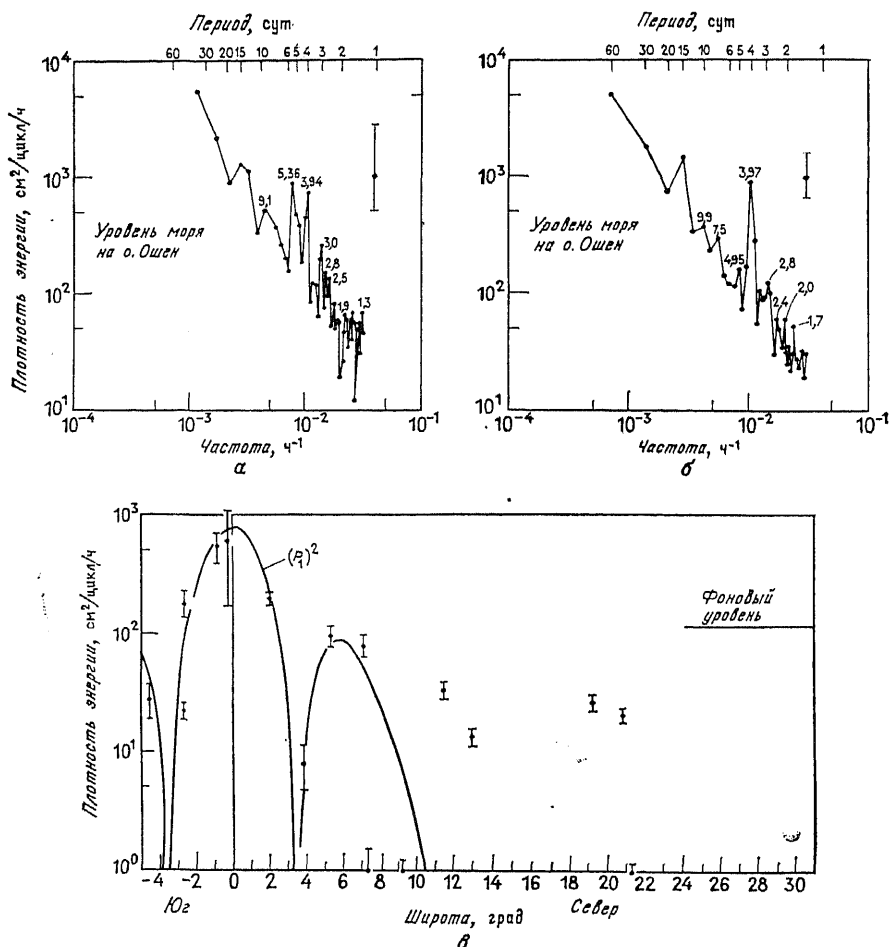


Рис. 11.4. Спектры колебания уровня моря: (а) у о. Оаху ( $1^\circ$  ю. ш.,  $170^\circ$  в. д.) и (б) у о. Кантон ( $3^\circ$  ю. ш.,  $172^\circ$  з. д.), на которых основные пики отвечают частотам экваториально захваченных гравитационных волн. (Из работы [876, рис. 1 и 3].) Волна с периодом 5,5 суток идентифицируется с  $n = 1$ , периоду 4 суток отвечает  $n = 2$ , периоду 3 суток —  $n = 4$ . (в) Плотность энергии колебаний с периодом 5,5 суток для различных островов в тропической зоне Тихого океана в виде функции широты. (Из работы [876, рис. 10].) Постоянная, соответствующая горизонтальной линии, характеризует фоновый спектр. Она вычиталась из каждого значения плотности энергии. Вертикальные отрезки обозначают стандартные отклонения  $\chi^2$ . Сплошной линией показана рассчитанная структура для волны с  $n = 1$ .

4-суточное колебание. Это объясняется тем, что о. Кантон расположен на такой широте, где амплитуды волн с периодами 3 и 5,5 суток оказываются незначительными [876]. Действительно,

наблюдаемые изменения амплитуды с широтой в западной части Тихого океана очень похожи на те, которые следуют из расчетов мод свободных колебаний. Это проиллюстрировано на рис. 11.4, в для случая волны с периодом 5,5 суток. Сплошные линии показывают теоретические изменения с широтой квадрата амплитуды колебаний давления для моды с  $n = 1$ , а точками отмечены значения энергии колебаний с периодом 5,5 суток по наблюдениям на некоторых островах в западной части Тихого океана (за вычетом энергии, приходящейся на фоновые движения). К. Вунш и А. Гилл [876] пришли к выводу, что эти колебания вызваны резонансным возбуждением мод экваториально захваченных волн под действием ветра.

Как было отмечено в разд. 11.6, волны с избранными частотами (11.7.8) эквивалентны волнам инерционного периода в средних широтах, но экваториальный волновод выбирает из них те, инерционные периоды которых соответствуют критическим широтам. Таким образом, волны, обнаруживаемые в записях измерений на рис. 11.4, являются экваториальным эквивалентом инерционных волн генерируемых ветром, обсуждавшихся в разд. 9.3.

В океане измерения температуры и течений обнаруживают смещение многих мод. Оказывается, что такая смесь почти одинакова для многих тропических районов. В работе [199] для расчета смещения была предложена формула. Она способна, в частности, предсказать характер изменения с широтой (вплоть до экватора) формы спектра волновых движений.

## 11.8. ПЛАНЕТАРНЫЕ ВОЛНЫ И КВАЗИГЕОСТРОФИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Планетарные волны, дисперсия которых описывается соотношением (11.6.8), — это новый вид волн со значительно более низкими, чем у гравитационных, частотами. Они образуют важный класс движений, существование которого объясняется тем, что потенциальная завихренность невозмущенной жидкости на искривленной поверхности Земли не является постоянной, а меняется с широтой. В этом разделе мы впервые в книге кратко охарактеризуем свойства этих волн. Кроме того, некоторые связанные с ними вопросы будут рассмотрены в последующих разделах.

Сначала остановимся на свойствах дисперсии волн, следующих из соотношения (11.6.8). Оказывается, что *длинные волны* ( $k \rightarrow 0$ ) перемещаются на запад, т. е. в сторону, *противоположную* движению волн Кельвина, со скоростями, меньшими скоростей волн Кельвина в 3, 5, 7 и так далее раз:

$$\omega/k = -c/(2n + 1). \quad (11.8.1)$$

Они являются приближенно бездисперсионными. (Например, если  $c = 2,8$  м/с, что соответствует первой бароклинной моде в Тихом океане, то планетарная волна с числом  $n = 1$  имеет скорость 0,9 м/с, т. е. пересекает Тихий океан с востока на запад примерно за шесть месяцев. Остальные моды движутся более медленно.) С ростом  $|k|$  групповая скорость уменьшается и в конечном счете достигает нуля при

$$k = -[(2n + 1)\beta/c]^{1/2} = -(2n + 1)/y_g = -f_c/c. \quad (11.8.2)$$

(Последнее равенство следует из (11.7.1).) В этой точке частота волны максимальна и определяется по формуле

$$\omega = \frac{1}{2} [\beta c / (2n + 1)]^{1/2} = \frac{1}{2} f_c / (2n + 1) = \frac{1}{2} \beta c / f_c. \quad (11.8.3)$$

(Например, для первой бароклинной моды в океане при  $n = 1$  и  $c = 2,8$  м/с минимальный период получается равным 31 суткам, для моды с более высоким номером и  $c = 0,5$  м/с период равен 74 суткам, а для атмосферной моды с  $c = 20$  м/с он составляет 12 суток.)

Для более коротких волн групповая скорость направлена на восток, т. е. противоположна фазовой скорости. Максимальное значение равно

$$c_g = \frac{1}{8} c / (2n + 1) \quad \text{при} \quad k = -[3(2n + 1)\beta/c]^{1/2}. \quad (11.8.4)$$

Таким образом, переносить информацию на восток могут только короткие волны, причем скорость этого переноса не превосходит 1/8 от скорости переноса информации на запад длинными волнами. Некоторые последствия такого положения будут исследоваться ниже. Для очень коротких волн ( $k \rightarrow \infty$ ) приближенное дисперсионное соотношение имеет вид

$$\omega = -\beta/k, \quad c_g = \beta/k^2 \quad \text{при} \quad |k| \rightarrow \infty. \quad (11.8.5)$$

Следовательно, в этом предельном случае фазовая и групповая скорости равны по величине и противоположны по направлению. При  $|k| \rightarrow \infty$  обе стремятся к нулю. Рис. 11.5 отражает общие свойства дисперсии планетарных волн.

Значительное продвижение в изучении свойств гравитационных волн в экваториальном волноводе, достигнутое в предыдущем разделе, связано с использованием метода Лнувилля — Грина (ВКБ). Он применим в случае больших  $n$  и приближенно представляет волны на каждой из широт в виде локально плоских волн. Это представление оказалось удачным и сразу дало результаты, поскольку свойства гравитационных волн в окрестности первоначально заданной широты (скажем, при  $y = y_0$ ) уже были ранее изучены. Этот же метод применим к планетарным волнам, но поскольку выше свойства плоских волн такого

типа нами не изучались, сейчас нам предстоит с ними познакомиться. В качестве первого шага, пренебрегая членом  $\omega^2/c^2$ , получим непосредственно из (11.7.3) дисперсионное соотношение

$$\omega = -\beta k / (k^2 + l^2 + f^2/c^2). \quad (11.8.6)$$

Характер дисперсии, описываемой этим соотношением, будет более полно исследован в гл. 12.

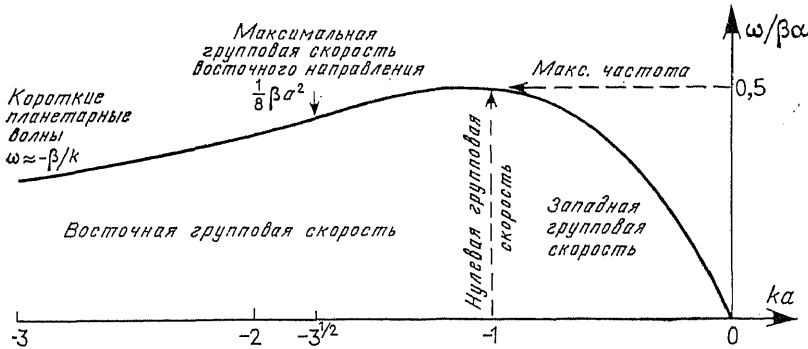


Рис. 11.5. Характеристики дисперсионного соотношения для планетарных волн, представимого в виде  $\omega/\beta a = -ka/(1 + (ka)^2)$ , где  $a^2 = c/(2n + 1)\beta = c^2/f_c^2$ ,  $c$  — скорость волны при отсутствии вращения (корень из произведения  $g$  и эквивалентной глубины),  $n$  — номер моды,  $f_c$  — инерционная частота на критической широте,  $\omega$  — частота,  $k$  — зональное волновое число и  $\rho$  — скорость изменения параметра Кориолиса с широтой.

Сейчас же перед нами стоит важная задача — найти упрощения уравнений движения, которыми можно воспользоваться при изучении низкочастотных волн, и рассмотреть их динамику. Наиболее простой и последовательный путь достижения этой цели состоит во введении безразмерных координат и использовании разложения в ряды. Предположим, что необходимо найти приближения в окрестности  $y = y_0$ , где параметр Кориолиса равен

$$f_0 = \beta y_0. \quad (11.8.7)$$

С учетом записи знаменателя в формуле (11.8.6) естественный масштаб волнового числа получается равным  $f_0/c$ . Он соответствует масштабу  $c/f_0$  (локальный радиус Россби) для отклонений по оси  $x$  и по оси  $y$  относительно  $y_0$ . Таким образом, безразмерные отклонения  $x^*$  и  $y^*$  суть

$$x^* = f_0 x / c, \quad y^* = f_0 (y - y_0) / c. \quad (11.8.8)$$

Из (11.8.6) следует, кроме того, выражение для масштаба частоты  $\beta c / f_0$ . Безразмерную временную переменную при этом зададим так:

$$t^* = \beta c t / f_0. \quad (11.8.9)$$

Наконец, если масштаб  $v$  равен  $v_0$ , то, как показывают формулы (11.4.17) и (11.4.18), тот же масштаб надо принять и для функций  $q$  и  $r$ , и следовательно (см. (11.4.15) и (11.4.16)), для  $u$  и  $g\eta/c$ . Итак, безразмерные зависимые переменные определяются следующим образом:

$$v^* = v/v_0, \quad u^* = u/v_0, \quad \eta^* = g\eta/cv_0. \quad (11.8.10)$$

С учетом приведенных выше определений получаем следующую запись основных уравнений (11.4.5)—(11.4.7) в безразмерных переменных:

$$\varepsilon \partial u^*/\partial t^* - (1 + \varepsilon y^*) v^* = -\partial \eta^*/\partial x^*, \quad (11.8.11)$$

$$\varepsilon \partial v^*/\partial t^* + (1 + \varepsilon y^*) u^* = -\partial \eta^*/\partial y^*, \quad (11.8.12)$$

$$\varepsilon \partial \eta^*/\partial t^* + \partial u^*/\partial x^* + \partial v^*/\partial y^* = 0, \quad (11.8.13)$$

где

$$\varepsilon = \beta c/f_0^2 = 2(\alpha_e/y_0)^2 \quad (11.8.14)$$

является малым параметром задачи.

Если, попытаюсь получить уравнения нулевого порядка, в уравнениях (11.8.11)—(11.8.13) положить  $\varepsilon$  равным нулю, то возникнет та же ситуация, что и в задаче о низкочастотных движениях на  $f$ -плоскости (см. разд. 8.16). Уравнения движения превратятся в *геострофические* соотношения, а уравнение неразрывности будет тривиальным образом удовлетворено. Другими словами, уравнений нулевого порядка оказывается недостаточно для однозначного определения движения жидкости, и необходимо рассматривать *отклонения от геострофичности*. Вот почему этот вид движений и называется *квазигеострофическим*.

Поскольку отклонения от геострофики имеют большое значение, характер движения зависит в решающей степени от того, какие из отвечающих за эти отклонения членов в уравнениях оказываются наиболее существенными. В разд. 8.16 наибольшие отклонения давали *члены, характеризующие ускорения* (частные производные по времени), однако, как следует из выполненных выше масштабных оценок, столь же важными для планетарных волн являются и *изменения параметра Кориолиса*.

Как было установлено в разд. 8.16, при решении уравнений движения (11.8.11) и (11.8.12) составляющие скорости удобно представить в виде функций от давления, сохраняя поправки первого порядка по  $\varepsilon$ . Этим учитываются основные отклонения от геострофики. Выражения записываются следующим образом:

$$v^* = (1 - \varepsilon y^*) \partial \eta^*/\partial x^* - \varepsilon \partial^2 \eta^*/\partial y^* \partial t^*, \quad (11.8.15)$$

$$u^* = -(1 - \varepsilon y^*) \partial \eta^*/\partial y^* - \varepsilon \partial^2 \eta^*/\partial x^* \partial t^*. \quad (11.8.16)$$

Первое слагаемое представляет собой геострофическое течение, записанное с учетом изменения параметра Кориолиса с широтой, вторая — изаллобарическое течение (см. разд. 8.16).

Дивергенцию скорости можно вычислить по соотношениям (11.8.15) и (11.8.16):

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\varepsilon \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} - \varepsilon \left( \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial y^{*2}} \right). \quad (11.8.17)$$

Полученная формула показывает, что масштаб дивергенции в  $\varepsilon$  раз меньше, чем можно было ожидать из масштабного анализа, т. е. дивергенция меньше каждого из своих слагаемых  $\partial u^*/\partial x^*$  или  $\partial v^*/\partial y^*$ . С другой стороны, завихренность получается имеющей нулевой порядок:

$$\frac{\partial v^*}{\partial x^*} - \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial y^{*2}}. \quad (11.8.18)$$

Таким образом, масштаб дивергенции меньше масштаба завихренности в  $1/\varepsilon$  раз.

Уравнение движения нулевого порядка находится подстановкой (11.8.17) в (11.8.13):

$$\frac{\partial}{\partial t^*} \left( \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial y^{*2}} - \eta^* \right) + \frac{\partial \eta^*}{\partial x^*} = 0, \quad (11.8.19)$$

или в размерном виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c^2} \eta \right) + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0. \quad (11.8.20)$$

Соотношение (11.8.19) есть не что иное, как уравнение потенциальной завихренности (11.2.14) с сохранением членов только нулевого порядка аппроксимации. Это иллюстрирует ключевую роль, которую играет данное уравнение в теории квазигеострофических движений. Кроме того, как и следует ожидать, уравнение (11.8.20) приводит к дисперсионному соотношению (11.8.6), характерному для планетарных волн.

Планетарные волны распространяются в широком диапазоне частот, и поведение их можно исследовать с помощью использованного в предыдущем разделе метода траекторий лучей. Из-за изменения параметра Корнолиса с широтой траектории лучей получаются искривленными и имеют синусоидальную форму (11.7.7) с отражением на критической широте  $y_c$ . Уравнение (11.7.3) позволяет определить изменения меридионального волнового числа  $l$  и показывают, в частности, что выражение

$$l^2 + f^2/c^2 = f_c^2/c^2 \quad (11.8.21)$$

остаётся постоянным вдоль каждой из траекторий. Эффекты распространения планетарных волн вдоль искривленного пучка лучей показаны на рис. 11.6; он воспроизведен из работы [281], посвященной исследованию волн, генерируемых большой горой круглой формы на широте  $30^\circ$  с. ш. Другой эффект состоит в

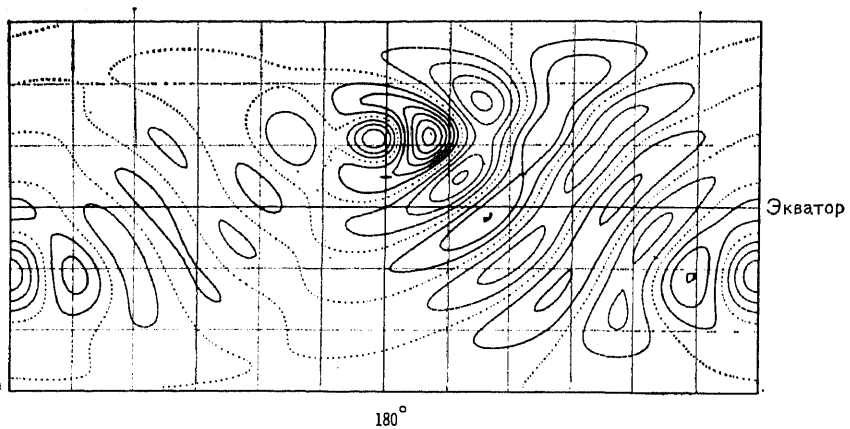


Рис. 11.6. Распространение планетарных волн на сфере. Численные эксперименты из [281]. Показаны изолинии возмущений завихренности и отклонений от однородно вращающегося зонального течения (т. е. восточного потока с неизменной угловой скоростью вращения относительно земной оси), которые генерируются круглой горой с центром на  $30^\circ$  с. ш.,  $180^\circ$  з. д. и радиусом, равным  $22,5^\circ$  широты. Волны пересекаются экватор с севера на юг и наоборот, двигаясь вдоль траекторий лучей, которые искривлены из-за изменения параметра Кориолиса  $f$  с широтой. Хорошо виден эффект экваториального захвата. Из-за включенных в модель диссипативных факторов амплитуда волны на расстоянии уменьшается. (Из [281, рис. 3а].)

том, что траектории лучей, соответствующих волновому переносу на запад возмущений, происхождение которых связано с сезонными колебаниями на восточной границе океана, не могут проходить через некоторые районы. Поэтому возникают участки «тени». Кроме того, за счет фокусировки лучей амплитуда колебаний может достигать больших значений в некоторых местах [710]. Движения, подчиняющиеся квазигеострофическому уравнению (11.8.20), будут рассмотрены далее в гл. 12. Соответствующее приближение применимо при ненулевых значениях  $f_0$ , поэтому его иногда называют *приближением  $\beta$ -плоскости средних широт*. Его можно вывести без предварительного использования приближения экваториальной  $\beta$ -плоскости, и оно оказывается справедливым в том случае, когда относительное изменение параметра Кориолиса  $f$  на расстоянии  $l^{-1}$  мало.

Физический механизм, отвечающий за распространение планетарных волн, по сути совпадает с соответствующим механизмом для шельфовых волн. Он показан на рис. 10.18 и изложен в разд. 10.12. Рассмотрим множество частиц, лежащих на одной линии и имеющих постоянное значение потенциальной завихренности  $\bar{Q} = \beta y_0/H$ . При этом их равновесное положение совпадает с кругом широты  $y = y_0$ . Если одну из частиц отклонить в точку  $y$ , то в соответствии с законом сохранения потенциальной завих-



ренности  $(\beta y + \zeta)/H$  будет выполняться равенство

$$(\beta y + \zeta)/H = \beta y_0/H, \quad \text{т. е.} \quad \zeta = \beta(y_0 - y). \quad (11.8.22)$$

Таким образом, частица, отклоненная в сторону экватора, получит циклоническую завихренность (относительно окружающих

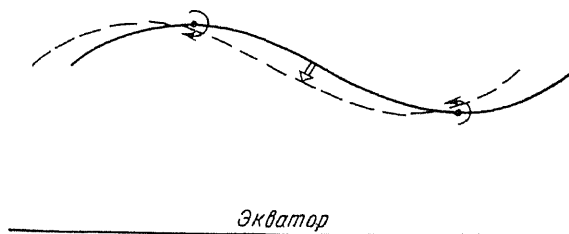


рис. 11.7. Механизм распространения планетарной волны. В соответствии с законом сохранения потенциальной завихренности частица, отклоненная в сторону экватора, приобретает относительно своего окружения циклоническую завихренность. Частица, смещенная к полюсу, получает антициклоническую завихренность. Движение, вызванное таким распределением завихренности, показано широкой стрелкой. Оно приводит к смещению волны на запад.

частиц). Этот процесс показан на рис. 11.7. Из него видно, что создаваемое при этом поле завихренности порождает распространяющуюся на запад волну.

### 11.9. БАРОКЛИННЫЕ ДВИЖЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ЭКВАТОРА

Уравнения теории мелкой воды на экваториальной  $\beta$ -плоскости уже были нами использованы для исследования бароклинных мод. Однако достаточного обоснования их применимости до сих пор не было предложено. Для того чтобы оценить условия, при которых ими можно пользоваться, рассмотрим линеаризованные уравнения Буссинеска, описывающие движения нежимаемой стратифицированной жидкости. В окрестности экватора уравнения движения (4.10.11) можно представить в виде

$$\partial u/\partial t + 2\Omega w - \beta y v = -\rho_0^{-1} \partial p'/\partial x, \quad (11.9.1)$$

$$\partial v/\partial t + \beta y u = -\rho_0^{-1} \partial p'/\partial y, \quad (11.9.2)$$

$$\partial w/\partial t - 2\Omega u = -\rho_0^{-1} (\partial p'/\partial z + \rho' g). \quad (11.9.3)$$

Чтобы применить для их решения использованный в разд. 6.11 метод разбиения на нормальные моды, необходимо пренебречь членами  $2\Omega w$  (в уравнении (11.9.1)) и  $-2\Omega u$  (в уравнении (11.9.3)). Эти члены представляют собой компоненты ускорения Кориолиса, связанные с горизонтальной составляющей угловой

скорости вращения Земли. Кроме того, чтобы использовать метод нормальных мод, надо пренебречь и вертикальным ускорением  $d\omega/dt$ . Условия, при которых это возможно, обсуждались в гл. 6.

Простейший способ учета указанных дополнительных слагаемых состоит в переходе к уравнениям в безразмерных переменных с использованием характерных для планетарных волн масштабов изменений по горизонтали  $(c/\beta)^{1/2}$  и во времени  $(\beta c)^{-1/2}$ . Масштаб для  $p'/\rho_0$  равен произведению  $c$  на масштаб  $u$  и  $v$ . Вертикальный масштаб (см. разд. 6.11) определяется как  $c/N$ , где  $N$  — частота плавучести. Масштаб для  $\omega$  (в соответствии с (6.11.4)) равен масштабу для  $u$ , умноженному на  $\omega/N$ , где  $\omega$  имеет порядок  $(\beta c)^{1/2}$ . При подстановке этих масштабов в (11.9.1) оказывается, что ускорение Кориолиса, связанное с горизонтальной составляющей вращения, имеет по отношению к другим составляющим порядок  $2\Omega/N$ . Таким образом, условие его малости таково:

$$2\Omega \ll N. \quad (11.9.4)$$

Обычно и в океане, и в атмосфере оно выполняется. При этом уравнение (11.9.1) приобретает вид

$$du/dt - \beta uv = -\rho_0^{-1} \partial p'/\partial x, \quad (11.9.5)$$

а уравнение (11.9.3) превращается в уравнение гидростатики (6.11.2). Система замыкается с помощью уравнения (11.9.2), условия несжимаемости (6.4.3) и уравнения (6.4.6) для возмущений плотности.

#### 11.10. ЭКВАТОРИАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ

Уравнения для малых возмущений в несжимаемой стратифицированной жидкости были выведены в предыдущем разделе. При постоянной частоте плавучести  $N$  можно найти их решения, пропорциональные

$$\exp(ikx + imz - i\omega t) \quad (11.10.1)$$

и представляющие собой вертикально распространяющиеся волны. Как отмечалось в гл. 6, задачи вертикального распространения волн в полуограниченной области целесообразно решать, используя метод нормальных мод. Множество мод (6.11.21) является непрерывным и бесконечным. Дисперсионные соотношения имеют тот же вид, что и в предыдущих разделах этой главы, но собственное значение  $c$  (или  $c_e$  т. е.  $(gH_e)^{1/2}$ , где  $H_e$  — эквивалентная глубина), связанное с конкретной модой, определяется соотношением (6.11.21), т. е.

$$c = N/m. \quad (11.10.2)$$

Необходимо помнить, что скорость  $c$  характеризует свойства конкретной моды, и за исключением особых случаев (например, случай волны Кельвина), она *не равна* фазовой скорости. Отметим, кроме того, что для изотермической сжимаемой жидкости  $c_e$  определяется по формуле (6.17.40) и, если  $(4m^2H_s^2)^{-1}$  мало ( $H_s$  — масштаб толщины), может быть аппроксимирована соотношением (11.10.2). Даже для вертикального масштаба, равного 20 км, это число получается примерно равным 0,03. Поэтому приближение несжимаемой жидкости оказывается справедливым.

Рассмотрим теперь дисперсионные соотношения для различных типов волн. Во-первых, после подстановки формулы (11.10.2) в дисперсионное соотношение для волн Кельвина (11.5.6) его можно записать следующим образом:

$$m^* = k^*, \quad (11.10.3)$$

где  $m^*$  и  $k^*$  являются безразмерными аналогами  $m$  и  $k$ , определяемыми с помощью соотношений

$$m^* = m\omega^2/\beta N, \quad k^* = k\omega/\beta. \quad (11.10.4)$$

Дисперсионное соотношение (11.6.9) для смешанной планетарно-гравитационной волны ( $n = 0$ ) приобретает в тех же обозначениях вид

$$m^* = k^* + 1, \quad (11.10.5)$$

в то время как другие волны удовлетворяют соотношениям (11.6.3), т. е.

$$m^{*2} - (2n + 1)m^* = k^{*2} + k^*, \quad \text{или}$$

$$m^* = n + \frac{1}{2} \pm \left\{ \left( k^* + \frac{1}{2} \right)^2 + n(n + 1) \right\}^{1/2}. \quad (11.10.6)$$

Положительный знак соответствует гравитационным волнам, отрицательный — планетарным волнам. Полный набор кривых показан на рис. 11.8. Кривые гравитационных волн являются гиперболами. Они лежат в верхней части рисунка. Кривые планетарных волн также являются гиперболическими. Они показаны на вставке с измененным масштабом по оси  $m^*$ .

Как показывает формула (11.10.4), соответствующие кривые в плоскости  $m, k$  являются изолиниями равных частот. По определению групповой скорости она отклоняется вправо от указанных кривых и направлена в сторону роста  $\omega$ . Ее направление показано на рис. 11.8 стрелками. Видно, что при всех положительных значениях  $m$  стрелки смотрят вниз. Кривые для отрицательных  $m$  получаются при отражении верхней части рисунка относительно оси  $k$ , и групповая скорость оказывается направленной вверх.

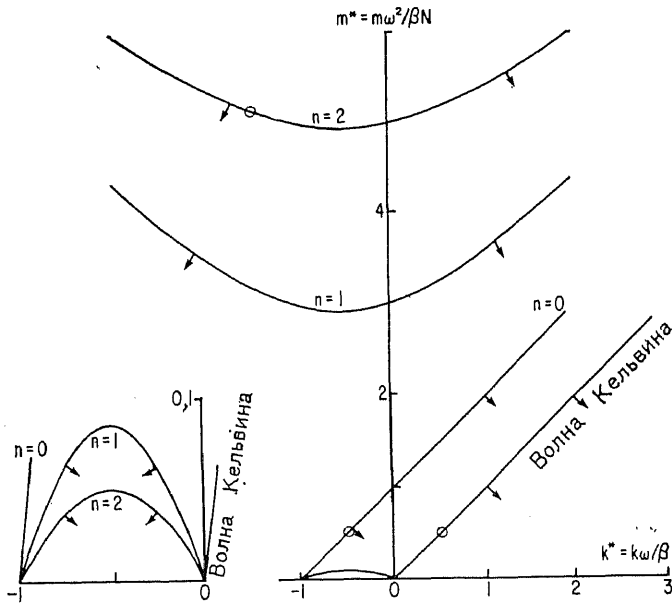


Рис. 8. Дисперсионные кривые вертикально распространяющихся экваториально захваченных волн. Здесь  $m$  — вертикальное волновое число,  $k$  — зональное волновое число. В безразмерных переменных, полученных указанной на рисунке комбинацией частоты  $\omega$ , частоты плавучести  $N$  и параметра  $\beta$ , кривые образуют один набор. Направление групповой скорости, равной градиенту частоты в пространстве волновых чисел, показано стрелками. Кривые для отрицательных значений  $m$  получаются отражением относительно оси  $k$ , групповая скорость при этом направлена вверх. На врезке слева показан увеличенный участок около начала координат, в котором находятся кривые планетарных волн с  $n = 1, 2$ . Верхние кривые с  $n = 1, 2$  соответствуют гравитационным волнам. Кружками отмечены наблюдаемые волны (см. текст).

Определение групповой скорости как градиента частоты в пространстве волновых чисел позволяет найти ее величину. При  $n \geq 1$  групповая скорость в точках, определяемых формулой

$$k^* = -\frac{1}{2}, \quad m^* = \left(n + \frac{1}{2}\right) \pm \{n(n + 1)\}^{1/2}, \quad (11.10.7)$$

строго вертикальна. (Положительный знак относится к гравитационным волнам, отрицательный — к планетарным.) В размерном виде величина групповой скорости в этих точках определяется следующим образом:

$$c_g = \frac{1}{2} \left\{ n + \frac{1}{2} \pm [n(n + 1)]^{1/2} \right\} (\beta N / m^3)^{1/2}. \quad (11.10.8)$$

(Положительный знак по-прежнему соответствует гравитационным волнам.) При  $n = 1$  и  $m^{-1} = 1$  км эта формула дает величину

чину 1 см/с (1 км/сут) для гравитационных волн и 2 мм/с (200 м/сут) для планетарных волн. Эти величины характерны и для атмосферы, и для океана. С ростом  $n$  скорость гравитационной волны растет как  $n^{1/2}$ , а планетарной убывает по закону  $n^{-1/2}$ . Это означает, что вертикальные групповые скорости гравитационных волн в удаленных от экватора районах больше, чем на экваторе, в то время как у планетарных волн они меньше, чем на экваторе.

Поляризационные соотношения для волн можно получить, подставляя в уравнения из предыдущих разделов (11.10.1) и используя такие найденные ранее решения, как (11.6.2), (11.6.5) и (11.6.6). Например, решение для смешанной планетарно-гравитационной волны (ср. с (11.6.10) и (11.6.11)) можно записать в виде

$$\begin{aligned} p'/\rho_0 &= y \exp(-\beta y^2 m/2N) \exp(ikx + imz - i\omega t), \\ u &= N^{-1} m y \exp(-\beta y^2 m/2N) \exp(ikx + imz - i\omega t), \\ v &= -i\omega^{-1} \exp(-\beta y^2 m/2N) \exp(ikx + imz - i\omega t), \\ w &= -N^2 m \omega y \exp(-\beta y^2 m/2N) \exp(ikx + imz - i\omega t). \end{aligned} \quad (11.10.9)$$

Вертикально распространяющиеся экваториально захваченные волны регистрировались и в атмосфере, и в океане. Рассмотрим сначала примеры волн Кельвина, способных перемещаться только в восточном направлении. В работе [825] сообщается об обнаружении этих волн в тропической стратосфере. Волны имели период около двух недель, горизонтальные длины волн около 30 тыс. км и вертикальные длины волн около 10 км. Как видно из примера на рис. 11.9, фазовая скорость направлена сверху вниз, а групповая снизу вверх. Для сравнения с теоретическими результатами необходимо отсчитывать характеристики волны от среднего ветра. Относительная фазовая скорость составляет 30—50 м/с и направлена на восток. Соответствующий истинный (с учетом эффекта Доплера) период равен 8 сут. Значение  $k^*$  находится в пределах 0,5—1 и представляется на рис. 11.8 в виде кружка. Далее этот вопрос изучался в работах [821, 822, 337]. Хирота [330] обнаружил другой пример волны Кельвина в стратосфере. Горизонтальное волновое число равнялось единице (длина волны равна окружности Земли), период 4—9 сут, вертикальный масштаб 17—23 км. Фазовая скорость с учетом доплеровского сдвига была равна 60—80 м/с. Расположение характеристик волны с такими свойствами на рис. 11.8 примерно совпадает с положением только что рассмотренной волны Кельвина. В работе [894] приводятся сведения о регистрации аналогичной волны.

В работе [887] приводятся первые сведения о наблюдениях распространяющихся на запад смешанных планетарно-гравита-

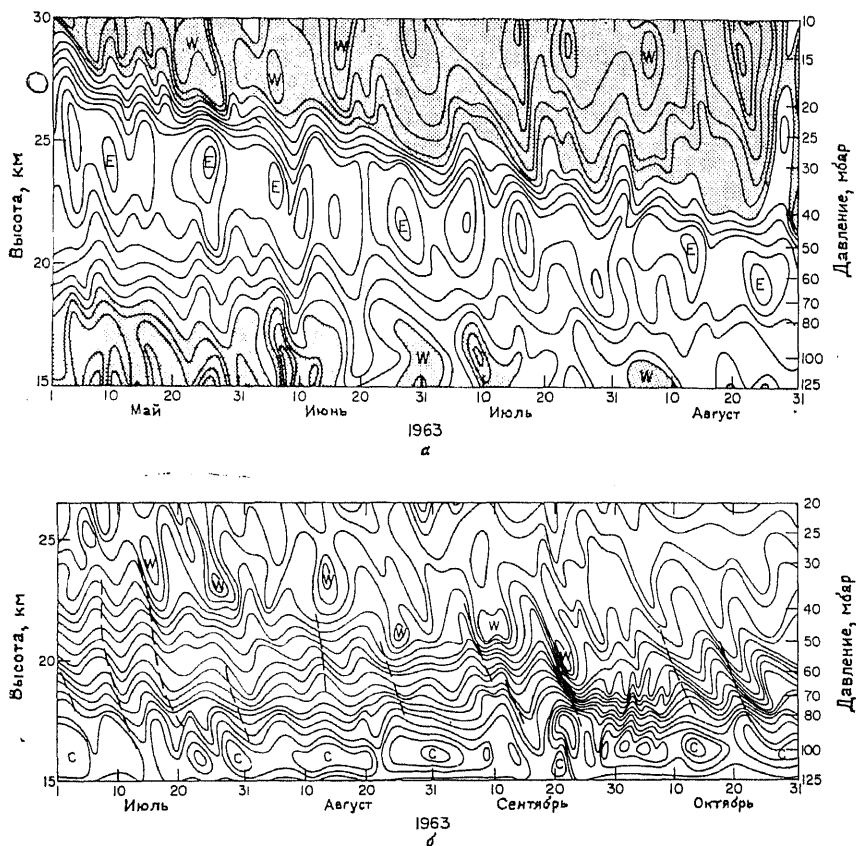


Рис. 11.9. Свидетельства существования волн Кельвина в экваториальной стратосфере. На рисунке показаны изолинии (а) зонального ветра и (б) температуры над островом Кантон ( $3^{\circ}$  ю. ш.,  $172^{\circ}$  з. д.) в виде функции высоты и времени. Заметны движущиеся вниз линии равных фаз, которые соответствуют направленной вверх групповой скорости. На рис. (б) проведены штриховые линии, соединяющие основные максимумы и минимумы зональной составляющей ветра. (С любезного разрешения М. Уоллеса и В. Куски [825].)

ционных волн в стратосфере. Они рассматривались в работах [821, 822, 337, 894]. Волны имели период 4—5 сут, горизонтальное волновое число 4 (4 волны помещаются на окружности Земли, т. е. длина волны примерно равна 10 000 км) и вертикальную длину около 4—8 км. Период с учетом эффекта Доплера составлял 3 сут. Значение  $k^*$  примерно равно  $-0,5$ . Положение волны на рис. 11.8 показано кружком. Указанные волны также имели восходящую групповую скорость.

В Атлантическом океане отмечались аналогичные смешанные волны западного направления [841]. Период был равен 31 сут, вертикальная длина волны около 1 км, горизонтальная длина примерно 1200 км. Фазовая скорость направлена вверх, что соответствует нисходящей групповой скорости. Для этой волны  $k^*$  также примерно равно  $-0,5$ , так что на рис. 11.8 ее координаты совпадают с координатами стратосферной смешанной волны.

Известны наблюдения и вертикально распространяющихся *гравитационных* волн. В частности, в работе [111] сообщается об обнаружении подобных волн с периодом 35 ч, вертикальной длиной 5 км и горизонтальной длиной около 2400 км в стратосфере. Они были классифицированы как гравитационные волны с  $n = 1$ . Вейсберг [842] зарегистрировал волны с периодом около 9 сут. в океане. Оказалось, что по свойствам они аналогичны гравитационным волнам с  $n = 2$ . Дальнейший анализ [343] позволил подобрать значение  $k^* = -1,5$  (см. кружок на рис. 11.8), дающее хорошее совпадение с теоретической картиной. В этой же работе говорится об обнаружении по данным наблюдений гравитационных волн с  $n = 3$ ,  $k^* = 1,3$ ;  $n = 5$ ,  $k^* = -2,1$  и  $n = 6$ ,  $k^* = -1,1$ .

Кроме отмеченных выше волн, в экваториальной стратосфере также существуют очень интересные изменения более продолжительного периода. На рис. 11.9, *a* видно, что граница раздела между восточными и западными ветрами понижается в течение 4-х месяцев. Это изменение составляет часть так называемого квазидвухлетнего цикла; название связано с тем, что время повторов одинаковых состояний обычно составляет два года, но иногда оно возрастает до двух с половиной лет. Такая цикличность очень отчетливо проявляется в почти тридцатилетнем ряду данных наблюдений над зональными ветрами, которые приведены в поправке к работе [143]. В связи с тем что экваториально захваченные волны более короткого периода достигают критического уровня на линии нулевой скорости (см. разд. 8.9.4), эффекты волнового переноса (см. разд. 8.15) играют важную роль в продвижении этой линии вниз. Они обсуждались в работах Холтона [337, 338, 339].

### 11.11. ПРИСПОСОБЛЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ВБЛИЗИ ЭКВАТОРА

Исследование процессов, происходящих в стратифицированной жидкости при ее приспособлении к равновесию под действием силы тяжести, остается постоянной темой данной книги, поскольку эта задача является фундаментальной для понимания особенностей поведения океана и атмосферы. В гл. 7 процессы рассматривались в случае бесконечной однородно вращающейся плоскости. На вращающейся сфере они приобретают

два новых и очень существенных свойства. Одно из них — эффект волновода. Он характеризуется тем, что волны, испускаемые возмущением в окрестности экватора, будут испытывать на своих критических широтах отражение и будут вынуждены распространяться вдоль экватора как бы в канале. Второй эффект связан существованием нового класса низкочастотных волн — планетарных. Из-за больших различий в частотах планетарных и гравитационных волн приспособление происходит в две стадии. На первой из них возникают быстрые изменения за счет гравитационных волн, которые во многом напоминают процессы на  $f$ -плоскости. Эти быстрые изменения приводят к образованию близкого к геострофическому течению. Вторая стадия состоит в квазигеострофическом приспособлении с помощью планетарных волн.

Метод решения задачи о приспособлении вблизи экватора состоит, как и в случае  $f$ -плоскости, в разложении искомых функций в ряды по разделяющимся волновым решениям. Таким образом, сначала возмущения представляются в виде набора вертикальных мод (см. гл. 6): дискретного набора — в случае океана, или непрерывного — для атмосферы. Далее находятся горизонтальные моды, каждая из которых должна будет удовлетворить уравнениям теории мелкой воды из разд. 11.4, причем различия между этими уравнениями для каждой из мод состоят в том, что в них присутствуют различные эквивалентные глубины  $H_e$  и постоянные разделения переменных  $c = (gH_e)^{1/2}$ .

Уравнения теории мелкой воды из разд. 11.4 решаются разложением в ряды по функциям параболического цилиндра, которые появляются в волновых решениях (11.6.2). Функции  $v$ ,  $q$  и  $r$  представляются в виде ряда:

$$(v, q, r) = \sum_{n=0}^{\infty} (v_n, q_n, r_n) D_n((2\beta/c)^{1/2} y). \quad (11.11.1)$$

Метод аналогичен тому, который был использован в разд. 10.7 при изучении приспособления в канале. Для задач с внешними воздействиями вынуждающие силы представляются аналогичным образом, т. е.

$$(X, Y, E) = \rho H \sum_{n=0}^{\infty} (X_n, Y_n, E_n) D_n((2\beta/c)^{1/2} y). \quad (11.11.2)$$

Тогда для коэффициентов получаются: уравнение

$$\partial q_0 / \partial t + c \partial q_0 / \partial x = X_0 - c E_0, \quad (11.11.3)$$

соответствующее волне Кельвина; уравнения

$$\begin{aligned} (\partial / \partial t + c \partial / \partial x) q_1 - (2\beta c)^{1/2} v_0 &= X_1 - c E_1, \\ (2\beta c)^{1/2} q_1 + 2 \partial v_0 / \partial t &= 2 Y_0, \end{aligned} \quad (11.11.4)$$



соответствующие смешанной планетарно-гравитационной волне, и набор уравнений для остальных мод более высокого порядка ( $n \geq 1$ ):

$$\begin{aligned}
 & (\partial/\partial t - c\partial/\partial x)r_{n-1} + (2\beta c)^{1/2}nv_n = -(X_{n-1} + cE_{n-1}), \\
 & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ -(2\beta c)^{1/2}r_{n-1} + \left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) v_n \right\} + \beta cv_n = \\
 & = \left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) Y_n - \left( \frac{1}{2} \beta c \right)^{1/2} [(n+1)X_{n+1} - X_{n-1}] + \\
 & \quad + c \left( \frac{1}{2} \beta c \right)^{1/2} [(n+1)E_{n+1} + E_{n-1}], \quad (11.11.5) \\
 & (2\beta c)^{1/2} \{-r_{n-1} + (n+1)q_{n+1}\} + 2 \partial v_n / \partial t = 2Y_n, \\
 & (\partial/\partial t + c\partial/\partial x)q_{n+1} - (2\beta c)^{1/2}v_n = X_{n+1} - cE_{n+1}.
 \end{aligned}$$

Последняя система уравнений может быть сведена к одному уравнению для  $r_{n-1}$ ,  $q_{n+1}$  или  $v_n$ , например вида

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_n}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2} + (2n+1) \frac{\beta}{c} v_n \right\} - \beta \frac{\partial v_n}{\partial x} = \\
 & \quad = \text{вынуждающие силы.} \quad (11.11.6)
 \end{aligned}$$

Оно выводится подстановкой формулы (11.11.1) непосредственно в уравнение (11.4.9).

Задача о приспособлении вблизи экватора имеет много общего с аналогичной задачей для канала из-за эффекта волновода. Энергия некоторой данной моды в определенном интервале широт будет сохраняться в этой моде и поэтому не может достигать более высоких широт. Подобное ограничение зоны распространения энергии в случаях, когда зависимость по  $x$  отсутствует, особенно очевидно. Из-за того, что энергия не может распространяться до  $y = \pm\infty$ , как на  $f$ -плоскости, система не может приспособливаться к стационарному состоянию за счет излучения, и поэтому в ней будут происходить колебания. Простой пример представляет точное решение (11.6.10) и (11.6.11) при  $k = 0$ . Первоначально существует только поле  $v$ . Решение не выходит на равновесный режим, а остается колебательным сколь угодно долго. Другие примеры подобных решений представлены в работах [562, 19].

Рассмотрим теперь рассеяние энергии по долготе. Дисперсионные кривые на рис. 11.1 обнаруживают большой промежуток между частотами гравитационных и планетарных волн. Такое разделение временных масштабов можно увидеть и из решений уравнений (11.11.5). На рис. 11.10 (из работы [22]) показано решение (11.11.6) для  $n = 1$ ,  $x \leq 0$ , удовлетворяющее условию  $v_1 = 1$  при  $x = 0$ . (Его можно интерпретировать также как решение  $r_0$ , удовлетворяющее условию  $r_0 = 1$  при  $x = 0$ .) Оно

воспроизводит движение фронта гравитационной волны со скоростью  $c$ , аналогичное решению для случая  $f$ -плоскости, которое показано на рис. 7.3. Ширина фронта со временем уменьшается, и за ним возникают волны с близкой к инерционной частотой. Аналогичное поведение характерно и для классического решения на  $f$ -плоскости. Однако из-за наличия в (11.11.6)  $\beta$ -члена реше-

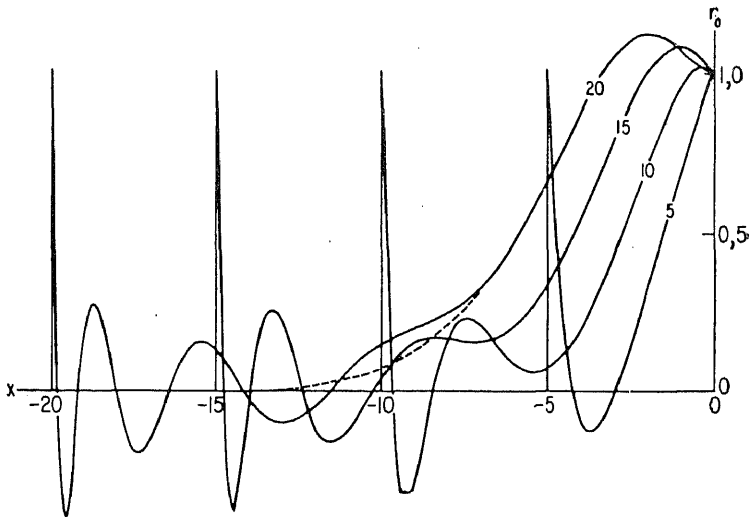


Рис. 11.10. Решение  $r_0$  для экваториально захваченных планетарных и гравитационных волн, удовлетворяющих условию  $r_0 = 1$  при  $x = 0$ . Расстояния измеряются в экваториальных радиусах Россби  $a_e = (c/2\beta)^{1/2}$ , время в единицах  $(2\beta c)^{-1/2}$ . Волновой фронт совпадает с фронтом гравитационной волны и имеет сходство с решениями для  $f$ -плоскости, показанными на рис. 7.3. Волны большого периода (медленные) являются планетарными. Это подтверждает штриховая линия, соответствующая решению уравнений в планетарно-волновом приближении для  $t = 20$  единиц. (Из работы [22, рис. 4 и 7].)

ние со временем не сводится к стационарному состоянию. Возникает медленный процесс приспособления, динамика которого определяется планетарными волнами. На рис. 11.10 также показано (для  $t = 20/(2\beta c)^{1/2}$ ) соответствующее решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ -\frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2} + (2n + 1) \frac{\beta}{c} v_n \right\} - \beta \frac{\partial v_n}{\partial x} = 0, \quad (11.11.7)$$

являющего «планетарно-волновым приближением» уравнения (11.11.6). Видно, что оно является очень хорошим приближением к решению после определенного отрезка времени, в течение которого пройдут первоначальный фронт гравитационной волны и волновой шлейф. Действительно, после  $t = 5/(2\beta c)^{1/2}$  оно становится близким к тому, которое предсказывает урав-

нение (11.11.6) в длинноволновом приближении, а именно уравнение

$$\partial v_n / \partial t - (c / (2n + 1)) \partial v_n / \partial x = 0. \quad (11.11.8)$$

Его решениями являются недиспергирующие волны, распространяющиеся на запад со скоростью  $c / (2n + 1)$ .

Процесс приспособления в океане сильно подвержен влиянию дополнительного фактора, связанного с существованием пересекающих экватор меридиональных границ. Волны, распространяющиеся в экваториальном волноводе, в конце концов обязательно достигают таких границ. Поэтому весьма интересно определить, какие процессы могут при этом происходить. Подобная задача была впервые решена в работе [561]. Возьмем, например, волну Кельвина. При ее ударе о восточную границу часть энергии отражается обратно в форме планетарных и гравитационных волн (функция  $r_0$  на рис. 11.10 фактически иллюстрирует эту часть решения, когда волна Кельвина единичной амплитуды падает на восточный берег  $x = 0$  в момент  $t = 0$ ). Оставшаяся часть энергии переносится вдоль восточной границы в сторону полюса прибрежными волнами Кельвина. За счет этого переноса энергия выносится из экваториальной зоны. В работе [22] приведены решения указанной задачи. На западной границе энергия волн также может отражаться с образованием волн, имеющих восточное направление групповой скорости, однако прибрежные волны Кельвина, распространяющиеся к экватору, теперь не уносят энергию из тропиков, а сосредоточивают ее в экваториальном волноводе.

Рассеяние волн в экваториальной зоне показано на рис. 11.11 (из работы [500]). На нем изображены отклонения пикноклина, вызванные влиянием зонального напряжения ветра, которое начинает действовать в районе, обозначенном штриховыми линиями, в момент  $t = 0$ . Максимальное значение напряжения равно  $0,05 \text{ Н/м}^2$  ( $0,5 \text{ дин/см}^2$ ) в центре области и линейно спадает до нуля в окружающих районах. Ясно видно разделение энергии между движущейся на восток волной Кельвина и планетарной волной западного направления. Столь же очевиден эффект распространения возмущений в волноводе у восточного берега океана. Наблюдения этого эффекта в Тихом океане рассматривались в разд. 10.13. Близкие по смыслу решения модельных уравнений приводятся также в работах [22, 364]. Они позволяют понять, каким образом изменения ветра в центральной и западной частях Тихого океана могут очень сильно влиять на его режим в восточной части. В частности, аномально высокие температуры поверхности в прибрежных водах Перу, которые отмечались в разные годы, могут быть связаны с ослаблением пассатных ветров в Тихом океане на значительном удалении от берегов Перу или со сменой их направления. Подобные аномальные

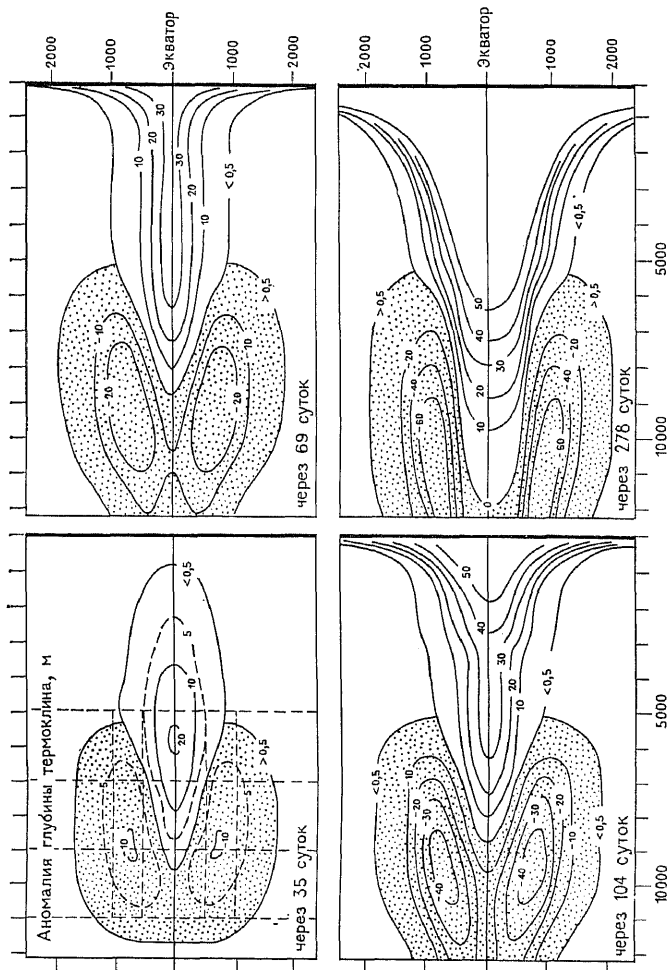


Рис. 11.11. Эволюция аномалии глубины термоклина порождаемая аномалией ветра, которая сосредоточена в обозначенной штриховой линией области (однородное напряжение восточного направления с максимумом  $0,05 \text{ Н/м}^2$  в центральной области, равномерно уменьшающимся до нуля от центра к периферии и со временем растущим линейно в течение первых 35 суток, а затем остающимся постоянным). Хорошо видны быстрое смещение на восток волны Кельвина и более медленное движение к западу планетарных волн. Распространение береговых волн в сторону полюса с очевидностью проявляется позднее 69 суток. Форма изолиний 50 м для рисунка, соответствующего времени позже 278 суток, указывает на существование отраженных от границы планетарных волн (они обсуждаются ниже в гл. 12). (Из [500, рис. 2].)

температуры поверхности оказываются для перуанского рыболовства катастрофическими и приводят в эти периоды чуть не к его полному прекращению. Притом в удачные годы этот район дает около одной пятой (по весу) мирового улова рыбы. На рис. 11.12 показаны различия между температурами поверхности в аномальный и ему предшествующий годы. Можно увидеть некоторое сходство с рис. 11.11. Отмеченные аномальные условия в этом районе называют «Эль-Ниньо» («младенец»; обзоры исследований этого явления можно найти, например, в

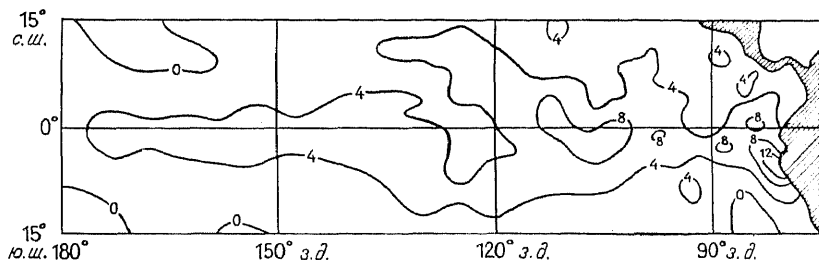


Рис. 11.12. Разность между температурами воды на поверхности в Тихом океане в декабре 1972 г. (год Эль-Ниньо) и в декабре 1971 г. Изолинии в градусах Фаренгейта ( $2^{\circ}\text{F} = 1,1^{\circ}\text{C}$ ). Отметим очень большие значения разности у экватора и свидетельства в пользу ограниченного распространения зоны существования аномалии в окружности экватора. 1972 г. был катастрофическим для перуанской рыбопромышленности. (По данным Fishing Information, Dec. 1972, U. S. Dept. of Commerce, National Marine Fisheries Service, La Jolla, California.)

[262]). Необычно высокие температуры поверхности оказывают сильное влияние на атмосферу, которая в свою очередь действует на океан ветрами. На самом деле большие изменения на временных масштабах порядка нескольких лет присущи всей системе океан — атмосфера, и Эль-Ниньо представляет собой всего лишь их часть (см., например, публикации [385, 342, 654]).

## 11.12 НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВЫНУЖДЕННЫЕ ДВИЖЕНИЯ

В гл. 9 была рассмотрена природа действующих на океан вынуждающих сил и охарактеризованы методы расчета их влияния. Один из методов состоял в разложении вынуждающих сил в ряд по вертикальным нормальным модам. Каждая из мод удовлетворяет уравнениям теории мелкой воды. В качестве следующего шага вынуждающие силы можно представить в виде ряда по функциям параболического цилиндра, т. е. в форме (11.11.2). Это приводит к уравнениям (11.11.3) — (11.11.5). Уравнения по  $x$  и  $t$  можно решать различными методами, например, представляя решения в виде интеграла Фурье от волновых решений или применяя преобразование Лапласа.

Указанным способом можно рассчитать, в частности, эффекты неадиабатических притоков тепла к атмосфере. Например, в работе Холтона [336] было показано, как генерируются некоторые наблюдавшиеся в стратосфере волны. При этом предполагалось, что их источник неподвижен и состоит из колебаний с периодом 4—5 сут. Имеются сведения (см., например, [581]) о колебаниях яркости облачного покрова с таким периодом. Когда в Северном полушарии зима, на широтах 5—10° с. ш. они становятся особенно отчетливыми, что свидетельствует об их связи с колебаниями внутритропической зоны конвергенции. Несмотря на то что зона действия вынуждающих сил остается неподвижной, реакция состоит из *распространяющихся* волн. Это можно объяснить, рассматривая одну из составляющих решения уравнения (11.11.3), в которой правая часть характеризуется зональным волновым числом  $k$  и частотой колебаний  $\omega$ . Тогда уравнение представляется в виде

$$\partial q_0 / \partial t + c \partial q_0 / \partial x = 2 \sin kx \cos \omega t = \sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t) \quad (11.12.1)$$

и имеет решение

$$q_0 = -(\omega + ck)^{-1} \cos(kx + \omega t) + (\omega - ck)^{-1} \cos(kx - \omega t). \quad (11.12.2)$$

В этом случае ведущим является второй член, представляющий собой волну восточного направления. Это объясняется тем, что он наиболее близок к резонансу с волной Кельвина (свободной модой). Аналогичные эффекты свойственны и другим типам волн. Случай, когда в реакции доминируют смешанные планетарно-гравитационные волны, показан на рис. 11.13. Дальнейшее обсуждение этого вопроса можно найти в книге Холтона [337]. Исследования [306, 307], проведенные с помощью модели общей циркуляции, подтвердили, что неадиабатические притоки тепла действительно являются источником подобных волн. Однако для окончательного понимания сути этого явления необходимо определить причины колебаний неадиабатических притоков и оценить их связь с полем скоростей.

Воздействие ветра на океан приводит к другому важному примеру вынужденной реакции. Рассмотрим, например, влияние на океан однородного по пространству ветра, дующего параллельно экватору. Он не должен зависеть от  $x$ , поэтому уравнения (9.10.4) и (9.10.11) для  $n$ -й моды при  $f = \beta y$  можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial \tilde{u}_n / \partial t - \beta y \tilde{v}_n &= \tilde{X}_n, \\ \partial \tilde{v}_n / \partial t + \beta y \tilde{u}_n &= -g \partial \tilde{\eta}_n / \partial y, \\ \partial \tilde{\eta}_n / \partial t + H_n \partial \tilde{v}_n / \partial y &= 0. \end{aligned} \quad (11.12.3)$$

Ситуация полностью аналогична встречающейся в задачах о штормовом нагоне (разд. 10.9) и прибрежном апвеллинге, где имелись решения с функциями  $\tilde{u}_n$  и  $\tilde{\eta}_n$ , пропорциональными времени, и функцией  $\tilde{v}_n$ , независимой от него. Это решение впер-

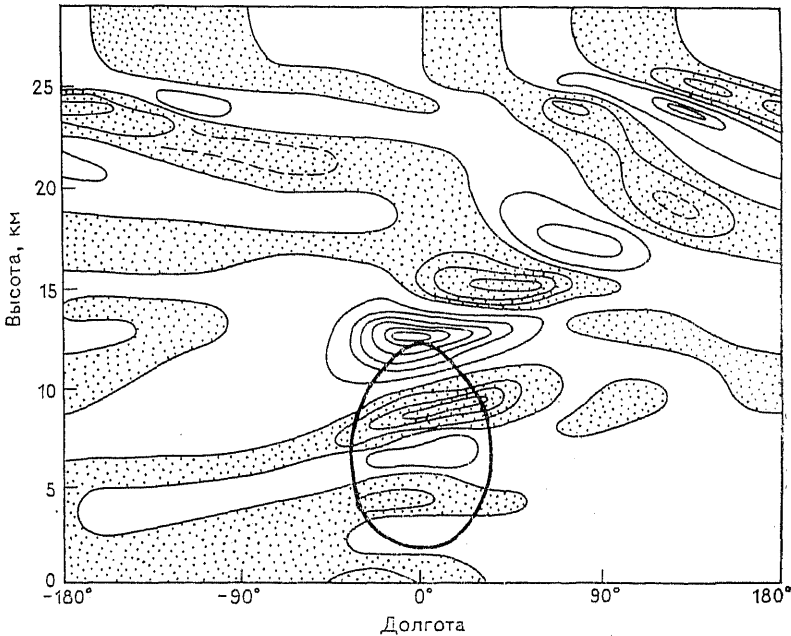


Рис. 11.13. Возмущения меридиональной скорости при антисимметричном неадиабатическом источнике тепла, который испытывает колебания с амплитудой, превосходящей 4 К/сут, в обозначенной сплошной линией области. Разрез вдоль экватора из работы [336, рис. 9]. Изолинии проведены через 2 м/с. Возникающие волны относятся преимущественно к типу смешанных планетарно-гравитационных. Средний ветер меняется с высотой так, что максимальная скорость 8 м/с в восточном направлении отмечается на высоте 21 км, на высоте 25 км она равна нулю, а выше этого уровня скорость направлена на восток.

вые получил Ёсида [892]; оно показано на рис. 11.14. Из системы (11.12.3) следует уравнение для  $\tilde{v}_n$ ,

$$(c_n^2/\beta y) \partial^2 \tilde{v}_n / \partial y^2 - \beta y \tilde{v}_n = \tilde{X}_n, \quad (11.12.4)$$

которое может быть решено в функциях Ломмеля порядка  $1/4$  [196, с. 40].

С удалением от экватора первый член в (11.12.4) становится относительно малым, и получается приближенное решение

$$\tilde{v}_n = -\tilde{X}_n / \beta y = -\tilde{X}_n / f, \quad (11.12.5)$$

характеризующее стационарное экмановское течение (см. разд. 9.2). Восточные пассатные ветры по обе стороны от экватора приводят к экмановскому переносу, направленному от экватора и в Северном, и в Южном полушариях. Поэтому вследствие тех же процессов, которые создают апвеллинг у берега, он возникает и на экваторе. Поскольку уравнение (11.12.4) совпадает со стационарной частью соотношения (10.9.4), различие состоит только в форме функции  $\tilde{v}_n$  (оно связано с переменностью параметра  $f$ ) и в том, что ширина зоны апвеллинга, получаемая сопоставлением членов в левой части формулы

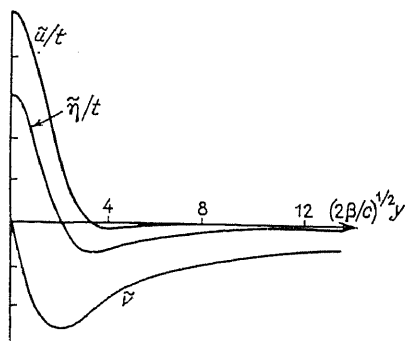


Рис. 11.14. Аналитическое решение Ёсиды [892], характеризующее неизменяющую по долготе экваториальную струю, созданную однородным по пространству восточным ветром. Направленное на восток течение  $\bar{u}$  и отклонение поверхности  $\tilde{\eta}$  пропорциональны времени  $t$ . При этом направленная на север скорость  $\bar{v}$  от времени не зависит.

(11.12.4), равна теперь *экваториальному радиусу Россби* (см. определение (11.5.4)). Вертикальная скорость пропорциональна отношению  $\tilde{\eta}_n/t$ , которое также показано на рисунке. Восточные ветры приводят также к подъему термоклина на экваторе, что в свою очередь создает вдольэкваториальное течение, совпадающее по направлению с ветром. Форма его струи и ее общие характеристики показаны на рис. 11.14. Иногда это течение называют струей Ёсиды.

В том случае, когда ветер изменяется по  $x$  и  $t$ , решения можно искать с помощью метода, аналогичного примененному в задаче о прибрежном апвеллинге (см. разд. 10.11 и 10.13). Это наиболее целесообразно, когда пространственный масштаб направления ветра велик по сравнению с экваториальным радиусом Россби [251]. Весьма важным обстоятельством, даже при неизменном поле ветра, является эффект меридиональных границ. Дело в том, что решение Ёсиды граничным условиям не удовлетворяет. Чтобы удовлетворить им, необходимо добавить решения однородных уравнений, которые имеют форму



рассмотренных выше экваториально захваченных волн. Особое значение при этом имеют длинные волны. До тех пор, пока они не достигнут некоторой точки на экваторе, влиять на нее они не будут. Поэтому в середине океана реакция сначала будет определяться волной Кельвина, связанной с первой бароклинной модой. Она имеет скорость  $c_1$  и должна достигнуть точки первой из длинных волн. Следующей должна быть либо волна Кельвина, связанная со второй модой и бегущая со скоростью  $c_2$ , либо соответствующая первой моде планетарная волна. Ее скорость равна  $c_1/3$ .

На рис. 11.15 представлены результаты моделирования этих эффектов [241]. До того, как начнут сказываться эффекты меридиональных границ, восточные ветры будут отгонять воду от экватора и вызывать таким образом апвеллинг. С подъемом термоклина развивается геострофическое течение, имеющее совпадающее с ветром направление. Геострофичность свойственна движениям даже на экваторе, где параметр Кориолиса становится нулевым. Это объясняется тем, что в пределе при  $y \rightarrow 0$  стационарный вариант решения (11.9.2) дает

$$\beta u = -\rho_0^{-1} \partial^2 p' / \partial y^2 \quad \text{при } y \rightarrow 0. \quad (11.12.6)$$

Существование границ приводит к коренным изменениям градиента давления в зональном направлении. Их возникновение связано с приходом в заданную точку волны Кельвина. На рис. 11.15 показано изменение ситуации при учете только первой моды этой волны. На поверхности океана обнаруживается направленное на запад (по ветру) течение. В то же время под ним, в термоклине, течение направлено на восток и управляется связанным с волной Кельвина градиентом давления. Под этим течением термоклин опускается вниз; выше его он приподнят. Изопикны при этом как бы расходятся. Это свойство является неизбежным следствием геострофического баланса.

Восточное противотечение, называемое *экваториальным противотечением*, представляет собой важную особенность циркуляции экваториального океана. Оно наиболее ярко выражено в Тихом и Атлантическом океанах. Это интенсивное, узкое восточное течение, находящееся под перемешанным слоем в зоне сильного градиента плотности. Его ядро расположено очень близко (в пределах градуса широты) от экватора. Вертикальная толщина течения около 100 м, а полуширина (с одной стороны от экватора) порядка градуса. Обычно максимальная скорость течения составляет 1 м/с. На рис. 11.16 показан пример разреза через течение.

Противотечение имеет интересную историю. Хотя эта уникальная особенность циркуляции была впервые открыта в девятнадцатом веке, о ней, по-видимому, забыли, и ее пришлось

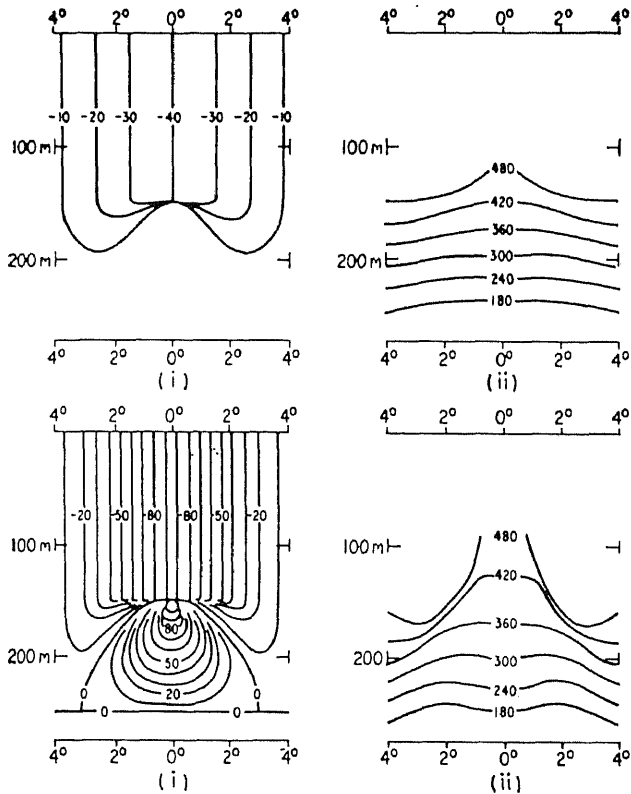


Рис. 11.15. Изолинии восточной составляющей скорости в см/с (i) и термостерической аномалии в дл/т (ii) по модельным расчетам [241, рис. 16]. Первоначально жидкость предполагалась покоящейся, верхние 150 м были однородными, а термостерическая аномалия в следующей сотне метров линейно менялась с глубиной от 480 до 180 единиц. Ниже этого уровня жидкость считалась однородной до очень большой глубины. В некоторый момент было «включено» однородное по пространству напряжение ветра  $0,35 \text{ дин/см}^2$ . Верхние рисунки иллюстрируют течения и отклонения изопики спустя 20 суток после включения напряжения. Поток в районе разреза не зависит от длины и равномерно ускоряется, что согласуется с аналитическим решением. В это время от западного берега прибывает волна Кельвина. Она приносит с собой градиент давления и создает противотечение. Нижние картинки характеризуют решение для момента времени 100 суток, сразу после которого происходят дальнейшие изменения течения, связанные с приходом от границы других волн. (Из «Numerical Models of Ocean Circulation», 1975, с разрешения Национальной академии наук США, Вашингтон.)

открывать вновь в середине двадцатого века! Первоначальное открытие же (см. [534]) принадлежит ученому-химику Дж. И. Бухэнэну, который был приглашен принять участие в рейсе парохода Виссапеер («пират»). Он был зафрахтован те-

леграфной компанией города Сильвертона для того, чтобы совершить в 1886 г. рейс через Гвинейский залив с целью подготовки к прокладке кабеля. Позднее, в том же 1886 г. Бухэнэн [103, с. 761] доложил Королевскому Географическому обществу о «замечательном подповерхностном течении юго-восточного направления со скоростью более мили в час, которое обнаружено на трех расположенных почти на экваторе станциях... установлено, что поверхностные воды очень медленно двигались на запад. На глубине 15 морских саженей имелись некоторые отличия, а на глубине 30 саженей воды мчались на юго-восток так

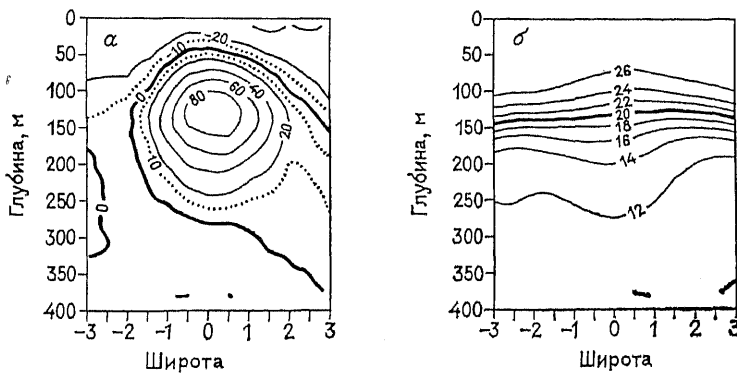
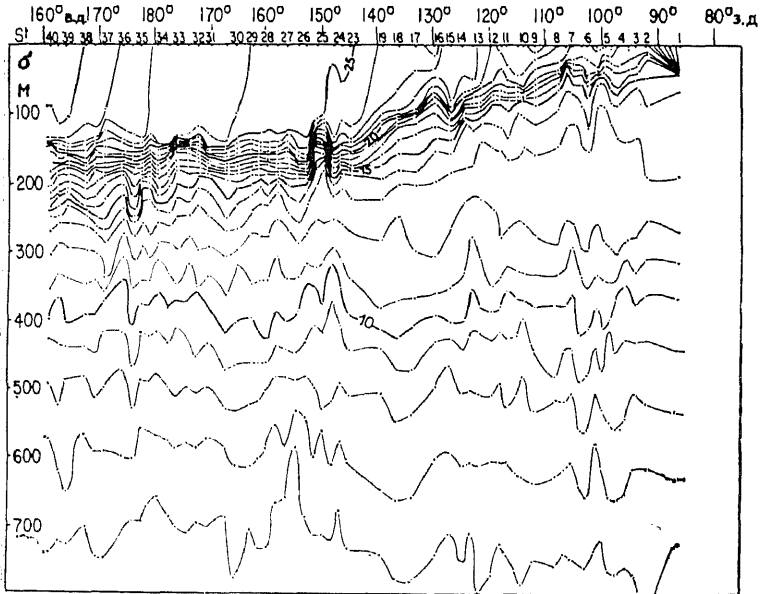
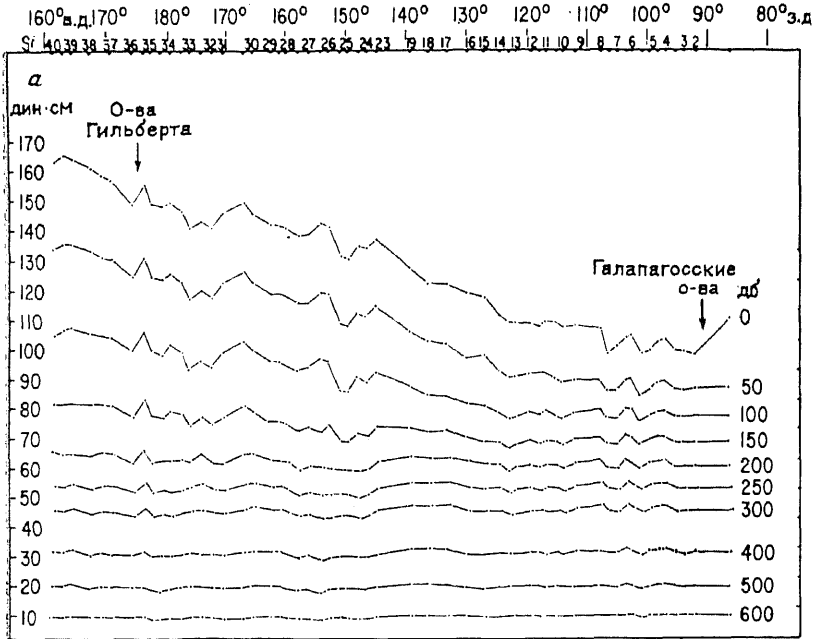


Рис. 11.16. Меридиональные разрезы через экваториальное противотечение, иллюстрирующие (а) восточное течение (в см/с), отсчитываемое от среднего течения в слое 300—500 м и (б) распределение температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ). Значения осреднены по 34 разрезам, выполненным на трех меридианах: 150, 153 и  $158^{\circ}$  з. д. в течение 1979 и 1980 гг. (С любезного разрешения Е. Файринга.)

стремительно, что измерения температуры было невозможно произвести, поскольку тяжело нагруженные линии сносились прямо по течению и утопить их не удавалось даже максимальным грузом, который они могли выдержать»...

Причина существования противоречия достаточно ясна. Она была выявлена в ряде модельных исследований (см., например, [241, 621, 622]). Восточное напряжение ветра вдоль экватора уравнивается градиентом давления, который из-за особенностей стратификации района создается почти полностью в верхнем слое. На рис. 11.17 (из [446]) показаны разрезы полей температуры и относительно давления по экватору в Тихом океане. (Градиент давления в Атлантическом океане обсуждался в работе [395].) Давление на поверхности быстро уменьшается к востоку (наклон поверхности примерно равен  $5 \times 10^{-8}$ ), но на глубине 250 м градиент практически исчезает. Вдали от экватора градиент давления связан с геострофическим течением в сторону экватора. Однако на самом экваторе параметр Кориолиса



равняется нулю и возникает течение, направленное по градиенту давления, т. е. на восток. У поверхности также имеется течение, непосредственно управляемое ветром. На удалении от экватора оно представляет собой экмановское течение, направленное к полюсу, но на экваторе, где  $f = 0$ , ветровое течение направлено прямо по ветру, т. е. на запад.

Модель, рассмотренная ранее в этом разделе, описывает первую стадию процесса установления градиента давления. Дальнейшее развитие процесса было исследовано в численных моделях (например [622]). Модель также показывает ограниченность зоны, занятой противотечением, пределами экваториального радиуса деформации Россби и воспроизводит апвеллинг, связанный с экмановской дивергенцией на экваторе. Большое значение имеет также наклон термоклина, поскольку он приводит к подъему холодной воды к поверхности в восточной части области. Таким образом, в периоды активных воздействий на океан воды легко выходят на поверхность и охлаждаются, в другое же время поверхность покрыта тонкой теплой пленкой. На западе перемешанный слой глубокий и достаточно теплый, так что изменения интенсивности перемешивания или притоков тепла от атмосферы не могут сильно изменить температуру поверхности.

Другая интересная нестационарная задача связана с влиянием изменений ветра на течения у западного берега. Это в особенности относится, например, к установлению Сомалийского течения с началом юго-западного муссона в Индийском океане. Лайтхилл [455] показал, как первоначально удаленные от западной границы возмущения могут вызвать на ней изменения с помощью планетарных волн. Этот механизм свойственен не только экваториальной зоне, и он изучается в гл. 12. В результате численных экспериментов Кокс [139] установил, что местные вдольбереговые ветры также влияют на Сомалийское течение, причем механизм их воздействия совпадает с изученным в разд. 10.11, который приводит к образованию вдольбереговой струи. Дальнейшие исследования [23, 363, 143] роли указанных механизмов продемонстрировали, что местные вдольбереговые ветры определяют реакцию на начальных этапах (скажем,

Рис. 11.17. (а) Изменения динамической высоты относительно поверхности 700 дбар на различных уровнях и (б) изотермы на экваторе в Тихом океане. Градиент давления имеет знак, необходимый для уравновешивания напряжения ветра и создания течения ниже зоны действия ветра. На западе, где глубина перемешанного слоя велика, градиент давления в большей степени определяется градиентом температуры в перемешанном слое. На востоке градиент связан с наклоном термоклина. Он приводит к подъему холодных вод вплоть до поверхности океана, что в свою очередь делает поверхностную температуру на востоке океана очень чувствительной к слабым изменениям ветра, притока тепла и т. п. (По [446, рис. 1 и 2].)

в течение первого месяца с момента включения ветра), а в последующем основным фактором становятся удаленные воздействия. Нелинейные эффекты не только приводят к возрастанию скорости вниз по потоку, но и создают вихревые или меандрирующие структуры (Кокс [142], обзор содержится в работе [16]). На стадии «разгона» в численном эксперименте отмечались движущиеся вдоль берега вихри (или одиночный вихрь). В модели Кокса [142] они превращались в стационарные, а Сомалийское течение отрывалось от берега на широте, регулируемой распределением ветра. На самом деле в Сомалийском течении действительно обнаруживаются крупные меандры, а его отрыв от берега отмечался в различных точках.

### 11.13. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЗАВИХРЕННОСТЬ БАРОКЛИННЫХ ДВИЖЕНИЙ: СТАЦИОНАРНЫЙ ПРЕДЕЛ

Бароклинные движения жидкости могут быть рассмотрены (в случае сильно стратифицированной жидкости, к которой применимо уравнение (11.9.4)) с помощью линеаризованных уравнений горизонтальных движений (11.9.5) и (11.9.2). Применяя к ним операцию вихря, получаем уравнение для завихренности

$$\partial \zeta / \partial t + f(\partial u / \partial x + \partial v / \partial y) + \beta v = 0. \quad (11.13.1)$$

Если скомбинировать его с условием несжимаемости (6.4.3), то можно записать линеаризованное уравнение потенциальной завихренности бароклинных движений:

$$\partial \zeta / \partial t + \beta v = f \partial \omega / \partial z. \quad (11.13.2)$$

В стационарной задаче оно упрощается следующим образом:

$$\beta v = f \partial \omega / \partial z. \quad (11.13.3)$$

Поясним его. Предположим, что в поле горизонтальной скорости имеется конвергенция, и правая часть выражения (11.13.3) положительна. Вихревые трубки, т. е. определенные материальные поверхности в жидкости, стенки которых составлены из вихревых линий (см. разд. 7.9), почти вертикальны. Поэтому конвергентные движения будут уменьшать их площадь в поперечном направлении и увеличивать длину. Иначе говоря, *вихревые трубки будут растягиваться* по вертикали, и величина их абсолютной завихренности (разд. 7.9) будет расти. При стационарном движении малой амплитуды это может произойти только при *смещении трубки в сторону полюса*, т. е. в направлении увеличения фоновой завихренности  $f$ . Скорость, с которой трубка должна двигаться на север, чтобы сохранить баланс за-

вихренности, определяется уравнением (11.13.3). Те же положения справедливы и для дивергентного поля горизонтальных движений, в котором происходит сокращение вихревых трубок и их движение на юг.

Баланс (11.13.3) может быть достигнут и для *вынужденного* стационарного движения. Рассмотрим, например, мелкий однородный слой жидкости  $H$ , движущийся под действием экмановской скорости подкачки  $\omega_E$  (разд. 9.7). Тогда во всем слое  $\partial\omega/\partial z$  будет иметь одинаковое значение  $\omega_E/H$ , и (11.13.3) приобретает вид

$$\beta v = f\omega_E/H, \quad (11.13.4)$$

или, с учетом приближенного выражения (9.4.3),

$$\beta v = (\rho H)^{-1} (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y). \quad (11.13.5)$$

Это уравнение представляет собой стационарный вариант уравнения баланса потенциальной завихренности (11.4.13) в рамках теории мелкой воды. Более общий вариант, который не связан с предложением об однородности слоя, получается интегрированием (11.13.3) по вертикали и подстановкой выражения (9.4.3) для экмановской скорости. Это дает

$$\beta V = \rho^{-1} (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y), \quad (11.13.6)$$

где  $V$  (сравнить с (9.2.6)) представляет собой интеграл от меридиональной скорости по вертикали. Уравнение (11.13.6) (или его эквивалент (11.13.5) для однородного слоя) известно как соотношение Свердрупа. Меридиональный перенос  $V$ , определяемый формулой (11.13.6), называется свердруповским. Соотношение (11.13.6) означает, что перенос *массы*  $\rho V$  в сторону севера равен отношению вихря напряжения ветра и параметра  $\beta$ .

Уравнение (11.13.6) играет в океанографии очень большую роль. Оно показывает, как создается стационарная циркуляция в линейных моделях. В субтропических круговоротах вихрь напряжения ветра отрицателен, что приводит в экмановском слое к конвергентному движению (западные ветры в обращенной к полюсу части круговорота смещают воду к экватору, в то же время восточные ветры в обращенной к экватору части движут ее к полюсу). Это означает, что непосредственно под экмановским слоем создаются нисходящие движения; вихревые линии сжимаются, и воды в соответствии с высказанными выше соображениями текут на юг. Вместе с тем из-за необходимости сохранения массы уравнение (11.13.6) применимо для круговорота в целом, поэтому для воспроизведения циркуляции ветрового происхождения необходим более полный анализ (см. гл. 12).

Другой способ поддержания стационарного баланса завихренности вида (11.13.3) состоит в растяжении вихря за счет внутреннего нагрева. Результирующая сила плавучести при этом дает вклад в вертикальную скорость, который можно определить с помощью (9.15.8). Подстановка в (11.13.3) приводит к формуле

$$f^{-1}\beta v = \rho_0^{-1}f^{-2}\beta \partial p'/\partial x = \partial(\rho_0^{-1}N^{-2}B'_s)/\partial z, \quad (11.13.7)$$

где  $B'_s$  — скорость изменения плавучести в единичном объеме, а запись формулы через функцию давления следует из геострофической связи между  $v$  и  $\partial p'/\partial x$ . В соответствии с (11.13.7), нагрев в средней части атмосферы создает восходящие движения, растяжение вихря, и следовательно, движение к полюсу на нижних уровнях. На верхних же уровнях возникает сжатие вихря и течение к экватору. Заметим, однако, что соотношение (11.13.7) невозможно использовать для расчета зонально осредненных течений, поскольку для них градиент  $\partial p'/\partial x$  становится нулевым. Примеры течений, создаваемых силами плавучести, приведены в следующем разделе.

#### 11.14. СТАЦИОНАРНОЕ ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

В предыдущем разделе был рассмотрен баланс завихренности стационарных течений. Решение задачи, полученное без учета трения, характеризовали режим только части изучаемого района, поскольку, как показано в разд. 9.16, полные стационарные решения можно получить только в том случае, когда в модель в какой-либо форме включены трение и перемешивание. В этом разделе мы рассмотрим стационарные решения вынужденных уравнений теории мелкой воды с учетом диссипативных факторов, параметризуемых простейшим образом, а именно, с помощью «релеевского» трения и «ньютоновского» закона теплоотдачи с одинаковым коэффициентом  $r$ . Уравнения будут иметь тот же вид, что и в нестационарной задаче, за исключением того, что  $\partial/\partial t$  везде будет заменено на  $r + \partial/\partial t$  или, в стационарной задаче, просто на  $r$ . В частности, при постоянной глубине  $H$  уравнения (11.4.10)—(11.4.12) записываются следующим образом:

$$ru - \beta yv = -g \partial \eta / \partial x + X / \rho H, \quad (11.14.1)$$

$$rv + \beta yu = -g \partial \eta / \partial y + Y / \rho H, \quad (11.14.2)$$

$$rg\eta + c^2(\partial u / \partial x + \partial v / \partial y) = -gE / \rho. \quad (11.14.3)$$



Несмотря на то, что эти уравнения выведены формально для мелкого слоя однородной жидкости, они могут быть применимы и для определения любой нормальной моды. Для этого только необходимо использовать соответствующие значения  $c$ , а значения вынуждающих сил находить разложением правых частей уравнений по нормальным модам. Члены  $(X, Y)$  в (11.14.1), (11.14.2), характеризующие «напряжения», можно найти при разложении градиента напряжения в перемешанном слое океана по нормальным модам, как было показано в разд. 9.10. Аналогично, член, соответствующий испарению  $E$ , можно найти разложением сил плавучести, как это было сделано в разд. 9.13 и 9.15. Уравнения приведенной выше формы получаются независимо от вида вынуждающих сил. Они могут быть сведены к одному уравнению для  $v$ , которое является стационарной частью уравнения (11.4.14):

$$\begin{aligned} & \frac{r}{c^2} (r^2 + f^2) v - r \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \beta \frac{\partial v}{\partial x} = \\ & = \frac{1}{\rho H} \left\{ \frac{r}{c^2} (rY - fX) + r \frac{\partial E}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} + fE \right) \right\}. \quad (11.14.4) \end{aligned}$$

При слабом трении ( $r \rightarrow 0$ ) все главные члены уравнения содержат производные по  $x$ . Поэтому зонально однородные течения являются весьма частным случаем, так как для них все эти «главные» члены равняются нулю. Уравнение (11.4.14) при этом упрощается следующим образом:

$$\frac{r^2 + f^2}{c^2} v - \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho H} \left( \frac{\partial E}{\partial y} - \frac{fX}{c^2} + \frac{rY}{c^2} \right). \quad (11.14.5)$$

Множитель  $r$  сокращается в обеих частях уравнения, так что образующееся поле  $v$  при малом  $r$  имеет порядок единицы. Уравнение (11.14.5) получается таким же, как и на  $f$ -плоскости, но зависимость  $f$  от  $y$  более не соответствует (11.4.3). Поэтому решения для  $v$  являются слегка измененными версиями аналогичных решений на  $f$ -плоскости. Свободные решения уже не являются экспоненциальными, а записываются в специальных функциях (функциях параболического цилиндра порядка 1/2). Эти функции протабулированы в (4, гл. 19). Например, на рис. 11.18 показаны изменения давления  $p$  (или отклонения поверхности) для случая, когда испарение сконцентрировано вдоль линии  $y = a_e$ , где  $a_e$  — экваториальный радиус Россби, определяемый формулой (11.5.4). Эквивалентное решение для  $f$ -плоскости представляет собой предельный вид зависимости, показанной на рис. 9.11, когда ширина зоны генерации движений стремится к нулю. Влияние изменений  $f$  состоит в не-

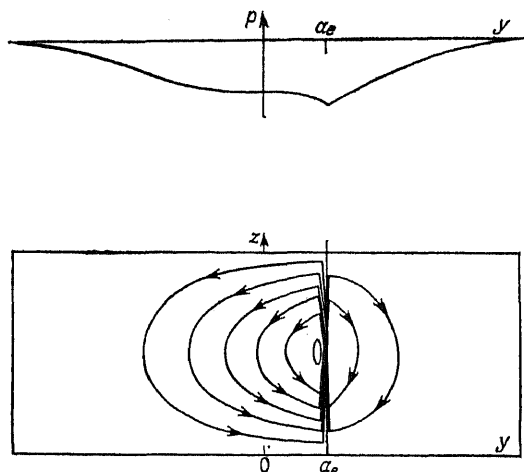


Рис. 11.18. Линейное решение вынужденных уравнений теории мелкой воды с источником тепла (или испарения), расположенным на широте  $y = a_e$ , где  $a_e$  — экваториальный радиус Россби. На верхнем рисунке показано распределение давления (сравнить с решением на рис. 9.11, *a* для  $f$ -плоскости), имеющее впадину на широте источника. Приток к этой впадине осуществляется в основном со стороны экватора. Он показан на нижнем рисунке в предположении, что решение имеет синусоидальную вертикальную структуру, связанную с единственной вертикальной модой. Решение воспроизводит меридиональную циркуляцию, созданную источником тепла на некоторой широте. Ее характер соответствует движениям во внутритропической зоне конвергенции.

сколько более медленном спадении давления с экваториальной стороны вызванного испарением опускания.

Значительно более интересными оказываются применения решений вынужденных уравнений теории мелкой воды, когда в качестве вынуждающей силы выступает испарение, если речь идет о бароклинных движениях, как в разд. 9.15. Например, в несжимаемой атмосфере с постоянной частотой плавучести  $N$  и «твердой крышкой» на некоторой высоте, бароклинные моды имеют синусоидальную структуру. Наиболее важная из них (с максимальным вертикальным масштабом) представляет собой синус высоты с периодом, равным удвоенной толщине атмосферы. Если на атмосферу действует распределенный подобным образом по вертикали источник тепла, то только эта мода и генерируется, а процесс описывается с помощью уравнений теории мелкой воды, в которых вместо испарения стоит интенсивность нагрева. На рис. 11.18 показана меридиональная циркуляция, создаваемая таким нагревом, сконцентрированным на линии  $y = a_e$ , полученная заданием подходящей вертикальной структуры для решений уравнения (11.14.5). Была получена

картина, сходная с циркуляцией Гадлея, вызванной линейным источником тепла наподобие того, который возникает во внутритропической зоне конвергенции (ВЗК). Подъем воздуха происходит только в области нагрева. Влажный воздух вытягивается из экваториальной стороны, так что на этой стороне образуется наиболее ярко выраженная циркуляция. Кривая давления показывает, как происходят изменения поверхностного давления, свойственные этому решению. Эффект нагрева в полуограниченной атмосфере можно рассчитать с помощью суперпозиции мод, как это было сделано в разд. 9.15. Такой же метод может быть применен и в задаче о сжимаемой атмосфере (см. разд. 6.14, 6.15 и 6.17).

Как отмечалось ранее, зонально однородные решения являются весьма частным примером решений уравнений теории мелкой воды. Поэтому важно рассмотреть также решения с малым трением, когда вынуждающие силы изменяются по оси  $x$ . При этом, интегрируя ведущие члены уравнения (11.14.4) по  $x$ , получим уравнение потенциальной завихренности (11.13.5) с дополнительным учетом эффекта испарения:

$$\beta v = (\rho H)^{-1} (\partial Y / \partial x - \partial X / \partial y + fE). \quad (11.14.6)$$

Для того чтобы проиллюстрировать поведение решений в том случае, когда изменения по  $x$  существенны, и продемонстрировать роль, которую играет полученное уравнение (11.14.6), рассмотрим специальный случай, когда вынуждающие силы сосредоточены в области конечных зональных размеров. Особенно простыми будут решения, если задать испарение (т. е. вынуждающие силы, связанные с плавучестью) в виде

$$E/\rho H = F(x) \exp(-\beta y^2/2c) = F(x) D_0((2\beta/c)^{1/2} y), \quad (11.14.7)$$

где  $F$  выбирается в форме

$$F(x) = \begin{cases} \cos(\pi x/2L) & \text{при } |x| < L, \\ 0 & \text{при } |x| > L. \end{cases} \quad (11.14.8)$$

При такой форме записи вынуждающих сил в правых частях уравнений разд. 11.14 будет стоять только один ненулевой коэффициент, а именно  $E_0 = F(x)$ . Поэтому в решении будут содержаться только функции  $q_0$ ,  $q_2$ ,  $v_1$  и  $r_0$ . Если к тому же учесть, что коэффициент  $r$  мал по сравнению с  $\beta L$ , т. е.

$$r \ll \beta L, \quad (11.14.9)$$

то решения можно записать следующим образом [248]:

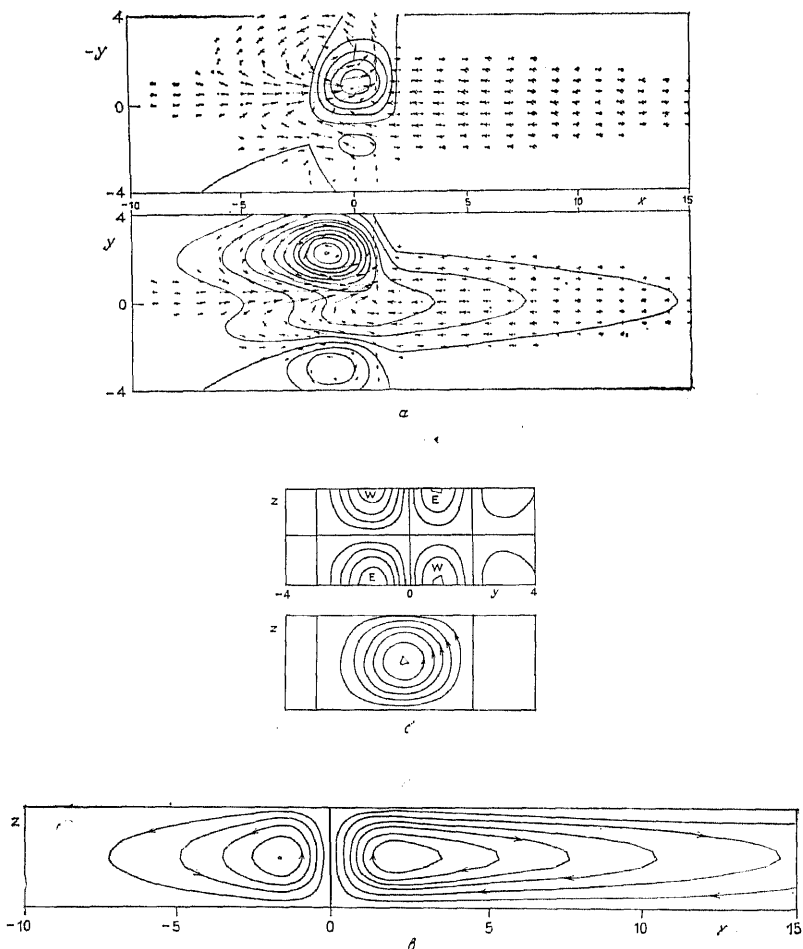


Рис. 11.19. Решение вынужденных уравнений теории мелкой воды с источником тепла (или испарением), который сосредоточен в полосе долгот  $|x| < 2a_e$ . Распределение по широте определяется формулой (11.14.13) и характеризуется максимумом к северу от экватора. Стрелки на рис. (а) обозначают горизонтальные скорости, сплошные линии — вертикальные скорости, распределение которых сходно с распределением функции нагрева. Движение направлено вверх внутри замкнутых кривых, лежащих к северу от экватора, и имеет максимум при  $x = 0$ ,  $y = a_e$ . Линии на нижнем рисунке соответствуют изобарам. Расстояния по осям измеряются в единицах, равных  $a_e$ . (По [248, рис. 3].) (б) Меридиональная циркуляция в том случае, когда реакция интерпретируется как бароклинный отклик на нагрев с синусоидальным распределением по вертикали. Верхний рисунок иллюстрирует зональное течение ( $E$  — восточные ветры,  $W$  — западные), а нижний — меридиональный поток (циркуляция Гадлея). (По [248, рис. 3].) (в) Осредненный по широте зональный поток (циркуляция Уолкера), трактуемый аналогично, т. е. как бароклинная реакция. (По [248, рис. 1с].)

$$u = \left[ \frac{1}{2} q_0(x) + \frac{1}{2} q_2(x) (2c^{-1} \beta y^2 - 3) \right] \exp(-\beta y^2/2c),$$

$$g\eta/c = \left[ \frac{1}{2} q_0(x) + \frac{1}{2} q_2(x) (2c^{-1} \beta y^2 + 1) \right] \exp(-\beta y^2/2c), \quad (11.14.10)$$

$$v = [F(x) + 4(r/c)q_2(x)]y \exp(-\beta y^2/2c),$$

где  $q_0$  и  $q_2$ , т. е. функции, определяемые соотношениями (11.4.15) и (11.11.1), удовлетворяют приближенным уравнениям

$$dq_0/dx + (r/c)q_0 = -F, \quad (11.14.11)$$

$$dq_2/dx - 3(r/c)q_2 = F. \quad (11.14.12)$$

Это решение наиболее просто вывести из стационарных частей уравнений разд. 11.11. При малых  $r$  решение в зоне действия вынуждающих сил получается при пренебрежении в (11.14.11), (11.14.12) членами с  $r$ . Это эквивалентно тому, что меридиональная скорость определяется уравнением потенциальной завихренности (11.14.6). Далее это решение будет прокомментировано более подробно.

Вне зоны действия вынуждающих сил уравнение потенциальной завихренности без учета трения уже нельзя применять. Дело в том, что решения (11.14.1) и (11.14.2) по оси  $x$  меняются медленно, а это противоречит предположениям, которые использовались при выводе (11.14.6). Уравнение (11.14.11) фактически представляет собой уравнение для вынужденной волны Кельвина, которая, выходя из зоны генерации, распространяется на восток со скоростью  $c$  и одновременно затухает со скоростью  $r$ . Другими словами, на единице длины волна затухает со скоростью  $r/c$ . Из этого следует, что поскольку волны Кельвина могут переносить информацию только на восток, следует искать такое решение уравнения (11.14.11), которое равняется нулю в западной конечной точке зоны действия вынуждающих сил  $x = -L$ . Аналогично, (11.14.12) характеризует длинную вынужденную планетарную волну с  $n = 1$ . Она распространяется на запад со скоростью  $c/3$  и затухает со скоростью  $r$ . Поэтому требуемое решение должно удовлетворять нулевому граничному условию на восточном конце зоны.

Ясно, что этот метод можно применять ко всем видам вынуждающих сил в правой части (11.14.7), представимых в виде функций параболического цилиндра любого порядка. Для произвольного распределения вынуждающих сил решение получается способом суперпозиции. Например, решение для

$$E/\rho H = F(x) (1 + y/a_e) \exp(-y^2/4a_e^2) = F(x) [D_0(y/a_e) + D_1(y/a_e)] \quad (11.14.13)$$

представлено на рис. 11.19. Его интересно рассмотреть как бароклинное решение, отвечающее воздействию нагревания. Ситуация сходна с той, которая характерна для атмосферы в июле.

Если взять экваториальный радиус Россби равным примерно  $10^\circ$  широты, то показанное на рис. 11.19 решение с  $L = 2a_e$  будет соответствовать нагреву в области, охватывающей  $40^\circ$  по долготе, с максимумом на широте  $10^\circ$ . Действительно, рис. 9.1 из работы [589] показывает, что область сильного нагрева сконцентрирована так же, как и на рис. 11.19, хотя максимум достигается на широте  $15^\circ$  с. ш., а область наибольших значений лежит между  $90^\circ$  и  $140^\circ$  в. д.

На рис. 11.19, *a* в зоне притока тепла видны вертикальные движения и преимущественно северные течения, как это и предсказывает уравнение потенциальной завихренности (11.15.6). Вместе с тем, из-за влияния трения картина в западной части зоны немного искажена. В целом ситуацию можно объяснить следующим образом. Подъем воздуха при нагревании приводит к растяжению вихря и приобретению им циклонической завихренности. При этом жидкие частицы стремятся двигаться к полюсу, что и позволяет им сохранить малые значения относительной завихренности.

Единственная волна, которая может распространяться из района действия вынуждающих сил на восток, это волна Кельвина. Поэтому в районе  $x > L$  (соответствующем Тихому океану, если модель воспроизводит влияние вынуждающих сил на долготе Индонезии) движения имеют признаки, свойственные волне Кельвина, т. е. распространяются параллельно экватору и являются симметричными относительно него. Ветры имеют восточное направление и дуют в сторону источника, затухая на единице длины со скоростью  $r/c$ . Физический механизм представленного таким образом затухания оказывается связанным с трением за счет кучевых облаков [235], точнее, с переносом импульса по вертикали в кучевой облачности.

Длинные планетарные волны могут распространяться из района действия вынуждающих сил на запад. Однако они затухают быстрее, чем волны Кельвина, и поэтому покрывают меньший район. В них также происходят и меридиональные движения, поэтому на западе обнаруживается зона возврата к экватору воздуха, который был отнесен к полюсу в районе нагрева. (Можно сравнить с потоками, зарегистрированными на уровне 850 мб, см. рис. 11.21). Решения, обладающие аналогичными свойствами, были найдены Вебстером [840] в численных экспериментах с двухслойной моделью, воспроизводящей возмущения зонального потока. В работе [530] были построены решения для периодических изменений нагрева вдоль оси  $x$ . Решения уравнений теории мелкой воды с учетом трения на

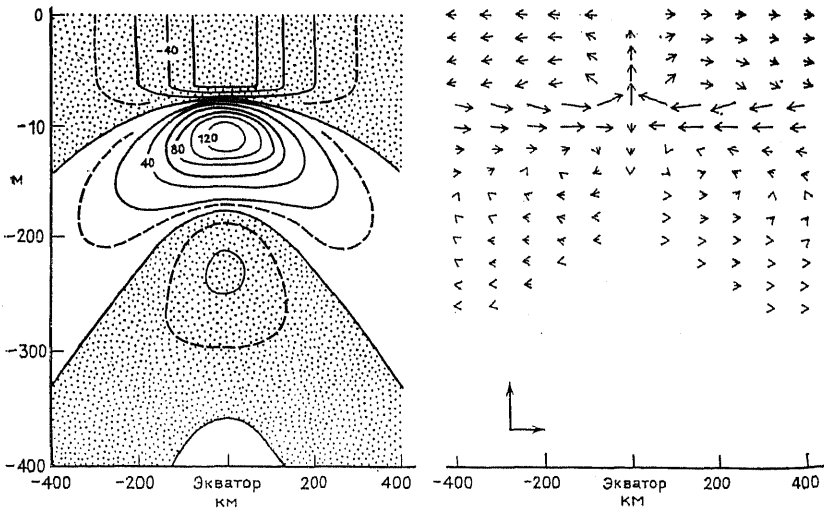


Рис. 11.20. Меридиональное сечение структуры течений через экватор, построенное с помощью линейного решения Маккриэри [501, рис. 4с]. В левой части показаны зональные течения (восточные течения имеют положительный знак). В правой части рисунка — потоки в меридиональной плоскости. В качестве вынуждающей силы в модели задается западное напряжение ветра на поверхности, действующее в ограниченном диапазоне широт и долгот. Зона действия ветра симметрична относительно экватора и срединной линии между меридиональными границами. Показанный разрез выполнен посередине области. Профиль плотности характеризуется наличием верхнего перемешанного слоя глубиной 75 м с резким экспоненциальным уменьшением плотности непосредственно над его границей и менее сильным падением в более глубоких областях. Отметим существование сильного восточного противотечения (изолинии в см/с), выше и ниже которого расположены западные течения, и возникновение апвеллинга, поднимающего воды из термоклина. В качестве масштаба в левом нижнем углу правого рисунка помещены стрелки, длины которых соответствуют скоростям 0,005 см/с по вертикали и 10 см/с по горизонтали. Горизонтальные оси координат размечены в километрах.

сфере, полученные в [521], также обнаруживают близкие свойства.

На рис. 11.19, б показано зонально осредненное течение, представляющее собой мощную ячейку циркуляции Гадлея с подъемом на широте максимального нагрева. Движения в сторону экватора связываются с восточными ветрами, а потоки к полюсу — с западными. Это объясняется с помощью принципа сохранения углового момента количества движения и того обстоятельства, что в линейной модели жидкость «помнит» свой угловой момент только той широты, на которой она только что находилась. Поэтому при пересечении экватора зональная скорость меняет знак.

На рис. 11.19, в показана осредненная по широте циркуляция. Она связана только с частью вынуждающего воздействия, которая симметрична относительно экватора. На долготе района нагрева отмечаются восходящие потоки, а во всех других районах — опускание воздуха. Соответствующая циркуляция в атмосфере над Тихим океаном называется циркуляцией Уолкера.

Вынужденные стационарные решения, подобные приведенным выше, получены также при исследовании экваториальной циркуляции океана. Здесь в качестве воздействия выступает напряжение ветра, распределенное по поверхностному перемешанному слою. Для того, чтобы получить реалистичную структуру течений, необходимо рассчитать большое число мод. Это продемонстрировал Мэкриэри [501]. Он использовал модель, в которой были специальным образом параметризованы вертикальная вихревая вязкость и вертикальная вихревая диффузия. Они были неизменны на каждом уровне и менялись по глубине, так что структура мод течения сохранялась и моды оставались независимыми друг от друга. Для каждой из мод были выписаны уравнения (11.14.1) — (11.14.3). Коэффициент трения возрастал с номером моды ( $r$  на самом деле можно считать пропорциональным  $c_n^2$ ). Для нескольких первых мод трение было малосущественным, а напряжение ветра уравновешивалось градиентом давления. Соответственно, вклад этих мод в течение был невелик. Вместо этого, как показывает решение без учета изменений по оси  $x$ , основной вклад вносили те моды, которые были настолько сильно подвержены влиянию трения, что влияние восточной и западной границ становилось второстепенным по сравнению с локальными эффектами. Примеры полученных этим методом решений показаны на рис. 11.20.

### 11.15. ЦИРКУЛЯЦИЯ ТРОПИЧЕСКОЙ АТМОСФЕРЫ

В гл. 1 было показано, как в условиях горизонтальной однородности под влиянием сбалансированных радиационных и конвективных процессов формируется равновесный профиль температуры. Для обсуждения различных примеров была применена исключительно простая модель конвекции. В действительности же из-за наличия в атмосфере влаги конвективные процессы оказываются достаточно сложными. При адиабатическом подъеме объема влажного воздуха на некотором уровне (уровне конденсации) наступает насыщение, определенная часть водяного пара конденсируется и становится видимой как облако. Выделяемая при этом скрытая теплота конденсации придает воздуху дополнительную плавучесть и способствует дальнейшему подъему объема. Если в процессе подъема в выделенный объем не вовлекается окружающий воздух и все выделившееся скры-



тое тепло идет на его нагревание, то изменение температуры с давлением происходит по псевдоадиабатической насыщающей кривой (см. разд. 3.8) и эквивалентная потенциальная температура объема остается постоянной. Объем обладает плавучестью до тех пор, пока его эквивалентная потенциальная температура  $\theta_e$  превышает температуру окружающего воздуха. Поэтому он может подняться до уровня, на котором разность между температурой окружения и  $\theta_e$  становится равной нулю. В действительности из-за своих малых размеров большинство поднимающихся объемов разбавляются большим количеством окружающего воздуха, поэтому небольшие кучевые облака живут довольно короткое время. Кроме того, известны также и другие процессы, уменьшающие потенциал объема воздуха. К ним относится, например, испарение облачных капель. С другой стороны, крупные объемы поднимающегося воздуха разбавляются не столь сильно и могут подниматься выше. Для их небольшой доли эффект разбавления оказывается не слишком сильным, и они становятся способными достичь высот, где разница между температурой воздуха и эквивалентной потенциальной температурой равняется нулю. Подобные облака называются облачными башнями. Их максимальная высота сильно меняется в зависимости от температуры поверхности, поскольку теплый воздух может содержать значительно больше влаги, чем холодный. Например, эквивалентная потенциальная температура насыщенного воздуха с температурой  $30^\circ\text{C}$  ( $303\text{ K}$ ) при поверхностном давлении равна  $386\text{ K}$ , т. е. на  $83^\circ$  выше, чем у сухого воздуха. При стандартных условиях это придает объему насыщенного воздуха потенциал, позволяющий ему подняться примерно до уровня  $100\text{ мбар}$ . Для сравнения укажем, что насыщенная частица с температурой  $20^\circ\text{C}$  ( $293\text{ K}$ ) при поверхностном давлении имеет  $\theta_e = 333\text{ K}$  (на  $42^\circ$  больше, чем у сухого воздуха). Это сообщает ей потенциал, позволяющий достичь высоты с давлением  $300\text{ мбар}$ .

Характерные профили потенциальной и эквивалентной потенциальной температур для тропической атмосферы показаны на рис. 3.5. Профиль  $\theta_e$  обнаруживает уменьшение с высотой от поверхности до минимального значения на уровне около  $650\text{ мбар}$ . Затем  $\theta_e$  начинает расти, но ее поверхностные значения достигаются не ранее, чем на уровне  $200\text{ мбар}$ . Это говорит о возможности достижения облачными башнями больших высот.

Природа конвективных процессов по данным наблюдений была рассмотрена, например, в монографии Рилы [673]. Считается, что горячие неразбавленные облачные башни занимают в конкретный момент времени одну тысячную часть площади тропиков, но в них происходит подъем основной массы воздуха. Объем воздуха может подняться до вершины башни за время

порядка нескольких часов. Опускание воздуха до нижних уровней, которое происходит в пространстве между облаками, требует одного — двух месяцев. Если бы опускание происходило адиабатически, то воздух сохранял бы свою потенциальную температуру и приходил бы к земле с температурой, большей на 80 градусов той температуры, с которой он начинал подъем. Однако радиационное выхолаживание со скоростью 1—2 град/сут приводит к соответствующему наблюдаемому распределению температур. Таким образом и устанавливается радиационно-конвективное равновесие. При этом также необходимо учитывать дополнительное перемешивание из-за облаков меньших размеров, особенно в области условной неустойчивости (см. разд. 3.8), где  $\theta_e$  уменьшается с высотой. В этой области наиболее неустойчивыми к малым возмущениям оказываются движения малых горизонтальных размеров. Однако поскольку они испытывают сильное разбавление окружающим воздухом, вырасти до больших высот они не могут. Для движений с большими горизонтальными пространственными масштабами эффект разбавления уже не столь важен, поэтому они осуществляют обмен в большой толще воздуха. Итак, во внимание необходимо принять полный ансамбль облаков различных размеров. В работе Аракавы и Шуберта [28] была разработана подобная модель конвекции. В ней учитывается полный ансамбль облаков и соответствующих физических механизмов, и она предложена в такой форме, которая позволяет использовать ее в численной крупномасштабной модели атмосферы.

В действительности, в тропиках условия пространственно неоднородны, поэтому конвекция и радиация уравниваются не везде. Различия в эффектах этих двух процессов (а также вклады других процессов, которые обычно оказываются менее важными) приводят к формированию неадиабатических притоков тепла. (См. на рис. 9.10 зонально осредненное распределение.) В тропической тропосфере максимальные по высоте притоки отмечаются примерно на уровне поверхности 500 мбар, а по пространству они концентрируются в зонах теплой и влажной подстилающей поверхности (с высокой эквивалентной потенциальной температурой). Осредненные вертикальные скорости на уровне 500 мбар можно приближенно определить по формуле (9.15.8) (см. табл. 9.1 из работы [589]), т. е. они оказываются пропорциональными притоку тепла. Вертикальные скорости направлены вверх, когда система получает тепло, т. е. когда выделение скрытой теплоты превосходит радиационное выхолаживание. Карты вертикальных движений на высоте 500 мбар в июне — августе [589, рис. 9.1 и 9.2] демонстрируют концентрацию вихорчатых потоков с максимальными значениями порядка 100 мбар/сутки в районе Индонезии между 90° и 140° в. д. и 10° и 25° с. ш.

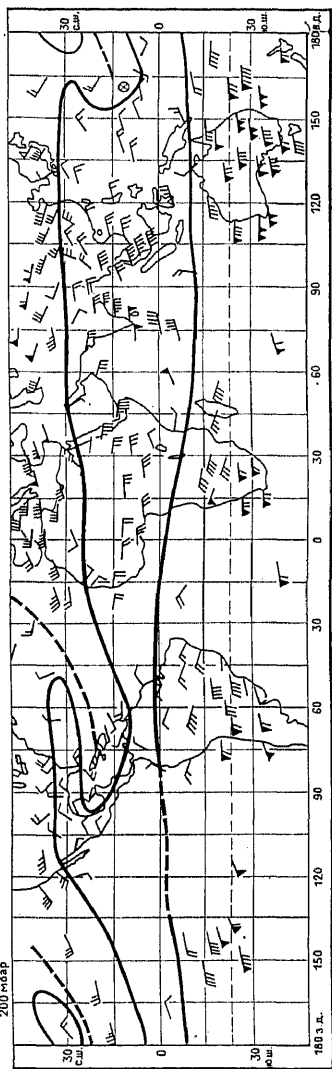
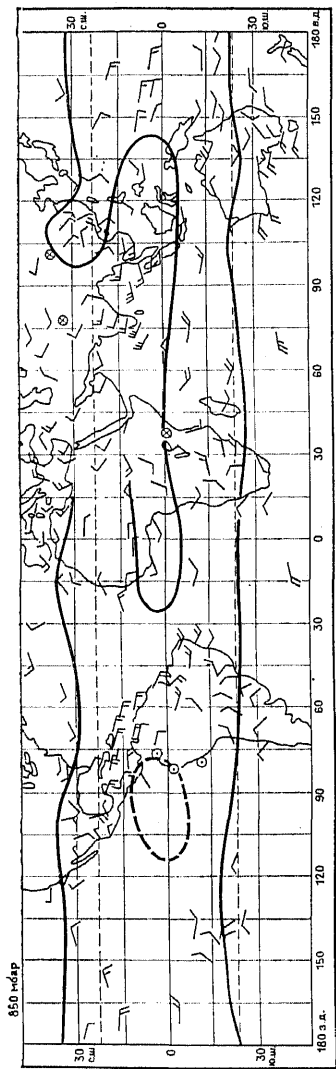


Рис. 11.21. Карта средних ветров на поверхности 850 мбар (верхняя часть) и 200 мбар (нижняя часть) в июле. По Бугарту. (Воспроизведено с разрешения Г. Рийа [673, рис. 1.13].) Сплошные линии разделяют области восточных западных ветров. Штриховыми линиями на нижнем рисунке показаны положения квазипостоянных циклонических центров.

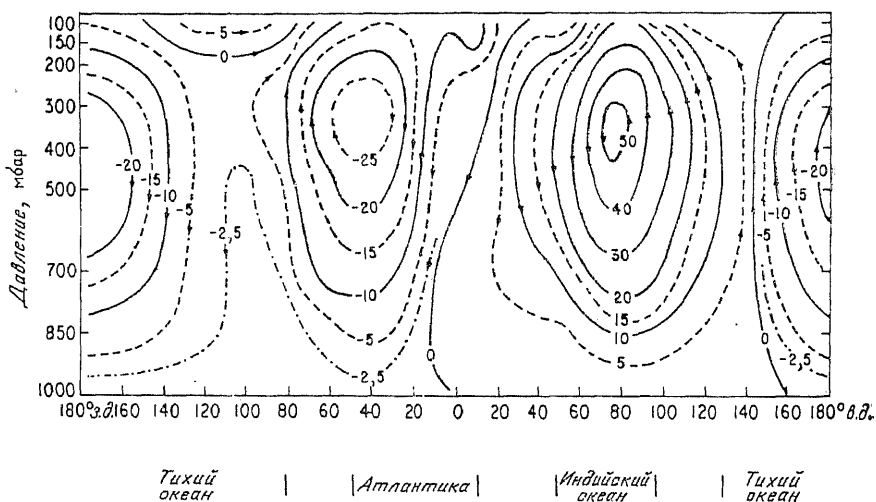


Рис. 11.22. Зональный поток массы в июне — августе, осредненный в поясе  $0-10^\circ$  с. ш. Линии не соответствуют линиям тока, но дают достаточно хорошее представление поля скорости, связанного с циркуляцией Уолкера. (Из [589, рис. 9.3], с разрешения MIT Press.)

Некоторые предположения о том, какова должна быть реакция на подобное распределение нагрева, можно получить с помощью моделей, аналогичных рассмотренным в предыдущем разделе [248], хотя объяснения, почему нагрев имеет это распределение, они не дают. Общая картина ветров на уровнях 850 и 200 мбар для этого времени года показана на рис. 11.21. Сравнение с представленными на рис. 11.19 результатами, которые получены по простой модели с нагревом около  $120^\circ$  в. д., обнаруживает много общих признаков. В частности, можно отметить восточные пассатные ветры к востоку от области нагрева, движение в сторону полюса в самой зоне нагрева, циклоническую циркуляцию на западной периферии зоны, и наиболее яркую совпадающую деталь — западную струю, направленную в южную часть этой зоны. Зонально осредненная меридиональная циркуляция показана на рис. 1.7, б. Она обнаруживает четко выраженную ячейку Гадлея с восходящими потоками в летнем полушарии. Эти данные также можно сравнить с рис. 11.19. На рис. 11.22 представлен зональный поток массы на параллели  $5^\circ$  с. ш. Основная восходящая ветвь находится на долготе Индонезии, несколько менее сильная локализована над Южной Америкой. Любую из них можно сопоставить с восходящим потоком, который получен в зоне источника тепла по модельному решению, показанному на рис. 11.19, в. Особое внимание при-

влекла к себе ячейка циркуляции в Тихом океане, образованная подъемом на западе и опусканием на востоке. Обычно ее называют циркуляцией Уолкера. Впрочем, так же называют и другие подобные ячейки. В работах Кришнамурти [415, 416] применены другие способы представления для выделения зон конвергенций и дивергенций.

Циркуляция в тропиках подвержена сильным изменениям с различными временными масштабами и ее никак нельзя считать стационарной. Ярким примером изменчивости с масштабом времени порядка недели являются тропические ураганы. Очень краткое обсуждение их свойств и характера влияния на океан можно найти в разд. 9.11. Обзор этого вопроса опубликован Греем [272]. Ураганы образуются в поясе широт от 5 до 25° (поскольку на экваторе параметр Кориолиса равняется нулю, он не попадает в этот пояс), но только в тех участках, где температура поверхности моря высока (больше 26°C). Это позволяет эквивалентным потенциальным температурам у поверхности достичь достаточно высоких значений для образования интенсивной конвекции. Поэтому вероятность образования ураганов наиболее высока в летний период. Положения точек их образования показаны на рис. 11.23. Имеется также множество менее ярких процессов с аналогичными временными масштабами. К ним относятся, например, «восточные волны» (см., например, [673]), которые обычно распространяются на восток со скоростями около 8 м/с и часто бывают связаны с *внутритропическими зонами конвергенции*. Последние представляют собой узкие участки конвергенции, соответствующие преимущественно зонально ориентированным линиям активной конвекции. По снимкам со спутников (см., например, рис. 1.2) их можно определить как линии мощных облаков в окрестности экватора. Обычно они находятся на широтах максимальной температуры поверхности моря и испытывают одновременно с максимумом температуры сезонную миграцию.

Сезонная изменчивость выражена в некоторых районах тропиков достаточно четко. Примером могут служить муссонные ветры в северной части Индийского океана (рис. 11.24). Об этом писали, в частности, Плиний и другие древнегреческие авторы. Галлей (1686) [284] не только привел описание основных изменений сезонного характера, но и объяснил их как результат сезонных колебаний нагрева. Он утверждал, что изменения в северной части Индийского океана подтверждают его теорию происхождения пассатов как проявлений сил плавучести.

«То, что они не могут иметь иной причины, становится ясным в то время, когда они устанавливаются: именно в апреле, когда солнце начинает прогревать территорию на севере, юго-западный муссон начинается и (ветер) продолжает дуть на протяжении всего жаркого периода вплоть до октября, когда

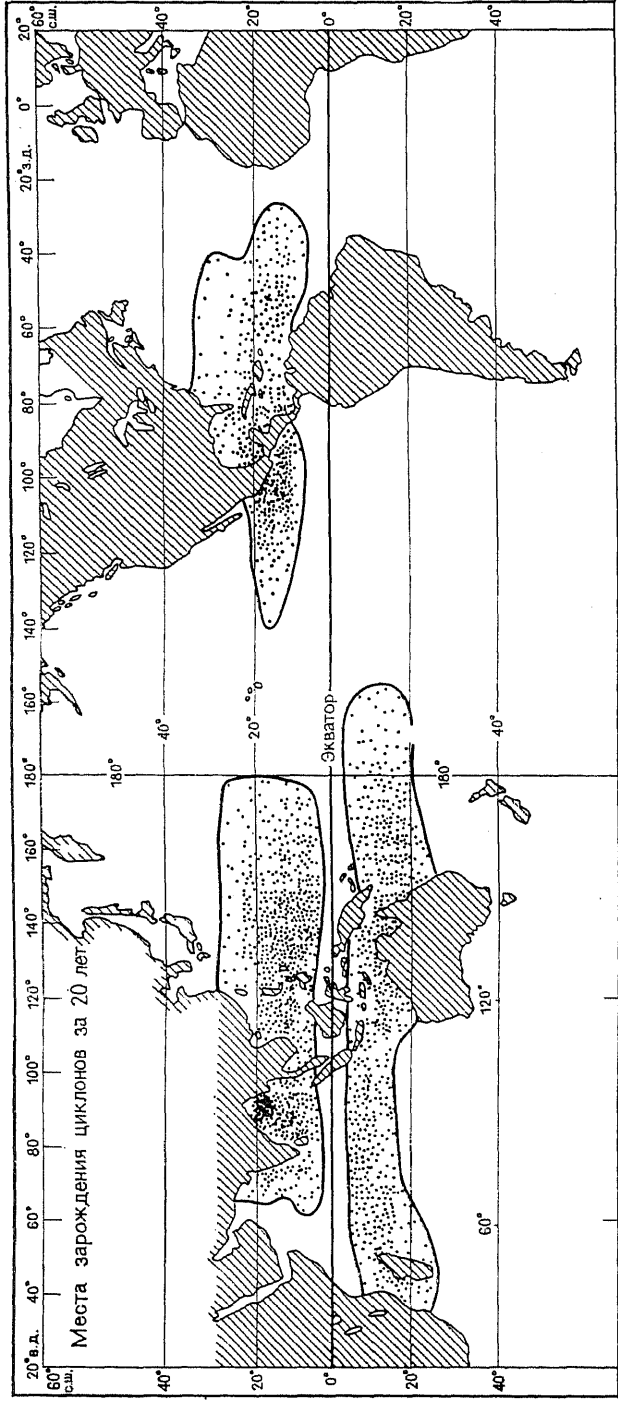


Рис. 11.23. Положения точек зарождения тропических циклонов за двадцатилетний период. (Из [272].)

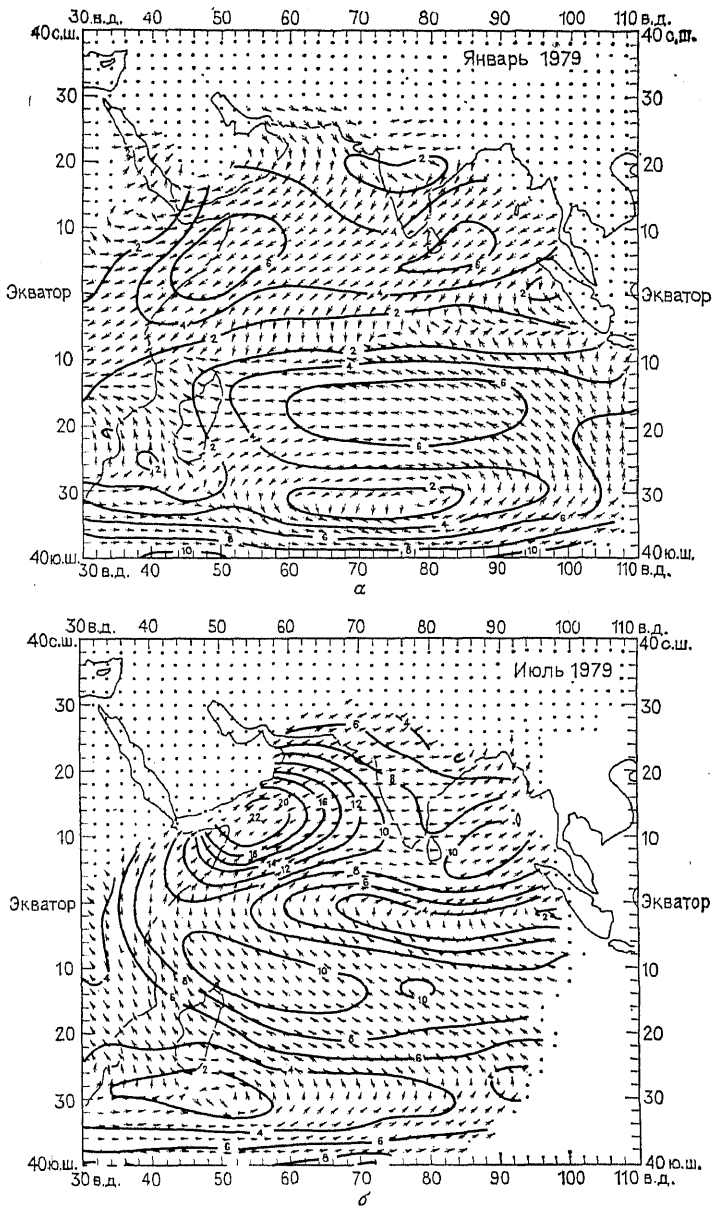


Рис. 11.24. Ветры на нижних уровнях в районе Индийского океана в январе 1979 г. (а) и в июле того же года (б). Данные получены по спутниковым наблюдениям облачности и соответствуют потокам на высоте порядка 1 км над поверхностью моря. (С любезного разрешения Х. Вирджи.)

солнце отступает, все на севере начинает охлаждаться, а жара скатывается к югу, наступают северо-восточные ветры, которые продолжаются всю зиму вплоть до нового апреля» (Галлей, 1686, с. 168, [284]).

Наступление муссона происходит обычно очень быстро и выражается не только в резком изменении направления ветра над Индийским океаном на юго-западное [208], но и в производящем сильное впечатление начале дождей в Индии и Юго-восточной Азии. Даты этих событий меняются от точки к точке. Например, у экватора муссонные дожди начинаются в апреле, но в то же время существуют некоторые расположенные к северу места, где наступление сезона дождей происходит не ранее июля. Изменение ветров в Индийском океане обычно происходит в мае. Интересной особенностью юго-западного муссона является сильное западное пограничное струйное течение воздуха на нижних уровнях (рис. 11.25), которое образуется напротив высокого берега Восточной Африки. Это явление напоминает западные пограничные течения в океанах [15], которые будут обсуждаться в гл. 12. Отметим также, что сезонные изменения явно выражены не только в районе Индийского океана, но и в других областях, таких как западная часть Тихого океана или Западная Африка (рис. 11.28 и 11.29).

В тропической области отмечаются не только сезонные изменения, но и большие колебания от года к году. Многие из них происходят взаимосвязанно на больших пространствах земного шара. Следуя Уолкеру, эти когерентные изменения называют «южным колебанием» (или «южной осцилляцией») [819, 820]. (Уолкер использовал этот термин для того, чтобы отличать это явление от двух так называемых «северных» осцилляций, а именно изменений, происходящих когерентно с изменениями интенсивности двух центров низкого давления — исландского и алеутского. Таким образом, он не относится к процессам, происходящим только в южном полушарии.) Было установлено, что временные ряды таких несхожих параметров, как давление на уровне моря, температура воздуха, температура поверхности моря, осадки, уровень моря, полученные в очень далеко удаленных друг от друга точках, оказываются замечательно хорошо скоррелированными. Некоторые из примеров такой корреляции представлены на рис. 11.26. Используя некоторый набор подобных временных рядов (в который обычно включаются значения давления в г. Дарвин (Австралия) или в г. Джакарта), можно построить индекс южной осцилляции и карты корреляций индекса с некоторыми показателями. Два примера подобных карт, а именно для поверхностного давления и осадков, приведены на рис. 11.27. Они, без сомнения, демонстрируют глобальный характер этого явления. Таким образом, если давление в Индонезии меньше нормы, то район пониженного давления



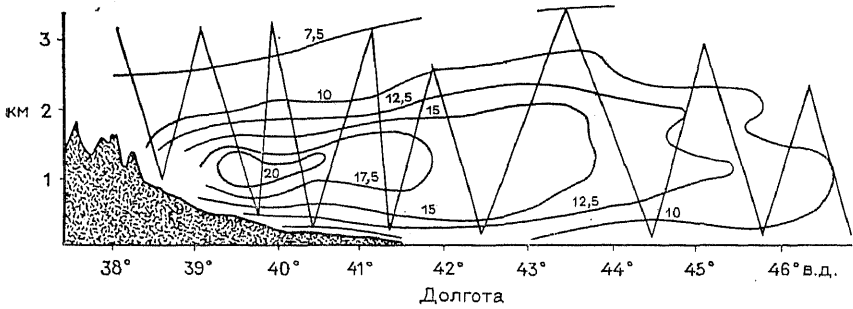


Рис. 11.25. Южная составляющая ветра (изолинии в м/с) на разрезе через экватор 4 июля 1977 г. Хорошо видна струя на нижних уровнях. (Из [296, рис. 6a].)

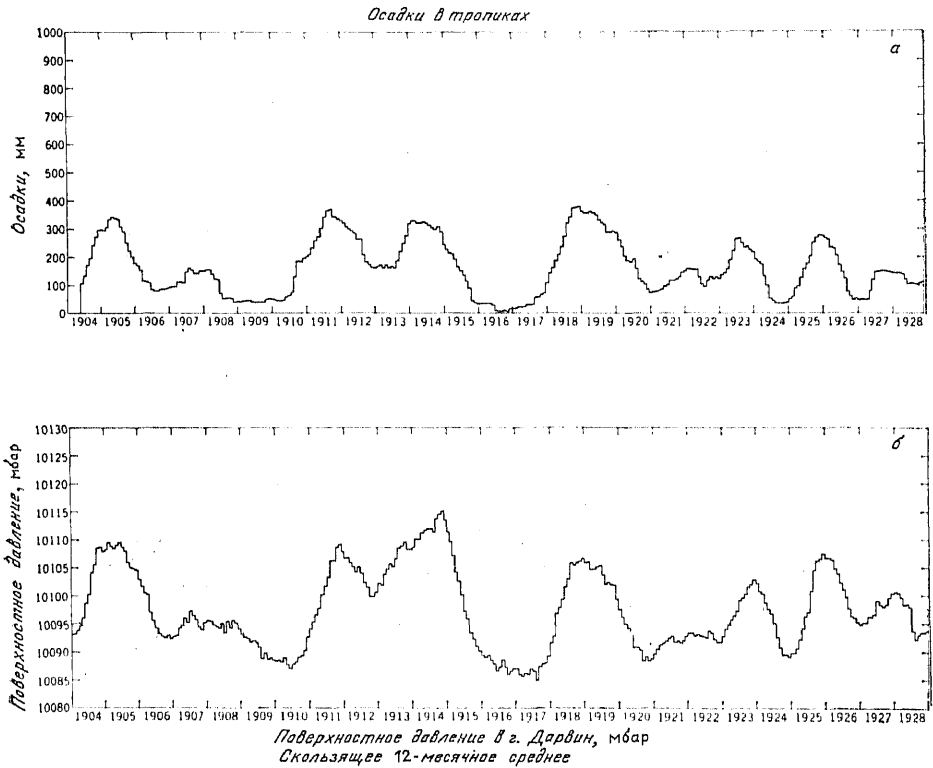


Рис. 11.26. Сопоставление количества осадков на ряде островов в тропической зоне Тихого океана (расположенных преимущественно между 160° в. д. и 150° з. д. около экватора) и поверхностного давления в Дарвине. В том и другом случае использованы данные с текущим 12-месячным осреднением. (Из [13, рис. 21].)

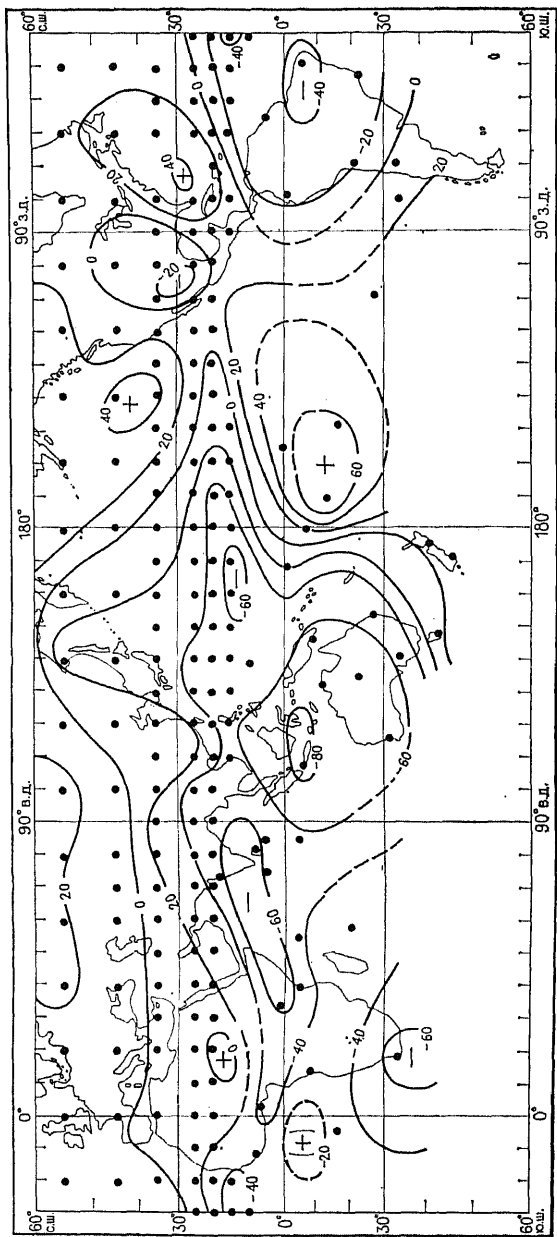


Рис. 11.27. Корреляция (в %) индекса южной осцилляции с давлением на уровне моря (а) и с количеством осадков (б) для периода декабрь — февраль. Индекс был получен с помощью временных рядов наблюдений над давлением на уровне моря в восьми пунктах: Кейптауне, Бомбее, Джакарте, Дарвине, Аделаиде, Апиа (о-ва Западное Самоа) и Сантьяго с помощью анализа главных компонентов. Точки показывают положение станций, для которых были рассчитаны коэффициенты. (Из [871].)

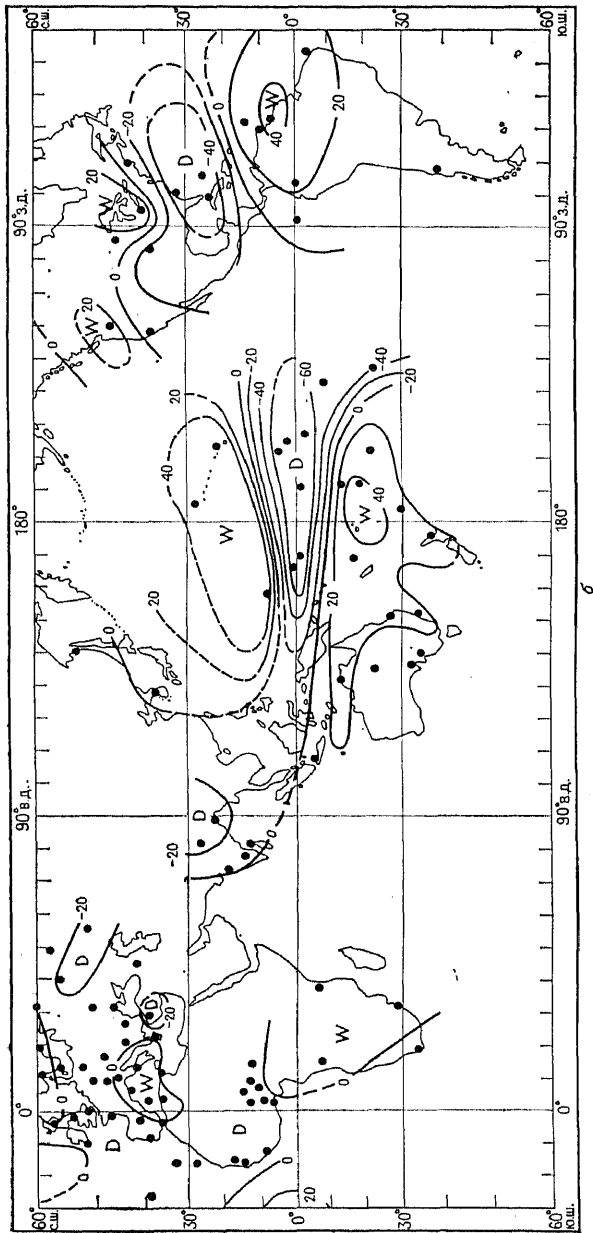


Рис. 11.27 (продолжение).

должен простирается (зимой северного полушария) через экваториальную часть Индийского океана в тропическую часть Тихого океана к северу от экватора. Повышенные по сравнению с нормой значения давления можно ожидать в центральном районе южной части Тихого океана и в северо-восточной его части.

В эти периоды в Тихом океане у экватора уменьшается количество осадков, а вдоль экватора в восточной части океана отмечается понижение температуры поверхности моря (оно не показано на рисунках). Рисунок 11.12 демонстрирует впечатляющий пример подобной аномалии. Напомним здесь об уже отмечавшихся в разд. 11.11 катастрофических последствиях этой аномалии для рыбного промысла у побережья Перу.

Для исследования отдельных закономерностей изменчивости применялись также и численные модели общей циркуляции атмосфер. Например, в работе [517, 518] с помощью задания сезонных изменений инсоляции и температур поверхности моря исследовался сезонный цикл. Воодушевленные успехом указанной работы, Манабе и Кан [514] применили ту же модель для моделирования ледникового периода и установили, что тропические зоны континентов были в тот период значительно суше. Модели применялись и для исследования отдельных проявлений «южной осцилляции». Годы низких индексов (один из них представлен на рис. 11.27) соответствовали высоким температурам поверхности в тропиках восточной части Тихого океана, большие аномалии которой были характерны для лет Эль-Ниньо. На рис. 11.12 можно увидеть очень большие температурные различия между годом Эль-Ниньо и предыдущим годом (который к тому же был аномально холодным). Бьеркнесс [63, 64] показал, что в теплые аномальные годы (т. е. годы малых контрастов температуры между западом и востоком) ячейка Уолкера в Тихом океане бывает ослаблена. Он обсудил некоторые последствия этого эффекта. Исследование влияния положительных аномалий температуры воды на атмосферную циркуляцию с помощью моделей (например, [691, 692, 375]) показали, что оно не ограничивается тропической областью. Существенные изменения вызываются также в средних и высоких широтах.

#### 11.16. ТЕЧЕНИЯ ТРОПИЧЕСКОГО ОКЕАНА

Течения на экваторе уже рассматривались в разд. 11.12. Поверхностное течение представляет собой прямую реакцию океана на ветер и совпадает с ним по направлению. Ветровое напряжение компенсируется за счет образования западно-восточного градиента давления, который приводит в движение противотечение. Оно локализуется в термоклине непосредственно под нижней границей перемешанного слоя, где исчезает прямое влия-

ние ветра. Применительно к Атлантическому и Индийскому океанам это означает, что поверхностное течение направлено на запад, а подповерхностное — на восток. В то же время в Индийском океане течения на протяжении года меняют свое направление (см., например, [410, 878]). На рис. 11.17 показан западно-восточный градиент давления, балансирующий направление ветра, и соответствующий ему наклон термоклина в Тихом океане. Этот наклон таков, что на востоке океана термоклин оказывается приподнятым ближе к поверхности, и профиль температуры здесь как бы прижимается к ней [792]. Поэтому поверхностная температура в этом районе очень сильно реагирует на небольшие изменения условий. На западе толщина однородного слоя не становится много глубже 150 м. Рис. 11.17 показывает, что наклон поверхности, рассчитанный по полю плотности, здесь вызван возрастанием на запад температуры перемешанного слоя, а не наклоном термоклина. Атлантический океан не столь широк, и подобные эффекты в нем так ярко не выражены. Западно-восточный градиент давления в Атлантике и его сезонные изменения рассматривались в работе [395]. В работе [541] обсуждались сезонные изменения наклона термоклина в Тихом океане. Ядро противотечения не всегда находится точно на экваторе и может отклоняться от него на север или на юг на расстояние до одного градуса. Подобные отклонения [241] могут создаваться под влиянием меридиональной составляющей ветра. Например, воздушные потоки, направленные на север, переносят поверхностные воды по ветру, что вызывает на севере подъем поверхности океана и опускание термоклина. При этом создается соответствующий градиент давления, который приводит к уменьшению скорости течения к северу от экватора и к ее возрастанию на юге. Другими словами, ядро противотечения смещается против ветра.

Осредненная картина отклонений поверхности и соответствующих геострофических течений Тихого океана приведена на рис. 7.8, а (часть i). Как этого требуют геострофические соотношения, идущее вдоль экватора течение связано с понижением уровня океана на экваторе. К югу от экватора давление продолжает расти вплоть до  $20^\circ$  ю. ш., и течение в этом поясе остается западным. К северу по широте  $4^\circ$  отмечается максимум уровня. Он и ограничивает с севера южное экваториальное течение (т. е. течение западного направления, простирающееся на юг до  $20^\circ$  ю. ш.). Северный подъем уровня является наиболее ярко выраженным в ноябре — декабре [879]. В это время он максимально распространен на восток. К северу от него на широте  $10^\circ$  имеется новое понижение уровня, севернее которого находится другое западное течение, называемое Северным экваториальным. Оно достигает северной широты  $20^\circ$ . Указанное понижение становится наиболее глубоким в ноябре — декабре,

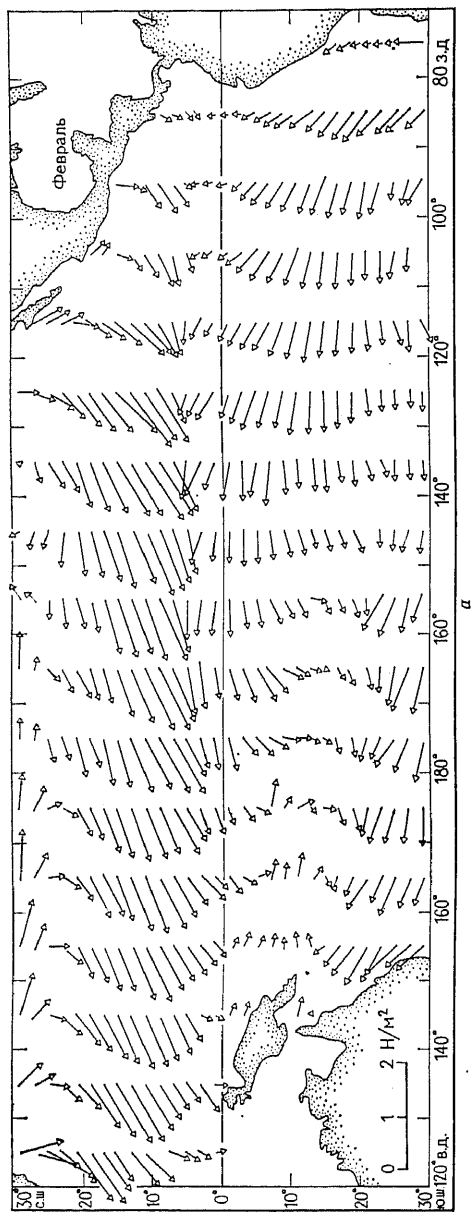


Рис. 11.28, а, б. Среднее поверхностное напряжение ветра в тропиках Тихого океана в феврале (а) и в августе (б). Направления напряжений и ветра совпадают с хорошей точностью, а значение напряжения в  $\text{H}/\text{M}^2$  определяется по формуле  $0,002(U^2 + 11)$ , где скорость ветра  $U$  измеряется в м/с. (Из [883, 884].)

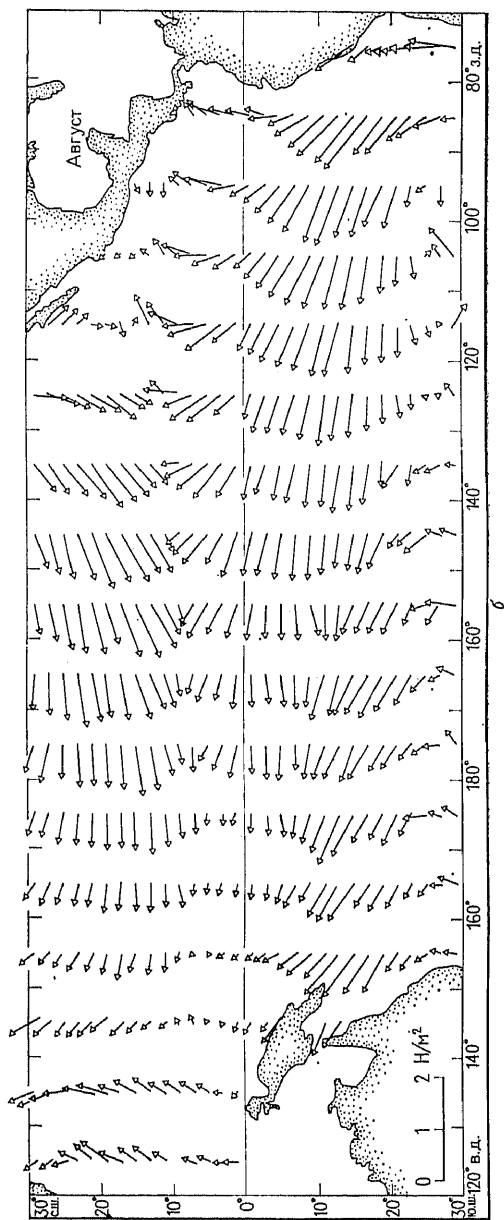


Рис. 11.28 (продолжение)

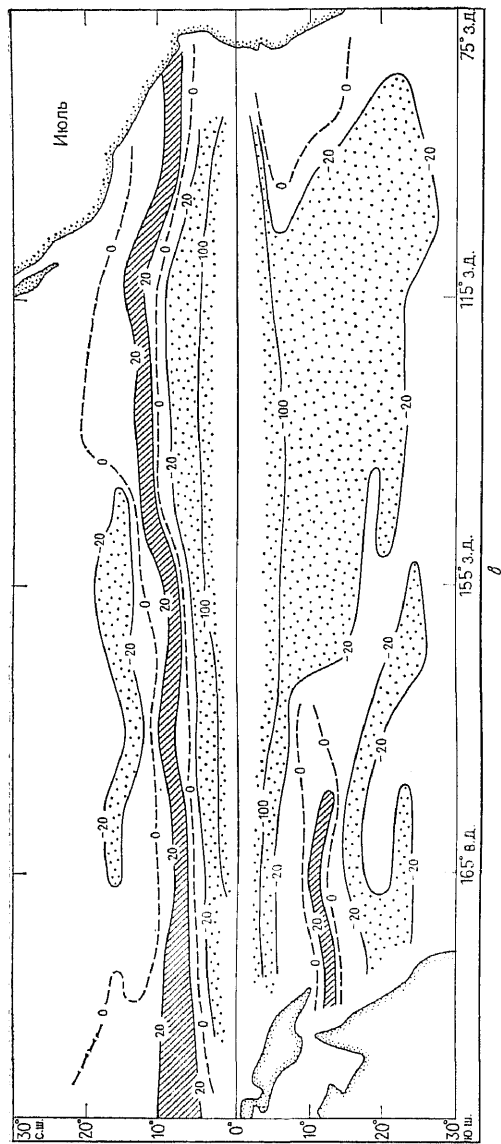


Рис. 11.28, в. Соответствующая экмановская скорость подкачки в июле в единицах  $10^{-7}$  м/с  $\approx 0.9$  см/сут  $\approx 3.2$  м/год, т. е. в единицах, использованных на рис. 9.6. Зоны подъемов со скоростями больше 20 единиц (64 м/г.) заштрихованы, зоны интенсивных опусканий ( $> 20$  ед.) помечены точками. Экмановская скорость подкачки в атмосфере имеет тот же знак. Ее величина больше скорости в океане в число раз, равное отношению плотностей (т. е. в 800 раз больше; 20 единиц соответствуют 150 м/сут).



а в марте — июне оно выражено наименее четко. В западной части Тихого океана можно осуществлять систематическое слежение за изменениями амплитуды понижения и подъема уровня с помощью приливных мареографов на островах [881].

Между понижением и подъемом уровня обнаруживается струя восточного направления — Экваториальное противотечение. Его скорость зависит от разности давлений между подъемом и понижением. Течение сильнее всего в сентябре — октябре [879], когда разность давлений в зоне от  $150^\circ$  з. д. до  $130^\circ$  в. д. достигает 40 динамических сантиметров и более. В любое время года перенос вод течением возрастает к западу. Более подробное описание его режима можно найти в работе [397]. Однако в январе — феврале наблюдается быстрое уменьшение перепада давления между его подъемом и понижением. Сначала оно происходит в центральных районах Тихого океана, а потом — на его западе. Минимальные значения перепада примерно равны 23 динамическим сантиметрам и достигаются в марте — апреле.

Причину асимметрии течений можно связывать с асимметрией распределения напряжения ветра, которое показано на рис. 11.28 для двух различных времен года. Основным элементом, ответственным за асимметрию, является внутритропическая зона конвергенции (ВЗК), расположенная в восточной части Тихого океана примерно на параллели  $10^\circ$  с. ш. В этом районе в атмосферном пограничном слое ярко выражена экмановская конвергенция. Поэтому в океане возникает экмановская дивергенция. На рис. 11.28, в показано соответствующее распределение экмановской скорости подкачки. Связанный с ней поток массы (см. разд. 9.4) одинаков и в атмосфере, и в океане. Около экватора он становится особенно большим, поскольку входящий в знаменатель формулы (9.4.2) параметр Кориолиса на экваторе равен нулю. Изменения  $f$  могут играть в определении потока такую же важную роль, как и изменения напряжения ветра. Из-за того, что в тропической зоне преобладают восточные пассатные ветры, в ее большей части поток направлен в сторону от экватора. По этой причине на нем возникает подъем воды. Однако поскольку с расстоянием от экватора  $f$  растет, экмановский поток начинает убывать. При этом возникает конвергенция, и экваториальный апвеллинг сменяется *опусканием вод*. Для того, чтобы компенсировать эту тенденцию в зоне в пределах  $15^\circ$  от экватора, необходимы очень резкие изменения ветра. Они имеются только во внутритропической зоне конвергенции, где опускание вод сильно ослаблено или даже заменяется на их подъем. В Атлантике наблюдаются аналогичные особенности (см. рис. 9.6). (Отметим: если модельное поле ветра, применяемое для расчетов экмановской скорости, характеризуется не очень хорошим разрешением по пространству, то в расчетах может не получиться зона направленной вверх скорости, свя-

занная с ВЗК. При этом модели, которые используют такое поле ветра в качестве движущей силы, не будут воспроизводить противотечения.)

Для того чтобы понять, как океан реагирует на подобное воздействие, рассмотрим сначала случай чисто зонального ветра и независимую от долготы реакцию океана. Каждая из мод должна удовлетворять уравнениям (11.4.1)—(11.4.3). При слабом трении первое из них дает

$$v = -X/(\beta \rho r H), \quad (11.16.1)$$

т. е. северное или южное течение оказываются непосредственно связанными с напряжением ветра. Соответствующее распределение давления можно определить подстановкой этой формулы в уравнение (11.14.3). Это приводит к соотношению

$$rg\eta = -c^2 \partial v / \partial y = c^2 \partial (X/\beta \rho r H) / \partial y. \quad (11.16.2)$$

Иначе говоря, если экмановская конвергенция создает восходящие движения, то термоклин располагается более высоко. Динамическая высота поверхности океана над некоторой заданной фиксированной глубиной при этом уменьшается. В этом, по-видимому, и кроется причина существования впадины на широте  $10^\circ$  с. ш. Заметим, тем не менее, что в соответствии с формулой (11.16.2) величина реакции зависит от коэффициента трения, т. е. процесс перемешивания оказывается существенным. Мы не определили еще зональную скорость. Для нее оказывается справедливым простое геострофическое соотношение, связывающее скорость с распределением давления (11.16.2). Учитывая (11.14.2), получаем

$$r\beta u = -rg \partial \eta / \partial y = -c^2 \partial^2 (X/\beta \rho r H) / \partial y^2. \quad (11.16.3)$$

Приведенное решение справедливо не везде из-за (а) существования пограничного слоя и (б) эффекта меридиональных границ. В экваториальном пограничном слое в уравнении (11.14.1) надо учитывать трение, т. е.  $v$  должно быть решением уравнения (11.12.4), которое нашел Ёсида [892]. Формально толщина экваториального пограничного слоя равна экваториальному радиусу Россби  $a_e$ , и асимптотическое приближение (11.16.1) должно быть справедливо на удалении от экватора, значительно превосходящем  $a_e$ . В действительности же (для первой бароклинной моды) точность этого приближения вплоть до широты  $6^\circ$  получается не лучшей, чем 10% (см., например, [24, рис. 2с])

Эффект западной границы проявляется через волны Кельвина, возникновение которых необходимо для удовлетворения здесь граничному условию [241, 501]. Аналогично, влияние восточной границы реализуется посредством планетарных волн. Из-за больших фазовых скоростей экваториальных волн их за-

тухание происходит на больших расстояниях. Можно ожидать, что пространственный масштаб затухания будет быстро уменьшаться с ростом номера моды, но, несмотря на это, Маккриери [501] привел оценки, согласно которым восемь первых мод оказываются способными до своего затухания перенести информацию от границ океана к его центру. Это позволяет предположить, что на экваторе должна отчетливо проявляться многомодовая структура движений, особенно в том случае, когда вынуждающие силы зависят от времени. И действительно, измерения скоростей течений в Индийском океане [491] обнаружили большое число изменений направления течений с глубиной. В работе Вюнша [873] было показано, что подобные изменения направления течений могут быть вызваны сезонными колебаниями ветра.

На расстояниях от экватора, превосходящих  $6^\circ$ , волны Кельвина становятся малосущественными, и на решение во внутренней области может влиять только восточная граница. К тому же фазовая скорость [см. (11.8.6)] длинных планетарных волн равна  $\beta c^2/f^2$ , т. е. спадает обратно пропорционально квадрату расстояния от экватора (см. рис. 12.3). Соответственно расстояние, которое может пройти волна до затухания, так же быстро уменьшается с широтой. Поэтому на широтах севернее  $6^\circ$  только первая бароклинная мода планетарной волны может оказывать влияние на всю ширину океана. В пользу этого соображения свидетельствует то, что во всем океане, за исключением областей у экватора и у границ океана, *западно-восточные градиенты* (см. рис. 7.8, а, часть i) имеют структуру *первой бароклинной моды*. Зона влияния границ океана находится на востоке, и ее ширина быстро возрастает при приближении к экватору.

*Уточнение* решения для конкретной моды с учетом влияния планетарных волн можно найти с помощью тех же уравнений (11.14.1)—(11.14.3), но теперь в них необходимо включить зависимость решений от  $x$ , а вынуждающие силы считать нулевыми. При слабом трении движение получается квазигеострофическим и (11.14.1), (11.14.2) имеют вид

$$\beta u v = -g \partial \eta / \partial y, \quad \beta v u = g \partial \eta / \partial x. \quad (11.16.4)$$

Слабая дивергенция, которая присуща такому полю скоростей, приводит к вертикальным движениям, переносящим тепло вверх или вниз. В стационарном решении этот перенос должен быть скомпенсирован за счет потока тепла, вызванного перемешиванием. С учетом использованной в уравнении (11.14.3) записи указанных эффектов можно получить следующее уравнение для одной моды:

$$r g \eta + c^2 (\partial u / \partial x + \partial v / \partial y) = 0. \quad (11.16.5)$$

Подстановка в него соотношений (11.16.4) приводит к уравнению потенциальной завихренности

$$rg\eta = (c^2g/(\beta y^2))\partial\eta/\partial x = c^2v/y. \quad (11.16.6)$$

Его решение

$$rg\eta = p_0(y) \exp(r\beta y^2 x/c^2) \quad (11.16.7)$$

позволяет, в соответствии с соотношением (11.16.4), выразить зональную скорость:

$$r\beta y u = - (2r\beta y x p_0/c^2 + dp_0/dy) \exp(r\beta y^2 x/c^2). \quad (11.16.8)$$

Если восточную границу задать на меридиане  $x = 0$ , то  $p_0$  должно иметь вид

$$p_0 = - c^2 \partial(X/(\beta y \rho H))/\partial y + A, \quad (11.16.9)$$

где  $A$  — постоянная. При этом сумма двух решений для  $u$ , а именно (11.16.3) и (11.16.8), будет при  $x = 0$  равна нулю. Следовательно, полное решение для давления, которое можно получить, суммируя (11.16.2) и (11.17.7), будет записываться следующим образом:

$$r g \eta = c^2 (1 - \exp(r\beta y^2 x/c^2)) \partial(X/\beta y \rho H)/\partial y + A \exp(r\beta y^2 x/c^2). \quad (11.16.10)$$

На восточной границе оно постоянно, что обеспечивает отсутствие поперечного к границе геострофического течения. Первое слагаемое в правой части (11.16.10) соответствует колебаниям давления, совпадающим по знаку во всей внутренней области. При приближении к восточной границе их величина уменьшается. На рис. 7.8, *a* (часть *i*), который демонстрирует реальное распределение давления на поверхности океана, также можно наблюдать эту особенность. Значение  $A$  зависит от течений в окрестности экватора. Эта часть решения соответствует течению, которое может переносить воды в экваториальную зону (или из нее) и, таким образом, питать экваториальное струйное течение или поглощать его.

Течения в тропической части Атлантического океана во многом сходны с течениями в Тихом океане. Из-за существования внутритропической зоны конвергенции ветровое воздействие в Атлантике (рис. 11.29) также оказывается асимметричным относительно экватора. Отмечаются восходящие экмановские вертикальные скорости, которые особенно сильны летом (см. рис. 9.6). К северу от экватора, как и в Тихом океане, имеется противотечение. Однако в Атлантике оно характеризуется ярко выраженной сезонностью. В период с июля по сентябрь это течение пересекает океан с запада на восток в целом поясе широт от  $4^\circ$  до  $10^\circ$  с. ш., а через полгода его можно обнаружить только в небольших зонах у берега Африки и на западе океана. Как показали модельные эксперименты [17], существенная доля

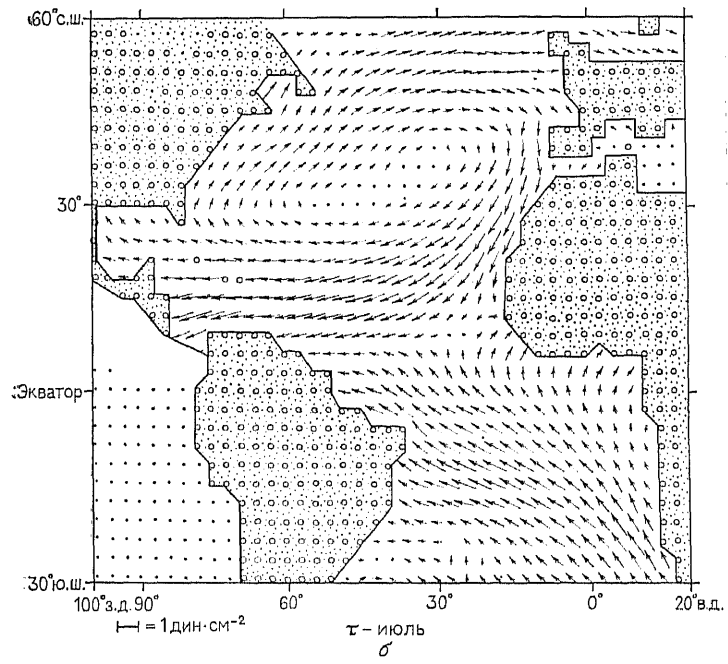
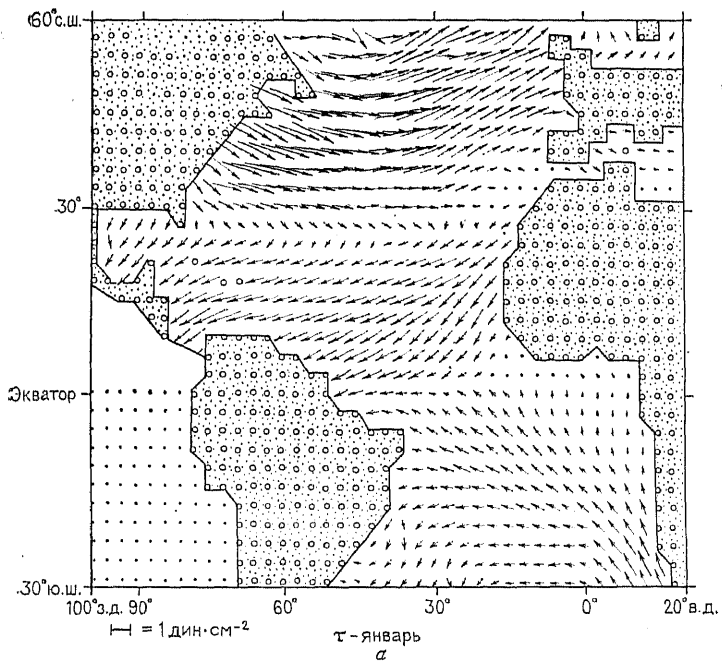


Рис. 11.29. Напряжение ветра над Атлантическим океаном в январе (а) и июле (б) по данным Банкера. (Из [17].)

подобной изменчивости объясняется колебаниями *меридиональной* составляющей ветра. Стационарная реакция океана на эту составляющую может быть определена непосредственно из системы (11.14.1)—(11.14.3). Вдали от границ зональное течение является экмановским и регулируется непосредственно ветром. «Планетарно-волновое уточнение» этого решения устанавливает такое распределение давления для каждой заданной моды, которое приводит к уменьшению амплитуды реакции при приближении к восточной границе.

Представленные выше свидетельства позволяют ожидать, что нестационарная реакция океана вне непосредственной окрестности экватора будет состоять из двух частей — локального отклика на экмановскую вертикальную скорость и планетарно-волновой поправки, соответствующей первой моде. Эта поправка должна распространяться с востока на запад и переносить информацию о ветрах у восточного берега. Если же эти ветры сходны с ветрами во внутренней области океана, то в центре океана волна будет стремиться уменьшить ту часть реакции, которая соответствует первой бароклинной моде.

Наблюдения в Тихом океане в общем подтверждают это мнение. В частности, в работах Мейерса [539, 540] изменения глубины термоклина со временем были сопоставлены с колебаниями экмановской вертикальной скорости. Обе работы показали, что изменениями экмановской скорости можно объяснить большую долю зарегистрированных колебаний глубины термоклина на широтах выше  $10^\circ$ . В то же время для моделирования сезонных колебаний в более низких широтах уже необходимо принимать во внимание влияние планетарных волн. В частности, глубина термоклина на  $6^\circ$  с. ш. обнаруживает явно выраженное распространение фазы сезонной волны со скоростью  $0,64$  м/с. Это согласуется с выражением для скорости планетарной волны (см. (11.8.6)).

$$\omega/k = -\beta c^2/f^2$$

при подходящем для первой бароклинной моды значении  $c \approx 2,4$  м/с.

В разд. 11.12 уже обсуждался сезонный характер течений Индийского океана. Сезонные изменения особенно значительны в районе побережья Сомали. Древние источники (см. [9]) указывали на это явление примерно в 846 г. нашей эры. Так, Ибн Хордазбе отмечал, что «воды моря в летние месяцы текут на северо-восток», а «в зимние месяцы на юго-запад». Оказывается, что течения в летний период оказываются более интенсивными, чем зимой. Это можно увидеть на примере одного отдельного года на рис. 11.30. Наблюдения Лиитма [440] и исследование данных [179], по-видимому, подтверждают мысль о том, что первоначальное обращение течений у берега генерируется

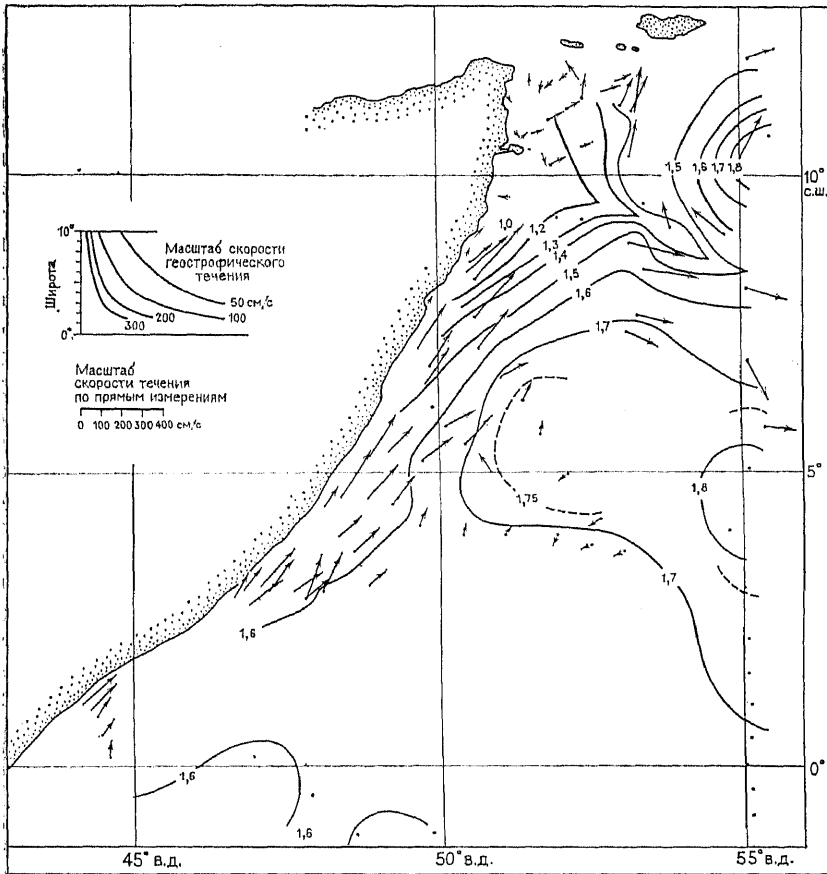


Рис. 11.30. Динамическая топография поверхности моря на северо-западе Индийского океана и непосредственно измеренные течения на глубине 10 м в период августа — сентября 1964 г. (Из [766, рис. 2].)

локальным образом с помощью механизма, сходного с рассмотренным в разд. 10.11, а позднее под действием удаленных эффектов, которые достигают береговой зоны, происходят дальнейшие изменения.

Существенные изменения с масштабами времени, превосходящими сезонные, происходят не только в атмосфере, но и в океане. Однако до настоящего времени они описаны не очень хорошо. Четко регистрируется сбой апвеллинга в восточной части Тихого океана и связанное с ним падение улова рыбы у берегов Перу. Этот эффект оказался хорошо скоррелированным с изменениями давления в г. Дарвине, расположенном почти на другом конце земного шара, а также с другими индексами

«южной осцилляции» (см. рис. 11.27). Кроме того, известно, что температура поверхности океана в центральной части экваториальной зоны Тихого океана очень хорошо коррелирует с местными осадками (см. рис. 11.26). Недавно на основе гидрологических данных [528] и данных об уровне с островных станций [880] было показано, что в термической структуре верхних слоев океана могут происходить очень большие изменения. В частности, на меридиане  $137^\circ$  в. д. в течение года подповерхностная температура на глубине 150 м менялась на величину до  $8^\circ$ , что вызывало изменения уровня на 40 см. Столь большие изменения повлекли за собой тяжелые последствия для животного и растительного мира рифов о. Гуам [88]. Высокий уровень моря на западе совпадает с понижением уровня на востоке. Оказывается, что он образуется в течение того времени, когда в год, предшествующий Эль-Ниньо, пассатные ветры в центральной части Тихого океана становятся более сильными, чем в обычные годы [880, 882]. При их ослаблении происходит резкое падение уровня на западе и соответствующий подъем на востоке. За один-два года уровень меняется на величину до 40 см. Изменения уровня имеют бароклинный характер, т. е. изменения придонного давления при них достаточно малы. По оценкам Виртки [882], количество приповерхностных вод, которое переносится при подобных перестройках ветров, в среднем соответствует потоку порядка  $27 \text{ Мт/с}$ . Таким образом, названные процессы оказываются весьма впечатляющими по своей мощности.



## Глава 12

# Средние широты

### 12.1. ВВЕДЕНИЕ

Цель этой книги состоит в том, чтобы понять природу процессов, протекающих в атмосфере и океане, и, в частности, определить закономерности, присущие процессу приспособления к силе тяжести при возникновении отклонений от равновесного состояния. В гл. 11 мы изучали особенности приспособления в экваториальной зоне. При этом было установлено, что очень существенную роль в ней играет изменение параметра Кориолиса по широте. Рассмотрим теперь этот эффект применительно к внетропическим районам.

При исследовании свободных волн на «экваториальной  $\beta$ -плоскости» было обнаружено их чрезвычайно важное свойство: волны распались на два класса, различия между которыми становились все более разительными с возрастанием номера горизонтальной моды (или, иначе говоря, с расширением сферы влияния вдаль от экватора). Волны первого класса имели высокие частоты, и их локальные характеристики довольно слабо зависели от изменений параметра Кориолиса. Это гравитационные волны; они уже изучались в предыдущих главах, и нет необходимости рассматривать их далее.

Второй класс волн характеризовался низкими частотами. Само его существование связано с изменением параметра Кориолиса по широте. *Максимальная* частота волн из этого класса, определяемая соотношением (11.8.3), равна  $\beta c / (2f)$ . Для океана в средних широтах это дает период порядка одного года, для атмосферы — порядка недели. Таким образом, в средних широтах в спектрах волн имеется большой провал между внутренними гравитационными волнами с минимальной частотой  $f$  и планетарными волнами с максимальной частотой  $\beta c / (2f)$ . Отношение этих частот равно некоторому большому числу  $2/\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  определяется по формуле (11.8.14), т. е.

$$\varepsilon = \beta c / f^2. \quad (12.1.1)$$

На широте  $45^\circ$  отношение частот, например, равно

$$2/\varepsilon = 2f^2 / (\beta c) = (1300 \text{ м/с})/c. \quad (12.1.2)$$

В связи с тем, что новый класс движений довольно сильно отличается от гравитационных волн, его удобно изучать с

помощью уравнений, записанных в соответствующем приближении. Как уже было показано в разд. 8.16, низкочастотные движения близки к геострофическому равновесию. Однако поскольку вертикальные движения связаны только с *отклонениями* от геострофики, эти отклонения очень важны. Подобное обстоятельство было отмечено в 1926 г. в работе Бранта и Дугласа [95], которые рассматривали вертикальные движения в связи с образованием осадков; однако вертикальные смещения необходимо знать также и при рассмотрении гравитационных восстанавливающих сил. В разд. 11.8 были выведены уравнения квазигеострофического приближения. Они были записаны в форме, соответствующей экваториальной зоне, но простые изменения этих уравнений, охарактеризованные в разд. 12.2, позволяют применить их и к зоне средних широт. В квазигеострофической постановке для средних широт нетрудно учесть также вертикальные изменения и нелинейные эффекты, что и будет сделано в разд. 12.8. Постановка задачи в таком виде была предложена Чарни [118, 119]. В работах Филлипса [624, 625] был дан обзор соответствующих исследований, а их детальное обсуждение можно найти в книге Педлоски [615]. При изучении квазигеострофических движений особенно полезно понятие потенциальной завихренности, развитое Россби [684, 685, 687].

Свободно распространяющиеся квазигеострофические волны называются планетарными. В разд. 12.3 будут рассмотрены особенности их распространения в горизонтальной плоскости в случае одной моды движения. Подобные волны в океане могут генерироваться ветром. В разд. 12.4 мы будем исследовать явление «спин-апа», которое возникает при моментальном «включении» ветра. Эта задача позволяет приблизиться к пониманию западно-восточной асимметрии в реакции океана на ветер, которая проявляется в том, что мощные пограничные течения обнаруживаются только в западных частях океана. Они замыкают океанские круговороты вод, образованные относительно медленными течениями во внутренних областях. Обсуждение моделей стационарной циркуляции океана проводится в разд. 12.5.

Весьма важным свойством планетарных волн также является их способность распространяться по вертикали. Структура и характер дисперсии подобных волн анализируются в разд. 12.7. Один из способов их генерации состоит во взаимодействии потока с рельефом дна. Так как для того, чтобы планетарные волны существовали, частота встреч с неоднородностями рельефа должна быть достаточно малой, то они возникают только под влиянием наиболее крупных особенностей рельефа дна с масштабами порядка 1000 км. Для таких больших масштабов основной поток уже нельзя считать однородным, и приходится рассматривать задачу (разд. 12.9) о малых возмущениях основного потока, меняющегося и по широте, и по вертикали.

Эти предположения лежат в основе обсуждения стационарных волн, зарегистрированных в атмосфере. Они создаются не только за счет рельефа, но и вследствие неравномерного нагрева атмосферы по долготе и влияния волн меньшего масштаба. Зимой вследствие благоприятного распределения ветра по высоте стационарные волны могут распространяться высоко в стратосферу. Летом этот эффект не отмечался.

Большое значение имеет поле вертикальных движений атмосферы, поскольку сильные восходящие потоки обычно связаны с установлением суровых погодных условий. Прямым измерениям вертикальные движения не поддаются, но их можно определить по известным особенностям распределения давления. В этой связи особенно ценным оказывается уравнение для функции «омега» (вместо функции «омега» А. Гилл использует в книге обозначение  $w_*$ . — Пер.), которое выводится и обсуждается в разд. 12.10.

## 12.2. « $\beta$ -ПЛОСКОСТЬ» СРЕДНИХ ШИРОТ

В предыдущих главах книги мы уже рассматривали высокочастотные (с частотой порядка инерционной и более) движения в средних широтах. Поэтому сейчас мы сфокусируем внимание на движениях с меньшими частотами. В разд. 8.16 уже был выявлен их особый «квазигеострофический характер», который проявляется в тех случаях, когда частоты волн еще не столь малы, чтобы эффект кривизны Земли (« $\beta$ -эффект») имел для них большое значение. Этот эффект приводит к появлению нового класса свободных бегущих волн (планетарных), и в разд. 11.8 к этим волнам в окрестности экватора было применено квазигеострофическое приближение.

Вместе с тем приближение, использованное в разд. 11.8, может быть с тем же успехом применено и вдали от экватора. В том случае, когда рассматриваются течения в области умеренных широт, оно называется «*приближением  $\beta$ -плоскости средних широт*». Для того чтобы его можно было применить, необходимо, чтобы выполнялось установленное в разд. 11.8 условие: число  $\epsilon$ , определяемое формулой (12.1.1), должно быть малым. Это означает, что указанная область должна быть удалена от экватора на расстояние, превосходящее экваториальный радиус Россби. При этом, естественно, меридиональный масштаб рассматриваемых явлений должен быть настолько малым, чтобы относительные изменения  $f$  были невелики. Однако поскольку масштаб длины волны совпадает по порядку величины с локальным радиусом Россби, это условие выполняется автоматически.

Специфика произведенных в разд. 11.8 математических преобразований состояла в использовании приближения экваториальной  $\beta$ -плоскости. С помощью некоторых обобщений соответ-

ствующие уравнения можно применить и для средних широт. Для этого будем исходить из уравнений (11.2.1) и (11.2.2) движения по горизонтали. Задача состоит в том, чтобы получить квазигеострофическое приближение этих уравнений с помощью (11.8.15), (11.8.16), записанных в декартовых координатах. В первую очередь, необходимо выбрать подходящую систему координат. Естественным выбором станет система типа *локальной проекции Меркатора* (см., например, [287] и [624, 625]). Координатными линиями, как и раньше, будут параллели и меридианы. Однако теперь они определенным образом переразмечены и дают в окрестности широты  $\varphi_0$ , относительно которой проводятся построения, примерно изометрическую систему. Итак, если радиус Земли обозначить через  $R$ , долготу через  $\lambda$ , то локальные меркаторовы координаты определяются следующим образом:

$$x = R\lambda \cos \varphi_0, \quad y = R \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi' \cos \varphi_0}{\cos \varphi'} = R \cos \varphi_0 \ln \left\{ \frac{(1 + \sin \varphi) \cos \varphi_0}{(1 + \sin \varphi_0) \cos \varphi} \right\}. \quad (12.2.1)$$

Кроме того, из-за особой формы уравнения неразрывности оказывается удобным использовать немного измененные компоненты скорости  $\tilde{u}$  и  $\tilde{v}$ :

$$\tilde{u} = u/\mu, \quad \tilde{v} = v/\mu, \quad (12.2.2)$$

где

$$\mu = \cos \varphi_0 / \cos \varphi = R^{-1} dy/d\varphi \quad (12.2.3)$$

представляет собой множитель, близкий к единице вблизи центральной широты  $\varphi_0$ . (Функция  $\tilde{v}$  оказывается очень удобной вследствие того, что она пропорциональна объемному переносу вод, приходящемуся на единицу глубины в заданном интервале долгот.) Подстановка выражений для  $d\lambda$ ,  $d\varphi$ ,  $u$  и  $v$  в (11.2.1) и (11.2.2) дает

$$D\tilde{u}/Dt - f\tilde{v} = -\rho^{-1} \partial p' / \partial x, \quad (12.2.4)$$

$$D\tilde{v}/Dt + f\tilde{u} + R^{-1} \mu (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) \operatorname{tg} \varphi = -\rho^{-1} \partial p' / \partial y, \quad (12.2.5)$$

где

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mu^2 \left( \tilde{u} \frac{\partial}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial y} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial z} \quad (12.2.6)$$

и

$$f = 2\Omega \sin \varphi. \quad (12.2.7)$$

Это точная форма уравнений движения на сфере. Соответствующая форма записи уравнения несжимаемости см. (4.12.11) такова:

$$\mu^2 (\partial \tilde{u} / \partial x + \partial \tilde{v} / \partial y) + \partial \omega / \partial z = 0. \quad (12.2.8)$$

Естественно, что из-за сферичности Земли полученные уравнения неполностью совпадают с теми, которые записаны в декартовых координатах. Вместе с тем в окрестности некоторой избранной широты, где  $\mu$  стремится к единице, они очень близки к ним.

В случае движений малой амплитуды можно пренебречь членами, содержащими квадраты скоростей. Тогда уравнения движения (12.2.4) и (12.2.5) в меркаторовых координатах примут вид

$$\partial \bar{u} / \partial t - f \bar{v} = -\rho^{-1} \partial p' / \partial x, \quad (12.2.9)$$

$$\partial \bar{v} / \partial t + f \bar{u} = -\rho^{-1} \partial p' / \partial y, \quad (12.2.10)$$

Это в точности совпадает с аналогичными уравнениями в приближении  $f$ -плоскости. Вместе с тем  $f$  является теперь функцией от  $y$ . Приближение  $\beta$ -плоскости основано на использовании линейной функции  $f$  от  $y$  с выбранной на некоторой широте точкой отсчета. Оно выводится точно так же, как это было сделано в разд. 11.8 в более специфическом случае. Первый шаг состоит во введении специальных безразмерных переменных

$$\begin{aligned} x^* &= x/L, & y^* &= y/L, & t^* &= \beta L t, \\ v^* &= \bar{v}/v_0, & v^* &= \bar{v}/v_0, & p^* &= p'/\rho L f v_0, \end{aligned} \quad (12.2.11)$$

где  $v_0$  является масштабом скорости,  $L$  — горизонтальным масштабом расстояний. Что касается вывода приближения  $\beta$ -плоскости для уравнений движения, то масштаб  $L$  при этом не обязательно принимать равным радиусу Россби  $a$ , как это было сделано в разд. 11.8. Также необязательно считать функцию  $p'$  независимой от глубины. Оба этих предположения имеет смысл использовать только при рассмотрении уравнения неразрывности.

Учитывая приведенные выше масштабы, разложение параметра Кориолиса  $f$  по  $y^*$  можно записать следующим образом:

$$f \approx f_0 (1 + \varepsilon_L y^*), \quad (12.2.12)$$

где  $f_0$  является значением на центральной широте, а  $\varepsilon_L$  представляет собой малый параметр. Он определяется формулой

$$\varepsilon_L = L \operatorname{ctg} \varphi_0 / R = \beta L / f_0, \quad (12.2.13)$$

в которой буквой  $\beta$  обозначен градиент параметра Кориолиса

$$\beta = (2\Omega/R) \cos \varphi_0. \quad (12.2.14)$$

Отметим, что если в качестве параметра  $L$  взять радиус Россби, то  $\varepsilon_L$  будет идентично числу  $\varepsilon$  из формулы (12.1.9). Процедура разложения основана на предположении, что число  $\varepsilon_L$  мало, т.е. горизонтальные пространственные масштабы малы по сравнению с радиусом Земли и центральная широта располагается не очень близко к экватору. В приближении первого порядка по  $\varepsilon_L$

линеаризованные уравнения движения имеют вид (11.8.11) и (11.8.12), как в случае экваториальной зоны, и выражения для скоростей в квазигеострофическом приближении можно записать в форме (11.8.15), (11.8.16). (Отметим, что если  $L$  выбрано не равным  $a$ , то в формулах нужно  $\varepsilon$  заменить на  $\varepsilon_L$ .) Другими словами, в первом приближении течения являются геострофическими:  $u = u_g$ ,  $v = v_g$ , где формулы для  $u_g$  и  $v_g$  в размерных переменных имеют вид

$$\bar{f}_0 u_g = -\rho^{-1} \partial p' / \partial y, \quad \bar{f}_0 v_g = \rho^{-1} \partial p' / \partial x. \quad (12.2.15)$$

Знак тильды над переменными  $\bar{u}$  и  $\bar{v}$  в приближенных уравнениях теперь будет опускаться. (Далее он будет использоваться еще один раз в точном уравнении.)

Геострофические течения, характеризующиеся формулами (12.2.15), бездивергентны, и соответствующие им уравнения являются вырожденными. Поэтому для расчета изменений течений со временем необходимо использовать уравнения более высокого порядка точности. В этой связи оказывается удобным определить *агеострофические* составляющие течения  $u_a$ ,  $v_a$ , т. е.

$$u = u_g + u_a, \quad v = v_g + v_a. \quad (12.2.16)$$

Как показывают уравнения (11.8.15) и (11.8.16), скорости агеострофического движения по отношению к геострофическому имеют порядок  $\varepsilon_L$  и определяются следующими уравнениями в размерных переменных:

$$\bar{f}_0 u_a = -\beta y u_g - \partial v_g / \partial t \equiv \rho^{-1} \bar{f}_0^{-1} \{ \beta y \partial p' / \partial y - \partial^2 p' / \partial t \partial x \}, \quad (12.2.17)$$

$$\bar{f}_0 v_a = -\beta y v_g + \partial u_g / \partial t \equiv \rho^{-1} \bar{f}_0^{-1} \{ -\beta y \partial p' / \partial x - \partial^2 p' / \partial t \partial y \}. \quad (12.2.18)$$

Они характеризуют эволюцию этого движения и называются *линейными уравнениями в квазигеострофическом приближении*.

Как показывают эти уравнения, поле агеострофических скоростей состоит из двух составляющих. Одна из них  $\beta$ -составляющая (с множителем  $\beta$ ) отражает то обстоятельство, что при заданном градиенте давления скорости течений, находящихся с ним в геострофическом равновесии на каждой широте (а не только на центральной), возрастают по направлению к экватору. По этой причине движение становится дивергентным и

$$\beta\text{-часть агеострофической скорости} = -(\beta y / \bar{f}_0)(u_g, v_g) \quad (12.2.19)$$

создает дивергенцию, равную  $-\beta v_g / \bar{f}_0 \equiv -(\beta / \rho \bar{f}_0^2) \partial p' / \partial x$ .

Другая составляющая скорости представляет собой изаллобарическое течение, которое уже рассматривалось в разд. 8.6. Оно равно

изаллобарическая часть агеострофической скорости =

$$= -\rho^{-1} \bar{f}_0^{-2} (\partial / \partial x, \partial / \partial y) \partial p' / \partial t, \quad (12.2.20)$$

и имеет дивергенцию, равную

$$-f_0^{-1} \partial \zeta_g / \partial t \equiv -\rho^{-1} f_0^{-2} (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) \partial p' / \partial t,$$

где  $\zeta_g$  — геострофическая составляющая вертикального компонента относительной завихренности. При формальном выборе масштабов переменных масштаб времени  $(\beta L)^{-1}$  был взят таким, что две части агеострофической скорости должны были формально иметь один и тот же порядок величины. Для того, чтобы приближение было справедливым, необходимо только, чтобы агеострофическое движение было мало по сравнению с геострофическим. Неравенство  $\varepsilon_L \ll 1$  означает, что это условие выполняется для  $\beta$ -части агеострофической скорости. Аналогичное условие для изаллобарической скорости является независимым. Как установлено в разд. 8.16, для этого следует потребовать, чтобы временной масштаб изменений был велик по сравнению с  $f_0^{-1}$ .

Обобщение проведенных построений с учетом *нелинейной* формы уравнений оказывается достаточно несложным. Формально процедура состоит в выборе такого масштаба скорости  $v_0$  (формула (12.2.11)), при котором нелинейные адвективные члены и производная по времени в (12.2.6) имеют одинаковый порядок, т. е.

$$v_0 = \beta L^2. \quad (12.2.21)$$

Итак, в качестве масштаба скорости принимается произведение параметра  $\beta$  и квадрата горизонтального пространственного масштаба. При этом получаются те же уравнения, что и ранее, но производная по времени  $\partial / \partial t$  теперь заменяется на первое приближение формулы (12.2.6), а именно на выражение

$$D_g / Dt \equiv \partial / \partial t + u_g \partial / \partial x + v_g \partial / \partial y, \quad (12.2.22)$$

которое представляет собой индивидуальную производную для геострофической части движения. Третье слагаемое в левой части формулы (12.2.5) мало по сравнению с оставшимися, поскольку

$$L \operatorname{tg} \varphi_0 \ll R. \quad (12.2.23)$$

Применительно к средним широтам это требование равносильно условию малости  $\varepsilon_L$  (см. (12.2.13)).

Таким образом, формулы (12.2.17) и (12.2.18) должны приобрести следующий вид:

$$f_0 u_a = -\beta y u_g - D_g v_g / Dt \equiv \rho^{-1} f_0^{-1} \left\{ \beta y \frac{\partial p'}{\partial y} - \frac{D_g}{Dt} \frac{\partial p'}{\partial x} \right\}, \quad (12.2.24)$$

$$f_0 v_a = -\beta y v_g + D_g u_g / Dt \equiv \rho^{-1} f_0^{-1} \left\{ -\beta y \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{D_g}{Dt} \frac{\partial p'}{\partial y} \right\}. \quad (12.2.25)$$

Теперь можно выделить и третью составляющую агеострофической скорости, а именно

нелинейная часть агеострофической скорости =

$$= \frac{1}{2} f_0^{-1} (-\partial/\partial y, \partial/\partial x) (u_g^2 + v_g^2) - f_0^{-1} \zeta_g (u_g, v_g). \quad (12.2.26)$$

Ее дивергенция равна  $-f_0^{-1} (u_g \partial/\partial x + v_g \partial/\partial y) \zeta_g$ . В формуле (12.2.26) член, характеризующий ускорение, был записан в форме, предложенной Лагранжем (см. разд. 7.10), т. е. в виде суммы слагаемого Бернулли (которое *не* дает вклада в дивергенцию скорости) и произведения скорости и завихренности (которое вносит вклад в агеострофическую дивергенцию).

Выбирая масштаб скорости в форме (12.2.21), мы получаем, что нелинейная часть агеострофической поправки к скорости имеет одинаковый порядок с остальными частями. Однако чтобы геострофическое приближение было формально справедливым, для масштаба скорости необходимо потребовать выполнения независимого условия. Оно состоит в том, что нелинейная часть агеострофической скорости должна быть малой по сравнению с геострофической скоростью. При этом параметр  $Ro$ , определяемый соотношением

$$Ro = v_0/f_0 L, \quad (12.2.27)$$

тоже должен быть малым. Указанный параметр называется числом Россби или числом Кибеля. Впервые он был предложен в работе И. А. Кибеля 1940 г. [399] (см. Филлипс [624]). Итак, для использования геострофического приближения необходимо, чтобы выполнялись *три условия*, связанные с *тремя составляющими* агеострофического движения: (1)  $\varepsilon_L \ll 1$ , что обеспечивает малость  $\beta$ -составляющей скорости; (2) масштаб времени  $\gg f_0^{-1}$  (для того, чтобы была мала *изаллобарическая составляющая*) и (3)  $Ro \ll 1$  (чтобы была мала *нелинейная часть*).

В частном случае движения слоя мелкой воды  $\rho'/\rho$  не зависит от вертикальной координаты и равняется  $g\eta$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести, а  $\eta$  — отклонение поверхности. Для замыкания системы уравнений привлечем уравнение неразрывности (11.2.4). В меркаторовых координатах для океана постоянной глубины оно имеет следующий вид (см. (12.2.8)):

$$(H + \eta) \mu^2 (\partial \bar{u}/\partial x + \partial \bar{v}/\partial y) + D\eta/Dt = 0. \quad (12.2.28)$$

В приближении первого порядка (а) число  $\mu$  заменяется на единицу, (б) дивергенция полной скорости заменяется на дивергенцию ее агеострофической части (поскольку дивергенция геострофической скорости равна нулю), (в) вместо  $D/Dt$  используется  $D_g/Dt$ , т. е. члены вида  $u_a \partial \eta/\partial x$  считаются прене-



брежимо малыми, и, следовательно, (г) члены вида  $\eta \partial u_a / \partial x$  также исключаются. Таким образом, приближенное уравнение записывается в форме

$$H(\partial u_a / \partial x + \partial v_a / \partial y) + D_g \eta / Dt = 0. \quad (12.2.29)$$

В разд. 11.8 приведен аналог этого уравнения с учетом выбранных масштабов переменных. Уравнение выглядит наиболее просто, когда горизонтальный пространственный масштаб  $L$  выбирается равным радиусу Россби  $a$ , поскольку при этом все члены уравнения (12.2.29) формально имеют один и тот же порядок.

Подстановкой формул (12.2.24), (12.2.25) в (12.2.29) можно получить уравнение для одной зависимой переменной:

$$\frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c^2} \eta \right) + \beta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0. \quad (12.2.30)$$

Оно представляет собой уравнение для потенциальной завихренности мелкой воды (11.3.1), записанное в квазигеострофическом приближении. Его можно получить при разложении формулы (11.3.2) для потенциальной завихренности в окрестности центральной широты  $\varphi_0$  с учетом того, что  $\eta \ll H$ . Это дает

$$HQ \approx q \equiv f_0 + \beta y + \zeta_g - f_0 \eta / H, \quad (12.2.31)$$

где  $q$  называется квазигеострофической потенциальной завихренностью. Она удовлетворяет уравнению

$$D_g q / Dt = 0, \quad (12.2.32)$$

которое представляет собой иную форму записи уравнения (12.2.30).

Уравнение для кинетической энергии квазигеострофического потока можно вывести, умножая уравнение (12.2.24) на  $v_g$  и вычитая это произведение из  $u_g$ , умноженного на уравнение (12.2.25). При этом получается

$$\frac{1}{2} \frac{D_g}{Dt} (u_g^2 + v_g^2) = - \frac{u_a}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{v_a}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y}. \quad (12.2.33)$$

В случае мелкой воды столь же просто можно вывести и уравнение для полной энергии. Для этого надо сложить уравнение (12.2.33), умноженное на  $H$ , и уравнение (12.2.29), умноженное на  $p' (= \rho g \eta)$ :

$$\frac{D_g}{Dt} \left[ \frac{1}{2} H (u_g^2 + v_g^2) + \frac{1}{2} g \eta^2 \right] + \frac{\partial}{\partial x} (g H \eta u_a) + \frac{\partial}{\partial y} (g H \eta v_a) = 0. \quad (12.2.34)$$

Сравним полученное уравнение с аналогичным соотношением (5.7.4) в случае невращающейся жидкости. Выражения

для потенциальной энергии в них совпадают, однако вклад в кинетическую энергию в квазигеострофическом приближении дают только агеострофические компоненты скорости. Геострофическое течение параллельно изобарам, поэтому оно не совершает работы, и два последних члена левой части уравнения (12.2.34) (они характеризуют источники энергии) также содержат только агеострофические составляющие потока.

### 12.3. ПЛАНЕТАРНЫЕ ВОЛНЫ

В гл. 11 мы изучали дисперсионные характеристики экваториальных планетарных волн. Теперь рассмотрим волны, представимые в форме

$$\eta = \eta_0 \cos(kx + ly - \omega t), \quad (12.3.1)$$

во внетропических районах. После пионерской работы Россби с соавторами [688] (см. Платцман [629]) их также называют волнами Россби. Подстановка выражения (12.3.1) в уравнение (11.8.20), которое представляет собой результат линеаризации уравнения (12.2.30), дает дисперсионное соотношение

$$\omega = -\beta k / (k^2 + l^2 + f_0^2/c^2). \quad (12.3.2)$$

Оно показывает, что планетарные волны всегда имеют западную фазовую скорость. Линиями равных частот в пространстве волновых чисел являются окружности

$$(k + \beta/2\omega)^2 + l^2 = (\beta/2\omega)^2 - (f_0/c)^2, \quad (12.3.3)$$

которые показаны на рис. 12.1. В соответствии с определением (5.4.11), групповая скорость есть градиент  $\omega$  в пространстве волновых чисел, и поэтому эта скорость оказывается перпендикулярной к изолиниям  $\omega$ ; она отмечена на рисунке стрелками. Выражения для составляющих групповой скорости получаются с помощью дифференцирования (12.3.2) и записываются следующим образом:

$$c_g \equiv (\partial\omega/\partial k, \partial\omega/\partial l) = \beta (k^2 - l^2 - f_0^2/c^2, 2kl) / (k^2 + l^2 + f_0^2/c^2)^2. \quad (12.3.4)$$

Из полученного выражения следует, что линия, разделяющая волны с групповой скоростью восточного и западного направлений, является гиперболой

$$k^2 = l^2 + f_0^2/c^2. \quad (12.3.5)$$

Она показана на рисунке. Поскольку знаки  $c_{gy}$  и  $\omega/l$  противоположны, волны с северной составляющей фазовой скорости имеют южную групповую скорость, и наоборот. (Примечание: изменение знаков  $k$ ,  $l$  и  $\omega$  в соотношении (12.3.1) не изменяет вида волны, так что положительным значениям  $\omega$  в левой части

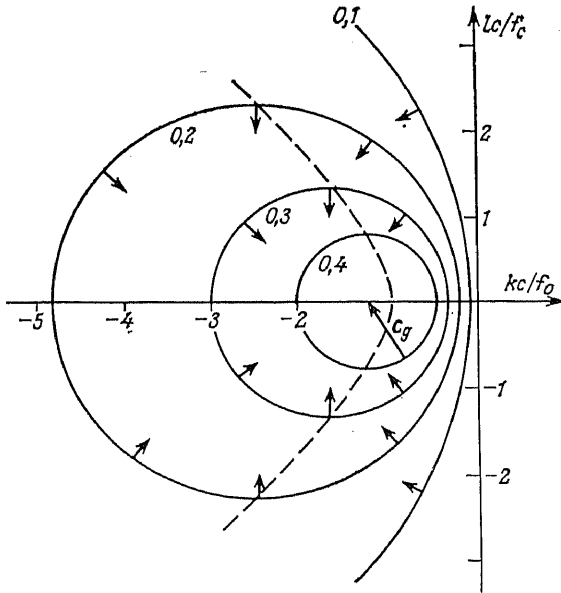


Рис. 12.1. Дисперсионная диаграмма планетарных волн умеренных широт. Изолинии частоты показаны в единицах, равных  $\beta c/f_0$ . Групповая скорость, являющаяся градиентом частоты в пространстве волновых чисел, перпендикулярна к изолиниям частоты. Ее направление отмечено стрелками, а величина обратно пропорциональна расстоянию между изолиниями. Изолинии частоты — это окружности, стягивающиеся в точку при  $\omega = 0,5\beta c/f_0$ . Планетарных волн с большей частотой не существует. Штриховой линией показана гипербола, разделяющая волны с восточной и западной групповой скоростью.

плоскости волновых чисел на рис. 12.1 соответствуют равные им по величине и обратные по знаку значения  $\omega$  в правой части этой плоскости.)

Поле скоростей, индуцированное планетарной волной, в первом приближении является геострофическим и определяется формулой

$$(u_g, v_g) = (l, -k)(g\eta_0/f_0) \sin(kx + ly - \omega t). \quad (12.3.6)$$

На рис. 12.2 дан пример подобных движений. Интересно отметить, что это поле практически идентично атмосферной волне, которая была в 1847 г. кратко описана Бёртом [61]. Ее иллюстрация показана на рис. 7.7. Единственное отличие состоит в направлении фазовой скорости. Оно может быть следствием того обстоятельства, что на рис. 12.2 показаны направления волн относительно среднего движения, в то время как набросок Берта характеризует направление движения относительно земли.

Несмотря на то, что преобладающие в планетарных волнах движения имеют геострофический характер, существенные особенности их динамики связаны также с небольшими агеострофическими компонентами, которые определяются формулами

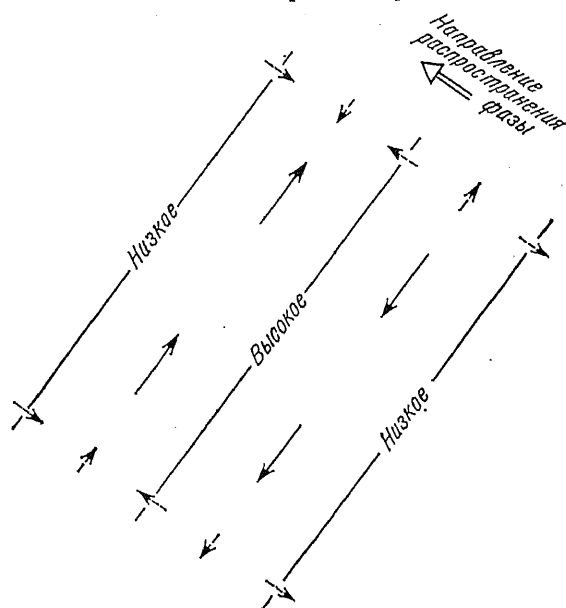


Рис. 12.2. Бегущая плоская планетарная волна. Доминирует геострофическое движение, направленное (в Северном полушарии) в сторону больших стрелок. Кроме того, имеются небольшие агеострофические составляющие, отмеченные маленькими штриховыми стрелками. Составляющая движения, перпендикулярная изобарам, представляет собой изаллобарический ветер. Составляющая движения, параллельная изобарам, связана с уменьшением параметра Кориолиса в сторону экватора, так что скорость течения с приближением к экватору возрастает, а с удалением от него — убывает. В Южном полушарии геострофическая часть потока имеет обратное направление, а его агеострофическая часть остается неизменной. К западу от линии высокого давления (или отклонения поверхности вверх) всегда возникает конвергенция. Она создает подъем поверхности, что и вызывает смещение картины распределения давления с западной фазовой скоростью.

(12.2.27) и (12.2.28) и показаны на рис. 12.2 маленькими штриховыми стрелочками. Поле скоростей состоит из двух составляющих: изаллобарического ветра, перпендикулярного поверхности равного давления в плоской волне, и  $\beta$ -слагаемого, параллельного этим поверхностям. Наличие  $\beta$ -слагаемого отражает то простое обстоятельство, что при постоянном градиенте давления ветры у экватора, где параметр Кориолиса меньше, оказываются более сильными. Обе агеострофических составляющих скорости приводят к возникновению конвергенции к за-

паду от области подъема давления. В свою очередь здесь происходит подъем свободной поверхности, который создает увеличение давления, и зона возмущения давления смещается на запад.

Уравнение (12.2.34) энергии квазигеострофического потока учитывает вклад в кинетическую энергию только от геострофических течений. Поэтому для планетарной волны (12.3.1)

плотность кинетической энергии =

$$= \frac{1}{2} \rho H (\overline{u_g^2 + v_g^2}) = \rho g^2 H (k^2 + l^2) \eta_0^2 / 4f_0^2. \quad (12.3.7)$$

Черта сверху, как и в гл. 6, означает осреднение по длине волны. Плотность потенциальной энергии (или доступной потенциальной энергии) записывается обычным выражением для волны в рамках теории мелкой воды

$$\text{плотность потенциальной энергии} = \frac{1}{2} \overline{\rho g \eta^2} = \frac{1}{4} \rho g \eta_0^2. \quad (12.3.8)$$

Таким образом,

$$\frac{\text{плотность кинетической энергии}}{\text{плотность потенциальной энергии}} = (k^2 + l^2) g H / f_0^2 = \kappa_H^2 a^2, \quad (12.3.9)$$

где  $\kappa_H$  представляет собой горизонтальное волновое число, а  $a$  — радиус Россби. Следовательно, *длинные планетарные волны*, т. е. те волны, длина которых велика по сравнению с радиусом Россби, большую часть своей энергии содержат в *потенциальной* форме, в то время как большая часть энергии *коротких волн* является *кинетической*. Это положение оказывается справедливым для любого квазигеострофического потока.

Расчеты потоков энергии, которые можно выполнить, например, с помощью соотношения (12.2.34), позволяют записать плотность потока энергии в меридиональном направлении в следующем виде:

$$\rho H g \overline{\eta v_a} = - \rho g a^2 \eta \overline{\frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t}} = - \frac{1}{2} \rho g a^2 l \omega \eta_0^2 = E c_{gy}. \quad (12.3.10)$$

(Отметим, что этот результат справедлив лишь в том случае, когда плотность потока энергии выражается в терминах агеострофических скоростей. См. [476].) Первое равенство основано на выражении (12.2.18) для  $v_a$ . Второе следует из подстановки соотношения (12.3.1), а третье, последнее, получается с учетом выражения (12.3.4) для  $c_{gy}$ .  $E$  представляет собой плотность полной энергии, равную сумме (12.3.7) и (12.3.8). Отсюда следует заключение, что при северной групповой скорости существует агеострофический поток энергии того же направления, и наоборот. Планетарные волны также осуществляют меридио-

нальный перенос в северном направлении восточной составляющей импульса:

$$\overline{\rho u v} = -\frac{1}{2} \rho k l (g \eta_0 / f_0)^2. \quad (12.3.11)$$

Поскольку в соответствии с выражением (12.3.2)  $\omega$  и  $k$  имеют противоположные знаки, меридиональный поток восточной составляющей импульса направлен в противоположную сторону по отношению к плотности потока энергии. Говоря иначе, западная составляющая импульса уносится от источника в направлении групповой скорости. Этот результат имеет определенный физический интерес, поскольку изменения потока, скажем, из-за диссипации энергии планетарных волн, должны сопровождаться ростом западной составляющей среднего течения (см. разд. 8.15). Этот эффект имеет прямое отношение к внезапным стратосферным потеплениям, [601, 609], волнам, создаваемым Гольфстримом [774] и другим явлениям. Обзор исследований по этому вопросу представлен в работе Дикинсона [168], а его детальное обсуждение дано в статьях [664, 666].

Между длинными и короткими волнами существуют и другие отличия. Для коротких волн ( $\kappa_{\text{на}} \gg 1$ ), энергия которых в основном является кинетической, дисперсионное соотношение (12.3.2) может быть приближенно записано следующим образом:

$$\omega = -\beta k / (k^2 + l^2). \quad (12.3.12)$$

Таким образом, влияние изменений глубины на потенциальную завихренность (12.2.31) оказывается пренебрежимо малым. Можно также сказать, что несущественными являются вертикальные движения и связанные с ними изменения потенциальной энергии. Поэтому дисперсионное соотношение аппроксимирует такое соотношение, которое должно получаться в строго горизонтальном течении. (Исследование Россби [688] касалось именно коротких волн. Соответствующие результаты для сферы были получены значительно ранее в работах 1893 г. Маргулеса [521] и 1898 г. Хафа [358] как предельный случай решений уравнений Лапласа, при котором скорость вращения стремится к нулю, но отношение  $\omega/\Omega$  остается конечным.)

*Длинные планетарные волны* ( $\kappa_{\text{на}} \ll 1$ ), энергия которых сосредоточена в основном в потенциальной форме, приблизительно бездисперсионны, поскольку соотношение (12.3.2) для них аппроксимируется так:

$$\omega/k = -\beta a^2 = -\beta c^2 / f_0^2 = -c^2 \cos \varphi_0 / 2\Omega R \sin^2 \varphi_0. \quad (12.3.13)$$

Последнее равенство следует из (12.2.7) и (12.2.14). Оно соответствует пренебрежению вкладом относительной завихренности в потенциальную и учету только  $\beta$ -составляющей агеострофической скорости. Формулу (12.3.13) можно применить, в частности,

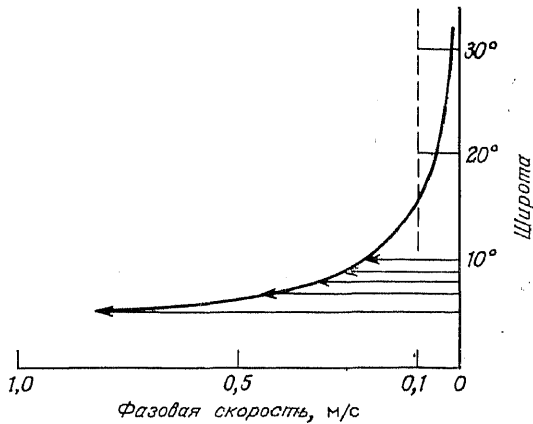


Рис. 12.3. Фазовая (или групповая) скорость длинных (бездисперсионных) планетарных волн западного направления в виде функции широты (сплошная линия). Нанесены численные значения, соответствующие первой бароклинной моде в океане с  $c = 2,5$  м/с. Штриховая линия, проходящая через значение 10 см/с, нарисована для того, чтобы было легче оценить масштаб скорости медленных волн. У экватора спектр возможных значений скорости становится дискретным, и нарисованные стрелки показывают скорости первых пяти экваториальных мод. Их фазовые скорости определяются формулой (11.8.1) и уменьшаются вдоль сплошной кривой в том случае, когда критические широты каждой из мод изменяются в соответствии с формулой (11.7.1).

для моделирования бароклиных волн в океане, где радиус Россби мал (около 30 км), и все волны большей длины также описываются с помощью уравнения (12.3.13). Отметим, однако, сильную обратную зависимость фазовой (и групповой) скорости от широты. Она следует из соотношения (12.3.13) и продемонстрирована на рис. 12.3. Этот график также иллюстрирует расстояние, на которое длинные планетарные волны способны уйти за определенное время от прямолинейной меридиональной границы океана на востоке. Волновой фронт, имеющий сходную форму, можно часто наблюдать в океане с прямолинейной восточной границей, когда в некоторый начальный момент на покоящийся океан начинает действовать напряжение ветра. Для движений вблизи экватора уравнение (12.3.13) заменяется на (11.8.1), которое можно записать в виде

$$\omega/k = -c/(2n + 1) = -c^2/2\Omega R\varphi_n^2, \quad (12.3.14)$$

где  $\varphi_n = y_c/R$  представляет собой критическую широту (см. (11.7.1)). Непрерывная кривая (12.3.13) переходит в набор дискретных точек, задаваемых формулой (12.3.14) (и показанных на рис. 12.3) стрелками). С ростом номера моды  $n$  они приближаются друг к другу.

*Баротропные* волны в океане могут создаваться под действием ветра. Поэтому их меридиональный масштаб  $l^{-1}$  равен примерно 1000 км, т. е. совпадает с характерными пространственными масштабами ветровых систем. Поскольку баротропный радиус Россби (он равен примерно 2000 км) больше этого масштаба, то баротропные волны можно рассматривать как *короткие* волны, энергия которых заключена в основном в кинетической форме. Волны этого типа распространяются на запад с фазовыми скоростями порядка

$$\beta/l^2 \approx 20 \text{ м/с} \quad (12.3.15)$$

(см. (12.3.12)). Наиболее близка к баротропной волне в атмосфере «мода Лэмба» (см. разд. 6.4), поскольку в предельном случае несжимаемой жидкости  $H_s \rightarrow \infty$  ее скорость становится независимой от вертикальной координаты. Значения  $l^{-1}$  для этой моды равно скорости звука (около 300 м/с), так что радиус Россби примерно равен 3000 км. Фаза планетарной волны с вертикальной структурой, характерной для «моды Лэмба», и меньшими, чем 3000 км, значениями  $l^{-1}$ , распространяется на запад *относительно воздуха* в соответствии с формулой (12.3.15). Подобная волна с периодом около 20 суток и зональным волновым числом 2 (2 волны помещаются по окружности земного шара) была описана, в частности, в работе [641]. Западная фазовая скорость относительно среднего западного ветра со скоростью 15 м/с составила 23 м/с, т. е. фазовая скорость относительно земли равнялась 8 м/с и была направлена против вращения Земли на запад. В [512] приводятся сведения о наблюдении аналогичной волны с периодом от одной недели до трех, которая была наиболее отчетливо выражена на широтах *севернее* 50° с.ш. Волна с тем же периодом (20 суток) и зональным волновым числом (2), что и у моды Лэмба, но имеющая бароклинную структуру, была также обнаружена и авторами работы [641]. Однако относительно земли она распространялась на восток (по направлению вращения Земли), и ее западная фазовая скорость относительно воздуха составляла соответственно 15—8 = 7 м/с.

Если меридиональный масштаб  $l^{-1}$  становится сравнимым с радиусом Земли, то приближением  $\beta$ -плоскости уже пользоваться нельзя. Волновые движения в этом случае следует изучать на сфере, в полярных сферических координатах. Изменения по долготе и широте могут быть синусоидальными, но их уже необходимо рассчитывать специально. Для возмущений относительно состояния покоя или состояния твердого вращения они определяются через функции Хафа, свойства которых охарактеризованы в работе Лонге-Хиггинса [481]. Поскольку первоначальные уравнения Лапласа (1778—1779) были, естественно, выведены для сферы, то открытие планетарных волн можно от-



нести к работам Маргулеса (1893) [521] и Хафа (1897, 1898) [357, 358]. Они установили, что решения приливных уравнений Лапласа могут быть подразделены на два класса, один из которых в предельном случае отсутствия вращения превращался в чисто гравитационные колебания, а другой имел при стремлении скорости вращения к нулю пропорциональную ей частоту. Этот последний класс и включал в себя волны, которые в настоящее время мы зовем планетарными, а их предельная форма, открытая в работах Маргулеса и Хафа и позднее вновь открытая в 1940 г. Хаурвитцем [305], есть бездивергентная планетарная волна, полная энергия которой совпадает с кинетической. Расчеты Маргулеса касались случая «моды Лэмба» или внешней моды в изотермической атмосфере. В них была получена распространяющаяся на запад волна с периодом чуть более 5 суток. На рис. 12.4 из работы Маргулеса воспроизведена иллюстрирующая эту волну диаграмма. В настоящее время указанная волна хорошо известна по данным наблюдений [512]. Особенно четко ее можно выделить в областях южнее  $50^\circ$  с. ш.

Замечательно глубокое понимание природы приспособления к геострофическому равновесию для зонально симметричных течений на сфере продемонстрировал Хаф (1897) [357]:

«Теперь предположим, что возмущающая сила... стремящаяся увеличить искривление поверхности океана, внезапно прикладывается к нашей вращающейся системе, когда та находится в состоянии относительного равновесия. Мгновенно появятся колебания, первоначальное движение... включающее в себя поток вод от полюсов к экватору. Вода, поступающая из высоких широт в низкие, будет достигать этих низких широт с меньшим количеством вращения, чем то, которое подходило бы для этих широт в том случае, когда все в целом бы находилось в стационарном движении, как твердое тело. Поскольку силы, стремящиеся изменить угловой момент элементарного водного кольца, совпадающего с широтным кругом, отсутствуют, появляются течения, перемещающие каждую частицу жидкости вдоль параллели с востока на запад. Эффект возмущающей силы состоит, таким образом, в превращении состояния стационарного движения, относительно которого происходят свободные колебания, из однородного вращения полной системы как твердого тела в состоянии, при котором существуют горизонтальные направленные на запад течения» (Хаф, 1897 [357, с. 248—249]).

Хаф также указал, что если «частицы жидкости движутся вдоль кругов широты, то может возникнуть надлежащее приспособление свободной поверхности, и это движение станет перманентным» (с. 248). В работе Хафа было продолжено обсуждение долгопериодных приливов, которое начато Лэмбом в «Гидродинамике» издания 1895 г., и основано на принципе сохранения момента количества движения, примененного Гадлеем

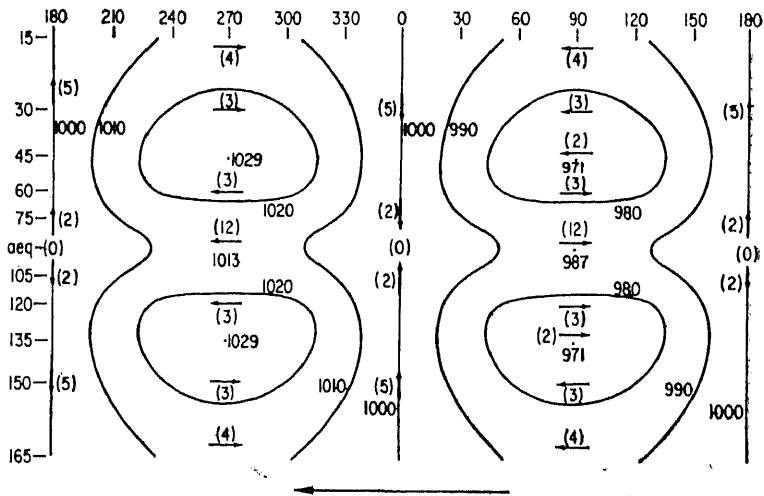


Рис. 12.4. Диаграмма из работы Маргулеса [521, рис. 11], иллюстрирующая распределение поверхностного давления (в миллибарах) для внешней моды («моды Лэмба») для атмосферы с постоянной температурой 273 °K. Соответствующие скорости ветра у поверхности земли (при данной выбранной произвольной амплитуде колебаний давления) показаны стрелками, их величины в м/с указаны в скобках. Маргулес охарактеризовал это явление как «распространяющуюся на запад волну второго рода первого класса типа I» и оценил ее период в 130,7 ч. Здесь «первый класс» означает, что волновое число равно 1, «тип I» относится к первой симметричной меридиональной моде. Следующее разделение отражает принадлежность волны к одной из двух групп, которые ведут себя по-разному в пределе, когда скорость вращения стремится к нулю. Первый род в этом пределе превращается в обычные гравитационные волны, в то время как ко второму роду относятся те волны, которые мы сейчас называем планетарными. В пределе структура этой волны совпадает со структурой бездивергентной планетарной волны с частотой (нормированная на двойную скорость вращения Земли), равной в пределе  $2 \times 3 = 6$ . Рассчитанная Маргулесом структура волны очень близка к структуре 5-суточной волны, свойства которой были определены по долговременным сериям наблюдений в работе Маддена [512].

[283]. Хафу [357] удалось также решить задачу о медленном приспособлении полей под влиянием вынуждающих сил, которое реализуется через последовательность состояний геострофического равновесия. Эта задача возникла при рассмотрении циркуляции океана как реакции на процесс испарения (см. разд. 9.14). Кроме того, Хаф доказал, что при медленных движениях вращающейся однородной жидкости скорости на линиях, параллельных оси вращения, остаются неизменными. Этот результат теперь называют теоремой Тейлора — Праудмена. Далее он установил, что в стационарном течении слоя однородной жидкости глубины  $h$  величина  $f/h$  (равная на сфере

$2\Omega/h \cos \epsilon \varphi$ ) для жидких частиц остается постоянной, причем то же должно быть справедливым для отдельного слоя стратифицированной жидкости. Другими словами, ему удалось получить специальную форму уравнения сохранения потенциальной завихренности.

Максимальная частота планетарных волн (в системе, перемещающейся в среднем движении) в приближении  $\rho$ -плоскости определяется формулой (см. (12.3.3))

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2} \beta \alpha = \beta c / 2f_0 = (c/2R) \operatorname{ctg} \varphi_0. \quad (12.3.16)$$

Кроме того, уравнение можно использовать и для определения предельной широты, на которой еще могут существовать волны заданного периода. Например, для первой моды бароклинной волны годового периода в океане с  $c = 2,5$  м/с максимальная широта равна  $45^\circ$ . В работе [391] были рассмотрены колебания температуры годового периода в северной части Тихого океана. Оказалось, что данные обнаруживают сходство с дисперсионными характеристиками первой моды движущихся на запад планетарных волн, несколько измененных под влиянием среднего потока. Обратные волновые числа были порядка 100 км. Уайт и Саур [850] обнаружили волны годового периода, которые выходили из района в окрестности долготы  $125^\circ$  з. д., где отмечалась особенно сильная амплитуда колебаний вертикальной экмановской скорости. Распространение фазы на запад, характерное для явлений, которые существенно зависят от  $\beta$ -эффекта, отмечалось также и для океанических вихрей [58, 220]. Как было показано в работе [510], большая доля низкочастотной изменчивости, выявленной по результатам МОДЕ («Среднеокеанский динамический эксперимент»), может быть объяснена присутствием баротропных и бароклинных планетарных волн с периодами от 4 до 11 месяцев и длинами волн от 170 до 300 км. В [644] сообщается об обнаружении в западной части Северной Атлантики баротропной планетарной волны с длиной 340 км ( $\kappa_H^{-1} \approx 50$  км), периодом в 2 месяца ( $\omega^{-1} \approx 10$  сут), фазовой скоростью  $c \approx 0,06$  м/с и амплитудой колебаний скорости 0,12 м/с. Такие большие амплитуды не являются редкостью, так что нелинейные эффекты, по-видимому, довольно часто играют для волн существенную роль. Эти вопросы рассмотрены, в частности, в работах [664, 402, 126].

Характер дисперсии планетарных волн (определяемый соотношением (12.3.2)) очень удобно проиллюстрировать, рассматривая реакцию океана на локализованное воздействие. Различные идеализированные примеры подобного рода обсуждены в

работах [478, 453, 454, 664]. В [629] излагаются соответствующие лабораторные эксперименты. Обзор свойств планетарных волн сделал в своих работах Дикинсон [168, 169].

#### 12.4. «СПИН-АП» ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕТРА

Влияние источников тепла на атмосферу (или ветра на океан) в основном происходит на временных масштабах, превосходящих одни сутки. Поэтому в любой момент времени реакция на эти воздействия близка к состоянию геострофического равновесия. Ее можно рассчитать, добавляя в уравнения квазигеострофического приближения, выведенные в разд. 12.3, вынуждающие силы. Задача расчета реакции океана постоянной глубины на мгновенно возникшее напряжение ветра позволяет понять многие закономерности циркуляции океана и протекающих в нем нестационарных процессов, поэтому она будет рассмотрена в этом разделе.

Задавая в уравнениях квазигеострофического приближения вынуждающие силы, необходимо иметь в виду, что квазигеострофическое течение всегда находится в близком к равновесному состоянию (а именно, в состоянии, близком к геострофическому равновесию, определяемому соотношениями (12.2.15)), которое в основном приближении характеризуется *бездивергентностью* течения *по горизонтали*. Дивергенция и изменения равновесного состояния создаются за счет более слабого агеострофического течения. Генерируя косвенным образом изменения дивергенции, вынуждающие силы также меняют состояние геострофического равновесия. Поэтому их следует учитывать в уравнениях для агеострофических составляющих потока. (Если учесть их в геострофических соотношениях, то дивергенция в приближении основного порядка получится ненулевой, что неверно.) В качестве примера можно привести механизм изменений состояния океана под действием ветра, который обсуждался в разд. 9.4 и проиллюстрирован на рис. 9.4. Прямое влияние ветра состоит в генерации в поверхностных слоях океана экмановского переноса, направленного перпендикулярно ветру. Если он является конвергентным или дивергентным, то возникают вертикальные движения. Именно они изменяют распределение поля давления и, соответственно, сбалансированное с ним поле геострофических скоростей течения. Таким образом, экмановская подкачка представляет собой не что иное, как часть агеострофического движения, которая меняет поле давления и геострофические скорости.

Изучая малые возмущения в однородном океане, в уравнениях (12.2.17), (12.2.18) для агеострофической составляющей течения (с заменой  $\rho'/\rho$  на  $g\eta$ , где  $\eta$  — отклонение поверхности) необходимо учесть напряжение трения. Впервые оно было вклю-

чено в уравнение (9.9.10). Если пренебречь придонным трением, то уравнения (12.2.17) и (12.2.18) приобретут вид

$$f_0 u_a = \frac{g}{f_0} \left( \beta y \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial x} \right) + \frac{Y_s}{\rho H}, \quad (12.4.1)$$

$$f_0 v_a = \frac{g}{f_0} \left( -\beta y \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial y} \right) - \frac{X_s}{\rho H}, \quad (12.4.2)$$

где  $(X_s, Y_s)$  представляет собой вектор напряжения на поверхности, а  $H$  обозначает глубину океана. Как показано в разд. 9.10, в случае стратифицированного океана для каждой из мод необходимо записать уравнения, имеющие ту же форму.  $H$  заменяется при этом на некоторый параметр  $H^F$ , который можно назвать эквивалентной толщиной вынуждающей силы для конкретной моды.

В линейной задаче агеострофическая скорость будет состоять из трех частей:  $\beta$ -слагаемого, изаллобарической скорости и экмановской части. Каждая из них вносит свой вклад в конвергенцию скорости, так что при подстановке в линеаризованное уравнение неразрывности (12.2.29) получается соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{c^2} \eta \right) + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{f_0}{\rho g H} \left( \frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y} \right). \quad (12.4.3)$$

Оно представляет собой квазигеострофическую форму уравнения потенциальной завихренности (сравнить со случаем  $f$ -плоскости (9.9.19)), в которой учтены вынуждающие силы, равные *экмановской дивергенции (или вихрю напряжения ветра)*.

Пример, иллюстрирующий поведение решений этого уравнения, получается при выборе синусоидально меняющегося по широте восточного напряжения ветра:

$$X_s = X_0 \sin ly. \quad (12.4.4)$$

Решения в этом случае имеют вид

$$\eta = \eta' \cos ly, \quad (12.4.5)$$

где  $\eta'(x, t)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} - \left( l^2 + \frac{f_0^2}{c^2} \right) \eta' \right) + \beta \frac{\partial \eta'}{\partial x} = - \frac{lf_0 X_0}{\rho g H}. \quad (12.4.6)$$

Поскольку в соответствии с соотношением (12.2.15) функция  $\eta$  в первом приближении выступает в качестве функции тока, граничные условия равенства нулю нормальной к границе скорости можно записать в этом приближении в следующей форме:

$$\eta' = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad -b. \quad (12.4.7)$$

Свойства решения зависят от величины параметра

$$\Lambda = (l^2 + f_0^2/c^2)b^2. \quad (12.4.8)$$

Они были подробно обсуждены в [18]. Для баротропной моды  $f_0/c$  обычно меньше  $l$ , обратного пространственному масштабу  $l^{-1}$  изменения напряжения ветра (в среднем 1000 км). Поэтому  $\Lambda$  определяется отношением ширины бассейна  $b$  и масштаба  $l^{-1}$  и имеет значения в пределах 30—200. С другой стороны, для бароклинных мод  $f_0/c$  много больше  $l$ , поэтому в этом случае  $\Lambda$  определяется отношением ширины бассейна к радиусу Россби и превосходит 10 000. Поскольку число  $\Lambda$  велико, член, включающий в себя вторую производную по  $x$ , оказывается несущественным во всей области, за исключением границ, и уравнение (12.4.6) приближенно записывается в виде

$$-(l^2 + f_0^2/c^2) \partial \eta' / \partial t + \beta \partial \eta' / \partial x = -l f_0 X_0 / (\rho g H). \quad (12.4.9)$$

Поскольку *вдали от границ* зависимость по  $x$  отсутствует, решение имеет вид

$$\eta' = l f_0 X_0 t / \{ \rho g H (l^2 + f_0^2/c^2) \}, \quad (12.4.10)$$

и  $\eta'$  растет со временем линейно. Это решение отражает локальную реакцию на *экмановскую подкачку*, пример которой показан на рис. 9.4. В данном случае его можно рассматривать как меридиональный разрез решения и интерпретировать следующим образом. Ветер создает в поверхностных слоях экмановский перенос, направленный в сторону от широты минимального давления воздуха на поверхности (т. е. широты, где изменяется знак напряжения ветра). В области низкого давления, как показано на рисунке, возникает бароклиная реакция — *подъем* термоклина. С другой стороны, для сохранения массы баротропная реакция должна приводить к понижению уровня моря. С указанными изменениями давления связаны линейно возрастающие со временем зональные геострофические скорости.

Рассмотрим теперь *пограничные эффекты*. Их влияние на внутреннюю область осуществляется с помощью свободных планетарных волн, динамика которых характеризуется дисперсионным соотношением (12.3.2), (11.8.6) или (11.6.8). График  $\omega$  как функции от  $k$  показан на рис. 11.5. Влияние восточной границы «переносится» волнами с западной групповой скоростью, причем наиболее быстрыми из них являются длинные бездисперсионные волны. При выбранных масштабах переменных они оказываются наиболее существенными, т. е. решение во всей области за исключением окрестности западной границы определяется формулой (12.4.9). В зоне, расположенной перед волновым фронтом (фронтом длинных волн), т. е. при

$$x < -\beta t / (l^2 + f_0^2/c^2), \quad (12.4.11)$$

решение имеет вид (12.4.10). После прохождения фронта устанавливается стационарное решение, удовлетворяющее граничному условию при  $x = 0$ :

$$\beta v = g f_0^{-1} \beta \partial \eta / \partial x = - \rho^{-1} H^{-1} \partial X_s / \partial y, \quad \eta' = (l f_0 X_0 / (\rho g H))_x. \quad (12.4.12)$$

Оно было получено применительно к океанским течениям в работе Свердрупа [764] 1947 г. и обсуждалось в разд. 11.3 как стационарное вынужденное решение уравнения потенциальной завихренности. Физический смысл полученного решения состоит в следующем. Экмановский смысл полученного решения состоит в следующем. Экмановская подкачка приводит к равномерному увеличению во времени потенциальной завихренности жидких частиц. Это вызывает изменение длины и, следовательно, завихренности указанных вихревых линий. Однако для медленных возмущений малой амплитуды полная вертикальная составляющая завихренности не может сильно отличаться от локального значения  $f$ . Единственная возможность удовлетворить этому условию при стационарном движении жидкости связана с появлением меридиональной скорости  $v$ , определяемой соотношением (12.4.12). Иначе говоря, при растяжении элемента вихревой линии он должен двигаться к северу и со скоростью, определяемой по формуле (11.13.3), в то время как элемент, испытывающий сжатие, будет двигаться к экватору. Этот эффект был четко продемонстрирован в лабораторных экспериментах (см. [49, 204]).

Сразу же после прохождения фронта излучаемых восточной границей длинных волн решение становится практически стационарным. Присущий ему зональный градиент давления определяется формулой (12.4.12). На рис. 12.5 показан набросок решения в случае, когда учитывается бароклинность. Время, необходимое для завершения связанного с длинными волнами процесса приспособления, очень сильно зависит от рассматриваемой моды. Для баротропной моды скорость длинной волны приближенно определяется соотношением

$$\beta l^{-2} \approx 20 \text{ м/с,}$$

т. е. для пересечения Атлантики этой волне требуется около 3 сут. Это значение и представляет собой оценку характерного времени приспособления для баротропной составляющей течения. Волновая скорость для бароклинной моды равна

$$\beta a^2 = \beta c^2 / f_0^2,$$

где  $a$  — радиус Россби. При типичном для средних широт значении  $a$  порядка 30 км соответствующая скорость равна только 2 см/с, что примерно в 1000 раз меньше скорости баротропной волны. Время пересечения Атлантики для этой моды имеет

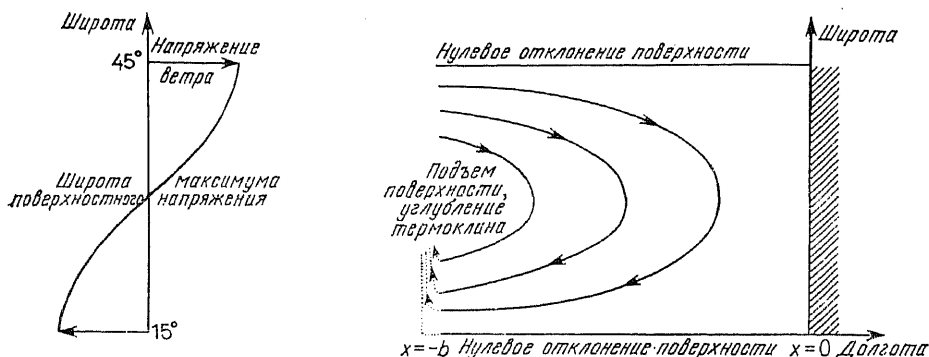


Рис. 12.5. Стационарная «свердруповская» циркуляция ветрового происхождения при гармонически меняющемся восточном напряжении ветра. Модель ветрового напряжения показана на левом рисунке. Она приблизительно соответствует действительным встречающимся значениям напряжения в этих широтах. Вблизи  $30^\circ$  с. ш., где давление на поверхности максимально, экмановская подкачка также максимальна и направлена вниз. Справа сплошными линиями показано решение. В действительности реакция имеет преимущественно бароклинный характер (в том смысле, что наиболее мощные течения ограничены пределами верхних слоев), так что изолинии могут представлять и динамические высоты, и глубину термоклина. Результаты численных расчетов для океанов реальных очертаний очень похожи (см., например, [24]). Пунктирные линии в левом нижнем углу рисунка нанесены для того, чтобы показать, как связаны с решением Свердрупа зоны зарождения западных пограничных течений (см. разд. 12.6).

уже порядок 10 лет. В более низких широтах, однако, скорость быстро растет по направлению к экватору (см. рис. 12.3), и, приспособление происходит быстрее.

Из рис. 11.5 видно, что волны с восточной групповой скоростью сильно отличаются от волн, имеющих западное направление групповой скорости. В этом и заключается основная причина такого отчетливо выраженного на любой карте течений или динамических высот признака, как *западно-восточная асимметрия* циркуляции океана. Максимальное значение групповой скорости восточного направления составляет лишь одну восьмую часть от скорости длинных волн, и пространственный масштаб этих волн весьма невелик. Для баротропной моды он составляет примерно

$$(\sqrt{3}l)^{-1} \approx 600 \text{ км},$$

а для бароклинной моды равен произведению  $3^{-1/2}$  на радиус Россби, т. е. всего около 20 км. В нестационарном решении, воспроизводящем динамику океана в окрестности западной границы [455, 18], очень быстро начинают преобладать волны с еще меньшими длинами, поскольку они имеют меньшие групповые скорости и остаются локализованными вблизи западной



границы. В результате такой особенности дисперсии волн формируется пограничный слой с уменьшающейся обратно пропорционально времени толщиной. Поправка, уточняющая «длинно-волновое» решение, может быть представлена в форме

$$[t/(b+x)]^{\nu/2} J_{\nu} [2(\beta(b+x)t)^{1/2}], \quad (12.4.13)$$

где  $J_{\nu}$  является функцией Бесселя порядка  $\nu$ . Если в качестве решения во внутренней области взять (12.4.10), т. е. растущую

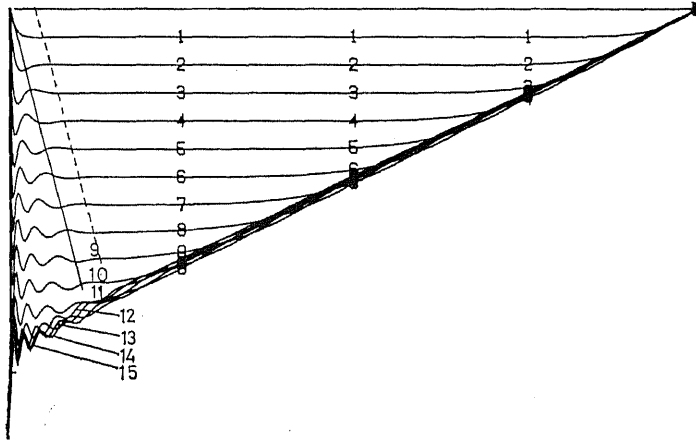


Рис. 12.6. Отклонения термоклина как функции долготы (восток справа) для бароклинной моды в различные моменты времени (отмеченные цифрами от 1 до 15) после «включения» ветра в нулевой момент времени. На рисунке видно, что до того, как термоклин «почувствует» влияние границы, он будет опускаться вниз с постоянной скоростью под действием экмановской подкачки. Длинные планетарные волны, быстродвигающиеся от восточной границы, почти сразу же после прохождения отдельной точки устанавливают в ней свердруповский баланс с постоянным наклоном термоклина. Наиболее быстрыми из волн, выходящих от западного берега, являются короткие волны. Они перемещаются значительно медленнее. Их скорость показана сплошной диагональной линией и ее пересечениями с линиями отклонений термоклина. У этих волн существует некоторый «предвестник», показанный штриховой линией. Диаграмма может дать представление о распределении восточной скорости как функции долготы. (Из [19, рис. 2].)

со временем флуктуацию, то подходящим значением для  $\nu$  будет единица. После того, как длинная волна достигнет западной границы и во внутренней области установится решение Свердрупа, оптимальным выбором  $\nu$  будет нуль.

На рис. 12.6 представлен пример полного решения уравнения (12.4.6) при  $\Lambda = 2400$ . Графики  $\eta'$  построены для моментов, кратных  $1/12$  времени, необходимого длинной волне для пересечения океана. Наклонная сплошная линия у западной границы отмечает положение волнового фронта, соответствующего волне с максимальной групповой скоростью восточного направ-

ления. Позади этого фронта расположен пограничный слой с уменьшающейся к северу шириной. Можно заметить, что во всей области вне пограничного слоя решение в виде длинных волн является хорошим приближением к точному.

Численные эксперименты [24] с учетом реальной формы Северной Атлантики показали, что приведенные выше аналитические решения хорошо воспроизводят реакцию океана на мгновенно возникающее напряжение ветра в том случае, когда влияние рельефа дна не учитывается (т. е. океан имеет постоянную глубину). Вместе с тем баротропная реакция приобретает новое свойство, которое заключается в том, что отражение волн от границ приводит к преимущественному накоплению их энергии в «бассейновых модах» с избранными частотами. Метод расчета свойств этих мод был предложен в работах Лонге-Хиггинса [475, 477]. Однако при учете рельефа дна накопление энергии в «бассейновых модах» не является столь ярким свойством динамики вод бассейна, хотя мода с периодом 2,6 суток по-прежнему обнаруживается [24].

Кроме того, рельеф дна оказывает сильное влияние на форму баротропного отклика океана, который устанавливается после затухания первоначальных нестационарных процессов («бассейновых мод» и т. п.). Объясняется это тем, что в невозмущенном состоянии потенциальная завихренность  $Q$  (см. (7.10.10)) равна

$$Q = f/H,$$

т. е. линии постоянной потенциальной завихренности совпадают с параллелями только при постоянной  $H$ . Когда  $H$  изменяется, то они начинают зависеть не только от  $f$ , но и от  $H$ . Карты  $f/H$  приведены в работе [253]. В отсутствие внешних сил стационарное движение возможно только вдоль контуров равных значений  $f/H$  [357]. При учете ветрового воздействия уравнения, равносильные соотношению Свердrupa, дают решения, содержащие перпендикулярные этим изолиниям скорости течения. Поле давления при этом может быть найдено с помощью интегрирования вдоль контуров  $f/H$ , начиная от восточной границы [252]. В зонах замкнутых изолиний  $f/H$  эта процедура не работает, и можно ожидать реакции большой амплитуды.

Стратификация приводит к сильному уменьшению влияния рельефа дна. Вместе с тем из-за больших временных масштабов бароклинной реакции океана ослабление этого влияния вследствие стратификации происходит довольно медленно. Его механизм заключается в следующем. Поток над неровностями рельефа создает вертикальное движение. Определенная часть этого движения действует через бароклинные моды на баротропную и выступает для нее в качестве вынуждающей силы [20]. После того как баротропная мода пройдет процесс приспособления, поток у дна океана станет очень слабым, и его рельеф

не сможет сильно изменить циркуляцию. И действительно, проинтегрированные по вертикали переносы вод в моделях стратифицированного океана с учетом рельефа дна и без него (с постоянной глубиной) оказываются очень близкими.

Несмотря на то, что рассмотренная выше задача о «спин-апе» была основана на весьма специфическом случае ветра, который, однажды возникнув, остается постоянным во времени, она все же способна дать представление о характере стационарной реакции внетропического океана на воздействие вынуждающих сил. Вне области пограничных течений преобладающая реакция на составляющие вынуждающих сил с периодом менее года является баротропной. Бароклинный эффект представляет собой непосредственный отклик на экмановскую подкачку [856]. Для периодов менее трех суток интенсивность воздействия и реакция на него быстро уменьшаются. К тому же планетарные волны не могут распространяться на большое расстояние за время, равное  $3/2\pi$  сут, и реакция имеет в основном локальную природу. Для периодов от месяца до нескольких лет баротропная часть реакции течений океана находится в равновесном состоянии, которое можно представить как модифицированную за счет рельефа дна циркуляцию Свердруп. С изменением частоты и вынуждающие силы, и реакция океана (в указанном диапазоне) меняются довольно слабо. Для этих периодов наиболее важные эффекты связаны с распространением волн на запад, причем вполне возможны эффекты резонансной природы. Расчеты реакции системы течений Северной Атлантики на взятые по данным наблюдений поля ветра [856] показали, что среднеквадратичные отклонения течений составляют лишь несколько м/с и имеют максимум в западной части океана и в окрестностях особенностей рельефа. Когерентность между океанскими и атмосферными переменными практически отсутствовала на любой частоте, что, по-видимому, связано с малыми пространственными масштабами неоднородностей рельефа.

Крупномасштабная реакция океана годового периода была аналитически исследована в работе [252]. В ней для *внетропических* районов Северной Атлантики и северной части Тихого океана рассчитаны изменения уровня моря, связанные с влиянием различных вынуждающих сил. Эффекты малых пространственных масштабов, вызванные наличием границ, в расчет не принимались. Бароклинная реакция на ветер оказалась при этом простым локальным откликом на экмановскую подкачку, который состоял в подъеме и опускании термоклина (см. рис. 9.4). Однако это было справедливо только в том случае, когда за характерное время изменения воздействия планетарные волны не могли распространяться на расстояние, сравнимое с пространственным масштабом вынуждающих сил. Для крупномасштабного воздействия годового периода вне тропиков это

действительно так, но в тропическом поясе, где планетарные волны перемещаются значительно быстрее (см. рис. 12.3), эта закономерность уже не отмечается. Сезонные процессы в тропиках обсуждаются в работах [710, 115]). Баротропная составляющая находится в квазиравновесном состоянии и изменяет отклонения поверхности только на 1—2 см, однако поскольку соответствующие течения охватывают всю толщину океана, изменения переносов вод могут достигать 5 Мт/с. Изменения уровня за счет расширения и сжатия верхнего 200-метрового слоя воды были рассчитаны по данным наблюдений. Было установлено, что они доходят до значений 10 см, в то время как изменения, вызванные приспособлением к атмосферному давлению (см. разд. 9.9), которые не приводят к динамическим эффектам, имеют максимальные амплитуды около 3—6 см в более высоких широтах. В работе Андерсона [17] сезонные изменения течений Северной Атлантики изучались с помощью численной модели. Он обнаружил, что многие изменения, такие, например, как изменения Гольфстрима в районе Флориды, объясняются колебаниями меридиональной составляющей ветра.

## 12.5. СТАЦИОНАРНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ ОКЕАНА

На настоящем этапе представляется полезным рассмотреть картину стационарной циркуляции океана, которая следует из расчетов, выполненных в разд. 12.4. Они показали, что во всем океане за исключением западного пограничного слоя устанавливается свердруповский баланс. В пограничном слое стационарный режим достигается только при дополнительном учете таких эффектов, как нелинейность и диссипация. Следовательно, имеется принципиальная возможность рассчитать стационарную реакцию океана на ветер во всей области, за исключением западного пограничного слоя. Такие попытки предпринимались неоднократно. Эффектами рельефа при этом обычно пренебрегают, что можно обосновать (по крайней мере отчасти) упомянутым в разд. 12.4 влиянием стратификации.

Обычно расчеты производят для функции тока  $\psi$  проинтегрированных по вертикали переносов вод. В нее дает вклад только баротропная составляющая течения, так что, используя стационарную часть уравнения (12.4.3), функцию  $\psi$  можно связать с  $v$  и  $\eta$  следующим образом:

$$\rho H v = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\rho g H}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{\beta} \left( \frac{\partial Y_s}{\partial x} - \frac{\partial X_s}{\partial y} \right). \quad (12.5.1)$$

Другой формой записи этого уравнения является соотношение (11.13.6). Функцию тока  $\psi$  определяют, интегрируя уравнение от восточного берега в западном направлении. Результаты расчетов можно найти, например, в работе Лиитма и Банкера

[441]. Кроме того, в указанной работе рассчитана также другая функция, называемая ее авторами проинтегрированным по вертикали геострофическим переносом. Она показана на рис. 12.7, а. Эта функция включает в себя вклад в перенос вод только геострофических течений, т. е. не учитывает экмановский перенос. Поскольку этот поток уже не является бездивергентным, точно определить его функцию тока невозможно. Рисунок построен по данным интегрирования меридионального геострофического переноса на запад от восточной границы либо до западной границы, либо до точки с нулевым значением вихря.

Поскольку информация о полях температуры и солености позволяет рассчитать течения лишь относительно некоторого заданного уровня, то скорости стационарных геострофических течений в океане не удастся определить абсолютно точно. Поэтому невозможно также найти точные значения переносов и сравнить их с расчетами по соотношению Свердрупа. Вместе с тем некоторые сравнения все же можно сделать. Так, например, на рис. 12.7, б показаны течения Северной Атлантики на глубине 100 м относительно течений на глубине 1500 м [757]. Если предположить, что последние течения являются относительно слабыми, то рис. 12.7, б можно рассматривать как картину приповерхностных геострофических течений. На ней можно обнаружить много бросающихся в глаза совпадений с рис. 12.7, а, что свидетельствует о том, что воздействие ветра во многом объясняет картину поверхностной циркуляции. С другой стороны, существенные отличия, которые также можно увидеть на этих рисунках, говорят о важности других факторов, например сил плавучести. Вычисления Уортингтона [868, 869], в частности, показывают, что опускание вод в Гренландском море увлекает туда большие массы поверхностных вод из Северной Атлантики, и это существенно влияет на общую картину циркуляции.

Решение Свердрупа отличается тем свойством, что оно позволяет определить полный перенос западными пограничными течениями. Связано это с тем, что перенос субтропических вихрей к югу в основной области океана, который следует непосредственно из решения, должен в стационарной задаче уравновешиваться переносом вод к северу в системе западных пограничных течений, таких как Гольфстрим и Куро시오. Рассчитанный таким методом расход Гольфстрима на широте  $31^\circ$  с. ш. равен  $32 \text{ Мт/с}$  [441]. Это хорошо согласуется с оценкой [671] переноса вод через Флоридский пролив, также равной  $32 \text{ Мт/с}$  и оценкой геострофических расходов через Северную Атлантику на широте  $32^\circ$  с. ш. [442]. Вместе с тем измерения расходов северных потоков Гольфстрима дают быстрое их увеличение до значений порядка  $100 \text{ Мт/с}$  (см., например, [238]), что противоречит результатам, ожидаемым на основе свердруповской те-

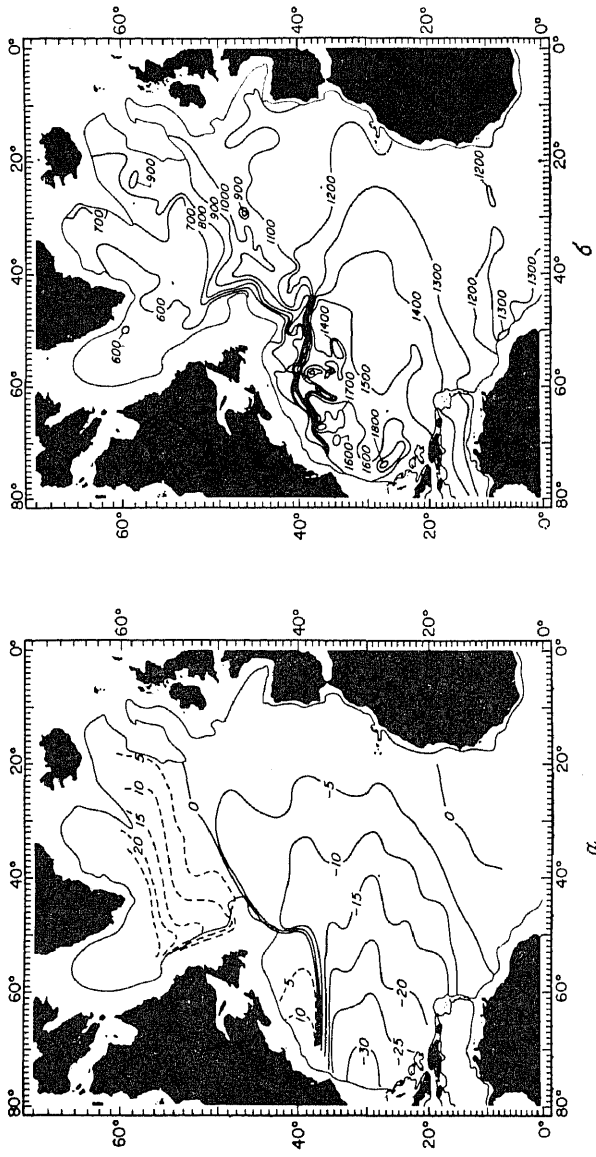


Рис. 12.7. (а) Изолинии среднегодовых геострофических переносов («свердруповский» минус «экмановский») в Северной Атлантике в мегатоннах за секунду (свердруп). Значения получены интегрированием меридиональных геострофических расхождений вдоль кругов широты от восточной границы либо до западной, либо до той долготы, на которой вихрь напряжения ветра обращается в нуль. (б) Карта динамической топографии поверхности 100 дбар (что приблизительно соответствует глубине 100 м) относительно поверхности 1500 дбар. Изолинии даны в динамических миллиметрах. (Оба рисунка взяты из работы [4+1, рис. 4].)

рии. Существует целый ряд факторов, которые могут способствовать увеличению расхода. К ним, в частности, относится совместный эффект стратификации и топографии континентального шельфа [700, 332, 727]. Он приводит к смещению глубинного противотечения южного направления к берегу относительно северных течений в верхних слоях. Однако основным фактором, видимо, является вихреобразование, связанное с неустойчивостью течений (см. гл. 13). Оказывается, что модели с достаточно хорошим разрешением, способные воспроизвести спонтанную генерацию вихрей (см. [333]), демонстрируют сходные с наблюдаемыми [869, 874] области замкнутых циркуляций, вихревая статистика которых также соответствует результатам наблюдений [706]. Динамика подобных систем была рассмотрена в работе [664].

Антарктическое циркумполярное течение уникально. Оно является единственным течением, которое обтекает целиком земной шар. (Это хорошо видно по траекториям дрейфующих буев (см. [230].) Это обстоятельство оказывает большое влияние на его динамику, ибо, как отметил Хаф [357], вдоль кругов широты (или изолиний функции  $\varphi/H$ , где  $\varphi$  — широта, а  $H$  — глубина) стационарные течения могут течь абсолютно свободно, а пересекать эти линии могут только под действием вынуждающих сил. Хаф также показал, что если меридиональные перегородки отсутствуют или действует зонально симметричная вынуждающая сила, то реакция океана будет линейно нарастать со временем до тех пор, пока не установится баланс с силой трения. На этом основывались ранние модели циркумполярного течения (см., например, [579]). Течения в них считались сосредоточенными в зональном канале. В действительности же, хотя перегородок у этого канала на самом деле нет, сильные течения можно ожидать при слабом трении только на тех широтах, где естественные границы отсутствуют (например, на широтах пролива Дрейка). На других широтах континентальные границы (Южная Америка или Антарктический полуостров) приведут к образованию свердруповского режима течений с малыми скоростями, величины которых с уменьшением трения возрастать *не будут*. Таким образом, возникает вопрос, как переходят друг в друга два этих решения. Для случая однородного океана постоянной глубины он был рассмотрен в работе [237]. Однако поскольку пролив Дрейка не такой глубокий, как другие районы океана, он оказывается более серьезным препятствием для течения, чем это можно было заключить с помощью модели океана постоянной глубины. Простая модель, предназначенная для учета этого эффекта, предложена Стоммелом [752].

Специфические черты динамики циркумполярного течения делают особенно интересным исследование реакции океана в этом районе с помощью численных моделей. Обзоры моделей приве-

дены в работах [238, 638, 333, 98, 16], а обзор используемых в них методов — в работе [97]. В модели Кокса [140], например, было обнаружено, что если океан предполагается однородным, то из-за влияния рельефа дна поток через пролив Дрейка оказывается слабым. Стратифицированный же океан значительно менее чувствителен к влиянию рельефа, и переносы в нем оказываются значительными. Интересно отметить, что Хаф [357] объяснил тот факт, что в общем-то течения не следуют изолиниям функции  $\sin \varphi/H$  (где  $\varphi$  — широта, а  $H$  — полная глубина). Он установил, что в стратифицированном океане течения одного отдельного слоя придерживаются изолиний функции  $\sin \varphi/\delta H$  (где  $\delta H$  — толщина слоя), и пришел к выводу, что единственное место, где они должны следовать изолиниям  $\sin \varphi/H$ , есть экватор, поскольку для любого слоя решением здесь будет зональный поток.

Более детальное исследование эффектов геометрии бассейна предпринято в работе Гилла и Брайена [250]. Интересные результаты были получены в случае, когда на дне моделирующей пролив Дрейка бреши в меридиональной границе задавалось некоторое препятствие — стенка. В частности, было установлено, что она приводит к накоплению холодных вод у дна к востоку от барьера (что соответствует наблюдениям). Накопление вод создает ниже уровня порога зональный градиент давления, который усиливает поток циркумполярных течений. Позднее Маквильямс с соавторами [511] исследовали модели течения, которые продемонстрировали возможную роль вихрей в циркуляции. В статье [835], посвященной изучению результатов измерения давления в проливе Дрейка, было показано, что колебания переноса с периодом более 30 суток тесно коррелируют с проинтегрированными по Южному океану колебаниями напряжения ветра.

В настоящее время нет сомнений в том, что основные поверхностные течения океана имеют преимущественно ветровое происхождение. Механизмы возникновения течений под действием напряжения ветра рассматривались в разд. 10.14 (восточные пограничные течения), 11.12 и 11.16 (течения в тропиках), в данном разделе (внетропические вихревые течения и циркумполярное течение) и будут рассматриваться в следующем разделе (западные пограничные течения). Вместе с тем, как было показано в разд. 12.7, большое значение имеют также силы плавучести. Они, в частности, способствуют формированию такой термической структуры, при которой ветровые течения сосредоточиваются у поверхности (т. е. выше термоклина). В разд. 2.7, кроме того, говорилось о том, что формирование донных вод происходит локально и спорадически, по исключительно интересным закономерностям. Один из основных районов формирования донных вод находится в море Уэддела. При-



чиной увеличения плотности морской воды здесь служит выделение рассола [239, 215, 216]. Модель этого процесса предложена в [400]. Другой тип образования донных вод, происходящий вдали от границ, был достаточно детально изучен по наблюдениям в Лионском заливе в Средиземном море [536, 232]. Он может служить образцом тех процессов, которые происходят в других местах, в частности, в Лабрадорском море [131]. Математическая модель этого процесса разработана в [401]. Формирующиеся таким образом плотные воды могут переноситься из районов своего зарождения к экватору в системе глубоководных западных пограничных течений [830], положение которых определяется рельефом дна (см. рис. 10.8). Потоки могут продолжаться и в южном полушарии. В Тихом океане формируется небольшое количество собственных донных вод, так что преобладающая часть его объема занята пришедшей с юга плотной водой, путь которой мог начаться либо в Атлантическом океане, либо в источниках донных вод на его севере [659]. В численных моделях океана (например, [100]) эффекты плавуности уже учитываются, но их точное моделирование все еще связано с решением многих проблем.

Более подробное обсуждение вопросов циркуляции океана приводится в отдельных статьях книги [831]. Очень полезные сведения о соответствующих наблюдениях можно найти в классических руководствах Свердруп, Джонсона и Флеминга [765] и Дефанта [164]. Модели динамики океана рассмотрены в работах Стоммела [753], Стерна [743] и Педлоски [615]. Сведения о региональных исследованиях и источниках данных даются в приложении 5.

## 12.6. ЗАПАДНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Проведенный в разд. 12.4 расчет линейной реакции невязкого океана на действие ветра показал, что если не учитывать некоторых нестационарных бассейновых мод, то во всем океане за исключением его западной границы установится стационарная циркуляция. На западной границе образуется пограничный слой с уменьшающейся со временем толщиной. Соответственно, скорости течений в этом слое со временем должны расти. С некоторого момента времени  $t_s$  в пограничном слое становятся важными не включенные в модель эффекты нелинейности и трения, которые могут приводить к формированию постоянных пограничных течений. Как следует из соотношения (12.4.3), толщина  $W$  пограничного слоя в это время имеет порядок

$$W = (\beta t_s)^{-1}. \quad (12.6.1)$$

Внимательное рассмотрение выражения (12.4.1) для составляющей  $u_a$  агеострофической скорости показывает, что

именно при такой толщине пограничного слоя, которая определяется формулой (12.6.1), его изаллобарическая составляющая  $u_a$  имеет тот же порядок, что и  $\beta$ -часть. С другой стороны, из-за того, что в пограничном слое производные по  $x$  велики, в выражении для  $v_a$  доминирует  $\beta$ -часть, а остальные составляющие этой скорости оказываются относительно малыми.

Рассмотрим теперь, как влияют трение и нелинейность на поведение решений в пограничном слое. Ограничимся случаем однородного океана, который удовлетворяет приближению «твердой крышки» (см. разд. 6.3) (иначе говоря, либо значение  $c^{-1}$  в уравнении (12.4.3) считается нулевым, либо в уравнении (12.2.19) равняется нулю  $H^{-1}$ ). Будем использовать две формы записи трения. Одна из них представляет собой простейший закон затухания с временным масштабом  $r^{-1}$ . Он получается заменой оператора  $\partial/\partial t$  в уравнениях движения на  $\partial/\partial t + r$ . Другая форма записи трения относится к типу горизонтального трения с соответствующей вихревой вязкостью  $A$ . Она вводится с помощью замены оператора  $\partial/\partial t$  на

$$\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( A \frac{\partial}{\partial y} \right). \quad (12.6.2)$$

В модельных исследованиях  $A$  очень часто принимают постоянным, хотя в действительности этот коэффициент меняется очень сильно и даже может изменять знак [839, 664]. Однако поскольку до сих пор не известно, как определить с достаточной точностью изменения  $A$ , мы также будем считать этот коэффициент постоянным. Модели подобного рода весьма полезны при исследовании механизмов влияния трения на течения, а также при определении районов, где оно имеет большое значение. Включение горизонтального трения также оказывается очень полезным для численных моделей. Здесь оно предотвращает чрезмерный рост возмущений с пространственным масштабом, равным пространственному разрешению модели. Если учесть нелинейность и две формы записи трения, то приближенная запись уравнений (12.4.1), (12.4.2) для области пограничного слоя имеет следующий вид:

$$f_0 u_a = \frac{g}{f_0} \left( \beta y \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{D_g}{Dt} \frac{\partial \eta}{\partial x} - r \frac{\partial \eta}{\partial x} + A \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) + \frac{Y_s(y)}{\rho H}, \quad (12.6.3)$$

$$f_0 v_a = - \frac{g}{f_0} \beta y \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (12.6.4)$$

Напряжение  $V_s$  считается функцией только от  $y$ , поскольку поперек пограничного слоя оно меняется очень слабо. Поскольку баротропное движение имеет нулевую дивергенцию, применение оператора дивергенции к этим уравнениям дает выра-

жение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{D_g}{Dt} \frac{\partial \eta}{\partial x} - r \frac{\partial \eta}{\partial x} + A \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) - \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad (12.6.5)$$

интегрирование которой позволяет записать следующее уравнение:

$$\frac{D_g}{Dt} \frac{\partial \eta}{\partial x} + r \frac{\partial \eta}{\partial x} - A \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \beta [\eta - \eta_0(y)] = 0. \quad (12.6.6)$$

Функция  $\eta_0(y)$  здесь представляет собой отклонение поверхности на внешнем крае пограничного слоя.

Тип формирующегося пограничного слоя зависит от того, какой из вновь включенных в уравнение (12.6.3) членов первым приобретает большее значение по мере уменьшения толщины слоя. Если этот член характеризует донное трение, то его можно считать существенным с момента  $t_s = r^{-1}$ , так что в соответствии с выражением (12.6.1) толщина слоя  $W = W_s$  в этом случае равняется

$$W_s = r/\beta. \quad (12.6.7)$$

Основное достоинство этого решения состоит в его простоте. Стационарное решение уравнения (12.6.6) в окрестности западной границы  $x = -b$  при этом имеет вид

$$\eta = \eta_0(y) [1 - \exp(-\beta(x+b)/r)]. \quad (12.6.8)$$

Оно было использовано в 1948 г. в работе Стоммела [750], который впервые продемонстрировал значение  $\beta$ -эффекта в образовании асимметрии циркуляции океана. Вместе с тем, если  $r^{-1} = 100$  сут, то толщина пограничного слоя  $W_s$  равна только 5 км, что значительно меньше наблюдаемых значений.

Если, с другой стороны, первым приобретает большое значение горизонтальное трение, то для временного параметра  $t_s$  получается оценка  $W^2/A$ , и соотношение (12.6.1) дает

$$W = (\beta t_s)^{-1} = A/(W^2 \beta), \quad \text{или} \quad W = W_M \equiv (A/\beta)^{1/3}. \quad (12.6.9)$$

Для характерных значений  $A$  в пределах от  $10^2$  до  $10^4$  м<sup>2</sup>/с  $W_M$  получается равным 20—80 км. Эта модель была использована в работе [576], в которой получено соответствующее стационарное решение уравнения (12.6.6):

$$\eta = \eta_0(y) \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{(x+b)}{2W_M}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}(x+b)}{2W_M} + \frac{\pi}{3}\right) \right), \quad (12.6.10)$$

Третья возможность реализуется в том случае, когда первыми начинают становиться существенными нелинейные члены. В этом случае поперечная пограничному слою составляющая

скорости имеет тот же порядок величины, что и скорость во внутренней области океана. (Между внешней границей слоя и берегом она уменьшается от величины порядка  $U$  до нуля.) Масштаб времени  $t_s$  получается равным  $W/U$ , и соотношение (12.6.1) дает для толщины слоя  $W$  следующую формулу:

$$W = (\beta t_s)^{-1} = U/\beta W, \quad \text{т. е.} \quad W = W_I = (U/\beta)^{1/2}. \quad (12.6.11)$$

После использования выражений (12.2.22) для производной  $D_g/Dt$  и (12.2.15) для геострофических скоростей уравнение (12.6.6) в стационарном случае дает

$$-\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} + \frac{f_0 \beta}{g} [\eta - \eta_0(y)] = 0. \quad (12.6.12)$$

В стационарном случае постоянной скорости  $U$  на внешнем крае пограничного слоя [563] оно имеет следующее точное решение:

$$g\eta = f_0 U y \{1 - \exp[-(x+b)/W_I]\}. \quad (12.6.13)$$

Для этого решения справедливо соотношение

$$f_0 + \beta y + f_0^{-1} g \partial^2 \eta / \partial x^2 = f_0 + \beta g \eta / f_0 U, \quad (12.6.14)$$

Формула (12.6.14) представляет собой частный случай уравнения сохранения потенциальной завихренности (7.10.12), который соответствует полученному решению. Из-за того, что в баротропном течении глубина считается приближенно постоянной, левая часть уравнения (12.6.14) оказывается пропорциональной потенциальной завихренности (7.10.10). В то же время, поскольку  $\eta$  в квазигеострофическом течении пропорциональна функции тока  $\psi$ , правая часть этого уравнения является функцией от  $\psi$ . Предположения о масштабах искомых функций, использованные при выводе квазигеострофических уравнений в разд. 12.2, не могут быть непосредственно применены к области пограничного слоя, поскольку горизонтальный пространственный масштаб по оси  $x$  теперь равен не  $L$ , а  $W$ . Однако уже было показано, что отношения  $u_a/u_g$  и  $v_a/v_g$  в пограничном слое имеют по-прежнему порядок  $\varepsilon_L$  и что квазигеострофическое приближение в этом слое также оказывается справедливым.

Замкнуть циркуляцию в круговороте с помощью чисто инерционного пограничного слоя оказывается невозможным, так как жидкость, которая вытекает из пограничного слоя на севере, будет иметь ту же самую потенциальную завихренность, которая была у нее при поступлении в пограничный слой в низких широтах. Поэтому на севере завихренности не будет согласовываться с завихренностью течений во внутренней области (см. [278]). Для того, чтобы исключить «излишнюю» относительную завихренность и сделать возможным обратное поступление жидкости во внутреннюю область, необходимо задать в какой-ни-

будь форме либо трение, либо перемешивание. Баротропные модели, учитывающие и инерцию потока, и трение, обсуждались в книге В. М. Каменковича [390]. Он установил, что по сравнению со случаем безинерционного пограничного слоя пограничное течение перед впадением во внутреннюю область доходит до более северных широт. Восточное течение, направленное из пограничного слоя наружу, напоминает заторможенную стационарную планетарную волну. Его структура сходна с той, которая определяется соотношением (12.6.14) при измененном знаке  $U$  (см. [560]). Численные модели [96] показали, что решение, во-первых, может не выходить на стационарный режим, и во-вторых, оказывается очень чувствительным [70] к граничным условиям. Дальнейшее исследование пограничных слоев принято в работах [743, 390, 615, 813].

С помощью баротропных моделей невозможно точно рассчитывать циркуляцию океана, поскольку она в высокой степени бароклинна. Однако оказывается возможным сконструировать весьма простые бароклинные модели океана, которые воспроизводят его вертикальную структуру достаточно хорошо. Особенно простую форму имеют двухслойные модели океана (см. разд. 6.2), когда нижний слой (гораздо более мощный, чем верхний) предполагается покоящимся. Уравнения (6.2.2) и (6.2.6) при этом показывают, что изменения давления в верхнем слое равны изменению произведения  $g'$  на толщину слоя, где  $g'$  — приведенное ускорение силы тяжести, определяемое формулой (6.2.8). Подобная простая зависимость между давлением и толщиной слоя оказывается исключительно полезной. Она может быть использована, например, для расчетов структуры *бароклинного* инерционного пограничного слоя, как это было сделано в работах Моргана [563] и Чарни [121]. Подробное обсуждение вопроса приведено также в книге Стоммела [753]. Кроме того, свое применение нашло то обстоятельство, что функция Бернулли постоянна на линии тока (см. (7.10.13)). Если обозначить через  $H$  толщину слоя, то в приближении пограничного слоя функцию (7.10.3) можно записать в виде

$$g' H + \frac{1}{2} v^2 = B(\psi), \quad (12.6.15)$$

где функция  $B$  от  $\psi$  определяется по граничным условиям на внешнем крае слоя. Если скомбинировать это уравнение с геострофическим соотношением для скорости  $v$ ,

$$f_0 v = g' \partial H / \partial x = f_0 H^{-1} \partial \psi / \partial x, \quad (12.6.16)$$

то получится обыкновенное уравнение первого порядка, характеризующее структуру пограничного слоя. Оно оказывается слишком сложным для того, чтобы найти его аналитическое решение, однако процедура его численного решения совершенно

очевидна. Поведение решений в зоне начала инерционного пограничного слоя аналогично тому, которое получается в баротропном случае. Отчетливые различия между баротропной и бароклининой моделями начинают проявляться только при дальнейшем движении частиц вниз по течению. Они связаны с возникающими в бароклининой модели изменениями толщины верхнего слоя. В результате этих изменений относительная завихренность  $du/dx$  может стать сравнимой с  $f$ . (В гл. 13 в связи с проблемой океанских фронтов рассматривается соответствующая задача о пограничном слое, в котором течение имеет завихренность порядка  $f$ .) Приведенные выше расчеты обычно выполнялись в случае, когда береговая линия задавалась в виде вертикальной стенки. Вместе с тем, если область инерционного пограничного слоя захватывает континентальный шельф, то изменения геометрии шельфа могут приводить к изменениям структуры пограничного слоя (см. [255]).

На рис. 12.8 показаны некоторые разрезы, выполненные поперек движущихся к полюсам западных пограничных течений, а именно Гольфстрима (Флоридское течение) и Агульясского. Вдольбереговые течения находятся в близком к геострофическому равновесию, поэтому изопикны в них приподнимаются по направлению к берегу. В зоне, расположенной со стороны открытого океана от оси течения, завихренность имеет антициклонический характер. Ее величина может достигать  $-0,5f$  (это соответствует разности скоростей в 1 м/с на расстоянии 30 км на широте  $30^\circ$  с. ш.). В мелкой области между берегом и осью течения скорости получаются небольшими, что объясняется влиянием трения. Здесь отмечаются большие значения циклонической завихренности, которые часто превосходят  $f$ . Поведение западных пограничных течений может быть довольно разнообразным, особенно в нижних частях потоков. Динамика Гольфстрима рассматривалась в работах [753, 869, 213]. Куроиси отличается одна интересная особенность, которая заключается в том, что к югу от Японии это течение имеет две устойчивые траектории и может перескакивать из одной в другую с временным интервалом порядка нескольких лет. Системе течений Куроиси посвящена книга [756], выпущенная под редакцией Стоммела и Есиды. Агульясское течение (см. рис. 12.9) вплоть до своей крайней южной точки следует континентальному склону, потом оно разворачивается и направляется в противоположную сторону [40]. Поэтому на 300-километровом отрезке между материковым склоном и плато Агульяс отмечаются два интенсивных течения противоположных направлений. С ними связана весьма любопытная структура поля плотности, которая продемонстрирована на рис. 12.9, б.

Западные пограничные течения, которые направлены к экватору, имеют иной характер. Это связано с тем, что изопикны

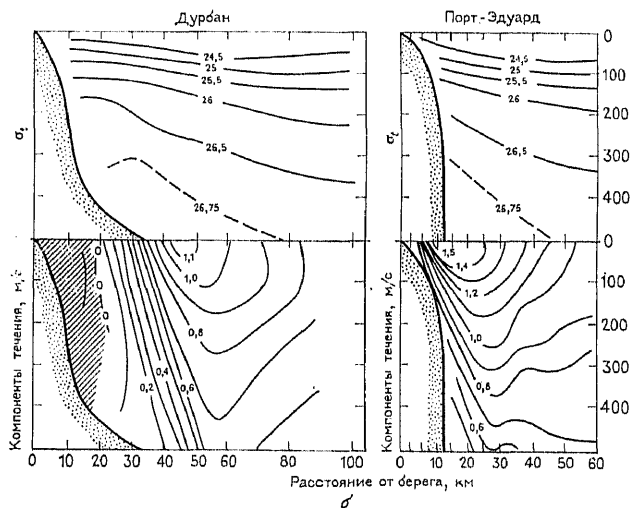
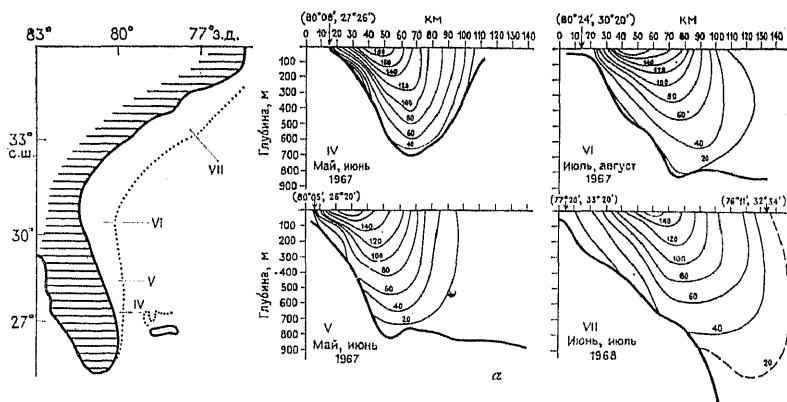


Рис. 12.8. (а) Скорость Гольфстрима (Флоридского течения) на четырех разрезах (они показаны на карте) между участком  $27,5^{\circ}$  с.ш., где он вытекает из пролива между Флоридой и Багамскими островами, и точкой  $33^{\circ}$  с.ш., расположенной в 600 км вниз по потоку, что находится достаточно далеко от мыса Гаттерас, где Гольфстрим отрывается от берега. Изолинии скорости даны в см/с и нанесены через интервал 20 см/с. Стрелки сверху показывают, где находится среднее течение. (Из [671, рис. 3b].) (б) Средние скорости Агульского течения и структура поля плотности мористее Дурбана ( $30^{\circ}$  с.ш.) и Порт-Эдварда, который находится примерно на 140 км ниже по течению (к югу, см. положение на рис. 12,9, а). Из-за влияния вихрей и меандров структура этих полей ото дня ко дню может значительно меняться. Примеры таких изменений приведены в [613]. Потенциальная завихренность [245] в зоне мористее оси максимального течения с большой точностью постоянна, в то время как в зоне циклонического сдвига она возрастает в 3 раза. От разреза к разрезу потенциальная завихренность меняется слабо, однако этого нельзя сказать о структуре течений, которая сильно меняется из-за особенностей рельефа (см. [254]). Изобата 1000 м находится в 60 км от г. Дурбана и только в 12 км от Порт-Эдварда. (Из [613, рис. 9].)

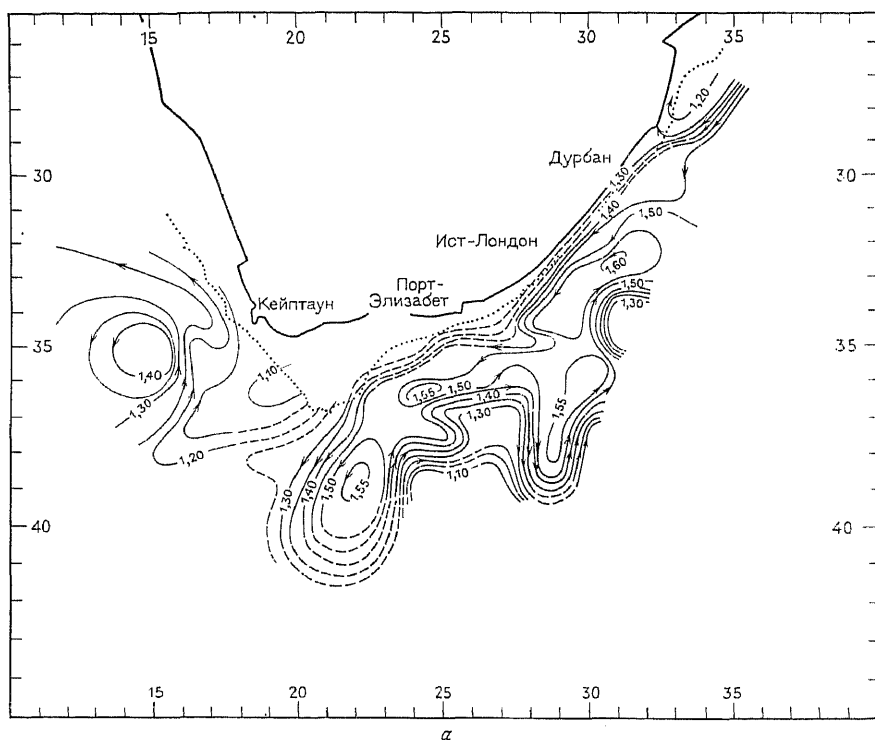


Рис. 12.9. (а) Изолинии «потенциального ускорения» (через 5 динамических см) на изопикне  $\sigma_t = 26,6$ . Их можно рассматривать как динамические высоты, но только не на какой-либо фиксированной глубине, а на глубине соответствующей изопикны [558]. (б) Разрез  $\sigma_t$  от  $25^\circ$  в. д.,  $35^\circ$  ю. ш. (станция 183) до  $27^\circ$  в. д.,  $40^\circ$  ю. ш. (станция 193) поперек Агульясского течения и его возвратного потока. Изобата 3000 м переходит через станцию 185 на материковом склоне и снова встречается на крае плато Агульяс около станции 190. (Обе части рисунка заимствованы из работы [294, рис. 5 и приложение, разд. J].)

в них опускаются по направлению к берегу. При этом может создаться ситуация, когда у берега образуется клин легких вод, которые оказываются запертыми между берегом и течением и никогда не проникают во внутреннюю область океана. Таким примером является, в частности, Восточно-Гренландское течение. Его можно представить себе в виде некоего стока легких пресных вод из арктического бассейна (см. [816]), несущего при своем движении на юг паковые льды. Течение может создаваться целиком за счет сил плавучести (так, как это происходило с пограничными течениями в широких каналах, которые были рассмотрены в разд. 10.7), но в данном случае ветер направлен таким образом, что усиливает его. Другие примеры по-



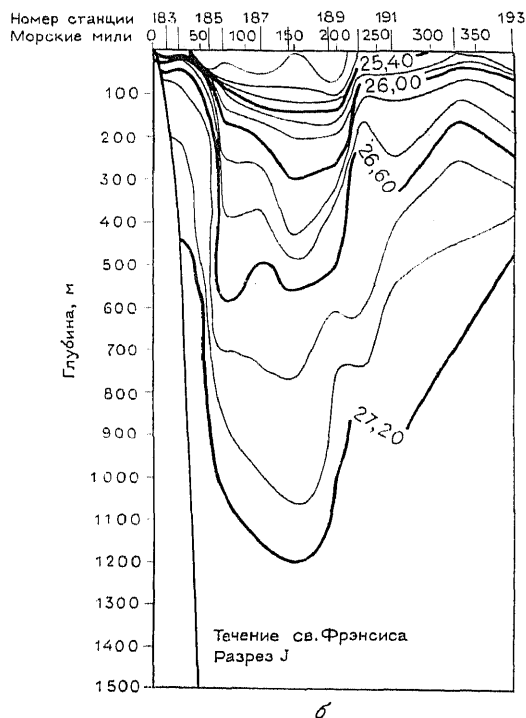


Рис. 12.9 (продолжение).

граничных течений, область существования которых имеет форму клина, можно встретить в Средиземном море, причем течения этого типа не обязательно располагаются у западного берега.

### 12.7. ВЕРТИКАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН В ПОКОЯЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Рассмотрим малые низкочастотные возмущения в однородной стратифицированной несжимаемой жидкости. Пусть они будут представлены в форме волн

$$\exp(ikx + ily + imz).$$

Как показано в разд. 6.11, дисперсионное соотношение для таких волн имеет тот же вид, что и соотношение для одиночной моды. Однако скорость волны  $c$  в нем заменяется на  $N/m$ , где  $N$  — частота плавучести. Формула (12.3.2) при этом приобретает следующий вид:

$$\omega = -\beta k / (k^2 + l^2 + f_0^2 m^2 / N^2). \quad (12.7.1)$$

Горизонтальные составляющие групповой скорости могут быть определены из формулы (12.3.4). Вертикальная составляющая находится дифференцированием соотношения (12.7.1):

$$c_{gz} = \frac{\partial \omega}{\partial m} = \frac{2f_0^2 \beta k m}{N^2 (k^2 + l^2 + f_0^2 m^2 / N^2)^2}. \quad (12.7.2)$$

Очевидно, что ее знак противоположен знаку фазовой скорости. (Для океанской волны в средних широтах с  $k^{-1} = 1000$  км и  $m^{-1} = 1$  км получается  $c_{gx} \approx 500$  км/год и  $c_{gz} \approx 1$  км/год. Для волны в атмосфере с  $k^{-1} = (N/f)m^{-1} = 1000$  км  $c_{gx} = 0$  и  $c_{gz} \approx 5$  км/сут.)

Отсюда следует, что распространяющаяся вверх волна должна иметь структуру, которая показана на рис. 12.10. Линии равных фаз с ростом высоты отклоняются на запад. Такой наклон очень часто регистрируется при наблюдениях в атмосфере (см., например, [807, 434]), он указывает на то, что распространяющиеся вверх волны имеют большие амплитуды, чем волны, распространяющиеся вниз. Поляризационные свойства решений, которые характеризуют зависимость между фазовыми соотношениями различных переменных, можно вывести следующим образом. Пусть в волне с  $l = 0$  давление будет представляться в следующем виде:

$$p = p_0 \cos(kx + mz - \omega t), \quad (12.7.3)$$

где  $k$  и  $m$  положительны и, в соответствии с (12.7.1), частота  $\omega$  отрицательна. Соотношения (12.2.15) — (12.2.18) позволяют определить горизонтальные составляющие, а (6.11.4) — вертикальную составляющую скорости:

$$\begin{aligned} u &= - (k\omega\rho_0/(\rho_0 f_0^2)) \cos(kx + mz - \omega t), \\ v &= - (kp_0/(\rho_0 f_0))(1 - \beta y/f_0) \sin(kx + mz - \omega t), \\ \omega &= - (m\omega\rho_0/(\rho_0 N^2)) \cos(kx + mz - \omega t). \end{aligned} \quad (12.7.4)$$

Возмущение плотности  $\rho'$  находится из гидростатического уравнения (6.11.2):

$$\rho' = (mp_0/g) \sin(kx + mz - \omega t). \quad (12.7.5)$$

Постоянная  $\rho_0$  в формулах (12.7.4) представляет собой невозмущенную плотность. Альтернативный способ описания волны связан с использованием вместо  $z$  другой вертикальной координаты — логарифма давления  $z_*$ . Если возмущения малы, то возникающие при этом отличия от предыдущего варианта состоят только в том, что  $z$  заменяется на  $z_*$ ,  $N$  на  $N_*$  (см. (6.17.25) и (6.17.24)), а  $\rho'/\rho_0$  заменяется на  $\Phi''$  (см. (6.17.17)). Таким образом, если  $\Phi_0$  характеризует амплитуду изменений геопотенциала

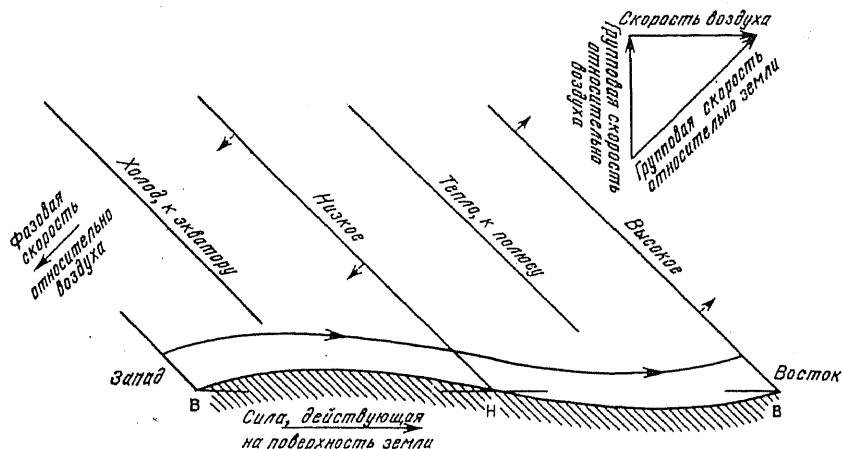


Рис. 12.10. Зональный разрез планетарной волны с восходящей групповой скоростью. Линии равных фаз нанесены через четверть периода. «Высокое» обозначает линию максимального поверхностного давления (или максимальную аномалию геопотенциала изобарической поверхности). «Низкое» обозначает противоположную фазу. «Тепло» соответствует зоне максимальной температуры, «холод» — минимальной. «К полюсу» характеризует линию с максимальной меридиональной скоростью. Маленькие штриховые стрелки показывают агеострофическое движение (относительно среды). Опускание вдоль линии «низкое» соответствует нагреванию, так что вся картина как целое смещается к западу (опять же относительно среды). Рисунок, кроме того, можно толковать как стоячую планетарную волну, в которой воздух движется слева направо (западный ветер) со скоростью, в точности компенсирующей фазовую скорость западного направления. Соответствующий поток над синусоидальным рельефом, а также траектории близко расположенных частиц показаны в нижней части рисунка. Вверх по потоку давление является высоким (В), вниз по потоку низким (Н). Соответственно воздух воздействует на рельеф с силой, направление которой показано внизу на рисунке. Рисунок построен с искажением соотношений масштабов по вертикали и горизонтали, равным  $N/f$ . Линии равных фаз при этом наклонены под углом  $45^\circ$ . В этом случае групповая скорость направлена вертикально вверх относительно воздуха, а относительно земли в используемой растянутой системе координат она направлена перпендикулярно линиям равных фаз. Если оценить вертикальные расстояния между линиями тока, то можно убедиться в том, что наибольшему растяжению подвержены вихревые линии в области высокого давления («высокое»). Растяжение в этой области дает циклонический вклад в их относительную завихренность. Вместе с тем частицы, расположенные на этой линии, также испытывают и максимальные меридиональные смещения. При этом  $\beta$ -эффект создает антициклонический вклад в растяжение. Таким образом, в сумме на линии, отмеченной «высокое», относительная завихренность оказывается антициклонической. Это можно увидеть, рассматривая поле меридиональной скорости.

на изобарической поверхности, то для  $p_0$  записывается соотношение

$$p_0 = \rho_0 \Phi_0. \quad (12.7.6)$$

Как видно из рис. 12.10, в плоскости волны имеется дивергентное движение (т. е.  $\partial u/\partial x + \partial w/\partial z > 0$ ), направленное от «теплой» фазовой линии. Оно является вполне закономерным и компенсируется за счет конвергенции меридиональной скорости ( $\partial v/\partial y < 0$ ), связанной с изменением  $f$  по широте (см. (12.7.4)). Важная особенность распространяющихся вверх волн состоит в том, что теплый воздух в них переносится к полюсу, а холодный — в сторону экватора. Таким образом, волна приводит к формированию переноса тепла к северу. Используя формулы (12.7.4) и (12.7.5), можно записать выражение для потока плавучести. В первом приближении оно имеет следующий вид:

$$\overline{v\rho'} = -kmp_0^2/2g\rho_0 f_0 = -kmp_0\Phi_0^2/2gf_0. \quad (12.7.7)$$

(Для того чтобы дать правильное истолкование этого потока, необходимо также учесть и колебания среднего течения того же порядка аппроксимации, т. е. возмущения с амплитудой второго порядка — см. [505, 533].) Подобные потоки плавучести могут играть важную роль в динамике атмосферы. В частности, эти потоки могут выступать составной частью механизма таких явлений, как внезапные *стратосферные потепления*. Они наступают зимой и могут быть связаны с вертикально распространяющимися (вверх) планетарными волнами (см., например, [532, 340]). При больших потеплениях температура воздуха у Северного полюса на уровне 10 мбар (примерно 31 км) может увеличиваться за одну неделю на 40—60 К. Волны, которые приводят к потеплению, сильно деформируют первоначально близкое к зональному течение. Соответствующее увеличение толщины слоя между уровнем 10 мбар и расположенными ниже изобарическими поверхностями (см. разд. 7.7) означает, что высота поверхности 10 мбар увеличивается на величину, достигающую 3 км. Обзоры наблюдений над внезапными стратосферными потеплениями приведены в [504, 709].

Изучение волн, генерируемых рельефом, начатое в гл. 6 для движений малых масштабов и продолженное в гл. 8 для движений среднего масштаба, теперь может быть перенесено на большие масштабы неровностей рельефа  $k^{-1}$ , которые соответствуют частоте встреч с неоднородностями рельефа, равной (для наблюдателя, движущегося вместе со средним потоком со скоростью  $U$ )

$$\omega = -Uk. \quad (12.7.8)$$

В гл. 8 было установлено, что при однородном по пространству потоке возмущения захватываются вблизи земли и стремятся к

нулю с увеличением высоты, если масштаб неоднородностей в  $k^{-1}$  раз превышает определяемый по формуле

$$-\omega = Uk = f, \quad (12.7.9)$$

т. е. если этот масштаб превосходит 100 км. Это следует из того факта, что гравитационных волн с такими частотами не существует.

Если же горизонтальный масштаб неоднородностей рельефа увеличить еще больше, уменьшая таким образом частоту встреч с препятствиями до значений, при которых в динамике становятся существенными изменения параметра Кориолиса с широтой, то ситуация снова переменится. Теперь оказывается возможным образование планетарных волн. Изменения по вертикали будут характеризоваться волновым числом  $m$ , выражение для которого получается при подстановке формулы (12.7.8) в (12.7.1):

$$m^2 = (N/f)^2 (U^{-1}\beta - k^2 - l^2). \quad (12.7.10)$$

(Его следует сравнить с приближенным квазигеострофическим решением на  $f$ -плоскости (режим  $v$ ) из разд. 8.8, табл. 8.1.) Из обсуждения, проведенного в вступительном разделе данной главы, следует, во-первых, что режим ( $v$ ) занимает на спектре диапазон, определяемый неравенствами

$$|U/f| \ll k^{-1} \ll |U/\beta|^{1/2}, \quad (12.7.11)$$

и, во-вторых, что для  $k^{-1}$  порядка  $|U/\beta|^{1/2}$  должен существовать новый режим:

(vi) *квазигеострофический режим  $\beta$ -плоскости.*

Соответствующий масштаб для атмосферы равен 1000 км, что совпадает с характерными размерами основных особенностей земной поверхности (они перечислены в табл. 12.1). Таким образом, реакция на них должна классифицироваться как

Таблица 12.1. Основные особенности рельефа земной поверхности<sup>1)</sup>

	Высота (м)	Горизонтальные размеры (км)	Положение центра
Антарктида	3500	5000	90° ю. ш.
Гималаи	4000	3000	30° с. ш., 90° в. д.
Анды	2500	2700×7000	20° ю. ш., 70° з. д.
Скалистые горы	2000	2000×6000	40° с. ш., 110° з. д.
Гренландия	2000	2000	70° с. ш., 40° з. д.
Южная и Восточная Африка	1000	2000×4000	20° ю. ш., 30° в. д.

<sup>1)</sup> Высота и горизонтальные размеры получены в результате осреднения с масштабом порядка 250 км (на основе работы [348]).

реализация режима (vi). Аналогичный масштаб для океана равен 30—100 км.

В новом режиме существуют очень большие различия между ситуациями, когда невозмущенное течение направлено на восток ( $U > 0$ ) и на запад (см. [124]). Скорости направленных на запад течений (восточных ветров) совпадают по знаку с фазовыми скоростями планетарных волн, поэтому возникновение на их фоне стационарных волн *невозможно*. Соответственно, возмущения затухают независимо от того, насколько мало волновое число. Масштаб затухания возмущений в  $e$  раз имеет максимальное значение, равное (см. (12.7.10))

$$|f/N|(|U/\beta|)^{1/2} \quad (12.7.12)$$

для горизонтальных волн максимальной длины. Для атмосферы в средних широтах он равен 5—10 км, а для океана — 1—3 км.

Для западных ветров и направленных на восток течений ( $U > 0$ ) масштаб затухания в  $e$  раз возрастает с уменьшением  $k^2 + l^2 \equiv \kappa_N^2$  до тех пор, пока  $\kappa_N^{-1}$  не достигнет значения

$$(U/\beta)^{1/2}. \quad (12.7.13)$$

При больших горизонтальных масштабах уже возможно образование распространяющихся волн. Если воздействие на атмосферу осуществляется снизу, то эти волны должны иметь направленную вверх групповую скорость, и их структура будет сходна с той, которая показана на рис. 12.10. Оценивая баланс завихренности в некотором столбе жидкости, можно убедиться в том, что данный конкретный масштаб имеет особое значение. Если обозначить через  $\delta y$  отклонение столба воздуха от своей средней широты к северу, то изменение его планетарной завихренности будет равно  $\beta \delta y$ . Меридиональная скорость равна одной из составляющих скорости изменения  $\delta y$ , а именно  $U \partial(\delta y) / \partial x$ . Поэтому, используя геострофические соотношения, ее можно выразить через возмущение геопотенциала, равное

$$\Phi'' = f_0 U \delta y. \quad (12.7.14)$$

Поскольку в соответствии с соотношением (12.2.15) *относительная* завихренность  $(\partial v / \partial x - \partial u / \partial y)$  равна лапласиану от функции  $\rho' / \rho_0 f_0 = \Phi'' / f_0$ , то изменение полной завихренности в волне определяется следующим образом:

$$\beta \delta y + (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) \Phi'' / f_0 = (U^{-1} \beta - \kappa_N^2) \Phi'' / f_0. \quad (12.7.15)$$

Последнее равенство основано на зависимости (12.7.14) и предполагает, что возмущение давления представимо в форме волны (12.7.3). Итак, отклонения *в сторону полюса* приводят к формированию *циклонического* возмущения полной завихренности (правая часть формулы (12.7.5) становится положительной)

только в том случае, когда горизонтальный масштаб  $\kappa_N^{-1}$  превосходит величину, определяемую формулой (12.7.13).

Для того, чтобы связать  $\Phi''$  с полем вертикальных отклонений  $h$ , можно использовать принцип сохранения *потенциальной завихренности* столба жидкости (см. (7.10.9)). Если обозначать через  $\delta z$  высоту этого столба в невозмущенном состоянии, то при наличии возмущений она будет равна  $\delta z + (\partial h / \partial z) \delta z$ . Соответственно, ее относительное изменение равняется  $\partial h / \partial z$ . Принцип сохранения требует, чтобы это изменение было равно относительному изменению завихренности (по отношению к  $f_0$ ), определенному формулой (12.7.15). Поэтому можно записать

$$(U^{-1}\beta + \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)\Phi'' = f_0^2 \partial h_* / \partial z_*. \quad (12.7.16)$$

(«Звездочка» в правой части проставлена для того, чтобы имелось соответствие с формулами разд. 6.17, где в качестве вертикальной координаты также использовался логарифм давления.) Линии тока, показанные в нижней части рис. 12.10, демонстрируют, что из-за подъема линий равных фаз к западу воздушные объемы оказываются наиболее сильно сжатыми в восточной (хвостовой) части волны. Поэтому (см. (12.7.16)) геопотенциал и возмущения давления здесь минимальны, а отклонения частиц к экватору (см. (12.7.14)) максимальны. Отсюда следует, что жидкость должна воздействовать на подстилающую поверхность с силой, совпадающей по направлению с потоком. Это было отмечено и в других примерах (см., например, рис. 8.8), касавшихся генерации бегущих волн. Иначе говоря, волны способны испытывать трение под влиянием неоднородностей рельефа.

Другим уравнением, которое отражает закономерности движения материальных частиц, является уравнение сохранения потенциальной температуры. Оно требует, чтобы отклоненные вверх частицы имели отрицательные возмущения потенциальной температуры. Из уравнения гидростатики при этом следует, что возмущения геопотенциала (или давления) над приподнятыми участками подстилающей поверхности уменьшаются с высотой. Рис. 12.10 показывает, что это действительно происходит, когда линии равных фаз поднимаются к западу. Формула, которая отражает приведенные выше зависимости, имеет вид (см. (6.17.27))

$$N_*^2 h_* + \frac{\partial \Phi''}{\partial z_*} = 0. \quad (12.7.17)$$

Если исключить из уравнений (12.7.16) и (12.7.17) функцию  $h_*$  и использовать предположение о волновом характере решений, то можно получить дисперсионное соотношение (12.7.10).

Это еще раз подтверждает, что для описания динамики жидкости достаточно руководствоваться принципами сохранения потенциальной температуры и потенциальной завихренности.

Проведенный в данном разделе анализ закономерностей, присущих однородному потоку несжимаемой жидкости над ровной подстилающей поверхностью, очень полезен для качественного понимания происходящих при этом процессов. Его можно также применить и в задаче об обтекании изолированной горы [650]. Однако назвать его достаточно общим нельзя. Это объясняется тем, что при рассматриваемых масштабах недопустимо пренебрегать изменениями  $U$  с высотой и по широте. В свою очередь это требует обобщения квазигеострофических уравнений с учетом адвекции неоднородными потоками. Оно проведено в разд. 12.8 и применено в задаче о малых возмущениях в разд. 12.9.

### 12.8. НЕЛИНЕЙНОЕ ТРЕХМЕРНОЕ КВАЗИГЕОСТРОФИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ

Для того чтобы определить, как атмосфера и океан реагируют на возникшие в них изменения, необходимо установить закономерности, свойственные приспособлению непрерывно стратифицированных жидкостей на вращающейся сфере под действием силы тяжести. Различным сторонам этого процесса посвящены многие главы этой книги. Первый шаг состоял в изучении приспособления при отсутствии вращения. Так, в гл. 6 рассматривалась задача о приспособлении непрерывно стратифицированной жидкости. Предварительно в гл. 5 был изучен случай однородной жидкости. В гл. 7 выполнен переход к случаю с однородным вращением относительно вертикальной оси, а в гл. 8 исследовались эффекты вращения применительно к непрерывно стратифицированной жидкости. В результате можно сделать заключение, что влияние вращения оказывается пренебрежимо малым для движений с пространственными масштабами, малыми по сравнению с радиусом Россби, и с характерными периодами, малыми по сравнению с инерционным периодом (т. е. для движений с масштабом по пространству порядка километров и меньше и временными масштабами порядка нескольких часов и меньше). Однако если принимать во внимание только эффект вертикальной составляющей вращательной скорости и считать, что на расстояниях порядка пространственного масштаба возмущения ее относительное изменение мало, то предположение об однородно вращающейся системе можно использовать и для исследования процессов на вращающейся сфере. Соответствующая теория хорошо описывает процесс приспособления на масштабах времени, сравнимых с инерционным периодом, но этот период служит верхней границей



временных масштабов явлений, которые она может воспроизводить.

Вместе с тем многие из наиболее важных атмосферных и океанических явлений имеют превосходящие инерционный период временные масштабы. Поэтому исключительно важно изучить свойства медленно приспособляющихся процессов. Кроме того, необходимо разработать соответствующее математическое приближение уравнений, которое описывает только подобные медленные изменения и не содержит более быстрых. Как отмечал в своей работе [119, с. 3] Чарни, «Эта предельная общность, вследствие которой уравнения движения применимы к полному спектру возможных движений — как к звуковым волнам, так и к циклонам, с точки зрения метеоролога представляет собой существенный недостаток этих уравнений. Она означает, что исследователь вынужден рассматривать малосущественные в метеорологическом отношении изменения крупномасштабных движений атмосферы, которые лишь делают интегрирование уравнений практически невозможным». Именно по этой причине и потерпели неудачу первые попытки Ричардсона дать численный прогноз погоды (см. разд. 7.13). В расчетных величинах доминировали результаты быстрых процессов приспособления, связанных с ошибками определения начального поля.

Уравнения, характеризующие медленный процесс приспособления в случае малых возмущений на  $f$ -плоскости, были выведены в разд. 8.16. В разд. 11.8 и 12.2 при изучении одномодового движения они были обобщены и для  $\beta$ -плоскости. В данном разделе эти уравнения будут развиты далее с учетом нелинейных эффектов в трехмерном течении. Они строятся с помощью известного положения [718] о том, что движение всегда находится в состоянии, близком к геострофическому равновесию, а отклонения от него оказываются очень важными для определения его эволюции [95]. Предназначенное для изучения этих отклонений уравнение (8.16.6) было впервые выведено в 1915 г. Хессельбергом [324] и использовано в работе [95] для развития изаллобарического метода определения конвергенции. Его связь с уравнением потенциальной завихренности, фундаментальное значение которой было продемонстрировано в работах Россби тридцатых годов [684, 685], обсуждалась в разд. 8.16. Чарни [118, 119] оказался первым исследователем, который последовательно вывел полный набор квазигеострофических уравнений для бароклинных движений, используя при этом непосредственно уравнение потенциальной завихренности и принимая во внимание соответствующие масштабы переменных.

В гл. 6 и 8 при изучении процесса приспособления в непрерывно стратифицированной жидкости было установлено, что систему уравнений удобно свести к двум соотношениям, связы-

вающим вертикальную скорость  $w$  и возмущение давления  $p'$  (или, если давление используется в качестве вертикальной координаты,  $w_*$  и отклонения геопотенциала  $\Phi''$ ). Первое соотношение следовало из уравнений движения по горизонтали и связывало между собой давление и горизонтальную дивергенцию. Второе было выведено с помощью уравнений для функции плавучести и вертикальной составляющей уравнений движения.

*Уравнения движения* в квазигеострофическом приближении, а также соответствующее выражение для *горизонтальной дивергенции* уже были выведены в разд. 12.2. Вместе с тем двухмерный вариант уравнения неразрывности (12.2.8) теперь следует заменить на уравнение для трехмерного движения. В случае *несжимаемой* жидкости в качестве такого уравнения можно использовать (12.2.8). При выводе безразмерной формы этого уравнения необходимо иметь в виду, что вклад в дивергенцию дают только малые *агеострофические* составляющие скорости, которые имеют масштаб  $\epsilon_L v_0$  (где  $\epsilon_L$  определяется формулой (12.2.13)). Если в качестве пространственного масштаба по вертикали взять  $H$ , то соответствующие выражения для безразмерных переменных можно записать следующим образом (сравнить с (12.2.11)):

$$u_a^* = f_0 \bar{u}_a / \beta L v_0, \quad v_a^* = f_0 \bar{v}_a / \beta L v_0, \quad z^* = z/H, \quad w^* = f_0 w / \beta H v_0. \quad (12.8.1)$$

Если, используя эти масштабы, записать уравнение неразрывности (12.2.8) с точностью первого приближения и вернуться в нем к прежним немасштабированным переменным (опуская тильду), как это было сделано в завершающей части разд. 12.2, то получится выражение

$$\partial u_a / \partial x + \partial v_a / \partial y + \partial w / \partial z = 0. \quad (12.8.2)$$

То обстоятельство, что вертикальная скорость  $w$  оказывается связанной соотношением (12.8.2) с *агеострофическими* скоростями и поэтому имеет масштаб, определяемый формулой (12.8.1), оказывается весьма существенным при оценке масштабов величин в операторе переноса (12.2.6). Член  $\mu^2 \bar{v} \partial / \partial y$  имеет порядок  $v_0 / L$ . Из (12.8.1) следует, что член  $w \partial / \partial z$  имеет меньший порядок —  $\epsilon_L v_0 / L$  и не дает вклада в приближение первого порядка. Поэтому, как и в двумерном случае, оператор  $D/Dt$  можно аппроксимировать оператором  $D_g/Dt$ , определение которого дается формулой (12.2.22). Таким образом, вклад в *адвекцию* (первого порядка) *создает только геострофическая скорость*, а вертикальной адвекцией можно пренебречь. Урав-

нение для  $\partial\omega/\partial z$  можно найти, подставляя соотношения (12.2.24) и (12.2.25) в формулу (12.8.2). При этом получается уравнение

$$\rho_0 f_0^2 \frac{\partial\omega}{\partial z} = \beta \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right). \quad (12.8.3)$$

Его полезно сопоставить с соответствующими уравнениями: во-первых, с его аналогом на  $f$ -плоскости (8.4.8) (который, естественно, не содержит  $\beta$ -слагаемого), во-вторых, с двумерным уравнением (12.2.30), и в-третьих, с уравнением (12.7.16), выведенным в специальном случае на основе уравнения потенциальной завихренности.

Суть квазигеострофического приближения состоит в преобразовании уравнений движения. Дополнительное соотношение, связывающее друг с другом  $\omega$  и  $p'$ , было использовано ранее в предыдущих главах. Оно получалось с помощью комбинирования уравнения для функции плавучести и гидростатического соотношения. В линейном виде оно представлено формулой (6.11.4). В нелинейной задаче с учетом квазигеострофического приближения в этой формуле необходимо заменить  $\partial/\partial t$  на  $D_g/Dt$ , что дает

$$\rho_0 N^2 \omega = -D_g (\partial p' / \partial z) / Dt. \quad (12.8.4)$$

Если плавучесть определяется только возмущениями потенциальной температуры  $\theta'$ , которые отсчитываются от значения  $\theta_0$  на некотором заданном уровне, то соотношение (12.8.4) вытекает из уравнения для температуры

$$D_g \theta' / Dt + (N^2 / \alpha' g) \omega = 0 \quad (12.8.5)$$

(где  $\alpha'$  — коэффициент теплового расширения, определенный в разд. 3.7.4 и для идеального газа равный  $\theta_0^{-1}$ ), и из уравнения гидростатики

$$\partial p' / \partial z = g \alpha' \rho_0 \theta'. \quad (12.8.6)$$

Исключая  $\omega$  из (12.8.3) и (12.8.4), можно получить одно уравнение для возмущения давления  $p'$ :

$$\frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial p'}{\partial z} \right) \right) + \beta \frac{\partial p'}{\partial x} = 0. \quad (12.8.7)$$

Оно называется уравнением квазигеострофической потенциальной завихренности. Его отличия от линейного уравнения (8.16.13) для  $f$ -плоскости состоят в присутствии  $\beta$ -слагаемого и нелинейных членов. Поскольку нелинейный оператор переноса (12.2.22) выражается с помощью соотношений (12.2.15) только через возмущение давления, в уравнении (12.8.7) имеется только одна искомая переменная, а именно  $p'$ .

Уравнение баланса энергии в квазигеострофическом приближении получается при суммировании уравнения (12.8.4), умно-

женного на  $\rho_0^{-1} N^{-2} \partial p' / \partial z$ , с соотношением (12.2.33), умноженным на  $\rho_0$ . Оно имеет вид

$$D_g E / Dt + u_a \partial p' / \partial x + v_a \partial p' / \partial y + \omega \partial p' / \partial z = 0, \quad (12.8.8)$$

где плотность энергии  $E$  (см. разд. 6.7) определяется формулой

$$E = \frac{1}{2} \rho_0 (u_g^2 + v_g^2) + \frac{1}{2} \frac{g^2 \rho'^2}{\rho_0 N^2} = \frac{1}{2 \rho_0 f_0^2} \left[ \left( \frac{\partial p'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p'}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{2 \rho_0 N^2} \left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right)^2, \quad (12.8.9)$$

в которой  $\rho'$  представляет собой возмущение плотности на заданном уровне. Уравнение для энергии также можно получить, если умножить уравнение потенциальной завихренности (12.8.7) на  $p'$  и проинтегрировать полученное выражение по частям. Если просуммировать уравнение (12.8.8) и уравнение несжимаемости (12.8.2), умноженное на  $p'$ , то получится дивергентная форма записи энергетического уравнения:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_a p' + u_g E) + \frac{\partial}{\partial y} (v_a p' + v_g E) + \frac{\partial}{\partial z} (\omega p') = 0. \quad (12.8.10)$$

Она показывает, что поток энергии состоит из двух частей, одна из которых представляет собой произведение возмущения давления и *агеострофической* составляющей течения (в нее входит также и вертикальное движение), а вторая связана с переносом энергии *геострофической* составляющей течения.

Полученные уравнения легко переписать в форме, соответствующей новой системе координат с заменой вертикальной координаты  $z$  на логарифм от давления  $z_*$ . При этом необходимо заменить  $z$  на  $z_*$ ,  $\omega$  на  $\omega_*$ ,  $p'/\rho$  на  $\Phi''$  (см. (6.17.17)) и  $N$  на  $N_*$  (см. (6.17.25) и (6.17.24)). Кроме того, используя вместо уравнения несжимаемости (12.2.8) уравнение неразрывности (6.17.11), в уравнениях можно легко учесть эффект *сжимаемости* жидкости. При этом соотношение (12.8.3) приобретает вид

$$f_0^2 \left( \frac{\partial \omega_*}{\partial z_*} - \frac{\omega_*}{H_s} \right) = \beta \frac{\partial \Phi''}{\partial x} + \frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial y^2} \right). \quad (12.8.11)$$

Уравнение для функции плавучести (12.8.4) записывается следующим образом:

$$N_*^2 \omega_* + D_g (\partial \Phi'' / \partial z_*) / Dt = 0. \quad (12.8.12)$$

При этом уравнение квазигеострофической потенциальной завихренности, получаемое исключением  $\omega_*$  из двух последних уравнений, можно записать очень просто:

$$D_g q / Dt = 0, \quad (12.8.13)$$

где функция  $q$  есть квазигеострофическая потенциальная завихренность, определяемая формулой

$$q = f_0 + \beta y + \frac{1}{f_0} \left[ \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_*} \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{f_0^2}{N_*^2} \rho_* \frac{\partial \Phi''}{\partial z_*} \right) \right]. \quad (12.8.14)$$

Ее необходимо отличать от функции потенциальной завихренности  $Q$ , которая была введена в работе Эртеля 1942 г. [200]. Связь  $q$  и  $Q$  можно продемонстрировать с помощью следующей формулы:

$$q \approx \rho_0 (Q_0 + Q') / (d\theta_0/dz), \quad (12.8.15)$$

в которой функции  $Q_0$  и  $Q'$  определяются соотношениями (7.12.10) и (7.12.11). Она записана в приближении, согласующемся с приведенными выше масштабами переменных. Вариант с несжимаемой жидкостью получается из уравнения (12.8.11) как частный случай при переходе к пределу  $H/H_s \rightarrow 0$ .

Есть много ситуаций, в которых квазигеострофические уравнения допускают дальнейшие упрощения. В частности, бароклинный радиус Россби в океане составляет величину только порядка 30 км, и множество различных движений характеризуются значительно большими пространственными масштабами. Если же горизонтальный масштаб  $L$  много больше, чем  $NH/f_0$ , т. е. если

$$f_0 L \gg NH, \quad (12.8.16)$$

то оператор Лапласа по независимым горизонтальным переменным в уравнении (12.8.7) оказывается малым по сравнению с вертикальной производной, и (12.8.7) можно приближенно записать в виде уравнения

$$\frac{D_g}{Dt} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \beta \frac{\partial p'}{\partial x} = 0, \quad (12.8.17)$$

которое в океанологии представляет собой т. н. нестационарный вариант уравнений теории термоклина. В указанном приближении вклад в агеострофическую скорость вносит только  $\beta$ -слагаемое (см. определения (12.2.24) и (12.2.25)), изменения относительной завихренности пренебрежимо слабо влияют на изменения потенциальной завихренности, и изменениями кинетической энергии по сравнению с потенциальной также можно пренебречь. Уравнение баланса завихренности приближенно записывается в форме (11.13.3), которая соответствует стационарному потоку. Оно оказывается справедливым не только в том случае, когда горизонтальный масштаб явлений значительно уступает по величине радиусу Земли, поэтому соотно-

шение (12.8.17) можно обобщить и записать в форме, справедливой для движений на всем земном шаре [624].

Приближенные уравнения для сферы получаются следующим образом. Во-первых, горизонтальные компоненты скорости связываются с давлением с помощью обыкновенных геострофических соотношений (см. (11.2.1) и (11.2.2)), а именно

$$2\Omega pr u \sin \varphi = -\partial p / \partial \varphi, \quad 2\Omega pr v \sin \varphi = \sec \varphi \partial p / \partial \lambda. \quad (12.8.18)$$

Во-вторых, из уравнения для завихренности (11.13.3) определяется  $w$ :

$$r \partial w / \partial z = v \operatorname{ctg} \varphi = (\operatorname{cosec}^2 \varphi / 2\Omega pr) \partial p / \partial \lambda. \quad (12.8.19)$$

Далее, объединяя уравнение (6.4.2) для функции плавучести с соотношением гидростатики (3.5.8), получаем последнее уравнение:

$$D(\partial p / \partial z) / Dt = 0, \quad (12.8.20)$$

причем иногда в его правую часть включают диффузионные члены. Решения системы уравнений (12.8.18)—(12.8.20) обсуждались в работах Верониса [812, 813], Веландера [844], Андерсона и Киллворта [21]. В связи с тем, что эти уравнения являются справедливыми для всей сферы, их можно рассматривать как модель некоторого типа геострофического движения, которое отличается по своим свойствам от квазигеострофического движения, обсуждавшегося ранее (детальное обсуждение этого вопроса можно найти в работе Филлипса [624]). Кроме того, названные уравнения можно также использовать для изучения вертикальных движений и абсолютных (а не только относительных) значений горизонтальных составляющих поля скорости в океане [404].

Если иметь ввиду моделирование атмосферы, то эффекты слагаемого, описываемого горизонтальным оператором Лапласа, только в редких случаях оказываются достаточно малыми по сравнению с эффектом вертикальной производной. В то же время  $\beta$ -слагаемое иногда оказывается несущественным по сравнению с нелинейными членами. При этом можно воспользоваться приближением  $f$ -плоскости или, иначе говоря, положить параметр  $\beta$  в уравнениях (12.8.14), (12.8.11) или (12.8.7) равным нулю. В этом случае необходимо следить за выполнением условия, что  $v_0$  значительно больше определенного масштаба скорости, который находится по формуле (12.2.21) и при котором нелинейные члены и  $\beta$ -слагаемые имеют одинаковый порядок, т. е.

$$v_0 \gg \beta L^2, \quad \text{или} \quad L \ll (v_0 / \beta)^{1/2}. \quad (12.8.21)$$

Масштаб  $(v_0 / \beta)^{1/2}$  в атмосфере равен примерно 1000 км, так что влиянием  $\beta$ -эффекта для явлений типа фронтов действительно

можно пренебречь. Более того, он часто оказывается вторичным даже для масштабов, характерных для развивающихся барических образований.

### 12.9. МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ЗОНАЛЬНОГО ПОТОКА, МЕНЯЮЩЕГОСЯ С ШИРОТОЙ И ПО ВЫСОТЕ

В гл. 7 и 8 были изучены возмущения в потоке жидкости, распространяющейся над неровным дном при условии, что характерные пространственные масштабы рельефа дна оказываются достаточно малыми и  $\beta$ -эффектом можно пренебречь. Приведенные примеры иллюстрировали случай однородного потока. В разд. 12.7 были рассмотрены соответствующие решения для планетарных волн и было установлено, что  $\beta$ -эффект становится существенным для явлений с масштабом порядка  $(|U|/\beta)^{1/2}$ , составляющим для атмосферы величину порядка 1000 км. Это совпадает (см. табл. 12.1) по порядку с масштабами основных особенностей рельефа земной поверхности. Поскольку на указанных масштабах атмосферное течение уже нельзя считать однородным по пространству, имеет смысл рассмотреть квазигеострофические уравнения для малых возмущений, возникающих на фоне среднего зонального течения  $U(y, z)$ , которое меняется и по высоте, и с широтой. Иначе говоря, геопотенциал  $\Phi''$  теперь будет представляться в виде стационарной части, не зависящей от долготы (т. е. такой функции от  $y$  и  $z$ , для которой  $\partial^2\Phi''/\partial y^2 = -f_0 U(y, z)$ ) и малого возмущения  $\Phi'$ . (Возможно, более логичным было бы обозначение  $\Phi'''$ , но обозначение с одним штрихом удобнее.) Линеаризованное уравнение (12.8.13) для квазигеострофической потенциальной завихренности при этом имеет вид

$$(\partial/\partial t + U \partial/\partial x) q' + v \partial \bar{q}/\partial y = 0, \quad (12.9.1)$$

где в соответствии с выражением (12.8.14) и геострофическими соотношениями возмущение потенциальной завихренности определяется следующим образом:

$$q' = \frac{1}{f_0} \left( \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_*} \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{f_0^2}{N_*^2} \rho_* \frac{\partial \Phi'}{\partial z_*} \right) \right). \quad (12.9.2)$$

Возмущение меридиональной скорости  $v$  определяется формулой

$$v = f_0^{-1} \partial \Phi' / \partial x, \quad (12.9.3)$$

а  $\partial \bar{q} / \partial y$  — меридиональный градиент осредненной квазигеострофической потенциальной завихренности — формулой

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho_*} \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{f_0^2}{N_*^2} \rho_* \frac{\partial U}{\partial z_*} \right). \quad (12.9.4)$$

Соотношение, связывающее между собой  $\Phi'$  и соответствующее поле вертикальных движений, получается с помощью уравнений (12.8.11) и (12.8.12), которые с учетом существования возмущений видоизменяются:

$$f_0^2 \left( \frac{\partial w_*}{\partial z_*} - \frac{w_*}{H_s} \right) = \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \Phi'}{\partial x} + \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial y^2} \right), \quad (12.9.5)$$

$$N_*^2 w_* + (\partial/\partial t + U \partial/\partial x) \partial \Phi' / \partial z_* - (\partial U / \partial z_*) \partial \Phi' / \partial x = 0. \quad (12.9.6)$$

Второе из этих двух уравнений используется для формулировки граничного условия на земной поверхности. В случае топографических возмущений малой амплитуды оно показывает, что скорость  $w_*$  задается при среднем по поверхности давлении. Смысл полученного уравнения состоит в том, что оно отражает закон сохранения потенциальной температуры. Можно отметить также новую особенность этого уравнения, которая отсутствовала в моделях с однородным потоком. В нем появилось осредненное, характеризующее *горизонтальную адвекцию* осредненной температуры в системе возмущений меридионального потока. Оно возникает из-за того, что средняя температура в данной постановке меняется по широте. Меридиональный градиент осредненной температуры связан с  $\partial U / \partial z_*$  соотношением термического ветра (7.7.10). Появление в уравнениях нового члена может привести к ряду новых важных эффектов, которые не могли быть обнаружены в модели с однородным средним потоком. Эти эффекты будут изучаться в гл. 13.

Если возмущение представимо в виде волны, то  $\Phi'$  можно записать так:

$$\Phi' = \psi \exp(z_*/2H_s + i l y + i k(x - ct)). \quad (12.9.7)$$

При этом уравнения (12.9.1)–(12.9.3) упрощаются:

$$\partial^2 \psi / \partial z_*^2 + m^2 \psi = 0, \quad (12.9.8)$$

где

$$m^2 = (N_*/f_0)^2 [(U - c)^{-1} \partial \bar{q} / \partial y - \kappa_{\text{H}}^2] - (2H_s)^{-2}, \quad (12.9.9)$$

а

$$\kappa_{\text{H}}^2 = k^2 + l^2 \quad (12.9.10)$$

представляет собой квадрат горизонтального волнового числа. Вместе с тем следует отметить, что предположение о синусоидальном характере изменения  $\Phi'$  с широтой можно применить только в том случае, когда относительное изменение  $m^2$  (см. разд. 9.12) на отрезке меридиана длиной  $l^{-1}$  мало.

В коэффициенте  $m^2$  заключена очень важная информация о волновых возмущениях. Она характеризует *передаточные ха-*



рактеристики атмосферы. В гл. 6 и 8 уже был рассмотрен ряд эффектов, которые связаны с изменениями  $m$  по высоте. Применительно к квазигеострофическим волнам в атмосфере приведенная выше система уравнений была впервые использована в работе [124], где удалось объяснить, почему стационарные волны (т. е. волны с  $c = 0$ ) проникают в среднюю часть атмосферы в зимнем полушарии, а в летнем этот эффект отсутствует. Объяснение было основано на изучении профилей зонального ветра, которые показаны на рис. 12.11. Распределение температуры в средней части атмосферы во многом определяется радиационным балансом. Соответствующие ему термические ветры в летнем полушарии направлены на запад, а в зимнем — на восток. С другой стороны, в тропосфере умеренных широт ветры всегда стремятся занять такое положение, чтобы дуть с запада. Именно при таком направлении ветра, по крайней мере в том случае, когда он считается однородным, достаточно длинные стационарные волны имеют возможность распространяться по вертикали. Подобная ситуация реализуется и в реальных условиях, когда скорость  $U$  не постоянна. В этом случае  $m^2 > 0$ . Однако, как показывает уравнение (12.9.9), функция  $m^2$  меняет знак, переходя от бесконечно малых положительных значений к отрицательным, на том уровне, где  $U = c$ . Таким образом, для стационарных возмущений это происходит на уровне нулевой скорости  $U = 0$ . В соответствии с линейной теорией в окрестности подобных критических высот (см. разд. 8.9.4) волны должны поглощаться. Вместе с тем также была показана и другая возможность, связанная с нелинейными эффектами. На указанных высотах они могут приводить не к поглощению волн, а к их частичному отражению (см., например, [829, 745]). В любом случае, поскольку в области восточных ветров значения  $m^2$  преимущественно отрицательны, волны при этом не имеют возможности распространяться. Волновая энергия в подобном случае может переноситься только за счет «туннельного эффекта» (см. разд. 6.9; для возникновения значительного переноса должно выполняться условие, что уменьшение амплитуды в окрестности зоны переноса не должно быть слишком большим). Ярким подтверждением отсутствия волн в летней стратосфере является картина циркуляции на уровне 30 мбар из работы [293] (воспроизведена в книге Холтона [337]). Она настолько близка к зональной, что ее едва ли стоило рисовать! В зимней стратосфере ситуация противоположная, и отклонения от зонально симметричной картины очень часто достигают больших значений (см., например, [807]). Другой иллюстрацией этого эффекта является рис. 12.12. На нем (для января и июля) в виде функции широты и давления (высоты) показаны амплитуды составляющей возмущения высоты изобарических поверхностей с волновым числом, равным

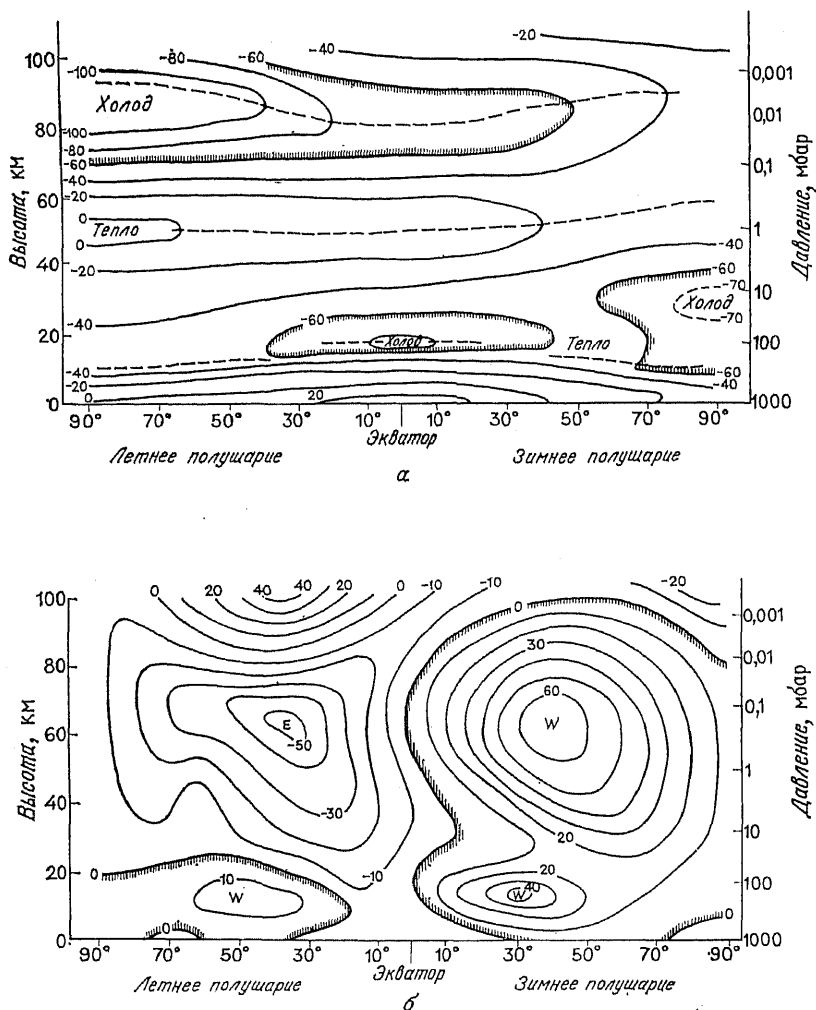


Рис. 12.11. Меридиональный разрез, демонстрирующий осредненное по долготе распределение температуры в  $^{\circ}\text{C}$  (а) и скорость ветра (м/с) от поверхности до высоты 100 км во время солнцестояния (б). Штриховые линии на рис. (а) показывают положения тропопаузы, стратопазузы и мезопазузы. (С любезного разрешения Р. К. Рида.) (Из [824, рис. 1.10 и 1.12].)

единице. В январе на уровнях, расположенных выше поверхности 100 мбар, амплитуды достаточно велики и их значения растут с высотой (роста амплитуд можно ожидать, поскольку плотность воздуха с высотой падает — см., например, разд. 6.14 и 6.17). Однако в июле можно отметить сильное уменьшение амплитуд возмущений, которое наступает сразу же за поверх-

ностью 100 мбар. Оно согласуется с тем, что на этих высотах происходит переход от западных ветров к восточным (см. 12.11).

На высотах с малыми значениями  $m^2$  вертикальные длины волн также оказываются достаточно малыми, поэтому в балансе сил важную роль играет трение (см. разд. 8.9). Волны диссипируют и возникают эффекты, подобные тем, которые были рассмотрены в разд. 8.15. Для того чтобы исследовать соответствующие меридиональные потоки импульса и тепла (см. (12.3.11) и (12.7.7)), удобно сделать некоторые преобразования в уравнении (12.9.1). Умножая его на  $q'$ , запишем:

$$(\partial/\partial t + U \partial/\partial x) \left( \frac{1}{2} q'^2 \right) + q'v \partial \bar{q}/\partial y = 0. \quad (12.9.11)$$

Предполагаем, что решение имеет форму волны (12.9.7) (с постоянной амплитудой) и, осредняя по  $x$  на отрезке, равном длине волны, при условии, что  $\partial \bar{q}/\partial y$  не равно нулю, получаем, что

$$\overline{q'v} = 0. \quad (12.9.12)$$

Таким образом, если амплитуда волны со временем меняется несильно и эффектами трения и перемешивания можно пренебречь (это допущение было использовано при выводе (12.9.1)), то меридиональный поток квазигеострофической завихренности должен быть равен нулю. Подставляя в уравнение (12.9.12) выражения (12.9.2) и (12.9.3) для  $q'$  и  $v$  и интегрируя полученную функцию по частям, мы приходим к следующей дивергентной форме записи соотношения (12.9.12):

$$\rho_* \overline{q'v} = \frac{\partial}{\partial y} (\mathcal{F}_y) + \frac{\partial}{\partial z_*} (\mathcal{F}_z) = 0, \quad (12.9.13)$$

где  $\mathcal{F}_y$  и  $\mathcal{F}_z$  представляют собой компоненты потока Элиассена — Пальма, записанного в квазигеострофическом приближении [193, 184]. Они определяются по формулам

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_y &= \frac{\rho_*}{f_0^2} \overline{\frac{\partial \Phi'}{\partial x} \frac{\partial \Phi'}{\partial y}} = -\rho_* \overline{u'v}, \\ \mathcal{F}_z &= \frac{\rho_*}{N_*^2} \overline{\frac{\partial \Phi'}{\partial x} \frac{\partial \Phi'}{\partial z_*}} = \alpha_* \frac{f_0 g \rho_*}{N_*^2} \overline{v\theta^*}. \end{aligned} \quad (12.9.14)$$

Крайние справа выражения записаны с помощью геострофических соотношений ((12.9.3) и аналогичного уравнения для  $u'$ ) и соотношения (6.17.20) для потенциальной температуры. В окрестности какой-либо выбранной точки волну всегда можно представить в форме (12.7.3) и (12.7.4). Подстановка в (12.9.14) и сравнение с (12.3.4) и (12.7.2) позволяют убедиться в том, что поток Элиассена — Пальма имеет направление, совпадающее с проекцией групповой скорости волны на плоскость  $yz_*$ . Если условия стационарны и диссипация отсутствует, как это

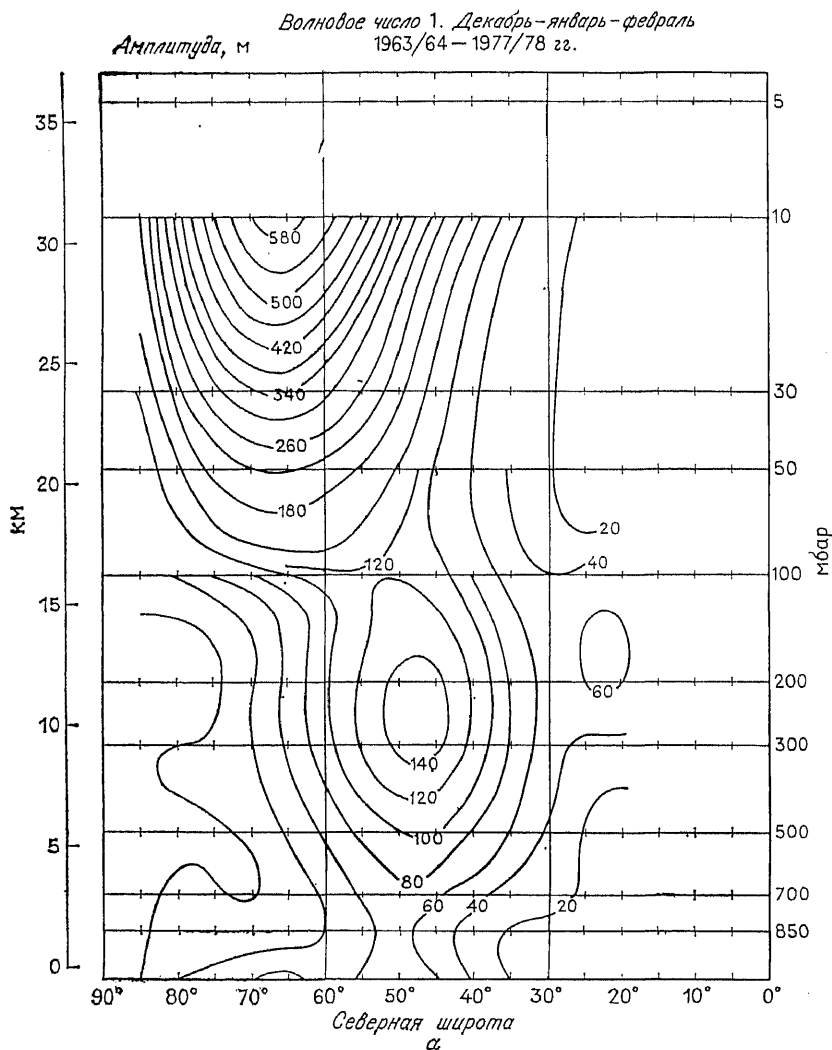


Рис. 12.12. Амплитуда (м) возмущений высоты изобарических поверхностей в Северном полушарии для составляющей с зональным волновым числом, равным единице: (а) декабрь — февраль, (б) июль. (Из [807, рис. 2 и 5].)

предполагалось при выводе соотношения (12.9.13), то дивергенция потока равна нулю и волны не оказывают воздействия на среднее течение. (Этот результат известен под названием теоремы Чарни — Дрэзина об отсутствии ускорения [124]. Кроме того, он вытекает из точных (не приближенных) уравнений, полученных из работы [25].) На самом деле из-за нестационарности

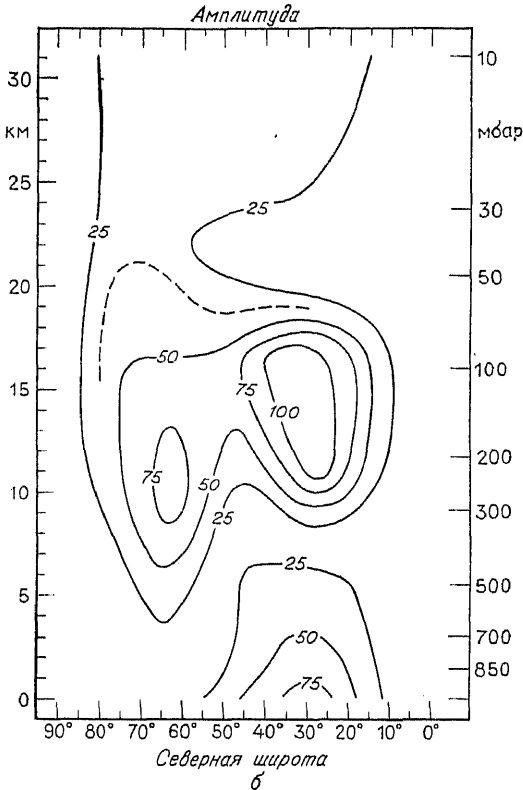


Рис. 12.12 (продолжение).

и влияния диссипации дивергенция не может быть в точности равна нулю. Поэтому расчеты потока Эллиассена — Пальма оказываются полезными для оценки районов, в которых дивергенция определенным образом воздействует на средний поток. Этот метод был использован, в частности, в работе Дюнкетона с соавторами [180], которые моделировали стратосферные потепления и изучали с помощью численной модели протяженность зоны, в которой критические линии выступали как отражающие поверхности.

Для последующего изучения стационарных волн ( $c = 0$ ) соотношение (12.9.9) удобно переписать в форме

$$f_0^2 m^2 / N^2 = \kappa_L^2 - \kappa_H^2, \quad (12.9.15)$$

где  $\kappa_L(y, z_*)$  представляет собой известную характеристику среднего потока, которая (см. [531]) определяется следующим

образом:

$$\kappa_L^2 = \frac{1}{U} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} - \left( \frac{f_0}{2N_* H_s} \right)^2 = \frac{1}{U} \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{N_*^2} \frac{1}{\rho_*^{1/2}} \frac{\partial^2}{\partial z_*^2} (\rho_*^{1/2} U) \right). \quad (12.9.16)$$

Используя формулу (12.9.15), смысл функции  $\kappa_L$  можно истолковать двумя способами. Во-первых, при возмущениях с очень большими длинами волн ( $\kappa_H \rightarrow 0$ ) она определяет величину  $m$ . Во-вторых, она дает предельное значение горизонтального волнового числа, выше которого волновые решения затухают. В гл. 6 и 8 были рассмотрены возможные типы поведения волн в том случае, когда  $\kappa_L^2$  и, следовательно,  $m^2$  является функцией только высоты. В работах ряда исследователей (например, [794, 793]) были выполнены соответствующие расчеты по данным о распределении  $\kappa_L^2$ , характерным для одной отдельной широты (в частности,  $45^\circ$  с. ш.) и средних для зимы условий. В этом случае в тропосфере  $\kappa_L^{-1}$  примерно равно 800 км, с высотой величина  $\kappa_L^{-1}$  растет до значения около 1500 км между высотами 15 и 70 км. При таком распределении  $\kappa_L^{-2}$  можно ожидать, что волны с  $\kappa_H^{-1}$  в пределах от 800 до 1500 км будут отражаться (см. гл. 6 и 8) на высотах около 15 км, в то время как волны с  $\kappa_H^{-1}$ , превосходящим 1500 км, смогут доходить до высот порядка 70 км. Выше этого уровня средние скорости переходят через нуль и волны могут быть здесь поглощены. При ситуациях, в которых возникает отражение волн (см. разд. 6.9), возможны резонансы. Как предполагают Танг и Линдзен [794], они могут играть важную роль в явлении *блокирования*.

В действительности  $\kappa_L$  сильно изменяется и по высоте, и с широтой. В этом случае для объяснения характера реакции атмосферы очень полезным является исследование с помощью метода траекторий лучей (см. разд. 8.12). В работе Кэроли и Хоскинса [392] было показано, что лучи имеют тенденцию отклоняться в направлении градиента  $\kappa_L$ . Поэтому области максимальных  $\kappa_L$  выступают в качестве волновода, а области низких значений  $\kappa_L$  волнами в основном обходятся. В стандартных зимних условиях, в тропосфере на широте  $60^\circ$  с. ш. применительно к волнам с единичным зональным волновым числом этот эффект состоит в сосредоточении волн в двух преобладающих траекториях. Волны, характеризующиеся преимущественно вертикальным начальным распространением, достигают высот 40—50 км, потом отклоняются к экватору и поглощаются в окрестности широты  $20^\circ$ , где происходит смена западных ветров на восточные. Волны, имеющие в начальный момент преимущественно горизонтальное направление движения, локализируются в тропосфере и смещаются к экватору до широты примерно  $10^\circ$ .

Генерация стационарных волн может происходить не только за счет особенностей рельефа (влияние которых на движения планетарного масштаба было впервые рассмотрено в работе Чарни и Эллиассена [125]), но и под действием неадиабатических источников тепла [731]. Расчет их эффектов можно произвести, добавляя, как это было сделано в уравнении (9.13.5), в правую часть формулы (12.8.12) слагаемое, характеризующее влияние плавучести. Кроме того, генерация стационарных волн может происходить и за счет нестационарных возмущений, если они возникают в благоприятных для этого областях (зонах штормов, например) и могут вызывать конвергенцию завихренности (в уравнении (12.8.11) она выступает как вынуждающая сила) или тепла (другая вынуждающая сила в уравнении (12.8.12)). При расчетах конвергенции указанных потоков [433] было показано, что эти эффекты не являются малозначимыми. Принято считать (см. обзоры [733, 169]), что притоки тепла и особенности рельефа с примерно одинаковой эффективностью генерируют зарегистрированные по данным наблюдений стационарные волны. Структура подобных волн, соответствующая зимнему периоду, показана на рис. 12.13. Аналогичные картины для летних условий построены по результатам расчетов в работе [849]. Как показывают расчеты потоков, выполненные в работах [434, 849], стационарные волны создают существенный вклад в зонально осредненные балансы тепла и импульса. Так, явно выраженный на рис. 12.13 подъем линий одинаковой фазы к западу говорит о существовании зимой достаточно сильного потока тепла в сторону полюса (см. разд. 12.7). И действительно, оказывается, что выше поверхности 500 мбар он не уступает по своей величине потоку, связанному с переносом в системе нестационарных вихрей, хотя у земли вклад вихрей все же является более весомым. В летний период поток тепла в системе стационарных волн очень мал. Стационарные волны также создают поток импульса, направленный на запад (см. разд. 12.3) в область струйного течения западного направления. Его величина составляет примерно половину аналогичного потока, переносимого нестационарными вихрями. Зимние потоки примерно в два раза сильнее летних.

Вертикальная структура зарегистрированного по данным наблюдений поля стационарных волн представляет большой интерес. Во внетропических широтах (типичными примерами которых являются разрезы по параллелям  $45^\circ$  с.ш. и  $60^\circ$  с.ш. на рис. 12.13) структура волн имеет «баротропный» характер, так что возмущения совпадают по знаку на всех уровнях (вплоть до высоты поверхности 100 мбар). В тропиках, напротив, структура волн бароклинна, и знаки возмущений на верхних уровнях (скажем, 200 мбар) обычно противоположны знакам возмущений на нижних уровнях. Баротропный характер возмущений

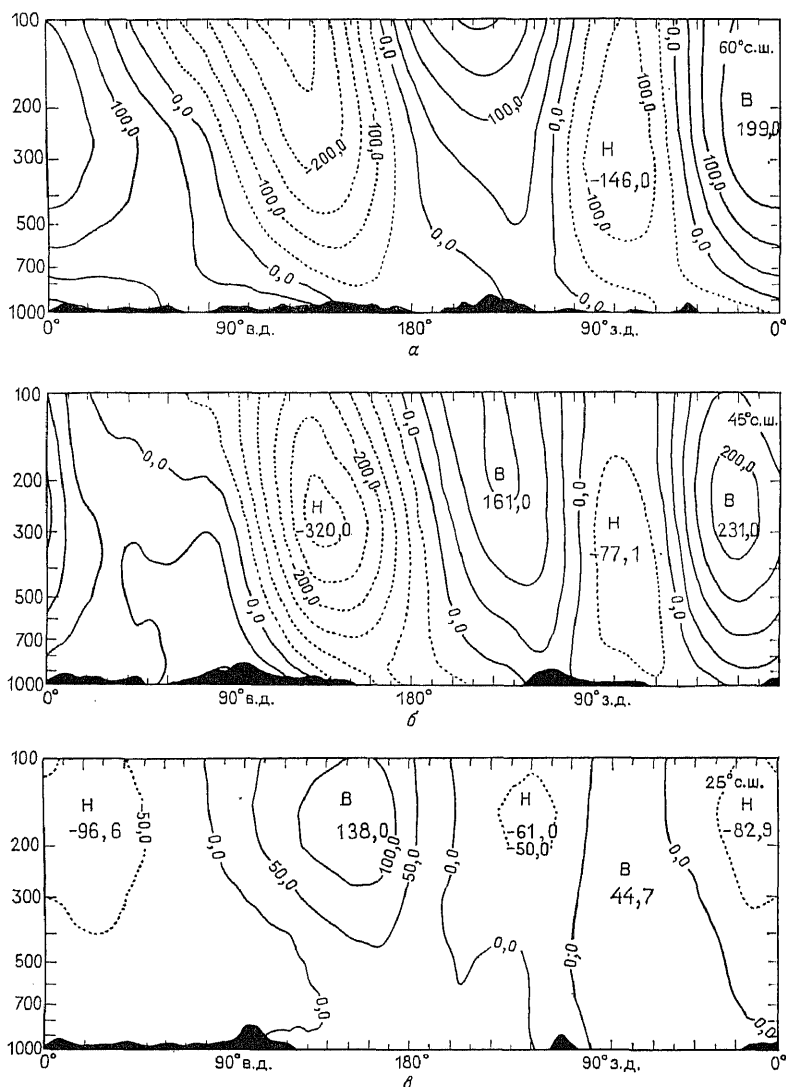


Рис. 12.13. Сечения по долготе и высоте функций, представляющих собой отклонения осредненных по времени геопотенциальных высот от зонально-симметричного распределения. Выполнены вдоль параллелей (а) 60° с. ш., (б) 45° с. ш. и (г) 25° с. ш. Изолинии проведены через 50 м. В нижней части рисунка показан рельеф поверхности. Горизонтальное распределение представлено на рис. 7.8. На рис. (г) показано соответствующее отклонение от зонально-симметричных значений осредненной по времени меридиональной скорости на уровне 300 мбар. Изолинии проведены через 2 м/с. (Из [434, рис. 2а — с и 10б].)



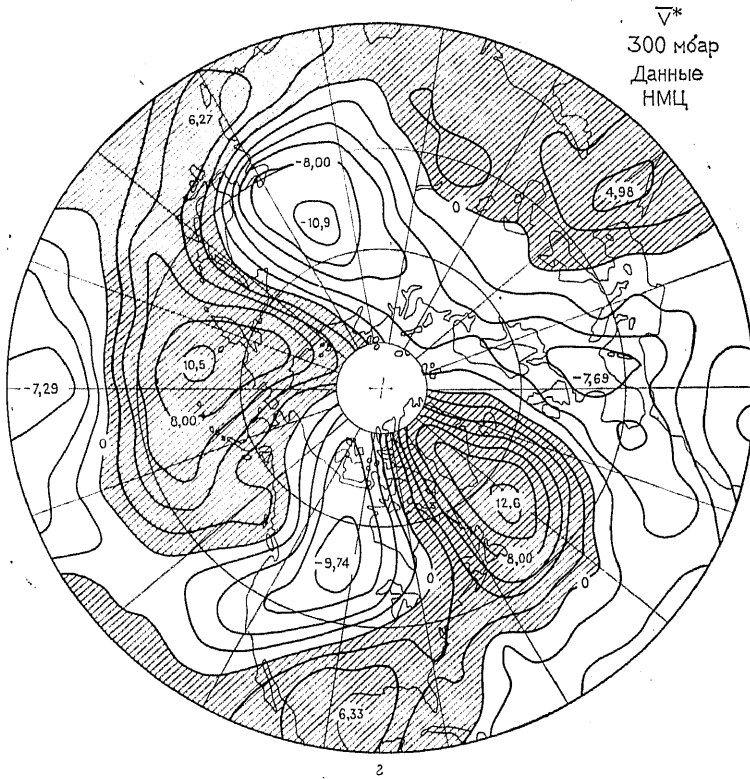
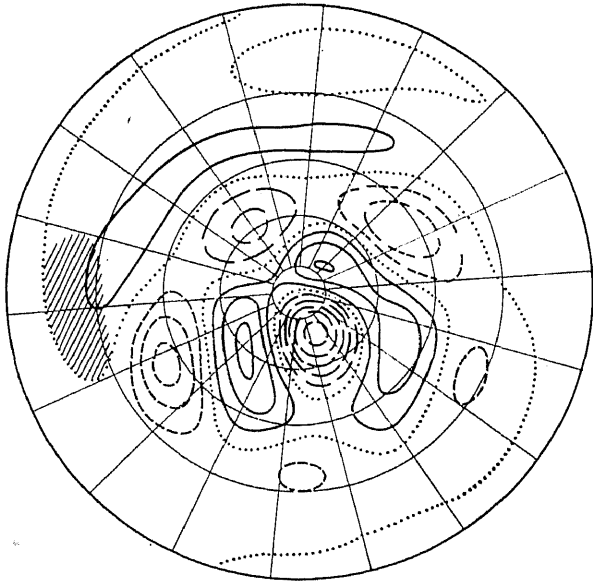


Рис. 12.13(г) (продолж.)

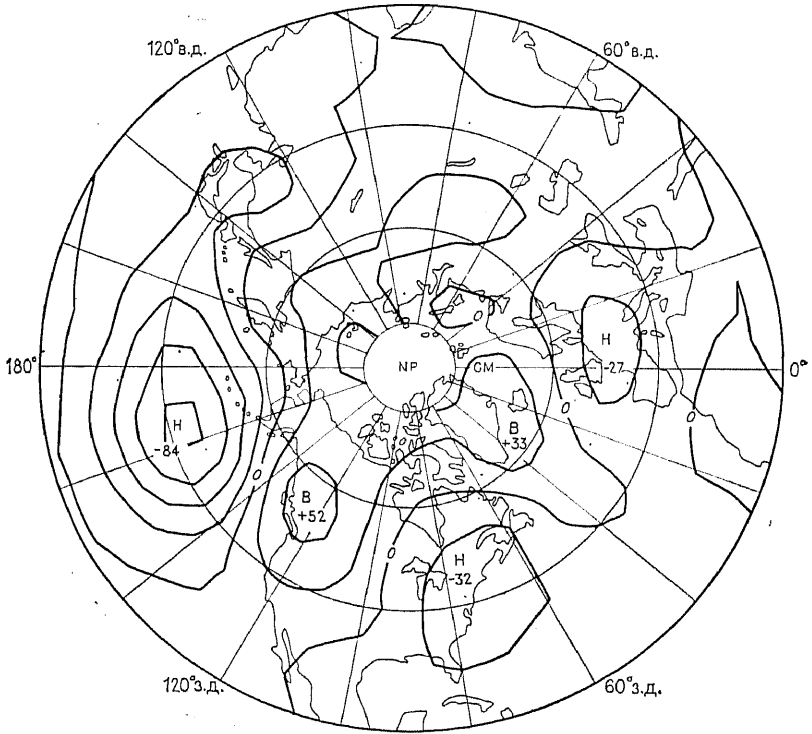
во внетропических районах указывает на то, что при их изучении основное внимание полезно обратить на исследование особенностей распространения возмущений по горизонтали. Полагая в (12.9.15)  $m = 0$  и используя определение (12.9.10), можно получить формулу для изменений с широтой меридионального волнового числа  $l$ :

$$l^2 = \kappa_L^2 - k^2. \quad (12.9.17)$$

Предельное волновое число определяется по соотношению (12.9.16), в котором для согласования с предположением о баротропном характере процесса необходимо пренебречь изменениями  $U$  по  $z$ . Используя данные о ветре на поверхности 300 мбар, Хоскинс и Кэррол [353] обнаружили область больших значений  $\kappa_L$ , соответствующую зональному волновому числу 7, на экваториальной стороне западного струйного течения, центр которого находится на широте  $30^\circ$  с.ш. На обращенной к полюсу стороне течения происходило быстрое уменьшение  $\kappa_L$



a



б

до значений, соответствовавших зональным волновым числам порядка 3—4. Таким образом, волны, распространяющиеся через область западных ветров из зоны тропиков, должны подразделяться на две группы. Первая группа с высокими (4—7) волновыми числами будет сосредотачиваться на южной стороне течения, в то время как волны с более низкими волновыми числами (1—3) будут распространяться до высоких широт за время порядка одной недели. Оказалось, что поведение возмущений зимнего зонального потока, воспроизведенное с помощью пятиуровневной модели атмосферы, обладает теми же свойствами. На рис. 12.14, *а* показаны возмущения высоты поверхности 300 мбар, которые возникают под влиянием протяженного по вертикали источника тепла эллиптической формы (заштрихованная область) с центром на широте  $15^\circ$  с.ш. Преобладает изменчивость, соответствующая траекториям волн с низкими волновыми числами. Высокие уровни энергии возмущений отмечаются в окрестности предельных широт (где  $l=0$ ). Их локализацию можно предсказать, используя метод Лиувилля—Грина, или ВКБ (см. разд. 8.12). В работе [823] приводятся сведения о наблюдениях аналогичного распределения возмущений в реальной атмосфере. Пример такого процесса показан на рис. 12.14, *б*. Известны два процесса подобного типа: «тихоокеанско-североамериканский», связанный с зоной мощной конвекции в юго-восточной Азии, и «западно-атлантический», который возникает как результат притока тепла в конвективной зоне в Южной Америке. Оказывается, что эти зоны конвекции создают реакцию двух типов: бароклинная реакция сосредоточена в пределах тропиков (она обсуждалась в гл. 11), а преимущественно баротропная — в более высоких широтах.

Другим чрезвычайно интересным примером квазистационарного процесса служит явление «блокирования». Оно характеризуется необычно большой продолжительностью постоянных погодных условий (см., например, [662]). Реализация эффекта блокирования продемонстрирована на рис. 12.15, где показаны осредненные за январь 1963 г. высоты изобарической поверх-

Рис. 12.14. (*а*) Отклонения высоты поверхности 300 мбар, вызванные возмущающим зимнее зональное течение Северного полушария глубоким эллиптическим источником тепла на широте  $15^\circ$  с.ш. (заштрихованная область). По результатам расчета на основе линейной пятиуровневой численной модели. Отрицательные изолинии показаны штриховыми линиями, нулевые — пунктирными, а положительные — непрерывными линиями. (Из [353, рис. 3с].) (*б*) Сводная карта аномалий высоты поверхности 700 мбар для пяти зим, которые были холоднее нормы в восточной части США и характеризовались подъемом поверхности 700 мбар в западной части Канады. Это зимы 1960—1961, 1962—1963, 1967—1968, 1969—1970 и 1976—1977 годов. Такое распределение известно как тихоокеанско-североамериканское. Изолинии проведены через 20 м. Отметим, что в отличие от рис. (*а*) картина ограничена параллелью  $20^\circ$  с.ш., а не экватором. (Из [823].)

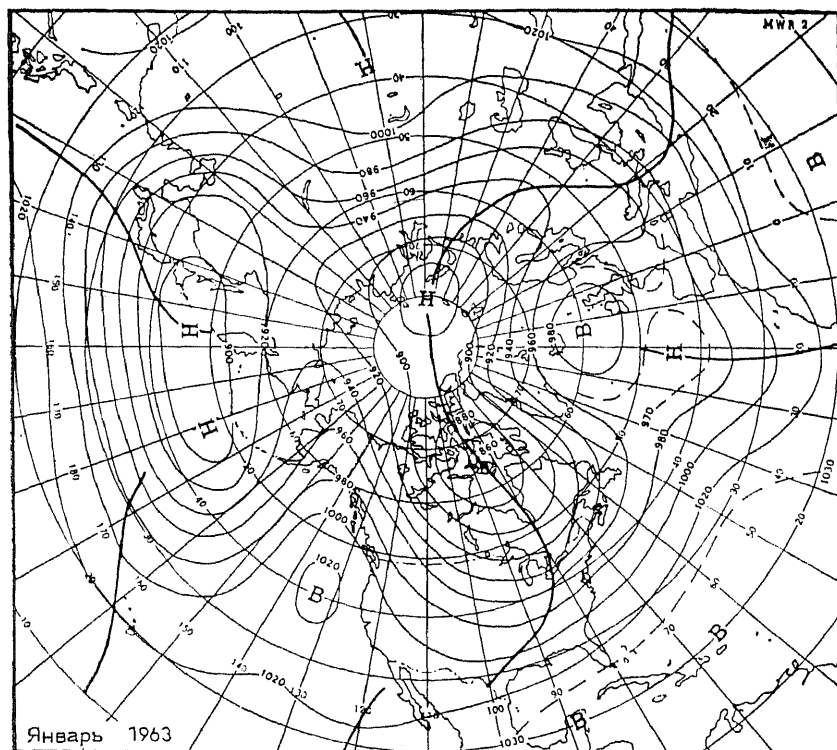


Рис. 12.15. Осредненные изолинии (в десятках футов) высоты поверхности 700 мбар в январе 1963 г. Впадина (отмечена жирными непрерывными линиями) совпадает с областями, где изолинии максимально смещены на юг. Необычность конфигурации состоит в существовании двух зон блокирования, которые связаны с подъемом поверхности и находятся в восточной Атлантике и восточной части Тихого океана. (Из [597].)

ности 700 мбар. Этот месяц отличался исключительными холодами в Северной Америке, Европе и на Дальнем Востоке. На рисунке следует отметить огромные меридиональные смещения изобар. Особенно большие смещения связаны с сильными антициклоническими гребнями над восточными частями Тихого океана и Атлантики. Исследования возбуждения баротропных течений особенностями рельефа [123, 295, 160] показали, что при одной и той же вынуждающей силе возможны два типа стационарной реакции. При первом образуется мощное зональное течение с такими большими скоростями, что рельеф не может генерировать стоячие волны ( $U/\beta$  превосходит квадрат обратного волнового числа). При этом волновое трение, естественно, оказывается слабым, и мощный поток может существовать достаточно долго. Противоположная возможность связана с ге-

нерацией слабо докритического потока, т. е. потока с такими скоростями, которые лишь чуть-чуть меньше значения, допускающего существование стационарных волн. В этом случае возникает очень сильное трение. Оно и оставляет поток докритическим. Вместе с тем, под влиянием изменения вынуждающих сил или за счет случайных внутренних изменений (эффекты других возмущений) ситуации могут переходить из одной в другую. Оказывается, что подобные изменения действительно имеют место в природе. Вторая (докритическая) ситуация очень сильно напоминает реально наблюдавшиеся явления блокирования. Эти явления приобретают очень большое значение в связи с тем, что они могут быть причиной сильных долговременных аномалий погодных условий, которые наблюдались, например, в течении очень холодной зимы 1963 г. (рис. 12.15), когда среднеянварская температура в Варшаве была на  $10^\circ$  ниже нормы [597].

#### 12.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ КВАЗИГЕОСТРОФИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Очень важной задачей, решение которой необходимо для прогнозирования погоды, является определение поля вертикальных движений, т. е. именно той составляющей циркуляции, которую непосредственно измерить невозможно. Большое значение этой проблемы связано с тем, что восходящие движения приводят к образованию осадков и играют существенную роль в развитии фронтов и других явлений. Один из методов расчета вертикальной скорости уже обсуждался в разд. 8.16. Он основан на закономерности, подмеченной в 1928 г. в работе Бранта и Дугласа [95]: в квазигеострофическом течении поле горизонтальной дивергенции определяется *изаллобарическим ветром*, т. е. ветром, совпадающим по направлению с градиентом скорости изменения давления [см. (8.16.7)]. Была разработана соответствующая методика, элементом которой является построение карт скоростей изменения давления. Изолинии на этих картах называются изаллобарами, а области конвергенции связываются с потоками в «изаллобарические минимумы».

Если применить к уравнениям Бранта и Дугласа оператор дивергенции, то в результате получится уравнение потенциальной завихренности (12.8.3) (или (12.8.11)). Поэтому по сути метод этих авторов эквивалентен использованию некоторого уравнения, связывающего  $\omega$  с полем давления. Вместе с тем в разд. 12.8 были выведены не одно, а два уравнения, каждое из которых связывало вертикальную скорость  $\omega$  и возмущение геопотенциала  $\Phi''$  (или возмущение давления  $p'$ ). Это уравнение баланса завихренности и уравнение для функции плавучести

((12.8.4) и (12.8.12)). Информацию о  $w$  можно получить или с помощью любого из них, или из их комбинации. Особенно полезной является такая их комбинация, которая не содержит производных по времени, поскольку при этом о функции  $w$  можно судить, зная поле геопотенциала в один фиксированный момент времени. При последующих преобразованиях мы будем использовать уравнения с учетом сжимаемости воздуха, так как соответствующие уравнения для несжимаемой жидкости из них получаются очень просто — для этого надо положить линейный масштаб  $H_s$  равным бесконечности.

Комбинация, которая не содержит производных по времени, получается при сложении производной уравнения (12.8.11) по  $z_*$  и горизонтального лапласиана от (12.8.12). В результате имеем

$$f_0^2 \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{\partial w_*}{\partial z_*} - \frac{w_*}{H_s} \right) + N_*^2 \left( \frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_*}{\partial y^2} \right) = \beta \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x \partial z} + \text{NL}, \quad (12.10.1)$$

где NL представляет собой вклад нелинейных членов. Последние можно записать несколькими способами [356]. Мы сделаем это несколько позже своим, отличающимся от предыдущих, способом. Уравнение (12.10.1) выведено для функции, эквивалентной вертикальной скорости в изобарических координатах. Обычно эту функцию (см. разд. 7.17) обозначают греческой буквой «омега», и поэтому уравнение (12.10.1) также называется «уравнением для омега-функции». Его приближенный вариант был впервые выведен в работе Сатклиффа [762], автора метода расчета  $w$ , основанного на оценке различий интенсивности дивергенции на нескольких уровнях по высоте. Смысл этого метода состоял в том, что он позволял учесть сильно бароклинные ситуации, многие из которых попросту пропускались при использовании только поверхностных карт изаллобарических полей. В предложенном Сатклиффом варианте уравнения (12.10.1) использовалось двухуровневое приближение.

Более очевидный подход [356] связан с исключением членов  $\partial/\partial t$  непосредственно из квазигеострофических уравнений движения и уравнения для функции плавучести. Так, если вычесть умноженные на  $f_0^{-1}$  производные по  $z_*$  от уравнений (12.2.24) и (12.2.25) (их надо записать через функцию  $\Phi''$ , используя (6.17.17)) из производных от соотношения (12.8.12) по  $x$  и по  $y$  соответственно, то получится

$$N_*^2 \frac{\partial w_*}{\partial x} - f_0^2 \frac{\partial u_a}{\partial z_*} = 2Q_x - \beta y \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial y}, \quad (12.10.2)$$

$$N_*^2 \frac{\partial w_*}{\partial y} - f_0^2 \frac{\partial v_a}{\partial z_*} = 2Q_y + \beta y \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial x}, \quad (12.10.3)$$

где

$$Q_x = \frac{1}{f_0} \left( \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial x} - \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial y} \right) =$$

$$= -\alpha_* g \left( -\frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial \theta''}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial \theta''}{\partial y} \right), \quad (12.10.4)$$

$$Q_y = \frac{1}{f_0} \left( \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial x} - \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi''}{\partial z_* \partial y} \right) =$$

$$= -\alpha_* g \left( \frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial \theta''}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial \theta''}{\partial y} \right). \quad (12.10.5)$$

Гидростатическое соотношение использовалось в виде (6.17.20). Интересная особенность выполненного вывода связана с тем, что вклад в член  $Q_x$  в правой части (12.10.2) дают *оба* исходных уравнения. Кроме того, интересно также и то, что если использовать в уравнениях (12.10.2) и (12.10.3) вертикальную координату  $z_s$ , определяемую формулой (8.8.25) (и соответствующую вертикальную скорость), то в левой части этих уравнений будут стоять горизонтальные компоненты завихренности. Складывая производную уравнения (12.10.2) по  $x$  с производной (12.10.3) по  $y$ , можно получить уравнение (12.10.1), в котором

$$NL = 2(\partial Q_x / \partial x + \partial Q_y / \partial y). \quad (12.10.6)$$

Вектор  $\mathbf{Q}$  можно рассчитать по известным значениям геопотенциала и температуры на заданной изобарической поверхности. Как показали Хоскинс и Педдер [354], дивергенция этого векторного поля дает четкое представление об областях подъема воздуха, где вектора  $\mathbf{Q}$  обнаруживают сходимость. Если обозначить через  $s$  координату, характеризующую расстояние вдоль изотермы (см. разд. 7.10), а через  $n$  — нормаль, так что  $s$ ,  $n$ , и вертикаль образуют правостороннюю систему координат, то для определения  $\mathbf{Q}$  можно будет применить простую формулу

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{k} \times \partial \mathbf{v}_g / \partial s) g \alpha_* \partial \theta'' / \partial n, \quad (12.10.7)$$

где  $\mathbf{k}$  является единичным вектором, направленным вертикально вверх. Таким образом,  $\mathbf{Q}$  пропорционально скорости изменения скорости вдоль изотерм.

На рис. 12.16 показаны две модельные ситуации, соответствующие северному полушарию. В обоих  $\theta''$  равномерно уменьшается по направлению к полюсу, т. е.

$$\theta'' = -Gy. \quad (12.10.8)$$

В первом случае вдоль изотерм будет меняться течение, им *перпендикулярное*. При этом будет возникать агеострофическое движение. Во втором случае оно будет возникать, когда вдоль изотерм будет изменяться течение, им *параллельное*.





*Модель А.* Этот пример характеризует развитие циклона, в котором

$$\Phi'' = -\alpha_* g G y z_* - \Phi_0 \exp(-x^2/L^2). \quad (12.10.9)$$

В этом случае вектор  $\mathbf{Q}$  направлен вдоль оси  $x$  и определяется соотношением

$$Q_x = \alpha_* g G \partial v_g / \partial x = 2\alpha_* g f_0^{-1} L^{-2} G \Phi_0 (1 - 2x^2/L^2) \exp(-x^2/L^2). \quad (12.10.10)$$

Векторы «смотрят» на район с максимальными значениями скоростей, направленных в холодную область. В них, как показывает рис. 12.16, и происходит подъем воздуха. Отметим следующее обстоятельство. Несмотря на то что горизонтальная составляющая скорости направлена в область холода, восходящие вертикальные движения направлены в сторону более высоких значений потенциальной температуры. Для того, чтобы при реально имеющих место углах восхождения поток все же двигался в область холода (при этом (см. разд. 7.8) должна высвободиться доступная потенциальная энергия), необходимо, чтобы угол подъема был меньше угла наклона изэнтропических поверхностей. Движения, возникающие за счет доступной потенциальной энергии, рассматриваются в гл. 13.

*Модель Б.* Этот пример соответствует ситуации, когда образуется фронт. Геострофическое течение способствует сближению изотермы. Предположим, что

$$\Phi'' = -\alpha_* g G y z_* - x F(y),$$

так что

$$f_0 u_g = x F'(y), \quad f_0 v_g = -F(y). \quad (12.10.11)$$

Вектор  $\mathbf{Q}$  теперь направлен перпендикулярно изотермам и определяется следующим образом:

$$Q_y = -\alpha_* g G \partial u_g / \partial x = -\alpha_* g f_0^{-1} G F'(y). \quad (12.10.12)$$

Эта ситуация при функции

$$F(y) = F_0 (y/L + (1 + (y/L)^2)^{1/2}), \quad (12.10.13)$$

соответствующей замедлению и расхождению направленной в теплую область струи, показана на рис. 12.16, б. На большом расстоянии вверх по потоку, где движение превращается в плоское,  $\mathbf{Q}$ -векторы становятся однородными. В то же время на больших расстояниях вниз по потоку и скорости течения, и  $\mathbf{Q}$ -векторы уменьшаются до нуля. При этом дивергенция поля  $\mathbf{Q}$ -вектора и связанные с ней вертикальные движения сконцентрированы у линии  $y = 0$  (на рисунке она обозначена как «область восходящих движений»).

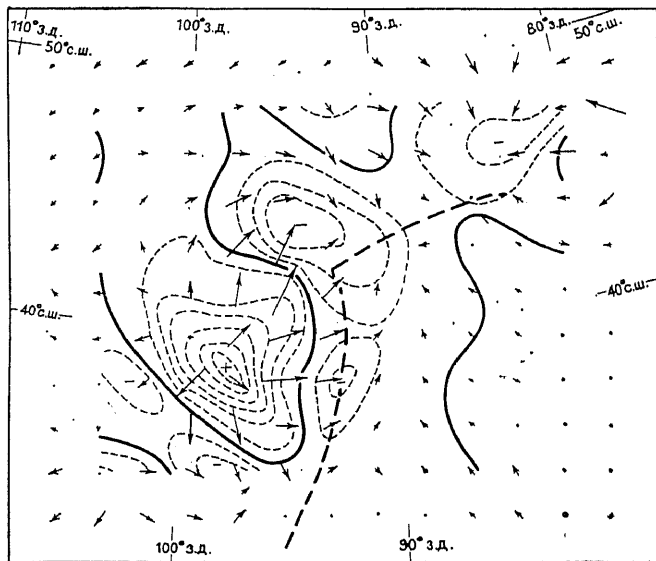
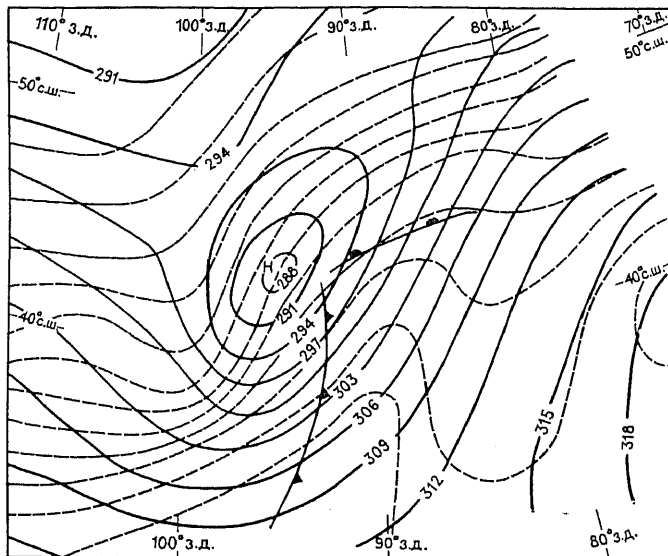


Рис. 12.17. (а) Карта анализа высоты поверхности 700 мбар для срока 00 (по Гринвичу) 10 ноября 1975 г. Изолинии высот проведены через 30 динамических метров, изотермы — через 2°. Показаны положения фронтов на поверхности Земли. (б) Q-векторы (стрелки) и изолинии дивергенции поля вектора Q (нулевая изолиния проведена сплошной линией) для ситуации, показанной на рис. (а). (Из [354].)

В действительности в природе возникают обе рассмотренные ситуации. Их можно увидеть, в частности, на рис. 12.17, *а*, демонстрирующем карту анализа поверхности 700 мбар для срока 00.00 по Гринвичу 10 ноября 1975 г. В это время над центральной областью западной части Северной Америки развивался сильный шторм. На рис. 12.17, *а* показано положение фронтов, а на рис. 12.17, *б* распределение  $Q$ -векторов. К северо-востоку от центра циклона отмечается область восходящих движений. Здесь, как и в модели А, обнаруживается мощная струя воздуха, направленная в область холода. И напротив, к юго-западу от центра образования имеется область опускания, совпадающая со струей воздуха, устремленной в теплую зону. На холодном фронте эта струя испытывает расхождение (как в модели Б), и вдоль фронта возникают восходящие движения.

## Глава 13

# Неустойчивость, фронты, общая циркуляция

### 13.1. ВВЕДЕНИЕ

Представления Галлея [284] о характере атмосферной циркуляции с подъемом теплого воздуха в тропиках и опусканием более холодного воздуха в более высоких широтах были, по видимому, основаны на известных в то время закономерностях, присущих невращающимся жидкостям. Вместе с тем в невращающейся системе зонально симметричное распределение источников и стоков тепла не приводит к движению на восток или на запад и в этом и состоит основной недостаток схемы Галлея. Значение вращения позднее было осознано Гадлеем [283], который продемонстрировал, что принцип сохранения момента количества движения позволяет объяснить существование направленной на восток составляющей пассатов (хотя в своих построениях он ошибочно исходил из закона сохранения не углового момента, а угловой скорости). Последующее развитие моделей циркуляции обсуждалось в работе Лоренца [485]. В девятнадцатом веке были предприняты большие усилия по построению моделей, которые позволяют качественно правильно воспроизвести поверхностные распределения и в общем соответствуют положениям, выдвинутым Гадлеем. В работе Веттина 1857 г. [814] (см. [221]) был предложен существенно иной подход, в котором циркуляция атмосферы моделировалась с помощью вращающегося сосуда, в качестве рабочей жидкости был использован воздух, а движение генерировалось с помощью источников и стоков тепла (таких как лед). Несмотря на перспективность этого подхода он был развит лишь спустя примерно сто лет.

Основным препятствием развитию этого подхода было отсутствие представления о неустойчивости и связанных с ней нестационарных и неосесимметричных движениях, исследованных позже. В 1888 г. Гельмгольц [317] уже знал, что неустойчивость может играть важную роль, но наибольшее значение он придавал тому ее виду, который приводит к развитию облачности и тем самым способствует вертикальному перемешиванию. Позднее в 1937 г. Бьеркнес [67] (см. [485]) использовал идею о неустойчивости и получил картину циркуляции, которая очень хорошо согласуется с современными представлениями. Он пришел к выводу, что циркуляция будет существенно отличаться

от зонально симметричной, если вынуждающие силы, с одной стороны, генерируют подобную зонально-симметричную циркуляцию, а она, с другой стороны, оказывается неустойчивой к малым возмущениям, являющимся функциями долготы. В этом случае наблюдаемая циркуляция должна содержать полностью развитые возмущения, которые принимают форму циклонов и антициклонов.

Математическое описание неустойчивости, которое воспроизводило развитие циклонов, было развито в работах Чарни в 1947 г. [118] и Иди в 1949 г. [182], обсуждаемых в разд. 13.4 и 13.3. Изучавшийся в указанных работах процесс носит название бароклинной неустойчивости, а источником энергии возмущений в этом случае служит доступная потенциальная энергия (см. разд. 7.8) исходного зонально симметричного течения. Вместе с тем, простое наличие доступной потенциальной энергии еще не означает неустойчивости. Об этом свидетельствует, в частности, контрпример из разд. 13.2. Для того, чтобы неустойчивость была действительно возможной, нужны определенные условия, о которых говорится в разд. 13.5.

Другим типом неустойчивости, представляющим интерес для геофизики, является так называемая баротропная неустойчивость. Источники ее энергии связаны с неоднородностью среднего потока по горизонтали. Приведенный в разд. 13.6 пример этого процесса основан на исследовании неустойчивости плоскопараллельного течения, выполненном в 1880 г. Рэлеем [655]. Несмотря на то что эта задача непосредственно касается проблемы баротропной неустойчивости, математические выкладки разд. 13.6 очень близки к выкладкам из разд. 13.3 при изучении задачи Иди.

Теории неустойчивости в основном касаются только начальной стадии развития малого возмущения, в то время как роль вихрей в общей циркуляции зависит от их влияния на протяжении всего жизненного цикла возмущения. Цикл жизни бароклинного возмущения обсуждается в разд. 13.9 на основе модели, характеризующей циркуляцию атмосферы. Вихри (т. е. циклоны и антициклоны) переносят тепло в направлении полюса, что можно ожидать, исходя из того обстоятельства, что они поглощают доступную потенциальную энергию среднего течения. Одновременно они переносят к полюсу зональную составляющую импульса, что возможно связано с распространением планетарных волн от зоны неустойчивости вверх и к экватору и их поглощением на экваториальной стороне струйного течения. В соответствии с требованием баланса углового момента импульса вихревой перенос импульса оказывает непосредственное воздействие на распределение ветра на подстилающей поверхности. Эти вопросы обсуждаются в разд. 13.10. Кроме того, там же рассматриваются и другие аспекты задачи о циркуля-

ции. Важная черта циркуляции состоит в том, что зональное течение находится в состоянии, близком к гидростатическому и геострофическому равновесию, как это установил в 1859—1860 гг. Феррел [207] (см. разд. 7.6).

Разд. 13.7 посвящен бароклинным вихрям в океане. Как и в атмосфере, вихри являются яркой особенностью океана. Несмотря на то, что их динамика сходна с аналогами в атмосфере, горизонтальные размеры вихрей в океане составляют примерно десятую часть размеров атмосферных вихрей (100 км вместо 1000 км), а по временным масштабам значительно превосходят атмосферные. Очень большой интерес вызывает и другое явление — фронты. В атмосфере они обычно связаны с развивающимися бароклинными возмущениями. Один пример фронта, образующегося в ходе нелинейного развития волны Иди, рассмотрен в разд. 13.8.

### 13.2. СВОБОДНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

В гл. 7 было установлено, что в процессе адаптации вращающаяся жидкость переходит не к состоянию покоя, а к состоянию геострофического равновесия, характеризующемуся наличием потенциальной энергии, которая может переходить в другие формы энергии. Представляется очень интересным исследовать поведение малых возмущений этого равновесного состояния и определить, позволяют ли особенности динамики возмущений черпать энергию из доступной потенциальной энергии. Если ответ положительный, то подобные возмущения должны самопроизвольно возрастать и превращаться в важные элементы течения. Если ответ отрицательный, то поведение возмущений будет по-прежнему представлять интерес, поскольку очень полезно понять причины, по которым потенциальная энергия *не может* высвободиться.

Изначально задача будет рассмотрена в случае с постоянной угловой скоростью вращения системы ( $f$ -плоскость). Усложнениями, связанными с  $\beta$ -эффектом, будем пренебрегать. Предположим, что жидкость достигла такого равновесного состояния, в котором температура  $\Theta$  имеет одинаковый градиент и по  $y$  (горизонталь), и по  $z_*$  (вертикаль). Ось  $y$  удобно выбрать направленной на север, что связано не с учетом  $\beta$ -эффекта, а с выбором градиента температуры. Существование этого градиента приводит к появлению доступной потенциальной энергии (см. разд. 7.8), которая может быть реализована, если изотермы можно сделать горизонтальными.

В соответствии с соотношением термического ветра (7.7.10) составляющая скорости  $U$  по оси  $x$  имеет постоянный сдвиг по вертикали, определяемый горизонтальным градиентом тем-

пературы:

$$f \, dU/dz_* = -\alpha_* g \, \partial\theta/\partial y, \quad (13.2.1)$$

где  $f$  — параметр Кориолиса,  $g$  — ускорение свободного падения, а  $\alpha_*$  — эффективный коэффициент расширения, определяемый формулой (6.17.21). Жидкость предполагается несжимаемой (масштаб  $H_s$  равен бесконечности), в качестве координаты по вертикали используется логарифм давления и рассматриваются только квазигеострофические процессы.

Уравнения, которым удовлетворяют малые возмущения выбранного начального состояния, приведены в разд. 12.9. В рассматриваемой задаче, когда  $\beta = 0$ , а производная  $dU/dz_*$  и частота  $N_*$  постоянны, они имеют особенно простую форму. Действительно, уравнения (12.9.1) и (12.7.2) упрощаются следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial y^2} + \frac{f^2}{N_*^2} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z_*^2} = 0. \quad (13.2.2)$$

Если вместо координаты  $z_*$  использовать растянутую вертикальную координату  $z_s = N_* z_*/f$  (см. (8.8.25)), то получится уравнение Лапласа. Оно имеет решения в виде волны по времени и горизонтальным координатам:

$$\Phi' = \Phi_0 \sin ly \sin [k(x - ct)] \exp(-z_*/H_R), \quad (13.2.3)$$

где  $(k, l)$  — вектор горизонтального волнового числа,  $c$  — фазовая скорость возмущения в направлении оси  $x$  (т. е. в направлении изотерм на поверхности). Решение затухает по высоте с масштабом Россби  $H_R$  (см. (8.7.22)), который задается в виде

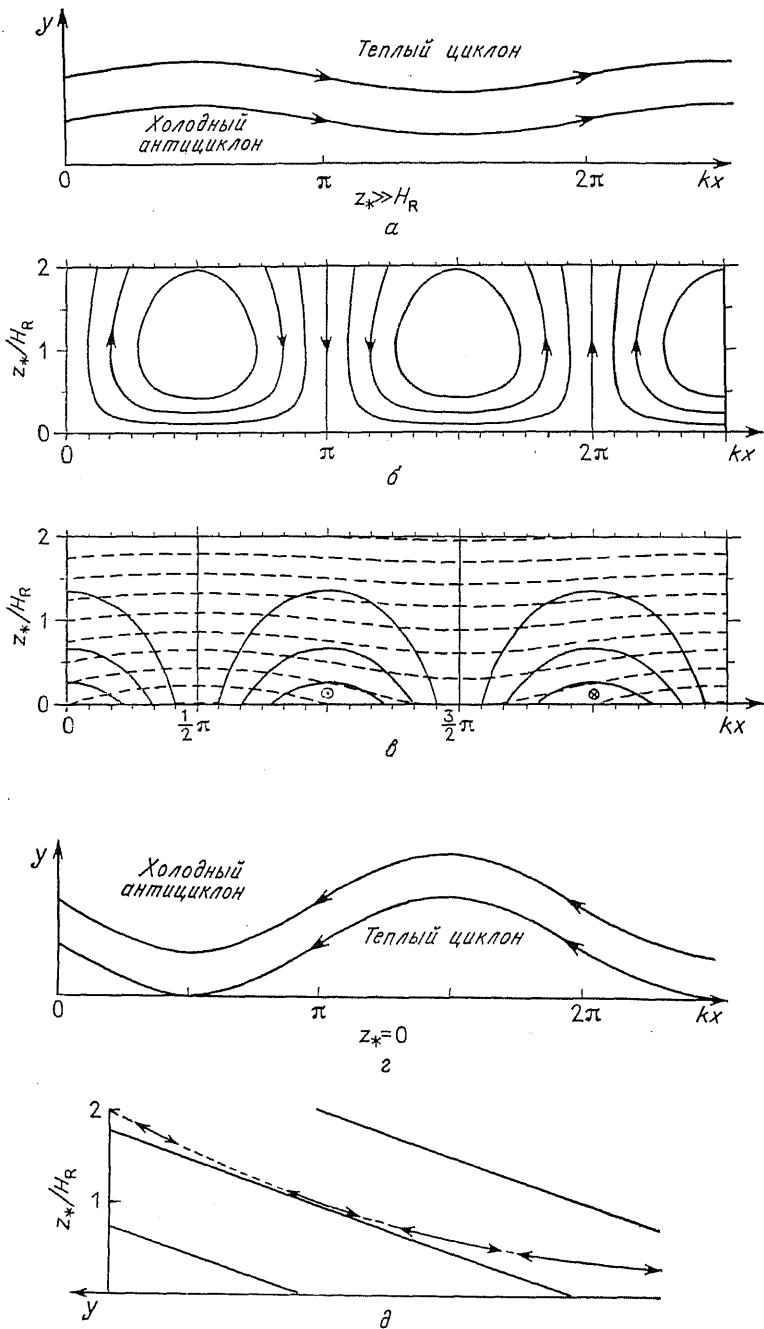
$$H_R = f/N_* \kappa_H, \quad (13.2.4)$$

где  $\kappa_H = (k^2 + l^2)^{1/2}$  — амплитуда вектора горизонтального волнового числа. Соответствующее возмущение потенциальной температуры  $\theta$  может быть найдено с помощью соотношения гидростатики (6.17.20), т. е.

$$\alpha_* g \theta = \partial \Phi' / \partial z = -\Phi' / H_R. \quad (13.2.5)$$

Таким образом, для возмущений, которые затухают с ростом высоты, *высокие* значения геопотенциала (и, следовательно, высокие значения давления на поверхностях равных высот) будут ассоциироваться с низкими температурами (*холодом*), а *низкие* значения давления — с *теплом*. Линии равных фаз в данном примере строго вертикальны.

Уравнение Лапласа не имеет решений, характеризующихся волновым поведением во всех направлениях. Поэтому единственно возможной формой волны в данном случае является захваченная у границы «поверхностная» волна (наподобие поверхностной гравитационной волны в глубоководной области).





Ее существование возможно только при выполнении соответствующих условий на поверхности. На границе  $z_* = 0$  должно удовлетворяться условие  $w_* = 0$ . При этом уравнение для температуры (см. (12.9.6)) дает:

$$(\partial/\partial t + U \partial/\partial x)\theta + v \partial\theta/\partial y = 0 \quad \text{при } z_* = 0, \quad (13.2.6)$$

где  $v$  — компонента возмущения скорости в направлении  $y$ . Используя для  $v$  формулу (12.9.3) и выражая  $\Phi'$  через  $\theta$  с помощью формулы (13.2.5), получим уравнение

$$\partial\theta/\partial t + (U(0) + H_R dU/dz_*)\partial\theta/\partial x = 0 \quad \text{при } z_* = 0. \quad (13.2.7)$$

Оно показывает, что волна распространяется со скоростью  $c$ , равной

$$c = U(0) + H_R \partial U/\partial z_* \quad (13.2.8)$$

и совпадающей со скоростью ветра на высоте масштаба Россби, т. е. на высоте, где давление меньше поверхностного в  $e$  раз. Этот уровень, на котором фазовая скорость волны равна скорости ветра, называется *уровнем ведущего потока*.

Структура пограничной волны в стационарной относительно волны системе координат показана на рис. 13.1. На уровне земли линии тока синусоидальны. В областях максимальных откло-

Рис. 13.1. Свойства волны, захваченной в окрестности горизонтальной границы в течения с постоянным сдвигом скорости в однородно вращающемся окружении. В плоскости  $(y, z)$  изотермы (сплошные линии на рис. (д)) имеют одинаковый наклон. (а) Линии тока (которые совпадают с изобарами и изотермами) в горизонтальной плоскости для потока, рассматриваемого относительно волны на больших высотах, где возмущение мало. Высокие значения давления (или большой геопотенциал) на всех высотах связаны с холодным воздухом. Его охлаждение объясняется смещением вверх. (б) Линии тока агеострофического течения (т. е. возмущения потока) в плоскости  $(y, z)$ . Восходящие движения связаны с потоком в сторону холода в том смысле, что существует горизонтальная составляющая вдоль оси  $y$ , т. е. в том направлении, где средняя температура на данном уровне меньше (см. разд. 12.10). (в) Изолинии  $v$ ,  $y$ -составляющей скорости (сплошные линии) и потенциальной температуры (штриховые линии) в плоскости  $(x, z_*)$ . Там, где воздух самый теплый (изотермы сильнее всего опущены вниз) течение в сторону полюса отсутствует. В зоне максимальных меридиональных скоростей возмущение температуры равно нулю. Поэтому в целом меридиональный перенос тепла равен нулю. (г) Поверхностные линии тока относительно волны. При восточном ветре высокое давление (с максимальным смещением линий тока к экватору) связано с холодным воздухом. Пониженные значения температуры объясняются смещением частиц воздуха к экватору. (д) Траектории частиц (стрелки) в плоскости  $(y, z_*)$  относительно изолиний потенциальной температуры (наклонные сплошные линии). У земли, где амплитуды возмущений велики, наклон траектории меньше наклона изотерм, и смещенный к экватору воздух оказывается холоднее окружающего. На высотах, где амплитуды малы, наклон траекторий частиц оказывается более крутым, чем наклон изотерм. Поэтому при отклонении в сторону экватора воздух довольно сильно опускается вниз и оказывается теплее окружающего.

нений к полюсу температура воздуха превосходит среднеширотную. В соответствии с (13.2.5) поверхностное давление здесь понижено, что может согласоваться с картиной линий тока только в том случае, когда поток направлен на запад, как на рис. 13.1, г. На уровне ведущего потока среднее течение относительно волны отсутствует, так что к востоку от области низкого давления течение направлено в сторону холода, а к западу от этой области точно в направлении теплой области (т. е. вдоль среднего горизонтального градиента температуры). Это совпадает с ситуацией, характерной для модели А из разд. 12.10. Соответственно, восходящие движения можно ожидать в струе воздуха, текущей в область холода, а опускание воздуха — в струе, направленной к теплой зоне. Так на самом деле и бывает. Подставляя в (12.9.6) формулу (13.2.3) и (13.2.8) при  $c = 0$ , получаем для  $w_*$  следующее выражение:

$$w_* = \Phi_0 N_*^{-2} k (\partial U / \partial z_*) \sin ly \cos kx (z_*/H_R) \exp(-z_*/H_R). \quad (13.2.9)$$

Линии тока агеострофических потоков в вертикальной плоскости, ориентированной с запада на восток, показаны на рис. 13.1, в; они получены интегрированием выражения (13.2.9) по  $x$ . На рис. 13.1, с показаны изотермы (пунктир) и изолинии меридиональной скорости в указанной плоскости. В точках, где изотермы опущены наиболее низко, воздух максимально нагрет, а меридиональная скорость равна нулю. На рис. 13.1, е можно видеть траектории частиц в меридиональной плоскости. Их можно рассчитать по формуле, получающейся из (13.2.9), (12.9.3) и (13.2.3):

$$\frac{w_*}{v} = \frac{fz_*}{N_*^2 H_R} \frac{dU}{dz_*} = - \frac{z_*}{H_R} \frac{\partial \Theta / \partial y}{\partial \Theta / \partial z_*}. \quad (13.2.10)$$

Последнее равенство вытекает из определения  $N_*^2$  (6.17.24). Отсюда следует, что ниже уровня ведущего потока траектории являются более пологими, чем изотермы, а выше этого уровня — более крутыми. Из-за того, что выше уровня ведущего потока траектории имеют больший наклон, чем изотермы, смещенные к полюсу частицы оказываются более холодными, чем окружающий воздух (это видно из рис. 13.1, а, в).

Аналогичный анализ можно привести и для волны, распространяющейся на горизонтальной поверхности разрыва  $N_*^2$ . Если область более высоких значений  $N_*^2$  находится выше раздела, то представленная картина может некоторым образом отображать ситуацию, характерную для *тропопаузы*. Аномалия геопотенциала  $\Phi'$  на границе непрерывна и уменьшается с расстоянием от нее по экспоненте. Отсюда вытекает, что возмущение температуры на границе раздела меняет знак и, следовательно, является разрывным! Возможно, это объясняется тем,

что на поверхности раздела скачком меняется наклон изотерм, а траектории частиц в меридиональной плоскости лежат между сторонами угла, образованного пересекающимися изотермами. Если значение  $N_*$  выше поверхности раздела значительно превосходит значение в нижней области, то тропопауза ведет себя как твердая граница. Решение имеет вид как на рис. 13.1, но соответствующие знаки функций  $w_*$ ,  $v$ ,  $z_*$ ,  $U$  и  $\Phi'$  надо изменить в нем на противоположные, а знаки  $\theta$  и  $x$  оставить без изменения.

В том случае, когда граница имеет наклон вдоль оси  $y$ , возникает другой вариант решения. Если на границе имеется градиент температуры, то волны распространяются относительно потока. Решение напоминает полученное выше (более удобно выражать его не через  $dU/dz_*$ , а через градиент температуры вдоль границы  $(\partial\theta/\partial y)_y$ ) даже в том случае, когда изотермические поверхности горизонтальны, а граница наклонна. Волны, возникающие в таких условиях, изучались в работе [663], причем не только для квазигеострофического случая, но и применительно к частотам, не малым относительно  $f$ .

Приведенное выше решение (оно показано на рис. 13.1) интересно тем, что воспроизводимые им возмущения *не возрастают*, несмотря на возможность черпать доступную потенциальную энергию среднего потока. По определенным причинам динамические ограничения не дают источнику энергии возможность передать ее возмущениям. Исследование этих ограничений представляет большой интерес. Непосредственное отношение к этому вопросу имеет рис. 13.2, который напоминает об определении доступной потенциальной энергии (см. разд. 7.8) на примере с наклонными изотермами (рис. 13.2, а). Для простоты предполагается, что система состоит из шести показанных на рисунке наклонных слоев. Их центры тяжести показаны точками. Векторы смещения центров тяжести, а также их новое положение, при котором слои имеют конфигурацию с минимальной потенциальной энергией, показаны на рис. 13.2, б. Из него видно, что высвобождение доступной потенциальной энергии связано с перемещением тяжелой (холодной) жидкости к экватору и легкой (теплой) жидкости — к полюсу.

В рассмотренном выше волновом решении вследствие динамических ограничений этот процесс произойти не может. Осредненный по длине волны поток тепла в сторону полюса пропорционален

$$\overline{v\theta} = \frac{1}{f} \overline{\frac{\partial\Phi'}{\partial x}} \theta = \frac{1}{\alpha_* g f} \overline{\frac{\partial\Phi'}{\partial x}} \frac{\partial\Phi'}{\partial z_*}, \quad (13.2.11)$$

где черта сверху обозначает осреднение вдоль оси  $x$  по длине волны. Однако, это выражение должно быть тождественно равно нулю на всех уровнях. Действительно, поскольку в соответ-

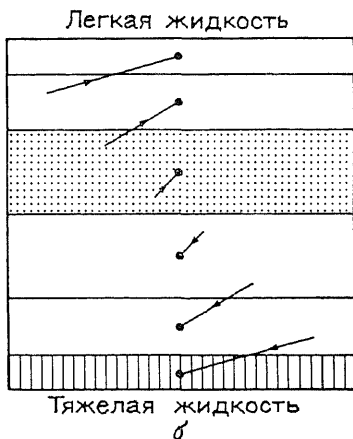
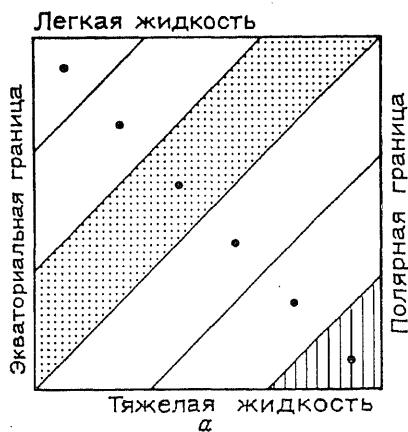


Рис. 13.2. Отклонения, связанные с приспособлением жидкости из состояния с наклонными линиями равных потенциальных температур (а) до состояния с горизонтальными изотермами и минимумом потенциальной энергии (б). Жидкость состояла из шести слоев, каждый из которых считался однородным. Точками показаны центры тяжести этих слоев, а стрелки на (б) показывают смещения этих центров, необходимые для достижения состояния с минимумом потенциальной энергии. Тяжелая (холодная) жидкость движется вниз и в сторону экватора, а то время как легкая (теплая) жидкость смещается вверх и к полюсу. Соответственно, возникает суммарный поток тепла к полюсу. Для наглядности один из слоев заштрихован, а другой отмечен точками.

ствии с соотношением (13.2.5)  $\theta$  пропорционально  $\Phi'$ :

$$\begin{aligned} \overline{v\theta} &\sim \overline{\Phi' \partial \Phi' / \partial x} = \\ &= \overline{\partial \left( \frac{1}{2} \Phi'^2 \right) / \partial x} = 0. \end{aligned} \quad (13.2.12)$$

Таким образом, к полюсу тепло не переносится и энергия не освобождается.

Для того, чтобы избежать ограничений, следующих из (13.2.5), необходимо, чтобы поля  $v$  и  $\theta$  имели относительный сдвиг фаз. Это может произойти в различных ситуациях. Первый случай связан с задачей о возмущении, сосредоточенном между двумя горизонтальными границами (или между поверхностью и тропопаузой). Он рассмотрен в знаменитой работе Иди в 1949 г. [182]. Задача имеет два решения, одно из которых затухает с расстоянием от верхней границы, а другое — с расстоянием от нижней поверхности. Если две границы слоя удалены на расстояние порядка многих масштабов высоты Россби, то волны у каждой из поверхностей влияют друг на друга очень слабо и новые эффекты не возникают. Для того, чтобы взаимодействие волн было сильным и они заметно влияли друг на друга,

высота Россби в модели должна быть сравнима с высотой тропопаузы (обратное волновое число должно быть сравнимо с радиусом Россби, рассчитанным по высоте тропопаузы, и равным произведению  $N/f$  на высоту тропопаузы, равному примерно 1000 км). Сдвиг фаз может иметь разные знаки, что зависит от взаимного расположения волн на верхней и нижней границах. Тот знак, при котором высвобождение потенциальной энергии является возможным, можно найти с помощью последнего выражения в формуле (13.2.11). Если линии равных фаз наклонены вниз к востоку (как например, на рис. 12.10), то  $\Phi'$  одновременно возрастает и по оси  $x$ , и по оси  $z_*$ . Поток тепла к полюсу при этом положителен. В разд. 13.3 показано, что две волны, которые могут сосуществовать, имея такой сдвиг фаз, должны самопроизвольно расти. И наоборот, если сдвиг фаз соответствует опусканию линий равных фаз к западу, то возмущения затухают.

### 13.3. БАРОКЛИННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ: ЗАДАЧА ИДИ

Теперь мы снова рассмотрим задачу из разд. 13.2, но с учетом верхней границы, образуемой тропопаузой. Для упрощения математических выкладок возьмем предельный случай с большими значениями  $N_*^2$  над тропопаузой, так что верхняя граница при этом поведет себя как твердая стенка. Выберем точку отсечения  $z_* = 0$  в потоке на половине расстояния между границами, которые будут иметь координаты  $z_* = \pm H$ , и воспользуемся симметрией задачи. Средний поток зададим в виде

$$U = z_* dU/dz_*, \quad (13.3.1)$$

где постоянная  $dU/dz_*$  удовлетворяет (13.2.1). Решение уравнения (13.2.2) для возмущений с фиксированным горизонтальным волновым числом  $\kappa_H$  можно теперь представить в форме

$$\Phi' = A(x, y, t) \operatorname{sh}(z_*/H_R) + B(x, y, t) \operatorname{ch}(z_*/H_R), \quad (13.3.2)$$

где  $H_R$  задано в виде (13.2.4). Условие отсутствия вертикальных движений на границе, которое приводит к соотношению (13.2.6) для температуры, теперь будет применено на двух границах  $z_* = \pm H$ . С помощью (12.9.6) при  $\omega_* = 0$  его можно представить также в терминах функции  $\Phi'$ . Подставляя в это уравнение выражение (13.3.2) и приравнявая к нулю отдельно четные и нечетные составляющие полученного уравнения, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{dU}{dz_*} \left( H \operatorname{th} \frac{H}{H_R} - H_R \right) \frac{\partial B}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{dU}{dz_*} \left( H \operatorname{cth} \frac{H}{H_R} - H_R \right) \frac{\partial A}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (13.3.3)$$

Существуют решения с  $A$  и  $B$  пропорциональными

$$\cos ly \exp [ik(x - ct)], \quad (13.3.4)$$

где скорость волны  $c$  определяется следующим образом:

$$c^2 = (dU/dz_*)^2 [H \operatorname{th}(H/H_R) - H_R] [H \operatorname{cth}(H/H_R) - H_R]. \quad (13.3.5)$$

Так выглядит один из полученных Иди результатов.

В пределе, когда расстояние между границами много больше высоты Россби, т. е.  $H \gg H_R$  (как показывает (13.2.4), это соответствует *коротковолновому пределу*), обе функции  $\operatorname{th}$  и  $\operatorname{cth}$  стремятся к единице, и (13.3.5) дает:

$$c \approx \pm (dU/dz_*)(H - H_R). \quad (13.3.6)$$

Иначе говоря, скорость  $c$  равна при этом скорости ветра на расстоянии от границы, равном одному масштабу высоты Россби. Таким образом, решение воспроизводит пограничные волны из разд. 13.2.

В *длинноволновом пределе*, когда  $H \ll H_R$  (т. е. расстояние между границами составляет лишь малую часть высоты Россби), из (13.3.5) следует, что

$$c^2 \approx -\frac{1}{3} H^2 (dU/dz_*)^2, \quad (13.3.7)$$

т. е. значение  $c$  становится чисто мнимым. В целом, если выразить  $c$  в виде суммы действительной  $c_r$  и мнимой  $c_i$  составляющих,

$$c = c_r + ic_i, \quad (13.3.8)$$

то амплитуды  $A$  и  $B$  меняются в соответствии с (13.3.4) как

$$\cos ly \exp [ik(x - c_r t)] \exp (kc_i t). \quad (13.3.9)$$

Если значение  $c_i > 0$ , то возмущения самопроизвольно растут. Если  $c_i < 0$ , то возмущения затухают. Как видно из (13.3.7), могут существовать оба типа возмущений, однако возмущение с экспоненциально растущей амплитудой скоро начинает доминировать. В действительности, кроме того, происходит и перераспределение энергии по длинам волн, и выделяются возмущения с такими длинами, при которых рост амплитуды происходит наиболее быстро. Скорость роста  $\sigma \equiv kc_i$  показана на рис. 13.3 как функция волнового числа  $(k, l)$ . Для длинных волн она мала, так как из (13.3.7) следует, что

$$\sigma \equiv kc_i \approx 3^{-1/2} kH dU/dz_*. \quad (13.3.10)$$

Одновременно (13.3.5) указывает на то, что рост происходит только при

$$H \operatorname{th}(H/H_R) < H_R, \quad \text{т. е. } H < 1,997 H_R \quad \text{или} \quad N_* \kappa_H H < 1,997 f \quad (13.3.11)$$

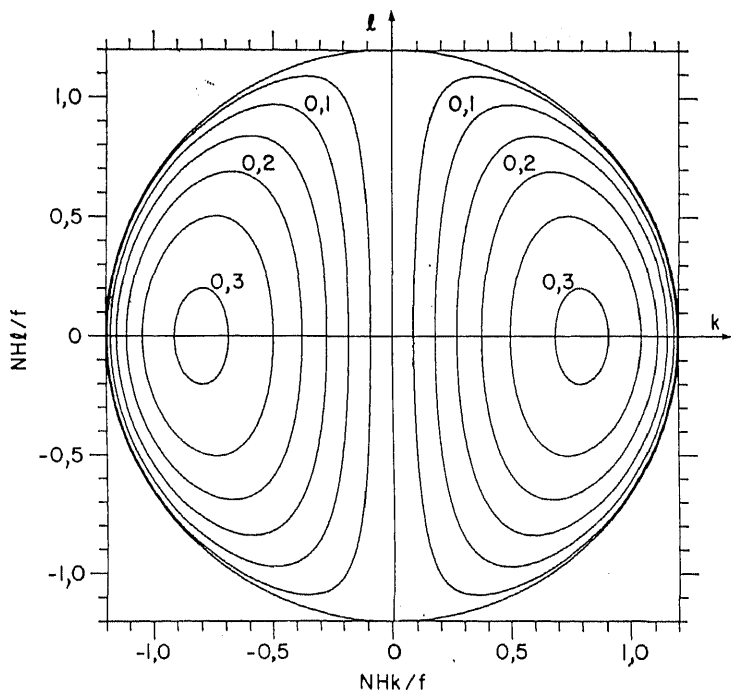


Рис. 13.3. Скорость роста  $\sigma$  волны Иди как функция волнового числа  $(k, l)$ . Изолинии проведены через значения, кратные  $(f/N_*)dU/dz_*$ . При  $k = 0$  и в том случае, когда модуль  $\chi_n$  равен 1,1997, скорость роста равна нулю. Максимальное значение, равное 0,3098  $(f/N_*)dU/dz_*$ , достигается при  $l=0$  и  $N_* H \chi_n / f = 0,8031$ . При фиксированном отношении  $k/l$  максимум имеется при том же самом значении  $\chi_n$ . Для заданного  $l$  (соответствующего бароклинной зоне заданной ширины) максимум отмечается при таком значении  $k$ , которое с ростом  $l$  уменьшается (в более узких зонах возникают более длинные неустойчивые волны).

(см. 13.2.4). Максимальный рост достигается при

$$l = 0 \text{ и } H = 0,8031 H_R, \text{ т. е. } N_* k H = 0,8031 f, \quad (13.3.12)$$

и происходит со скоростью

$$\sigma_{\max} \equiv 0,3098 (f/N_*) dU/dz_*. \quad (13.3.13)$$

При этом значении из (13.3.3) получаем

$$\frac{A}{B} = \left[ \frac{H_R - H \operatorname{th}(H/H_R)}{H \operatorname{cth}(H/H_R) - H_R} \right]^{1/2} = 1,502. \quad (13.3.14)$$

Это позволяет записать общую формулу для отношения  $A/B$ . Для наиболее быстро растущей моды это отношение равно также  $\operatorname{cth}(H/H_R)$ . Таким образом, решение (13.3.2), которое

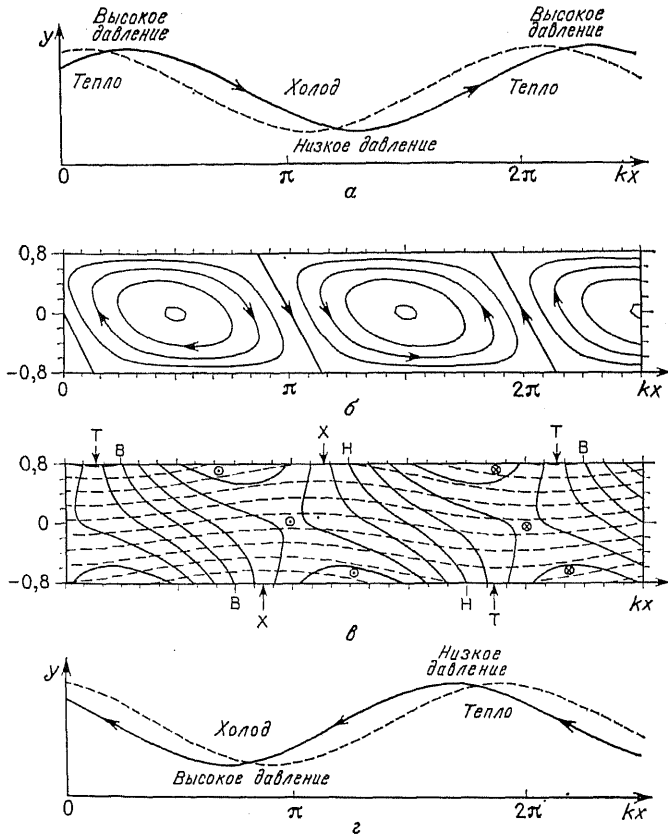


Рис. 13.4. Свойства наиболее неустойчивой волны Иди (т. е. наиболее неустойчивой волны в потоке с постоянным сдвигом скорости между двумя границами во вращающемся с постоянной угловой скоростью окружении). Решение не зависит от координаты  $y$ . Изобары (сплошные линии) и изотермы (штриховые линии) на верхней (а) и нижней (г) границах. Картина, получающаяся на нижней границе, сильно напоминает приграничную волну, показанную на рис. 13.1, г. Отличие состоит в том, что изотермы здесь сдвинуты по фазе относительно изобар на  $21^\circ$  к востоку. (На рис. (а) и (г) для наглядности этот фазовый сдвиг искусственно увеличен, а на рис. (б) и (в) решение показано точно.) Поскольку направленное в сторону полюса течение находится в теплой части волны, а течение, направленное к экватору, в холодной, возникает поток тепла к полюсу. Он имеется также и в точке максимально смещенной к полюсу, поскольку отклонения со временем растут. Картину, соответствующую верхней поверхности, можно получить из картины, соответствующей нижней, с помощью преобразования симметрии. (б) Функция тока агеострофического течения в плоскости  $(x, z_*)$ . Как установлено в разд. 12.10, восходящие потоки имеются в течении, направленном к холоду, а нисходящие — в течении, направленном к области тепла. При соответствующем наиболее неустойчивой волне волновом числе между двумя горизонтальными границами укладывается 1,6 высот Россби  $H_R$ . (в) Изолинии нормальной составляющей скорости ( $v$ ) и энтропии (сплошные и штри-



получается с помощью вычисления в (13.3.9) действительной части, имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi' &= \left[ \cos kx \frac{\text{sh}(z_*/H_R)}{\text{sh}(H/H_R)} + \sin kx \frac{\text{ch}(z_*/H_R)}{\text{ch}(H/H_R)} \right] \exp(\sigma t), \\ \alpha_* g H_R \theta &= \left[ \cos kx \frac{\text{ch}(z_*/H_R)}{\text{sh}(H/H_R)} + \sin kx \frac{\text{sh}(z_*/H_R)}{\text{ch}(H/H_R)} \right] \exp(\sigma t). \end{aligned} \quad (13.3.15)$$

Структура наиболее быстро растущей волны показана на рис. 13.4, построенном в том же виде, что и рис. 13.1. В окрестности нижней границы волна Иди очень близка к пограничной волне, если не считать очень важного сдвига фаз на  $21^\circ$  между положениями изотерм и изобар. В волне Иди наиболее теплый воздух всегда находится чуть-чуть впереди (восточнее) поверхностной ложбины давления. И наоборот, у верхней границы волна Иди сильно напоминает захваченную волну. В растущей волне гребни и ложбины на верхней границе *смещены относительно нижней границы на  $90^\circ$  к западу*. Таким образом, линии равных фаз для поля  $\Phi'$  поднимаются к западу. То же оказывается справедливым, во-первых, для  $v$ , которая пропорциональна производной по  $x$  от функции  $\Phi'$ , и, во-вторых, для агеострофических течений (поскольку в соответствии с (12.2.24)  $u_a$  пропорционально  $U \partial v / \partial x$ ). Однако для поля температуры линии равных фаз *не поднимаются к западу*, между нижней и верхней границами они смещены к *востоку* на  $48^\circ$ . На среднем уровне самым теплым оказывается именно тот воздух, который максимально быстро движется к полюсу, так что на этом уровне  $v$  и  $\theta$  оказываются полностью скоррелированными. Поток тепла  $v\theta$  на любом из уровней можно определить с помощью подстановки решения (13.3.2) в (13.2.11), что дает

$$\alpha_* f g H_R \overline{v\theta} = \overline{A \partial B / \partial x} = - \overline{B \partial A / \partial x}. \quad (13.3.16)$$

Вне зависимости от выбора конкретной волны оно не меняется по высоте, а кроме того, используя (13.3.3), можно показать, что для всех растущих волн оно оказывается положительным. Траектории частиц в плоскости  $y - z_*$  являются эллипсами, размеры которых постоянно растут со временем. На среднем уровне  $z_* = 0$  и зависимости (13.3.2), (12.9.3) и (12.9.6) указывают, что частицы следуют при этом прямолинейным траекториям с постоянным углом наклона, равным углу наклона изэнтроп,

ховые линии соответственно) в плоскости  $(x, z_*)$ . На линиях, отмеченных буквами  $B$  (высокий геопотенциал) и  $H$  (низкий геопотенциал)  $v$  равно нулю. Точки на границах, обозначенные буквами  $T$  (тепло) и  $X$  (холод), соответствуют положениям максимума и минимума температуры. На всех уровнях воздух, текущий к полюсу, оказывается теплее воздуха, текущего к экватору, т. е. существует результирующий поток тепла к полюсу. Линии равных фаз  $v$  (и  $\Phi'$ ) приподнимаются к западу, и полная разность фаз между границами составляет  $90^\circ$ .

умноженному на 0.5347. (Перед обсуждением случаев с  $l = 0$  интересно отметить, что решение с  $l = 0$  в точности удовлетворяет *нелинейным* квазигеострофическим соотношениям.)

На рис. 13.5 демонстрируется горизонтальная структура так называемой «квадратной» ( $k = l$ ) волны Иди на ведущем уровне. Теплый воздух переносится к полюсу и поднимается вверх над углом, равным произведению 0.5347 на угол наклона изэнтроп. Это очень сильно напоминает характеристики наблюдавшихся циклонических и антициклонических возмущений на

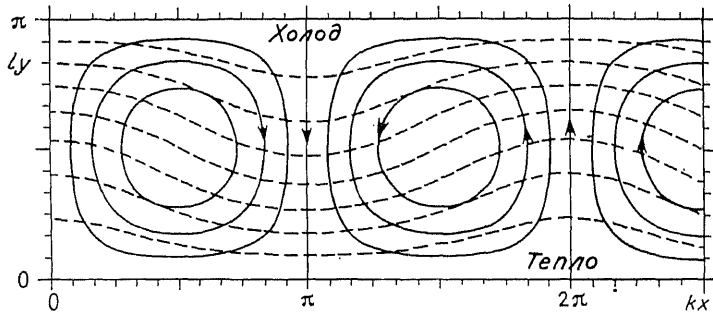


Рис. 13.5. Изолинии (сплошные линии) аномалии геопотенциала и изотермы (штриховые линии) для «квадратной» ( $k = l$ ) неустойчивой волны Иди на ведущем уровне. Направленная к полюсу струя теплого воздуха опускается вниз под углом, составляющим половину угла наклона изэнтроп. Текущая к экватору струя холодного воздуха движется вверх под таким же углом. При этом возникает поток тепла к полюсу и высвобождается потенциальная энергия. Взаимное положение двух показанных полей напоминает синоптическую ситуацию из рис. 12.17, хотя в действительности формы изолиний оказываются значительно более сложными.

уровне 700 или 600 мбар (см., например, рис. 12.17). Длина волны в зональном направлении  $\sqrt{2}$  раз больше величины, получаемой из (13.3.2). Она равна  $11.1 NH/f \approx 4000$  км, что дает зональное волновое число 6 на тех широтах, где эти возмущения обычно встречаются. Наименьшее время возрастания в  $e$  раз амплитуды квадратной волны Иди оказывается в  $\sqrt{2}$  раз больше величины, получаемой из (13.3.13). Характерное время для атмосферы составляет двое или трое суток.

В целом модель Иди позволяет достаточно правдоподобно (и достаточно просто в математическом отношении) воспроизвести качественные особенности развивающихся возмущений. Она объясняет, как под влиянием неустойчивости среднего потока возмущения могут самопроизвольно возникать и расти, черпая доступную потенциальную энергию. Кроме того, модель позволяет понять, как за счет появления изобарного, наиболее быстро растущего возмущения возникает специфическая структура волновых возмущений. Свойства этого возмущения также

хорошо согласуются с данными наблюдений, поскольку (а) зарегистрированы растущие волны с волновым числом, равным  $\beta$ , (б) немного впереди ложбины давления воздуха у поверхности обычно имеется язык теплого воздуха, (с) на уровне ведущего потока (расположенном примерно посередине между поверхностью и тропопаузой) теплый воздух движется к полюсу и одновременно опускается под углом, равным примерно половине угла наклона изэнтроп и т. д. (Отметим, что в действительности уровень ведущего потока обычно располагается немного ниже, чем предсказывает модель Иди. Его понижение можно объяснить с помощью моделей, учитывающих  $\beta$ -эффект; см. разд. 13.4).

При исследовании свойств бароклинных систем и, в частности, разнообразных особенностей поведения возмущений, которые встречаются в этих системах, очень полезными оказались лабораторные модели. Обзор выполненных в этом направлении работ дан в [326]. Численные модели (например, [857]) показали, что модель Иди очень хорошо воспроизводит начальную структуру свободно растущих возмущений, особенно если ее обобщить с учетом переменных градиентов (при сохранении предположения о неизменном наклоне изэнтроп [858]) и с учетом экмановского трения на горизонтальных границах [859]. В обзоре [326] обсуждаются также некоторые чрезвычайно интересные явления, возникающие, когда амплитуда возмущений достигает конечных значений.

Задача Иди также указывает на возможность образования самопроизвольно растущих вихревых возмущений в океане, хотя модель осредненного течения при этом уже нельзя считать достаточно реалистичной. Вместе с тем, поскольку наиболее благоприятный для роста возмущений масштаб имеет в океане порядок радиуса Россби, можно ожидать величину преобладающих длин волн порядка  $2\pi \times 30 \approx 200$  км, что согласуется с данными наблюдений. Кроме того, так как в океане сдвиг скорости течений много меньше, чем в атмосфере, скорость роста возмущений оказывается малой и порядок времени роста амплитуды в  $e$  раз оценивается в 100 суток [258].

### 13.4. БАРОКЛИННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ: ЗАДАЧА ЧАРНИ

В связи с тем, что в двух предыдущих разделах не учитывался  $\beta$ -эффект, очень интересно определить, как такой учет повлияет на решение задачи об устойчивости. Для этого рассмотрим сначала модельную ситуацию из разд. 13.2 с одной горизонтальной границей и изэнтропами, наклоненными к ней под постоянным углом. Дополнительно будем учитывать  $\beta$ -эффект. В результате получается постановка задачи (обобщенная на случай сжимаемости), которая была рассмотрена в основопола-

гающей работе Чарни [118] по бароклиной неустойчивости.

Поведение малого волнового возмущения произвольного зонального осредненного течения  $U(y, z_*)$  при условии, что изменения по  $y$  происходят достаточно медленно, описывается уравнением (12.9.8) с градиентом потенциальной завихренности, взятым из (12.9.4). Граничное условие равенства нулю вертикальной скорости  $w_* = 0$  на горизонтальной границе можно записать, подставляя волновую зависимость (12.9.7) в (12.9.6):

$$(U - c) \left( \partial \psi / \partial z_* + \frac{1}{2} \psi / H_s \right) = (\partial U / \partial z_*) \psi. \quad (13.4.1)$$

В «чисто бароклиных» задачах об устойчивости  $U$  считается функцией только  $z_*$ , так что частные производные в (12.9.8) и (13.4.1) переходят в обыкновенные. В задаче Иди  $\partial \bar{q} / \partial y$  было вообще равно нулю, и, в соответствии с (12.9.9),  $m^2$  было постоянным, так что вывод аналитических решений уравнения (12.9.8) оказался очень простым. Если же  $\partial \bar{q} / \partial y$  не равняется нулю, то  $m^2$  непостоянно. Вместе с тем, если  $c_i$  мнимая часть  $c$ , не равна нулю, то решения можно легко получить численно. Расчеты нейтральных возмущений, т. е. свободно бегущих волн при  $c_i = 0$ , осложняются сингулярностью, которая имеется на уровне ведущего потока. Для растущих возмущений сингулярности нет.

В задаче Чарни градиент

$$d\bar{q}/dy = \beta \quad (13.4.2)$$

является постоянным и верхняя граница отсутствует. Решения подобной задачи неоднократно обсуждались в работах Куо [422, 423], Чарни [122], Педлоски [615]. На рис. 13.6 показано решение для наиболее быстро растущей моды (для нее  $l = 0$ ) в пределе несжимаемой жидкости, когда  $H_s \rightarrow \infty$ . Их можно сравнить с решением для случая  $f$ -плоскости (рис. 13.1) и решением Иди (рис. 13.4). Максимальная скорость роста

$$\sigma_{\max} = 0.286 (f_0 / N_*) dU/dz_* \quad (13.4.3)$$

достигается при  $l = 0$  и не зависит от  $\beta$ . Удивительно, но это выражение почти в точности совпадает с решением (13.3.13) задачи Иди. Функциональная зависимость оказывается абсолютно той же, решение не зависит от  $\beta$ . Отличие состоит только в том, что значение постоянной оказывается примерно на 8% меньше, чем в модели Иди. Таким образом, данная модель по-прежнему предсказывает в атмосфере средних широт время роста возмущений в  $e$  раз, равное двум суткам.

Качественные особенности решения напоминают решение Иди (рис. 13.4) вблизи поверхности земли. Изолинии возмущения геопотенциала поднимаются к западу, теплый воздух

располагается спереди барической ложбины, воздух,двигающийся к северу, оказывается теплее окружающего и при своем движении к полюсу опускается под углом, несколько меньшим угла наклона изэнтроп. Вместе с тем, количественно эти решения все же отличаются друг от друга. Например, опережение по

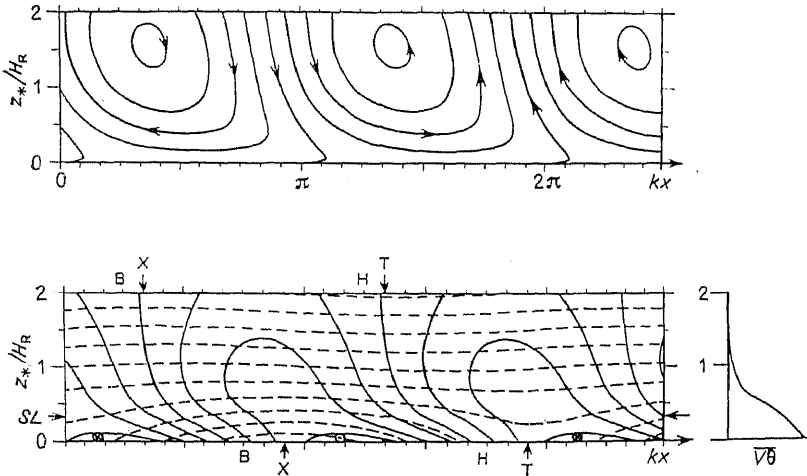


Рис. 13.6. Свойства наиболее неустойчивой волны Чарни (т. е. наиболее неустойчивого возмущения в течении на  $\beta$ -плоскости с постоянным сдвигом скорости в предельном случае несжимаемой жидкости). Решение не зависит от координаты  $y$ . (а) Линии тока агеострофического течения в плоскости  $(x, z_*)$ . Как следует из результатов разд. 12.10, у земли восходящий воздух оказывается связанным с потоком в область холода, а нисходящий — с течением, направленным к области тепла. (б) Изолинии (сплошные) нормальной составляющей скорости  $v$  и изэнтропы (штриховые) в плоскости  $(x, z_*)$ . Буквами В и Н обозначены места максимальных и минимальных значений геопотенциала. Здесь скорость  $v$  равна нулю. В точках, расположенных на нижней границе, а также на верхней кромке рисунка (но не течения) с  $z_* = 2H_R$ , и обозначенных буквами Г и X, воздух имеет наибольшие и наименьшие значения температур. Маленький рисунок справа демонстрирует изменение меридионального потока тепла с высотой. На рисунке также показан уровень ведущего потока (SL). Высота Россби  $H_R$  для данной волны определяется выражением (13.4.4). (С любезного разрешения П. Д. Киллворта.)

фазе приповерхностного языка теплого воздуха по отношению к давлению составляет теперь  $41^\circ$ . Разность фаз между температурой и давлением возрастает с высотой до максимального значения  $92^\circ$  при  $z_* = 0,5H_R$  и далее спадает до нуля. Уровень потока располагается при  $z_* = 0,33H_R$  (это меньше, чем в задаче Иди, где он отстоял от поверхности на  $0,40H_R$ ). Поток тепла к полюсу уменьшается с высотой и на уровне  $z_* = H_R$  оказывается меньше 7% от своего поверхностного значения. На более высоких уровнях решение асимптотически сходится с решением

для случая  $f$ -плоскости, которое показано на рис. 13.1, и это сходство заметно на глаз. Оно состоит, в частности, в том, что малой становится разность фаз между  $\Phi'$  и  $\theta$ . Такой особенностью обладают и наблюдающиеся в атмосфере реальные нестационарные возмущения [435].

Важное отличие решения Чарни для несжимаемой жидкости от решения Иди состоит в том, что горизонтальные и вертикальные масштабы определяются в нем не высотой тропопаузы, а величиной  $\beta$ . Применительно к наиболее быстро растущей волне (с  $l = 0$ ) они задаются следующими формулами:

$$\begin{aligned} k^{-1} &= 1,26 (f_0/\beta N_*) dU/dz_*, \\ H_R &\equiv (f_0/kN_*) = 1,26 (f_0^2/\beta N_*^2) dU/dz_* = \\ &= 1,26 f_0/\beta \times \text{угол наклона изэнтроп.} \end{aligned} \quad (13.4.4)$$

Последнее выражение следует из соотношения термического ветра (13.2.1) и определения  $N_*^2$  (6.17.24). Получается так, что в средних широтах эта формула дает для  $H_R$  значение порядка 10 км. Следовательно, указанные масштабы очень близки к масштабам из задачи Иди.

Исследование задачи, в которой учитывались и  $\beta$ -эффект, и влияние верхней границы («крышки»), т. е. задачи, объединяющей постановки Иди и Чарни, провел Грин [276]. Решения определялись параметром, равным отношению задаваемого посредством (13.4.4) масштаба высоты к масштабу высоты «крышки». Максимальная скорость роста возмущений изменилась слабо, как и следовало ожидать, исходя из того обстоятельства, что в обоих предельных случаях получались очень близкие значения. Вместе с тем,  $\beta$ -эффект довольно сильно повлиял на свойства очень коротких и очень длинных волн. Возникли коротковолновые моды, которые под влиянием  $\beta$ -эффекта превращались в неустойчивые. Одновременно, за счет образования новой моды с более сложной вертикальной структурой и несколько уменьшенной скоростью роста становились неустойчивыми и наиболее длинные волны.

Поскольку масштаб высоты, определяемой из (13.4.4), сравним с  $H_s$ , необходимо учитывать и эффекты сжимаемости. Они приводят к некоторым отличиям в деталях решений, но основная структура наиболее быстро растущей моды остается неизменной (об учете сжимаемости см. [468]).

Модели Чарни и Иди позволяют хорошо проиллюстрировать процесс бароклиной неустойчивости в непрерывно стратифицированной жидкости. Эффект неустойчивости можно встретить также и в задаче о двух расположенных друг над другом однородных слоях жидкости с различными плотностями и средними скоростями. Для случая  $f$ -плоскости и равных толщин слоев эта задача была изучена Филиппсом [623] (см. также [615]). В по-

следствии она была обобщена (см., например, [258]) с учетом  $\beta$ -эффекта, наклонов дна и не равных толщин слоев. Полученная модель была применена в работе [732] для объяснения колебаний энергии очень быстрого (0,6 м/с) донного течения (рис. 10.8), которое наблюдается в Датском проливе между Исландией и Гренландией. Колебания имели период 1.8 суток, а определенное по модели время роста возмущений в  $e$  раз составило около 4 суток.

### 13.5. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Изучение частных примеров из разд. 13.3 и 13.4 показало, как может происходить самопроизвольный рост возмущений за счет притока доступной потенциальной энергии среднего течения. Большое значение этих иллюстративных примеров объясняется тем, что они демонстрируют механизмы формирования атмосферных циклонов и вихрей в океане. Вместе с тем, из-за динамических ограничений, которые сдерживают высвобождение доступной потенциальной энергии, ее простое наличие еще *не достаточно* для проявления неустойчивости. Возникает вопрос — каковы же условия возникновения неустойчивости? Оказывается, что возможно найти такие условия, которые для этого *необходимы*. Они очень полезны, поскольку в том случае, когда эти условия *не выполняются*, они позволяют сделать заключение о *невозможности* высвобождения энергии под влиянием динамических ограничений. Если же они *удовлетворяются*, то они сигнализируют о возможности неустойчивости, хотя проверить это можно только с помощью детальных расчетов.

Необходимые для неустойчивости условия наиболее просто выводятся в том случае, когда рассматривается поток между двумя границами и решения не зависят от координаты  $y$ . Предположим, что поток неустойчив и, следовательно, мнимая часть  $c_i$  скорости  $c$  не равна нулю. Умножая уравнение (12.9.8) на функцию, комплексно-сопряженную к  $\psi$ , интегрируя по частям и используя граничное условие (13.4.1), можно получить уравнение, мнимая часть (деленная на  $c_i$ ) и действительная часть которого записываются следующим образом:

$$\int \frac{N_*^2 |\psi|^2}{f_0^2 |U - c|^2} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} dz_* - \left[ \frac{\alpha_* g |\psi|^2}{f_0 |U - c|^2} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = 0, \quad (13.5.1a)$$

$$\int (U - c_r) \frac{N_*^2 |\psi|^2}{f_0^2 |U - c|^2} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} dz_* - \left[ (U - c_r) \frac{\alpha_* g |\psi|^2}{f_0 |U - c|^2} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = P, \quad (13.5.1b)$$

где  $P$  — некое положительно-определенное выражение.

В каждом из уравнений первый член представляет собой определенный интеграл от нижней до верхней границы, квадратные скобки, в которые заключен второй член, обозначают разность значений на верхней и нижней границах области. Чтобы выразить влияние границ с помощью функции от градиента температуры на границе, использовалось соотношение термического ветра (13.2.1). Полученные уравнения легко обобщаются с учетом зависимости от  $y$ . В этом случае (13.5.1) необходимо проинтегрировать по всей области  $y$  в предположении, что на ее границах выполняются условия либо периодичности, либо отсутствия нормального потока. Кроме того, можно допустить, что и верхняя и нижняя границы имеют небольшой наклон. Для этого в (13.5.1) необходимо понимать под  $\partial\Theta/\partial y$  не градиент температуры на фиксированном уровне, а скорость изменения температуры вдоль границы. Оказывается возможным также отодвинуть либо одну, либо обе границы на бесконечность. Это осуществляется переходом к соответствующему пределу.

Выражения (13.5.1) можно применить для решения уже рассмотренных ранее задач об устойчивости, если оценить знаки различных слагаемых в их левых частях. В примере из разд. 13.2 единственный ненулевой вклад может создать только нижняя граница. Поскольку этот вклад отрицательный, поток должен быть обязательно устойчивым, что и имеет место на самом деле. В задаче Иди отрицательный вклад от нижней границы компенсируется положительным вкладом от верхней, и возникает возможность неустойчивости. Она имеется и в задаче Чарни, несмотря на то, что верхняя граница не дает в этом случае никакого вклада; вместо нее этот вклад создает внутренняя область. В целом из (13.5.1) следует *необходимое для неустойчивости условие* [276; 127]:  
 следующие функции

$$\begin{aligned} &(\partial\bar{q}/\partial y) \text{ во внутренней области,} \\ &(\partial\Theta/\partial y) \text{ на нижней границе,} \\ &-(\partial\Theta/\partial y) \text{ на верхней границе} \end{aligned} \tag{13.5.2}$$

должны иметь не одинаковые знаки, а быть как положительными, так и отрицательными. И наоборот, если функции (13.5.2) имеют везде одни и те же знаки, то это условие является достаточным для устойчивости. Иной способ вывода и интерпретации этого результата дан в работе [82].

Полученное условие можно усилить, если учесть уравнения (13.5.1b). Поскольку добавление уравнения (13.5.1a), умноженного на произвольное число, ничего не меняет, вместо  $c_r$  можно использовать любую постоянную  $U_r$ . Отсюда следует [614], что



если можно найти такое число  $U_r$ , при котором функции

$$\begin{aligned} & ((U - U_r) \partial \bar{q} / \partial y) \text{ во внутренней области,} \\ & ((U - U_r) \partial \Theta / \partial y) \text{ на нижней границе,} \\ & - ((U - U_r) \partial \Theta / \partial y) \text{ на верхней границе} \end{aligned} \quad (13.5.3)$$

нигде не будут положительными, то поток должен быть устойчивым. Этот результат можно также получить (см. [615]), не используя предположение о волновом поведении решений по  $x$  и  $t$ . Для этого необходимо приравнять скорость роста энергии возмущения к скорости роста других интегральных величин, которые оказываются отрицательно определенными при условии, что все функции из (13.5.3) принимают только отрицательные или нулевые значения. Данный метод можно обобщить также и на случай непараллельных, квазигеострофических потоков. Поскольку горизонтальный поток является геострофическим, и следовательно, в первом приближении горизонтально бездивергентным, возмущение геопотенциала  $\Phi''$  выступает для стационарного потока, устойчивость которого рассматривается, в качестве функции тока. Соответственно из (12.8.13) следует, что на линиях тока  $\Phi'' = \text{const}$  потенциальная завихренность  $\bar{q}$  постоянна, т.е.

$$\bar{q} = \bar{q}(\Phi''). \quad (13.5.4)$$

Аналогично, поскольку температура  $\Theta$  жидкой частицы на границе сохраняется, на верхней и нижней границах имеем

$$\Theta = \Theta(\Phi''). \quad (13.5.5)$$

В работе Блюмена [73] с помощью метода Арнольда [30] было найдено следующее достаточное условие устойчивости: функции

$$\begin{aligned} & (\partial \bar{q} / \partial \Phi'') \text{ во внутренней области,} \\ & (\partial \Theta / \partial \Phi'') \text{ на нижней границе,} \\ & - (\partial \Theta / \partial \Phi'') \text{ на верхней границе} \end{aligned} \quad (13.5.6)$$

должны быть везде положительными. Связь этих условий с (13.5.3) можно проследить, если заметить, что для параллельного потока

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \Phi''} = \frac{\partial \bar{q} / \partial y}{\partial \Phi'' / \partial y} = - \frac{\partial \bar{q} / \partial y}{f_0 U}. \quad (13.5.7)$$

Приведенные выше условия оказываются полезными, например, при обсуждении вопросов бароклинической неустойчивости в океане. Ниже поверхностных слоев градиенты обычно оказываются малыми, и во всей области (за исключением приповерхностной зоны)  $\partial \bar{q} / \partial y$  близко к параметру  $\beta$ . Так как  $\partial \bar{q} / \partial y$  не

меняет своего знака, а градиент температуры у дна оказывается пренебрежимо малым, то из (13.5.2) следует, что неустойчивость возможна только в том случае, когда температура растет с приближением к полюсу! Это происходит довольно редко. Однако, как можно заметить на меридиональных разрезах температуры (см. также рис. 12.5), в районах поверхностных течений западного направления температура в области термоклина все же увеличивается по направлению к полюсу. Это может приводить к изменению знака  $\partial \bar{q} / \partial y$  даже при вполне умеренных скоростях течений. В работе [258] была, например, обнаружена неустойчивость поверхностных течений западного направления со скоростями около 0.05 м/с. Время возрастания возмущений в  $e$  раз имело порядок 100 суток. В холодных водах пролива Дрейка встречается практически противоположная ситуация: зарегистрированные здесь вихри вызываются неустойчивостью, связанной с возрастанием придонной температуры воды по направлению к экватору [870].

### 13.6. БАРОТРОПНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

В рассмотренных ранее задачах об устойчивости функция  $U$  принималась зависящей только от координаты  $z_*$ , т. е. изучался «чисто бароклиный» случай. Однако в принципе функция  $U$  должна меняться как по  $z_*$ , так и по  $y$ , и в выражение градиента потенциальной завихренности (12.9.4), определяющего устойчивость потока (как, например, в модели Чарни), должны входить производные по обеим координатам. Чтобы производные по  $y$  были малыми по сравнению с производными по  $z_*$ , необходимо, чтобы масштаб  $L$  по оси  $y$  удовлетворял условию

$$L \gg N_* H / f_0, \quad (13.6.1)$$

где характерный для изменений  $U$  по оси  $z_*$  масштаб  $H$  не должен превосходить масштаба высоты  $H_*$ . Иначе говоря, чисто бароклиная задача может иметь смысл только тогда, когда горизонтальные масштабы невозмущенного течения много больше радиуса Россби. Кроме того (см. разд. 12.3), энергия невозмущенного потока должна содержаться не столько в форме кинетической, сколько в форме доступной потенциальной.

Противоположный предельный случай получается тогда, когда функция  $U$  зависит только от  $y$  (это «чисто баротропный случай»); он возникает, если можно пренебречь изменениями по высоте. Если же потенциально могут существовать оба вида неустойчивости, то количественную оценку их относительного значения может дать уравнение для энергии возмущений. В случае несжимаемой жидкости его можно вывести, исходя из так называемых возмущенных квазигеострофических уравнений

движения (12.2.24) и (12.2.25). Они дают

$$f_0 u_a = -\beta y u_g - (\partial/\partial t + U \partial/\partial x) v_g, \quad (13.6.2)$$

$$f_0 v_a = -\beta y v_g + (\partial/\partial t + U \partial/\partial x) u_g + (\partial U/\partial y) v_g, \quad (13.6.3)$$

где  $U(y, z_*)$  обозначает невозмущенное течение,

$$u_g = -f_0^{-1} \partial \Phi' / \partial y, \quad v_g = f_0^{-1} \partial \Phi' / \partial x \quad (13.6.4)$$

представляют собой геострофическую скорость возмущения, а  $u_a, v_a$  — его агеострофическую скорость. Если из (13.6.2), умноженного на  $v_g$ , вычесть (13.6.3), умноженное на  $u_g$ , и использовать (13.6.4), то в результате можно записать (ср. с (12.2.33)):

$$\frac{1}{2} (\partial/\partial t + U \partial/\partial x) (u_g^2 + v_g^2) + (\partial U/\partial y) u_g v_g + u_a \partial \Phi' / \partial x + v_a \partial \Phi' / \partial y = 0. \quad (13.6.5)$$

Прибавляя сюда соотношение (12.9.6), умноженное на  $N_*^{-2} \partial \Phi' / \partial z$ , и учитывая (12.8.2), (13.6.4), (13.2.5) и (13.2.1), получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( u_g^2 + v_g^2 + \left( \frac{\alpha_* g \theta}{N_*} \right)^2 \right) + \frac{\partial U}{\partial y} u_g v_g + \\ & + \left( \frac{\alpha_* g}{N_*} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial y} v_g \theta + \frac{\partial}{\partial x} (u_a \Phi') + \frac{\partial}{\partial y} (v_a \Phi') + \frac{\partial}{\partial z_*} (w_* \Phi') = 0. \end{aligned} \quad (13.6.6)$$

Допуская периодичность решений по оси  $x$ , это уравнение можно осреднить по длине волны (результат осреднения обозначается чертой сверху). Дальнейшее интегрирование по  $y$  и  $z_*$  дает:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \iint \left( u_g^2 + v_g^2 + \left( \frac{\alpha_* g \theta}{N_*} \right)^2 \right) dy dz_* = \\ & = - \iint \frac{\partial U}{\partial y} \overline{u_g v_g} dy dz_* - \iint \left( \frac{\alpha_* g}{N_*} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial y} \overline{v_g \theta} dy dz_*. \end{aligned} \quad (13.6.7)$$

Предполагалось, что на границе области интегрирования нормальная скорость равна нулю. В правой части полученного соотношения имеются два члена, соответствующие либо источникам, либо стокам энергии возмущений. В «чисто бароклининой» задаче мы встречаемся только со вторым и он характеризует переход доступной потенциальной энергии в энергию возмущений. Напротив, в «чисто баротропной» задаче появляется только первое из этих слагаемых, которое представляет собой переход в энергию возмущений средней кинетической энергии. Если действуют оба процесса, для определения относительного значения каждого из них можно оценить отношение членов в правой части.

Теперь с помощью простого примера течений на  $f$ -плоскости продемонстрируем решение «чисто баротропной» задачи. Если  $\beta = 0$ , то формулировка полностью совпадает с постановкой задачи для случая без вращения. При этом может быть применена классическая теория устойчивости ненаправленных течений [462, 173, 174]. Выбранный пример — это течение с постоянным сдвигом

$$U = y \, dU/dy \quad \text{при} \quad |y| < L \quad (13.6.8)$$

( $dU/dy$  — константа), которое находится между двумя районами течений с постоянной скоростью (см. рис. 13.7). Впервые

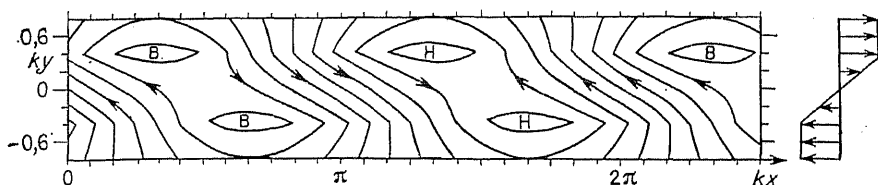


Рис. 13.7. Отклонения геопотенциала (давления) в наиболее неустойчивом возмущении при характерном профиле скорости с равными и противоположными значениями в верхней и нижней части области. Этот профиль показан справа. Наклон линий равных фаз коррелирует с  $-v$ , т. е. если ось  $y$  направлена на север, то восточная составляющая импульса переносится к югу, а западная — к северу.

эта задача исследовалась в 1880 г. Рэлеем [655]. Поскольку определяемый из (12.9.4) градиент потенциальной завихренности  $d\bar{q}/dy$  равняется здесь нулю (за исключением точек  $y = \pm L$ ), задача очень сильно напоминает задачу Иди из разд. 13.3. Уравнение (12.9.1) при этом по-прежнему сводится к (13.2.2), хотя теперь изменения по  $z_*$  отсутствуют. По своей структуре решение сходно с (13.3.2), и для растущей со временем моды оно принимает вид

$$\Phi' = (a \cos kx \operatorname{sh} ky + b \sin kx \operatorname{ch} ky) \exp(\sigma t) \quad \text{при} \quad |y| < L. \quad (13.6.9)$$

При  $|y| > L$  решение  $\Phi'$  экспоненциально уменьшается от значения, которое получается при  $y = L$  из соображений непрерывности. Зависимости между  $a$ ,  $b$  и  $\sigma$  следуют из требований непрерывности  $v_a$  при  $y = \pm L$ . С учетом (13.6.3) можно записать:

$$\begin{aligned} \sigma a &= b (dU/dy) \left[ \frac{1}{2} - kL + \frac{1}{2} \exp(-2kL) \right], \\ \sigma b &= a (dU/dy) \left[ kL - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \exp(-2kL) \right], \end{aligned} \quad (13.6.10)$$

и, следовательно,

$$\sigma^2 = (dU/dy)^2 \left[ \frac{1}{4} \exp(-4kL) - \left( \frac{1}{2} - kL \right)^2 \right]. \quad (13.6.11)$$

Максимальное значение скорости роста  $\sigma$  равно

$$\sigma_{\max} = 0,2012 dU/dy \quad \text{при} \quad kL = 0,3984. \quad (13.6.12)$$

Соответствующее решение показано на рис. 13.7. Как и в задаче Иди, область волновых чисел, при которых может возникнуть неустойчивость, ограничивается определенным предельным значением; в данном случае оно получается при  $kL = 0,6392$ .

Как видно из рис. 13.7, линии равных фаз возмущения геопотенциала  $\Phi'$  наклонены в сторону, противоположную наклону профиля скорости на боковом рисунке, т. е. в то время как восточная составляющая осредненной скорости растет к северу, линии равных фаз с увеличением широты отклоняются к западу. Эта особенность характерна для любой растущей волны. Дело здесь в том, что как видно из (13.6.7), для роста возмущений функции  $u_g v_g$  и  $dU/dy$  должны иметь противоположные знаки. Из (13.6.4) при этом видно, что в зоне роста  $\Phi'$  по  $x$  знаки производных  $\Phi'$  и  $U$  по  $y$  должны совпадать. Это и означает, что наклоны линий равных фаз и профиля сдвигового течения должны быть противоположными. В настоящем примере  $u_g v_g$  имеет постоянное значение при  $|y| < L$  и равно нулю при  $|y| > L$ . Знак этой функции соответствует переносу импульса из внешней бессдвиговой области к центру зоны сдвига. Возникающий при этом эффект равносильен уменьшению энергии среднего течения за счет ее передачи возмущениям.

Приведенный выше пример полезен для демонстрации характера баротропной неустойчивости. Вместе с тем, в геофизических приложениях основное значение часто имеет  $\beta$ -эффект. Необходимые для его учета изменения постановки задачи обсуждались в работах Куо [421, 423]. Как показывает первое из найденных в разд. 13.5. условий, а именно условие (13.5.2), баротропный зональный поток устойчив, если функция

$$\beta - d^2U/dy^2$$

не меняет своего знака, т. е. максимальное значение градиента завихренности  $d^2U/dy^2$  не превосходит  $\beta$ . Чтобы оценить возможность реализации этого условия, зададим масштабы расстояния  $L$  и скорости  $\Delta U$  так, что  $\Delta U/L^2$  будет равно максимальному градиенту завихренности. Неустойчивость возможна только тогда, когда

$$L < (\Delta U/\beta)^{1/2}, \quad (13.6.13)$$

т. е. для атмосферы с  $\Delta U = 20$  м/с величина  $L$  должна быть меньше 1000 км. Чтобы баротропная неустойчивость могла возникнуть в океане с  $\Delta U = 20$  см/с, величина  $L$  должна быть меньше 100 км.

Расчеты устойчивости выполнялись также и для баротропных планетарных волн [134, 240, 487, 674]. За исключением

специфического случая с зональным потоком, планетарные волны на бесконечной  $\beta$ -плоскости всегда оказываются неустойчивыми [240]. Если их волновое число заметно меньше того, которое следует из неравенства (13.6.13) (или, если смотреть с другой точки зрения, их амплитуда  $\Delta U$  достаточно велика), то неустойчивость возникает в точности так, как это происходит в параллельном потоке при нулевом значении параметра  $\beta$ . С другой стороны, для больших масштабов (или малых амплитуд) неустойчивое возмущение состоит из двух волн, которые вместе с исходной волной образуют резонансную триаду (см. разд. 8.13). Эти результаты были обобщены в работе [381] на случай двухслойной жидкости. В случае сферической области возможность резонансных взаимодействий уменьшается за счет геометрических ограничений, поэтому неустойчивыми являются не все волны [345, 34].

В реальных случаях бароклинные и баротропные эффекты часто перемешиваются. Конкретная ситуация при этом определяется параметрами, равными отношениям пространственного масштаба изменения потока  $L$  к радиусу Россби и к масштабу (13.6.13), связанному с параметром  $\beta$ . В океанологических примерах важным оказывается также отношение характерного вертикального масштаба изменения потока массы к глубине океана. В работе Киллворта [403] была рассмотрена устойчивость течений при всех возможных предельных значениях указанных параметров. Для пограничных течений типа Гольфстрима важным, кроме того, оказывается существование боковых границ. Определенный эффект создает и рельеф дна. Лабораторные эксперименты по устойчивости пограничных течений обсуждаются, например, в [280].

В последних разделах книги показано, как возмущения могут самопроизвольно расти при различных обстоятельствах. В природе можно также встретить и множество других примеров этого процесса. Действительно, неустойчивость имеет чрезвычайно общий характер и порождает такие природные явления, как турбулентность в атмосфере и гидросфере, тропические и внетропические штормы, многообразие облачных форм, полосы осадков, термики и т. п. Неустойчивость не является предметом этой книги; ее теория изложена в работах [59, 117, 122, 174, 268, 460, 795, 824, 863 и 889].

### 13.7. ВИХРИ В ОКЕАНЕ

Ранее мы рассматривали многие аспекты динамики океана. Так, в разд. 10.14 речь шла о восточных пограничных течениях, в разд. 11.12, 11.14 и 11.16 — о течениях в тропиках, в разд. 12.5 и 12.6 — о течениях вне тропических районов. Было, в частности, показано, что экмановская подкачка (см. определение в

разд. 9.4) в средних широтах приводит к вертикальным отклонениям термоклина и установлению так называемого «свердруповского баланса», показанного на рис. 2.5. Соответствующее поле плотности морской воды обладает очень большой доступной потенциальной энергией, которая под действием экмановской подкачки постоянно генерируется со средней скоростью порядка  $10^{-3}$  Вт м<sup>-2</sup> [258]. Характерный размер круговорота регулируется пространственным масштабом  $l^{-1} \approx 1000$  км напряжения ветра. Поскольку он примерно в 30 раз больше бароклинного радиуса Россби (см. разд. 12.5), доступная потенциальная энергия должна быть [см. (7.5.2)] примерно в  $30^2$ , т. е. примерно в 1000 раз больше кинетической энергии осредненной свердруповской циркуляции. Если бы циркуляция в океане определялась свердруповским балансом, то вдали от границ океана течения были бы очень слабыми (порядка 1 см/с). Такое мнение господствовало среди большинства океанологов до тех пор, пока в конце пятидесятих годов в таких районах не начали производиться измерения течений.

В действительности же оказалось, что наблюдения течений во внутренних районах океана в основном дают скорости не порядка 1 см/с, а порядка 10 см/с. Как же возникают такие большие скорости? В предыдущих разделах данной главы было показано, что под влиянием неустойчивости среднего течения могут возникать вихри, которые растут за счет доступной потенциальной энергии среднего течения. Их типичный масштаб совпадает с радиусом Россби, т. е. с таким масштабом, при котором [см. (7.5.2)] кинетическая энергия сравнима с доступной потенциальной. Отсюда следует, что если доступная потенциальная энергия океанского круговорота будет мгновенно использована для порождения вихрей с размерами порядка радиуса Россби, то их доступная потенциальная энергия должна быть примерно в два раза меньше, чем у исходного круговорота (т. е. вихревая доступная потенциальная энергия будет сравнима с энергией первоначального круговорота).

Вихревая кинетическая энергия должна быть примерно такой же, как и доступная потенциальная. Значит, она во много раз *превосходит* кинетическую энергию исходного круговорота. Приведенные доводы указывали на возможный источник энергии вихрей, но не объясняли, почему и как он может быть реализован. В численных экспериментах (см., например, [706, 679]) с моделями, имеющими достаточное для воспроизведения вихрей разрешение, удалось показать, как вихри могут быть порождены, и был получен ряд признаков, которые можно сопоставить с данными наблюдений. В частности, географическое распределение вихрей свидетельствовало о том, что основные зоны их генерации находятся в районах сильных течений типа Гольфстрима. Кроме того, результаты расчетов

позволяли сделать заключение, что глубинное возвратное течение в западной части Северной Атлантики порождается за счет вихрей.

Наблюдаемые свойства вихрей сильно меняются, однако под словом «вихрь» обычно понимают образование с масштабом длины (обратными волновыми числами) порядка 10—100 км и временными масштабами (обратными частотами) порядка 10—30 суток. В основном вихрь находится в геострофическом равновесии и чаще всего обнаруживает смещение на запад со скоростью около нескольких сантиметров в секунду. Амплитуда, определяемая как вертикальное смещение изопики, может быть 100 м и более, а связанные с вихрем течения могут достигать 1 м/с и более, хотя более типичные значения имеют величину порядка 10 см/с. Расчеты распределения плотности вихревой потенциальной энергии, осуществленные в работе [158] для зоны Северной Атлантики между широтами 0 и 50° северной широты, показали, что максимальные значения (500—2000 см<sup>2</sup>/с) сосредоточены в области Гольфстрима. Несмотря на то, что в этом районе преимущественное происхождение вихрей за счет неустойчивости [706] практически не подвергается сомнению, в других местах могут быть существенными новые механизмы генерации вихрей, такие, как воздействие ветра (см. разд. 9.11) и влияние рельефа дна (разделы 8.7—8.10) [574].

Неустойчивость может принимать многообразные формы и каждый конкретный ее механизм определить по наблюдениям часто оказывается затруднительно. Вместе с тем, в наблюдениях очень отчетливо прослеживается одна из этих форм, когда меандры Гольфстрима образуют большие петли, которые отделяются от него и становятся «рингами Гольфстрима». Если они отрываются от Гольфстрима на его экваториальной стороне, то в их середине находится холодная вода (вихри с холодным ядром). Содержащиеся в вихрях воды Лабрадорского моря могут задерживаться в них на год или около этого. В это время ринг может переместиться к западу и на юг на значительное расстояние. Вихри с теплым ядром, которые возникают аналогичным образом на полярной стороне течения и также перемещаются на запад, иногда снова поглощаются Гольфстримом. На рис. 13.8 показан пример, когда весной 1975 г. в области Гольфстрима наблюдались девять вихрей с холодным ядром (циклонических) и три вихря с теплым ядром (антициклонических). На нем также показан поперечный разрез Гольфстрима и двух вихрей. Свойствам рингов посвящена работа [668].

Более полную информацию о вихрях можно найти в обзорной статье Вюнша [875] и обширном издании [677], выпущенном под редакцией Робинсона. Данные о наблюдениях содержатся в [672], а в [664—666] обсуждается моделирование вихрей



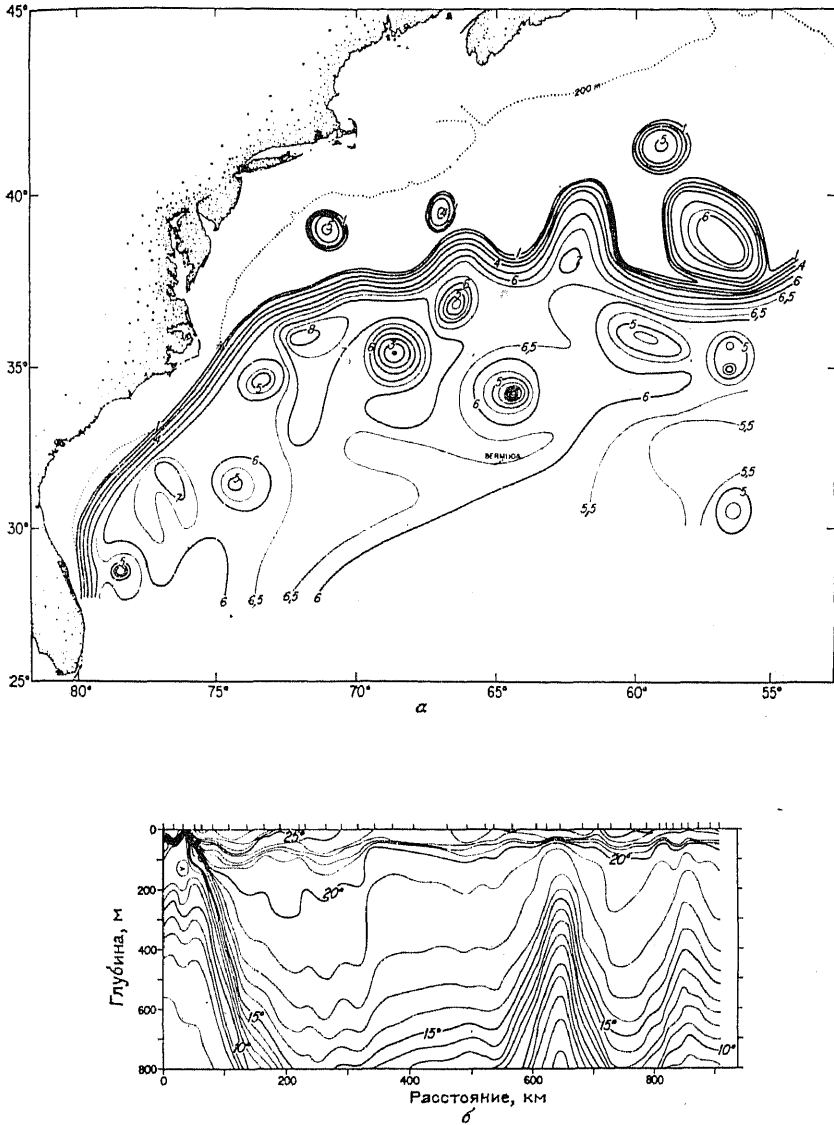


Рис. 13.8. (а) Карта глубины залегания изотермы  $15^{\circ}\text{C}$  (в сотнях метров), где виден Гольфстрим, девять циклонических и три антициклонических ринга. Изолинии проведены по данным, полученным в период с 16 марта по 9 июля 1975 г. (б) Разрез температуры поперек Гольфстрима и двух циклонических (с холодным ядром) рингов к югу от течения. Разрез проведен вдоль ломаной от точки с координатами  $36^{\circ}$  с. ш.,  $75^{\circ}$  з. д. (левый край) через точку с координатами  $35^{\circ}$  с. ш.,  $70^{\circ}$  з. д. (центр) к точке  $37^{\circ}$  с. ш.,  $65^{\circ}$  з. д. (правый край). (Из [669, рис. 1а и 4а, разд. 3].)

и их взаимодействия со средним потоком. В работе [126] рассмотрены аналогии между вихрями в океане и бароклинными возмущениями в атмосфере.

### 13.8. ФРОНТЫ

Решения из разд. 13.3 хорошо воспроизводят начальную стадию развития бароклинных возмущений. Однако рано или поздно существенное значение приобретают эффекты, которые в модели сначала не были учтены и которые приведут к формированию новых особенностей решений. Одной из них является, например, развитие узких фронтов — известного элемента синоптических карт погоды. Фронты весьма многообразны и возникают различными путями. Их описание приведено, в частности, в книгах [824, 608]. Многие идеи, касающиеся структуры фронтов, восходят к работе Бьеркнеса [62]. Здесь в качестве иллюстративного примера мы рассмотрим фронты, образующиеся за счет наиболее быстро растущей волны Иди (см. рис. 13.4). Этот пример в известной мере специфичен, поскольку возмущение в нем не зависит от координаты  $y$  и в точности удовлетворяет нелинейным квазигеострофическим уравнениям. Однако квазигеострофическое приближение само по себе теряет справедливость, когда агеострофическая составляющая скорости  $u_a$  становится сравнимой с ее геострофическим аналогом. В данном случае его роль играет скорость  $U$ . При этом индивидуальную производную  $D/Dt$  уже нельзя аппроксимировать в виде  $D_g/Dt$ .

Формальная процедура вывода уравнений, применимых к окрестности фронта, состоит во введении соответствующих безразмерных переменных (в движущейся вместе с фронтом системе координат). Она вытекает из того обстоятельства, что поперечный к фронту масштаб  $L_x$  мал по сравнению с масштабом изменений вдоль фронта  $L_y$ . Соответствующие масштабы для  $t$ ,  $z_*$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\Phi'$  и  $\theta$  имеют вид  $(L_y/L_x)f^{-1}$ ,  $(f/N_*)L_x$ ,  $(L_x/L_y)fL_x$ ,  $fL_x$ ,  $(fL_x)^2/N_*L_y$ ,  $(fL_x)^2$  и  $fN_*L_x/\alpha_*g$ . В результате введения этих масштабов оказывается, что в уравнениях можно пренебречь только одним членом, а именно, ускорением  $Du/Dt$  в  $x$ -компоненте уравнений движения. Относительно кориолисова слагаемого он имеет порядок  $(L_x/L_y)^2$ . Таким образом, течение вдоль фронта находится в геострофическом равновесии с градиентом давления поперек фронта, т. е.

$$v = v_g = f^{-1} \partial \Phi' / \partial x. \quad (13.8.1)$$

Хотя течение поперек фронта и не находится в геострофическом равновесии, его по-прежнему удобно выразить в виде суммы геострофической и агеострофической ( $u_a$ ) составляющих, где

$$f u_a = - Dv/Dt = - Dv_g/Dt. \quad (13.8.2)$$

Второе равенство вытекает из (13.8.1). Оператор  $D/Dt$  имеет здесь свою полную трехмерную форму (4.1.7), т. е. включает в себя член  $\omega_* \partial / \partial z_*$ . В систему уравнений входят также уравнение гидростатики (6.17.20), уравнение неразрывности (12.8.2) и уравнение (4.10.8) для потенциальной температуры. Они были использованы в исследованиях вертикальной циркуляции во фронтах [703, 191].

Оказывается, данную систему уравнений можно перевести в квазигеострофическую с помощью простой замены переменных [191, 350, 351]. Для этого необходимо заменить переменные, которые находятся в левой графе приведенной ниже таблицы, на переменные из правой графы (при замене строчные буквы меняются на прописные и наоборот)

$$\begin{array}{ll}
 \Phi' & \Phi' = \Phi' + \frac{1}{2} v^2, \\
 x & X = x + v_g / f, \\
 z_* & Z_* = z_*, \\
 t & T = t, \\
 u_a & U_a = u_a + (fJ)^{-1} \omega_* \partial v / \partial z_*, \\
 \omega_* & W_* = \omega_* / J, \\
 N_*^2 & n_*^2 = \frac{\alpha_* g}{f} \left[ \left( f + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z_*} - \frac{\partial v}{\partial z_*} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right],
 \end{array} \tag{13.8.3}$$

где

$$J = 1 + \frac{1}{f} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial (X, Z_*)}{\partial (x, z_*)} \tag{13.8.4}$$

представляет собой якобиан преобразования координат. Зависимые переменные  $\theta$ ,  $u_g$  и  $v$  не меняются и для них нет нужды в новых обозначениях. Независимые переменные  $z_*$  и  $t$  также не меняются, но использование прописных букв в этом случае означает, что частная производная  $\partial / \partial Z_*$  с прописной буквой берется при фиксированном  $X$ , в то время как  $\partial / \partial z_*$  берется при фиксированном  $x$ .

Доказательство возможности выполнить преобразование достигается путем ряда манипуляций с частными производными. В частности, из определения (13.8.3) функции  $X$  следует, что ее индивидуальная производная равна

$$DX/Dt = Dx/Dt + f^{-1} Dv/Dt = u + f^{-1} Dv/Dt = u_g. \tag{13.8.5}$$

Последнее равенство вытекает из соотношения (13.8.2) и определения  $u_a$ . Отсюда можно заключить, что оператор полной производной в новой системе координат можно представить следующим образом:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial T} + \frac{DX}{Dt} \frac{\partial}{\partial X} + v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{DZ_*}{Dt} \frac{\partial}{\partial Z_*} = \frac{D_g}{Dt} + \omega_* \frac{\partial}{\partial Z_*}, \tag{13.8.6}$$

где

$$D_g/Dt = \partial/\partial T + u_g \partial/\partial x + v \partial/\partial y, \quad (13.8.7)$$

а  $\partial/\partial T$  обозначает производную при фиксированном  $X$  (не  $x$ ). Преобразованный вариант (13.8.2) и (4.10.8) теперь записывается так

$$fU_a = -D_g v/Dt, \quad D_g \theta/Dt + (n_*^2/\alpha_* g) W_* + v \partial \theta/\partial y = 0, \quad (13.8.8)$$

а остальные соотношения используются в следующем виде:

$$fv = \partial \Phi'/\partial X, \quad \alpha_* g \theta = \partial \Phi'/\partial Z_*, \quad \partial U_a/\partial x + \partial W_*/\partial Z_* = 0. \quad (13.8.9)$$

Их вывод основан на представлении производных по  $X$  и  $Z_*$  через производные по  $x$  и  $z_*$ , которое для любой функции  $F$  выполняется по правилу

$$\frac{\partial F}{\partial Z_*} = \frac{\partial (F, X)}{\partial (Z_*, X)} = \frac{1}{J} \frac{\partial (F, X)}{\partial (z_*, x)} = \frac{1}{J} \left[ \frac{\partial F}{\partial z_*} \left( 1 + \frac{1}{f} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial F}{\partial x} \frac{1}{f} \frac{\partial v}{\partial z_*} \right]. \quad (13.8.10)$$

Производная  $\partial F/\partial X$  находится аналогично.

Величина  $n_*^2$  в данном случае пропорциональна введенной Эртелем потенциальной завихренности  $Q$  (см. определение (7.11.17)). Поэтому в соответствии с (7.11.13) при движении частицы ее значение  $n_*^2$  сохраняется. С помощью приведенных выше уравнений можно вывести эквивалентные так называемые «полугеострофические» соотношения (см. ниже в данном разделе. — *Прим. перев.*). В задаче Иди значение  $n_*^2$  в невозмущенном потоке было неизменным, так что его полную производную можно было считать равной нулю. Отсюда следует (как было впервые показано в [350]), что в преобразованных координатах решение имеет тот же самый вид (13.3.15), что и в разд. 13.3. В частности, на разрезе  $y = 0$  для  $\theta$  и  $v$  получаются следующие зависимости:

$$\alpha_* g \theta = n_*^2 Z_* + \frac{\exp(\sigma T)}{H_R} \left[ \cos kX \frac{\text{ch}(Z_*/H_R)}{\text{sh}(H/H_R)} + \sin kX \frac{\text{sh}(Z_*/H_R)}{\text{ch}(H/H_R)} \right], \quad (13.8.11)$$

$$f^2(X - x) \equiv fv = k \exp(\sigma T) \left[ -\sin kX \frac{\text{sh}(Z_*/H_R)}{\text{sh}(H/H_R)} + \right. \\ \left. + \cos kX \frac{\text{ch}(Z_*/H_R)}{\text{ch}(H/H_R)} \right]. \quad (13.8.12)$$

Это решение показано на рис. 13.9. При его построении положения изолиний сначала рассчитывались в пространстве  $(X, Z_*)$ , а затем с помощью формулы (13.8.12) они определялись в пространстве  $(x, z_*)$ . Особенность решения состоит в том, что в те-

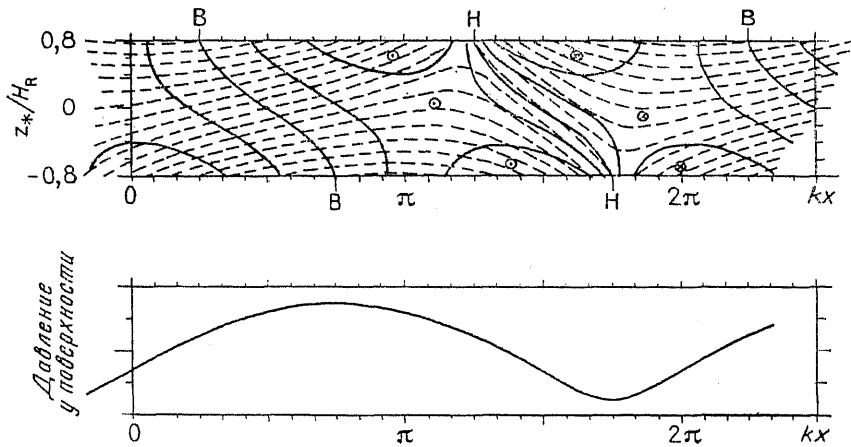


Рис. 13.9. Решение для наиболее быстро растущей (двухмерной) волны Иди при достаточно больших амплитудах возмущений. Представлены вертикальные разрезы изолиний скорости (сплошные линии) и потенциальной температуры (штриховые). Амплитуда возмущений достигла 90 % того значения, при котором на границе в точках минимальных давлений ( $H$ ) развивается сингулярность. Эти точки соответствуют фронтам, и нормальная составляющая скорости в них равна нулю. Интервал между изолиниями потенциальной температуры на рисунке совпадает с интервалом из рис. 13.4, *в*, характеризующего решение с малой амплитудой. Решение получается из последнего с помощью преобразования координат. Вертикальная ось увеличена в  $N_*/f$  раз. Отметим, что изолинии скорости и потенциальной температуры в области фронта становятся почти параллельными. На нижнем рисунке показано соответствующее распределение поверхностного давления по оси  $x$ . Обращает на себя внимание то обстоятельство, что область низкого давления уже области высокого давления.

чение некоторого конечного отрезка времени на границах (в точках, отмеченных буквой  $H$ ) появляется сингулярность. Она соответствует образованию фронта — участка бесконечно больших градиентов. На уровне земли сингулярность возникает в точке, где  $J = \infty$ , т. е. где  $\partial x / \partial X = 0$ . С учетом (13.8.12) получаем, что при этом  $kX = \frac{7}{4}\pi$  и  $k^2 \exp(\sigma T) = 2^{-1/2} f^2$ . На рис. 13.9 решение показано в другой момент, а именно тогда, когда его амплитуда составляет 90 % от того значения, которое достигается в данный момент времени. Для сравнения на рис. 13.10 приведены результаты натуральных наблюдений на разрезе поперек фронта. Сходство двух рисунков для области нижней тропосферы несомненно. (Структура в зоне тропопаузы может быть воспроизведена с помощью аналогичной модели. Этот вопрос обсуждается ниже.)

Некоторые особенности фронта не зависят от процесса его формирования. Поскольку в соответствии с определением фронта как зоны больших градиентов основные слагаемые, отражаю-

щие баланс потенциальной завихренности (последнее равенство (13.8.3)), удовлетворяют соотношению

$$\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z_*} - \frac{\partial v}{\partial z_*} \frac{\partial \theta}{\partial x} \equiv \frac{\partial (v, \theta)}{\partial (x, z_*)} = 0, \quad (13.8.13)$$

изолинии  $v$  и  $\theta$  должны совпадать в области фронта. Эта особенность характерна и для теоретических моделей фронтов, и

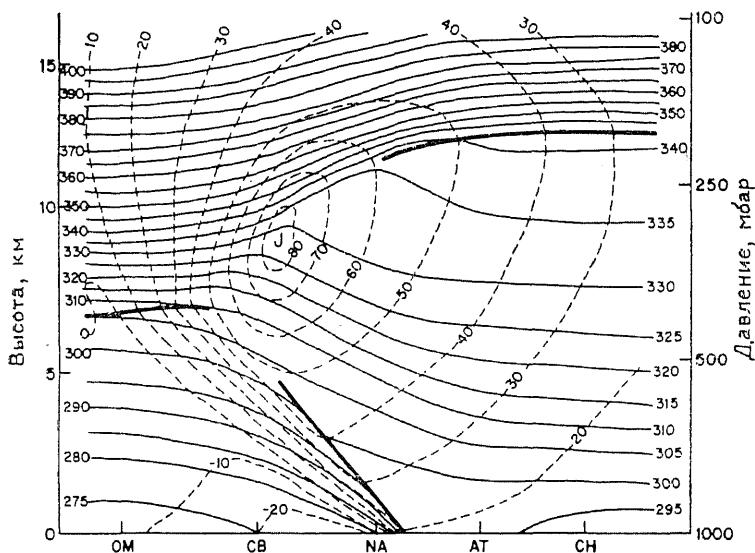


Рис. 13.10. Вертикальный разрез через фронтальную зону, проходящий от г. Омаха, штат Небраска (ОМ), до г. Чарльстон, Южная Каролина (СН). Изолинии скорости ветра в м/с показаны штриховыми, а изолинии потенциальной температуры (в градусах Кельвина) — сплошными линиями. Разрез выполнен на протяжении 2000 км. Время — полночь (по Гринвичу) 20 ноября 1964. Рисунок взят из работы [824, рис. 3.20], в которой изложены дальнейшие подробности. Этот фронт можно сравнить с решением для случая идеальной жидкости (рис. 13.9).

для реально наблюдающихся. Сохранение потенциальной завихренности требует, кроме того, чтобы знак суммы  $f + \frac{\partial v}{\partial x}$  оставался положительным. Поэтому она может иметь большие значения только при большой *циклонической* относительной завихренности  $\partial v / \partial x$ . Более детальные представления о возможных величинах завихренности дают приведенные в работе [698] подробные наблюдения фронта на территории США: он имел на высоте 300 м значение  $\partial v / \partial x$ , равное  $10f$ , а  $\partial \theta / \partial x$  на этой же высоте было равно 0.5 град/км.

Другое общее положение характерно для поперечного к фронту потока. Соотношение (13.8.2), записанное для поверх-

ности, дает:

$$\partial v / \partial t + u(f + \partial v / \partial x) = u_g = -f^{-1} \partial \Phi' / \partial y. \quad (13.8.14)$$

Если предположить, что градиент давления вдоль фронта, а также ускорение потока, направленного параллельно фронту, меняется не сильно, то при возрастании  $(f + \partial v / \partial x)$  скорость  $u$  должна становиться малой. Это утверждение можно сделать более строгим, если иметь в виду задачу Иди. В этой задаче скорость  $v$  (и, следовательно,  $\partial v / \partial t$ ) в точности равняется нулю в точке  $L$  с минимальным давлением и максимальной циклонической завихренностью, где и образуется фронт. Из рис. 13.4, в видно, что в этой точке агеострофическое течение противоположно по направлению геострофическому. Последнее остается неизменным, а  $u_a$  со временем экспоненциально растёт. Поэтому в соответствии с соотношением (13.8.14) функция  $(f + \frac{\partial v}{\partial x})$  в течение конечного времени должна бесконечно возрастать. Поскольку течение в поперечном фронту направлении слабое, направленный к полюсу поток продолжает приносить тёплый воздух. В то же время за линией фронта поток, направленный к экватору, приносит холодный воздух и температурный контраст при этом возрастает. Другая особенность показанного на рис. 13.9 фронта следует из свойств бароклинных возмущений. Поверхность раздела поднимается к западу, а угол наклона имеет порядок  $f/N$ . По порядку величины это совпадает с зарегистрированными углами наклона фронтов (на рис. 13.10 значение угла примерно равно  $f/N$ , а в случае из работы [698] — около  $0.3f/N$ ).

В действительности бесконечно большие градиенты в природе не наблюдаются, поскольку под влиянием изменений по оси (см. ниже), трения, перемешивания и реализации скрытого тепла структура фронта испытывает различные изменения. На малых масштабах она может стать весьма сложной (см., например, [56]). Решению, показанному на рис. 13.9, отвечает максимальная скорость, равная  $0.90 k^{-1} f = 1.1 N_* H$ , что составляет примерно 100 м/с, Сандерс [698] установил, что изменения геострофической скорости  $v_g$  поперек фронта имеют ту же величину, хотя измеренная на высоте 300 м скорость изменялась только на 20 м/с. На высоте 1200 м изменения измеренных и геострофических скоростей были около 35 м/с. Очевидный недостаток теории состоит в том, что она не учитывает приповерхностный пограничный слой. За счёт большого сдвига (см. разд. 9.5) в область низкого давления у земли направляется мощный экмановский поток (по данным Сандерса конвергенция скорости на высоте 300 м была равна  $5f$ ). Он приводит к росту градиента температуры и увеличивает скорости восходящих потоков в области фронта. Описание зарегистрированных

восходящих движений в зоне фронтов приводится, например, в [92]. В работе [75] решение, показанное на рис. 13.9, было обобщено с учетом эффектов трения о поверхность земли. Полученные результаты были сравнены с наблюдениями Сандерса. Влияние трения вне пределов пограничного слоя рассматривалось в другом контексте в работе [249], а применительно к фронтам в океане — в работе [226]. Эффекты турбулентных потоков в свободной атмосфере обсуждаются в статье Шапиро [717], а Вильямс [860] получил стационарный фронт численным путем. Эффекты высвобождения скрытого тепла конденсации, которые также могут иметь большое значение, моделировались, например, в работе [605].

Развитие фронтов в *трехмерном потоке* можно исследовать теми же методами, что использованы выше. Составляющая вдоль оси  $y$  уравнений движения аппроксимируется, как и (13.8.2), т. е.

$$f v_a = D u_g / D t \quad (13.8.15)$$

и во фронтальных районах это уравнение хорошо аппроксимирует полное вне зависимости от ориентации фронта. Для этого необходимо лишь одно условие, чтобы поперечный к фронту пространственный масштаб был много меньше продольного. Указанное упрощение известно как *геострофическое приближение* в уравнениях движения. Впервые его ввел Эллиассен в 1949 г. [189]. Соответствующие уравнения называются полугеострофическими. Используя переменные (13.7.3) и преобразовании

$$Y = y - u_g / f, \quad (13.8.16)$$

их можно привести к квазигеострофическим [346, 351]. Координаты  $X$ ,  $Y$  называются *геострофическими*. Они были использованы в работе М. И. Юдина [893]. Преобразование координат обсуждалось также в работе [76]. Величина  $n^2$  пропорциональна введенной Эртелем потенциальной завихренности, а  $J$  представляет собой отношение полной завихренности к  $f$ . Указанное приближение применялось для изучения развития квадратной волны Иди (см. рис. 13.6) в работе [347]. Хоскинс и Уэст [355] учли, кроме того, эффект горизонтального сдвига скорости среднего течения, а в [352] были рассмотрены типы получающихся фронтов. Обзор математических теорий фронтогенеза дан в работе [349].

Как видно из рис. 13.9 и 13.10, фронты могут возникать и на тропопause. Приближение твердой крышки оказывается не слишком хорошим для описания развития фронтов, однако представление тропопause в виде поверхности разрыва  $N_*^2$  (или скорее  $n_*^2$ ) дает удивительно точные результаты, как это было показано, например, Хоскинсом [344]. Важной чертой этих фрон-



тов является опускание стратосферного воздуха в виде языка, которое достигает уровней, расположенных значительно ниже нормальной высоты тропопаузы. Подобные языки могут быть прослежены, например, по измерениям концентрации озона. Их описание можно найти в работах [657, 716].

Фронты в океане возникают из-за влияния самых различных механизмов. Иногда они выглядят очень отчетливо в полях температуры и солености, а в поле плотности почти *не выражены*. Резкие изменения свойств на фронтах оказываются существенными в связи с тем, что они влияют на динамику. Обзор спутниковых наблюдений над температурными фронтами сделан в [443]. Основные климатические фронтальные зоны (где фронты наиболее часто регистрируются) в северной части Тихого океана приведены на рис. 13.11; они обсуждались в работе Родена [681]. Один из важных типов фронтов связан с *экмановской конвергенцией* в поверхностном слое. Примерами подобных фронтов являются субтропические, которые наблюдаются на широтах от 30° с. ш. до 40° ю. ш. Их изменения, связанные с колебаниями экмановской дивергенции, изучались в работе [682]. Второй тип фронтов формируется на *границе водных масс* (см. [845]). Такой фронт разделяет, например, воды субарктических и субтропических круговоротов. В северной части Тихого океана (рис. 13.11) этот фронт находится на широте 42° с. ш. Он сформирован на месте встречи холодного, направленного к экватору, течения Ойясио с теплым течением полярного направления — Куроисио. На поверхности этот фронт хорошо выражен на разрезах температуры и солености, но в поле плотности он заметен слабо.

Важным обстоятельством, которое играет большую роль в определении свойств фронта, является его близость к границе между восходящей экмановской скоростью в субарктическом круговороте и нисходящей скоростью в субтропическом круговороте. Близкими (в сравнении с субарктическим фронтом в северной части Тихого океана [772]) свойствами обладает и *Антарктическая конвергенция* [507]. Ее подробное изучение в зоне пролива Дрейка выполнено в работе [384]. К образованию фронта может приводить и *прибрежный подъем* холодных вод [214, 559]; пример такого фронта приведен на рис. 10.16. В работе [509] на основе метода Хоскинса и Брезертонна [350] изучалось образование фронтов за счет *конвергенции среднего течения*. Еще один тип фронтов связан с *различиями в интенсивности перемешивания*. Источником таких фронтов могут быть, например, приливы [729]; моделирование их было осуществлено в [373]. Будучи отличительным признаком мелких морей, эти фронты формируют границу между хорошо перемешанными водами с мелкой стороны фронта и стратифицированными водами с более глубокой стороны. На фронтах обычно наблю-

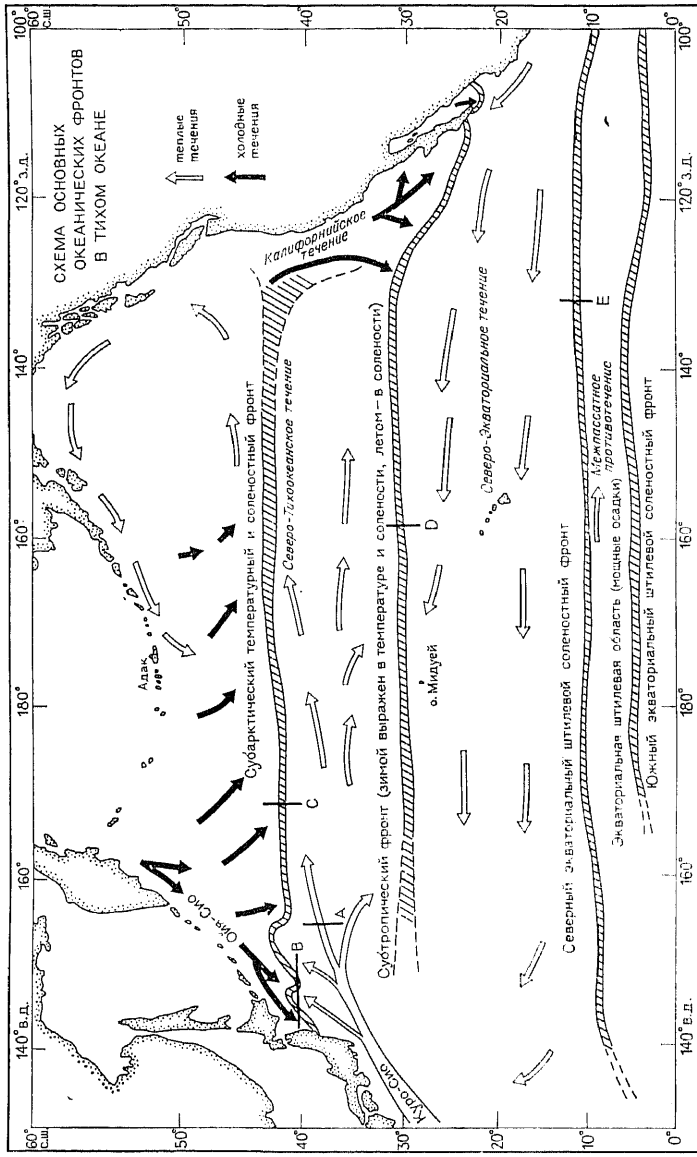


Рис. 13.11. Карта-схема основных фронтов Тихого океана. Разрезы, отмеченные буквами А—Е, приведены в работе Родена 1975 года [681, рис. 1].

даются волны с большой амплитудой [865]; их модель предложена в [374]. Еще одна возможность генерации контрастов температуры в моделях хорошо перемешанных мелких морей связана с отдачей одного и того же количества тепла водами моря различной глубины [256].

### 13.9. ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ БАРОКЛИННОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Теория бароклинной неустойчивости позволяет продемонстрировать формирование в атмосфере циклонических возмущений и определить их структуру в начальный отрезок времени. Аналогичным образом неустойчивость среднего течения приводит к генерации океанских вихрей. Вместе с тем, вихри (этот термин включает в себя и атмосферные возмущения) не могут расти неограниченно и их осредненный эффект можно оценить только в том случае, если привлечь дополнительную информацию о развитии вихрей до стадии зрелости, об их затухании, взаимодействии с другими возмущениями и т. д. Применительно к атмосфере полезную для понимания процесса картину дает анализ поведения возмущений по отношению к заданному весьма реалистичным образом зональному потоку (такому, например, который показан на рис. 13.12, *a*). Горизонтальные градиенты температуры при этом преимущественно сосредоточены в поясе широт  $30\text{--}60^\circ$  с. ш. и создают струйное течение на широте  $45^\circ$  и уровне 200 мбар. В работах [723, 724] было рассмотрено поведение возмущения относительно этого потока, которое первоначально имело структуру наиболее быстро растущей моды с зональным волновым числом, равным 6, и малую амплитуду (максимальное возмущение давления равнялось 1 мбар). Возмущение быстро росло за счет перехода доступной потенциальной энергии среднего потока и порождало весьма близкую к реальности структуру поверхностных полей, содержащую фронты. Соответствующая картина показана на рис. 13.12, *c*. У поверхности земли рано или поздно возникает окклюзия, которая как-бы подпирает возмущение снизу, и энергия возмущения достигает максимума на седьмые сутки. После этого она спадает примерно с той же скоростью, с которой ранее росла, и на десятые сутки уменьшается до величины, составляющей примерно одну десятую пикового значения. Далее затухание происходит значительно медленнее. В течение полного процесса реализуется примерно одна четвертая часть доступной потенциальной энергии. Зонально-осредненная скорость течения и распределение зонально-осредненной температуры в конце жизненного цикла возмущения показаны на рис. 13.12, *b*. Поскольку это распределение лишь очень слабо неустойчиво, в дальнейшем не происходит сколько-нибудь значительного высвобождения доступной потенциальной энергии.

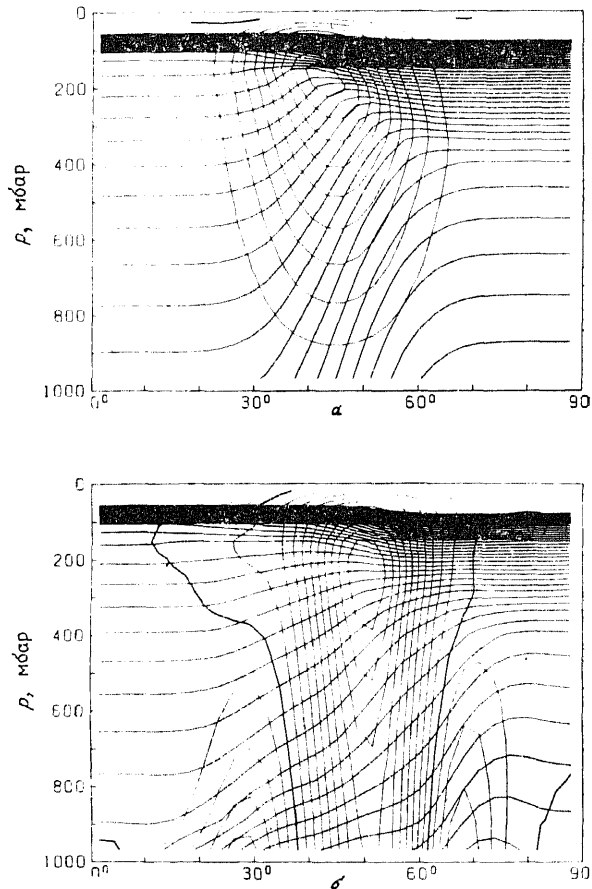
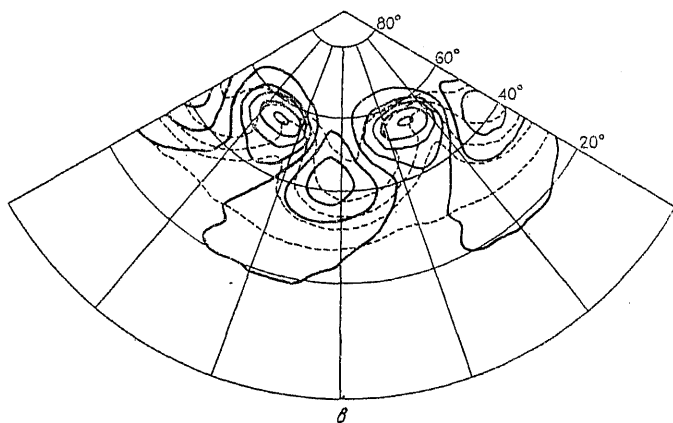


Рис. 13.12. Меридиональные разрезы зонально-осредненной потенциальной температуры и зонального ветра для: (а) основного стационарного зонально-осредненного состояния в начале эксперимента, посвященного жизненному циклу возмущения (из [724, рис. 1а]); (б) зонально-осредненного распределения в конце жизненного цикла. Изолинии проведены через 5 К и 5 м/с. Изолиния нулевой скорости выделена толстой линией. (С любезного разрешения Б. Дж. Хоскинса.) (в) Полярная (Северный полюс) стереографическая проекция изолиний поверхностного давления (сплошные линии) и приповерхностной температуры (штриховые линии) после 5 суток интегрирования для показанного на рис. (а) возмущения с зональным волновым числом, равным 6. Первоначальная амплитуда колебаний приповерхностного давления была равна 1 мбар. В качестве возмущения взята наиболее быстро растущая мода. Изолинии проведены через 8 мбар и 8 К.

Наиболее удобным способом изображения изменений, происходящих в течение жизненного цикла возмущения [184], является построение «разрезов Эллиассена — Пальма», на которых показаны квазигеострофический поток Эллиассена — Паль-



(Продолж. рис. 13.12).

ма (его определение приведено в разд. 12.9) и его дивергенция. Этот поток по направлению совпадает с групповой скоростью (при охарактеризованных в разд. 12.9 условиях); его горизонтальная составляющая (см. (12.9.14)) пропорциональна горизонтальному потоку импульса, вертикальная — горизонтальному потоку тепла, а дивергенция этого потока — потоку квази-геострофической потенциальной завихренности. На рис. 13.13 показаны значения этого потока на двух стадиях жизненного цикла, а также средние значения за весь цикл. Направление потока обозначено стрелками, а изолинии демонстрируют его дивергенцию, т. е. поток потенциальной завихренности. Начальное (наиболее быстро растущее) возмущение, которое показано на рис. 13.13, а, по своей структуре удивительно похоже на изученную в разд. 13.4 моду Чарни, но только в том случае, когда она эволюционирует в канале. В горизонтальной плоскости возмущение имеет вид, показанный на рис. 13.5. Для того, чтобы получить структуру, воспроизведенную на рис. 13.13, а, стенки канала надо поместить на широтах около 35° и 55°. Канал будет при этом содержать половину гармонической волны. Поскольку в моде Чарни поток импульса равен нулю, стрелки на рисунке должны быть направлены вертикально вверх, а их величина должна меняться с широтой так, как это показано на вставке в правом нижнем углу рис. 13.6, которая очень сильно напоминает рис. 13.13, а.

На восьмой день, когда возмущение уже начало быстро затухать, его структура (рис. 13.13, в) выглядит совершенно иначе. Приповерхностные потоки становятся относительно небольшими и захватывают больший диапазон широт. Процесс бароклинной неустойчивости прекращает свое действие (см. выше) и плане-

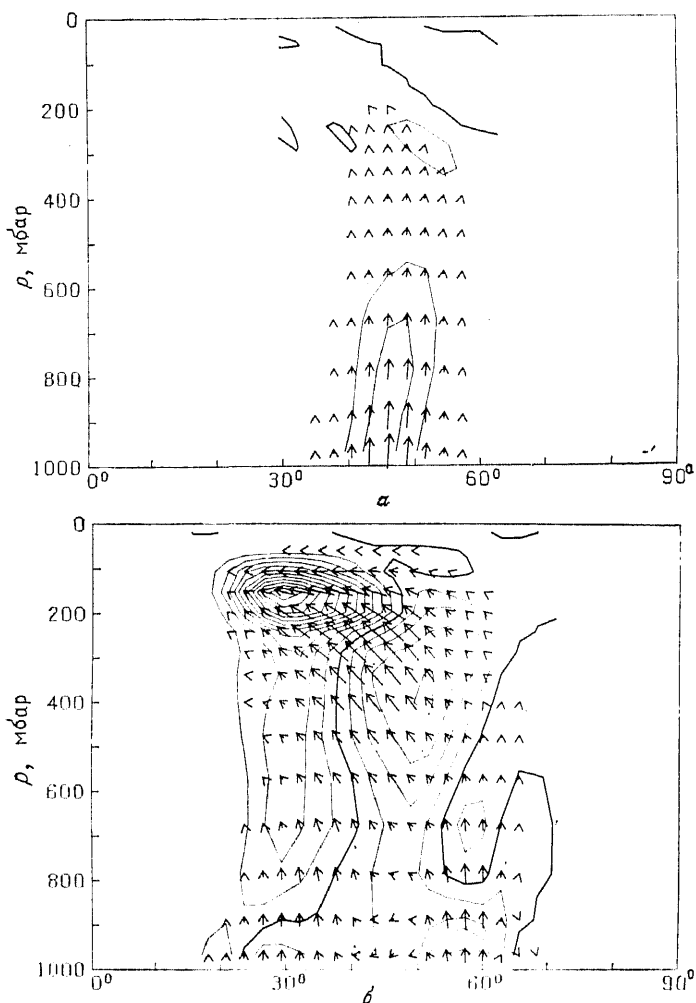
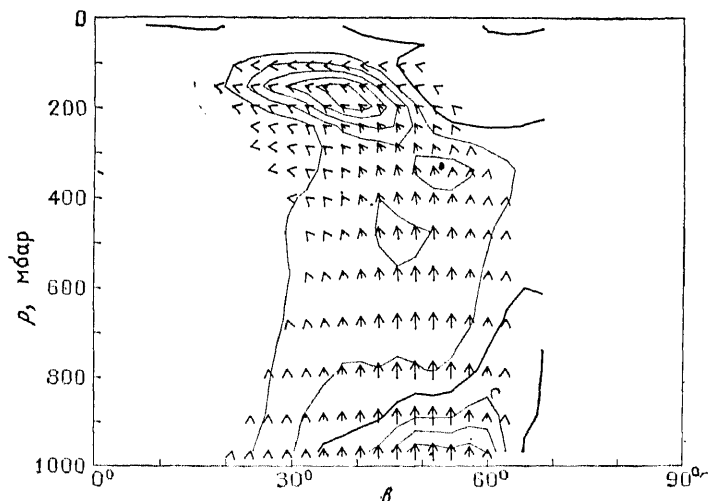


Рис. 13.13. Разрезы Эллиасена-Пальма, характеризующие жизненный цикл бароклинного возмущения. Обозначенные стрелками векторы соответствуют потоку Эллиасена-Пальма (см. разд. 12.9). Для линейных волн он совпадает по направлению с групповой скоростью. При выбранных координатах горизонтальные и вертикальные составляющие вектора определяются как  $-2\pi r^2 g^{-1} \overline{u'v'} \cos^2 \varphi$  и  $2\pi f r^3 g^{-1} \overline{v'T'} \cos^2 \varphi (\partial\theta/\partial p)$ , где  $r$  — радиус Земли,  $\varphi$  — широта,  $g$  — ускорение силы тяжести.  $f$  — параметр Кориолиса. (Это равно произведению множителя  $2\pi r^2 \cos^2 \varphi / (\rho_* g)$  на поток Эллиасена-Пальма, задаваемый формулой (12.9.14).) В этом случае дивергенция определяемая как сумма производной от горизонтальной составляющей по  $\varphi$  и производной вертикальной составляющей по  $p$ , равна  $2\pi r^3 g^{-1} \overline{v'q'} \cos^2 \varphi$ , что пропорционально потоку квазигеострофической потенциальной завихренности. На рисунках показаны изолинии определенной таким образом дивергенции (интервал между изолиниями равен  $1,5 \times 10^{15} \text{ м}^3$  (а) и  $4 \times 10^{15} \text{ м}^3$  для (б)). Нулевая изолиния выделена черным. (а) Нулевой день жизненного цикла. Рисунок соответствует наиболее быстро растущей моде. (б) 8-е сутки. (в) Осредненные за период жизненного цикла значения. (Из [184, рис. 3].)



(Продолж. рис. 13.13.)

тарные волны начинают распространяться из зоны неустойчивости вверх и к экватору. Наиболее сильные потоки теперь сосредотачиваются в том участке струйного течения, где скорости превосходят 10 м/с. Особая роль изолинии скорости 10 м/с связана с тем, что на ней волновая скорость возмущения равна скорости потока. В этих местах происходит поглощение и, возможно, частичное отражение планетарных волн (см. разд. 8.9). Энергия возмущений при этом может быть захвачена струйным течением в пределах «критической линии». Преимущественное направление волнового распространения этих возмущений на юг и вверх (которое, можно, по-видимому, определить с помощью построения лучевой картины) показано стрелками. Они позволяют определить область поглощения волн, находящуюся в экваториальной части струйного течения чуть-чуть ниже тропопазузы. Энергия, которую возмущение теряет при распространении в районы с малыми относительно волны скоростями, большей частью переходит в кинетическую энергию среднего потока. И в самом деле, расчеты скорости перехода энергии возмущения в зональную кинетическую энергию показывают, что в конце шестых суток наступает его быстрое возрастание, на двое суток позже (в момент времени, соответствующий рис. 13.13, в) достигается максимум, и далее в течение двух следующих суток переход энергии спадает до нуля. Результирующее зональное течение в конце жизненного цикла показано на рис. 13.12, в. Западные ветры у поверхности земли оказываются чересчур сильными, однако этот недостаток можно исправить, учитывая поверхностное трение [724].

Осредненный за цикл разрез Эллиассена — Пальма показан на рис. 13.12, с. Восходящие стрелки демонстрируют поток тепла, направленный к полюсу. Этот поток очень силен в зоне больших начальных горизонтальных градиентов. Направленная к экватору составляющая потока соответствует переносу к полюсу восточной составляющей импульса, соответствующей распространению планетарных волн к экватору (см. (12.9.14)). Поток наиболее силен между поверхностями 150 и 400 мбар, где находится струйное течение. Особенно большое влияние этот перенос оказывает на формирование баланса углового момента количества движения Земли. Он непосредственно связан с такой важной особенностью циркуляции атмосферы как приповерхностные западные ветры умеренных широт. Дальнейшее обсуждение этого вопроса можно найти в разд. 13.10.

## 13.10. ОБЩАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ АТМОСФЕРЫ

### 13.10.1. ВВЕДЕНИЕ

Во введении к книге мы немного обсудили вопрос о том, как атмосфера реагирует на воздействие солнечной радиации. Здесь, в конце книги, представляется уместным еще раз коснуться этой темы, учитывая положения, которые были развиты в основных главах. В гл. 1 было показано, что чисто радиационное равновесие неустойчиво, так как у поверхности земли воздух оказывается более легким, чем над ней, и в толще тропосферы возникает конвекция. Поэтому модели радиационно-конвективного баланса можно применять только для моделирования локального равновесия между эффектами радиации и конвекции. В принципе можно теоретически представить себе атмосферу, в которой этот баланс реализуется в среднем и независимо на каждой широте. В этом случае температура на экваторе будет сильно завышена, а на полюсах — сильно занижена. Разность температур «экватор — полюс» окажется при этом примерно в четыре раза больше значения  $30^\circ\text{K}$ , которое характерно для осредненного распределения на рис. 7.9. В соответствии с соотношением термического ветра указанное распределение может находиться в равновесии с зональным потоком. Однако это приводит к значительно более сильному струйному течению, чем наблюдается в природе.

Вместе с тем, из-за влияния охарактеризованных в разд. 13.9 бароклинических возмущений подобное состояние в действительности не встречается. Возмущения черпают свою энергию из потенциальной энергии, связанной с меридиональным температурным градиентом, и уменьшают его величину так, как это показано на рис. 13.12. Поскольку радиация по-прежнему стремится восстановить градиент температуры, наблюдаемое осредненное



распределение температуры преимущественно определяется равновесием между действующими противоположным образом эффектами неустойчивости и радиации.

Для того чтобы более глубоко изучить природу зонально-осредненной циркуляции, рассмотрим уравнения для  $[\bar{u}]$ ,  $[\bar{v}]$  и  $[\bar{w}]$ -составляющих скорости по координатам  $\lambda$ ,  $\varphi$ ,  $z_*$ , осредненных по долготе и по времени (здесь  $\lambda$  — долгота,  $\varphi$  — широта,  $z_*$  — логарифм давления, т. е. координата, введенная в разд. 6.17), а также уравнение для температуры  $[\bar{T}]$ , осредненной таким же образом. Квадратные скобки обозначают зональное осреднение (отклонения от этого среднего будут отмечаться звездочкой сверху), а черта сверху — осреднение по времени (отклонение от осредненных по времени функций отмечается штрихом). Две составляющие скорости  $[\bar{v}]$  и  $[\bar{w}]$  могут быть выражены (см. (9.15.10)) посредством функции тока меридиональной циркуляции  $\psi$ . Из уравнения неразрывности (6.17.11) и определения  $\rho_*$  (6.17.29) следует, что функцию тока можно определить следующим образом

$$\rho_* [\bar{v}] \cos \varphi = -\partial \psi / \partial z_*, \quad \rho_* [\bar{w}_*] \cos \varphi = r^{-1} \partial \psi / \partial \varphi, \quad (13.10.1)$$

где  $r$  — радиус Земли (уравнения в сферических полярных координатах обсуждались в разд. 4.12). Две другие функции  $[\bar{u}]$  и  $[\bar{T}]$  можно аналогичным образом выразить через одну переменную  $[\bar{\Phi}]$  — зонально-осредненный и осредненный по времени геопотенциал. Это объясняется тем, что в результате быстро протекающих процессов приспособления, которые изучались в предыдущих главах, эти функции связаны друг с другом соотношением термического ветра. Исходя из уравнения для меридиональной составляющей импульса в полярных сферических координатах (4.12.15) и добавляя гидростатическое соотношение (6.17.20), можно записать члены, характеризующие геострофический баланс (7.6.7) (с учетом нелинейных членов, которые могут быть существенными в низких широтах), следующим образом:

$$(2\Omega + r^{-1} [\bar{u}] \sec \varphi) [\bar{u}] \sin \varphi = -r^{-1} \partial [\bar{\Phi}] / \partial \varphi, \quad (13.10.2)$$

$$H_s^{-1} R [\bar{T}] = \partial [\bar{\Phi}] / \partial z_*.$$

Для простоты мы не будем принимать во внимание влияние влажности на плавучесть воздуха и пренебрежем различиями между температурой воздуха  $T$  и виртуальной температурой  $T_v$ .

Итак, зонально-осредненная циркуляция может быть описана посредством двух переменных  $\psi$  и  $[\bar{\Phi}]$ . Поле  $\psi$ , построенное по данным наблюдений для двух экстремальных сезонов, показано на рис. 1.7, а, на рис. 7.9 представлены поля  $[\bar{u}]$  и  $[\bar{T}]$ , связанные с  $[\bar{\Phi}]$ . Для определения распределений  $[\bar{\Phi}]$  и  $\psi$  мы имеем два уравнения, а именно: осредненное уравнение для

зональной составляющей импульса (4.12.14) и уравнение для температуры (см. (4.4.6) и (6.17.13)). Они образуют систему и могут быть решены только совместно. Вместе с тем для обсуждения задачи более удобно рассмотреть эти два уравнения по отдельности.

### 13.10.2. ЗОНАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ И БАЛАНС УГЛОВОГО МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Уравнения для зональной составляющей импульса (4.12.14) удобно записать через функцию углового момента:

$$M = (\Omega r \cos \varphi + [\bar{u}]) r \cos \varphi. \quad (13.10.3)$$

Осредненная форма записи этого уравнения имеет вид:

$$r^{-1} [\bar{v}] \partial M / \partial \varphi + [\bar{\omega}_*] \partial M / \partial z_* = r \cos \varphi (\mathcal{Y}_{\text{eddy}} + \mathcal{Y}_{\text{friction}}), \quad (13.10.4)$$

где слагаемое

$$\mathcal{Y}_{\text{eddy}} = -r^{-1} \sec^2 \varphi \partial \{ (uv)_{\text{eddy}} \cos^2 \varphi \} / \partial \varphi - \rho_*^{-1} \partial \{ \rho_* (uw)_{\text{eddy}} \} / \partial z_* \quad (13.10.5)$$

характеризует интенсивность конвергенции потока зональной вихревой составляющей импульса в единичном объеме, а  $\mathcal{Y}_{\text{friction}}$  представляет собой эффект трения за счет процессов меньшего, чем синоптический, масштаба (т. е. процессов с характерными размерами, малыми по сравнению с размерами бароклинных вихрей). В представленных формулах скобки и индекс «eddy» обозначают выражение

$$(uv)_{\text{eddy}} = [\bar{u}^* \bar{v}^*] + \overline{u'v'}, \quad (13.10.6)$$

являющееся суммой вкладов как изменений по времени (нестационарных вихрей), так и по долготе (стационарных вихрей). Величины вихревых переносов импульса были определены по данным наблюдений в работах [588, 604]. Кроме того, их можно оценить и косвенным образом, используя результаты стандартного анализа геопотенциала, температуры и скорости ветра, используемые в численных моделях прогноза. Для Северного полушария (более 20° с. ш.) подобные расчеты были проведены в [432, 434] (зимний сезон) и в [849] (летний сезон). Значения для переноса на поверхности 500 мбар в Южном полушарии приведены в [789].

В действительности функция  $\mathcal{Y}_{\text{eddy}}$  зависит от осредненного поля  $\Phi$  тем же способом, что и в разд. 13.9. Для расчетов по уравнениям для  $[\bar{\Phi}]$  и  $\psi$  необходимо иметь эту функциональную зависимость. Примеры попыток определить приближенно соответствующие формулы и использовать их в упрощенных моделях циркуляции приведены в работах [277, 314]. Здесь мы будем считать вихревые переносы тепла и импульса заданными

функциями, известными из наблюдений. Как предполагается в теории квазигеострофического приближения, наиболее важными составляющими этих потоков будут те, которые создают вклад в квазигеострофический поток Эллиассена — Пальма (см. (12.9.14)). В связи с этим данные о наблюдавшихся потоках можно легко проиллюстрировать на разрезах Эллиассена — Пальма. Наблюдения (включающие в себя вклады и нестационарных и постоянных вихрей) для зимы Северного полушария, основанные на двух различных наборах данных, приведены на рис. 13.14. Получено отличное совпадение с результатами расчетов по модели, которые представлены на рис. 13.13. Это означает, что основные свойства полученных экспериментальным образом распределений формируются под влиянием именно тех процессов, которые были обсуждены в предыдущем разделе.

Сейчас мы рассмотрим течение, исходным начальным состоянием для которого было отмеченное ранее гипотетическое радиационно-конвективное равновесие. Поток находится под влиянием мгновенно включающихся вихревых потоков и любых других известных вынуждающих сил. Реакцию будем определять с помощью двух уравнений — для  $[\bar{\Phi}]$  и  $\psi$ . В начальный период возвратные силы еще не играют большой роли и поведение системы напоминает то, которое получалось в нестационарной задаче Эллиассена [190] без учета трения (см. также [122]). Однако равновесное состояние достигается только под действием уравнивающих сил либо термической природы, либо связанных с трением. Скорость достижения равновесия определяется величиной соответствующих временных констант. Примеры полученных таким образом равновесных решений приведены в работах [313, 708], авторы которых рассчитывали циркуляцию Гадлея, вызванную воздействием сил термического происхождения. Как показано в этих работах, достигнутое равновесие в большей степени зависело от природы уравнивающих сил. К сожалению, в настоящее время эти члены не известны с какой-либо точностью.

Вместе с тем принято считать, что влияние члена  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$  в уравнении движения (13.10.4) очень мало, если не учитывать область приповерхностного пограничного слоя и зону тропиков, где большую роль может играть перенос импульса в облаках кучевых форм (этот вопрос обсуждался в [776]). Поэтому будем рассматривать решения (13.10.4) либо с малым  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$ , либо с  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$ , который считается известным. Используя (13.10.1), можно переписать левую часть уравнения (13.10.4) в виде якобиана от двух функций —  $\psi$  и  $M$ , так что при известной функции  $M$  можно определить  $\psi$  интегрированием вдоль изолиний  $M$ . (Эти уравнения тесно связаны с использованными при исследовании фронтов. Упрощение получается за счет использования функции  $M$  вместо горизонтальной координаты  $\phi$ .)

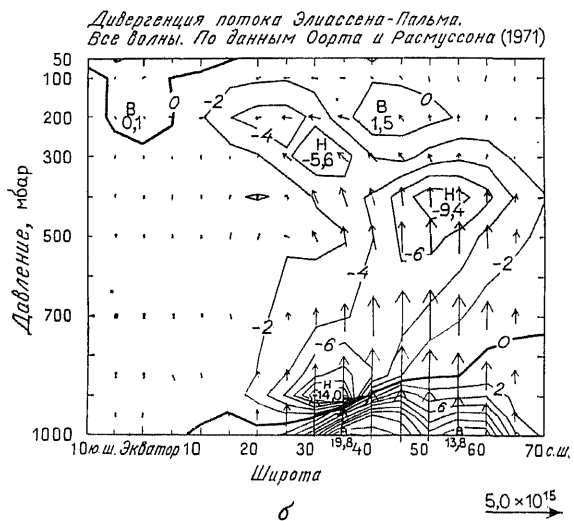
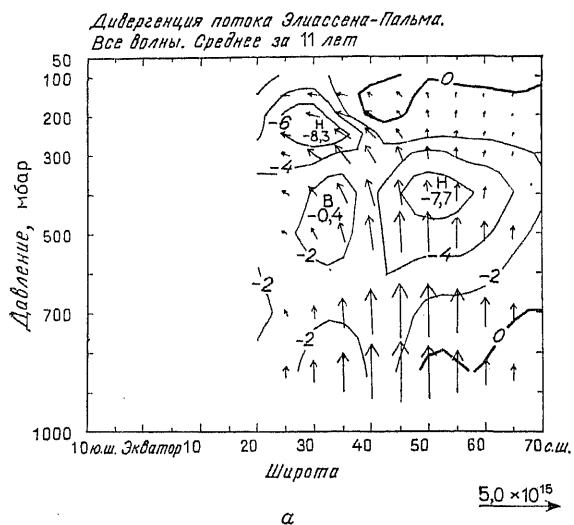


Рис. 13.14. Разрезы Эллиасена-Пальма для полных (стационарных и меняющихся по времени) потоков для зимнего периода. Формат рисунка такой же, как и на рис. 13.13. Изолинии проведены через  $2 \times 10^{15} \text{ м}^3$ . (а) На основе осреднения данных Национального метеорологического центра США за 11 лет. (б) На основе осреднения за 5 лет по данным работы [604]. (Из [184, рис. 5].) В нижней части рисунка показана калибровочная стрелка, длина которой соответствует определенной величине потока.

Действительно, изолинии функции  $M$  не слишком сильно ( $\pm 2^\circ$  широты) отличаются от изолиний  $\varphi$  (т. е. вертикальных линий). Таким образом, интегрирование вдоль изолиний функции  $M$  не очень сильно отличается от интегрирования вдоль вертикали. По сути дела это равносильно тому, что второй член левой части уравнения (13.10.4), включающий в себя  $[\bar{w}_*]$  оказывается малым по сравнению с первым. Следовательно, если коэффициент  $r^{-2} \sec \varphi \partial M / \partial \varphi$  будет известен, то функцию  $[\bar{v}]$  можно найти по известным  $\mathcal{V}_{\text{eddy}}$  и  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$ . Величина этого коэффициента в средних широтах и на нижних уровнях близка к  $f$ . В тропиках на больших высотах он может быть много меньше  $f$ , однако для всех точек, удаленных от экватора более чем на несколько градусов, его знак и знак  $f$  обязательно совпадают.

Поскольку вклад эффектов вертикальных вихревых потоков в уравнении (13.10.4) является малым, то при небольшой величине  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$  его можно аппроксимировать следующей формулой:

$$[\bar{v}] \partial M / \partial \varphi = -r \sec \varphi \partial [(uv)_{\text{eddy}} \cos^2 \varphi] / \partial \varphi. \quad (13.10.7)$$

Соотношение (13.10.7) можно использовать и для нахождения той части меридионального потока, которая непосредственно связана только с вихревыми потоками. Реальные значения  $(uv)_{\text{eddy}}$  (см. рис. 13.14 и 13.16) в северном полушарии преимущественно положительны. Максимальные значения достигаются в верхней тропосфере в окрестности параллели  $30^\circ$  с. ш., т. е. в зоне струйного течения. Таким образом, (13.10.7) дает в верхней тропосфере к северу от  $30^\circ$  с. ш. поток в сторону экватора, а в южной части области (см. рис. 1.7) поток в сторону полюса (меридиональный разрез скорости  $[\bar{v}]$  приведен в [432]); характерные значения  $[\bar{v}]$  имеют порядок 0.1—0.3 м/с. Ячейка циркуляции в средних широтах, связанная с направленным к экватору потоком на больших высотах, называется *ячейкой Ферреля*; оказывается, что ее можно рассматривать исключительно как реакцию атмосферы на вихревые переносы.

Поскольку соотношение (13.10.7) дает в области между экватором и параллелью  $30^\circ$  с.ш. течение, направленное в сторону полюса, можно считать, что по крайней мере хотя бы часть наблюдающегося в ячейке Гадлея меридионального потока (рис. 1.7, а) объясняется влиянием вихревых переносов. Конечно, кроме того могут существовать и дополнительные потоки, связанные, например, с влиянием нагрева. Однако любое усиление потока в области выше пограничного слоя должно быть отражено в возрастании других членов, которые могут войти в соотношение (13.10.7). Если предположить, что функция  $M$  задана по своему наблюдаемому распределению, то единственная оставшаяся возможность связана с возрастанием роли слагаемого  $\mathcal{V}_{\text{friction}}$ . Следовательно, большую роль должен иг-

рать перенос импульса вне пограничного слоя за счет движений меньшего, чем синоптический, масштаба. Модели, предназначенные для демонстрации значения так называемого «трения за счет кучевой конвекции», исследовались в работах [707, 708]. Они указывают на то, что мощная ячейка Гадлея может возникнуть и без влияния факторов, характеризующих членом  $\mathcal{U}^{\text{eddy}}$ . Особенность этих моделей заключается в том, что основной механизм достижения равновесия в системе может быть определен только при совместном рассмотрении уравнений для  $[\Phi]$  и  $\psi$ . Чтобы эффект трения имел большое значение и, следовательно, ячейка Гадлея могла возникнуть даже без влияния члена  $\mathcal{U}^{\text{eddy}}$ , временные масштабы этого процесса должны быть малы по сравнению с масштабами уравновешивающих воздействий (например, ньютоновского охлаждения).

Связь трения и термического поля может быть наглядно прослежена исходя из того обстоятельства, что трение действует в сторону уменьшения вертикального сдвига, и, в соответствии с соотношением термического ветра, в сторону уменьшения  $\partial[T]/\partial\phi$ . Таким образом, трение приводит к образованию более плоских изотерм (относительно изотерм, соответствующих, например, состоянию радиационно-конвективного равновесия) и уменьшению доступной потенциальной энергии. (Отметим, что в действительности распределение  $M$  не является фиксированным, а определяется как некоторая часть общей реакции. В предельном случае, который был рассмотрен, например, в работе [313], поля  $M$  и  $\psi$  были приспособлены так, что левая часть уравнения (13.10.4) для области выше пограничного слоя получалась нулевой, т. е. угловой момент был постоянным на линиях тока.)

Теперь возникает вопрос: какие факторы определяют *поверхностные ветры*. Ответ для случая средних широт следует из того обстоятельства, что соотношение (13.10.7) применимо для всей толщи атмосферы за исключением приповерхностного пограничного слоя. Расчеты  $[\bar{v}]$  на основе этого соотношения показывают, что выше пограничного слоя в среднем имеется перенос масс в сторону экватора. Следовательно, в пограничном слое должен возникать экмановский поток в противоположном (полярном) направлении. Из соотношения (9.2.5) при этом можно заключить, что напряжение ветра на поверхности должно быть направлено на восток. В соответствии с соотношением (9.5.1) в средних широтах у земли ветры должны быть западными. Кроме того, отсюда следует, что поскольку экмановские переносы в атмосфере и океане противоположны по направлению (см. разд. 9.2 и рис. 9.1), экмановские потоки вод в океане, расположенном под ячейкой Ферреля, должны быть направлены в сторону экватора. (Эта идея в обобщенном виде была использована в работах [334, 335] для нахождения циркуляции

океана по статистическим данным о ветре в верхней атмосфере!)

Более общие положения можно получить, если проинтегрировать по  $z_*$  уравнение (13.10.4), умноженное на  $\rho_*$ . При этом получается соотношение, характеризующее баланс углового момента количества движения зонального пояса атмосферы. В предположении, что член  $\mathcal{Y}_{\text{friction}}$  определяется преимущественно вертикальным градиентом горизонтальной составляющей напряжения между слоями, его интегральный эффект может быть выражен только через вклад трения на поверхности земли. Уравнение баланса при этом записывается следующим образом:

$$d \left( \int_0^{\infty} ([\bar{u}][\bar{v}] + (uv)_{\text{eddy}}) \rho_* \cos^2 \varphi dz_* \right) / r d\varphi = -\tau^x(\varphi) \cos^2 \varphi, \quad (13.10.8)$$

где функция  $\tau^x(\varphi)$  обозначает напряжение на поверхности (положительное при восточном направлении). Иначе говоря, закручивающее усилие (момент сил), создаваемое на поверхности (оно обсуждалось в разд. 2.3 и включает в себя влияние рельефа поверхности), сбалансировано с градиентом потока углового момента количества движения, связанным с движением воздуха. (Поток «планетарной составляющей углового момента» связан с ускорением Кориолиса. Он пропорционален потоку массы и, следовательно, равен нулю.) Изменения  $\tau^x$  по широте показаны на рис. 2.2. Везде, за исключением низких широт, они находятся почти в полном равновесии с вихревыми эффектами, т. е. со слагаемым, включающим в себя  $(uv)_{\text{eddy}}$  (оно может быть записано в виде суммы вкладов бегущей и стационарной волн). Доля, вносимая средним потоком, играет важную роль только в ячейке Гадлея низких широт. Максимальное значение этого вклада достигается в середине ячейки, где оно создает примерно такой же эффект, как и вихри на данной широте [588, рис. 4.10].

Чтобы более отчетливо представить себе, как в атмосфере реализуется баланс углового момента количества движения, надо оценить вихревые потоки импульса и определить основные порождающие их причины. Однако имеющаяся в настоящее время в распоряжении информация о вихревых потоках получена относительно недавно, и причина существования приповерхностных западных ветров долгое время оставалась загадочной. Очень интересное обсуждение истории теории общей циркуляции атмосферы и развития представлений о ней приведено в книге Лоренца [485]. Предположение, что большую роль в ней играют вихри, было введено в работе Джеффриса [375], где впервые была представлена построенная в рамках

теории мелкой воды модель общей циркуляции. Как и модель из разд. 9.16 (см. также рис. 9.14), она воспроизвела восточные приповерхностные ветры. Джеффрис в связи с этим отмечал, что единственный способ увязать соотношение (13.10.8) с существованием приповерхностных западных ветров, состоит в том, что необходимо признать очень важным вклад вихрей. Дальнейшее обсуждение баланса углового момента количества движения можно найти в работах [588 и 592, гл. 4].

Подводя итоги, следует отметить следующие особенности осредненного зонального поля ветра, которое показано на рис. 7.9.

(а) Обычно приповерхностный ветер намного слабее термического. В этом можно убедиться, рассматривая, скажем, разность между ветрами у поверхности и на высоте 200 мбар. Поэтому с точностью приближения первого порядка можно считать, что ветер у земли отсутствует, а ветры в верхней части атмосферы определяются соотношением термического ветра.

(б) Ветры у земли можно достаточно аккуратно определить из (13.10.8). Это означает, что по крайней мере в средних широтах, где влияние члена  $[\bar{u}][\bar{v}]$  относительно невелико, они формируются под воздействием вихревых потоков импульса. В разд. 13.9 было установлено, что возникновение вихревых потоков объясняется процессами, происходящими в течение заключительного периода жизненного цикла вихрей, а их направление оказывается связанным с рефракцией волн под влиянием среднего течения. На интенсивность поглощения энергии волн и расположение зон его максимума оказывает влияние и структура струйного течения. Она позволяет определенным образом судить о дивергенции потоков. Поскольку основные течения в океане приводятся в движение ветрами у поверхности, можно сказать, что они являются следствием процессов в верхней тропосфере!

(в) Поскольку *давление воздуха у поверхности* (см. рис. 2.3) преимущественно находится в геострофическом равновесии с приповерхностным ветром, его распределение определяется распределением ветра, и следовательно, формируется за счет тех же самых процессов.

### 13.10.3. БАЛАНС ТЕПЛА

Рассмотрим сначала баланс тепла вертикального столба воздуха. В гл. 1 было показано, как в нем может устанавливаться радиационно-конвективное равновесие с поглощением тепла у земли и его переносом вверх по тропосфере за счет конвекции. В тропосфере эта модельная картина приводит к формированию баланса между радиационным выхолаживанием и конвективным потоком тепла. На большинстве широт наблюдается в качественном отношении именно такая ситуация со ско-



ростями радиационного выхолаживания толщи атмосферы около  $1^\circ\text{K}/\text{сутки}$  (см., например, [172]). Основной источник нагревания, природу которого можно связать с влиянием конвекции, объясняется высвобождением скрытого тепла. Скорость роста средней температуры при этом достигает значений, превосходящих  $2^\circ\text{K}/\text{сутки}$  [589]. В тропиках этот источник нагревания распространен по всей толще тропосферы, а в средних широтах он ограничен значительно более мелким слоем. Разность между членами, характеризующими эффекты радиации и конвекции, называется *скоростью неадиабатического нагревания*. Ее значения, полученные в расчетах [292], показаны на рис. 9.10 (они найдены непосредственно по оценкам адвективных членов, которые должны уравнивать неадиабатические). Если бы меридиональный поток тепла отсутствовал, то на каждой широте устанавливалось бы радиационно-конвективное равновесие и скорость неадиабатического нагревания была бы равна нулю. Это должно приводить к значительно большим разностям температур между экватором и полюсом по сравнению с теми, которые наблюдаются реально. Можно было бы ожидать, что из-за существования меридиональных переносов член, соответствующий неадиабатическому нагреванию, будет положительным в тропиках и отрицательным в более высоких широтах. Из рис. 9.10 видно, что в действительности распределение источников тепла оказывается даже несколько более сложным. Нагревание отмечается не только в тропиках ( $0-10^\circ$ ), но и между  $30$  и  $40^\circ$  с. ш. Охлаждение имеется и в субтропиках, и в высоких широтах. Подобная структура является результатом распределения источников скрытого тепла, которое соответствует распределению осадков, показанному на рис. 2.6. Вторичный максимум на широтах  $30-40^\circ$  с. ш. связан с существующим в этих широтах поясом дождей. Иначе говоря, поскольку «конвективное» слагаемое включает в себя эффект высвобождения скрытого тепла (который зависит от переноса влажности), его уже нельзя рассматривать как чисто локальную реакцию по типу нагревания от поверхности. (Вклады различных членов в баланс влажности обсуждались в написанной Расмуссеном гл. 6 из [588].)

Неадиабатическое нагревание можно рассматривать как некоторую вынуждающую силу, которая выступает в уравнении баланса в виде члена, уравнивающего два типа адвективных потоков — за счет вихрей и за счет осредненной меридиональной циркуляции. Уравнение баланса тепла (см. (4.4.6) и (6.17.13)), осредненное по времени и вдоль кругов широты, имеет вид

$$r^{-1} [\bar{v}] \partial \bar{T} / \partial \varphi + [\bar{w}_*] (kH_s^{-1} \bar{T} + \partial \bar{T} / \partial z_*) = (Q_{\text{eddy}} + Q_{\text{diab}}) / \rho c_p, \quad (13.10.9)$$

где выражение

$$Q_{\text{eddy}}/\rho c_p = -r^{-1} \sec \varphi \partial ((vT)_{\text{eddy}} \cos \varphi) / \partial \varphi - \\ - \exp(z_*/\gamma H_s) \partial [(w_*T)_{\text{eddy}} \exp(-z_*/\gamma H_s)] / \partial z_* \quad (13.10.10)$$

представляет собой конвергенцию вихревого потока (вихревая составляющая, как и в (13.10.6), равна сумме нестационарного и постоянного слагаемых), а  $Q_{\text{diab}}/\rho c_p$  характеризует скорость неадиабатического нагрева, измеренную в градусах в единицу времени.

Перед тем как будут рассмотрены отдельные слагаемые этого уравнения, полезно познакомиться с картиной осредненного по вертикали баланса энергии, приведенной на рис. 1.8. Из рисунка видно, что для формирования равновесного состояния между областью избытка энергии у экватора, получаемой за счет радиации, и областью ее дефицита у полюсов необходим поток энергии в сторону полюса. Заштрихованная область характеризует поток энергии в океане, а незаштрихованная — в атмосфере. Как видно, большая часть потока в средних широтах (с максимумом при 40—50° с. ш.) создается за счет нестационарных вихрей. (Отметим, что вклад потока скрытого тепла в максимальное значение составляет примерно 35%. Таблица, детально характеризующая различные вклады в поток, составлена в [602].) Поток, вызванный осредненной меридиональной циркуляцией, оказывается существенным вблизи экватора.

Сведения о  $(vT)_{\text{eddy}}$  и  $(w_*T)_{\text{eddy}}$  приведены в работах [432—434, 589, 604, 806, 849]. В соответствии с теорией квазигеострофических движений основной вклад в  $Q_{\text{eddy}}$  возникает из-за слагаемого в (13.10.10), включающего в себя горизонтальный поток  $(vT)_{\text{eddy}}$ . Оно пропорционально вертикальной составляющей потока Эллиассена — Пальма, показанной на рис. 13.14. (Однако, поток  $[\overline{w_*T'}]$  также может играть важную роль в перераспределении тепла по вертикали [184].) Основные особенности поля  $(vT)_{\text{eddy}}$  (см. рис. 13.14 и 13.15) таковы, что во внетропической зоне поток оказывается направленным преимущественно к полюсу. Наибольшие значения достигаются в поясе 40—50°, а абсолютные максимумы находятся у поверхности и на высоте 200 мбар. Таким образом, в поле потока тепла между 20 и 40° с. ш. имеется дивергенция (приводящая к охлаждению), а в области севернее 50° с. ш. — конвергенция (создающая потепление). Остальная часть адвективного потока возникает за счет осредненной меридиональной циркуляции, которая, как было показано ранее в этом разделе, возникает вне тропиков как реакция на вихри. Поэтому и поток тепла, переносимый этой циркуляцией, тоже можно рассматривать как влияние вихрей. В целом, распределение температуры воздуха во внетропической области можно трактовать как результат формирования

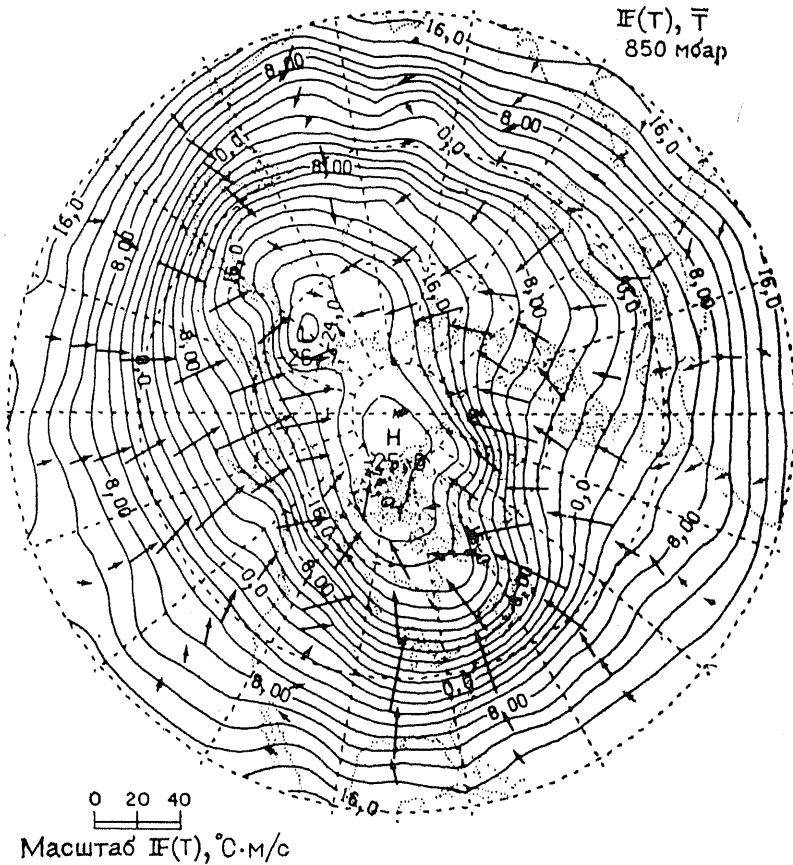


Рис. 13.15. Векторы, демонстрирующие поток тепла за счет нестационарных вихрей на поверхности 850 мбар в зимний период. Изолиниями показана осредненная температура на этой поверхности. (Изотермы проведены через 2 К). (Из [435, рис. 3].)

равновесия между неадиабатическим нагреванием и адвективными потоками, вызванными наличием вихрей.

В левой части уравнения (13.10.9) основным является слабое, содержащее  $[\bar{w}_*]$ . Оно соответствует либо нагреву, связанному с опусканием воздуха, либо охлаждению, вызванному его подъемом. Для зимы северного полушария зонально осредненное поле  $[\bar{w}_*]$  приведено в [434]. Кроме того, это поле можно оценить и по рис. 1.7. В большинстве случаев значения получаются меньшими 1 мм/с. В приэкваториальной атмосфере на средних высотах значения  $Q_{\text{diab}}$  положительны и особенно велики. Нагрев здесь балансируется в основном за счет уменьшения

температуры, связанного с восходящими средними движениями [589, рис. 7.21]. Вместе с тем отметим, что если в левой части уравнения (13.10.4) преобладает член, содержащий  $[\bar{v}]$  (а, по-видимому, это действительно так), то интенсивной меридиональной циркуляции существовать не может. Следовательно, не может иметь больших значений и член, содержащий  $[\bar{\omega}_*]$ , а значит, не должны возникать и вихревые переносы импульса, как за счет вихрей синоптического размера, так и за счет процессов меньших масштабов — типа трения в конвективных движениях. Все это свидетельствует о том, что уравнения для зональной составляющей импульса и для температуры сильно взаимосвязаны. Поэтому для нахождения реакции на заданное воздействие их нужно решать совместно.

#### 13.10.4. СТРУКТУРА ЦИРКУЛЯЦИИ ПО ДОЛГОТЕ

Картины стационарных волн в атмосфере обсуждались в разд. 12.9. Их структура для зимы северного полушария показана на рис. 12.13 и 7.8. Как следует из экспериментов с численными моделями (типа [722]), в ее формировании большое значение имеют воздействия в низких широтах. Влияние орографии и колебаний интенсивности нагрева рассмотрено в разд. 12.9. Перечисленные факторы, а также изменения свойств подстилающей поверхности с долготой, оказывают очень сильное влияние на поведение вихрей. В частности, тенденция к росту вихрей и их последующему затуханию ниже по потоку проявляется в основном в наиболее благоприятных местах. Поэтому на различных долготах вихри должны находиться преимущественно в различных стадиях своего жизненного цикла. Это оказывает сильное влияние на распределение вихревых потоков по долготе и поэтому может играть важную роль в поддержании изменений осредненного потока по долготе.

В работе [432] для зимы северного полушария приведены меридиональные разрезы осредненных потоков и различные статистические свойства атмосферных вихрей. Из рис. 7.8, *в* (iii) на котором представлена топография геопотенциала на уровне ядра струйного течения, видно, что скорость течения меняется очень сильно. На рис. 13.16 показано поле скорости на высоте 250 мбар. Наиболее сильным струйное течение является в области над востоком Азии. Здесь оно находится на широте  $30^\circ$  с. ш. и имеет максимальную скорость 61 м/с. Над Тихим океаном оно уменьшается по силе и имеет минимум 27 м/с над западной частью Северной Америки. Далее отмечается новое увеличение скорости течения до 40 м/с над восточной частью Северной Америки и новое ее уменьшение над Атлантикой.

Поток тепла вихревой природы максимален в местах наибольшей интенсивности струйного течения. Там же наиболее ве-

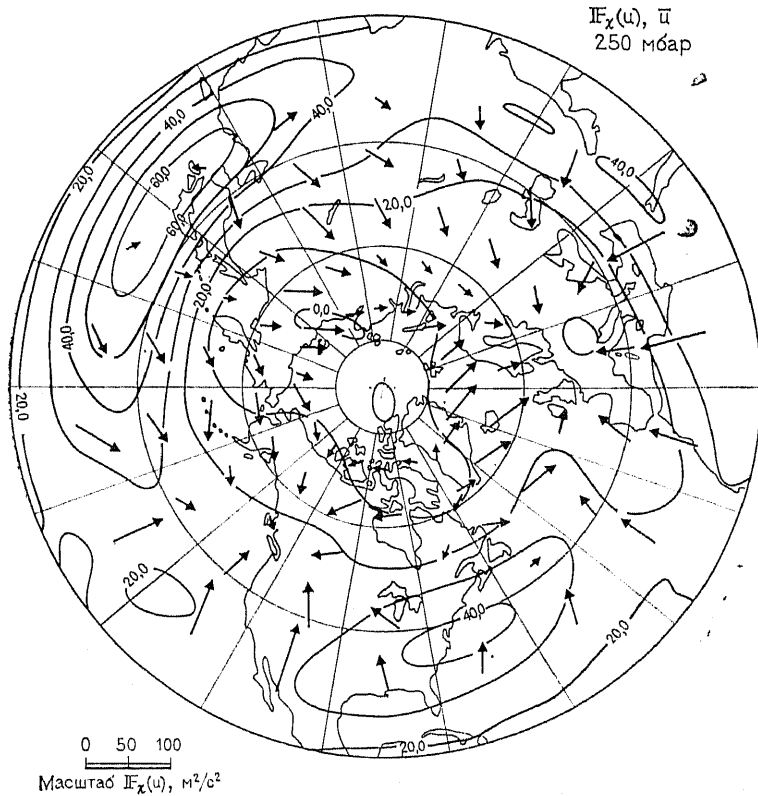


Рис. 13.16. Векторы потенциального нестационарного вихревого потока западной составляющей импульса на поверхности 250 мбар в зимний период. Изолинии демонстрируют соответствующее осредненное поле зонального ветра на поверхности 250 мбар (изолинии проведены через 10 м/с). Показанное поле ветра получается представлением потока в виде суммы бездивергентной (для которой можно определить функцию тока) и потенциальной частей. Последняя может быть записана как градиент скалярной величины. (Из [435, рис. 9].)

лики и горизонтальные градиенты температуры. Это видно, например, из рис. 13.15, где векторы нестационарных вихревых течений на уровне 850 мбар нанесены поверх осредненного распределения температуры (ср. с рис. 7.8, в (iii)). Несмотря на то, что в работе [435] не было установлено какого-либо систематического соотношения между градиентом температуры и величиной потока, все же можно заметить, что почти везде поток направлен вдоль градиента. (Диаграмма, приведенная в [435], давала верхний предел значений вихревой вязкости порядка  $6 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с, а срединное значение было около  $2 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с.) Вихревой поток импульса  $[\overline{u'v'}]$  (см. рис. 13.16) достигает своего

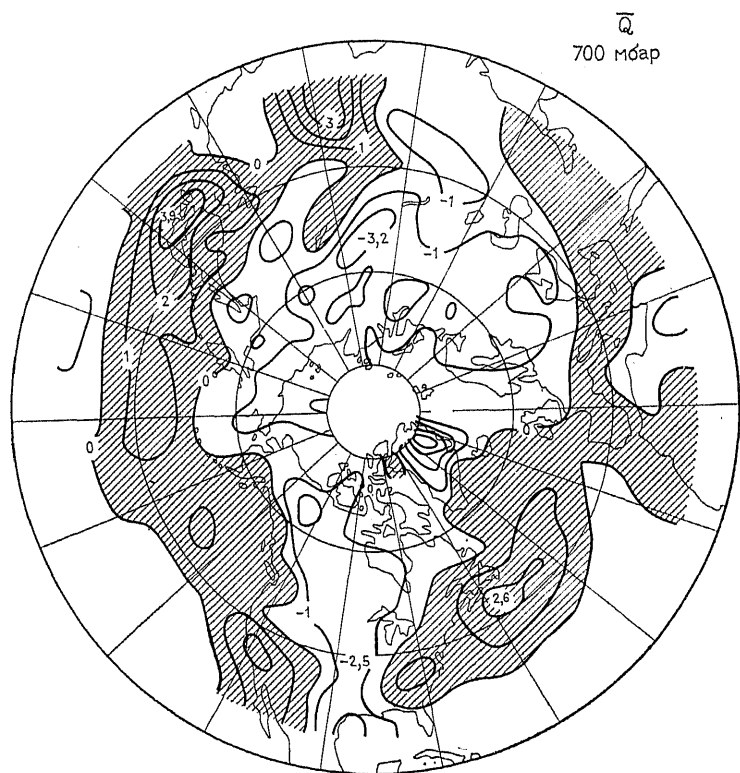


Рис. 13.17. Распределение скорости роста температуры на поверхности 700 мбар за счет неадиабатических факторов. Интервал изолиний равен 1 К/сутки. По оценкам [434, рис. 21].

максимального значения  $100 \text{ м}^2/\text{с}^2$  на высоте 250 мбар над западной частью Северной Америки, т. е. на долготе минимума скорости струйного течения. Это согласуется с идеей о том, что развитие вихрей (т. е. начальные стадии жизненного цикла) происходит там, где струйное течение является сильным, а затухание (более поздние стадии жизненного цикла) отмечается далее по потоку, где струйное течение уже ослаблено.

Для течения, имеющего зависимость от долготы, в качестве уравнений, аналогичных (13.10.4) и (13.10.9), можно взять во-первых, уравнение для меридиональной составляющей агеострофического потока, которое обсуждалось в работе [432], и во-вторых, уравнение баланса тепла, рассмотренное в работе [434]. Существование стационарной волны обязательно связано с появлением областей ускорения и замедления зонального потока, что и можно увидеть на рис. 13.16. Ускорения должны быть уравновешены агеострофическими меридиональными потоками.

Оказалось, что по интенсивности эти потоки превосходят в 3—4 раза агеострофическое течение, вызванное воздействием вихрей. При зональном осреднении члены, характеризующие ускорение зонального потока, пропадают, и зонально осредненное меридиональное течение будет, как это уже было показано, сбалансированным с членами, выражающими влияние вихрей.

При рассмотрении теплового баланса, члены, описывающие горизонтальную адвекцию средним движением, уже *нельзя считать малыми*, как в зонально-осредненном случае. По порядку величины они совпадают с остальными членами. Вместе с тем получается [434, рис. 20], что слагаемое, характеризующее вертикальную адвекцию (связанную с осредненным по времени течением) преимущественно имеет знак, противоположный знаку члена, выражающего горизонтальную адвекцию (также за счет среднего по времени течения). (Если течение будет направлено вдоль линий равной энтропии, то оно в точности скомпенсирует горизонтальную адвекцию.) Результаты расчета неадиабатических притоков тепла на поверхности 700 мбар как остаточного члена, определяемого несбалансированностью адвекции, показаны на рис. 13.17. Отметим большие положительные значения у восточных берегов континентов. Положение района больших притоков тепла на уровне 700 мбар в западной части Северной Атлантики соответствует области мощных потоков тепла из океана в атмосферу, которая видна из рис. 2.7. Это заставляет еще раз обратить внимание на связь явлений в атмосфере и океане и подчеркивает единство этой системы. Проведенное выше обсуждение позволяет составить определенное представление о характере процессов, протекающих в системе атмосфера — океан. Однако ее природа чрезвычайно сложна и еще очень многое предстоит исследовать!

## Приложения

### П1. ЕДИНИЦЫ И ИХ ЭКВИВАЛЕНТЫ В СИСТЕМЕ СИ<sup>1)</sup>

Физическая величина	Единицы	Эквивалент в СИ	Обратная величина
Длина	морская миля (NM)	1,85318 км	1 км = 0,5396 NM
Масса	тонна (т)	$10^3$ кг = $10^6$ г	
Время	минута	60 с	
	час	3600 с	
	сутки	86 400 с	1 с = $1,1574 \times 10^{-5}$ суток
Температура	год	$3,1558 \times 10^7$ с	1 с = $3,1688 \times 10^{-8}$ лет
	градус	$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273,15$	
Скорость	узел	0,51477 м/с	1 м/с = 1,9426 узла
Плотность	г/см <sup>3</sup>	$\text{т}/\text{м}^3 = 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	
Сила	дин	$10^{-5}$ Н	
Давление	дин/см <sup>2</sup>	$10^{-1}$ Н/м <sup>2</sup> = $10^{-1}$ Па	
	бар	$10^5$ Н/м <sup>2</sup> = $10^5$ Па	
Энергия	эрг	$10^{-7}$ Дж	
	кал	4,1868 Дж	
	кал (15 $^{\circ}\text{C}$ )	4,1855 Дж	
	кал (термохимическая)	4,184 Дж	Дж = 0,239 кал

(Замечание: в последующих преобразованиях, включающих калории, используется последнее значение.)

Поток энергии	Ланглей (Л)/мин	697 Вт/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup> =
	кал · см <sup>-2</sup> · мин <sup>-1</sup>		= $1,434 \times 10^{-3}$ Л/мин
	Л/час	11,6 Вт/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup> = 0,0860 Л/час
	Л/сут	0,484 Вт/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup> = 2,065 Л/сут
Объемный перенос	ккал · см <sup>-2</sup> · год <sup>-1</sup>	1,326 Вт/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup> = 0,754 КЛ/год
	Свердруп	$10^6$ м <sup>2</sup> /с	
Скрытая теплота	кал/г	4184 Дж/кг	Дж/кг = = $2,39 \times 10^{-4}$ кал/г

<sup>1)</sup> Значения заимствованы или выведены из «The Royal Society Conference of Editors. Metrication in Scientific Journals», 1968, The Royal Society, London.



## П2. ПОЛЕЗНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

Молекулярная масса сухого воздуха	$m_a = 28,966$
Молекулярная масса воды	$m_w = 18,016$
Универсальная газовая постоянная	$R_* = 8,31436 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \text{К}^{-1}$
Газовая постоянная сухого воздуха	$R_a = R_*/m_a = 287,04 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \text{К}^{-1}$
Газовая постоянная водяного пара	$R_v = R_*/m_w = 461,50 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \text{К}^{-1}$
Отношение молекулярных масс	$\varepsilon = m_w/m_a = R_a/R_v = 0,62197$
Постоянная Стефана	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \text{К}^{-4}$
Ускорение силы тяжести $g$ (в $\text{м}/\text{с}^2$ ) в виде функции широты $\varphi$ и высоты $z$ (в м)	$g = (9,78032 + 0,005172 \sin^2 \varphi -$ $- 0,00006 \sin^2 2\varphi) (1 + z/a)^{-2}$
Среднее значение на поверхности	

$$\bar{g} = \int_0^{\pi/2} g \cos \varphi d\varphi = 9,7976.$$

Радиус сферы, объем которой совпадает с объемом Земли,  $a = 6371$  км (экваториальный радиус 6378 км, полярный — 6357 км)

Скорость вращения Земли	$\Omega = 7,292 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$
Масса Земли	$5,977 \times 10^{24} \text{ кг}$
Масса атмосферы	$5,3 \times 10^{18} \text{ кг}$
Масса океана	$1,4 \times 10^{21} \text{ кг}$
Масса воды в осадочных и горных породах	$2 \times 10^{20} \text{ кг}$
Масса льда на Земле	$2,2 \times 10^{19} \text{ кг}$
Масса воды в озерах и реках	$5 \times 10^{17} \text{ кг}$
Масса водяного пара в атмосфере	$1,3 \times 10^{16} \text{ кг}$
Площадь Земли	$5,10 \times 10^{14} \text{ м}^2$
Площадь поверхности океанов	$3,61 \times 10^{14} \text{ м}^2$
Площадь поверхности суши	$1,49 \times 10^{14} \text{ м}^2$
Площадь ледников и поверхности, покрытой льдом	$1,62 \times 10^{13} \text{ м}^2$
Площадь поверхности под морским льдом $1,75 \times 10^{13} \text{ м}^2$ в марте и $2,84 \times 10^{13} \text{ м}^2$ в сентябре	

## П3. СВОЙСТВА МОРСКОЙ ВОДЫ

### П3.1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Уравнение состояния для морской воды надо знать очень точно. Это необходимо для расчета характеристик устойчивости, особенно в глубинных областях океана. Формула, предлагаемая Объединенной комиссией по океанографическим таблицам и стандартам [797], удовлетворяет имеющимся измерениям со среднеквадратичной погрешностью  $3,5 \times 10^{-6}$  в диапазоне давлений вплоть до 1000 бар, температуры от точки замерзания до  $40^\circ\text{C}$  и солёности от 0 до 42 промилле [551, 549]. Плотность  $\rho$  (в  $\text{кг}/\text{м}^3$ ) выражается через давление  $p$  (в барах), температуру  $t$  (в  $^\circ\text{C}$ ) и практическую солёность  $S$ . Последняя характеристика определяется таким образом [159], что ее числовое значение (в единицах практической солёности) оказывается очень близким к значению солёности, выраженному в тысячных долях. Связь практической солёности с определенными ранее традиционными характеристиками солёности обсуждалась в работе [450].

Уравнение для  $\rho$  получается в несколько этапов. Сначала находится плотность  $\rho_w$  пресной воды ( $S = 0$ ):

$$\rho_w = 999,842594 + 6,793952 \times 10^{-2}t - 9,095290 \times 10^{-3}t^2 + \\ + 1,001685 \times 10^{-4}t^3 - 1,120083 \times 10^{-6}t^4 + 6,536332 \times 10^{-9}t^5. \quad (\text{ПЗ.1})$$

Далее определяется плотность при стандартном атмосферном давлении ( $p = 0$ ):

$$\rho(S, t, 0) = \rho_w + S(0,824493 - 4,0899 \times 10^{-3}t + 7,6438 \times 10^{-5}t^2 - \\ - 8,2467 \times 10^{-7}t^3 + 5,3875 \times 10^{-9}t^4) + \\ + S^{3/2}(-5,72466 \times 10^{-3} + 1,0227 \times 10^{-4}t - \\ - 1,6546 \times 10^{-6}t^2) + 4,8314 \times 10^{-4}S^2. \quad (\text{ПЗ.2})$$

Наконец, рассчитывается плотность при давлении  $p$ :

$$\rho(S, t, p) = \rho(S, t, 0)/(1 - p/K(S, t, p)), \quad (\text{ПЗ.3})$$

где  $K$  представляет собой объемный модуль упругости.

Для пресной воды он может быть найден по формуле

$$K_w = 19652,21 + 148,4206t - 2,327105t^2 + 1,360477 \times 10^{-2}t^3 - \\ - 5,155288 \times 10^{-5}t^4. \quad (\text{ПЗ.4})$$

При стандартном атмосферном давлении ( $p = 0$ ) формула имеет вид

$$K(S, t, 0) = K_w + S(54,6746 - 0,603459t + 1,09987 \times 10^{-2}t^2 - \\ - 6,1670 \times 10^{-5}t^3) + S^{3/2}(7,944 \times 10^{-2} + 1,6483 \times 10^{-2}t - 5,3009 \times 10^{-4}t^2), \quad (\text{ПЗ.5})$$

а при давлении, равном  $p$ , получается

$$K(S, t, p) = K(S, t, 0) + p(3,239908 + 1,43713 \times 10^{-3}t + \\ + 1,16092 \times 10^{-4}t^2 - 5,77905 \times 10^{-7}t^3) + pS(2,2838 \times 10^{-3} - \\ - 1,0981 \times 10^{-5}t - 1,6078 \times 10^{-6}t^2) + 1,91075 \times 10^{-4}pS^{3/2} + \\ + p^2S(-9,9348 \times 10^{-7} + 2,0816 \times 10^{-8}t + 9,1697 \times 10^{-10}t^2). \quad (\text{ПЗ.6})$$

Для проверки формулы приводятся значения  $\rho(0, 5, 0) = 999,96675$ ,  $\rho(35, 5, 0) = 1027,67547$ ,  $\rho(35, 25, 1000) = 1062,53817$ .

Поскольку значения  $\rho$  всегда близки к  $1000 \text{ кг/м}^3$ , обычно приводят значение разности  $(\rho - 1000) \text{ кг/м}^3$ . Они даны, например в табл. ПЗ.1. Таблица построена таким образом, что она позволяет рассчитать значения плотности для 98 % значений  $t$  и  $S$ , встречающихся в океане (см. рис. 3.2). Максимальные ошибки расчета плотности, возникающие при линейной интерполяции по температуре и солёности, равны  $0,013 \text{ кг/м}^3$ , а при интерполяции по солёности в диапазоне от 30 до 40 промилле — всего  $0,006 \text{ кг/м}^3$ . Суммарная ошибка всех типов интерполяции в 98 % случаев получается меньше, чем  $0,03 \text{ кг/м}^3$ .

### ПЗ.2. ДРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ, СВЯЗАННЫЕ С ПЛОТНОСТЬЮ

Более ранние версии уравнения состояния обычно были записаны не для абсолютной плотности морской воды  $\rho$ , а для ее *удельного веса*  $\rho/\rho_m$ , где  $\rho_m$  — максимальная плотность пресной воды. Поскольку он всегда близок к единице, была определена характеристика  $\sigma$ :

$$\sigma = 1000 ((\rho/\rho_m) - 1) = (1000/\rho_m) (\rho - \rho_m), \quad (\text{ПЗ.7})$$

Поскольку

$$\rho_m = 999,975 \text{ кг/м}^3, \quad (\text{ПЗ.8})$$

можно записать соотношение, связывающее между собой  $\sigma$  и  $(\rho - 1000)$ :

$$\sigma = (\rho - 1000) + 0,025. \quad (\text{ПЗ.9})$$

То есть, для того чтобы получить значение  $\sigma$ , к величине  $(\rho - 1000)$  надо прибавить 0,025. Если значение  $\sigma$  рассчитывается для случая нулевого давления, то оно обозначается  $\sigma_t$  («сигма-*t*»), если же оно рассчитывается по потенциальной плотности, то его обозначают  $\sigma_\theta$  («сигма- $\theta$ »). Кроме того, в океанографии принято использовать и *аномалию* удельного объема (стерическую аномалию)  $\delta$ , т. е.

$$\delta = v_s(S, t, p) - v_s(35, 0, p). \quad (\text{ПЗ.10})$$

Обычно она выражается в единицах, равных  $10^{-8}$  м<sup>3</sup>/кг.

### ПЗ.3. КОЭФФИЦИЕНТЫ РАСШИРЕНИЯ

Коэффициент термического расширения  $\alpha$  в единицах, равных  $10^{-7}$  К<sup>-1</sup> а также его производная по  $S$ , приведены в табл. ПЗ.1. Максимальная ошибка интерполяции по давлению равна двум единицам, по температуре — трем единицам, а по солености в пределах  $30 < S < 40$  — двум единицам, если не учитывать возможную ошибку округления, достигающую двух единиц. Коэффициент осмотического расширения  $\beta$  можно рассчитать по приведенным значениям  $\partial\rho/\partial S$ .

### ПЗ.4. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Удельная теплоемкость при давлении, равном поверхностному, приведена в [550]. Ее можно рассчитать в два этапа. Сначала вычисляется значение (в Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>) для пресной воды:

$$c_p(0, t, 0) = 4217,4 - 3,720283t + 0,1412855t^2 - 2,654387 \times 10^{-3}t^3 + 2,093236 \times 10^{-5}t^4, \quad (\text{ПЗ.11})$$

а затем для соленой:

$$c_p(S, t, 0) = c_p(0, t, 0) + S(-7,6444 + 0,107276t - 1,3839 \times 10^{-3}t^2) + S^{3/2}(0,17709 - 4,0772 \times 10^{-3}t + 5,3539 \times 10^{-5}t^2). \quad (\text{ПЗ.12})$$

Для проверки формулы можно использовать значение  $c_p(40, 40, 0) = 3981,050$ . Стандартное отклонение при этом методе равно 0,074. Значения  $c_p$  при ненулевых давлениях можно рассчитать с помощью формулы (3.3.1) и уравнения состояния. Данные в табл. ПЗ.1 основаны на приведенной выше формуле и полиномиальном представлении для более высоких значений давления, которое выведено Н. П. Фофоноффом. Ошибки, присущие интерполяции по давлению, температуре и солености, для этой таблицы равны соответственно 0,4, 0,1 и 0,3 Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>. Кроме того, имеются и дополнительные ошибки округления.

Таблица П3.12

$p$ (бар)	$S$	$t$ (°C)	$\rho - 1000$ (кг·м <sup>-3</sup> )	$\frac{\partial \rho}{\partial S}$	$\frac{\partial \alpha}{\partial S}$ (10 <sup>-7</sup> K <sup>-1</sup> )	$\frac{\partial \alpha}{\partial S}$ (J кг <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$c_p$ (J кг <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$\frac{\partial c_p}{\partial S}$	$\theta$ (10 <sup>-3</sup> °C)	$\frac{\partial \theta}{\partial S}$	$c_s$ (м·с <sup>-1</sup> )	$\frac{\partial c_s}{\partial S}$
0	35	-2	28,187	0,814	254	33	3989	-6,2	-2000	0	1439,7	1,37
0	35	0	28,106	0,808	526	31	3987	-6,1	0	0	1449,1	1,34
0	35	2	27,972	0,801	781	28	3985	-5,9	2000	0	1458,1	1,31
0	35	4	27,826	0,796	1021	26	3985	-5,8	4000	0	1466,6	1,29
0	35	7	27,419	0,788	1357	23	3985	-5,6	7000	0	1478,7	1,25
0	35	10	26,952	0,781	1668	20	3986	-5,5	10000	0	1489,8	1,22
0	35	13	26,394	0,775	1958	17	3988	-5,3	13000	0	1500,2	1,19
0	35	16	25,748	0,769	2230	15	3991	-5,2	16000	0	1509,8	1,16
0	35	19	25,022	0,764	2489	14	3993	-4,9	19000	0	1518,7	1,13
0	35	22	24,219	0,760	2734	12	3996	-4,9	22000	0	1526,6	1,10
0	35	25	23,343	0,756	2970	11	3998	-4,9	25000	0	1534,4	1,08
0	35	28	22,397	0,752	3196	9	4000	-4,8	28000	0	1541,3	1,06
0	35	31	21,384	0,749	3413	8	4002	-4,7	31000	0	1547,6	1,03
100	35	-2	32,958	0,805	552	31	3953	-5,8	-45	-2	1465,5	1,35
100	35	0	32,818	0,799	799	28	3954	-5,7	1939	-2	1474,5	1,33
100	35	2	32,629	0,793	1031	26	3954	-5,6	3923	-2	1483,1	1,30
100	35	4	32,393	0,788	1251	24	3955	-5,5	6901	-1	1495,1	1,26
100	35	7	31,958	0,781	1559	21	3957	-5,3	9879	-1	1506,3	1,22
100	35	10	31,431	0,774	1844	18	3960	-5,2	12858	-1	1516,7	1,19
100	35	13	30,818	0,769	2111	16	3963	-5,1	15838	-1	1526,4	1,16
100	35	16	30,126	0,763	2363	14	3967	-5,0	18819	-1	1535,3	1,13
100	35	19	29,359	0,759	2603	13	3970	-4,9	2076	-3	1472,8	1,39
200	35	-2	37,626	0,797	834	28	3922	-5,5	-107	-3	1482,3	1,36
200	35	0	37,429	0,791	1058	26	3923	-5,4	1662	-3	1491,2	1,33
200	35	2	37,187	0,786	1269	24	3925	-5,3	3832	-3	1499,8	1,30
200	35	4	36,903	0,781	1469	22	3927	-5,2	6789	-3	1511,8	1,26
200	35	7	36,402	0,774	1750	19	3931	-5,1	9879	-3	1526,6	1,22
300	35	-2	42,191	0,789	1101	26	3993	-5,2	-2140	-5	1489,9	1,39
300	35	0	41,941	0,783	1303	24	3996	-5,1	186	-5	1499,3	1,36
300	35	2	41,649	0,778	1494	22	3999	-5,0	1771	-5	1508,2	1,33
300	35	4	41,319	0,774	1676	20	3903	-5,0	3728	-5	1516,6	1,30
400	35	-2	46,658	0,781	1351	24	3867	-4,9	2221	-7	1507,2	1,39
400	35	0	46,356	0,776	1534	22	3871	-4,8	4998	-6	1516,5	1,36
400	35	2	46,017	0,771	1707	20	3876	-4,8	7799	-6	1525,3	1,33
400	35	4	45,643	0,767	1872	19	3880	-4,7	10610	-6	1533,7	1,30
500	35	-2	51,029	0,773	1587	22	3844	-4,7	2316	-8	1524,6	1,38
500	35	0	50,678	0,769	1751	20	3849	-4,6	386	-8	1534,0	1,35
500	35	2	50,291	0,764	1907	19	3854	-4,6	1546	-7	1542,7	1,32
600	35	-2	55,305	0,766	1807	20	3824	-4,6	2426	-9	1542,6	1,37
600	35	0	54,908	0,762	1954	18	3829	-4,4	506	-9	1551,6	1,34
600	35	2	54,481	0,758	2094	17	3835	-4,4	1416	-9	1560,2	1,31

### П3.5. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА

*Адиабатический градиент*  $\Gamma$  определяется соотношением (3.6.5) и может быть, таким образом, вычислен по приведенным выше формулам. Далее, используя данное в разд. 3.7.2 определение, можно получить значение  $\theta$ . Вместе с тем в работе [101] Брайден предложил другой алгоритм, основанный на данных о сжимаемости морской воды. Он позволяет найти значение  $\theta$  (в °C) как функцию солёности  $S$ , температуры  $t$  (в °C) и давления  $p$  (в барах) в интервалах  $30 < S < 40$ ,  $2 < t < 30$  и  $0 < p < 1000$ :

$$\begin{aligned} \theta(S, t, p) = & t - p(3,6504 \times 10^{-4} + 8,3198 \times 10^{-5}t - 5,4065 \times 10^{-7}t^2 + \\ & + 4,0274 \times 10^{-9}t^3) - p(S - 35)(1,7439 \times 10^{-5} - \\ & - 2,9778 \times 10^{-7}t) - p^2(8,9309 \times 10^{-7} - 3,1628 \times 10^{-8}t + \\ & + 2,1987 \times 10^{-10}t^2) + 4,1057 \times 10^{-9}(S - 35)p^2 - \\ & - p^3(-1,6056 \times 10^{-10} + 5,0484 \times 10^{-12}t). \end{aligned} \quad (\text{П3.13})$$

Проверочное значение  $\theta(25, 10, 1000) = 8,4678516$ . Стандартное отклонение полномиальной формулы Брайдена равно 0,001 К. В табл. П3.1 значения даны в миллиградусах. Соответствующие ошибки интерполяции по давлению, температуре и солёности соответственно равны 2, 0, 3 и 0 миллиградуса.

### П3.6. СКОРОСТЬ ЗВУКА

Скорость звука  $c_s$  можно рассчитать по уравнению состояния с помощью зависимости (3.7.16). Приведённые в табл. П3.1 данные получены с помощью алгоритмов из работы [129], основанных на прямых измерениях. Формула выведена для диапазона  $0 < S < 40$ ,  $0, 0 < t < 40$ ,  $0 < p < 1000$ . Стандартное отклонение 0,19 м/с. Данные в таблице приведены в м/с. Ошибки интерполяции по давлению, температуре и солёности равны соответственно 0,05, 0,10 и 0,04 м/с.

### П3.7. ТЕМПЕРАТУРА ЗАМЕРЗАНИЯ МОРСКОЙ ВОДЫ

Температура замерзания морской воды  $t_f$  (в °C) определена в работе [548] следующим образом:

$$\begin{aligned} t_f(S, p) = & -0,0575S + 1,710523 \times 10^{-3}S^{3/2} - 2,154996 \times 10^{-4}S^2 - \\ & - 7,53 \times 10^{-3}p. \end{aligned} \quad (\text{П3.14})$$

Формула удовлетворяет измерениям с точностью  $\pm 0,004$  К.

## П4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

### П4.1. СПОСОБЫ ВЫРАЖЕНИЯ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ

(а) *Концентрация водяного пара* или абсолютная влажность  $\rho_v$  есть масса водяного пара, содержащегося в единице объема влажного воздуха.

(б) *Удельная влажность*  $q$  равна отношению массы водяного пара к массе влажного воздуха:

$$q = \rho_v / \rho. \quad (\text{П4.1})$$

(в) *Отношение смеси* есть отношение массы водяного пара к массе сухого воздуха:

$$r = q / (1 - q). \quad (\text{П4.2})$$

(г) Упругость водяного пара  $e$  — давление водяного пара во влажном воздухе, определенное в виде функции  $p$  и  $q$  в соответствии с уравнением (3.1.12):

$$e'/p = q/\varepsilon + (1 - \varepsilon)q = r/(\varepsilon + r) = r/(0,62197 + r). \quad (\text{П4.3})$$

Если считать воздух смесью идеальных газов, то  $e'$  будет в точности равно парциальному давлению водяного пара  $e$ . В действительности они немного отличаются.

(д) Относительная влажность  $U$  равна отношению  $r$  к насыщающему отношению смеси  $r_w$  влажного воздуха над плоской поверхностью воды:

$$U = r/r_w = q(1 - q_w)/[q_w(1 - q)]. \quad (\text{П4.4})$$

Обычно она выражается в процентах.

#### П4.2. ДАВЛЕНИЕ НАСЫЩЕННОГО ПАРА

(а) Давление чистого насыщенного пара  $e_w(T)$  над плоской поверхностью воды рассматривалось в разд. 3.4. Его значения приведены в табл. № 94 Смитсоновских метеорологических таблиц. Для температур в интервале  $\pm 40^\circ\text{C}$  значения давления с точностью порядка  $1/500$  можно рассчитать по формуле

$$\lg e_w(t) = (0,7859 + 0,03477t)/(1 + 0,00412t). \quad (\text{П4.5})$$

(б) Парциальное давление  $e'_w$  насыщенного водяного пара в воздухе в точности не равняется  $e_w$ . Оно определяется следующим образом:

$$e'_w = f_w e_w(T), \quad (\text{П4.6})$$

где для наблюдаемых атмосферных условий  $f_w$  находится в пределах между 1 и 1,006. Значения этого множителя даны в табл. 89 Смитсоновских метеорологических таблиц. С точностью  $2/10^4$  значения  $f_w$  можно найти с помощью следующей зависимости:

$$f_w = 1 + 10^{-6}p(4,5 + 0,0006t^2), \quad (\text{П4.7})$$

где  $p$  — давление в миллибарах. Значения  $r_w$  и  $q_w$  получаются из выражения (П4.3) при  $e' = e'_w$ . Их зависимость от  $p$  и  $T$  показана на рис. 3.6, а.

(в) Насыщающее давление  $e_i(T)$  чистого водяного пара над льдом приведено в табл. 96 Смитсоновских метеорологических таблиц. Оно удовлетворяет (с точностью  $3/10^3$  в интервале  $0 > t > -40$ ) соотношению

$$\lg e_i(t) = \lg e_w(t) + 0,00422t. \quad (\text{П4.8})$$

(г) Насыщающее парциальное давление  $e'_i$  влажного воздуха равно  $f_i e_i$ . Значения множителя  $f_i$  можно найти в табл. № 90 Смитсоновских метеорологических таблиц. С точностью до  $1/10^4$  их можно также рассчитать по формуле (П4.7).

(д) Давление насыщенного пара над соевым раствором меньше, чем над поверхностью пресной воды. Для морской воды его уменьшение составляет примерно 2% (по [412]).

#### П4.3. ДРУГИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ

(а) Точкой росы  $T_d$  называется температура, до которой надо охладить воздух при постоянных давлении и отношении смеси над плоской поверхностью пресной воды, чтобы достичь насыщения. Определение точки инея

эквивалентно, но насыщение должно достигаться по отношению к плоской поверхности льда.

(б) *Уровнем конденсации* называется высота, на которой поднимающийся адиабатически объем влажного воздуха становится насыщенным.

(в) *Температурой смоченного термометра*  $T_w$  называется такая температура, до которой охладится объем воздуха, если в него постепенно адиабатически при постоянном давлении испарять воду до наступления насыщения. Она непосредственно измеряется с помощью термометра, чувствительный элемент которого обернутывается обдуваемой воздухом влажной тряпочкой.

(г) Из приведенных выше определений следует, что для частицы с давлением  $p$  изолиния  $\theta$ , проходящая через точку  $(p, T)$ , изолиния  $\theta_e^*$  или  $\theta_w^*$  проходящая через точку  $(p, T_w)$ , и изолиния  $r_w$  или  $q_w$ , проходящая через точку  $(p, T_d)$ , обязательно пересекаются на уровне конденсации (правило Норманда).

#### П4.4. СКРЫТАЯ ТЕПЛОТА

Скрытая теплота парообразования  $L_v$  определяется формулой (3.4.6), а именно

$$L_v(t) = 2,5008 \times 10^6 - 2,3 \times 10^3 t \text{ (Дж/кг)}, \quad (\text{П4.9})$$

где  $t$  — температура (в градусах Цельсия). Скрытая теплота сублимации задается следующим образом:

$$L_s(t) = 2,839 \times 10^6 - 3,6(t + 35)^2 \text{ (Дж/кг)}. \quad (\text{П4.10})$$

#### П4.5. ГРАДИЕНТЫ

Сухоадиабатический градиент с точностью до 0,3 % можно рассчитывать по формуле

$$\Gamma = g/c_p. \quad (\text{П4.11})$$

Влажноадиабатический градиент температуры над поверхностью воды при этом аппроксимируется следующей зависимостью:

$$\Gamma_s = 6,4 - 0,12t + 2,5 \times 10^{-5}t^3 + \\ + [-2,4 + 10^{-3}(t - 5)^2](1 - p/p_r) \text{ (К/км)}, \quad (\text{П4.12})$$

где  $p_r = 1000$  мбар, а  $t$  — температура (в °С). В диапазонах  $|t| < 40$  и  $500 < p < 1000$  максимальная ошибка равна 0,2 К/км. Точные значения  $\Gamma_s$  даны в табл. 79 Смитсоновских метеорологических таблиц. В табл. 80 приведены данные по отношению к ледовой фазе.

### П5. СПИСОК АТЛАСОВ И ИСТОЧНИКОВ ДАННЫХ

Отметим, что: (1) многие ссылки можно поместить в несколько подразделов, хотя указываются они лишь один раз; (2) если работа указана в основном списке литературы, то указывается только ее номер; (3) настоящий список можно расширить с помощью библиографических списков из перечисленных ниже работ.

#### А. Каталоги и библиография

- Jenne R. L. (1975). «Data Sets for Meteorological Research», NCAR Tech. Note 1A-111. Natl. Center Atmos. Res., Boulder, Colorado.  
 Keehn P. A., Rigby M., eds. (1968). «Bibliography on Marine Atlases». — Am. Meteorol. Soc., Washington, D. C.

- Ropelewski C. F., Predoehl M. C., Platto M. (1980). «A Quick Reference to Selected Climate Data». — Center for Environmental Assessment Services, Washington, D. C.
- Stommel H., Fieux M. (1978). «Oceanographic Atlases: A Guide to Their Geographic Coverage and Contents». — Woods Hole Press, Woods Hole, Massachusetts.

### *Б. Атмосферная циркуляция*

- Atkinson G. D., Sadler J. C. (1970). «Mean Cloudiness and Gradient Level Wind Charts over the Tropics». — Tech. Rep. 215, Vols. 1 and 2, Air Weather Service, U. S. Air Force, Washington, D. C.
- Lau N. C., White G. H., Jenne R. L. (1981). Circulation statistics for the extra-tropical northern hemisphere based on NMC analyses. — NCAR Tech. Note TN — 171 + STR. Natl. Center Atmos. Res., Boulder, Colorado.
- Oort A. H. (1982). Global atmospheric circulation statistics, 1958—1973. — NOAA Prof. Pap.
- Ramage C. S., Raman R. V. (1972). «Meteorological Atlas of the Indian Ocean Expedition». — Vol. 2. Natl. Sci. Found., Washington, D. C.
- Sadler J. C. (1975). The upper tropospheric circulation over the global tropics. — Univ. Hawaii UH MET 75—05, 1—35. Dept. of Meteorol., Univ. of Hawaii, Honolulu.
- Sadler J. C., Oda L., Kilonsky B. J. (1976). Pacific Ocean cloudiness from satellite observations. — Univ. Hawaii UH MET 76—01, 1—137. Dept. of Meteorol., Univ. of Hawaii, Honolulu.
- Shideler D. H., Sadler J. C. (1979). Pacific Ocean cloudiness from satellite observations. Part II. — Univ. Hawaii UH MET 79—13, 1—56.
- U. S. Air Force and U. S. Dept. of Commerce (1971). «Global Atlas of Relative Cloud Cover 1967—1970». — USSAF/USDC Washington, D. C.
- van de Boogard, H. (1977). The mean circulation of the tropical and subtropical atmosphere — July. — NCAR TN — 118 STR, 1—41. Nat. Center Atmos. Res, Boulder, Colorado.
- Wahl E. W., Lahey J. F. (1969). «A 700mb Atlas for the Northern Hemisphere». Univ. of Wisconsin Press, Madison.
- [136, 147, 588, 589, 604, 711, 712, 768, 862] и другие источники, упомянутые в разд. 13.10.

### *В. Осадки*

- Dorman C. E., Bourke R. H. (1979). Precipitation over the Pacific Ocean 30°N to 70°N. — Mon. Weather Rev. 109, 554—563.
- Dorman C. E., Bourke R. H. (1981). Precipitation over the Atlantic Ocean, 30°N to 70°N. — Mon. Weather Rev. 109, 554—563.
- Jaeger L. (1976). Monatskarten des Niederschlage für die ganze Erde. «Berichte des Deutschen Wetterdienstes», No. 139, Offenbach.
- Rao M. S. V., Abbott W. V., Theon J. S. (1976). «Satellite Derived Oceanic Rainfall Atlas». — NASA, Washington, D. C.
- Taylor R. C. (1973). «An Atlas of Pacific Islands Rainfall». — University of Hawaii, Inst. Geophys., Honolulu.
- [48]

### *Г. Ветры у поверхности <sup>1)</sup>*

- Fernandez-Partagas J., Samuels G., Schott F. (1980). «Surface Wind Maps for the Western Indian Ocean Jan. — Sep. 1979». — Tech. Rep. TR80—4. Rosenthal School Mar. Atmos. Sci., University of Miami, Miami, Florida.

<sup>1)</sup> См. также разд. Д.



- Goldenberg S. B., O'Brien J. J. (1981). Time and space variability of tropical Pacific wind stress. — *Mon. Weather Rev.* 109, 1190—1207.
- Han Y.-J., Lee S.-W. (1981). A new analysis of monthly mean wind stress over the global ocean. — *Climatic Res. Inst. Rep. No. 26*, Oregon State Univ., Corvallis.
- Hellerman S. (1980). Charts of the variability of the wind stress over the tropical Atlantic. — *Deep-Sea Res.* 26, Suppl. 2, 63—75.
- Wearn R. B., Baker D. J. (1982). Wind stress variability over the Southern Ocean 1976—78. — *J. Phys. Oceanogr.* 12. [17, 108, 208, 315, 441, 850, 883, 884].

*Д. Температура поверхности, давление, течения, ветры, морской лед и т. п.*

- Физико-географический атлас земного шара. — М.: АН СССР, 1964.
- Атлас океанов. Северный Ледовитый океан. — Главное управление навигации и океанологии Министерства обороны СССР. — М.: 1980.
- Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg. Monatskarten für den Indischen Ozean (Publ. No. 2422, 1960), Nordatlantischen Ozean (Publ. No. 2420, 1967), Südatlantischen Ozean (Publ. No. 2421, 1971).
- Hastenrath S., and Lamb P. (1977). «Climatic Atlas of the Tropical Atlantic and Eastern Pacific Ocean». — Univ. of Wisconsin Press, Madison.
- Japan Oceanographic Data Center (1979). «Marine Environmental Atlas. Currents; Adjacent Seas of Japan.» — Japan Hydrographic Association, Tokyo.
- Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut (1952). «Oceanografische en Meteorologische Gegevens», Publ. 135 (Indische Ozeaan).
- Landsberg H. E., ed. (1969). «World Survey of Climatology» (A series of many vols). — Elsevier, Amsterdam.
- Stidd C. K. (1974). Ship drift components: Means and standard deviations. — *Scripps Inst. Oceanogr. Ref. Ser.* 74—33, 1—57.
- Zwally H. J., Comiso J. C., Parkinson C. L., Campbell W. J., Carsey F., Gloerson P. (1982). «Antarctic Sea Ice Cover 1973—76 from Satellite Passive Microwave Observations», NASA, Greenbelt, Maryland. [230, 303, 618, 798—804].

*Е. Теплообмен между океаном и атмосферой и т. п.*

- Clark N. E., Eber L., Laurs R. M., Renner J. A., Saur J. F. T. (1974). Heat exchange between ocean and atmosphere in the eastern North Pacific for 1961—71. — NOAA Tech. Rep., NMFS SSRF NMFS SSRF — 682, 1—108.
- Hastenrath S., Lamb P. (1978). «Heat Budget Atlas of the Tropical Atlantic and Eastern Pacific Oceans». — Univ. of Wisconsin Press, Madison.
- Hastenrath S., Lamb P. (1979). «Climatic Atlas of the Indian Ocean. Part II. The Oceanic Heat Budget». — Univ. of Wisconsin Press, Madison.
- Privett D. W. (1960). The exchange of energy between the atmosphere and the oceans of the southern hemisphere. — *Geophys. Mem. (U. K. Met. Off.)* No. 104, 1—61.
- Ramage C. S., Miller F. R., Jefferies C. (1972). «Meteorological Atlas of the Indian Ocean Expedition», Vol. I. The Surface Climate of 1963 and 1964. — Natl. Sci. Found., Washington, D. C.
- Ramage C. S., Adams C. W., Hori A. H., Kilonsky B. H., Sadler J. C. (1980). Meteorological atlas of the 1972—73 El Niño. — Univ. Hawaii UH Met 90—03, 1—101. Dept. of Meteorol., Univ. of Hawaii Honolulu.
- Weare B. C., Strub P. T., Samuel M. D. (1980). «Marine Climate Atlas of the Tropical Pacific Ocean». — University of California, Davis. [106—109, 304, 513, 754, 877].

*Ж. Уровень моря*

Permanent Service for Mean Sea Level (1978). «Monthly and Annual Mean Heights of Sea Level», 3 vols.—Inst. Ocean. Sci., Bidston, Merseyside, United Kingdom.

*З. Временные ряды и изменчивость*

- Fofonoff N. P., Tabata S. (1966). Variability of oceanographic conditions between ocean station P and Swifsure Bank off the Pacific coast of Canada.—J. Fish. Res. Board Can. 23, 825—868.
- Helland P. (1963). Temperature and salinity variations in the upper layers at Ocean Weather Station M (66°N, 2°E). Arbok Univ. Bergen. Mat.—Naturvitensk. Ser. No. 6.
- Husby D. M., Seckel G. R. (1975). Large-scale air-sea interactions at Ocean Weather Station V, 1951—71.—NOAA Tech. Rep. NMFS SSRF NMFS SSRF—696, 1—44.
- Lazier J. R. N. (1980). Oceanographic conditions at O. W. S. BRAVO 1964—1974. Atmos.—Ocean 18, 227—238.
- Lee V., Wunsch C., eds. (1977). Atlas of the Mid-Ocean Dynamics Experiment (MODE—I), MIT, Cambridge, Massachusetts.
- Schroeder E., Stommel H. (1969). How representative is the series of Panulirus stations of monthly mean conditions off Bermuda.—Prog. Oceanogr. 5, 31—40.
- Smed J. (1947). Monthly anomalies of surface temperature in the sea around South Greenland during the years 1876—1939.—Ann. Biol. 2, 16—22 (updated in later issues).
- Tabata S. (1965). Variability of oceanographic conditions at Ocean Station P in the northeast Pacific Ocean.—Trans. R. Soc. Can. 3, 367—418.
- White W. B., Walker E. A. (1974). Time and depth scales of anomalous subsurface temperature at ocean weather stations P, N and V in the North Pacific.—J. Geophys. Res. 79, 4517—4522.

*И. Поверхностные и приповерхностные океанографические данные*

- Robinson M. K. (1976). «Atlas of North Pacific Ocean Monthly Mean Temperatures and Mean Salinities of the Surface Layer».—Dept. of the Navy. Naval Oceanogr. Office, Washington, D. C.
- Robinson M. K., Bauer R. A., Schroeder E. H. (1979). «Atlas of North Atlantic—Indian Ocean Monthly Mean Temperatures and Mean Salinities of the Surface Layer».—Naval Oceanogr. Office, Bay St. Louis, Mississippi<sup>1)</sup>.

*К. Океанографические атласы*

- Dietrich G. (1969). «Atlas of the Hydrography of the Northern North Atlantic». Cons. Int. Explor. Mer., Charlottenlund Slot, Denmark.
- Duing W., Ostapoff F., Merle J., eds. (1980). «Physical Oceanography of the Tropical Atlantic during GATE». University of Miami, Coral Gables, Florida.
- Fuglister F. C. (1960). «Atlantic Ocean Atlas». WHOI, Woods Hole, Massachusetts.
- GEOSECS (1981) «Atlantic Expedition» (2 vols.), «Pacific Atlas». Natl. Sci. Foundation, Washington, D. C.

<sup>1)</sup> Кроме того, он имеется на магнитных лентах под названием «Bauer-Robinson Numerical Atlas», Fleet Numerical Oceanography Center, Monterey, California.

- Gordon A. L., Molinelli E., Baker T. (1982). «Oceanographic Atlas of the Southern Ocean». Columbia Univ. Press, New York.
- Japan Oceanographic Data Center (1975). «Marine Environmental Atlas: North — western Pacific Ocean», Vol. 1, Japan Hydrographic Association. Tokyo (Vol. 2, 1978).
- Kolesnikov A. G. (1973). «Equalant I and II». UNESCO, Paris.
- Levitus S. (1982). Climatological Atlas of the World Ocean. NOAA Prof. Pap.
- Love C. M., ed. (1972). «EASTROPAC Atlas». Vol. I. U. S. Dept of Commerce. NOAA, Washington, D. C. (Vol. 3, 1971; Vol. 5, 1972; Vol. 7, 1973; Vol. 9, 1975; Vol. 11, 1977).
- Miller A. R., Tchernia P., Charnock H., McGill D. A. (1970). «Mediterranean Sea Atlas». WHOI, Woods Hole, Massachusetts.
- Reid J. L. (1965). «Intermediate Waters of the Pacific Ocean.» Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland.
- Sayler M. A., Aagaard K., Coachman L. K. (1979). «Oceanographic Atlas of the Bering Sea Basin.» Univ. of Washington Press, Seattle.
- Tsuchiya M. (1968). «Upper Waters of the Intertropical Pacific Ocean.» Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland.
- Worthington L. V., Wright W. R. (1970). «North Atlantic Ocean Atlas.» WHOI. Woods Hole, Massachusetts.
- Wyrki K. (1971). «Oceanographic Atlas of the International Indian Ocean Expedition.» Natl. Sci. Found. Washington. D. C.

#### *Л. Центры данных*

Центры данных предоставляют метеорологические и океанографические данные. Они созданы во многих странах на национальной основе. Кроме того, известны мировые центры данных, например,

Мировой центр А метеорологических данных, Национальный климатологический центр (Federal Building, Ashville, North Carolina 28801).

Мировой центр А океанографических данных, Национальный центр океанографических данных Национального управления аэронавтики и аэронавтики (Washington, D. C. 20235).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Abbe C. (1877). «The Mechanics of the Earth's Atmosphere. A Collection of Translations». First collection in Smithsonian Institution Report, pp. 376—478. Smithsonian Institution, Washington, D. C.
2. Abbe C. (1893). «The Mechanics of the Earth's Atmosphere. A Collection of Translations». Second collection in Smithsonian Misc. Collect. No. 34. Smithsonian Institution, Washington, D. C.
3. Abbe C. (1910). «The Mechanics of the Earth's Atmosphere. A Collection of Translations». Third collection in Smithsonian Misc. Collect. No. 51. Smithsonian Institution, Washington, D. C.
4. Abramowitz M., and Stegun I. A. (1964). «Handbook of Mathematical Functions», National Bureau of Standards, Washington, D. C. [Имеется перевод: Абрамовиц М., Стиган И. (ред.). Справочник по специальным функциям. — М.: Наука, 1979, 831 с.]
5. Accad Y., and Pekeris C. P. (1978). Solution of the tidal equations for the  $M_2$  and  $S_2$  tides in the world oceans from a knowledge of the tidal potential alone. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 290, 235—266.
6. Adams J. K., and Buchwald V. T. (1969). The generation of continental shelf waves. *J. Fluid Mech.* 35, 815—826.
7. Airy G. B. (1845). «Tides and Waves». Vol. 5. *Encyclopaedia Metropolitana*. London.
8. Alaka M. A., ed. (1960). «The Airflow over Mountains», Tech. Note 34. *World Meteorol. Organ.*, Geneva.
9. Aleem A. A. (1967). Concepts of currents, tides and winds among medieval Arab geographers in the Indian Ocean. *Deep-Sea Res.* 14, 459—465.
10. Allen J. S. (1975). Coastal trapped waves in a stratified ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 300—325.
11. Allen J. S. (1980). Models of wind-driven currents on the continental shelf. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 12, 389—433.
12. Allen J. S., Smith R. L. (1981). On the dynamics of wind-driven shelf currents. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 302, 617—634.
13. Allison L. J., Steranka J., Holub R. J., Hansen J., Godshall F. A., Prabhakara C. (1972). «Air Sea Interaction in the Tropical Pacific Ocean», Tech. Note D-6684. *Natl. Aeronaut. Space Admin.*, Washington, D. C.
14. Anati D. A., Assaf G., and Thompson, R. O. R. Y. (1977). Laboratory models of sea straits. *J. Fluid Mech.* 81, 341—351.
15. Anderson D. L. T. (1976). The low-level jet as a western boundary current. *Mon. Weather Rev.* 104, 907—921.
16. Anderson D. L. T. (1979). Basin models: The general circulation of the world ocean. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 345—371.
17. Anderson D. L. T. (1982). Low latitude seasonal adjustment in the Atlantic. *Prog. Oceanogr.* (in press).
18. Anderson D. L. T., Gill A. E. (1975). Spin-up of a stratified ocean, with application to upwelling. *Deep-Sea Res.* 22, 583—596.
19. Anderson D. L. T., Gill A. E. (1979). Beta-dispersion of inertial waves. *J. Geophys. Res.* 84, 1836—1842.
20. Anderson D. L. T., Killworth P. D. (1977). Spin-up of a stratified ocean with topography. *Deep-Sea Res.* 24, 709—732.

21. Anderson D. L. T., Killworth P. D. (1979). Non-linear propagation of long Rossby waves. *Deep-Sea Res.* 26, 1033—1050.
22. Anderson D. L. T., Rowlands P. B. (1976a). The role of inertia-gravity and planetary waves in the response of a tropical ocean to the incidence of an equatorial Kelvin wave on a meridional boundary. *J. Mar. Res.* 34, 295—312.
23. Anderson D. L. T., and Rowlands P. B. (1976b). The Somali current response to the S. W. Monsoon: The relative importance of local and remote forcing. *J. Mar. Res.* 34, 395—417.
24. Anderson D. L. T., Bryan K., Gill A. E., Pacanowski R. C. (1979). The transient response of the North Atlantic — some model studies. *J. Geophys. Res.* 84, 4795—4815.
25. Andrews R. G., McIntyre M. E. (1978a). An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow. *J. Fluid Mech.* 89, 609—646.
26. Andrews R. G., McIntyre M. E. (1978b). On wave-action and its relatives. *J. Fluid Mech.* 89, 647—664.
27. Arakawa A. (1966). Computational design for long term numerical integration of the equations of fluid motion: Two-dimensional incompressible flow. Part I. *J. Comput. Phys.* 1, 119—143.
28. Arakawa A., Schubert W. (1974). Interaction of cumulus cloud ensemble with the large scale environment. *J. Atmos. Sci.* 31, 674—701.
29. Armi L., and Millard R. C. (1976). The bottom boundary layer of the deep ocean. *J. Geophys. Res.* 81, 4983—4990.
30. Арнольд В. И. Об условиях нелинейной устойчивости плоских стационарных криволинейных течений идеальной жидкости. Докл. АН СССР, 1965, т. 162, вып. 5, с. 975—978.
31. Arya S. P. S., Wyngaard J. C. (1975). Effect of baroclinicity on wind profiles and the geostrophic drag law for the convective planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.* 32, 767—778.
32. Babinet M. (1859). Influence du mouvement de rotation de la terre sur le cours des rivières. *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 49, 638—641.
33. Baines P. G. (1971). The reflection of internal/inertial waves from bumpy surfaces. *J. Fluid Mech.* 46, 273—291.
34. Baines P. G. (1976). The stability of planetary waves on a sphere. *J. Fluid Mech.* 73, 193—213.
35. Baines P. G., and Davies P. A. (1980). Laboratory studies of topographic effects in rotating and/or stratified fluids. In «Orographic Effects in Planetary Flows». Chapter 8, pp. 233—299. GARP Publ. Ser. No. 23, WMO-ICSU. Geneva.
36. Baines W. D., and Turner J. S. (1969). Turbulent buoyant convection from a source in a confined region. *J. Fluid Mech.* 37, 51—80.
37. Bakun A., McLain D. R., Mayo F. V. (1974). The mean annual cycle of coastal upwelling of western North America as observed from surface measurements. *Fish. Bull.* 72, 843—844.
38. Ball F. K. (1964). Energy transfer between external and internal gravity waves. *J. Fluid Mech.* 19, 465—478.
39. Balsley B. B., Gage K. S. (1980). The MST radar technique: Potential for middle atmosphere studies. *Pure Appl. Geophys.* 118, 452—493 (reprinted in Venkateswaran and Sundararaman. 1980).
40. Bang N. D. (1970). Dynamic interpretations of a detailed surface temperature chart of the Agulhas Current retroflexion and fragmentation area. *S. Afr. Geogr. J.* 52, 67—76.
41. Bang N. D. (1973a). Characteristics of an intense ocean frontal system in the upwell regime west of Capetown *Tellus* 25, 256—265.
42. Bang N. D. (1973b). The southern Benguela system: Finer oceanic structure and atmospheric determinants, Ph. D. Thesis, University of Capetown.
43. Bang N. D., and Andrews W. R. H. (1974). Direct current measurements of a shelf-edge frontal jet in the southern Benguela system. *J. Mar. Res.* 32, 405—417.

44. Bannon P. R. (1981). Synoptic-scale forcing of coastal lows: Forced double Kelvin waves in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 107, 313—327.
45. Barber B. F., and Ursell F. (1948). The generation and propagation of ocean waves and swell. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 240, 527—560
46. Barton E. D., Huyer A., Smith R. L. (1977). Temporal variation observed in the hydrographic regime near Cabo Corveiro in the northwest African region, February to April, 1974, *Deep-Sea Res.* 24, 7—23.
47. Batchelor G. K. (1967). «An Introduction to Fluid Dynamics.» Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973.]
48. Baumgartner A., and Reichel E. (1975). «The World Water Balance». Elsevier/North-Holland, Amsterdam.
49. Beardsley R. C. (1969). A laboratory model of the wind-driven circulation. *J. Fluid Mech.* 38, 255—272.
50. Beardsley R. C., Boicourt W. C. (1981). On estuarine and continental-shelf circulation in the Middle Atlantic Bight. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch. eds.), Chapter 7 MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
51. Beardsley R. C., and Hart J. (1978). A simple theoretical model for the flow of an estuary onto a continental shelf. *J. Geophys. Res.* 83, 873—883.
52. Bell T. H. (1975). Topographically generated internal waves in the open ocean. *J. Geophys. Res.* 80, 320—327.
53. Bell T. H. (1978). Radiation damping of inertial oscillations in the upper ocean. *J. Fluid Mech.* 88, 289—308.
54. Bennett J. R. (1977). A three-dimensional model of Lake Ontario's summer circulation. I. Comparison with observations. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 591—601.
55. Bennett J. R., and Lindstrom E. J. (1977). A simple model of Lake Ontario's coastal boundary layer. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 620—625.
56. Bennetts D. A., Hoskins B. J. (1979). Conditional symmetric instability — a possible explanation for frontal rainbands. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 105, 945—962.
57. Berger A. L. (1979). Insolation signatures of quaternary climatic changes. *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis., C* 1 2C, 63—87.
58. Bernstein R. L., and White W. B. (1975). Time and length scales of baroclinic eddies in the central North Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 4, 613—624.
59. Betchov R., and Criminale W. O. Jr. (1967). «Stability of Parallel Flows.» Academic Press, New York. [Имеется перевод: Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. — М.: Мир, 1971, 351 с.]
60. Birkhoff G., and Rota G.-C. (1962). «Ordinary Differential Equations.» Ginn, Boston, Massachusetts.
61. Birt W. R. (1847). Third report on atmospheric waves. *Br. Assoc. Rep.* 16, 119—168.
62. Bjerknes J. (1919). On the structure of moving cyclones. *Geophys. Publ.* 1(1), 1—8.
63. Bjerknes J. (1966). A possible response of the atmospheric Hadley circulation to equatorial anomalies of ocean temperature. *Tellus*, 18, 820—829.
64. Bjerknes J. (1969). Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific. *Mon. Weather Rev.* 97, 163—172.
65. Bjerknes V. (1898). Über die Bildung von Circulationsbewegungen und Wirbeln in reibunglosen Flüssigkeiten. *Skr. Nor. Vidensk.-Akad. Kl. I: Mat.-Naturvidensk. Kl.* 5, pp. 1—29.
66. Bjerknes V. (1901). Zirkulation relativ zu der Erde. *Oevers. Fin. Vetensk.-Soc. Foerh.* pp. 739—775.
67. Bjerknes V. (1937). Application of line integral theorems to the hydrodynamics of terrestrial and cosmic vortices. *Astrophys. Norv.* 2, 263—339.

68. Blackadar A. K. (1957). Boundary layer wind maxima and their significance for the growth of the nocturnal inversion. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 38, 283—290.
69. Blandford R. R. (1966). Mixed gravity-Rossby waves in the ocean. *Deep-Sea Res.* 13, 941—961.
70. Blandford R. R. (1971). Boundary conditions in homogeneous ocean models. *Deep-Sea Res.* 18, 739—751.
71. Blumen W. (1965a). On drag and wave resistance. *Pure Appl. Geophys.* 60, 137—140.
72. Blumen W. (1965b). A random model of momentum flux by mountain waves. *Geophys. Publ.* 26, (2), 1—33.
73. Blumen W. (1968). On the stability of quasi-geostrophic flow. *J. Atmos. Sci.* 25, 929—931.
74. Blumen W. (1972). Geostrophic adjustment. *Rev. Geophys. Space Phys.* 10, 485—528.
75. Blumen W. (1980). A comparison between the Hoskins-Bretherton model of frontogenesis and the analysis of an intense surface frontal zone. *J. Atmos. Sci.* 37, 64—77.
76. Blumen W. (1981). The geostrophic coordinate transformation. *J. Atmos. Sci.* 38, 1100—1105.
77. Booker J. P., Bretherton F. P. (1967). The critical layer for internal gravity waves in a shear flow. *J. Fluid Mech.* 27, 513—539.
78. Boussinesq J. (1903). «Theorie analytique de la chaleur», Vol. 2, Gauthier-Villars, Paris.
79. Brandes H. W. (1820). «Beitrage zur Witterungskunde», Leipzig.
80. Brass G. W., Southam J. R., and Peterson W. H. (1982). Warm saline waters in the ancient oceans. *Nature (London)* 296, 620—623.
81. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. Изд. 2-е. — М., Наука, 1973, 343 с.
82. Bretherton F. P. (1966). Critical layer instability in baroclinic flows. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 92, 325—334.
83. Bretherton F. P. (1967). The time-dependent motion due to a cylinder moving in an unbounded rotating or stratified fluid. *J. Fluid Mech.* 28, 545—570.
84. Bretherton F. P. (1969). Momentum transport by gravity waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 95, 213—243.
85. Bretherton F. P., Garrett C. J. R. (1968). Wave trains in inhomogeneous-moving media. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 302, 529—554.
86. Brighton P. W. M. (1978). Strongly stratified flow past three dimensional objects. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 104, 284—308.
87. Brink K. H., and Allen J. S. (1978). On the effect of bottom friction on barotropic motion over the continental shelf. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 919—922.
88. Brink K. H., Allen J. S., Smith R. L. (1978). A study of lowfrequency fluctuations near the Peru coast. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 1025—1041.
89. Briscoe M. G. (1975). Preliminary results from the trimmed internal wave experiment. (IWEL). *J. Geophys. Res.* 80, 3872—3884.
90. Brooks C. E. P., and Glasspoole J. (1928). «British Floods and Droughts». Benn. Ltd., London.
91. Brown P. J. (1973). Kelvin-wave reflection in a semi-infinite canal. *J. Mar. Res.* 31, 1—10.
92. Browning K. A., Pardoe C. W., Hill F. F. (1975). The nature of oceanographic rain at wintertime cold fronts. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 101, 333—352.
93. Brunskill J. (1884). The Helm wind *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 10, 267—275.
94. Brunt D. (1927). The period of simple vertical oscillations in the atmosphere *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 53, 30—32.

95. Brunt D., and Douglas C. K. M. (1928). The modification of the strophic balance for changing pressure distribution, and its effect on rainfall. *Mem. R. Meteorol. Soc.* 3, 29—51.
96. Bryan K. (1963). A numerical investigation of a nonlinear model of a wind-driven ocean. *J. Atmos. Sci.* 20, 594—606.
97. Bryan K. (1969). A numerical method for the study of the circulation of the world ocean. *J. Comp. Phys.* 3, 347—376.
98. Bryan K. (1979). Models of the world ocean. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 327—338.
99. Bryan K., and Cox M. D. (1972). An approximate equation of state for numerical models of ocean circulation. *J. Phys. Oceanogr.* 2, 510—514.
100. Bryan K., and Lewis L. J. (1979). A water mass model of the world ocean. *J. Geophys. Res.* 84, 2503—2517.
101. Bryden H. L. (1973). New polynomials for thermal expansion, adiabatic temperature gradient and potential temperature gradient of sea water. *Deep-Sea Res.* 20, 401—408.
102. Bryden H. L., and Hall M. M. (1980). Heat transport by currents across 25°N latitude in the Atlantic Ocean. *Science* 207, 884—886.
103. Buchanan J. Y. (1886). On similarities in the physical geography of the great oceans. *Proc. R. Geogr. Soc. London*, 8, 753—770.
104. Buchwald V. T., and Adams J. K. (1968). The propagation of continental shelf waves. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 305, 235—250.
105. Budden K. G. (1961). «The Wave-Guide Mode Theory of Wave Propagation.» Academic Press, New York.
106. Будыко М. И. Атлас теплового баланса земного шара. — М. Гидрометеоздат, 1963, 69 с.
107. Будыко М. И. Климат и жизнь. — Л.: Гидрометеоздат, 1971, 472 с.
108. Bunker A. F. (1976). Computations of surface energy flux and annual air-sea interaction cycles of the North Atlantic. *Mon. Weather Rev.* 104, 1122—1140.
109. Bunker A. F. (1980). Trends of variables and energy fluxes over the Atlantic Ocean from 1948 to 1972. *Mon. Weather Rev.* 108, 720—732.
110. Buzzi A., and Tibaldi S. (1977). Inertial and frictional effects on rotating and stratified flow over topography. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 103, 135—150.
111. Cadet D., and Teitelbaum H. (1979). Observational evidence of internal inertia-gravity waves in the tropical stratosphere. *J. Atmos. Sci.* 36, 892—907.
112. Cahn A. (1945). An investigation of the free oscillations of a simple current system. *J. Meteorol.* 2, 113—119.
113. Cairns J. L., Williams G. O. (1976). Internal wave observations from a mid-water float. Part 2. *J. Geophys. Res.* 81, 1943—1950.
114. Candel S. M. (1977). Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory: Application to aeroacoustics. *J. Fluid Mech.* 83, 465—493.
115. Cane M., and Sarachik E. (1981). The response of a linear baroclinic equatorial ocean to periodic forcing. *J. Mar. Res.* 39, 651—693.
116. Chamberlain J. W. (1978). «Theory of Planetary Atmospheres: An introduction to their Physics and Chemistry». Academic Press, New York. [Имеется перевод: Чемберлен 1 т. Теория планетных атмосфер. — М.: Мир, 1981, 352 с.]
117. Chandrasekhar S. (1961). «Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability.» Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.
118. Charney J. G. (1947). The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteorol.* 4, 135—163.
119. Charney J. G. (1948). On the scale of atmospheric motions. *Geofys. Publ. Oslo* 17(2), 1—17.
120. Charney J. G. (1955a). The generation of ocean currents by wind. *J. Mar. Res.* 14, 477—498.



121. Charney J. G. (1955b). The Gulf Stream as an inertial boundary layer. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 41, 731—740.
122. Charney J. G. (1973). Planetary fluid mechanics. In «*Dynamical Meteorology*» (P. Morel, ed.), pp. 97—351, Reidel Publ., Dordrecht, Netherlands.
123. Charney J. G., DeVore J. G. (1979). Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. *J. Atmos. Sci.* 36, 1205—1216.
124. Charney J. G., and Drazin P. G. (1961). Propagation of planetary scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. *J. Geophys. Res.* 66, 83—109.
125. Charney J. G., and Eliassen A. (1949). A numerical method for predicting the perturbation of the middlelatitude westerlies. *Tellus* 1, 38—54.
126. Charney J. G., and Fliert G. R. (1981). Oceanic analogues of large-scale atmospheric motions. In «*Evolution of Physical Oceanography*» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 18, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
127. Charney J. G., and Stern M. E. (1962). On the stability of internal baroclinic jets in a rotating atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 19, 159—172.
128. Charnock H. (181). Air-sea interaction. In «*Evolution of Physical Oceanography*» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 17. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
129. Chen C.-T., and Millero F. J. (1977). Speed of sound in sea-water at high pressures. *J. Acoust. Soc. Am.* 62, 1129—1135.
130. Clarke A. J. (1977). Observational and numerical evidence for wind-forced coastal trapped long waves. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 231—247.
131. Clarke R. A., and Gascard J. C. (1982). The formation of Labrador sea water: Part 1, Large scale processes (unpublished).
132. Clarke R. H., and Hess G. D. (1974). Geostrophic departure and the functions A and B of Rossby-number similarity theory. *Boundary-Layer Meteorol.* 7, 267—287.
133. Clarke R. H., Dyer A. J., Brook R. R., Reid D. G., and Troup A. J. (1971). «The Wangara Experiment: Boundary Layer Data.» *Div. Meteorol. Phys. Tech. Pap. No. 19.* CSIRO, Australia.
134. Coaker S. A. (1977). The Stability of a Rossby Wave. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 9, 1—17.
135. Combes (1859). Observations au sujet de la communication de M. Perrot et de la note de M. Babinet. *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 49, 775—780.
136. Corby G. A., ed. (1969). «The Global Circulation of the Atmosphere.» Royal Meteorological Society, London.
137. Corby G. A., and Willington C. E. (1956). Air flow over mountains: The lee-wave amplitude. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 82, 266—274.
138. Coriolis G. (1835). Memoire sur les équations du mouvement relatifs des systemes de corps. *J. Ec. Polytech. (Paris)*, 15, 142.
139. Cox M. D. (1970). A mathematical model of the Indian Ocean. *Deep-Sea Res.* 17, 47—75.
140. Cox M. D. (1975). A baroclinic model of the world ocean: Preliminary results. In «*Numerical Models of Ocean Circulation*», pp. 107—120, *Natl. Acad. Sci.*, Washington, D. C.
141. Cox M. D. (1976). Equatorially trapped waves and the generation of the Somali Current. *Deep-Sea Res.* 23, 1139—1152.
142. Cox M. D. (1979). A numerical study of Somali current eddies. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 311—326.
143. Coy L. (1979). An unusually large westerly amplitude of the quasi-biennial oscillation. *J. Atmos. Sci.* 36, 174—176; corrigendum in 37, No. 4.
144. Crease J. (1956). Propagation of long waves due to atmospheric disturbances in a rotating sea. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 233, 556—569.
145. Crepon M. (1974). Genese d'ondes internes dans un milieu à deux couches. *Houille Blanche* 8, 631—636.
146. Cruette D. (1976). Experimental study of mountain leewaves by means of satellite photographs and aircraft measurements. *Tellus* 28, 499—523.

147. Crutcher H. K., Meserve J. M. (1970). Selected level heights, temperatures and dew points for the north hemisphere, NAVAIR 50-IC-52, Naval Weather Service Command, Washington, D. C.
148. Csanady G. T. (1967). On the resistance law of a turbulent Ekman layer. *J. Atmos. Sci.* 24, 467—471.
149. Csanady G. T. (1971). On the equilibrium shape of the thermocline in a shore zone. *J. Phys. Oceanogr.* 1, 263—270.
150. Csanady G. T. (1972a). Geostrophic drag, heat and mass transfer coefficients for the diabatic Ekman layer. *J. Atmos. Sci.* 29, 488—496.
151. Csanady G. T. (1972b). Response of large stratified lakes to wind. *J. Phys. Oceanogr.* 2, 3—13.
152. Csanady G. T. (1977a). The coastal jet conceptual model in the dynamics of shallow sea. In «The Sea» (E. D. Goldberg, I. N. McCave, J. J. O'Brien, and J. H. Steele, eds.), Vol. 6, pp. 117—144. Wiley, New York.
153. Csanady G. T. (1977b). Intermittent 'full' upwelling in Lake Ontario. *J. Geophys. Res.* 82, 397—419.
154. Csanady G. T. (1978). The arrested topographic wave. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 47—62.
155. Csanady G. T. (1981). Shelf-circulation cells. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 302, 515—530.
156. Cutchin D. L., Smith R. L. (1973). Continental shelf waves: Low-frequency variations in sea level and currents over the Oregon continental shelf. *J. Phys. Oceanogr.* 3, 73—82.
157. d'Alembert J. le Rond (1761). Remarques surs les loix du mouvement des fluides. *Opusc. Math.* 1, 157—168.
158. Dantzler H. L. (1977). Potential energy maxima in the tropical and subtropical North Atlantic. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 512—519.
159. Dauphinee T. M. (1980). Introduction to the special issue on the Practical Salinity Scale 1978. *IEEE, J. Oceanic Eng. OE-5*, 1—2.
160. Davey M. K. (1980). A quasi-linear theory for rotating flow over topography. Part I. Steady-plane channel. *J. Fluid Mech.* 99, 267—292.
161. Davies J. T., Rideal E. K. (1963). «Interfacial Phenomena.» Academic Press, New York.
162. Deacon M. B. (1971). «Scientists and the Sea 1650—1900: A Study of Marine Science», Academic Press, New York.
163. Deardorff J. W. (1970). A three-dimensional numerical investigation of the idealized planetary boundary layer. *Geophys. Fluid Dyn.* 1, 377—410.
164. Defant A. (1961). «Physical Oceanography», Vols. 1 and 2. Pergamon, Oxford.
165. Delauney (1859). Remarques concernant le question de l'influence de la rotation de la terre sur la direction des courants d'eau. *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 49, 688—692.
166. Dickinson R. E. (1973). Method of parameterization of infrared cooling between altitudes of 30 and 70 kilometers. *J. Geophys. Res.* 78, 4451—4457.
167. Dickinson R. E. (1975). Meteorology of the upper atmosphere. *Rev. Geophys. Space Phys.* 13, 771—862.
168. Dickinson R. E. (1978). Rossby waves — long period oscillations of oceans and atmospheres. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 10, 159—195.
169. Dickinson R. E. (1980). Planetary waves: theory and observation. In «Orographic Effects in Planetary Flows», Chapter 2, pp. 53—84, GARP Publ. Ser. No. 23, WMO-ICSU, Geneva.
170. Donn W. L., and Shaw D. M. (1967). Exploring the atmosphere with nuclear explosions. *Rev. Geophys.*, 5, 53—82.
171. Doodson A. T., and Corkan R. H. (1931). The principal constituent of the tides in the English and Irish Channels. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 231, 29—53.
172. Dopplick T. G. (1972). Radiative heating of the global atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 29, 1278—1294.

173. Drazin P. G., and Howard L. N. (1966). Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid liquid. *Adv. Appl. Mech.* 9, 1—89.
174. Drazin P. G., and Reid W. H. (1981). «Hydrodynamic Stability». Cambridge Univ. Press, Cambridge, England.
175. Drazin P. G., and Su C. H. (1975). A note on long-wave theory of air-flow over a mountain. *J. Atmos. Sci.*, 32 437—439.
176. Drummond A. J. (1970). Precision radiometry and its significance in atmospheric and space physics. *Adv. Geophys.* 14, 1—52.
177. Dugas R. (1957). «A History of Mechanics.» Routledge & Kegan Paul, London.
178. Duhem P. (1954). «Le systeme du monde: Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic», Vol. 2, Hermann, Paris.
179. Duing W., and Szekielda K.-H. (1971). Monsoonal response in the western Indian Ocean. *J. Geophys. Res.* 76, 4181—4187.
180. Dunkerton T., Hsu C. P. F., and McIntyre M. E. (1981). Some Eulerian and Lagrangian diagnostics for a model stratospheric warming. *J. Atmos. Sci.* 38, 819—843.
181. Dutton J. A. Johnson D. R. (1967). The theory of available potential energy and a variational approach to atmospheric energetics. *Adv. Geophys.* 12, 333—435.
182. Eady E. T. (1949). Long waves and cyclone waves. *Tellus* 1(3), 33—52.
183. Eckart C. (1960). «Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres.» Pergamon, Oxford. [Имеется перевод: Эккарт К. Гидродинамика океана и атмосферы. — М., Иностр. литература, 1963.]
184. Edmon H. J., Hoskins B. J., and McIntyre M. E. (1980). Eliassen-Palm cross-sections for the troposphere. *J. Atmos. Sci.* 37, 2600—2616; corrigendum in 38, 1115).
185. Ekman V. W. (1904). On dead water. *Sci. Results Norw. North Polar Expedi.* 1893—96, 5 (15).
186. Ekman V. W. (1905). On the influence of the earth's rotation on ocean currents. *Arch. Math. Astron. Phys.* 2, No. 11.
187. Ekman V. W. (1906). Beitrage zur Theorie der Meerestromungen. *Ann. Hydrogr. (Berlin)* 34, 484.
188. Ekman V. W. (1927). Eddy-viscosity and skin-friction in the dynamics of winds and ocean-currents. *Mem. R. Meteorol. Soc.* 2, 161—172.
189. Eliassen A. (1949). The quasi-static equations of motion with pressure as independent variable. *Geofys. Publ. Oslo* 17(3), 1—44.
190. Eliassen A. (1952). Slow thermally or frictionally controlled meridional circulation in a circular vortex. *Astrophys. Norv.* 5, 19—60.
191. Eliassen A. (1962). On the vertical circulation in frontal zones. *Geophys. Publ.* 24, No. 4, 147—160.
192. Eliassen A., Kleinschmidt E. (1957). Dynamic meteorology. In «Handbuch der Physik», Vol. 48 (J. Bartels, ed.), pp. 1—54, Springer-Verlag, Berlin and New York.
193. Eliassen A., Palm E. (1961). On the transfer of energy in stationary mountain waves. *Geofys. Publ. Oxlo* 22(3), 1—23.
194. Endoh M. (1978). Three-dimensional structures of gravity currents in a rotating basin. Part I. A local discharge of buoyancy. *J. Oceanogr. Soc. Jpn.* 34, 303—306.
195. Enfield D. B., and Allen J. S. (1980). On the structure and dynamics of monthly mean sea level anomalies along the Pacific coast of North and South America. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 557—578.
196. Erdelyi A., ed. (1953). «Higher Transcendental Functions», Vol. II. McGraw-Hill, New York. [Имеется перевод: Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Изд. 2-е. В 3-х т. — М.: Наука, 1973.]
197. Erdelyi A. (1956). «Asymptotic Expansions», Dover, New York. [Имеется перевод: Эрдейи А. Асимптотические разложения. — М.: Физматгиз, 1962, 127 с.]

198. Erdelyi A., Magnus W., Oberhettinger R., and Tricomi F. G. (1954). «Tables of Integral Transforms», Vol. I, McGraw-Hill, New York. [Имеется перевод: Бейтмен Г., Эрдейи А. и др. Таблицы интегральных преобразований. В 2-х т. — М.: Наука, 1969.]
199. Eriksen C. (1980). Evidence for a continuous spectrum of equatorial waves in the Indian Ocean. *J. Geophys. Res.* 85, 3285—3303.
200. Ertel H. (1942a). Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz. *Meteorol. Z.* 59, 271—281.
201. Ertel H. (1942b). Über des Verhältnis des neuen hydrodynamischen Wirbelsatzes zum Zirkulationssatz von V. Bjerknes. *Meteorol. Z.* 59, 385—387.
202. Euler L. (1955). Principes généraux du mouvement des fluides. *Mem. Acad. Berlin* 11, 274—315, 316—361; see also *Principia motus fluodorum. Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 6, 271—311. («Opera Omnia», Ser. Secunda, Vol. XII, pp. 54—91, 92—132, 133—168. Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae; Orell Fussli Turici, Lausanne, 1954).
203. Eyre W. S. (1973). «The Spherical Harmonic Analysis of Global Wind Stress Field and Atmospheric Angular Momentum», Res. Rep. 6. Flinders Institute for Atmospheric and Marine Sciences. Flinders Univ. of S. Australia.
204. Faller A. J. (1981). The origin and development of laboratory models and analogues of the ocean circulation. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 16, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
205. Farmer D. M., and Smith J. D. (1980). Tidal interaction of stratified flow with a sill in Knight Inlet. *Deep-Sea Res.* 27, 239—254.
206. Farrell W. E. (1973). Earth tides, ocean tides and tidal loading. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 274, 253—259.
207. Ferrel W. (1859/1860). The motions of fluids and solids relative to the earth's surface. *Math. Mon.* 1, 140—148, 210—216, 300—307, 366—373, 397—406; 2, 89—97, 339—346, 374—391.
208. Fieux M., and Stommel H. (1977). Onset of the Southwest Monsoon over the Arabian Sea from marine reports of surface winds: Structure and variability. *Mon. Weather Rev.* 105, 231—236.
209. Flather R. A. (1976). A tidal model of the north-west European continental shelf. *Mem. Soc. R. Sci. Liege* 10, 141—174.
210. Flather R. A., Davies A. M. (1976). Note on a preliminary scheme for storm surge prediction using numerical models. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 102, 123—132.
211. Fofonoff N. P. (1962). Physical properties of sea water. In «The Sea», vol. 1 (M. N. Hill, ed.), pp. 3—30, Wiley, New York.
212. Fofonoff N. P. (1969). Spectral characteristics of internal waves in the ocean. *Deep-Sea Res.* 16, Suppl., 58—71.
213. Fofonoff N. P. (1981). The Gulf Stream system. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 4, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
214. Foo E.-C. (1981). A two-dimensional diabatic isopycnal model — simulating the coastal upwelling front. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 604—626.
215. Foster T. D., and Carmack E. C. (1976). Frontal zone mixing and Antarctic bottom water formation in the southern Weddell Sea. *Deep-Sea Res.* 23, 301—317.
216. Foster T. D., and Middleton J. H. (1980). Bottom water formation in the western Weddell Sea. *Deep-Sea Res.* 27, 367—381.
217. Foucault L. (1851). Demonstration physique de mouvement de rotation de la Terre au moyen de pendule. *C-R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 32, 135—138.
218. Francis S. H. (1973). Acoustic-gravity modes and largescale traveling ionospheric disturbances of a realistic, dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 78, 2278—2301.
219. Franklin B. (1762). Letter published in «Experiments and Observations on Electricity», pp. 438—40, London, 1769 Also in «The Papers of Benja-

- min Franklin» (L. W. Labarce, ed.), Vol. 10, pp. 158—160. Yale Univ. Press, New Haven, 1966.
220. Freeland H., Rhines P., and Rossby T. (1975). Statistical observations of the trajectories of neutrally buoyant floats in the North Atlantic. *J. Mar. Res.* 34, 69—92.
221. Fultz D., Long R. R., Owens G. V., Bohan W., Kaylor R., Weil J. (1959). Studies of thermal convection in a rotating cylinder with some application for large-scale atmospheric motion. *Meteorol. Monogr.* 4, No. 21.1—104.
222. Garratt J. R. (1977). Review of drag coefficients over oceans and continents. *Mon. Weather Rev.* 105, 915—929.
223. Garrett C. J. R. (1969). Atmospheric edge waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 95, 731—753.
224. Garrett C. J. R. (1979). Mixing in the ocean interior. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 239—265.
225. Garrett C. J. R., and Greenberg D. A. (1977). Predicting changes in tidal regime: The open boundary problem. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 171—181.
226. Garrett C. J. R., Loder J. (1981). Dynamical aspects of shallow sea fronts. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 302, 563—581.
227. Garrett C. J. R., and Munk W. H. (1972). Space-time scales of internal waves. *Geophys. Fluid Dyn.* 3, 225—264.
228. Garrett C. J. R., Munk W. H. (1975). Space-time scales of internal waves: A progress report. *J. Geophys. Res.* 80, 281—297.
229. Garrett C., and Munk W. H. (1979). Internal waves in the ocean. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 11, 339—369.
230. Garrett J. F. (1980). Availability of the FGGE drifting buoy system data set. *Deep-Sea Res.* 27A, 1083—1086.
231. Garrett W. D. (1967). The organic chemical composition of the ocean surface. *Deep-Sea Res.* 14, 221—227.
232. Gascard J. C. (1978). Mediterranean deep-water formation, baroclinic instability and oceanic eddies. *Oceanol. Acta* 1, 315—330.
233. Gascard J. C., and Clarke R. A. (1982). The formation of Labrador sea water: Part 2, Mesoscale and smaller scale processes (unpublished).
234. Geisler J. E. (1970). Linear theory of the response of a two-layer ocean to a moving hurricane. *Geophys. Fluid Dyn.* 1, 249—272.
235. Geisler J. E. (1981). A linear model of the Walker Circulation. *J. Atmos. Sci.* 38, 1390—1400.
236. Gill A. E. (1968a). Similarity theory and geostrophic adjustment. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 94, 581—585.
237. Gill A. E. (1968b). A linear model of the Antarctic circumpolar current. *J. Fluid Mech.* 32, 465—488.
238. Gill A. E. (1971). Ocean models. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 270, 391—413.
239. Gill A. E. (1973). Circulation and bottom water formation in the Weddell Sea. *Deep-Sea Res.* 20, 111—140.
240. Gill A. E. (1974). The stability of planetary waves on an infinite beta-plane. *Geophys. Fluid Dyn.* 6, 29—47.
241. Gill A. E. (1975). Models of equatorial currents. In «Numerical Models of Ocean Circulations», pp. 181—203. *Natl. Acad. Sci., Washington, D. C.*
242. Gill A. E. (1976). Adjustment under gravity in a rotating channel. *J. Fluid Mech.* 77, 603—621.
243. Gill A. E. (1977a). The hydraulics of rotating channel flow. *J. Fluid Mech.* 80, 641—671.
244. Gill A. E. (1977b). Coastally-trapped waves in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 103, 431—440.
245. Gill A. E. (1977c). Potential vorticity as a tracer. Appendix to Pearce (1977).
246. Gill A. E. (1979a). A simple model for showing effects of geometry on the world's tides. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 367, 549—571.

247. Gill A. E. (1979b). Constructing a two-layer model for studying the effects of deep convection. In «Seminaire de dynamique des fluides geophysiques et de modelisation numerique applique e l'océanographie», CNEXO, Paris.
248. Gill A. E. (1980). Some simple solutions for heat-induced tropical circulation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 106, 447—462.
249. Gill A. E. (1981). Homogeneous intrusions in a rotating stratified fluid. *J. Fluid Mech.* 103, 275—295.
250. Gill A. E., and Bryan K. (1971). Effects of geometry on the circulation of a three-dimensional southern-hemisphere ocean model. *Deep-Sea Res.* 18, 685—721.
251. Gill A. E., and Clarke A. J. (1974). Wind-induced upwelling, coastal currents, and sea-level changes. *Deep-Sea Res.* 21, 325—345.
252. Gill A. E., and Niiler P. (1973). The theory of seasonal variability in the ocean. *Deep-Sea Res.* 20, 141—177.
253. Gill A. E., and Parker R. L. (1970). Contours of 'h cose O' for the world's oceans. *Deep-Sea Res.* 17, 823—824.
254. Gill A. E., and Schumann E. H. (1974). The generation of long shelf waves by the wind. *J. Phys. Oceanogr.* 4, 83—90.
255. Gill A. E., and Schumann E. H. (1979). Topographically induced changes in the structure of an inertial coastal jet: application to the Agulhas Current. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 975—991.
256. Gill A. E., and Turner J. S. (1969). Some new ideas about the formation of Antarctic bottom water. *Nature (London)* 224, 1287—1288.
257. Gill A. E., and Turner J. S. (1976). A comparison of seasonal thermocline models with observation. *Deep-Sea Res.* 23, 391—401.
258. Gill A. E., Green J. S. A., and Simmons A. J. (1974). Energy partition in the large-scale ocean circulation and the production of mid-ocean eddies. *Deep-Sea Res.* 21, 499—528.
259. Gill A. E., Smith J. M., Cleaver R. P., Hide R., and Jonas P. R. (1979). The vortex created by mass transfer between layers of rotating fluid. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 12, 195—220.
260. Gjevik B. (1980). Orographic effects revealed by satellite pictures: Mesoscale flow phenomena. In «Orographic Effects in Planetary Flows», Chapter 9, pp. 301—316, GARP Publ. Ser. No. 23, WMO-ICSU, Geneva.
261. Gjevik B., and Marthinsen T. (1978). Three-dimensional lee-wave patterns. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 104, 947—957.
262. Glantz M. H., ed. (1980), «Resource Management and Environmental Uncertainty», Wiley, New York.
263. Godin G. (1972). «The Analysis of Tides». Liverpool Univ. Press. Liverpool.
264. Godske C. L., Bergeron T., Bjerknes J., and Bundgaard R. C. (1957). «Dynamic Meteorology and Weather Forecasting». Am. Meteorol. Soc., Boston, Massachusetts.
265. Gold E. (1908). «Barometric Gradient and Wind Force». Meteorol. Off., M. O. 190, HM Stationery Office, London.
266. Goldsbrough G. R. (1933). Ocean currents produced by evaporation and precipitation. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 141, 512—517.
267. Goody R. M. (1964). «Atmospheric Radiation». Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York. [Имеется перевод: Гуди Р. М. Атмосферная радиация. — М.: Мир, 1966, 522 с.]
268. Gossard E. E., and Hooke W. H. (1975). «Waves in the Atmosphere». Elsevier, Amsterdam. [Имеется перевод: Госсард Э. Э., Хук В. Х. Волны в атмосфере. — М.: Мир, 1978.]
269. Gossard E. E., and Munk W. H. (1954). On gravity waves in the atmosphere. *J. Meteorol.* 11, 259—269.
270. Gould W. S., Hendry R., and Huppert H. E. (1981). An abyssal topographic experiment. *Deep-Sea Res.* 28, 409—440.

271. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. 4-е. — М.: Физматгиз, 1962, 1100 с.
272. Gray W. M. (1979). Hurricanes: Their formation, structure and likely role in the tropical circulation. In «Meteorology Over the Tropical Oceans» (D. B. Shaw, ed.), pp. 151—218, Royal Meteorological Society, London.
273. Gray W. M., Shea D. J. (1973). The hurricane's inner core region. II. Thermal stability and dynamic characteristics. *J. Atmos. Sci.* 30, 1565—1576.
274. Greatbatch R. J. (1982). On the response of the ocean to a moving storm. *J. Phys. Oceanogr.* (to be published).
275. Green G. (1838). On the motion of waves in a variable canal of small depth and width. *Trans. Cambridge Philos. Soc. See Mathematical Papers*, pp. 223—230, Macmillan, London, 1871.
276. Green J. S. A. (1960). A problem in baroclinic stability. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 86, 237—251.
277. Green J. S. A. (1970). Transfer properties of the large-scale eddies and the general circulation of the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 96, 157—185.
278. Greenspan H. P. (1962). A criterion for the existence of inertial boundary currents in ocean circulation. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 48, 2034—2039.
279. Greenspan H. P. (1968). «The Theory of Rotating Fluids». Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. — Л.: Гидрометеоздат, 1975, 304 с.]
280. Griffiths R. W., and Linden P. F. (1981). The stability of buoyancy-driven coastal currents. *Dyn. Atmos. Oceans* 5, 281—306.
281. Grose W. L., and Hoskins B. J. (1979). On the influence of orography on large-scale atmospheric flow. *J. Atmos. Sci.* 36, 223—234.
282. Gustafson T., and Kullenberg B. (1936). Untersuchungen von Tragheitsströmungen in der Ostsee. *Sven. Hydrogr.-Biol. Komm. Skr., Hydrogr.*, No. 13.
283. Hadley G. (1735). Concerning the cause of the general trade-winds. *Philos. Trans. R. Soc. London* 39, 58—62.
284. Halley E. (1686). An Historical Account of the Trade Winds, and Monsoons, observable in the Seas between and near the Tropicks, with an attempt to assign the Physical cause of the said Winds. *Philos. Trans. R. Soc. London* 16, 153—168.
285. Halpern D. (1974). Observations of the deepening of the wind-mixed layer in the North-East Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 4, 454—466.
286. Halpern D. (1980). Variability of near-surface currents in the Atlantic North Equatorial Counter-current during GATE. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 1213—1220.
287. Haltiner G. J. (1971). «Numerical Weather Prediction», Wiley, New York.
288. Hamilton P., and Rattray M. (1978). A numerical model of the depth-dependent, wind-driven upwelling circulation on a continental shelf. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 437—457.
289. Hamon B. V. (1962). The spectrums of mean sea level at Sydney, Coff's Harbour, and Lord Howe Island. *J. Geophys. Res.* 67, 5147—5155; correction in 68, 4635.
290. Hamon B. V. (1976). Generation of shelf waves on the east Australian coast by wind stress. *Mem. Soc. R. Sci. Liege* 10, 359—367.
291. Haney R. L. (1971). Surface thermal boundary condition for ocean circulation models. *J. Phys. Oceanogr.* 1, 241—248.
292. Hantel M., and Baader H. (1978). Diabatic heating climatology of the zonal atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 35, 1180—1189.
293. Hare F. K. (1968). The Arctic. *Quart. J. R. Meteorol. Soc.* 94, 439—459.
294. Harris T. F. W., and van Forest D. (1978). The Agulhas Current in March 1969. *Deep-Sea Res.* 25, 549—561.

295. Hart J. E. (1979). Barotropic geostrophic flow over anisotropic mountains, *J. Atmos. Sci.* 36, 1736—1746.
296. Hart J. E., Rao G. V., van de Boogaard H., Young J. A., and Findlater J. (1978). Aerial observations of the East African low-level jet stream. *Mon. Weather Rev.* 106, 1714—1724.
297. Hart T. J., and Currie R. I. (1960). The Benguela Current. *Discovery Rep.* 31, 123—298.
298. Hartmann D. L. (1978). A note concerning the effect of varying extinction on radiative-photochemical relaxation. *J. Atmos. Sci.* 35, 1125—1130.
299. Harvey J. G., and Vincent C. E. (1977). Observations of shear in near-bed currents in the southern North Sea. *Estuarine Coastal Mar. Sci.* 5, 715—731.
300. Hasselmann K. (1966). Feynman diagrams and interaction rules of wave-wave scattering processes. *Rev. Geophys.* 4, 1—32.
301. Hasselmann K. (1967a). Non-linear interactions treated by the methods of theoretical physics. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 299, 77—100.
302. Hasselmann K. (1967b). A criterion for non-linear wave instability, *J. Fluid Mech.* 30, 737—739.
303. Hastenrath S., and Lamb P. J. (1979). «Climatic Atlas of the Indian Ocean. Part I. Surface Climate and Atmospheric Circulation», Univ. of Wisconsin Press, Madison.
304. Hastenrath S. (1980). Heat budget of tropical ocean and atmosphere. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 159—170.
305. Haurwitz B. (1940). The motion of atmospheric disturbances on the spherical earth. *J. Mar. Res.* 3, 254—267.
306. Hayashi Y. (1974). Spectral analysis of tropical disturbances appearing in a GFDL general circulation model. *J. Atmos. Sci.* 31, 180—218.
307. Hayashi Y., and Golder D. G. (1978). The generation of equatorial transient planetary waves: Control experiments with a GFDL general circulation model. *J. Atmos. Sci.* 35, 2068—2082.
308. Hayes W. D. (1970). Kinematic wave theory. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 320, 209—226.
309. Hays J. D., Imbrie J., and Shackleton N. J. (1976). Variations in the earth's orbit: Pacemaker of the ice ages. *Science* 194, 1121—1132.
310. Heaps N. S. (1965). Storm surges on a continental shelf. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 257, 351—383.
311. Heaps N. S. (1969). A two-dimensional numerical sea model. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 265, 93—137.
312. Heath R. A. (1981). Estimates of the resonant period and Q in the semi-diurnal tidal band in the North Atlantic and Pacific Oceans. *Deep-Sea Res.* 28, 481—493.
313. Held I. M., and Hou A. Y. (1980). Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly-inviscid atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 37, 515—533.
314. Held I. M., and Suarez M. J. (1978). A two-level primitive equation atmospheric model designed for climate sensitivity experiments. *J. Atmos. Sci.* 35, 206—229.
315. Hellerman S. (1967). An updated estimate of the wind stress on the world ocean. *Mon. Weather Rev.* 95, 607—626 (with corrected tables in 96, 62—74).
316. Helmholtz H. von (1858). Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen welche den Wirbelbewegungen entsprechen. *J. Reine Angew. Math.* 55, 25—55. Also in *Wiss. Abh.* 1, 101—134 (1882). English transl. in *Phil. Mag.* 23, 485—510 (1867) and in Abbe (1893, pp. 31—57).
317. Helmholtz H. von (1888). Über atmosphärische Bewegungen I. Sitzungsberichte Akad. Wissenschaften Berlin 3, 647—663 English transl. in Abbe (1893, pp. 78—93). Also in *Wiss. Abh.* 3, 289—308, 1895.
318. Hendershott M. C. (1972). The effects of solid earth deformation on global ocean tides. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 29, 389—402.



319. Hendershott M. C. (1977). Numerical models of ocean tides. In «The Sea» (E. D. Goldberg et al., eds.), Vol. 6, pp. 47—95, Wiley, New York.
320. Hendershott M. C. (1981). Long waves and ocean tides. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch. eds.), Chapter 10. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
321. Hendershott M. C., and Munk W. H. (1970). Tides, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2, 205—224.
322. Hendershott M. C., and Speranza A. (1971). Co-oscillating tides in long narrow bays: The Taylor problem revisited. *Deep-Sea Res.* 18, 959—980.
323. Hess S. L. (1959). «Introduction to Theoretical Meteorology.» Holt, New York.
324. Hesselberg T. (1915). Über eine Beziehung zwischen Druckgradient, Wind und Gradientenänderungen. *Veroeff. Geophys. Inst. Univ. Leipzig* 1, 207—216.
325. Hickey J. R., Stowe L. L., Jacobowitz H., Pellegrino P., Maschhoff R. H., House F., and Vonderhaar T. H. (1980). Initial solar irradiance determinations from Minbus 7 Cavity radiometer measurements. *Science* 208, 281—283.
326. Hide R., and Mason P. J. (1975). Sloping convection in a rotating fluid. *Adv. Phys.* 24, 47—100.
327. Hildebrandsson H. H., and Teisserenc de Bort L. (1898). «Les bases de météorologie dynamique», Part 1, Gauthier-Villars, Paris.
328. Hines C. O. (1960). Internal atmospheric waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38, 1441—1481.
329. Hines C. O. (1964). Minimum vertical scale sizes in the wind structure above 100 km. *J. Geophys. Res.* 69, 2847—2848.
330. Hirota I. (1979). Kelvin waves in the equatorial middle atmosphere observed by the Nimbus 5 SCR. *J. Atmos. Sci.* 36, 217—222.
331. Hogg N. G. (1980). Effects of bottom topography on ocean currents. *GARP Publ. Ser.* 23, 167—205.
332. Holland W. R. (1973). Baroclinic and topographic influences on the transport in western boundary currents. *Geophys. Fluid Dyn.* 4, 187—210.
333. Holland W. R. (1977). Ocean general circulation models. In «The Sea» (E. D. Goldberg I. N. McCave J. J. O'Brien, and J. H. Steele, eds.) Vol. 6, pp. 3—45, Wiley (Interscience), New York.
334. Holopainen E. O. (1967). A determination of the wind-driven ocean circulation from the vorticity budget of the atmosphere. *Pure Appl. Geophys.* 67, 156—165.
335. Holopainen E. O. (1978). On the dynamic forcing of the long-term mean flow by the large-scale Reynold's stresses in the atmosphere, *J. Atmos. Sci.* 35, 1597—1604.
336. Holton J. R. (1972). Waves in the equatorial stratosphere generated by tropospheric heat sources. *J. Atmos. Sci.* 29, 368—375.
337. Holton J. R. (1975). «The Dynamic Meteorology of the Stratosphere and Mesosphere», *Am. Meteorol. Soc. Boston, Massachusetts.* [Имеется перевод: Холтон Дж. Р. Динамическая метеорология стратосферы и мезосферы. — Л., Гидрометеониздат, 1976, 224 с.]
338. Holton J. R. (1979). «An Introduction to Dynamic Meteorology», 2nd ed. Academic Press, New York.
339. Holton J. R. (1980a). Wave propagation and transport in the middle atmosphere. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 296, 73—85.
340. Holton J. R. (1980b). The dynamics of sudden stratospheric warmings. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 8, 169—180.
341. Holton J. R., and Wehrbein W. M. (1980). A numerical model of the zonal mean circulation of the middle atmosphere. *Pure Appl. Geophys.* 118, 284—306 (reprinted in Venkateswaran and Sundaraman, 1980).
342. Horel J. D., and Wallace J. M. (1981). Planetary scale atmospheric phenomena associated with the inter-annual variability of sea-surface temperatures in the equatorial Pacific. *Mon. Weather Rev.* 109, 813—829.

343. Horigan A. M., and Weisberg R. H. (1981). A systematic search for trapped equatorial waves in the GATE velocity data. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 497—509.
344. Hoskins B. J. (1972). Non-Bousinessq effects and further development in a model of upper tropospheric frontogenesis. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 98, 532—541.
345. Hoskins B. J. (1973). Stability of Rossby-Hourwitz wave *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 99, 723—745.
346. Hoskins B. J. (1975). The geostrophic momentum approximation and the semi-geostrophic equations. *J. Atmos. Sci.* 32, 233—242.
347. Hoskins B. J. (1976). Baroclinic waves and frontogenesis. Part I. Introduction and Eady waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 102, 103—122.
348. Hoskins B. J. (1980). Representation of the Earth topography using spherical harmonics. *Mon. Weather Rev.* 108, 111—115.
349. Hoskins B. J. (1982). The mathematical theory of frontogenesis. *Ann. Rev. Fl. Mech.* 14, 131—151.
350. Hoskins B. J., and Bretherton F. P. (1972). Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulation and solution. *J. Atmos. Sci.* 29, 11—37.
351. Hoskins B. J., and Draghici J. (1977). The forcing of ageostrophic motion according to the semi-geostrophic equations and in an isentropic coordinate model. *J. Atmos. Sci.* 34, 1859—1867.
352. Hoskins B. J., and Heckley W. A. (1981). Cold and warm fronts in baroclinic waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 107, 79—90.
353. Hoskins B. J., and Karoly D. (1981). The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing. *J. Atmos. Sci.* 38, 1179—1196.
354. Hoskins B. J., and Pedder M. A. (1980). The diagnosis of middle latitude synoptic development. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 106, 707—719.
355. Hoskins B. J., and West N. V. (1979). Baroclinic waves and frontogenesis. Part II. Uniform potential vorticity jet flows in cold and warm fronts. *J. Atmos. Sci.* 36, 1663—1680.
356. Hoskins B. J., Draghici I., and Davies H. C. (1978). A new look at the  $\omega$ -equation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 104, 31—38.
357. Hough S. S. (1897). On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides. Part I. On Laplace's «oscillations of the first species», and on the dynamics of ocean currents. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 189, 201—257.
358. Hough S. S. (1898). On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides. Part II. On the general integration of Laplace's dynamical equations. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 191, 139—185.
359. Hunt J. C. R., and Snyder W. H. (1980). Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three-dimensional hill. *J. Fluid Mech.* 96, 671—704.
360. Huppert H. E., and Bryan K. (1976). Topographically generated eddies. *Deep-Sea Res.* 23, 655—679.
361. Huppert H. E., and Miles J. W. (1969). Lee waves in a stratified flow. Part 3. Semi-elliptical obstacle. *J. Fluid Mech.* 35, 481—496.
362. Hurlburt H. E., and Thompson J. D. (1973). Coastal upwelling on a beta-plane. *J. Phys. Oceanogr.* 3, 16—32.
363. Hurlburt H. E., and Thompson J. D. (1976). A numerical model of the Somali Current. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 646—664.
364. Hurlburt H. E., Kindle J. C., and O'Brien J. J. (1976). A numerical study of the onset of El Nino, *J. Phys. Oceanogr.* 6, 621—631.
365. Hutchins L. M., ed-in-chief (1952). «Great Books of the Western World», Vol. 2, pp. 538—542, Encyclopaedia Britannica, Chicago, Illinois.
366. Huthnance J. M. (1978). On coastal trapped waves: Analysis and numerical calculation by inverse iteration. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 74—92.
367. Huyer A. (1977). Seasonal variation in temperature, salinity and density over the continental shelf off Oregon. *Limnol. Oceanogr.* 22, 442—453.

368. Huyer A. (1980). The offshore structure and subsurface expression of sea level variations off Peru 1976—1977, *J. Phys. Oceanogr.* 10, 1755—1768.
369. Huyer A., Pillsbury R. D., and Smith R. L. (1975). Seasonal variation in the alongshore velocity field over the continental shelf off Oregon. *Limnol. Oceanogr.* 20, 90—95.
370. Imbrie J., and Imbrie J. Z. (1980). Modelling the climatic response to orbital variations. *Science* 207, 943—954.
371. Imbrie J., and Imbrie K. P. (1979). «Ice Ages: Solving the Mystery», Enslow, Short Hills, New Jersey.
372. Jackson P. S., and Hunt J. C. R. (1975). Turbulent wind flow over a low hill. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 101, 929—955.
373. James I. E. (1978). A note on the circulation induced by a shallow sea front. *Estuarine Coastal Mar. Sci.* 7, 197—202.
374. James I. D. (1981). Fronts and shelf circulation models. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 302, 597—604.
375. Jeffreys H. (1926). On the dynamics of geostrophic winds. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 52, 85—104.
376. Jeffreys H., and Jeffreys B. S. (1956). «Methods of Mathematical Physics», 3rd ed. Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Джеффрис Г., Свиряс Б. Методы математической физики. В 3-х томах. — М.: Мир, т. 1, 1969, 423 с.; т. 2, 1970, 352 с.; т. 3, 1970, 344 с.]
377. Jeffreys H. (1923). The effect of a steady wind on the sea — level near a straight shore. *Philos. Mag.* 46, 114—125.
378. Jerlov N. G. (1968). «Optical Oceanography», Elsevier, Amsterdam. [Имеется перевод: Ерлов Н. Оптическая океанография. — М.: Мир, 1970.]
379. Johnson J. A. (1978). Topics in oceanography. In «Rotating Fluids in Geophysics» (P. H. Roberts and A. M. Soward, eds.), pp. 205—238. Academic Press, New York.
380. Johnson J. A., and Killworth P. D. (1975). A bottom current along the shelf break. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 185—188.
381. Jones O. (1979). Rossby wave interactions and instabilities in a rotating two-layer fluid on a beta-plane. Part 2. Stability. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 12, 1—33.
382. Jones W. L. (1967). Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation, *J. Fluid Mech.* 30, 439—448.
383. Jordan C. L. (1958). Mean soundings for the West Indies area. *J. Meteorol.* 15, 92—93.
384. Joyce T. M., Zenk W., and Toole J. M. (1978). The anatomy of the Antarctic Polar Front in the Drake Passage. *J. Geophys. Res.* 83, 6093—6113.
385. Julian P. R., and Chervin R. M. (1978). A study of the southern oscillation and Walker circulation phenomenon. *Mon. Weather Rev.* 105, 1433—1451.
386. Kase R. H. (1979). Calculations of the energy transfer by the wind to near-inertial waves. *Deep-Sea Res.* 26, 227—232.
387. Kase R. H., and Olbers D. J. (1979). Wind-driven inertial waves observed during phase III of GATE. *Deep-Sea Res.* 26, Supl. 1, 191—216.
388. Kaimal J. C., Wyngaard J. C., Haugen D. A., Cote O. R., Izumi Y., Caughey S. J., and Readings C. J. (1976). Turbulence structure in the convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.* 33, 2152—2169.
389. Kajiura K. (1962). A note on the generation of boundary waves of Kelvin type. *J. Oceanogr. Soc. Jap.* 18, 49—58.
390. Камелкович В. М. Основы динамики океана. — Л., Гидрометеониздат, 1973, 224 с.
391. Kang Y. Q., and Magaard L. (1980). Annual baroclinic Rossby waves in the central North Pacific. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 1159—1167.
392. Karoly D., and Hoskins B. J. (1982). The three-dimensional propagation of planetary waves. *J. Meteorol. Soc. Jpn.* 60, 109—123.

393. Kasahara A. (ed.) (1979). «Numerical Values Used in Atmospheric Models». GARP Publ. Ser. No. 17, Vol. 2, World Meteorol. Organ. — Int. Counc. Sci. Unions. Geneva.
394. Kato S. (1980). «Dynamics of the Upper Atmosphere», Center for Academic Publications. Tokyo.
395. Katz E. J. et al. (1977). Zonal pressure gradient along the equatorial Atlantic. *J. Mar. Res.* 35, 293—307.
396. Казанский А. Б., Монин А. С. О динамическом взаимодействии между атмосферой и поверхностью Земли.— *Изв. АН СССР, Сер. геофиз.*, 1961, № 5, с. 786—788.
397. Kendall T. R. (1970). «The Pacific Equatorial Countercurrent». International Center for Environmental Research. Laguna Beach, California.
398. Хршан А. Х. Очерки развития метеорологии.— *Л.: Гидрометеондат*, 1959, 428 с.
399. Кибель И. А. Приложение к метеорологии уравнений механики борклинной жидкости.— *Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.*, 1940, № 5, с. 627—638.
400. Killworth P. D. (1974). A baroclinic model of motions on Antarctic continental shelves. *Deep-Sea Res.* 21, 815—837.
401. Killworth P. D. (1976). The mixing and spreading phase of MEDOC. I. *Prog. Oceanogr.* 7, 59—90.
402. Killworth P. D. (1979). On the propagation of stable baroclinic Rossby waves through a mean shear flow. *Deep-Sea Res.* 26A, 997—1031.
403. Killworth P. D. (1980a). Barotropic and baroclinic instability in rotating stratified fluids. *Dyn. Atmos. Oceans* 4, 143—184.
404. Killworth P. D. (1980b). On determination of absolute velocities and density gradients in the ocean from a single hydrographic section. *Deep-Sea Res.* 27A, 901—929.
405. Kinsman B. (1965). «Wind Waves.» Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
406. Klemp J. B., and Lilly D. K. (1975). The dynamics of waveinduced down-slope winds. *J. Atmos. Sci.* 32, 320—339.
407. Klemp J. B., and Lilly D. K. (1978). Numerical simulation of hydrostatic mountain waves. *J. Atmos. Sci.* 35, 78—107.
408. Klemp J. B., and Lilly D. K. (1980). Mountain waves and momentum flux. In «Orographic Effects in Planetary Flows.» Chapter 4, pp. 116—141. GARP Ser. No. 23, WMO-ICSU, Geneva.
409. Klostermeyer J. (1977). Lamb waves originating in nongeostrophic disturbances: A case study. *J. Geophys. Res.* 82, 1441—1448.
410. Knox R. A. (1976). On a long series of measurements of Indian Ocean equatorial currents near Addu Atoll. *Deep-Sea Res.* 23, 211—221.
411. Kondratyev K. Ya. (1969). «Radiation in the Atmosphere.» Academic Press, New York.
412. Kraus E. B. (1972) «Atmosphere-ocean Interaction», Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York. [Имеется перевод: Краус Э. Б. Взаимодействие атмосферы и океана.— *Л.: Гидрометеондат*, 1976, 295 с.]
413. Kraus E. B., ed. (1977). «Modelling and Prediction of the Upper Layers of the Ocean». Pergamon, Oxford Krauss, W. (1966). «Interne Wellen.» Borntraeger, Berlin. [Имеется перевод: Моделирование и прогноз верхних слоев океана. Под ред. Э. Б. Крауса.— *Л.: Гидрометеондат*, 1979, 367 с.]
414. Krauss W. (1966). «Interne Wellen», Borntraeger, Berlin. [Имеется перевод: Краусс В. Внутренние волны.— *Л.: Гидрометеондат*, 1968, 272 с.]
415. Krishnamurti T. N. (1971). Tropical east-west circulations during the Northern summer. *J. Atmos. Sci.* 28, 1342—1347.
416. Krishnamurti T. N. (1979). Large-scale features of the tropical atmosphere. In «Meteorology Over the Tropical Oceans» (D. B. Shaw, ed.), pp. 31—56. Royal Meteorological Society, London.
417. Kuettner J. (1939a). Moazagottl and Fohnwelle. *Beitr. Phys. Freien Atmos.* 25, 79—114.

418. Kuettner J. (1939b). Zur Entstehung der Fohnwelle. Beitr. Phys. Freien Atmos. 25, 251—299.
419. Kundu P. K. (1976). An analysis of inertial oscillations observed near Oregon coast J. Phys. Oceanogr. 6, 879—893.
420. Kundu P. K., and Allen J. S. (1976). Some three-dimensional characteristics of low-frequency current fluctuations near the Oregon coast. J. Phys. Oceanogr. 6, 181—199.
421. Kuo H. L. (1949). Dynamic instability of two-dimensional non-divergent flow in a barotropic atmosphere. J. Meteorol. 6, 105—122.
422. Kuo H. L. (1952). Three-dimensional disturbances in a baroclinic zonal current. J. Meteorol. 9, 260—278.
423. Kuo H. L. (1973). Quasi-geostrophic flows and instability theory. Adv. Appl. Mech. 13, 247—330.
424. La Fond E. C. (1962). Internal waves. In «The Sea» (M. N. Hill, ed.) Vol. 1, pp. 731—751. Wiley (Interscience), New York. [Имеется перевод: Ла Фонд Е. С. Внутренние волны. В кн. «Море».—Л.: Гидрометеоздат, 1965, с. 346—372.]
425. Lagrange J. L. (1781). Memoire sur le theorie du mouvements des fluides. Nouv. Mem. Acad. R. Sci. Bellelett. Berlin. Reprinted in «Oeuvres», Vol. IV, pp. 695—750. Gauthier-Villars, Paris. 1869.
426. Lamb H. (1904). On group velocity. Proc. London Math. Soc. 1, 473—479.
427. Lamb H. (1910). On atmospheric oscillations. Proc. R. Soc. London 84, 551—572.
428. Lamb H. (1916). «Hydrodynamics», 4th ed. Cambridge Univ. Press. London and New York.
429. Lamb H. (1932). «Hydrodynamics». 6th ed. Cambridge Univ. Press. London and New York. [Имеется перевод: Лэмб Г. Гидродинамика.—Л.: Гостехиздат, 1947, 928 с.]
430. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред.—М.: Гостехиздат, 1953, 788 с.
431. Laplace P. S. (1778/1779). Recherches sur plusieurs points du systeme du monde. Mem. Acad. R. Sci. Paris (published with Histoire de l'Académie), 1775; 75—182 (publ. 1778), 1776; 117—267, 525—552 (publ. 1779). Reprinted in «Oeuvres.» Vol. 9, pp. 71—183, 187—280, 283—310. Gauthier-Villars, Paris, 1893.
432. Lau N.-C. (1978). On the three-dimensional structure of the observed transient eddy statistics of northern hemisphere wintertime circulation. J. Atmos. Sci. 35, 1900—1923.
433. Lau N.-C. (1979a). The structure and energetics of transient disturbances in the northern hemisphere wintertime circulation. J. Atmos. Sci. 36, 982—995.
434. Lau N.-C. (1979b). The observed structure of tropospheric stationary waves and the local balance of vorticity and heat. J. Atmos. Sci. 36, 996—1016.
435. Lau N.-C., and Wallace J. M. (1979). On the distribution of horizontal transports by transient eddies in the northern hemisphere wintertime circulation, J. Atmos. Sci. 36, 1844—1861.
436. Leaman K. D., and Sanford T. B. (1975). Vertical energy propagation of inertial waves: A vector spectral analysis of velocity profiles. J. Geophys. Res. 80, 1975—1978.
437. LeBlond P. H., and Mysak L. A. (1977). Trapped coastal waves and their role in shelf dynamics. In «The Sea» (E. D. Goldberg et al., eds.), Vol. 6, pp. 459—495. Wiley (Interscience), New York.
438. LeBlond P. H., and Mysak L. A. (1978). «Waves in the Ocean.» Elsevier. Amsterdam. [Имеется перевод: Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. В 2-х томах. М., Мир, 1981. т. 1. 480 с., т. 2, 365 с.]
439. Lee O. S. (1961). Observatons of internal waves in shallow water, Limnol. Oceanogr. 6, 312—321.

440. Leetmaa A. (1973). The response of the Somali Current at 2 S to the southwest monsoon of 1971, *Deep-Sea Res.* 20, 397—400.
441. Leetmaa A., and Bunker A. F. (1978). Updated charts of the mean annual wind stress, convergence in the Ekman layers, and Sverdrup transports in the North Atlantic. *J. Mar. Res.* 36, 311—322.
442. Leetmaa A., Niiler P., and Stommel H. (1977). Does the Sverdrup relation account for the mid-Atlantic circulation? *J. Mar. Res.* 35, 1—10.
443. Legeckis R. (1978). A survey of worldwide sea surface temperature fronts detected by environmental satellites. *J. Geophys. Res.* 83, 4501—4522.
444. Leipper D. F. (1967). Observed ocean conditions and Hurricane Hilda 1964. *J. Atmos. Sci.* 24, 182—196.
445. Leith C. E. (1980). Nonlinear normal mode initialization and quasigeostrophic theory. *J. Atmos. Sci.* 37, 958—968.
446. Lemasson L., and Piton B. (1968). Anomalic dynamique de la surface de la mer le long de l'équateur dans l'Océan Pacifique. *Cah. ORSTOM. Ser. Oceanogr.* 6, 39—45.
447. Леонов А. И., Миропольский Ю. З. О резонансном возбуждении внутренних гравитационных волн в океане колебаниями атмосферного давления. — *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1973, т. 9, № 8, с. 851—862.
448. Lerch F. H., Klosko S. M., Laubscher R. E., and Wagner C. A. (1979). Gravity model improvements using Geos 3 (GEM 9 and 10). *J. Geophys. Res.* 84, 3897—3916.
449. Lewis E. L. (1980). The Practical Salinity Scale 1978 and its antecedents. *IEEE J. Oceanic Eng.* OE5, 3—8.
450. Lewis E. L., and Perkin R. G. (1981). The Practical Salinity Scale 1978: conversion of existing data. *Deep-Sea Res.* 28A, 307—328.
451. Lighthill M. J. (1958). «Fourier Analysis and Generalised Functions.» Cambridge Univ. Press. London and New York.
452. Lighthill M. J. (1965). Group velocity. *J. Inst. Math. Appl.* 1, 1—28.
453. Lighthill M. J. (1966). Dynamics of rotating fluids. A survey *J. Fluid Mech.* 26, 411—431. [Имеется перевод: Лайтхилл Дж. Динамика вращающихся жидкостей. Обзор. — В сб. «Механика», 1968, № 1(107), с. 61—81.]
454. Lighthill M. J. (1967). On waves generated in dispersive systems by travelling forcing effects, with applications to the dynamics of rotating fluids. *J. Fluid Mech.* 27, 725—752.
455. Lighthill M. J. (1969). Dynamic response of the Indian Ocean to onset of the Southwest Monsoon *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 265, 45—92.
456. Lighthill M. J. (1978). «Waves in Fluids.» Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. — М.: Мир, 1981, 598 с.]
457. Lilly D. K. (1971). Observations of mountain induced turbulence. *J. Geophys. Res.* 76, 6585—6588.
458. Lilly D. K. (1972). Wave momentum flux — a GARP problem. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 53, 17—23.
459. Lilly D. K. (1978). A severe downslope windstorm and aircraft turbulence event induced by a mountain wave. *J. Atmos. Sci.* 35, 59—77.
460. Lilly D. K. (1979). The dynamic structure and evolution of thunderstorm and squall lines. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 7, 117—162.
461. Lilly D. K., and Klemp J. B. (1979). The effects of terrain shape on mountain waves. *J. Fluid Mech.* 95, 241—262.
462. Lin C. C. (1955). «The Theory of Hydrodynamic Stability.» Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод. Линь Цзя-цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. — М.: Иностранная литература, 1958, 175 с.]
463. Lindzen R. S. (1970). Internal gravity waves in atmospheres with realistic dissipation and temperature. Part 1. Mathematical development and propa-

- gation of waves into the thermosphere. *Geophys. Fluid Dyn.* 1, 303—355.
464. Lindzen R. S. (1971). Internal gravity waves in atmospheres with realistic dissipation and temperature. Part 3, Daily variations in the thermosphere. *Geophys. Fluid Dyn.* 2, 89—121.
465. Lindzen R. S. (1979). Atmospheric tides. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 7, 199—225.
466. Lindzen R. S., and Blake D. (1971). Internal gravity waves in atmospheres with realistic dissipation and temperature. Part II. Thermal tides excited below the mesopause. *Geophys. Fluid Dyn.* 2, 31—61.
467. Lindzen R. S., and Blake D. (1972). Lamb waves in the presence of realistic distributions of temperature and dissipation. *J. Geophys. Res.* 77, 2166—2176.
468. Lindzen R. S., Farrell B., and Tung K.-K. (1980). The concept of wave over-reflection and its application to baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.* 37, 44—63.
469. Liouville J. (1937). Sur le developpement des fonctions ou parties de fonctions en séries ... *J. Math. Pure Appl.* 2, 16—35.
470. Lisitzin E. (1974). *Sea-level Changes*. Elsevier, Amsterdam.
471. List R. J. (1951). «*Smithsonian Meteorological Tables*», 6th ed. *Smithson. Misc. Collect. No. 114*, *Smithson. Inst. Washington, D. C.*
472. Liu W. T., Katsaros K. B., and Businger J. A. (1979). Bulk parameterisation of air-sea exchanges of heat and water vapour including the molecular constraints at the interface. *J. Atmos. Sci.* 36, 1722—1735.
473. London J., and Sasamori T. (1971). Radiative energy budget of the atmosphere. *Space Res.* 11, 639—649.
474. Long R. R. (1953). Some aspects of the flow of stratified fluids. I. A theoretical investigation. *Tellus* 5, 42—58.
475. Longuet-Higgins M. S. (1964a). Planetary waves on a rotating sphere. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 279, 446—473.
476. Longuet-Higgins M. S. (1964b). On group velocity and energy flux in planetary wave motions. *Deep-Sea Res.* 11, 35—43.
477. Longuet-Higgins M. S. (1965a). Planetary waves on a rotating sphere. II. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 294, 40—54.
478. Longuet-Higgins M. S. (1965b). The response of a stratified ocean to stationary and moving wind systems. *Deep-Sea Res.* 12, 923—973.
479. Longuet-Higgins M. S. (1965c). Some dynamical aspects of ocean currents. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 91, 425—457.
480. Longuet-Higgins M. S. (1968a). Double Kelvin waves with continuous depth profiles. *J. Fluid Mech.* 34, 49—80.
481. Longuet-Higgins M. S. (1968b). The eigenfunctions of Laplace's tidal equations over a sphere. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 262, 511—607.
482. Longuet-Higgins M. S., and Pond G. S. (1969). The free oscillations of fluid on a hemisphere bounded by meridians of longitude. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 266, 193—223.
483. Lorenz E. N. (1955). Available potential energy and the maintenance of the general circulation. *Tellus* 7, 157—167.
484. Lorenz E. N. (1960). Energy and numerical weather prediction. *Tellus* 12, 364—373.
485. Lorenz E. N. (1967). «*The Nature and Theory of the General Circulation of the Atmosphere*.» *World Meteorol. Organ., Geneva*. [Имеется перевод: Лоренц Е. Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы. — Л.: Гидрометеониздат, 1970, 259 с.]
486. Lorenz E. N. (1969). The nature of the global circulation of the atmosphere: A present view. In «*The Global Circulation of the Atmosphere*» (G. A. Corby, ad.), pp. 3—23, *Royal Meteorological Society, London*.
487. Lorenz E. N. (1972). Barotropic instability of Rossby wave motion. *J. Atmos. Sci.* 29, 258—269.

488. Lucassen-Reynders E. H., and Lucassen J. (1969). Properties of capillary waves. *Adv. Colloid Interface Sci.* 2, 347—395.
489. Lumb F. E. (1964). The influence of cloud on hourly amount of total solar radiation at the sea surface. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 90, 43—56.
490. Lumley J. L., and Panofsky H. A. (1964). «The Structure of Atmospheric Turbulence». Wiley (Interscience), New York. [Имеется перевод: Ламми Дж. Л., Пановски Г. А. Структура атмосферной турбулентности. — М.: Мир, 1966, 264 с.]
491. Luyten J., and Swallow J. (1977). Equatorial undercurrents. *Deep-Sea Res.* 23, 999—1001.
492. Lynn R. J., and Reid J. L. (1968). Characteristics and circulation of deep and abyssal waters. *Deep-Sea Res.* 15, 577—598.
493. Lyra G. (1940). Über den Einfluss von Bodenerhebungen auf die Strömung einer stabil geschichteten Atmosphäre. *Beitr. Phys. Freien Atmos.* 26, 197—206.
494. Lyra G. (1943). Theorie der stationären Leewellenströmung in freier Atmosphäre. *Z. Angew. Math. Mech.* 23, 1—28.
495. McAlister E. D., and McLeish W. (1969). Heat transfer in the top millimeter of the ocean. *J. Geophys. Res.* 74, 3408—3414.
496. McComas C. H. (1977). Equilibrium mechanisms within the internal wave field. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 836—845.
497. McComas C. H., and Bretherton F. P. (1977). Resonant interaction of oceanic internal waves. *J. Geophys. Res.* 82, 1397—1412.
498. McComas C. H., and Muller P. (1981a). Time scales of resonant interactions among oceanic internal waves. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 139—147.
499. McComas C. H., and Muller P. (1981b). The dynamic balance of internal waves. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 970—986.
500. McCreary J. P. (1978). Eastern tropical ocean response to changing wind systems. In «Review Papers of Equatorial Oceanography — FINE Workshop Proceedings», Chapter 7, Nova N. Y. I. T. Univ. Press, Fort Lauderdale, Florida.
501. McCreary J. P. (1981a). A linear stratified ocean model of the equatorial undercurrent. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 298, 603—635.
502. McCreary J. P. (1981b). A linear stratified model of the coastal undercurrent. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 302, 385—413.
503. McEwan A. D., Mander D. W., and Smith R. K. (1972). Forced resonant second-order interaction between damped internal waves. *J. Fluid Mech.* 35, 589—608.
504. McInturff R. M., ed. (1978). Stratospheric warmings: Synoptic dynamic and general circulation aspects. NASA Ref. Publ. 1017, 1—174.
505. McIntyre M. E. (1980). An introduction to the generalized Lagrangian-mean description of wave, meanflow interaction. *Pure Appl. Geophys.* 118, 152—176, Reprinted in «The Middle Atmosphere» (S. V. Venkatswaran and N. Sundararaman, eds.), pp. 152—176, Birkhauser, Basel, 1980.)
506. McIntyre M. E., and Weissman M. A. (1978). On radiating instabilities and resonant over-reflection, *J. Atmos. Sci.* 35, 1190—1196.
507. Mackintosh N. A. (1946). The Antarctic convergence and the distribution of surface temperature in Antarctic waters. *Discovery Rep.* 23, 177—212.
508. McPhee M. G., and Smith J. D. (1976). Measurements of the turbulent boundary layer under pack ice. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 696—711.
509. McVean M. K., and Woods J. D. (1980). Redistribution of scalars during upper ocean frontogenesis: A numerical model. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 106, 293—311.
510. McWilliams J. C., and Flierl G. R. (1976). Optimal quasigeostrophic wave analysis of MODE array data. *Deep-Sea Res.* 23, 285—300.
511. McWilliams J. C., Holland W. R., and Chow H. S. (1978). A description of numerical Antarctic circumpolar currents. *Dyn. Atmos. Oceans* 2, 213—291.



512. Madden R. A. (1978). Further evidence of traveling planetary waves. *J. Atmos. Sci.* 35, 1605—1618.
513. Malkus J. S. (1962). Interchange of properties between sea and air: Large-scale interactions. In «The Sea» (M. N. Hill, ed.), Vol. 1, Chapter 4, pp. 88—294, Wiley (Interscience), New York. [Имеется перевод: Малкус Ж. Крупномасштабное взаимодействие. — В кн. «Море». — Л.: Гидрометеониздат, 1965, с. 58—254.]
514. Manabe S., and Hahn D. G. (1977). Simulation of the tropical climate of an Ice Age. *J. Geophys. Res.* 82, 3889—3911.
515. Manabe S., and Strickler R. F. (1964). Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment. *J. Atmos. Sci.* 21, 361—385. [Имеется перевод: Манабе С., Стриклер Р. Ф. Термическое равновесие в атмосфере с учетом конвекции. В кн.: Теория климата. — Л.: Гидрометеониздат, 1967, с. 61—104.]
516. Manabe S., and Wetherald R. T. (1967). Thermal equilibrium in the atmosphere with a given distribution of relative humidity. *J. Atmos. Sci.* 24, 241—259.
517. Manabe S., Hahn D. G., and Holloway J. L. (1974). The seasonal variation of the tropical circulation as simulated by a global model of the atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 31, 43—83.
518. Manabe S., Bryan K., and Spelman M. J. (1979). A global ocean-atmospheric climate model with seasonal variation for future studies of climate sensitivity. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 393—426.
519. Manley G. (1945). The Helm Wind of Crossfell, 1937—1939. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 71, 197—220.
520. Manton M. J. (1972). On the wave field generated by a variable wind. *Geophys. Fluid Dyn.* 3, 91—104.
521. Margules M. (1893). Luftbewegungen in einer rotierenden Spharoidschale (II. Teil). *Sitzungsber. Kais. Akad. Wiss. Wien, Math-Nat. Cl.* 102, Abt. IIA, 11—56, English trans.: «Air motion in a rotating spherical shell, by Max Margules» (B. Haurwitz, transl.), *Natl. Cent. Atmos. Res. Tech. Note NCAR/TN-156 + STR.*
522. Margules M. (1903). Über die Energie der Stürme. *Jahrb. Zentralanst. Meteorol. Wien* 40, 1—26; translation in Abbe (1910, pp. 533—595).
523. Margules M. (1906). Über Temperaturschichtung in stationär bewegter und ruhender Luft. *Meteorol.* 23, 243—254.
524. Marsigli L. M. (1681). Osservazioni intorno al Bosforo Tracio o vero Canale di Constantinopoli, rappresentate in lettera alla Sacra Real Maesta Cristina Regina di Svezia, Roma. Reprinted in *Boll. Pesca, Piscis. Idrobiol.* 11, 734—758 (1935).
525. Martell C. M., and Allen J. S. (1979). The generation of continental shelf waves by alongshore variations in bottom topography. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 696—711.
526. Martin S., Simmons W., and Wunsch C. (1972). The excitation of resonant triads by single internal waves. *J. Fluid. Mech.* 53, 17—44.
527. Mason P. J., and Sykes R. I. (1978). On the interaction of topography and Ekman boundary layer pumping in a stratified atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 104, 475—490.
528. Masuzawa J., and Nagasaka K. (1975). The 137 E oceanographic section. *J. Mar. Res.* 33, 109—116.
529. Matijevic E. (ed.) (1969ff). «Surface and Colloid Science», Wiley (Interscience), New York.
530. Matsuno T. (1966). Quasi-geostrophic motions in the equatorial area. *J. Meteorol. Soc. Jpn.* 44, 25—43.
531. Matsuno T. (1970). Vertical propagation of stationary planetary waves in the winter northern hemisphere. *J. Atmos. Sci.* 27, 871—884.
532. Matsuno T. (1971). A dynamic model for the stratospheric sudden warming. *J. Atmos. Sci.* 28, 1479—1494.

533. Matsuno T. (1980). Lagrangian motion of air parcels in the stratosphere in the presence of planetary waves. *Pure Appl. Geophys.* 118, 189—216. Reprinted in «The Middle Atmosphere» (S. V. Venkateswaran and N. Sundararaman, eds.), pp. 189—216, Birkhauser, Basel, 1980.
534. Matthaus W. (1969). Zur entdeckungsgeschichte des Aquatorialen Unterstroms im Atlantischen Ozean. *Beitr. Meereskd.* 23, 37—70.
535. Maykut G. A., and Untersteiner N. (1971). Some results of a time-dependent thermodynamic model of sea ice. *J. Geophys. Res.* 76, 1550—1575.
536. MEDOS Group (1970). Observations of formation of deep water in the Mediterranean Sea. *Nature (London)* 227, 1037—1040.
537. Mellor G. L., and Yamada T. (1974). A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary-layers. *J. Atmos. Sci.* 31, 1791—1806.
538. Mesinger F., and Arakawa A. (1976). «Numerical Methods Used in Atmospheric Models», GARP Publ. Ser. No. 17, Vol. 1, World Meteorol. Organ. — Int. Council. Sci. Unions. Geneva. [Имеется перевод: Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. — М.: Гидрометеониздат, 1979, 136 с.]
539. Meyers G. (1975). Seasonal variations in transport of the Pacific North Equatorial Current relative to the wind field. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 442—449.
540. Meyers G. (1979a). On the annual Rossby wave in the tropical North Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 663—674.
541. Meyers G. (1979b). Annual variation in the slope of the 14 C isotherm along the equator in the Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 885—891.
542. Milankovich M. (1930). *Mathematische Klimalehre und astronomische Theorie der Klimaschwankungen.* In «Handbuch der Klimatologie.» Vol. 1, Part A, pp. 1—176. Koppen & Geiger, Berlin. [Имеется перевод: Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. — М. — Л.: ГОИТИ, 1939, 207 с.]
543. Milankovich M. (1941). *Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem.* Koniglich Serbische Akademie, Special Publ. Vol. 132. Transl. by Israel Program for Scientific Translations, 1969.
544. Miles J. W. (1968a). Lee waves in a stratified flow. Part I. Thin barrier. *J. Fluid Mech.* 32, 549—567.
545. Miles J. W. (1968b). Lee waves in a stratified flow. Part II. Semi-circular obstacle. *J. Fluid Mech.* 33, 803—814.
546. Miles J. W., and Huppert H. E. (1969). Lee waves in a stratified flow. Part IV. Perturbation approximations. *J. Fluid Mech.* 35, 497—525.
547. Miller G. R. (1966). The flux of tidal energy out of the deep oceans. *J. Geophys. Res.* 71, 2485—2489.
548. Millero F. J. (1978). Freezing point of seawater. In «Eighth Report of the Joint Panel on Oceanographic Tables and Standards», UNESCO Tech. Pap. Mar. Sci. No. 28, Annex 6, UNESCO, Paris.
549. Millero F. J., and Poisson A. (1981). International one-atmosphere equation of state for seawater. *Deep-Sea Res.* 28A, 625—629.
550. Millero F. J., Perron G., and Desnoyers J. E. (1973). Heat capacity of seawater solutions from 5 to 35 C and 0.5 to 22 % chlorinity. *J. Geophys. Res.* 78, 4499—4507.
551. Millero F. J., Chen C.-T., Bradshaw A., and Schleicher K. (1980). A new high pressure equation of state for seawater. *Deep-Sea Res.* 27A, 255—264.
552. Minzner R. A. (1977). The 1976 standard atmosphere and its relationship to earlier standards. *Rev. Geophys. Space Phys.* 15, 375—384.
553. MODE Group (1978). The mid-ocean dynamics experiment. *Deep-Sea Res.* 25, 859—910.
554. Moller F., and Manabe S. (1961). Uber des Strahlungsgleichgewicht der Atmosphäre. *Z. Meteorol.* 15, 3—20.
555. Monin A. S. (1970). The atmospheric boundary layer. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2, 225—250.

556. Монин А. С. Вращение Земли и климат. — Л.: Гидрометеониздат, 1972, 111 с.
557. Monin A. S. (1975). The role of the oceans in climate models. In «The physical basis of climate and climate modelling». GARP Publ. Ser. No. 16, Appendix 6, pp. 201—205, World Meteorol. Organ./Int. Counc. Sci. Unions. Geneva.
558. Montgomery R. B., and Spilhaus A. F. (1941). Examples and outlines of certain modifications in upper-air analysis. *J. Atmos. Sci.* 8, 276—283.
559. Mooers C. N. K., Collins C. A., and Smith R. L. (1976). The dynamic structure of the frontal zone in the coastal upwelling region off Oregon. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 3—21.
560. Moore D. W. (1963). Rossby waves in ocean circulation. *Deep-Sea Res.* 10, 735—748.
561. Moore D. W. (1968). Planetary-gravity waves in an equatorial ocean. Ph. D. Thesis, Harvard University, Cambridge, Massachusetts.
562. Moore D. W., and Philander S. G. H. (1977). Modeling of the tropical ocean circulation. In «The Sea» (M. D. Goldberg, I. N. McCave, J. J. O'Brien, and J. H. Steele, eds.), Vol. 6, pp. 319—362, Wiley (Interscience), New York.
563. Morgan G. W. (1956). On the wind-driven ocean circulation. *Tellus* 8, 301—320.
564. Mork M. (1981). Circulation phenomena and frontal dynamics of the Norwegian coastal current. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 302, 635—647.
565. Morse P. M. (1964). «Thermal Physics». Benjamin, New York.
566. Morse P. M., and Feshbach H. (1953). «Methods of Theoretical Physics», 2 parts, McGraw-Hill, New York. [Имеется перевод: Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. В 2-х томах. — М.: Иностранная литература. Т. 1, 1958, 930 с., т. 2, 1960, 886 с.]
567. Mortimer C. H. (1963). Frontiers in physical limnology with particular reference to long waves in rotating basins. *Publ. — Great Lakes. Res. Div., Univ. Mich.* 10, 9—42.
568. Mortimer C. H. (1968). Internal waves and associated currents observed in Lake Michigan during the summer of 1963. *Spec. Rep. — Univ. Wis. — Milwaukee, Cent. Great Lakes Stud.* 1, 1—24.
569. Mortimer C. H. (1971). Large scale oscillatory motions and seasonal temperature changes in Lake Michigan and Lake Ontario. *Spec. Rep. — Univ. Wis. — Milwaukee. Cent. Great Lakes Stud.* 12, Parts I and II.
570. Mortimer C. H. (1974). Lake hydrodynamics. *Mitt. Int. Ver. Theor. Angew. Limnol.* 20, 124—197.
571. Mortimer C. H. (1977). Internal waves observed in Lake Ontario during the International Field Year for the Great Lakes (IFYGL), 1972. *Spec. Rep. — Univ. Wis-Milwaukee. Cent. Great Lakes Stud.* 32, 1—122.
572. Mowbray D. E., and Rarity B. S. H. (1967). A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density stratified fluid. *J. Fluid Mech.* 28, 1—16.
573. Muller P. (1977). Spectral features of the energy transfer between internal waves and a large scale shear flow. *Dyn. Atmos. Oceans* 2, 49—72.
574. Muller P., and Frankignoul C. (1981). Direct atmospheric forcing of geostrophic eddies. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 287—308.
575. Muller P., Oibers D. J., and Willerbrand J. (1978). The IWEX spectrum. *J. Geophys. Res.* 83, 479—500.
576. Munk W. H. (1950). On the wind-driven ocean circulation. *J. Meteorol.* 7, 79—93.
577. Munk W. H. (1981). Internal waves and small-scale processes. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 9, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

578. Munk W. H., and McDonald G. J. F. (1960). «The rotation of the Earth.» Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли. — М.: Мир, 1964, 384 с.]
579. Munk W. H., and Palmen E. (1951). Note on the dynamics of the Antarctic Circumpolar Current. *Tellus*, 3, 53—56.
580. Munk W. H., Snodgrass F., and Wimbush M. (1970). Tides off-shore: Transition from California coastal to deepsea waters. *Geophys. Fluid Dyn.* 1, 161—235.
581. Murakami T., and Ho F. P. (1972). Spectrum analysis of cloudiness over the North Pacific. *J. Meteorol. Soc. Jpn.* 50, 285—300.
582. Mysak L. A. (1967). On the theory of continental shelf waves. *J. Mar. Res.* 25, 205—226.
583. Mysak L. A. (1980a). Topographically trapped waves. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 12, 45—76.
584. Mysak L. A. (1980b). Recent advances in shelf wave dynamics. *Rev. Geophys. Space Phys.* 18, 211—241.
585. National Committee for Fluid Mechanics Films (1972). «Illustrated Experiments in Fluid Mechanics.» MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
586. Newell R. E., Mahoney J. R., and Lenhard R. W. (1966). A pilot study of small-scale wind variations in the stratosphere and mesosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 92, 41—54.
587. Newell R. E., Vincent D. G., Dopplick T. G., Ferruzza D., and Kidson J. W. (1969). The energy balance of the atmosphere. In «The Global Circulation of the Atmosphere» (G. A. Corby, ed.), pp. 42—90, Royal Meteorological Society, London.
588. Newell R. E., Kidson J. W., Vincent D. G., and Boer G. J. (1972). «The General Circulation of the Tropical Atmosphere», Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
589. Newell R. E., Kidson J. W., Vincent D. G., and Boer G. J. (1974). «The General Circulation of the Tropical Atmosphere», Vol. 2, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
590. Newton C. W. (1971). Global angular momentum balance: Earth torques and atmospheric fluxes. *J. Atmos. Sci.* 28, 1329—1341.
591. Newton C. W., ed. (1972a). «Meteorology of the Southern Hemisphere», *Meteorol. Monogr.*, Vol. 13, Am. Meteorol. Soc. Boston, Massachusetts.
592. Newton C. W. (1972b). Southern hemisphere general circulation in relation to global energy and momentum balance requirements. In «Meteorology of the Southern Hemisphere» (C. W. Newton, ed.), Chapter 9, pp. 215—246. Am. Meteorol. Soc. Boston, Massachusetts.
593. Nguyen N. A., and Cill A. E. (1981). Generation of coastal lows by synoptic-scale waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 107, 521—530.
594. Nicholls J. M., ed. (1973). «The Airflow Over Mountains: Research 1958—76», Tech Note 127. World Meteorol. Organ., Geneva.
595. NOAA/NASA/USAF (1976). «US Standard Atmosphere 1976», Washington, D. C.
596. Monitsu T. (1934). Coast effect upon the ocean current and the sea level. II. Changing state. *Mem. Coll. Sci., Univ. Kyoto, Ser. A* 17, 249—280.
597. O'Connor J. F. (1963). The weather and circulation of January 1963. *Mon. Weather Rev.* 91, 209—218.
598. Olbers D. J., (1976). Non-linear energy transfer and the energy balance of the internal wave field in the deep ocean. *J. Fluid Mech.* 74, 375—399.
599. Olbers D. J. (1982). Internal waves. In «Turbulence in the Ocean» (J. D. Woods, ed.), Chapter 6. Springer-Verlag, Berlin and New York.
600. Olver F. W. J. (1974). «Asymptotics and Special Functions», Academic Press, New York.
601. O'Neill A., and Taylor B. F. (1979). A study of the major stratospheric warming of 1976/77. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 105, 71—92.
602. Oort A. H. (1971). The observed annual cycle in the meridional transport of atmospheric energy. *J. Atmos. Sci.* 28, 325—339.

603. Oort A. H., and Rasmusson E. M. (1970). On the annual variation of the mean meridional circulation, *Mon. Weather Rev.* 98, 423—442.
604. Oort A. H., and Rasmusson E. M. (1971). «Atmospheric Circulation Statistics», NOAA Prof. Pap. 5, U. S. Dept. of Commerce, Washington, D. C.
605. Orlandi I., and Ross B. B. (1978). The circulation associated with a cold front. Part II. Moist case. *J. Atmos. Sci.* 35, 445—465.
606. Ou H. W., and Bennett J. R. (1979). A theory of the mean flow driven by long internal waves in a rotating basin, with application to Lake Kinneret. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 1112—1125.
607. Owens W. B., and Hogg N. G. (1980). Oceanic observations of stratified Taylor columns near a bump, *Deep-Sea Res.* 27, 1029—1045.
608. Palmen E., and Newton C. W. (1969), «Atmospheric Circulation Systems», Academic Press, New York. [Имеется перевод: Пальмен Э., Ньютон Ч. Циркуляционные системы атмосферы.—Л.: Гидрометеоздат, 1973, 615 с.]
609. Palmer T. N. (1981). Diagnostic study of a wavenumber-2 stratospheric sudden warming in a transformed Eulerian-mean formalism. *J. Atmos. Sci.* 38, 844—855.
610. Paltridge G. W., and Platt C. M. R. (1976). «Radiative Processes in Meteorology and Climatology», Elsevier, Amsterdam.
611. Parke M. E., and Hendershott M. C. (1979).  $M_2$ ,  $S_2$  and  $K_1$  models of the global ocean tide on an elastic earth. *Mar. Geodesy* 3, 379—408.
612. Pattullo J., Munk W. H., Revelle R., and Strong E. (1955). The seasonal oscillation in sea level. *J. Mar. Res.* 14, 88—155.
613. Pearce A. F. (1977). Some features of the upper 500 m of the Agulhas current. *J. Mar. Res.* 35, 731—753.
614. Pedlosky J. (1964). The stability of currents in the atmosphere and the oceans. Part I. *J. Atmos. Sci.* 27, 201—219.
615. Pedlosky J. (1979). «Geophysical Fluid Dynamics», Springer-Verlag, Berlin and New York. [Имеется перевод: Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. В 2-х томах.—М.: Мир, 1984. Т. 1, с. 1—401, т. 2, с. 402—811.]
616. Peffley M. B., and O'Brien J. J. (1976). A three-dimensional simulation of coastal upwelling off Oregon. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 164—180.
617. Peltier W. R., and Clark T. L. (1979). The evolution and stability of finite-amplitude mountain waves. Part II. Surface wave drag and severe downslope windstorms. *J. Atmos. Sci.* 36, 1498—1529 (see also 37, 2119—2125).
618. Perloth I. (1969). Effects of oceanographic media on equatorial Atlantic hurricanes. *Tellus* 21, 230—244.
619. Perrot A. (1859). Nouvelle expérience pour rendre manifeste le mouvement de rotation de la terre. *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* 49, 637—638.
620. Peterson W. H. (1982). On the interaction of multiple buoyancy sources in a simple steady-state convection model. *J. Fluid Mech.* (to be published).
621. Philander S. G. H. (1973). Equatorial undercurrent: Measurements and theories. *Rev. Geophys. Space Phys.* 11, 513—570.
622. Philander S. G. H., and Pacanowski R. C. (1980). The generation and decay of equatorial currents, *J. Geophys. Res.* 85, 1123—1136.
623. Phillips N. A. (1951). A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns. *J. Meteorol.* 8, 381—394.
624. Phillips N. A. (1963). Geostrophic motion. *Rev. Geophys.* 1, 123—126.
625. Phillips N. A. (1973). Principles of large scale numerical weather prediction. In «Dynamic Meteorology» (P. Morel, ed.), pp. 1—96, Reidel Publ., Dordrecht, Netherlands.
626. Phillips O. M. (1960). On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. *J. Fluid Mech.* 9, 193—217.
627. Phillips O. M. (1977). «The Dynamics of the Upper Ocean». 2nd ed. Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод:

- Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. — Л.: Гидрометеоздат, 1980, 319 с.]
628. Pickersgill A. O., and Hunt G. E. (1981). An examination of the formation of linear lee waves generated by giant Martian volcanoes. *J. Atmos. Sci.* 38, 40—51.
629. Platzman G. W. (1968). The Rossby wave Q. *J. R. Meteorol. Soc.* 94, 225—246.
630. Platzman G. W. (1971). Ocean tides and related waves. In «Mathematical Problems in the Geophysical Sciences» (W. H. Reid, ed.), Vol. 2, pp. 239—291, Am. Math. Soc., Providence, Rhode Island.
631. Platzman G. W., Curtis G. A., Hansen K. S., and Slater R. D. (1981). Normal modes of the world ocean Part II. Description of modes in the period range 8—80 hours. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 579—603.
632. Plumb R. A., and McEwan A. D. (1978). The instability of a forced standing wave in a viscous, stratified fluid: A laboratory analogue of the quasi-biennial oscillation. *J. Atmos. Sci.* 35, 1827—1839.
633. Poincare S. (1910). «Theorie des Marees», *Lecons de Mecanique Celeste*, Vol. 3, Gauthiers-Villars, Paris.
634. Pollard R. T. (1970). On the generation by winds of inertial waves in the ocean. *Deep-Sea Res.* 17, 795—812.
635. Pollard R. T., and Millard R. C. (1970). Comparison between observed and simulated wind-generated inertial oscillations. *Deep-Sea Res.* 17, 813—821.
636. Pollard R. T., Rhines R. B., and Thompson R. O. R. Y. (1973). The deepening of the wind-mixed layer. *Geophys. Fluid Dyn.* 3, 381—404.
637. Polli S. (1960). La propagazione delle maree nell'Adriatico. *Atti IX Convegno Ass. Geofis. Ital.*, Roma, 1959 (Also: *Publ. Inst. Talassogr.* 370).
638. Pond S., and Bryan K. (1976). Numerical models of the ocean circulation. *Rev. Geophys. Space Phys.* 14, 243—263.
639. Prandle D. (1975). Storm surges in the southern North Sea and River Thames. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 344, 509—539.
640. Prandle D., and Wolf J. (1978). The interaction of surge and tide in the North Sea and River Thames. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 55, 203—216.
641. Pratt R. W., and Wallace J. M. (1976). Zonal propagation characteristics of large-scale fluctuations in the midlatitude troposphere. *J. Atmos. Sci.* 33, 1184—1194.
642. Preston-Whyte R. A. (1975). A note on some bioclimatic consequences of coastal lows S. Afr. *Geogr. J.* 57, 17—25.
643. Price J. F. (1981). Upper ocean response to a hurricane. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 153—175.
644. Price J. E., and Rossby T. H. (1982). Observations of a barotropic planetary wave in the western North Atlantic. *J. Mar. Res. Suppl.* 40.
645. Price P. G. (1975). A comparison between available potential and kinetic energy estimates for the southern and northern hemispheres. *Tellus* 27, 443—452.
646. Proudman J. (1927). Newton's work on the theory of the tides. In «Isaac Newton 1642—1727» (W. J. Greenstreet, ed.), pp. 87—95. Bell, London.
647. Proudman J. (1953). «Dynamical Oceanography». Methuen, London, and Wiley, New York. [Имеется перевод: Праудмен Дж. Динамическая океанография. — М.: Иностр. литература, 1957, 418 с.]
648. Queney P. (1948). The problem of air flow over mountains: A summary of theoretical studies. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 29, 16—26.
649. Queney P. (1973). Transfer and dissipation of energy by mountain waves. In «Dynamical meteorology», (P. Morel, ed.), pp. 97—351, Reidel Publ., Dordrecht, Netherlands.
650. Queney P. (1977). Synthèse de travaux theoriques sur les perturbations de relief. *Seconde partie. Meteorologie* 6(9), 111—163.
651. Rao D. B., and Schwab D. J. (1976). Two-dimensional normal modes in

- arbitrary enclosed basins on a rotating earth: Application to Lakes Ontario and Superior. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 281, 63—96.
652. Rao D. B., Mortimer C. H., and Schwab D. J. (1976). Surface normal modes of Lake Michigan: Calculations compared with spectra of observed water level fluctuations. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 575—588.
653. Raschke E., Vonder Haar T. H., Bandeen W. R., and Pasternak M. (1973). The annual radiation balance of the earth-atmosphere system during 1969—70 from Nimbus 3 Measurements. *J. Atmos. Sci.* 30, 341—364.
654. Rasmusson E. M., and Carpenter T. H. (1982). Variations in tropical sea surface temperature and surface wind fields associated with the Southern Oscillation/El Nino. *Mon. Weather Rev.* (to be published).
655. Rayleigh Lord (1880). On the stability, or instability, of certain fluid motions. *Proc. London Math. Soc.* 9, 57—70 Also in «Scientific Papers», Vol. 1, pp. 474—487. Cambridge Univ. Press.
656. Rayleigh Lord (1883). Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density. *Proc. London Math. Soc.* 14, 170—177. Also in «Scientific Papers», Vol. 2, pp. 200—207, Cambridge Univ. Press. 1900.
657. Reed R. S., and Danielsen E. F. (1959). Fronts in the vicinity of the tropopause. *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol., Ser. A* 11, 1—17.
658. Reid J. L., and Arthur R. S. (1975). Interpretation of maps of geopotential anomaly for the deep Pacific Ocean. *J. Mar. Res.* 33, Suppl., 37—52.
659. Reid J. L., and Lynn R. S. (1971). On the influence of the Norwegian-Greenland and Weddell Seas upon the bottom waters of the Indian and Pacific Oceans. *Deep-Sea Res.* 18, 1063—1088.
660. Reid J. L., and Mantyla A. W. (1976). The effect of the geostrophic flow upon coastal sea elevations in the northern North Pacific Ocean. *J. Geophys. Res.* 81, 3100—3110.
661. Reid R. O., Vastano A. C., Whitaker R. E., and Wanstrath J. J. (1977). Experiments in Storm surge simulation. In «The Sea» (E. D. Goldberg et al., eds.), Vol. 6, Chapter 5, Wiley (Interscience), New York.
662. Rex D. F. (1950). Blocking actions in the middle troposphere and its effect upon regional climate, 1, An aerological study of blocking action. *Tellus* 2, 196—211.
663. Rhines P. B. (1970). Edge-, bottom-, and Rossby waves in a rotating stratified fluid. *Geophys. Fluid Dyn.* 1, 273—302.
664. Rhines P. B. (1977). The dynamics of unsteady currents. In «The Sea» (E. D. Goldberg et al., eds.), Vol. 6, Chapter 7, Wiley (Interscience), New York.
665. Rhines P. B. (1979). Geostrophic turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech* 11, 401—444.
666. Rhines P. B., and Holland W. R. (1979). A theoretical discussion of eddy-driven mean flows. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 289—325.
667. Richardson L. F. (1922). «Weather Prediction by Numerical Process», Cambridge Univ. Press. London and New York.
668. Richardson P. L. (1982). Gulf Stream rings. In «Eddies in Marine Science» (A. R. Robinson, ed.), Chapter 3, Springer-Verlag, Berlin and New York.
669. Richardson P. L., Cheney R. E., and Worthington L. V. (1978). A census of Gulf Stream rings, Spring 1975. *J. Geophys. Res.* 83, 6136—6144.
670. Richardson P. L., Maillard C., and Sanford T. V. (1979). The physical structure and life history of cyclonic Gulf Stream ring Allen. *J. Geophys. Res.* 84, 7727—7741.
671. Richardson W. S., Schmitz W. S., and Niiler P. (1969). The velocity structure of the Florida Current from the Florida Straits to Cape Fear. *Deep-Sea Res.* 16, Suppl., 225—231.
672. Richman J. G., Wunsch C., and Hogg N. G. (1977). Space and time scales of mesoscale motion in the sea. *Rev. Geophys. Space Phys.* 15, 385—420.
673. Riehl H. (1979). «Climate and Weather in the Tropics». Academic Press,

- New York. [Имеется перевод: Риль Г. Климат и погода в тропиках. — Л.: Гидрометеониздат, 1984, 605 с.]
674. Ripa P. (1981). On the theory of non-linear wave-wave interactions among geophysical waves. *J. Fluid. Mech.* 103, 87—115.
675. Roberts J. (1975). «Internal Gravity Waves in the Ocean». Dekker, New York.
676. Robinson A. R. (1964). Continental shelf waves and the response of sea level to weather systems. *J. Geophys. Res.* 69, 367—368.
677. Robinson A. R., ed. (1982). «Eddies in Marine Science». Springer-Verlag, Berlin and New York.
678. Robinson A. R., Tomasin A., and Artegiani A. (1973). Flooding of Venice: Phenomenology and prediction of the Adriatic storm surge. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 99, 688—692.
679. Robinson A. R., Harrison D. E., Mintz Y., and Semtner A. J. (1977). Eddies and the general circulation of an idealised oceanic gyre: A wind and thermally-driven primitive equation numerical experiment. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 182—207.
680. Roden G. I. (1961). On the wind-driven circulation in the Gulf of Tehuantepec and its effects upon sea surface temperature, *Geofis. Int.* 1(3), 55—76.
681. Roden G. I. (1975). On North Pacific temperature salinity, sound velocity, and density fronts and their relation to the wind and energy flux fields. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 557—571.
682. Roden G. I., and Paskausky D. F. (1978). Estimation of rates of frontogenesis and frontolysis in the North Pacific Ocean using satellite and surface meteorological data from January 1977. *J. Geophys. Res.* 88, 4545—4550.
683. Rossby C. G. (1936). Dynamics of steady ocean currents in the light of experimental fluid mechanics. *Pap. Phys. Oceanogr. Met.* 5, No. 1, 1—43.
684. Rossby C. G. (1937). On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. I. *J. Mar. Res.* 1, 15—28.
685. Rossby C. G. (1938a). On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. *J. Mar. Res.* 2, 239—263.
686. Rossby C. G. (1938b). On temperature changes in the stratosphere resulting from shrinking and stretching. *Beitr. Phys. Freien Atmos.* 24, 53—59.
687. Rossby C. G. (1940). Planetary flow patterns in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 66, Suppl., 68—97.
688. Rossby C. G., et al. (1939). Relation between variations in the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action, *J. Mar. Res.* 2, 38—55. [Имеется перевод: Россби К. Г. и соавторы. Связь между колебаниями интенсивности зональной циркуляции атмосферы и смещениями квазипостоянных центров действия. В сб.: Вопросы предсказания погоды. — Л.: Гидрометеониздат, 1958, с. 304—316.]
689. Rossiter J. R. (1954). The North Sea surge of 31 January and 1 February 1953. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 246, 371—400.
690. Rossiter J. R. (1959). Results on methods of forecasting storm surges on the east and south coasts of Great Britain. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 85, 262—277.
691. Rowntree P. R. (1972). The influence of tropical east Pacific Ocean temperatures on the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 98, 290—321.
692. Rowntree P. R. (1979). The effects of changes in ocean temperature on the atmosphere. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 373—390.
693. Rumford B., Count (1800). Essay VII. The propagation of heat in fluids. In «Essays, Political, Economical and Philosophical, A New Edition, 2» (T. Cadell and W. Davies, eds.), pp. 197—386. London. Also in «Collected



- Works» (S. C. Brown, ed.), Vol. 1, pp. 117—285, Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts.
694. Russell J. Scott (1844). Report on waves. Br. Assoc. Rep. 13, 311—390.
695. Ryther J. H. (1969). Photosynthesis and fish production in the sea. *Science* 166, 72—76.
696. Salby M. L. (1979). On the solution of the homogeneous vertical structure problem for long period oscillations. *J. Atmos. Sci.* 36, 2350—2359.
697. Salby M. L. (1980). The influence of realistic dissipation on planetary normal mode structures. *J. Atmos. Sci.* 37, 2186—2199.
698. Sanders F. (1955). An investigation of the structure and dynamics of an intense surface frontal zone. *J. Meteorol.* 12, 542—552.
699. Sanford T. B. (1975). Observations of the vertical structure of internal waves. *J. Geophys. Res.* 80, 3861—3871.
700. Sarkisyan A. S. (1977). The diagnostic calculations of a large-scale ocean circulation. In «The Sea» (E. D. Goldberg et al., eds.), Vol. 6, Wiley (Interscience), New York.
701. Saunders P. M. (1973). The instability of a baroclinic vortex. *J. Phys. Oceanogr.* 3, 61—65.
702. Saunders P. M. (1977). Average drag in an oscillatory flow. *Deep-Sea Res.* 24, 381—384.
703. Sawyer J. S. (1956). The vertical circulation at meteorological fronts and its relation to frontogenesis. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 234, 346—362.
704. Sawyer J. S. (1959). The introduction of the effects of topography into methods of numerical forecasting. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 85, 31—43.
705. Sawyer J. S. (1961). Quasi-periodic wind variations with height in the lower stratosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 87, 24—33.
706. Schmitz W. J., and Holland W. R. (1982). Numerical eddy-resolving general circulation experiments: Preliminary comparison with observation. *J. Mar. Res.* (to be published).
707. Schneider E. K. (1977). Axially symmetric steady-state models of the basic state for instability and climate studies II. Nonlinear circulations. *J. Atmos. Sci.* 34, 280—296.
708. Schneider E. K., and Lindzen R. S. (1977). Axially symmetric steady-state models of the basic state for instability and climate studies. Part I. Linearised calculations. *J. Atmos. Sci.* 34, 263—279.
709. Schoeberl M. R. (1978). Stratospheric warming: Observation and theory. *Rev. Geophys. Space Phys.* 16, 521—538.
710. Schopf P., Anderson D. L. T., and Smith R. (1981). Betadispersion of low frequency Rossby waves. *Dyn. Atmos. Oceans* 5, 187—214.
711. Schutz C., and Gates W. L. (1971). «Global Climate Data for Surface, 800 mb, 400 mb: January», R-915-ARPA, Rand Corporation, Santa Monica, California.
712. Schutz C., and Gates W. L. (1972). «Global Climate Data for Surface, 800mb, 400mb: July», R-1029-ARPA. Rand Corporation, Santa Monica, California.
713. Scorer R. S., (1949). Theory of waves in the lee of mountains. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 75, 41—56.
714. Scorer R. S. (1955). Theory of air flow over mountains. IV. Separation of flow from the surface. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 81, 340—350.
715. Scorer R. S. (1972). «Clouds of the World». Lothian, Melbourne.
716. Shapiro M. A. (1974). A multiple-structured frontal zone jet stream as revealed by meteorologically instrumented aircraft. *Mon. Weather Rev.* 102, 244—253.
717. Shapiro M. A. (1981). Frontogenesis and geostrophically forced secondary circulations in the vicinity of jet stream-frontal zone systems. *J. Atmos. Sci.* 38, 954—973.
718. Shaw N. (1908). Barometric gradient and wind force. Preface to Gold

- (1908). Reprinted in selected meteorological papers of Sir Napier Shaw FRS. McDonald, London, 1955.
719. Shaw N. (1916). «Gradient Wind in Meteorological Glossary». Meteorol. Off., HM Stationery Office, London.
720. Shea D. J., and Gray W. M. (1973). The hurricane's inner core region I. Symmetric and asymmetric structure. *J. Atmos. Sci.* 30, 1544—1564.
721. Silberstein L. (1896). Über die Entstehung von Wirbelbewegungen in ein reibunglosen Flüssigkeit. *C. R. Acad. Sci. Cracovie*, 280—290.
722. Simmons A. J. (1982). The forcing of stationary wave motion by tropical diabatic heating. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 108, 503—534.
723. Simmons A. J., and Hoskins B. J. (1978). The life cycles of some non-linear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.* 35, 414—432.
724. Simmons A. J., and Hoskins B. J. (1980). Barotropic influences on the growth and decay of non-linear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.* 37, 1679—1684.
725. Simmons W. F. (1969). A variational method for weak resonant wave interaction. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 309, 551—575.
726. Simons T. J. (1978). Generation and propagation of downwelling fronts. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 571—581.
727. Simons T. J. (1979). On the joint effect of baroclinicity and topography. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 1283—1287.
728. Simons T. J. (1980). Circulation models of lakes and inland seas. *Can. Bull. Fish. Aquat. Sci.* 203, 1—146.
729. Simpson J. H. (1981). Shelf sea fronts, implications of their existence and behaviour. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 302, 531—546.
730. Simpson J. H., Allen C. M., and Morris N. C. G. (1978). Fronts on the continental shelf. *J. Geophys. Res.* 83, 4607—4614.
731. Smagorinsky J. (1953). The dynamical influence of largescale heat sources and sinks on the quasi-stationary mean motions of the atmosphere *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 79, 342—366.
732. Smith P. C. (1976). Baroclinic instability in the Denmark Strait overflow. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 355—371.
733. Smith R. B. (1979). The influence of mountains on the atmosphere. *Adv. Geophys.* 21, 87—230.
734. Smith R. B. (1980). Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain. *Tellus* 32, 348—364.
735. Smith R. L. (1968). Upwelling. *Oceanogr. Mar. Biol. Ann. Rev.* 6, 11—46.
736. Smith R. L. (1978). Poleward propagating disturbances in currents and sea-levels along the Peru coast. *J. Geophys. Res.* 83, 6083—6092.
737. Smith S. D. (1980). Wind stress and heat flux over the ocean in gale force winds. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 709—726.
738. Snodgrass F. E., Groves G. W., Hasselmann K., Miller G. R., Munk W. H., and Powers W. H. (1966). Propagation of ocean swell across the Pacific. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 259, 431—497.
739. Spiegel E. A., and Veronis G. (1960). On the Boussinesq approximation for a compressible fluid. *Astrophys. J.* 131, 442—447.
740. Spiers H. B., and Spiers A. G. H. (1937). «Collection of Pascal's Works». Columbia Univ. Press, New York.
741. Stephens G. K., Campbell G. G., and Vonder Haar T. H. (1981). Earth radiation budgets. *J. Geophys. Res.* 86, 9739—9760.
742. Stern M. E. (1968). T-S gradients on the micro-scale. *Deep-Sea Res.* 15, 245—250.
743. Stern M. E. (1975). «Ocean Circulation Physics». Academic Press, New York.
744. Sterneck R. V. (1919). Die Gezeitenerscheinungen in der Adria. II Teil. Die theoretische Erklärung der Beobachtungstatsachen. *Denkschr. Akad. Wiss. Wien* 96, 277—324.

745. Stewartson K. (1978). The evolution of the critical layer of a Rossby wave. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 9, 185—200.
746. Stilke G. (1973). Occurrence and features of ducted modes of internal gravity waves over western Europe and their influence on microwave propagation. *Boundary-Layer Meteorol.* 4, 493—509.
747. Stokes G. G. (1847). On the theory of oscillatory waves. *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 8, 441—455.
748. Stokes G. G. (1876). Smith's Prize examination paper for Feb. 2, 1876, question 11. *Math. Phys. Pap.* 5, 362 (1905). See also «Memoirs and Scientific Correspondence of Sir George Gabriel Stokes», Vol. 2, p. 146. Cambridge Univ. Press, London and New York, 1907.
749. Stoker J. J. (1957). «Water Waves.» Wiley (Interscience), New York. [Имеется перевод: Стакер Дж. Волны на воде. — М.: Иностранная литература, 1959, 617 с.]
750. Stommel H. (1948). The westward intensification of wind-driven ocean currents. *Trans. Am. Geophys. Union* 99, 202—206.
751. Stommel H. (1957). A survey of ocean current theory. *Deep-Sea Res.* 4, 149—184. [Имеется перевод: Стоммел Г. Обзор теории морских течений. В книге «Проблемы океанической циркуляции». — М.: Мир, 1965, с. 15—63.]
752. Stommel H. (1962). An analogy to the Antarctic circumpolar current. *J. Mar. Res.* 20, 92—96.
753. Stommel H. (1965). «The Gulf Stream: A Physical and Dynamical Description», 2nd ed. Univ. of California Press, Berkeley. [Имеется перевод: Стоммел Г. Гольфстрим. — М.: Иностранная литература, 1963, 227 с.]
754. Stommel H. (1980). Asymmetry of interoceanic fresh-water and heat fluxes. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 77, 2377—2381.
755. Stommel H., and Schott F. (1977). The beta spiral and the determination of the absolute velocity field from hydrographic station data. *Deep-Sea Res.* 24, 325—329.
756. Stommel H., and Yoshida K., eds. (1972). «Kuroshio, Physical Aspects of the Japan Current», Univ. of Washington Press, Seattle.
757. Stommel H., Niiler P., and Anati D. (1978). Dynamic topography and recirculation of the North Atlantic. *J. Mar. Res.* 36, 449—468.
758. Stone P. H. (1972). A simplified radiative-dynamical model for the static stability of rotating atmospheres, *J. Atmos. Sci.* 29, 405—418.
759. Sugimoto N. (1974). Onset of coastal upwelling in a two-layer ocean by wind stress with longshore variation. *J. Oceanogr. Soc. Jpn.* 30, 23—33.
760. Sugimoto N. (1977). Upwelling front and two-cell circulation. *J. Oceanogr. Soc. Jpn.* 33, 115—130.
761. Sugimoto N. (1981). Propagation of coastal trapped waves at low latitudes in a stratified ocean with continental shelf slope. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 1113—1122.
762. Sutcliffe R. C. (1947). A contribution to the problem of development. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 73, 370—383.
763. Sutcliffe R. C., and Godart O. (1942). «Isobaric Analysis», S. D. T. M. No. 50. Meteorol. Off., London.
764. Sverdrup H. U. (1947). Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the equatorial currents of the eastern Pacific. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 33, 318—326.
765. Sverdrup H. U., Johnson M. W., and Fleming R. H. (1942). «The Oceans: Their Physics, Chemistry and General Biology». Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
766. Swallow J. C., and J. G. Bruce J. G. (1966). Current Measurements off the Somali coast during the southwest monsoon of 1964. *Deep-Sea Res.* 13, 861—888.
767. Symons G. (ed.) (1888). «The Eruption of Krakatoa and Subsequent Phenomena», Trubner, London.

768. Taljaard J. S., Van Loon H., Crutcher H. L., and Jenne R. L. (1969). «Climate of the Upper Air: Southern Hemisphere», Vol. 1, NAVAIR 50-1C-55, Naval Weather Service Command, Washington, D. C.
769. Taylor G. I. (1914). Eddy motion in the atmosphere. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 215, 1—26.
770. Taylor G. G. (1981). Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins. *Proc. London Math. Soc.* 20, 148—181. Also in «Scientific Papers», Vol. 2, pp. 144—171. Cambridge Univ. Press, London and New York, 1960.
771. Taylor G. I. (1936). The oscillations of the atmosphere. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 156, 318—326. Also in «Scientific Papers», Vol. 2, pp. 365—371. Cambridge Univ Press, London and New York, 1960.
772. Taylor H. W., Gordon A. L., and Molinelli E. (1978). Climatic characteristics of the Antarctic Polar Front zone. *J. Geophys. Res.* 83, 4572—4578.
773. Taylor P. A., and Gent P. R. (1980). Modification of the boundary layer by orography. In «Orographic Effects in Planetary Flows», Chapter 5, pp. 145—165. GARP Publ. Ser. No. 23, WMO-ICSU, Geneva.
774. Thompson R. (1971). Topographic Rossby waves at a site north of the Gulf Stream. *Deep-Sea Res.* 18, 1—19.
775. Thompson R. O. R. Y. (1978). Observation of inertial waves in the stratosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 104, 691—698.
776. Thompson S. L., and Hartmann D. L. (1979). «Cumulus friction»: estimated influence on the tropical mean meridional circulation. *J. Atmos. Sci.* 36, 2022—2026.
777. Thompson W. (Lord Kelvin) (1869). On vortex motion. *Trans. R. Soc. Edinburgh* 25, 217—260. Also in *Math. Phys. Pap.* 4, 13—66 (1910).
778. Thomson W. (Lord Kelvin) (1879). On gravitational oscillations of rotating water. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh* 10, 92—100. Reprinted in *Philos. Mag.* 10, 109—116 (1880); *Math. Phys. Pap.* 4, 141—148 (1910).
779. Thomson W. (Lord Kelvin) (1891). «Popular Lectures», Vol. 3, Macmillan, London
780. Thorpe S. A. (1966). On wave interactions in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.* 24, 737—751.
781. Thorpe S. A. (1973). Experiments on instability and turbulence in a stratified shear flow. *J. Fluid Mech.* 32, 693—704.
782. Thorpe S. A. (1975). The excitation, dissipation and interaction of internal waves in the deep ocean. *J. Geophys. Res.* 80, 328—338.
783. Thorpe S. A. (1977). Billows in Loch Ness. *Deep-Sea Res.* 24, 371—379.
784. Thorpe S. A. (1981). An experimental study of critical layers. *J. Fluid Mech.* 103, 321—344.
785. Thorpe A. J., and Guymer T. H. (1977). The nocturnal jet. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 103, 633—653.
786. Thoulet J. (1894). Contribution à l'étude des lacs des Vosges. *Bull. Soc. Geogr. Paris* 15, 557—604.
787. Tolstoy I. (1973). «Wave Propagation.» McGraw-Hill, New York.
788. Tracy C. (1843). On the rotary action of storms. *Am. J. Sci. Arts* 45, 65—72 (also in Abbe, 1910, pp. 16—22).
789. Trenberth K. E. (1981). Observed southern hemisphere eddy statistics at 500mb: Frequency and spatial dependence. *J. Atmos. Sci.* 38, 2585—2605.
790. Truesdell C. (1954a). «Kinematics of Vorticity», Indiana Univ. Sci. Ser. No. 19. Indiana University, Bloomington.
791. Truesdell C. A. (1954b). «Rational Fluid Mechanics 1687—1765». Editor's introduction to Euleri Opera Omnia, Ser. II, Vol. 12, Orell Fussli Turici, Lausanne.
792. Tsuchiya M. (1975). Subsurface countercurrents in the eastern equatorial Pacific Ocean. *J. Mar. Res.* 33, Suppl., 145—175.
793. Tung K. K. (1979). A theory of stationary long waves. Part III. Quasi-

- normal modes in a singular wave-guide. *Mon. Weather Res.* 107, 751—774.
794. Tung K. K., and Lindzen R. S. (1979). A theory of stationary long waves. Part I. A simple theory of blocking. Part II. Resonant Rossby waves in the presence of realistic vertical shears. *Mon. Weather Rev.* 107, 714—734, 735—750.
795. Turner J. S. (1973). «Buoyancy Effects in Fluids». Cambridge Univ. Press, London and New York. [Имеется перевод: Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. — М.: Мир, 1977, 431 с.]
796. Turner J. S. (1981). Small-scale mixing processes. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch. eds.), Chapter 8, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
797. UNESCO (1981). Tenth report of the joint panel on oceanographic tables and standards. UNESCO Technical Papers in Marine Sci. No. 36, UNESCO, Paris.
798. U. S. Department of Commerce (1963). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», Arctic Ocean. National Climate Center, Washington, D. C.
799. U. S. Department of Commerce (1965). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», Antarctic. National Climate Center, Washington, D. C.
800. U. S. Department of Commerce (1974). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», North Atlantic Ocean. National Climate Center, Washington, D. C. NAVAIR 50-1C-528.
801. U. S. Department of Commerce (1976). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», Indian Ocean. National Climate Center, Washington, D. C. NAVAIR 50-1C-530.
802. U. S. Department of Commerce (1977). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», North Pacific Ocean. National Climate Center. Washington, D. C. NAVAIR 50-1C-529.
803. U. S. Department of Commerce (1978). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», South Atlantic Ocean. National Climate Center, Washington, D. C. NAVAIR 50-1C-531.
804. U. S. Department of Commerce (1979). «U. S. Navy Marine Climatic Atlas of the World», South Pacific Ocean. National Climate Center, Washington, D. C. NAVAIR 50-1C-532.
805. Vaisala V. (1925). Über die Wirkung der Windschwankungen auf die Pilotbeobachtungen. *Soc. Sci. Fenn. Commentat. Phys.-Math.* 2(19), 19—37.
806. van Loon H. (1980). Transfer of sensible heat by transient eddies in the atmosphere on the southern hemisphere: an appraisal of data before and during FGGE. *Mon. Weather Rev.* 108, 1774—1781.
807. van Loon H., Jenne R. L., and Labitzke K. (1973). Zonal harmonic standing waves. *J. Geophys. Res.* 78, 4463—4471.
808. Van Mieghem J. (1956). The energy available in the atmosphere for conversion into kinetic energy. *Beitr. Phys. Atmos.* 29, 129—142.
809. Van Mieghem J. (1957). Energies potentielle et interne convertibles en energies cinétique dans l'atmosphère. *Beitr. Phys. Atmos.* 30, 5—17.
810. Venkateswaran S. V., and Sundararaman N. (1980). «The Middle Atmosphere» Birkhaeuser. Basel.
811. Veronis G. (1956). Partition of energy between geostrophic and nongeostrophic oceanic motions. *Deep-Sea Res.* 3, 157—177.
812. Veronis G. (1969). On theoretical models of the thermocline circulation. *Deep-Sea Res.* 16, Suppl., 301—323.
813. Veronis G. (1981). Dynamics of large-scale ocean circulation. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch. eds.), Chapter 6, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
814. Vettin F. (1857). Ueber den aufsteigenden Luftstrom, die Entstehung des Hagels und der Wirbel-Stürme. *Ann. Phys.* (Leipzig) 102, 246—255.
815. Vonder Haar T. H., and Oort A. H. (1973). New estimate of annual poleward energy transport by northern hemisphere oceans. *J. Phys. Oceanogr.* 3, 169—172.

816. Wadhams P., Gill A. E., and Linden P. F. (1979). Transects by submarine of the East Greenland Polar Front. *Deep-Sea Res.* 269, 1311—1327.
817. Walin G. (1972a). On the hydrographic response to transient meteorological disturbances. *Tellus* 24, 1—18.
818. Walin G. (1972b). Some observations of temperature fluctuations in the coastal region of the Baltic *Tellus* 24, 187—198.
819. Walker G. T. (1924). Correlation in seasonal variations of weather. IX. A further study of world weather. *Mem. Indian Meteorol. Dep.* 24, 275—332.
820. Walker G. T. (1928). *World weather.* Q. J. R. Meteorol. Soc. 54, 79—87.
821. Wallace J. M. (1971). Spectral Studies of tropospheric wave disturbances in the tropical Western Pacific *Rev. Geophys. Space Phys.* 9, 557—612.
822. Wallace J. M. (1973). General circulation of the tropical Lower stratosphere. *Rev. Geophys. Space Phys.* 11, 191—222.
823. Wallace J. M., and Gutzler D. S. (1981). Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter. *Mon. Weather Rev.* 109, 784—812.
824. Wallace J. M., and Hobbs P. V. (1977). «*Atmospheric Science: An Introductory Survey.*» Academic Press, New York.
825. Wallace J. M., and Kousky V. E. (1968). Observational evidence of Kelvin waves in the tropical stratosphere. *J. Atmos. Sci.* 25, 900—907.
826. Wallace W. J. (1974). «*The Development of the Chlorinity/Salinity Concept in Oceanography.*» Elsevier, Amsterdam.
827. Walsh J. J. (1977). A biological sketchbook for an eastern boundary current. In «*The Sea*» (E. D. Goldberg, I. N. McCave, J. J. O'Brien, and J. H. Steele, eds.), Vol. 6, pp. 923—968, Wiley (Interscience), New York.
828. Wang D.-P., and Mooers C. N. K. (1976). Coastal-trapped waves in a continuously stratified ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 6, 853—863.
829. Warn T., and Warn J. (1978). The evolution of a nonlinear Rossby wave critical level. *Stud. Appl. Math.* 59, 37—71.
830. Warren B. A. (1981). Deep-circulation of the world ocean. In «*Evolution of Physical Oceanography*», (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 1. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
831. Warren B. A., and Wunsch C., eds. (1981). «*Evolution of Physical Oceanography.*» MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
832. Watson E. R. (1903). Internal oscillation in the waters of Loch Ness. *Nature (London)* 69, 174.
833. Watson E. R. (1904). Movements of Loch Ness as observed by temperature observations. *Geog. J.* 24, 430—437.
834. Watson J. (1839). On the helm wind of Crossfell. *Br. Assoc. Rep.* 7, Sec. 11, 33—34 reprinted in *Q. J. Meteorol. Soc.* 10, 270—271 (1884).
835. Wearn R. B., and Baker D. J. (1980). Bottom pressure measurements across the Antarctic Circumpolar Current and their relation to the wind. *Deep-Sea Res.* 27A, 875—888.
836. Weast R. C., ed. (1971—1972). «*Handbook of Physics and Chemistry.*» 52nd ed. Chem. Rubber Publ. Co., Cleveland, Ohio.
837. Weatherly G. L. (1972). A study of the bottom boundary layer of the Florida current. *J. Phys. Oceanogr.* 2, 54—72.
838. Weatherly G. L., and Martin P. J. (1978). On the structure and dynamics of the ocean bottom boundary layer. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 557—570.
839. Webster F. (1965). Measurement of eddy fluxes of momentum in the surface layer of the Gulf Stream *Tellus* 17, 239—245.
840. Webster P. J. (1972). Response of the tropical atmosphere to local steady forcing. *Mon. Weather Rev.* 100, 518—541.
841. Weisberg R. H., Horigan A., and Colin C. (1979a). Equatorially trapped Rossby-gravity wave propagation in the Gulf of Guinea. *J. Mar. Res.* 37, 67—86.
842. Weisberg R. H., Miller L., Horigan A., and Knauss J. A. (1979b). Velocity

- observations in the equatorial thermocline during GATE. *Deep-Sea Res.* 26, Suppl. 2, 217—242.
843. Welander P. (1961). Numerical prediction of storm surges. *Adv. Geophys.* 8, 315—379.
844. Welander P. (1971). Some exact solutions to the equations describing an ideal fluid thermocline. *J. Mar. Res.* 29, 60—68.
845. Welander P. (1981). Mixed layer and fronts in ocean circulation models. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 148—152.
846. Wetherald R. T., and Manabe S. (1972). Response of the joint ocean-atmosphere model to the seasonal variation of the solar radiation. *Mon. Weather Rev.* 100, 42—59.
847. Wetherald R. T., and Manabe S. (1981). Influence of seasonal variations upon the sensitivity of a model climate. *J. Geophys. Res.* 86, 1194—1204.
848. Whipple F. J. W. (1930). The great Siberian meteor. and the waves, seismic and aerial, which it produced. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 56, 287—298.
849. White G. H. (1982). An observational study of the northern hemisphere extratropical summertime general circulation. *J. Atmos. Sci.* 39, 24—40.
850. White W. B., and Saur T. (1981). The source of annual baroclinic waves in the eastern subtropical North Pacific. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 1452—1462.
851. Whitehead J. A. (1981). Laboratory models of circulation in shallow seas. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A* 302, 583—595.
852. Whitehead J. A., Leetmaa A., and Knox R. A. (1974). Rotating hydraulics of strait and sill flows. *Geophys. Fluid Dyn.* 6, 101—125.
853. Whitham G. B. (1965). A general approach to linear and non-linear dispersive waves using a Lagrangian. *J. Fluid Mech.* 22, 273—283.
854. Whitham G. B. (1974). «Linear and Nonlinear Waves», Wiley (Interscience), New York. [Имеется перевод: Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977, 622 с.]
855. Wiin-Nielsen A. (1979). On normal mode linear initialization on the sphere. *J. Atmos. Sci.* 36, 2040—2048.
856. Willebrand J., Philander S. G. H., and Pacanowski R. C. (1980). The oceanic response to large-scale atmospheric disturbances. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 411—429.
857. Williams G. P. (1971). Baroclinic annulus waves. *J. Fluid Mech.* 49, 417—449.
858. Williams G. P. (1974). Generalized Eady waves. *J. Fluid Mech.* 62, 643—655.
859. Williams G. P., and Robinson J. B. (1974). Generalized Eady waves and Ekman pumping. *J. Atmos. Sci.* 31, 1768—1776.
860. Williams R. T. (1974). Numerical simulation of steady-state fronts. *J. Atmos. Sci.* 31, 1286—1296.
861. Wimbush M., and Munk W. H. (1970). The benthic boundary layer. In «The Sea» (A. Maxwell, Ed.), Vol. 4, pp. 731—758. Wiley (Interscience), New York.
862. Winston J. S., Gruber A., Gray T. I., Varnadore M. S., Earnest C. L., and Mannello L. P. (1979). «Earth-atmosphere Radiation Budget Analyses. Derived from NOAA Satellite Data June 1974 — February 1978», Vols. 1 and 2. U. S. Dept. of Commerce, Washington, D. C.
863. Wood J. D., ed. (1982), «Turbulence in the Ocean», Springer-Verlag, Berlin and New York.
864. Woods J. D., Wiley R. L., and Briscoe M. G. (1977). Vertical circulation at fronts in the upper ocean. In «A Voyage of Discovery» (M. Argel, ed.) (Deep-Sea Res. Suppl. 24, pp. 253—275. Pergamon, Oxford.
865. Woods J. D., Wiley R. L., and Briscoe M. G. (1977). Vertical circulation at fronts in the upper ocean. *Deep-Sea Res.* 24, Suppl. 253—275.
866. Wooster W. S., and Reid J. L. (1963). Eastern boundary currents. In «The Sea» (M. N. Hill, ed.). Vol. 2, pp. 253—280. Wiley (Interscience), New York.
867. Wooster W. S., Bakun A., and McLain D. R. (1976). The seasonal up-

- welling cycle along the eastern boundary of the North Atlantic. *J. Mar. Res.* 34, 131—141.
868. Worthington L. V. (1970). The Norwegian Sea as a Mediterranean basin. *Deep-Sea Res.* 17, 17—84.
869. Worthington L. V. (1976). «On the North Atlantic Circulation.» Johns Hopkins Univ. Press, Baltimore, Maryland.
870. Wright D. G. (1981). Baroclinic instability in Drake Passage. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 231—246.
871. Wright P. B. (1977). The Southern Oscillation-patterns and mechanisms of the teleconnections and the persistence. Hawaii Inst. Geophys. Rep. HIG-77-13.
872. Wu J. (1980). Wind-stress coefficient over sea surface near neutral conditions — a revisit. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 727—740.
873. Wunsch C. (1977). Response of an equatorial ocean to a periodic monsoon. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 497—511.
874. Wunsch C. (1980). Meridional heat flux of the North Atlantic Ocean. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 77, 5043—5047.
875. Wunsch C. (1981). Low frequency variability of the sea. In «Evolution of Physical Oceanography» (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.), Chapter 11, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
876. Wunsch C., and Gill A. E. (1976). Observations of equatorially trapped waves in Pacific sea level variations. *Deep-Sea Res.* 23, 371—390.
877. Wyrtki K. (1965). The average annual heat balance of the North Pacific Ocean and its relation to ocean circulation. *J. Geophys. Res.* 70, 4547—4559.
878. Wyrtki K. (1973). An equatorial jet in the Indian Ocean. *Science* 181, 262—264.
879. Wyrtki K. (1975). Fluctuations of the dynamic topography in the Pacific Ocean. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 450—459.
880. Wirtki K. (1977). Sea level during the 1972 El Nino. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 779—787.
881. Wirtki K. (1979a). Sea-level variatoin: Monitoring the breath of the Pacific. *Trans. Am. Geophys. Union* 60, 25—27.
882. Wirtki K. (1979b). The response of the sea-surface topography to the 1976 El Nino. *J. Phys. Oceanogr.* 9, 1223—1231.
883. Wyrtki K., and Meyers G. (1975). The trade wind field over the Pacific Ocean. Hawaii Inst. Geophys. (Rep.) HIG-75-1.
884. Wyrtki K., and Meyers G. (1976). The trade wind field over the Pacific Ocean. *J. Appl. Meteorol.* 15, 698—704.
885. Yamada T. (1976). On the similarity functions A, B and C of the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.* 33, 781—793.
886. Yamaguchi M. (1975). Sea-level fluctuations and mass mortalities of reef animals in Guam, Mariana Islands, Micronesia 11, 227—243.
887. Yanai M., and Maruyama T. (1966). Stratospheric wave disturbance propagating over the equatorial Pacific. *J. Meteorol. Soc. Jpn.* 44, 291—294.
888. Yanowitch M. (1967). Effect of viscosity on gravity waves and the upper boundary condition. *J. Fluid Mech.* 29, 209—231.
889. Yih C. S. (1980). «Stratified Flows.» Academic Press, New York.
890. Yoon J.-H., and Sugihara N. (1977). Behaviour of warm water flowing into a cold ocean. *J. Oceanogr. Soc. Jpn.* 33, 272—282.
891. Yoshida K. (1955). Coastal upwelling off the California coast. *Rev. Oceanogr. Works Jpn.* 2 (2), 1—13.
892. Yoshida K. (1959). A theory of the Cromwell current (the equatorial undercurrent) and of the equatorial upwelling—an interpretation in a similarity to a coastal circulation. *J. Oceanogr. Soc. Jpn.* 15, 159—170.
893. Yudin M. I. (1955). Invariant quantities in large-scale atmospheric processes (In Russian.) *Tr. Gl. Geofiz. Obs.* 55, 1—12. [Юдин М. И. Инва-



- риантные величины в крупномасштабных атмосферных процессах. — Тр. ГГО, 1955, вып. 55, 117, с. 3—12.]
894. Zangvil A., and Yanai M. (1980). Upper tropospheric waves in the tropics. Part I. Dynamical analysis in the wavenumber-frequency domain. *J. Atmos. Sci.* 37, 283—298.
895. Zeman O. (1981). Progress in the modelling of planetary boundary layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 13, 253—272.
896. Zilitinskevich S. S. (1970). «Dynamics of the Atmospheric Boundary Layer». Hydrometeorol. Press, Leningrad (in Russian). [Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. — Л.: Гидрометеоздат, 1970, 292 с.]
897. Zilitinkevich S. S. (1975). Resistance laws and prediction equations for the depth of the planetary boundary-layer. *J. Atmos. Sci.* 32, 741—752.
898. Zimmerman S. P. (1964). Small scale wind structure above 100km. *J. Geophys. Res.* 69, 784—785.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- агеострофическая сходимость 230(2), 274(2)  
Агульясское течение 262(2)  
адвективный поток 354(2)  
адвекция 86, 274(2)  
— горизонтальная 280(2)  
адиабатическое изменение 67  
альbedo 13  
амплитуда 127  
антарктическая конвергенция 337(2)  
антициклон 27, 273  
антициклоническое направление 313  
апвеллинг 223(2)  
— экваториальный 217(2)
- баланс импульса 95  
— момента количества движения 119  
— радиационный 31  
— энергии 241
- бароклиный пограничный слой 261(2)  
*Бейс-Балло* закон 261  
*Бернулли* уравнение 106  
блокирование 165, 286(2), 291(2)  
*Бранта — Ваясяя* частота 69  
*Бусинеска* приближение 161, 201, 321
- вектор бароклинности 297  
— волновой 127, 161  
вертикальный поток 181  
ветер геострофический 263  
— градиентный 294  
— изаллобарический 293(2)  
— термический 272, 352(2)  
вихревая трубка 287  
вихрь 328(2)  
— напряжения ветра 245(2)  
— океанский 339(2)
- влажность абсолютная 365(2)  
— относительная 22  
— удельная 365(2)
- внутритропические зоны конвергенции 205(2)  
возмущенная плотность 97  
возмущенное давление 97  
волна бегущая 127  
— поверхностная 190, 214  
волновод 186  
— океанский 189  
волновой шлейф 248  
волны акустическо-гравитационные 213  
— баротропные 240(2)  
— внутренние 190  
— вынужденные 174  
— гидростатические 372  
— гравитационные внутренние 371  
— экваториально захваченные 156(2)  
— инерционные 322  
— инфразвуковые 213  
— краевые 214  
— набегающие 153  
— планетарные 198(2), 267(2)  
— — длинные 238(2)  
— — экваториально захваченные 156(2)  
— свободные 193  
— смешанные планетарно-гравитационные 157(2)  
— стационарные в атмосфере 227(2), 264(2)  
Восточно-Гренландское течение 264(2)  
восходящий поток 204(2)
- Гадлея* циркуляция 34, 199(2), 204(2)  
— ячейка 24, 351(2)  
газовая постоянная 361(2)  
галоклин 64  
геодинамический метр 63  
геопотенциал 63, 223  
геопотенциальная высота 63  
— поверхность 116, 117  
геопотенциальный метр 63  
геострофические координаты 336(2)  
геострофический баланс 243, 345(2)  
геострофическое равновесие 239  
Гольфстрим 253(2), 262(2), 328(2)  
градиент адиабатический 365(2)  
— — вертикальный 68  
— влажноадиабатический 367(2)  
— — вертикальный 23, 74  
— горизонтальный 24  
— псевдоадиабатический вертикальный 74  
— сухоадиабатический 367(2)  
— — вертикальный 22
- давление насыщенного пара 60, 366(2)  
— парциальное 366(2)  
*Дальтона* число 43  
движение изэнтропическое 91  
— инерционное 315  
— квазигеострофическое 254, 310, 166(2)  
децибар 269  
дивергенция 354(2)  
динамический метр 63  
дисперсионное соотношение 129, 161, 191  
диссипация 385  
диффузия 111, 115  
— индуцированная 379  
донное трение 115  
донные воды 256(2).

- Есиды* струя 184(2)  
 жидкость автобаротропная 284  
 — вязкая 114  
 — несжимаемая 10, 159, 302  
 — потенциальная 296  
 — сжимаемая 209, 302  
  
 завихренность 299  
 — абсолютная 289  
 — относительная 237  
 — потенциальная 237, 238, 281, 290, 313, 319, 167(2), 277(2)  
 — — принцип сохранения 272(2)  
 — циклоническая 291  
 — — относительная 334(2)  
 загрязнение среды 366  
 западно-атлантический процесс 291(2)  
  
 изобарические координаты 223  
 изостатический процесс 32(2)  
 изотермическая атмосфера 230  
 изэнтропические координаты 223  
 изэнтропическое изменение 67  
 инерционная окружность 315  
 ионосфера 66  
 испарение 193(2), 195(2)  
  
 канал 186  
*Кармана* постоянная 22(2)  
 квазигеострофическое движение 254, 310, 166(2)  
*Кельвина* волны 197(2), 198(2), 218(2)  
 — теорема о циркуляции 287  
*Кельвина — Гордона* уравнения 243, 248  
*Клаузиуса — Клапейрона* уравнение 61  
 климатические фронтальные зоны 337(2)  
 конвекция 86  
 конвергенция 337(2), 354(2)  
 конечно-разностные формулы 88  
 концентрация водяного пара 365(2)  
*Кориолиса* параметр 253, 166(2)  
 — — антициклонический 253  
 — — циклонический 263  
 — ускорение 95, 332  
 коэффициент вихревой вязкости 101  
 — — диффузии 107  
 — вязкости 96  
 — кинематической вязкости 96  
 — отражения 180  
 — проницаемости 112  
 — расширения 68, 263(2)  
 — сопротивления 41  
 — теплопроводности 92  
 кривизна 292  
  
 критический уровень 362  
 критическое волновое число 178  
 крупномасштабные переходные процессы 27(2)  
 крутящий момент 36  
*Куросио* 253(2), 262(2), 337(2)  
  
*Лиувилля — Грина* аппроксимация 188(2)  
*Лэмба* волны 147(2), 214(2), 240(2)  
*Лява* число 31(2)  
  
 магнитосфера 67  
*Маргулеса* соотношение 273  
*Марсильи* эксперимент 121, 277  
 Масса атмосферы 32  
 — океана 32  
 масштаб высоты 67, 109  
 меандры Гольфстрима 328  
 медленно меняющийся волновой цуг 131  
 мезопауза 66  
 мезосфера 66  
*Меркатора* локальная проекция 228  
*Миланковича* теория изменения климата 29  
 мода бароклинная 199, 311, 219(2)  
 — баротропная 199, 311, 240(2)  
 — бассейновая 250(2)  
 модифицированные координаты 371, 382  
 молекулярная масса воды 55  
 — — сухого воздуха 55  
  
 напряжение ветра 38  
 насыщающая псевдоадиабата 75  
 неадиабатическое нагревание 353(2)  
 неустойчивость бароклинная 339(2)  
 — конвективная 77  
 — параметрическая субгармоническая 379  
 — потенциальная 77  
 — сдвиговая 40—42, 384  
 — среднего течения 339(2)  
 — условная 77  
*Норманда* правило 367(2)  
  
 облачность 48  
 облачные башни 201  
*Ойясио* 337(2)  
 опускание вод 217(2)  
 относительная топография 270  
 отношение смеси 365(2)  
  
 парниковый эффект 11  
 пассаты 204(2), 224(2)  
*Перро* эксперимент 261  
 пинноклин 64

- плавучесть 51, 97, 161, 201(2), 205(2)  
 плотность волнового действия 376  
 — потенциальная 73  
 — потока радиационного 92  
 — — скалярной величины 86  
 — — тепла 92  
 — — энергии 98  
 поверхностное напряжение 38  
 пограничный слой 115  
 подъем термоклина 246(2)  
 поляризационные соотношения 162  
 приближение геострофического 336(2)  
 — гидростатическое 135, 146, 196, 215  
 — длинных волн 135  
 — квазигеострофическое 227(2), 230(2)  
 — мелкой воды 135  
 — планетарно-волновое 178(2)  
 —  $\beta$ -плоскости 168(2), 227(2)  
 прибрежная струя 115(2)  
 приведенная высота атмосферы 67, 109  
 приведенное ускорение силы тяжести 123, 148  
 приведенный уровень моря 31(2)  
 прилив равновесный 30(2)  
 приливы 337(2)  
 — бароклинные 30(2)  
 — баротропные 30(2)  
 пропускная способность 143  
*Пуанкаре* волны 245, 307, 313  
  
 радиационно-конвективная модель 24  
 радиационно-конвективное равновесие 22  
 радиус кривизны 292  
 режим вращательный 323  
 — — волновой 349  
 — гидростатический невращательный 323, 345  
 — — волновой 345  
 — квазигеострофический 351, 269(2)  
 — негидростатический 323  
 — потенциального обтекания 343  
 резонанс 184  
 резонанса условие 184  
 резонансная триада 378  
 резонансные взаимодействия 378  
 ринги Гольфстрима 328(2)  
*Россби* высота 341  
 — радиус бароклиный 257  
 — — баротропный 256, 112(2)  
 — — деформации 235, 240  
 — — экваториальный 184(2)  
 рэлеевское трение 192(2)  
  
 — соотношение 191(2)  
 — уравнение 146(2)  
 сдвиг 40, 115, 385  
 северная осцилляция 208(2)  
 сезонный характер течений 222(2)  
 скорость геострофическая 274(2)  
 — групповая 132, 165, 322  
 — диссипации 100  
 — звука 365(2)  
 — изаллобарическая 230(2), 232(2), 353(2)  
 — неадиабатического нагревания  
 — трения 22(2)  
 скрытая теплота 23, 367(2)  
 — — испарения 60  
 слики 151  
 слой инверсии 74  
 собственное значение 150  
 соленоидальное поле 109  
 соленость 47, 361(2)  
 — практическая 361(2)  
 солнечная постоянная 12  
 сопротивление 177  
 сохранения момента количества движения принцип 35  
 средняя атмосфера 66  
*Стефана* закон 19  
*Стокса* постоянная 361(2)  
 — теорема 238  
 стратификация 250(2)  
 стратифицированная область 182  
 стратопауза 65  
 стратосфера 65  
 стратосферные потепления 268(2)  
 сухой воздух 59  
  
 температура виртуальная 56, 225  
 — замерзания морской воды 365(2)  
 — потенциальная 70, 76, 365(2)  
 — —, принцип сохранения 272(2)  
 — — эквивалентная 75  
 — смоченного термометра 367(2)  
 теплосодержание 67  
 термоклин 64, 277(2)  
 — сезонный 65  
 термосфера 66  
 течение геострофическое 239  
 — глубинное возвратное 328(2)  
 — изаллобарическое 388, 166(2)  
 — струйное 356(2)  
 — турбулентное 40, 360  
 — циркуляционное 255(2)  
 тихоокеанско-североамериканский процесс 295(2)  
 точка инея 367  
 — росы 366(2)  
 тропики 34, 77  
 тропические ураганы 205(2)

тропопауза 65, 307(2), 333(2)  
тропосфера 65

угловая скорость 283  
удельная теплоемкость 57, 263(2)  
— — влажного воздуха 60  
— — при постоянном давлении 58  
— — — объеме 58  
удельного объема аномалия 268  
удельный объем 57  
универсальная газовая постоянная 55, 361(2)  
*Уолкера* циркуляция 196(2), 200(2), 204(2)  
упругое рассеивание 379  
упругость водяного пара 366(2)  
уравнение баланса импульса 126  
— ведущего потока 305(2)  
— влажности 87, 108  
— гидростатики 63  
— движения 108  
— идеального газа 55  
— кинетической энергии 98  
— конденсации 367(2)  
— мелкой воды 284  
— неразрывности 85  
— потенциальной завихренности 167(2)  
— солености 87, 108  
— состояния 56, 108, 361(2)  
— сохранения массы 83, 90, 108  
— термического ветра 271  
— эйконала 374  
— энергии 317  
— — внутренней 108  
— — механической 139  
условие непрерывности концентрации 111  
— — температуры 111  
условноустойчивая атмосфера 77  
установившееся решение 239

**Фаза** 127  
фазовая граница 111  
— скорость 127  
*Ферреля* ячейка 349(2)  
Флоридское течение 262(2)  
*Фруда* число 184, 364

хелм 342  
холодное ядро 273

циклон 27, 273, 301(2)  
циклоническое возмущение 339(2)  
— вращение 313  
циркуляция абсолютная 301  
— зонально-осредненная 345(2)

— меридиональная 204  
— термохалинная 52

**Чарни—Дрэзина** теорема 284(2)  
частота акустическая критическая 213  
— инерционная 245, 315, 320  
— плавучести 69, 127, 320  
—, смещенная по Допплеру 375  
— собственная 191, 194, 375

**Шлирен-метод** 168  
штормовой нагон 183(2)  
*Штурма—Лиувилля* задача 198

**Эйри** функция 222  
экваториальное противотечение 185(2)  
экваториальный радиус деформации 153(2)  
эквивалентная глубина 198, 214, 39(2)  
экзосфера 67  
*Экмана* вертикальная скорость 6(2), 220(2)  
— вертикальное смещение 34(2)  
— дивергенция 245(2)  
— конвергенция 337(2)  
— отклонение 19(2)  
— перенос 10(2)  
— — ветровой 135(2)  
— — массы 10(2)  
— подкачка 246(2)  
— поток 350, 217(2)  
— скорость подкачки 6(2)  
— эксперимент 152

*Эмассена—Пальма* поток 347(2)  
— — разрезы 340(2)  
Эль-ниньо 18(2), 224(2)  
эмиссия 31  
энергия влажностатическая 106  
— внутренняя 57, 275  
— кинетическая 139  
— механическая 139  
— полная возмущения 139  
— — от солнца 12  
— потенциальная 102, 139, 275  
— — доступная 104, 210  
— сухостатическая 106  
энтальпия 106  
энтропия 71  
— удельная 57

*Эртеля* потенциальная завихренность 301  
эффекты вязкости 96, 115

юго-западный муссон 205  
южная корреляция 223(2)  
— осцилляция 208(2)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Глава 9. Вынужденное движение</b> . . . . .	<b>5</b>
9.1. Введение . . . . .	5
9.2. Воздействие поверхностного напряжения: экмановский перенос	8
9.3. Инерционные колебания, возбуждаемые ветром в перемешанном слое океана . . . . .	12
9.4. Экмановская подкачка . . . . .	17
9.5. Придонное трение: структура скорости в пограничном слое . .	20
9.6. Ламинарный экмановский слой . . . . .	23
9.7. Ночное струйное течение . . . . .	25
9.8. Приливообразующие силы . . . . .	27
9.9. Влияние колебаний атмосферного давления и ветра на баротропное движение в океане: вынужденные уравнения мелкой воды . . . . .	31
9.10. Бароклинная реакция океана на воздействие ветра: метод нормальных мод . . . . .	37
9.11. Реакция океана на движущийся шторм или ураган . . . . .	42
9.12. Спин-даун за счет придонного трения . . . . .	51
9.13. Генерация движений за счет плавучести . . . . .	55
9.14. Реакция на стационарное воздействие: баротропный пример . .	59
9.15. Вынужденный бароклинный круговорот . . . . .	62
9.16. Установление равновесия за счет диссипации . . . . .	68
<b>Глава 10. Эффекты боковых границ</b> . . . . .	<b>73</b>
10.1. Введение . . . . .	73
10.2. Влияние вращения на сейши и приливы в узких заливах . .	76
10.3. Волны Пуанкаре в канале постоянного сечения с произвольной шириной . . . . .	79
10.4. Волны Кельвина . . . . .	81
10.5. Полная система мод для бесконечного канала постоянной ширины . . . . .	85
10.6. Эффекты конечных точек: сейши и приливы в широких заливах	87
10.7. Приспособление к равновесию в канале . . . . .	90
10.8. Приливы . . . . .	97
10.9. Штормовые нагоны при открытой береговой линии: локальное решение . . . . .	101
10.10. Движение нагонов вдоль берега: вынужденные волны Кельвина	106
10.11. Прибрежный апвеллинг . . . . .	112
10.12. Шельфовые волны . . . . .	118
10.13. Береговые захваченные волны . . . . .	126
10.14. Восточные пограничные течения . . . . .	134

<b>Глава 11. Тропики</b> . . . . .	144
11.1. Введение . . . . .	144
11.2. Эффекты кривизны земной поверхности — уравнения мелкой воды на сфере . . . . .	146
11.3. Потенциальная завихренность для мелкого однородного слоя . . . . .	149
11.4. Экваториальная бета-плоскость . . . . .	150
11.5. Экваториальная волна Кельвина . . . . .	153
11.6. Другие экваториально захваченные волны . . . . .	155
11.7. Экваториальный волновод: гравитационные волны . . . . .	158
11.8. Планетарные волны и квазигеострофическое движение . . . . .	163
11.9. Бароклинные движения в окрестности экватора . . . . .	169
11.10. Экваториальные волны с вертикальным распространением . . . . .	170
11.11. Приспособление под действием силы тяжести вблизи экватора . . . . .	175
11.12. Нестационарные вынужденные движения . . . . .	181
11.13. Потенциальная завихренность бароклинных движений: стационарный предел . . . . .	190
11.14. Стационарное вынужденное движение . . . . .	192
11.15. Циркуляция тропической атмосферы . . . . .	200
11.16. Течения тропического океана . . . . .	212
<b>Глава 12. Средние широты</b> . . . . .	225
12.1. Введение . . . . .	225
12.2. « $\beta$ -плоскость» средних широт . . . . .	227
12.3. Планетарные волны . . . . .	234
12.4. «Спин-ап» под действием ветра . . . . .	244
12.5. Стационарная циркуляция океана . . . . .	252
12.6. Западные пограничные течения . . . . .	257
12.7. Вертикальное распространение планетарных волн в покоящейся среде . . . . .	265
12.8. Нелинейное трехмерное квазигеострофическое течение . . . . .	272
12.9. Малые возмущения зонального потока, меняющегося с широтой и по высоте . . . . .	279
12.10. Определение вертикальных движений с помощью квазигеострофических уравнений . . . . .	293
<b>Глава 13. Неустойчивость, фронты, общая циркуляция</b> . . . . .	300
13.1. Введение . . . . .	300
13.2. Свободные волны при наличии горизонтального градиента температуры . . . . .	302
13.3. Бароклинная неустойчивость: задача Иди . . . . .	309
13.4. Бароклинная неустойчивость: задача Чарни . . . . .	315
13.5. Необходимые условия неустойчивости . . . . .	319
13.6. Баротропная неустойчивость . . . . .	322
13.7. Вихри в океане . . . . .	326
13.8. Фронты . . . . .	330
13.9. Жизненный цикл бароклинного возмущения . . . . .	339
13.10. Общая циркуляция атмосферы . . . . .	344
13.10.1. Введение . . . . .	344
13.10.2. Зональная составляющая количества движения и баланс углового момента импульса . . . . .	346
13.10.3. Баланс тепла . . . . .	352
13.10.4. Структура циркуляции по долготе . . . . .	356
Приложения . . . . .	360
Литература . . . . .	372
Предметный указатель . . . . .	410

## УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и другие просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., 2, издательство «Мир».

Адриан Гилл

### ДИНАМИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Научный редактор С. В. Чудов  
Мл. научн. редактор Н. С. Полякова  
Художник В. А. Медников  
Художественный редактор В. И. Шаповалов  
Технический редактор Н. И. Борисова  
Корректор Т. П. Берлизова

ИБ № 5479

Сдано в набор 11.11.85. Подписано к печати 10.04.86. Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 1. Печать высокая. Гарнитура литературная. Объем 13,00 бум. л. Усл. печ. л. 26,00. Усл. кр.-отт. 26,00. Уч.-изд. л. 27,37. Изд. № 1/4138. Тираж 2600 экз. Зак. 796. Цена 3 р. 60 к.

#### ИЗДАТЕЛЬСТВО МИР

129820, ГСП, Москва, И-110, 1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

Отпечатано в Ленинградской типографии № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6. Зак. 352.